

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL

**DETECÇÃO DE PADRÕES DE ONDA POR MEIO DE
TRANSFORMADAS E AUTOCORRELAÇÃO**

por

Tatiana Taís Schein

Dissertação para obtenção do Título de
Mestre em Modelagem Computacional

Orientador: Prof. Dr. Leonardo Ramos Emmendorfer
Coorientador(a): Prof. Dra. Bárbara Denicol do Amaral Rodriguez
Colaborador: Prof. Dr. Vinícius Menezes de Oliveira
Colaborador: Prof. Dr. Luis Pedro Melo de Almeida

Rio Grande, Agosto de 2022.

Tatiana Tais Schein

“Detecção de Padrões de onda por meio de Transformadas e Autocorrelação”

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional da Universidade Federal do Rio Grande - FURG, como requisito parcial para obtenção do Grau de Mestra. Área de concentração: Modelagem Computacional.

Aprovada em:

BANCA EXAMINADORA

Documento assinado digitalmente
 LEONARDO RAMOS EMMENDORFER
Data: 02/09/2022 13:16:45-0300
Verifique em <https://verificador.iti.br>

Prof. Dr. Leonardo Ramos Emmendorfer (Orientador – UFSM/PPGMC-FURG)

Documento assinado digitalmente
 CATIA MARIA DOS SANTOS MACHADO
Data: 01/09/2022 12:50:32-0300
Verifique em <https://verificador.iti.br>

Profa. Dra. Catia Maria dos Santos Machado (FURG)

Documento assinado digitalmente
 MANUEL OSORIO BINELO
Data: 01/09/2022 20:05:30-0300
Verifique em <https://verificador.iti.br>

Prof. Dr. Manuel Osorio Binelo (Unijuí)

Documento assinado digitalmente
 MATEUS DAS NEVES GOMES
Data: 02/09/2022 11:16:02-0300
Verifique em <https://verificador.iti.br>

Prof. Dr. Mateus das Neves Gomes (IFPR/PPGMC-FURG)

Rio Grande - RS
2022

Ficha Catalográfica

S319d Schein, Tatiana Taís.

Detecção de padrões de onda por meio de transformadas e autocorrelação / Tatiana Taís Schein. – 2022.

49 f.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande – FURG, Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional, Rio Grande/RS, 2022.

Orientador: Dr. Leonardo Ramos Emmendorfer.

Coorientadora: Dra. Bárbara Denicol do Amaral Rodriguez.

Colaborador: Dr. Vinícius Menezes de Oliveira.

Colaborador: Dr. Luis Pedro Melo de Almeida.

1. Transformadas 2. Autocorrelação 3. Ondas 4. Imagens digitais
I. Emmendorfer, Leonardo Ramos II. Rodriguez, Bárbara Denicol do Amaral III. Oliveira, Vinícius Menezes de IV. Almeida, Luis Pedro Melo de V. Título.

CDU 551.46

Catálogo na Fonte: Bibliotecário José Paulo dos Santos CRB 10/2344

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por estar comigo em todos momentos de anseio e aflição. Agradeço a mim mesma por não desistir quando tudo parecia tão difícil.

Agradeço a CAPES e a Universidade Federal do Rio Grande (FURG) pela bolsa de estudos.

Agradeço a minha família e aos meus amigos, pela compreensão que tiveram comigo, sempre que estive ausente, e por sempre me apoiarem. Em especial agradeço a minha mãe, que mesmo sem entender maior parte das coisas que eu falava sempre estava prestativa e interessada em me ouvir para tentar me ajudar ou me acalmar.

Agradeço ao meu namorado Iago, por sempre me motivar, me ouvir e estar ao meu lado em todas dificuldades que surgiram.

Agradeço a todos os professores por tudo que me ensinaram. Um agradecimento em especial ao meu orientador Dr. Leonardo Ramos Emmendorfer, e a minha co-orientadora Dra. Bárbara Denicol do Amaral Rodriguez, pela paciência, pelas diversas reuniões e trocas de ideias e também pela amizade estabelecida ao decorrer dessa caminhada. Agradeço também aos colaboradores Dr. Vinícius Menezes de Oliveira e Dr Luis Pedro Melo de Almeida por todas sugestões e por terem aceitado fazer parte desse trabalho. Agradeço ao crescimento pessoal e profissional que adquiri com a orientação de vocês.

Agradeço também os professores da banca, Dr. Mateus das Neves Gomes, Dr. Manuel Osorio Binelo e Dra. Catia Maria dos Santos Machado por aceitarem fazer parte desse trabalho e por todas

sugestões que fizeram, com intuito de aprimorar ainda mais a escrita do mesmo.

Agradeço ao meu amigo Dranaju Junior Costa de Jesus, por todo apoio que me deu, principalmente na manipulação dos algoritmos computacionais. Agradeço a minha colega virtual Giovanna Moreira pelas diversas trocas de experiencias, por compartilhar comigo todos os momentos bons e todos os momentos de dificuldade.

RESUMO

O estado de mar é de grande importância para diversas atividades, sendo assim, o estudo e compreensão de padrões como intensidade e orientação da onda são necessários para analisar o comportamento marítimo. Esses estudos podem prever catástrofes e atualmente existem diversas pesquisas para obtenção de energia renovável. Este trabalho teve como foco encontrar padrões como comprimento e orientação das ondas lineares por dois métodos, no primeiro método a Transformada de Radon foi combinada com a Transformada Rápida de Fourier e no segundo método a Transformada de Radon foi combinada com a técnica de Autocorrelação. Em ambos os casos, a Transformada de Radon permite obter toda informação das projeções das imagens digitais de ondas. A Transformada Rápida de Fourier possibilita que a imagem seja analisada no domínio da frequência, facilitando a obtenção de informações. A técnica de Autocorrelação foi modificada de maneira a tornar possível sua utilização em imagens e seu funcionamento acontece de maneira a comparar pixels de uma imagem com pixels anteriores dessa mesma imagem. Os materiais de estudo foram imagens coletas do *Google Earth*, de regiões costeiras que são compostas por ondas rasas. Ao final, os resultados dos dois métodos foram comparados com os resultados da validação, que se deu pela utilização do Filtro Gaussiano, o qual elimina o ruído indesejado no sinal de estudo. Através da análise dos resultados percebeu-se que ambos métodos são acurados após a adoção da Transformada de Radon. A Autocorrelação foi superior na determinação do comprimento de onda, enquanto a Transformada Rápida de Fourier foi melhor para encontrar a orientação correta das ondas.

Palavras-chaves: Transformadas, Autocorrelação, ondas, imagens digitais.

ABSTRACT

The sea state is of great importance for several activities. Therefore, the study and understanding of patterns such as wave intensity and orientation are necessary to analyze maritime behavior. These studies can predict catastrophes and currently, there are several types of research to obtain renewable energy. This work focused on finding patterns such as the length and orientation of linear waves by two methods, in the first method the Radon Transform was combined with the Fast Fourier Transform, and in the second method, the Radon Transform was combined with the Autocorrelation technique. In both cases, the Radon Transform makes it possible to project the wave image with all its information. The Fast Fourier transform allows the image to be analyzed in the frequency domain, making it easier to obtain information. The Autocorrelation technique was modified to make it possible to use it in images and its operation happens to compare pixels of an image with previous pixels of the same image. The study materials were images collected from *Google Earth*, of coastal regions that are composed of shallow waves. In the end, the results of the two methods were compared with the results of the validation, which was carried out using the Gaussian Filter. The Gaussian filter eliminates unwanted noise in the study signal. Through the analysis of the results, it was noticed that both methods are positive after the adoption of the Radon Transform. Autocorrelation was superior in determining the wavelength, while Fast Fourier Transform was better in finding the correct wave orientation.

Palavras-chaves: Transforms, Autocorrelation, waves, digital images.

ÍNDICE

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	Contextualização	13
1.2	Objetivo Geral	15
1.3	Objetivos Específicos	15
1.4	Justificativa	15
1.5	Seções do trabalho	16
2	EMBASAMENTO TEÓRICO	17
2.1	Sinais e imagens	17
2.1.1	Representação matricial de imagens	17
2.1.2	Processamento de imagens	18
2.2	Caracterização das ondas	19
2.3	Transformadas integrais	21
2.3.1	Transformada de Radon	21
2.3.2	Transformada de Radon discretizada	24
2.3.3	Séries de Fourier	25
2.3.4	Transformada de Fourier	26
2.3.5	Transformada discreta de Fourier	27
2.3.6	Aplicação da Transformada de Fourier em imagens	29
2.4	Correlação e Autocorrelação	30
2.4.1	Correlação entre duas variáveis	30
2.4.2	Autocorrelação	31
2.5	Filtro Gaussiano	33
3	MATERIAIS E MÉTODOS	36
3.1	Transformada de Radon	37
3.1.1	Transformada de Fourier	38
3.1.2	Autocorrelação	39
3.2	Filtro Gaussiano	41
4	RESULTADOS	42
5	CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS	46

LISTA DE FIGURAS

1.1	Linha do tempo referente ao estudo das marés através de imagens.	14
2.1	Características gerais das ondas.	19
2.2	Ilustração do movimento das partículas de água com a passagem de uma onda.	20
2.3	Representação esquemática da Transformada de Radon para um ângulo γ dada a equação da reta $\rho = x \cos \gamma + y \sin \gamma$	22
2.4	Geometria da Transformada de Radon.	23
2.5	Transformada de Radon aplicada a imagens.	24
2.6	Continuidade da função.	26
2.7	Representação do filtro Gaussiano com <i>kernel</i> 3×3	33
3.1	Captura de imagem composta por ondas.	36
3.2	Imagem rotacionada em 90°	37
3.3	Projeção unidimensional $R(I (\cdot, \cdot), \emptyset)$ de uma imagem de onda $I(\cdot, \cdot)$ obtida através da Transformada de Radon dado um ângulo $\emptyset$	38
3.4	Radon+FFT.	39
3.5	Perfil ótimo da projeção da imagem em uma dimensão.	39
3.6	Radon+Autocorrelação.	40
3.7	Perfil ótimo da projeção da imagem em uma dimensão.	41
4.1	Comparação entre a imagem original e a imagem rotacionada em 90°	42
4.2	Comprimento da onda em cada uma das técnicas.	43
4.3	Orientação em cada uma das técnicas.	44

LISTA DE TABELAS

1	Resultado do RMSE.	44
2	Resultado do calculo de correlação de Pearson.	45

LISTA DE SÍMBOLOS

$I_{(i,j)}$	Representação matricial
A	Amplitude
$R(\rho, \gamma)$	Transformada de Radon
λ	Comprimento da onda
$R(s, \emptyset)$	Imagem da Transformada de Radon
δ	Função delta de Dirac
$\emptyset$	Ângulo de projeção
α^*	Ângulo maximizado
L	Período
$F(\alpha)$	Transformada de Fourier
a_n	Coefficiente da série de Fourier
b_n	Coefficiente de Fourier
$x[n]$	Sequência periódica
$x[m]$	Sinal discreto e periódico
Q	Número de amostras
N	Período de tempo
$F(k, l)$	Transformada Discreta de Fourier bidimensional
$f(i, j)$	Imagem no domínio espacial de Fourier
C	Correlação entre duas variáveis
v	Tamanho do vetor composto por amostras
$C(S, l)$	Autocorrelação
S	Série de um sinal qualquer
l	Parâmetro de atraso <i>lag</i>
$g(x)$	Função periódica qualquer
t	Momento de tempo
T	Sequência de valores
$S(x)$	Sinal observado
$F(x)$	Sinal original
$N(x)$	Ruído aditivo em uma base de pixels
$G(x)$	Filtro Gaussiano no domínio da frequência
σ	Parâmetro do filtro Gaussiano
σ^2	Variância
$F_g(x)$	Filtragem Gaussiana de um sinal

LISTA DE ABREVIATURAS

FFT	Transformada Rápida de Fourier
TDF	Transformada discreta de Fourier
RMSE	Erro quadrático médio

1 INTRODUÇÃO

1.1 Contextualização

O poder que o vento tem ao ser capaz de gerar ondas na superfície da água é algo muito instigante, porém, não faz um século que esse fenômeno natural vem sendo estudado cientificamente. Sistemas meteorológicos podem gerar ventos muito intensos, alterando o estado de mar, pondo em risco a segurança da navegação e das atividades costeiras com perdas materiais e econômicas na região e no país, além da perda de vida humana (PEZZI; SOUZA; QUADRO, 2016).

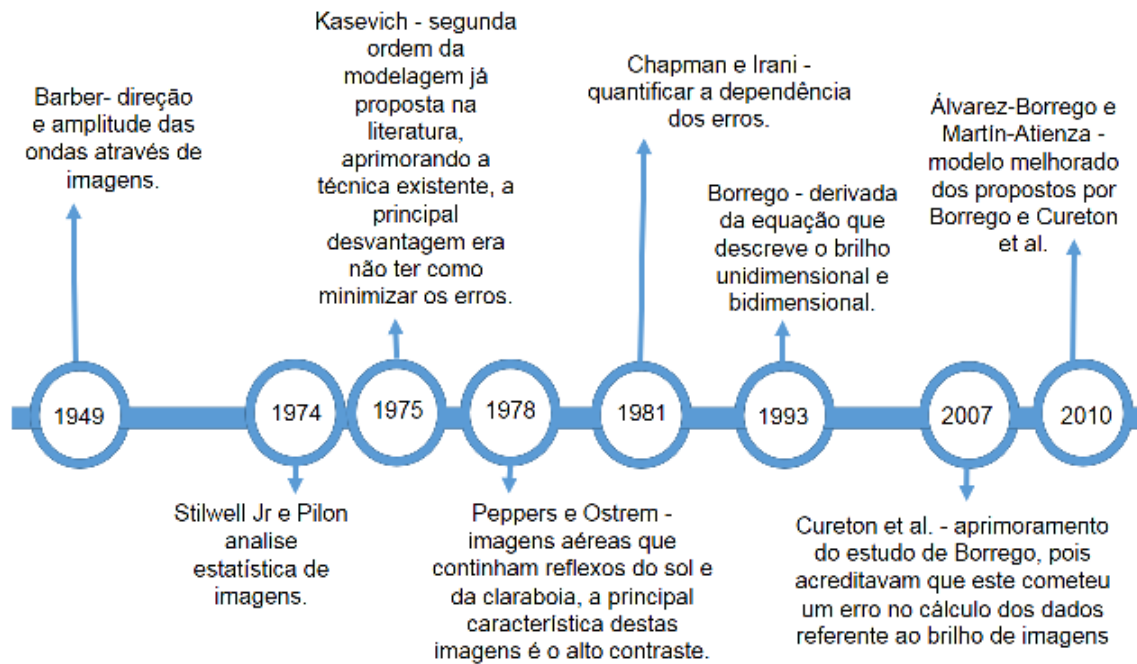
Os oceanos cobrem mais de 70% da superfície da terra, e as ondas de água são consideradas como a fonte natural mais promissora de energia renovável (MAHNAMEFAR; ALTUNKAYNAK, 2015). Com a crescente necessidade de produção de energia elétrica e a demanda de conversão de baixa custo ambiental, diversas pesquisas se voltaram a essa finalidade.

O uso de combustíveis fósseis pode causar consequências indesejáveis, tais como, o aquecimento global e as mudanças climáticas na natureza (MAHNAMEFAR; ALTUNKAYNAK, 2015). O Efeito-Estufa é um exemplo, pois ocasionam impactos ambientais alarmantes, como a elevação do nível do mar, o que vem afetar de forma direta todo o litoral do planeta, além disso, catástrofes naturais como cheias se tornaram mais comuns ao decorrer dos anos (VIEIRA, 2013).

A estimativa das correntes oceânicas é relevante pois são elas que controlam o transporte de sedimentos e a evolução costeira (LARNIER et al., 2014). Também é de grande importância para diversas atividades marítimas, como pesca e navegação, exploração mineral, engenharia costeira e oceânica devido a exploração de petróleo, construção civil, controle ambiental e atividades militares. A diretoria de Hidrografia e Navegação do Ministério da Marinha, Petrobrás, Portobrás demonstram interesse em pesquisas relacionadas as ondas do mar (POÇAS et al., 2010; NETO; INNOCENTINI; ROCHA, 1996).

Neste trabalho as características das ondas do mar serão analisadas através de imagens das mesmas. A seguir é apresentada uma linha do tempo conforme a Figura 1.1 onde a mesma retrata a evolução dos estudos das marés através de imagens.

Figura 1.1: Linha do tempo referente ao estudo das marés através de imagens.



Fonte: Dados da autora.

Em 1974, Stilwell e Pilon relacionaram as imagens analisadas estatisticamente com a inclinação da superfície do mar, relacionando diversos valores de irradiância com a função da imagem. Stilwell e Pilon (1974) também testaram a inclusão de escala geométrica, concluindo que o espectro de uma imagem da superfície do mar é linearmente proporcional ao espectro de inclinação da superfície. Os autores já mencionam o fato de a imagem poder ser processada, para obter um espectro de onda mais seguro, através da Transformada de Fourier (STILWELL; PILON, 1974).

O autor Borrego, realizou a derivada da equação que descreve o brilho unidimensional e bidimensional. Ele também encontrou a função de correlação da intensidade dos pixels de uma imagem, de maneira a contornar a descontinuidade causada pelo brilho do sol (BORREGO, 1993).

O estudo mais aprofundado de características de onda possibilita o levantamento de dados, tornando possível previsões sobre seu comportamento. Também verifica o potencial energético das ondas, levantando a alternativa de aproveitamento destas como energia renovável.

Estima-se que os 8 mil quilômetros de extensão litoral no Brasil podem receber usinas de ondas suficientes para gerar 87 gigawatts. Sendo assim deste total, 20% seriam convertidos em energia elétrica, equivalendo cerca de 17% da capacidade total instalada no País (AMAZONENSE, 2021).

O método mais conhecido na literatura para estudar padrões de onda é a Transformada de Fourier. Este estudo tem por objetivo modificar a técnica de Autocorrelação que já existe, apropriando-a para utilização em imagens e comparar esta, com os padrões de onda resultantes

da Transformada de Fourier. As imagens serão obtidas através de *Google Earth*, e serão coletadas de todas regiões do mundo, fazendo o georeferenciamento das mesmas através do próprio *Google Earth*. As imagens coletadas serão de regiões costeiras, sendo assim, serão imagens de ondas rasas.

As duas técnicas propostas nesse trabalho serão abordadas após a utilização da Transformada de Radon, a qual, possibilita projeções das imagens de forma a evidenciar toda sua informação. A Transformada de Fourier é utilizada para transformar a função de um sinal em um domínio de frequência, considerando que muitas informações valiosas encontram-se neste domínio. Dentre as diversas possibilidades de utilização da Transformada de Fourier, nesta pesquisa será abordada a Transformada Rápida de Fourier (FFT), que discretiza os dados contidos nas imagens, reduzindo a quantidade de dados.

O método de Autocorrelação mostra-se eficiente em vários campos de estudo, sendo assim buscou-se adaptar tal método nas manipulações de imagens digitais. O método de Autocorrelação aplicado à imagem possibilita a comparação entre pixels, ou seja, é possível comparar a imagem com ela mesma em tempos diferentes, desta forma, acredita-se que seja possível obter mais características sobre as imagens quando comparado com outras técnicas.

1.2 Objetivo Geral

- Aprimorar a técnica de Autocorrelação para detectar padrões de onda em imagens e comparar a proposta com técnicas conhecidas na literatura.

1.3 Objetivos Específicos

- Obter imagens do mar através da plataforma *Google Earth*;
- detectar padrões de onda utilizando a técnica convencional chamada Transformada Rápida de Fourier;
- implementar o novo método baseado em Autocorrelação;
- detectar padrões de onda utilizando a Autocorrelação;
- descrever comparação entre os métodos, avaliar quantitativamente o erro de cada método utilizando como padrão um conjunto de imagens.

1.4 Justificativa

O estudo de características de padrões de onda visa comparar os resultados da Transformada de Radon + Transformada de Fourier e Transformada de Radon + Autocorrelação. Partindo desta motivação o foco do trabalho foi tornar possível a utilização da técnica de Autocorrelação em imagens. Através desse estudo fica evidenciado qual a técnica mais acurada para

encontrar padrões de onda, como comprimento e orientação, levando em consideração que estas informações são do interesse de qualquer atividade marítima.

1.5 Seções do trabalho

Este trabalho irá evidenciar, dentre os métodos propostos, aquele que é mais acurado quando o intuito é encontrar padrões marítimos. Na seção 2 é possível situar-se perante os temas fundamentais que se relacionam ao conteúdo proposto por esse trabalho de pesquisa. Sendo este organizado em subseções, nas quais são descritas a representação matricial de imagens, o processamento de imagens, as características das ondas do mar, bem como as Transformadas propostas na literatura para detectar padrões de onda, sendo elas a Transformada de Radon e a Transformada de Fourier as quais são descritas em suas funções contínuas e discretas. E para finalizar a seção é descrita a técnica da Autocorrelação.

Na sequência, a seção 3 descreve os matérias e métodos abordados neste estudo para alcançar os objetivos descritos na subseção 1.2 e 1.3. A seção 4 descreve os resultados obtidos e a seção 5 descreve as conclusões bem como as perspectivas futuras sobre este estudo.

2 EMBASAMENTO TEÓRICO

Essa seção apresenta uma revisão da literatura, de maneira a relatar conceitos fundamentais para o entendimento do trabalho. Processamento de imagens, bem como a sua representação matricial e características das ondas são abordados. As Transformadas de Radon e Fourier e a técnica de Autocorrelação, proposta para averiguar padrões de onda, também são descritas nesta seção.

2.1 Sinais e imagens

Sinal é uma entidade que carrega informação, tal nomenclatura tem origem na palavra *signum* do latim, que significa símbolo. Sinais são captados da natureza, por meios tecnológicos, e estes são, mais tarde, transformados em um formato numérico permitindo a manipulação computacional. Essa manipulação computacional é feita através da decomposição de sinais do domínio de frequência e a técnica mais conhecida para realização desta finalidade é a Transformada de Fourier. Existem sinais sonoros, que são unidimensionais; imagens, bidimensionais, vídeos, tridimensionais e exames, como a tomografia, que são multidimensionais. Neste trabalho o sinal que irá ser estudado são as imagens, mais especificamente os pixels que a compõem (HIGUTI; KITANO, 2003).

Os sinais podem ser classificados como analógicos ou digitais. Os sinais analógicos são contínuos no tempo e na amplitude, já os sinais digitais se aplicam a sinais discretos do tempo e da amplitude. Um sinal contínuo possui infinitos valores em amplitude e no tempo, ou seja, é infinito nos dois eixos, da abscissa e da ordenada. Como é impossível manipular tantos dados, é realizado uma amostra com um sinal discreto, tem-se uma amostra controlada do sinal original. A informação da imagem no domínio transformado é representada de forma mais compacta (MELLO ELIAS, 2020).

2.1.1 Representação matricial de imagens

Inicialmente, é preciso estar claro que uma imagem é uma representação visual do mundo real em um plano bidimensional. Este é composto por números inteiros e independentes, que correspondem a medidas discretas da energia eletromagnética proveniente de uma área. Uma imagem fotográfica, por exemplo, pode ser representada matematicamente como a variação do brilho e da cor em função de duas variáveis no espaço.

Imagens podem ser compostas apenas por tonalidades de cinza, ou podem ser coloridas. O modelo de imagens coloridas mais conhecido é o RGB (*Red*, *Green*, *Blue*) composto pelas cores primárias vermelho (*Red*), verde (*Green*) e azul (*Blue*). Ajustando a intensidade individual de cada uma das três cores primárias é possível obter todas as outras cores do espectro da luz visível (SAÚDE, 2019).

Uma imagem pode ser representada por uma função discreta $f(i, j)$, na qual as coordenadas i

e j indicam um ponto na imagem, denominado de pixel (GONZALEZ; WOODS, 2009), na posição (i, j) da matriz são alocadas as coordenadas espaciais e A é a amplitude para os pares de coordenadas.

Pode-se retratar uma imagem através da representação matricial. Por exemplo, seja uma matriz I , representada por (SILVA; DUARTE; VILLARREAL, 2011):

$$I = (I_{i,j})_{m \times n}, \quad (2.1)$$

com i representando a linha e j a coluna do elemento. Então, tem-se:

$$I = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{21} & \dots & I_{1n} \\ I_{21} & I_{22} & \dots & I_{2n} \\ \vdots & \dots & \dots & \vdots \\ I_{m1} & I_{m2} & \dots & I_{mn} \end{bmatrix}.$$

2.1.2 Processamento de imagens

O processamento digital de imagens pode ser definido como o método de aquisição e processamento de informações visuais por um computador (UMBAUGH, 2010). A área de processamento de imagens é voltada a técnicas de manipulação de imagens, como ajuste de contraste, brilho, cor, e também a aplicação de filtros de aguçamento. Sistemas de processamento de imagens, atualmente, são utilizados nas mais variadas áreas, tanto em consultórios odontológicos como até mesmo em salões de beleza, nestes casos o cliente pode ver através de uma imagem manipulada como será o resultado do procedimento que deseja fazer (ALBUQUERQUE; ALBUQUERQUE, 2000).

O processamento de uma imagem consta em manipular fotografias ou quadro de vídeos através de softwares computacionais, nos quais a entrada e a saída desta manipulação são imagens. Processar uma imagem nada mais é do que modificá-la continuamente com o intuito de extrair mais facilmente as informações presentes nela (ALBUQUERQUE; ALBUQUERQUE, 2000).

Busca-se melhorar a qualidade de imagens por dois motivos em especial:

1. Melhorar a interpretação humana;
2. Melhorar o funcionamento de equipamentos que trabalham com base no reconhecimento de imagens.

O processamento de imagens ainda necessita de avanços tecnológicos para que se tenha uma melhor qualidade das mesmas. Segundo Gonzalez e Woods (2009), a visão é o sentido humano mais aguçado, desta forma, não é surpreendedor que as imagens tenham tanta importância na percepção humana.

Nesse trabalho o processamento de imagens foi utilizado para a realização da visão computacional, onde códigos computacionais fazem a detecção de objetos e podem entregar resultados

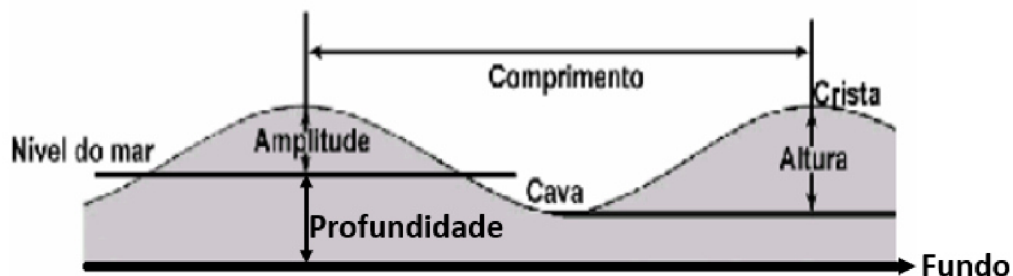
sobre os mesmos. É importante enfatizar que esse tratamento de imagens deve ser bem demarcado e direcionado através dos códigos.

2.2 Caracterização das ondas

A presente seção irá descrever características das ondas do mar, sendo elas o objeto de estudo realizado por meio de imagens.

Ondas podem ser definidas como um fenômeno de propagação de energia de um ponto a outro, sem que ocorra transporte de matéria (GOMES, 2003). A Figura 2.1 apresenta uma onda bidimensional com orientação e x .

Figura 2.1: Características gerais das ondas.



Fonte: Adaptado de (GOMES, 2003).

Conforme Gomes (2003):

- crista: o ponto mais elevado da onda;
- cava: a depressão entre duas cristas;
- altura (H): distância vertical entre o topo de uma crista e o fundo de uma cava vizinha;
- profundidade: distância vertical entre o nível e o fundo do mar;
- comprimento (λ): distância horizontal entre qualquer ponto de uma onda e o ponto correspondente da próxima onda;
- inclinação: razão entre a altura e o comprimento (H/λ);
- nível basal do mar: nível médio da superfície do mar na ausência de ondas;
- amplitude (A): deslocamento vertical máximo do nível basal do mar;
- período: tempo que um λ leva para passar por um ponto estacionário;

- velocidade: velocidade que uma onda passa por um ponto estacionário.

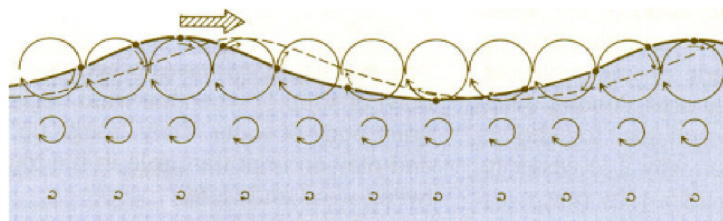
Os parâmetros fundamentais no que diz respeito à descrição das ondas são: comprimento (λ), altura da onda (H) e a profundidade, todos os outros parâmetros, tais como velocidades, aceleração podem ser teoricamente determinados a partir desses parâmetros cruciais (DEAN; DALRYMPLE, 1991).

As ondas observadas nos oceanos são ondas mecânicas produzidas pela força dos ventos, movimentos da crosta terrestre (terremotos e maremotos) e forças astronômicas (GOMES, 2003).

Devido à gravidade, cristas da superfície do mar são empurradas forçando a água para baixo, acarretando uma elevação do nível do mar na porção vizinha, esse movimento gera a propagação das ondas (GOMES, 2003; BARBER, 1969).

A velocidade da onda não é a velocidade da água. A água quebrando não vem do alto mar, ela já estava parada e a onda pôs essa água em movimento (BARBER, 1969). Uma onda pode percorrer grandes distâncias, porém as moléculas de água não vão a parte alguma. Elas simplesmente sofrem ondulações cíclicas, subindo e indo para frente com a aproximação da crista de onda e descendo e indo para trás após sua passagem (GOMES, 2003; TRUJILLO; THURMAN, 2011).

Figura 2.2: Ilustração do movimento das partículas de água com a passagem de uma onda.



Fonte: (GOMES, 2003).

O movimento orbital da água decresce com a profundidade. Numa profundidade maior que a metade do comprimento da onda, o movimento da onda torna-se desprezível, com as ondas tendo pouco efeito sobre o fundo e o fundo tendo pouco efeito sobre as ondas. Em águas rasas, a interação entre a água e o fundo desacelera as ondas e provoca movimento dos sedimentos de fundo (GOMES, 2003).

As ondas em mar aberto são mais difíceis de identificar, elas não possuem padrões como às vezes acontece nas regiões costeiras. Quanto mais profundo, menos se sente o movimento das ondas (BARBER, 1969). Chegando próximo às regiões costeiras, as ondas tornam-se mais exposta.

As ondas podem também ser formadas por movimentos da crosta terrestre, tal como maremotos, deslizamentos, vulcões, ou ainda por quedas de blocos de geleiras. Ondas geradas desse modo são denominadas tsunamis ou ondas sísmicas. Estas geralmente apresentam grande comprimento e pequena altura. Tipicamente, essas ondas têm 200 km de comprimento e 1 metro de altura (GOMES, 2003).

2.3 Transformadas integrais

Nem sempre apenas medidas de média, variância e desvio padrão são suficientes para obter características relevantes de um sinal. Através da discretização é alterado o domínio de um sinal, do tempo para frequência, ou vice-versa, possibilitando a escrita de um problema matemático como equação, facilitando a resolução do mesmo (SEMMLOW, 2011). A maneira mais conhecida de discretização é a aplicação de Transformadas integrais, muito utilizadas no processamento de sinais.

O presente estudo abordará o método de Transformada de Radon, que torna possível o estudo de um sinal em outros domínios, facilitando a filtragem de dados. Em seguida, é aplicada a Transformada de Fourier, sendo esta a técnica mais utilizada na literatura no processamento de sinais. Através das transformadas integrais determinam-se padrões de onda.

2.3.1 Transformada de Radon

A Transformada de Radon é uma técnica matemática de reconstrução de imagens revelada por Johann Radon em 1917 (ANDRADE, 2015). Essa técnica é amplamente utilizada na reconstrução ou no reconhecimento de estruturas internas de objetos, quando o objetivo é não danificar o mesmo, é excelente para realização de exames como tomografia. Atualmente já vem sendo empregada para estudos de exploração de petróleo e também no estudo de dinâmica das ondas perto da costa (ALMAR et al., 2014).

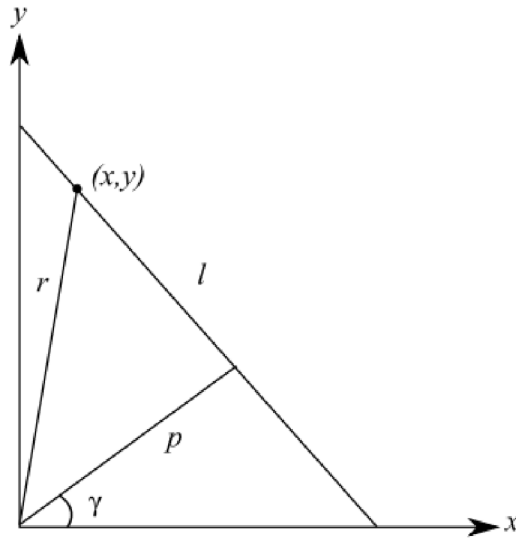
A Transformada de Radon torna possível o estudo de um objeto em novos domínios, facilitando a filtragem de dados. Com essa técnica calcula-se a projeção de uma função em um plano sobre um eixo ou uma linha reta, em um determinado ângulo (ANDRADE, 2015). Nesse trabalho será utilizada somente a Transformada de Radon bidimensional, no entanto, essa técnica pode ser aplicada em n -dimensões.

Conforme Oliveira (2010), a Transformada de Radon aplicada a um conjunto de linhas é definida por:

$$R(\rho, \gamma) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(r) db, \quad (2.2)$$

onde b representa o conjunto de linhas, ρ é a distância mínima entre uma determinada reta e a origem de um eixo cartesiano e γ é o ângulo formado entre o eixo x e o ponto mais próximo sobre a reta l . Na Figura 2.3, r é um vetor de posição qualquer em (x, y) .

Figura 2.3: Representação esquemática da Transformada de Radon para um ângulo γ dada a equação da reta $\rho = x \cos \gamma + y \sin \gamma$.



Fonte: (OLIVEIRA, 2010).

Considerando que a função $f(x, y)$ seja alimentada por raios paralelos, a sua imagem $R(s, \emptyset)$ será obtida através da seguinte equação:

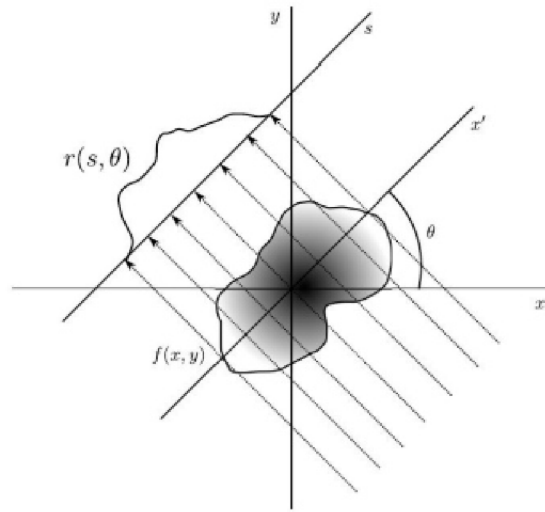
$$R(s, \emptyset) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) \delta(s - x \cos \emptyset - y \sin \emptyset) dx dy, \quad (2.3)$$

sendo que δ é a função delta de Dirac, s representa a distância da origem e $\emptyset$ o ângulo de propagação dos raios. Percebe-se que esta equação é a mesma que (2.2). Devido à propriedade de delta Dirac e a equação de linha l ser dada por p , a integral dupla que compõe essa equação, poderia ser reduzida para uma integral de linha, tornando-se novamente a equação (2.2) (OLIVEIRA, 2010). A equação (2.3) indica que a Transformada de Radon de uma função $f(x, y)$ é definida como uma série de integrais de linha ao longo de $f(x, y)$ em diferentes pontos a partir da origem (ANDRADE, 2015).

A Transformada de Radon $R(\rho, \gamma)$ é definida para todos valores possíveis para $\emptyset$ de 0° à 180° e s , de 0 ao comprimento da diagonal. Ela irá girar um par de eixos cartesianos no sentido anti-horário em relação ao eixo fixo de cada matriz e associar esta rotação a um determinado ângulo α (OLIVEIRA, 2010). Quando o ângulo é tal que a região de máxima correlação alinha-se com o eixo, o ângulo α^* é maximizado (OLIVEIRA, 2010).

Aplicações computacionais não são trabalhadas com funções contínuas, então a aplicação da Transformada de Radon sempre se dará de maneira discretizada. No caso discreto de duas dimensões $f(x, y)$ a equação (2.3) representa uma matriz de imagem discreta e R é conhecida apenas para um número finito de amostras $(s, \emptyset)$ (DOMÍNGUEZ et al., 2016).

Figura 2.4: Geometria da Transformada de Radon.

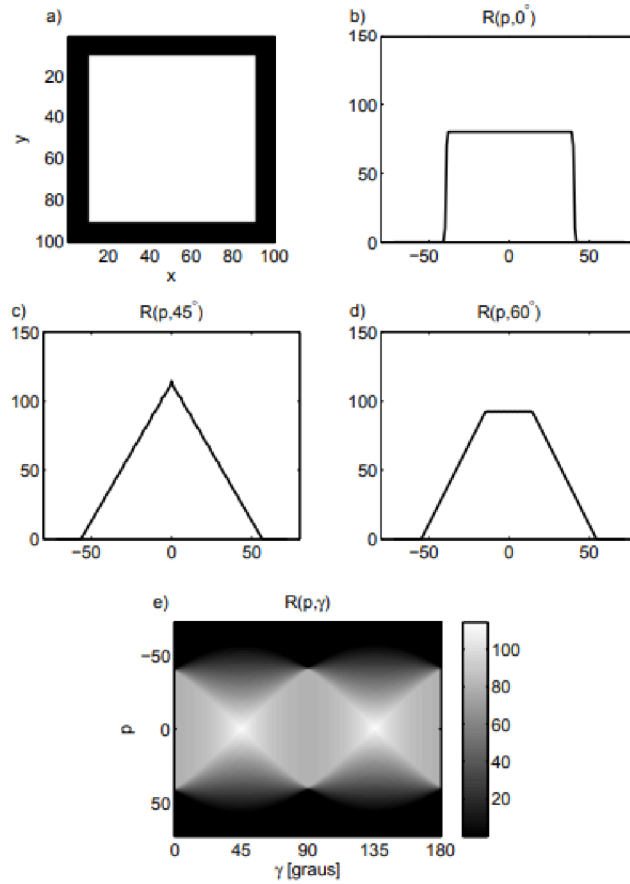


Fonte: (ANDRADE, 2015).

A equação (2.3) e a Figura 2.4 são utilizadas apenas em projeções lineares. Porém, as integrais de linha, podem seguir diferentes tipos de curva (ANDRADE, 2015). Na Figura 2.4 pode ser observado que as coordenadas de uma função definida no espaço de Radon não possuem um sistema de coordenadas polares circular e sim um sistema próprio de coordenadas (VERÍSSIMO, 2006).

A Figura 2.5 mostra a Transformada de Radon quando aplicada a imagens. A primeira, Figura 2.5 a), refere-se a uma matriz binária quadrada $f(x, y)$ da equação (2.3). Já as Figuras 2.5 b), c) e d) ilustram a matriz dada em a) rotacionada nos ângulos 0° , 45° e 60° . A reta l mencionada na Figura 2.3 é responsável por definir a orientação da integral de linha. A Figura 2.5 e) ilustra a matriz binária inicial rotacionada no intervalo de ângulos de 0° à 180° (OLIVEIRA, 2010).

Figura 2.5: Transformada de Radon aplicada a imagens.



Fonte: (OLIVEIRA, 2010).

A Transformada de Radon causa uma variabilidade nos cantos das matrizes quando rotacionadas (OLIVEIRA, 2010), para suavizar essa variabilidade no presente trabalho a suavização da variabilidade se deu mantendo a rotação da imagem entre 80° e -80° .

2.3.2 Transformada de Radon discretizada

Conforme Andrade (2015), os arranjos temporais e espaciais são dados pelas seguintes equações:

$$t_i = (i - t)\Delta t \quad i = 1, \dots, Nt, \quad (2.4)$$

$$x_j = x_0 + (j - 1)\Delta x \quad j = 1, \dots, Nx, \quad (2.5)$$

onde t_i é o valor da i -ésima amostra em tempo, Δt é a taxa de amostragem temporal e Nt é o número de amostras em tempo. No espaço, x_j representa o afastamento do j -ésimo receptor em relação à fonte, x_0 é o afastamento mínimo entre fonte e receptor. Δx é o espaçamento entre os receptores e Nx é o número de receptores ou canais. Nq é a faixa de valores de curvatura,

considerando $Nq = (2N_x - 1)$, afim de obtermos um eixo simétrico, com um número ímpar de valores de curvatura e $q = 0$ no centro. Dessa forma, a equação (2.3) torna-se um somatório discreto, conforme equação (2.6) (ANDRADE, 2015).

$$m(q_n, r) = \sum_{j=1}^{N_x} d(x_j, t = \tau + q_n \phi(x_j)) \quad x = 1, \dots, Nq, \quad (2.6)$$

$$\tilde{d}(x_j, t) = \sum_{n=1}^{N_q} m(q_n, \tau = t - q_n \phi(x_j)) \quad j = 1, \dots, Nx, \quad (2.7)$$

A função base $\phi(x_j)$ representa a relação existente entre o eixo e o período que se deseja mapear.

2.3.3 Séries de Fourier

Além de desempenhar um papel fundamental na solução das equações diferenciais, as séries de Fourier também têm uma grande importância na teoria de aproximação. As séries de Fourier são muito utilizadas para resolver problemas de contorno.

Definições e Teoremas apresentados nesta subseção tem como base (SPIEGEL, 1976).

Definição 2.1. *Seja $f(x)$ definida no intervalo $(-L, L)$ e determinada fora desse intervalo por $f(x + 2L) = f(x)$, isto é, suponhamos $f(x)$ periódica, no período $2L$. Define-se a série de Fourier, ou desenvolvimento de Fourier, de $f(x)$, como:*

$$f(x) \approx \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{n\pi x}{L} + b_n \sin \frac{n\pi x}{L} \right), \quad (2.8)$$

se $f(x)$ convergir.

Levando em consideração que o período é de $2L$, os coeficientes são dados por:

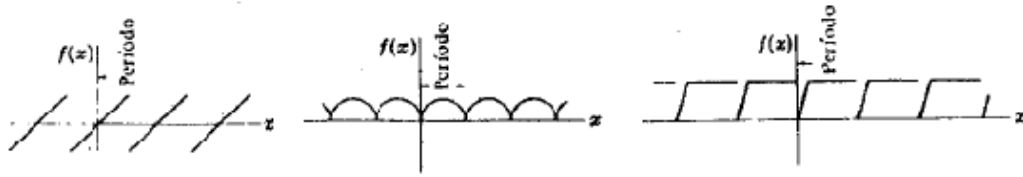
$$\begin{cases} a_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) \cos \frac{n\pi x}{L} dx \\ b_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) \sin \frac{n\pi x}{L} dx \end{cases} \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.9)$$

Definição 2.2. *Diz-se que uma função $f(x)$ é seccionalmente contínua em um intervalo se*

1. *o intervalo pode ser subdividido em um número finito de subintervalos em cada um dos quais $f(x)$ é contínua e,*
2. *os limites laterais de $f(x)$, quando x tende para os pontos externos desses subintervalos, são finitos.*

Para uma melhor compreensão, a Figura 2.6 representa a continuidade da função, sendo que a primeira e última função são seccionalmente contínuas e a segunda é apenas contínua.

Figura 2.6: Continuidade da função.



Fonte: (SPIEGEL, 1976).

Teorema 2.1. *Condições de Dirichlet: Suponhamos que,*

1. $f(x)$ seja definida exceto possivelmente em um número finito de pontos de $(-L, L)$;
2. $f(x)$ seja periódica de período $2L$;
3. $f(x)$ e $f'(x)$ sejam seccionalmente contínuas em $(-L, L)$.

Então a série de Fourier converge para:

1. $f(x)$, se x é ponto de continuidade;
2. $\frac{f(x+0)+f(x-0)}{2}$ se x é ponto de descontinuidade.

Uma vez satisfeitas as condições do Teorema 2.1, pode-se escrever:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{n\pi x}{L} + b_n \sin \frac{n\pi x}{L} \right), \quad (2.10)$$

para toda função de x contínua. Caso a função de x não seja contínua no lado esquerdo da igualdade deve ser substituído por $\frac{f(x+0)+f(x-0)}{2}$ fazendo com que a série convirja para a média dos valores $f(x+0)$ e $f(x-0)$. Quando 1, 2 e 3 são satisfeitas a convergência está garantida, quando não satisfeitas a série poderá convergir ou não.

2.3.4 Transformada de Fourier

A Transformada de Fourier é utilizada em diversos campos da Física e da Matemática. Segundo Júnior et al. (2014), ela é utilizada na teoria da probabilidade, modelos estocásticos, codificações de fonte e de controle de erros, útil no processamento de sinais e imagens, na análise de estruturas, entre outros. Referindo-se ao processamento digital de imagens, a Transformada de Fourier é empregada na decomposição de matrizes com imagens em suas respectivas versões no domínio da frequência (GONZALEZ; WOODS, 2009). Porém, muitas vezes, para que os ajustes sejam feitos da maneira como planejada, é necessário a interferência humana, através de códigos computacionais desenvolvidos conforme o intuito da intervenção. Destaca-se que, excepcionalmente, assume-se i como sendo $\sqrt{-1}$ nesta seção, bem como nas seções 2.3.5 e 2.3.6.

A Transformada de Fourier consta em uma versão contínua da série, onde as funções periódicas “mais complexas”, podem ser escritas como o somatório de ondas “mais simples” do ponto de vista matemático, representadas por senos e cossenos. A Transformada de Fourier é encontrada através de um número infinito de frequências. Em ondas sonoras, a frequência define variações da onda em um certo intervalo de tempo, já na manipulação de imagens, frequência define a variação de intensidades dadas pelos pixels em uma certa região. A série de Fourier pode ser definida apenas para sinais contínuos e periódicos, para sinais que não são periódicos utiliza-se a Transformada de Fourier (MELLO ELIAS, 2020).

A Transformada de Fourier decompõe uma função temporal, ou um sinal, em seus componentes no domínio da frequência (HESS et al., 1976; MELLO ELIAS, 2020).

As definições e teoremas a seguir baseiam-se em Spiegel (1976) e Kreyszig (2009).

A partir da definição de Série de Fourier, obtém-se a integral de Fourier. O teorema integral de Fourier estabelece que:

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} [A(\alpha) \cos \alpha x + B(\alpha) \sin \alpha x] d\alpha, \quad (2.11)$$

onde

$$\begin{cases} A(\alpha) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \cos \alpha x dx \\ B(\alpha) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \sin \alpha x dx. \end{cases} \quad (2.12)$$

O teorema da integral de Fourier também pode ser escrito na forma equivalente:

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\alpha x} d\alpha \int_{-\infty}^{\infty} f(u) e^{-i\alpha u} du. \quad (2.13)$$

A equação (2.13) também é conhecida como equação de análise. A Transformada de Fourier é, então, definida como:

$$F(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} f(u) e^{-i\alpha u} du. \quad (2.14)$$

A função (2.15) é a Transformada inversa de (2.14). Essa função possibilita estabelecer uma relação do domínio da frequência com o domínio no tempo e pode ser escrita como,

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\alpha) e^{i\alpha x} d\alpha. \quad (2.15)$$

Os sinais não periódicos de tempo contínuo podem detectar frequências e representar qualquer função integrável através da Transformada contínua de Fourier. Por vezes, também é desejado reduzir o domínio a um determinado intervalo, isso é realizado através da Transformada discreta de Fourier, foco principal deste trabalho.

2.3.5 Transformada discreta de Fourier

A Transformada Rápida de Fourier (em inglês *Fast Fourier Transform*, ou FFT) é um algoritmo eficiente para calcular a Transformada discreta de Fourier (TDF) e sua inversa. Segundo

Puhlmann (2014), a Transformada discreta de Fourier facilita os cálculos computacionais. Já a Transformada integral é mais útil para problemas de dependência espacial.

As equações descritas nesta subseção foram retiradas de Fisher et al. (1996), Kreyszig (2009) e Mello Elias (2020).

A Transformada discreta de Fourier é composta por quatro operações descritas pelo autor Schwartzbach (2015):

1. a amostragem, que consiste em tomar amostras de um sinal contínuo;
2. a filtragem anti-falseamento, que consiste em tomar um intervalo de comprimento finito da Transformada de Fourier de um sinal;
3. o janelamento, que consiste em tomar um sinal de duração finita em um sinal de duração infinita;
4. e a operação de periodificação, que consiste em tomar amostras da Transformada de Fourier de um sinal.

A Transformada discreta de Fourier é dada pela equação (2.16):

$$X[m] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{\frac{-i2\pi mn}{N}}, \quad (2.16)$$

onde $x[n]$ é uma sequência periódica. A equação (2.16) é utilizada para sinais discretos e periódicos. A Transformada inversa é dada por:

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} X[m] e^{\frac{i2\pi mn}{N}}. \quad (2.17)$$

Se $x[n]$ é periódica, existem um período Q de repetições, tal que:

$$x[n] = x[n + rQ], \forall r \in \mathbb{R}. \quad (2.18)$$

Sinais discretos e não periódicos utilizam TDF. A Transformada de Fourier padrão, representada em (2.14), serve apenas para análise de sinais contínuos não periódicos.

A TDF unidimensional tem N^2 complexidade computacional. Isso pode ser reduzido à $N \log_2 N$ se for empregada a Transformada Rápida de Fourier para executar o cálculo das TDFs unidimensionais. Segundo Fisher et al. (1996), ela apresenta um melhor aguçamento para imagens grandes. De forma geral, as TDFs limitam o tamanho de entrada de imagens que podem ser transformadas, geralmente para $N = 2^n$, onde n é um número inteiro.

Neste trabalho, para fins de comparação, a Transformada Rápida de Fourier será utilizada. As vantagens desta Transformada é que nela a imagem de saída possui valores reais e ela promove uma transformação Rápida, sua utilização tem objetivo de reduzir a quantidade de dados necessária para armazenar uma imagem. Essa Transformada permite descartar coeficientes que codificam os componentes de alta frequência, nos quais a visão humana se mostra muito

sensível. Em outras palavras pode-se dizer que a quantidade de dados pode ser reduzida sem afetar seriamente a aparência da imagem perante a visão humana.

2.3.6 Aplicação da Transformada de Fourier em imagens

A imagem resultante da Transformada de Fourier possui valores numéricos complexos, estes podem ser reproduzidos com duas imagens, são elas: parte real e imaginária ou com magnitude e fase. Muitas vezes, apenas a magnitude da Transformada é exibida (FISHER et al., 1996). Utilizada também para realizar análise em imagens, filtrar e reconstruí-las. Essa Transformada é empregada também para acessar características geométricas da imagem do domínio espacial, tornando o domínio de frequência capaz de evidenciar características que não podem ser vistas no domínio espacial. A imagem de saída é chamada de domínio de Fourier ou frequência e a imagem de entrada é o domínio espacial (HESS et al., 1976).

A maior parte da informação de uma imagem está presente nas componentes de baixa frequência, então as componentes de alta frequência revelam pouca informação sobre a imagem. São os detalhes como contorno, ou qualquer transição repentina de nível de cinza que causam a alta frequência. Portanto, utilizando um filtro passa baixa obtém-se como resultado uma imagem menos aguçada, acontece uma perda de detalhes que são os causadores das altas frequências.

A Transformada de Fourier é um importante operador matemático que pode ser utilizado para realizar a interpretação de um sinal como a contribuição de componentes senoidais de diferentes frequências (HESS et al., 1976). Quando uma imagem é corrompida por padrões senoidais é possível destacar que as componentes de frequência, que geram interferências, normalmente aparecem como impulsos no espectro de Fourier. Esses impulsos são sempre encontrados na forma de conjugados complexos simétricos (NEVES; MEDEIROS BRITO JUNIOR; MOTTA PIRES, 2016).

Nas imagens digitais, os pixels não são contínuos, como em ondas de luz e de som na vida real, assim pode-se dizer que elas são discretas. A Transformada discreta de Fourier é uma amostra das frequências que formam determinada imagem, através dessa amostra é possível descrever completamente a imagem do domínio espacial. Imagens do domínio espacial e de Fourier são do mesmo tamanho, pois o número de frequências corresponde ao número de pixels na imagem de entrada (FISHER et al., 1996).

A TDF bidimensional é dada por levando em consideração uma imagem quadrada (FISHER et al., 1996):

$$F(k, l) = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} f(i, j) e^{-i2\pi(\frac{ki}{N} + \frac{lj}{N})}, \quad (2.19)$$

onde $f(i, j)$ denota a imagem no domínio espacial e o termo exponencial é a função de base correspondente a cada ponto $f(k, l)$. Cada ponto é obtido a partir do somatório do produto. O ponto $F(0, 0)$ representa o brilho médio da imagem, e $F(N - 1, N - 1)$ representa a frequência

mais alta. Padrões de onda podem ser representados por funções básicas como seno e cosseno com frequências crescentes. A imagem resultante, ou seja, a imagem domínio de Fourier é decomposta em seus componentes senoidais, facilitando o processamento da imagem e a interpretação da frequência da mesma, influenciando a estrutura geométrica no domínio espacial. A imagem fica centrada no ponto médio $F(0,0)$, e quanto maior a distância entre um ponto qualquer e o ponto médio $F(0,0)$ da imagem, mais alta será a frequência (FISHER et al., 1996).

2.4 Correlação e Autocorrelação

Nesta seção é descrita a técnica de Autocorrelação, a qual, será modificada e adaptada para ser utilizada em imagens correspondentes as ondas do mar, a fim de obter padrões das mesmas. Acredita-se que através dela os resultados sejam mais acurados quando comparado com as técnicas já existentes na literatura.

2.4.1 Correlação entre duas variáveis

Esta subseção será descrita com base nas informações de Monteiro et al. (2004); Morettin e Toloi (2006); Semmlow (2011) e Hyndman e Athanasopoulos (2018).

Previsões são úteis em vários campos de trabalho, por exemplo, para decidir construir uma usina de geração de energia em um determinado local, é de extrema relevância ter conhecimento sobre este local. Elas podem ter base em análises de anos, e também de minutos de antecedência. Também podem ser simples, usando apenas uma observação mais recente, este é chamado de método ingênuo, ou altamente complexos, como previsões através de redes neurais. Destaca-se sua importância para um planejamento ser bem-sucedido, porém esse planejamento depende de vários fatores: o quanto se conhece os fatores contribuintes, a quantidade de dados disponíveis e, também, se as previsões podem afetar o que se está tentando prever. Todo ambiente sofre modificações e um bom modelo de previsão deve ser sensível a estas mudanças.

Muitas vezes para encontrar previsões é realizado o cálculo de coeficientes de correlação. Esse método deve medir a relação linear entre duas variáveis, ou em palavras mais simples, a correlação busca expressar o quanto uma variável é dependente da outra. Hyndman e Athanasopoulos (2018) definem o coeficiente de correlação como:

$$C = \frac{\frac{1}{v} \sum_1^v (x_t - \bar{x})(y_t - \bar{y})}{\sqrt{\frac{1}{v} \sum_1^v (x_t - \bar{x})^2} \sqrt{\frac{1}{v} \sum_1^v (y_t - \bar{y})^2}}, \quad (2.20)$$

onde x e y são as variáveis e C é a correlação entre elas. O coeficiente v representa o tamanho do vetor, lembrando que este é composto por amostras ou pixels. As variáveis x_t e y_t representam o pixel resultante da imagem original rotacionada. Já $\bar{x}$ e $\bar{y}$ representam as médias de todas amostras.

A correlação linear normalizada por desvios padrão é descrita pela seguinte função:

$$CorC_{normalizad} = \frac{r_{xy}}{\sqrt{\sqrt{\frac{1}{v} \sum_1^v (x_t - \bar{x})^2} \sqrt{\frac{1}{v} \sum_1^v (y_t - \bar{y})^2}}}. \quad (2.21)$$

2.4.2 Autocorrelação

Autocorrelação pode ser descrita como um aprendizado de máquina com uma sequência fixa de observações. Segundo Foster e Brown (2015), ela é frequentemente ignorada e quando é abordada por muitas vezes é mal interpretada. Outra percepção que pode-se ter é que ela mostra como o sinal correlaciona-se com as porções vizinhas de si mesmo, conforme o deslocamento aumenta, o sinal é comparado com vizinhos mais distantes (SEMMLOW, 2011). Essa técnica é utilizada para determinar quanto um valor observado é dependente dos valores desta mesma variável nas localizações vizinhas desta região (MONTEIRO et al., 2004), por exemplo, o quanto a existência de um valor mais alto condiciona valores também altos de seus vizinhos.

A Autocorrelação é utilizada nas análises de séries temporais e pode ser utilizada em dados espaciais. Sua definição é dada por $C(S, l)$ e a mesma mensura a relação linear dos valores de uma série considerando um atraso (*lag*), conforme a equação (2.22), dado um parâmetro de atraso l constante e S sendo um sinal $S = S_1, S_2, \dots, S_n$ (HYNDMAN; ATHANASOPOULOS, 2018).

$$C(S, l) = \frac{\sum_{t=l+1}^T (y_t - \bar{y})(y_{(t-l)} - \bar{y})}{\sum_{t=1}^T (y_n - \bar{y})^2}. \quad (2.22)$$

Quando se trata de uma série ordenada no tempo, a Autocorrelação representa a relação entre cada valor da série em um momento t , e o valor correspondente na mesma série atrasado em l unidades de tempo ($t - l$). Neste caso, y_t representa uma grandeza associada a coordenada t no espaço, enquanto $(y_t - l)$ é o valor da mesma grandeza, medida a uma distância l em relação coordenada t . Esse atraso pode ser modificado diversas vezes, até que seja possível observar maior correlação entre eles.

No caso de não existir atraso, ou seja, com $l = 0$, a Autocorrelação é máxima, com o valor de $C(S, l) = 1$. É possível verificar substituindo 0 em l na equação (2.22).

$$C(S, l) = \frac{\sum_{t=0+1}^T (y_t - \bar{y})(y_{(t-0)} - \bar{y})}{\sum_{t=1}^T (y_n - \bar{y})^2}. \quad (2.23)$$

$$C(S, l) = \frac{\sum_{t=1}^T (y_t - \bar{y})(y_{(t)} - \bar{y})}{\sum_{t=1}^T (y_n - \bar{y})^2}. \quad (2.24)$$

$$C(S, l) = \frac{\sum_{t=1}^T (y_n - \bar{y})^2}{\sum_{t=1}^T (y_n - \bar{y})^2} = 1. \quad (2.25)$$

para

$$\sum_{t=1}^T (y_n - \bar{y})^2 \neq 0. \quad (2.26)$$

Quando os dados são sazonais, as Autocorrelações serão maiores para as defasagens sazonais (em múltiplos da frequência sazonal) do que para outras defasagens. Quando os dados têm uma tendência, as Autocorrelações para pequenos atrasos tendem a ser grandes e positivas, porque as observações próximas no espaço também são próximas em intensidade dos pixels (HYNDMAN; ATHANASOPOULOS, 2018).

Seja uma função periódica qualquer $g(x)$ com período L , tal que $g(x \pm qL) = g(x)$, $q = 0, 1, 2, \dots$. Dado um período de amostragem ς , obtém-se então, utilizando incrementos constantes a partir de uma referência $x = 0$, um domínio discreto com n valores $T = \varsigma, 2\varsigma, \dots, n\varsigma$. A partir deste domínio pode ser calculada uma série $S = s_1, s_2, \dots, s_n$ utilizando a função g .

$$S = s_1, s_2, \dots, s_n = g(\delta), g(2\varsigma), \dots, g(n\varsigma). \quad (2.27)$$

Os valores ótimos de atraso (lag), que levam a máximos locais de Autocorrelação da série S em (2.27) podem ser obtidos. Um primeiro valor ótimo ocorre, de modo trivial, com o atraso $l = 0$, conforme já mostrado em (2.26) que leva a $C(S, l) = 1$. Verifica-se o valor do atraso corresponde ao próximo período L da função $g(x)$ também pode levar a uma Autocorrelação máxima, como seria razoável supor. Ou seja, para um valor de atraso correspondente à quantidade de períodos de amostragem em L , ou seja, $l = \frac{L}{\varsigma}$ (admitindo-se que $\frac{L}{\varsigma}$ resulta um número inteiro), vamos verificar que a Autocorrelação de respectiva série discreta também se aproxima de 1.

Seja:

$$C(S, l)_{\frac{S}{\varsigma}} = \frac{\sum_{t=\frac{L}{\varsigma}+1}^T (y_t - \bar{y})(y_{(T-\frac{L}{\varsigma})} - \bar{y})}{\sum_{t=1}^T (y_n - \bar{y})^2}, \quad (2.28)$$

a Autocorrelação da série S com um atraso dado por $l = \frac{L}{\varsigma}$. Substituindo em (2.28) os valores de S dados em (2.27) obtém-se:

$$C(S, l)_{\frac{S}{\varsigma}} = \frac{\sum_{t=\frac{L}{\varsigma}+1}^T (g(t\varsigma) - \bar{y})(g((t - \frac{L}{\varsigma})\varsigma) - \bar{y})}{\sum_{t=1}^T (g(t\varsigma) - \bar{y})^2}, \quad (2.29)$$

$$C(S, l)_{\frac{S}{\varsigma}} = \frac{\sum_{t=\frac{L}{\varsigma}+1}^T (g(t\varsigma) - \bar{y})(g(t\varsigma - L) - \bar{y})}{\sum_{t=1}^T (g(t\varsigma) - \bar{y})^2}. \quad (2.30)$$

Da definição da função periódica g tem-se que $g(t\varsigma - L) = g(t\varsigma)$. Substituindo em (2.30) resulta em:

$$C(S, l)_{\frac{S}{\varsigma}} = \frac{\sum_{t=\frac{L}{\varsigma}+1}^T (g(t\varsigma) - \bar{y})(g(t\varsigma) - \bar{y})}{\sum_{t=1}^T (g(t\varsigma) - \bar{y})^2}, \quad (2.31)$$

$$C(S, l)_{\frac{S}{\varsigma}} = \frac{\sum_{t=\frac{L}{\varsigma}+1}^T (g(t\varsigma) - \bar{y})^2}{\sum_{t=1}^T (g(t\varsigma) - \bar{y})^2}, \quad (2.32)$$

$$C(S, l)_{\frac{L}{\varsigma}}^S = \frac{\sum_{t=1}^T (g(t\varsigma) - \bar{y})^2 - \sum_{t=1}^{\frac{L}{\varsigma}} (g(t\varsigma) - \bar{y})^2}{\sum_{t=1}^T (g(t\varsigma) - \bar{y})^2}. \quad (2.33)$$

Simplificando-se,

$$C(S, l)_{\frac{L}{\varsigma}}^S = 1 - \frac{\sum_{t=1}^{\frac{L}{\varsigma}} (g(t\varsigma) - \bar{y})^2}{\sum_{t=1}^T (g(t\varsigma) - \bar{y})^2}. \quad (2.34)$$

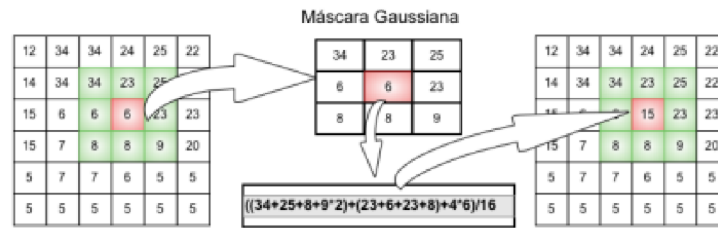
Pode-se perceber que a Autocorrelação corresponde ao atraso dado por L aproxima-se constantemente do valor máximo 1 com o aumento da quantidade de amostras n tomadas da função:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} C(S, l)_{\frac{L}{\varsigma}}^S = \lim_{n \rightarrow \infty} = 1 - \frac{\sum_{t=1}^{\frac{L}{\varsigma}} (g(t\varsigma) - \bar{y})^2}{\sum_{t=1}^T (g(t\varsigma) - \bar{y})^2} = 1 - 0 = 1. \quad (2.35)$$

2.5 Filtro Gaussiano

Um filtro pode gerar maior sensibilidade ou suavizar (“*smoothing*”) o ruído de um sinal. Quando o sinal é suavizado componentes de alta frequência são eliminados e os componentes de baixa frequência são mantidos, por isso também é conhecido como filtro passa-baixa (LACERDA, 2015). Um exemplo é o Filtro Gaussiano, o qual será abordado nesse trabalho, seu funcionamento acontece através da substituição dos valores de cada pixel, em particular, pela soma dos níveis de cinza de sua vizinhança, como pode ser visto na Figura 2.7. A soma acontece de maneira a designar pesos conforme a distribuição Gaussiana. O peso atribuído a um pixel da vizinhança diminui conforme a distância entre tal pixel e o pixel central esteja aumentando (LACERDA, 2015).

Figura 2.7: Representação do filtro Gaussiano com $kernel\ 3 \times 3$.



Fonte: (SARAIVA, 2018).

Ruído é uma informação indesejada, que em imagens podem ser gerados por uma variação de brilho devido a presença de pixels corrompidos. Ruído Gaussiano é um ruído estatístico que tem uma função de densidade e de probabilidade, formado pela má iluminação, por altas temperaturas ou problemas na transmissão da imagem, deixando-a até mesmo extremamente danificada (KLEIN; GALLAGER, 2001).

Na filtragem de ruído a equação (2.36) é assumida (MAFI et al., 2019).

$$S(x) = F(x) + N(x), \quad (2.36)$$

sendo $S(x)$ o sinal observado e também o sinal ruidoso, $F(x)$ é o sinal original e $N(x)$ é o ruído aditivo em uma base de pixels.

Neste trabalho será abordado apenas o filtro Gaussiano unidimensional, pois os dados da imagem serão transformados em um vetor. A equação (2.37) demonstra o filtro Gaussiano unidimensional (DENG; CAHILL, 1993):

$$G(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \frac{-(x^2)}{2\sigma^2}, \quad (2.37)$$

onde $G(x)$ representa o filtro Gaussiano no domínio da frequência, σ é o parâmetro da distribuição gaussiana, σ^2 representa a variância e x se refere a distância em relação ao pixel considerado.

O ângulo determinado por σ parametriza por consequência o grau de suavização, ou seja, um σ maior implica numa suavização mais ampla. Essa função é usada como filtro de suavização e é simétrica radialmente, ou seja, o nível de suavização aplicado é o mesmo em todas as direções da imagem (GONZALEZ; WOODS, 2009).

Uma das maneiras que o filtro Gaussiano funciona é adaptando-se às características locais da imagem em processo. Dessa forma, diferentes partes de uma imagem devem ser suavizadas de maneira diferente, levando em conta o grau do ruído (DENG; CAHILL, 1993).

A filtragem gaussiana de um sinal $F(x)$ descrito por $F_g(x)$ é dada por (HODSON; THAYER; FRANKLIN, 1981):

$$F_g(x) = F(x) + \frac{F''(x)}{2}\sigma^2 + \dots + \frac{F^{(2m)}(x)}{\prod_{p=1}^m 2p}\sigma^{2m} + \dots, \quad (2.38)$$

onde $m = 1, 2, \dots$, $F''(x)$ é a segunda derivada de $F(x)$ e $F^{(2m)}(x)$ é a derivada de ordem $2m$ de $F(x)$.

Omitindo os termos de ordem superior, a equação (2.38) pode ser aproximada por (DENG; CAHILL, 1993):

$$F_g(x) = F(x) + \frac{F''(x)}{2}\sigma^2, \quad (2.39)$$

onde $F_g(x)$ representa o filtro Gaussiano aplicado a um sinal $F(x)$.

A variância do filtro Gaussiano é dada por (DENG; CAHILL, 1993):

$$\sigma^2(x) = \frac{2\epsilon}{|F''(x)|}, \quad (2.40)$$

onde ϵ é o erro pré definido devido a utilização do filtro Gaussiano. O erro é dado por: $|F_g(x) - F(x)| \leq \epsilon$.

Uma suposição adicional é que $N(x)$ não está correlacionado com $F(x)$. Aplicando o filtro Gaussiano a esse sinal e considerando o resultado da equação (2.39) obtém-se a seguinte equação:

$$\hat{S}(x) = G(x) \times S(x), \quad (2.41)$$

$$\approx F(x) + \frac{F''(x)\sigma^2}{2} + G(x) \times N(x). \quad (2.42)$$

Pode ser visto na equação (2.42) que para minimizar a distorção devido o segundo termo, a variância deve ser a menor possível. Já para suavizar o ruído conforme indicado no terceiro termo, a variância deve ser a maior possível. Dessa forma, o problema na filtragem Gaussiana pode ser formalizado como a escolha adaptativa da variância para atender a tais requisitos conflitantes (DENG; CAHILL, 1993).

3 MATERIAIS E MÉTODOS

O presente estudo foi realizado a partir de 100 imagens coletadas na plataforma *Google Earth*, imagens semelhantes a Figura 3.1. Destaca-se que as informações latitudinais foram coletadas no mesmo momento em que as imagens, sendo assim o georreferenciamento foi feito através da plataforma *Google Earth*.

Figura 3.1: Captura de imagem composta por ondas.



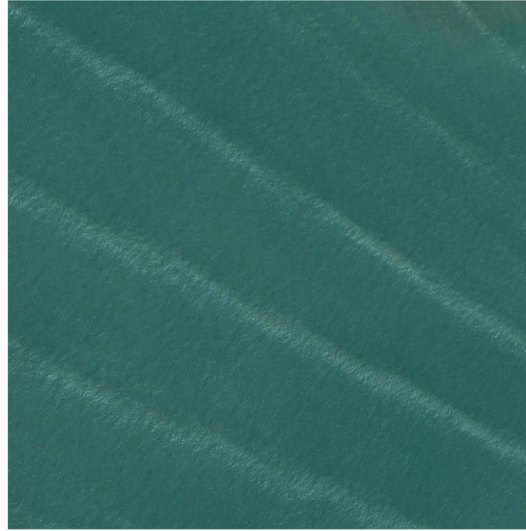
Fonte: *Google Earth*.

As imagens foram coletas em várias regiões do mundo, sendo que maior parte foi coletada no continente Americano. A coleta de imagens não teve período de tempo determinado, o único parâmetro seguido foi a necessidade das cristas das ondas estarem bem demarcadas. As imagens foram salvas no formato *png*, pois é o mesmo formato utilizado nos algoritmos empregados nesse trabalho e apresentados na sequência.

Devido a uma característica particular da Transformada de Radon, ao rotacionar uma imagem quadrada uma variabilidade causada pelos cantos da imagem será inserida no resultado final (OLIVEIRA, 2010).

Na sequência, as 100 imagens foram analisadas visualmente, com auxílio do programa *GIMP*, com o intuito de estabelecer uma orientação ótima. Sendo assim, as imagens foram rotacionadas em 90° , quando necessário, para que as cristas das ondas ficassem o mais paralelas possível do eixo x . Como pode-se observar na Figura 3.2:

Figura 3.2: Imagem rotacionada em 90° .



Fonte: Google Earth.

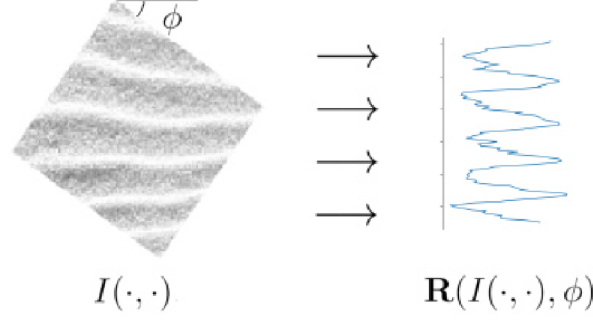
Após esse processo as imagens foram submetidas aos algoritmos das técnicas utilizadas neste trabalho. Essas etapas serão explicadas mais detalhadamente nos próximos subseção.

3.1 Transformada de Radon

As imagens foram submetidas a códigos computacionais referente as técnicas empregadas, a utilização dos mesmos se deu através do software *Python*. Tanto a técnica da Transformada de Fourier quanto a técnica de Autocorrelação contaram inicialmente com a utilização da Transformada de Radon.

A Transformada de Radon utilizada para maximizar o ângulo mais favorável (α^*), sendo esse, definido para todos valores possíveis de $[0^\circ a 180^\circ]$. Dessa forma, a imagem original, já rotacionada pelo software GIMP (quando necessário) foi submetida a rotação dada pela Transformada de Radon. O intuito dessa rotação foi posicionar as cristas das ondas, na medida do possível, paralelas ao eixo x , como pode ser visto na esquerda da Figura 3.3. Nesta Figura 3.3 pode-se observar a imagem $I(\cdot, \cdot)$, parametrizada pelo ângulo $\emptyset$ da linha de projeção adotada (SCHEIN et al., 2022):

Figura 3.3: Projeção unidimensional $R(I|(\cdot, \cdot), \emptyset$ de uma imagem de onda $I(\cdot, \cdot)$ obtida através da Transformada de Radon dado um ângulo $\emptyset$.



Fonte: Dados da autora.

A Transformada de Radon foi utilizada para projetar em um plano unidimensional informações de cada uma das imagens, sendo elas, bidimensionais.

3.1.1 Transformada de Fourier

O primeiro método aqui sugerido aborda a Transformada de Radon somada com a Transformada Rápida de Fourier. A orientação da FFT é obtida através da maximização, em relação ao ângulo $\emptyset$ de projeção a amplitude resultante da FFT da Transformada de Radon da imagem $I(\cdot, \cdot)$, considerando todas as n frequências obtidas de o FFT (SCHEIN et al., 2022):

$$\hat{\alpha}FFT = \underset{\emptyset}{argmax}(max(A(R(I(\cdot, \cdot), \emptyset))_1, (max(A(R(I(\cdot, \cdot), \emptyset))_2, ..., A(R(I(\cdot, \cdot), \emptyset))_n)). \quad (3.1)$$

A solução numérica para a equação (3.1) é obtida por uma busca exaustiva sobre todos os valores inteiros $\emptyset \in [0^\circ, 360^\circ]$ (SCHEIN et al., 2022).

O período de uma onda correspondente à orientação dada por $\hat{\alpha}$ pode ser calculado da frequência, obtida por meio da FFT, correspondente à máxima amplitude conforme adotado na equação (3.1). Inicialmente, a posição da matriz $\hat{k}$ em $A(R(I(\cdot, \cdot), \hat{\alpha}))$ de a amplitude máxima para $\emptyset = \hat{\alpha}$ pode ser expressa obtida como (SCHEIN et al., 2022):

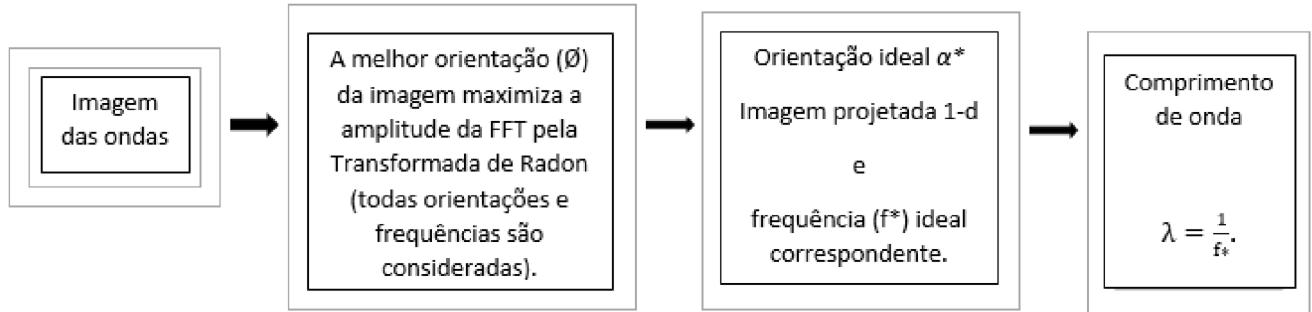
$$\hat{K} = \underset{i}{argmax}(A(R(I(\cdot, \cdot), \hat{\alpha}))_i). \quad (3.2)$$

O período $\hat{p}FFT$ pode ser obtido invertendo a frequência correspondente para a amplitude máxima, que está em $F(R(I(\cdot, \cdot), \hat{\alpha}))$ na mesma posição da matriz $\hat{k}$ calculado na equação (3.2) (SCHEIN et al., 2022):

$$\hat{p}FFT = \frac{1}{F(R(I(\cdot, \cdot), \hat{\alpha}))_{\hat{k}}}. \quad (3.3)$$

O procedimento relatado até aqui, descrito em forma de código pode ser visualizado de maneira mais sucinta através do fluxograma ilustrado na Figura 3.4:

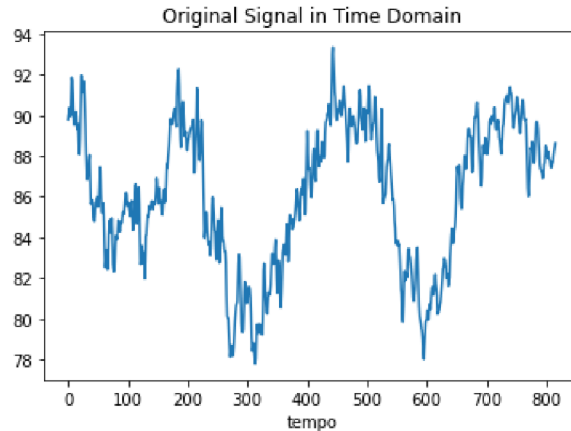
Figura 3.4: Radon+FFT.



Fonte: Dados da autora.

Após aplicação do método, é obtido o valor ótimo da orientação, o que permite retratar a melhor projeção possível, em termos da máxima FFT. A Figura 3.5 ilustra conforme a intensidade dos pixels este resultado pra uma imagem real.

Figura 3.5: Perfil ótimo da projeção da imagem em uma dimensão.



Fonte: Dados da autora.

3.1.2 Autocorrelação

A Autocorrelação foi calculada como $C(S, l)$ que significa a correlação de um sinal $S = S_1, S_2, \dots, S_n$ e a sua versão defasada $S = S_{1-l}, S_{2-l}, \dots, S_{n-l}$, considerando l como um parâmetro de atraso não negativo. Para valores de atraso semelhantes ao período do sinal S , espera-se que a Autocorrelação $C(S, l)$ seja maior, quando comparada a outras valores de atraso, exceto para l muito baixo, como $l = 0, l = 1, l = 2, l = 3, l = 4$, quando o sinal é perfeitamente correlacionado consigo mesmo, pois $C(S, 0) = 1$ para todo sinal S (SCHEIN et al., 2022).

Tanto a FFT quanto a Autocorrelação são aplicadas a projeções de imagens lineares de ondas, que são obtidos usando a Transformada Radon $R(I(\cdot, \cdot), \emptyset)$ da imagem $I(\cdot, \cdot)$, parametrizado pelo ângulo $\emptyset$ da linha de projeção adotada (RADON, 1986).

A Autocorrelação é somada a Transformada Radon de uma imagem de onda linear. A orientação ideal é encontrada através da maximização, em relação ao ângulo $\emptyset$, a Autocorrelação da Transformada Radon da imagem $I(\cdot, \cdot)$, considerando todos os valores possíveis para o atraso l (SCHEIN et al., 2022):

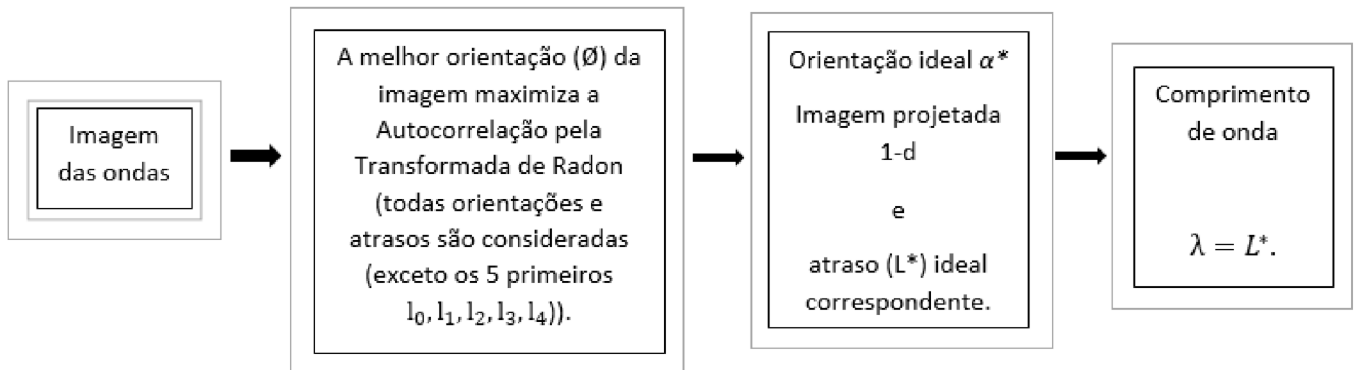
$$\hat{\alpha}_{\text{autocorrelação}} = \underset{\phi}{\operatorname{argmax}}(\max_l(C(R(I(\cdot, \cdot), \emptyset), l), l \in \{l_0, l_0 + 1, \dots, n\})), \quad (3.4)$$

onde l_0 é um limiar mínimo para o atraso, representando uma restrição para a otimização. Este parâmetro é relevante, pois valores mais baixos para a defasagem não devem ser considerados, pois a Autocorrelação se aproxima para 1 à medida que o atraso diminui (FISHER et al., 1996). O período da imagem da onda corresponde à atraso que maximiza a Autocorrelação na equação (3.4), como:

$$\hat{p}_{\text{autocorrelação}} = \underset{l}{\operatorname{argmax}}(C(R(I(\cdot, \cdot), \hat{\alpha}_{\text{autocorrelação}}), l), l \in \{l_0, l_0 + 1, \dots, n\}). \quad (3.5)$$

O procedimento relatado até aqui, descrito em forma de código pode ser visualizado de maneira mais sucinta através do fluxograma dado pela Figura 3.6:

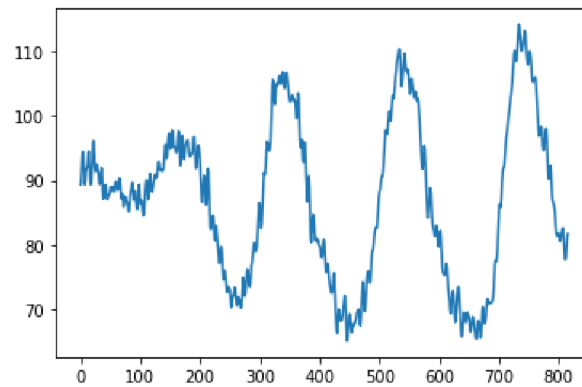
Figura 3.6: Radon+Autocorrelação.



Fonte: Dados da autora.

Após aplicação do método, é obtido o valor ótimo da orientação, o que permite retratar a melhor projeção possível, em termos da máxima Autocorrelação. A Figura 3.7 ilustra este resultado pra uma imagem real de acordo com a intensidade dos pixels.

Figura 3.7: Perfil ótimo da projeção da imagem em uma dimensão.



Fonte: Dados da autora.

3.2 Filtro Gaussiano

Validando os códigos Radon+FFT e Radon+Autocorrelação utilizou-se o filtro Gaussiano. O filtro Gaussiano proporcionou uma suavização (*“smoothing”*) no ruído existente no sinal. Para determinar o parâmetro da distribuição gaussiana foi realizado um teste com diversos valores, sendo que o valor escolhido foi o que mais suavizava os ruídos sem causar distorção no sinal. Nesse trabalho o valor do parâmetro da distribuição gaussiana (σ) utilizado foi 6.

O filtro Gaussiano percorre toda a imagem realizando a substituição do valor dos pixels pela media ponderada de uma determinada região, o maior peso será aplicado ao pixel central e diminuído progressivamente para as laterais.

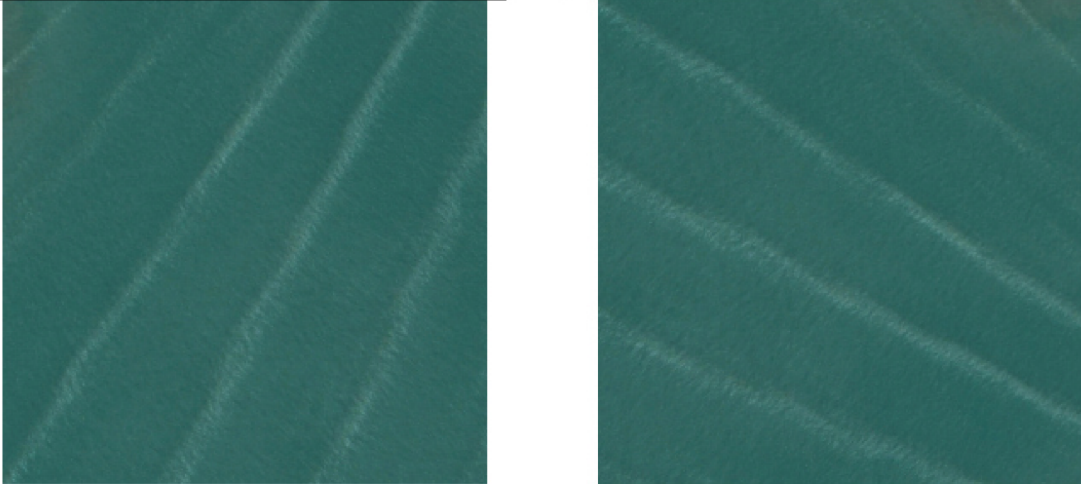
4 RESULTADOS

As imagens utilizadas para esse trabalho deveriam ser quadradas, devido a uma característica particular da Transformada de Radon, que causa uma variabilidade nos cantos das mesmas quando rotacionadas. Sendo assim, quanto mais retangular fossem as imagens, maior seria a variabilidade causada pelos cantos.

Os métodos funcionam melhor com uma orientação preferencial, como pode ser observado na Figura comparativa 4.1:

Figura 4.1: Comparação entre a imagem original e a imagem rotacionada em 90°.

Imagem original (sem rotação)			Imagem rotacionada em 90°		
	Orientação	Comprimento		Orientação	Comprimento
FFT	-72	234,66	FFT	18	256
Autocorrelação	-72	178	Autocorrelação	15	150
Validação	71	83	Validação	-10	141

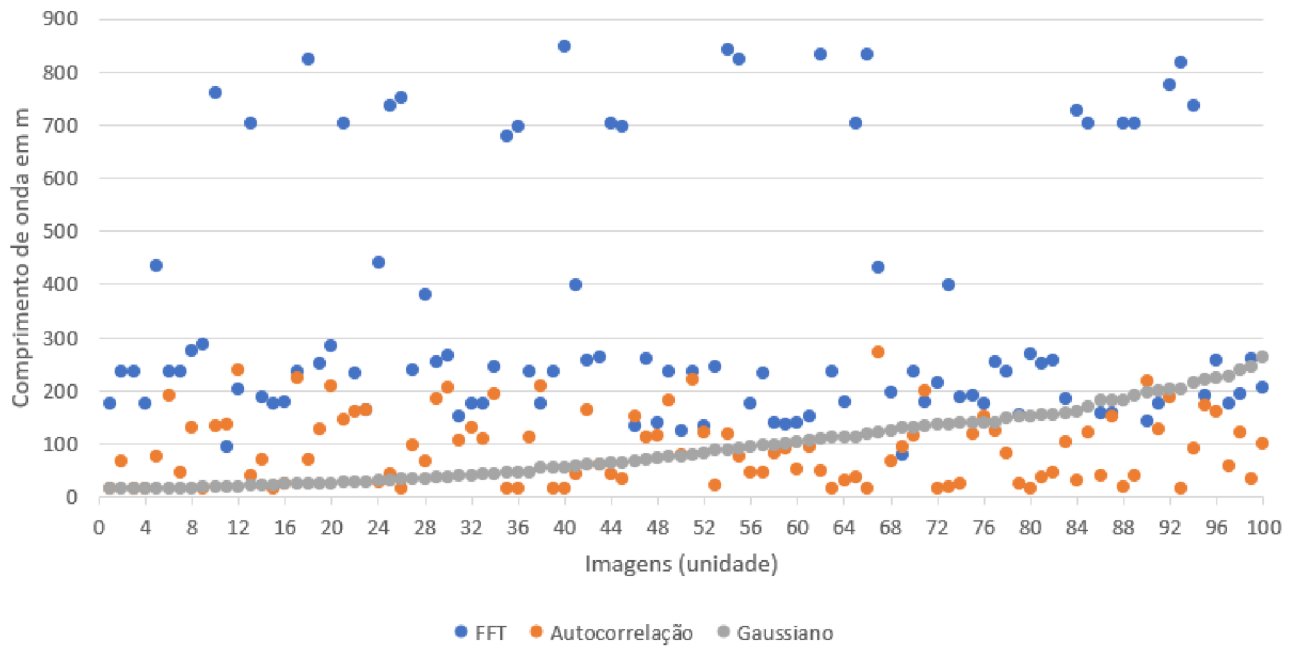


Fonte: Adaptado de Google Earth.

Na Figura 4.1 pode-se observar uma comparação entre uma imagem original e a mesma rotacionada, onde constam os resultados das duas técnicas abordadas no trabalho. Fica então perceptível, através da validação que os resultados para a imagem rotacionada são mais acurados do que a imagem original, pois a validação entrega valores mais próximos dos resultados em pelo menos uma das técnicas utilizadas.

Ambos os métodos são aplicados as 100 imagens lineares de ondas. A Figura 4.2 ilustra um gráfico que mostra os resultados dos experimentos para o comprimento da onda, nele fica visível a maior aproximação do método Radon+Autocorrelação do código de validação dado pelo filtro Gaussiano.

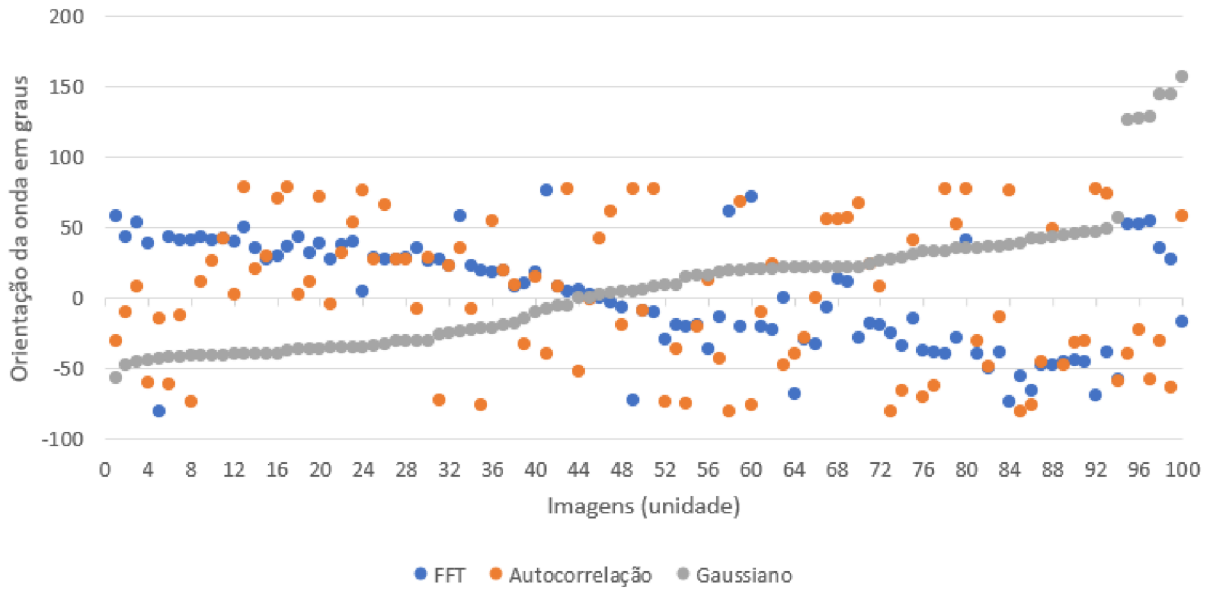
Figura 4.2: Comprimento da onda em cada uma das técnicas.



Fonte: Dados da autora.

O método Radon+FFT foi inferior no cálculo do comprimento das ondas para 23 das 100 imagens, enquanto o Radon+Autocorrelação é melhor para as 77 imagens restantes. Quando considerando a estimativa da orientação, conforme gráfico da Figura 4.3, os métodos tiveram resultados bem semelhantes, 44 imagens tiveram resultados mais próximos aos da validação com a Radon+FFT e 50 com o método Radon+Autocorrelação, sendo que 6 imagens tiveram o mesmo resultado de orientação em ambos os métodos.

Figura 4.3: Orientação em cada uma das técnicas.



Fonte: Dados da autora.

A qualidade dos resultados é avaliada comparando os parâmetros das ondas do mar computados com os valores anotados usando o Erro quadrático médio (RMSE).

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \{t_i - v_i\}^2}, \quad (4.1)$$

onde m é o número de imagens, t_i é uma referência anotada de verdade e v_i é um valor calculado e estimado.

O método Radon+Autocorrelação também obteve um melhor RMSE ao estimar o comprimento das ondas, como pode ser visto na tabela 1:

Tabela 1: Resultado do RMSE.

RMSE	Comprimento de onda (m)	
	Radon+FFT	348,18
	Radon+Autocorrelação	97,42
	Orientação da onda (graus)	
	Radon+FFT	68,70
	Radon+Autocorrelação	73,90

Como pode ser visto na Tabela 1, na estimativa de orientação, a Radon+FFT é um pouco superior quando comparada ao Radon+Autocorrelação.

Realizou-se um teste de hipótese para avaliar a utilização dos canais. Esse teste de hipótese aconteceu através do cálculo do coeficiente de correlação produto-momento de Pearson, dado pela equação (4.2):

$$P = \frac{1}{n-1} \sum \left(\frac{xi - \bar{X}}{Sx} \right) \left(\frac{yi - \bar{Y}}{Sy} \right). \quad (4.2)$$

Onde obteve-se os seguintes resultados:

Tabela 2: Resultado do calculo de correlação de Pearson.

Orientação - Autocorrelação			
	Verde	Vermelho	Azul
Verde	1,00	0,80	0,72
Vermelho	0,80	1,00	0,70
Azul	0,72	0,70	1,00
Comprimento de onda - Autocorrelação			
	Verde	Vermelho	Azul
Verde	1,00	0,30	0,31
Vermelho	0,30	1,00	0,33
Azul	0,31	0,33	1,00
Orientação - Fourier			
	Verde	Vermelho	Azul
Verde	1,00	0,93	0,90
Vermelho	0,93	1,00	0,89
Azul	0,90	0,89	1,00
Comprimento de onda - Fourier			
	Verde	Vermelho	Azul
Verde	1,00	0,87	0,60
Vermelho	0,87	1,00	0,64
Azul	0,60	0,64	1,00

O coeficiente de Pearson (P) varia de 1 a -1 , onde uma correlação perfeita terá resultados extremos. Quando o resultado for zero não existe relação linear entre as variáveis. Então pode-se dizer que quanto mais perto de 1 (independente do sinal) for o resultado maior é o grau de dependência estatística linear entre as variáveis e quanto mais próximo de zero, menor é a força dessa relação.

Analisando a Tabela 2 pode-se perceber que os resultados foram muito próximos uns dos outros, o que prova que a escolha do canal para a aplicação do método Radon+FFT e Radon+Autocorrelação não alteraria drasticamente o resultado. Destaca-se que nesse trabalho o canal abordado foi o azul.

5 CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS

Neste trabalho foi desenvolvida uma pesquisa capaz de extrair e analisar características das ondas do mar. Os códigos funcionaram através da aplicação de técnicas matemáticas em imagens, no intuito de encontrar informações como orientação e comprimento da onda. A modelagem matemática e computacional das imagens coletas no *Google Earth* se deu através do software *Python*.

O processamento de imagens apresenta-se como uma ferramenta importante na validação de parâmetros das ondas do mar, pois mesmo existindo diversas outras maneiras de obtenção de características do comportamento marítimo, o processamento de imagens é a que proporciona um baixo custo e tem um alto desempenho. Além disso, à medida que aumentam as pesquisas voltadas a técnicas que entreguem parâmetros de ondas, modelos mais eficientes e técnicas de otimização podem ser desenvolvidos.

Este trabalho revelou que tanto a FFT quanto a Autocorrelação são úteis para determinar orientação e o comprimento de onda através de imagens lineares, após a adoção da Transformada de Radon. A superioridade de cada método depende da característica sob consideração, o método alternativo Radon+Autocorrelação foi superior para determinar o comprimento linear das ondas, enquanto o método Radon+FFT foi melhor em encontrar a orientação correta das ondas.

Espera-se que através deste trabalho as características individuais da Transformada Discreta de Fourier, e da técnica de Autocorrelação tenham sido evidenciadas, a fim de guiar os próximos trabalhos quanto a escolha adequada da técnica de acordo com o problema.

Como trabalho adicional, ambos os métodos devem ser adotados para calcular a velocidade de propagação das ondas do mar através de sequências de imagens de ondas ao longo do tempo. O método Transformada *wavelet* poderá ser abordado para gerar uma comparação mais ampla.

Referências

- ALBUQUERQUE, Márcio Portes de; ALBUQUERQUE, Marcelo Portes de. Processamento de imagens: métodos e análises. **Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas MCT**, 2000.
- ALMAR, Rafael et al. On the use of the Radon Transform in studying nearshore wave dynamics. **Coastal Engineering**, Elsevier, v. 92, p. 73–82, 2014.
- AMAZONENSE, Redação. **Brasil pioneiro na geração de energia por ondas; Conheça Usina de Ondas do Pecém**. [S.l.: s.n.], 2021. Disponível em: <https://www.redacaoamazonense.com/>.
- ANDRADE, F. **A Transformada de Radon parabólica e suas aplicações**. [S.l.: s.n.], 2015.
- BARBER, N. F. **Water waves**. [S.l.]: Wykeham Publicattions (London) LTD, 1969. v. 5.
- BORREGO, Josué Alvarez. Wave height spectrum from sun glint patterns: An inverse problem. **Journal of Geophysical Research: Oceans**, Wiley Online Library, v. 98, n. C6, p. 10245–10258, 1993.
- DEAN, Robert G; DALRYMPLE, Robert A. **Water wave mechanics for engineers and scientists**. [S.l.]: world scientific publishing company, 1991. v. 2.
- DENG, Guang; CAHILL, LW. An adaptive Gaussian filter for noise reduction and edge detection. In: IEEE. 1993 IEEE conference record nuclear science symposium and medical imaging conference. [S.l.: s.n.], 1993. p. 1615–1619.
- DOMÍNGUEZ, Joel Sánchez et al. **Paralelização de algoritmos de reconstrução de imagens tomográficas usando unidades gráficas de processamento e processadores com múltiplos núcleos**. 2016. Tese (Doutorado) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro.
- FISHER, Robert et al. Hypermedia image processing reference. **England: John Wiley & Sons Ltd**, p. 118–130, 1996.
- FOSTER, Grant; BROWN, Patrick T. Time and tide: analysis of sea level time series. **Climate Dynamics**, Springer, v. 45, n. 1, 2015.
- GOMES, Abilio Soares. Ondas marinhas. **Rio de Janeiro: Departamento de Biologia Marinha, Universidade Federal Fluminense**, 2003.
- GONZALEZ, Rafael C.; WOODS, Richard E. **Processamento Digital de Imagens**. 3. ed. [S.l.]: Pearson, 2009.
- HESS, Geraldo et al. **Engenharia Econômica, Centro de Ciências Tecnológicas - CCT**. 6. ed. [S.l.]: Difel, 1976.
- HIGUTI, Ricardo Tokio; KITANO, Cláudio. Sinais e Sistemas. **ELE**, 2003.
- HODSON, E; THAYER, D; FRANKLIN, C. Adaptive Gaussian filtering and local frequency estimates using local curvature analysis. **IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing**, IEEE, v. 29, n. 4, p. 854–859, 1981.

HYNDMAN, Rob J.; ATHANASOPOULOS, George. **Forecasting: principles and practice**. [S.l.]: OTexts, 2018.

JÚNIOR, Edgard Lourenço et al. **Transformada de Fourier: teoria como base para aplicações em mecânica celeste**. 2014. Diss. (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista (UNESP).

KLEIN, Thierry E; GALLAGER, Robert G. Power control for the additive white Gaussian noise channel under channel estimation errors. In: IEEE. PROCEEDINGS. 2001 IEEE International Symposium on Information Theory (IEEE Cat. No. 01CH37252). [S.l.: s.n.], 2001. p. 304.

KREYSZIG, Erwin. **Advanced Engineering Mathematics 10th Edition**. [S.l.]: Publisher John Wiley & Sons, 2009.

LACERDA, F. S. **Processamento digital de imagens aplicado ao monitoramento ocular**. [S.l.: s.n.], 2015.

LARNIER, Stanislas et al. On the use of the Radon transform to estimate longshore currents from video imagery. **Journal of Coastal Research**, Allen Press, 70 (10070), p. 23–28, 2014.

MAFI, Mehdi et al. A comprehensive survey on impulse and Gaussian denoising filters for digital images. **Signal Processing**, Elsevier, v. 157, p. 236–260, 2019.

MAHNAMFAR, F.; ALTUNKAYNAK, A. OWC Type Wave Chambre Optimization Under of Regular Waves. **Journal of Mechanical Science and Technology**, v. 41, n. 10, 2015.

MELLO ELIAS, Felipe Gabriel de. **Sinais e Sistemas**. 1. ed. [S.l.]: Contentus, 2020.

MONTEIRO, Antônio Miguel Vieira et al. Análise espacial de dados geográficos. **Brasília: Embrapa**, 2004.

MORETTIN, Pedro A.; TOLOI, Clélia. Análise de séries temporais. In: ANÁLISE de séries temporais. [S.l.]: Edgard Blucher, 2006. p. 538–538.

NETO, Emesto S. Caetano; INNOCENTINI, Valdir; ROCHA, Rosmeri Porfírio da. Um sistema de previsão de tempo e de ondas oceânicas para o Atlântico Sul. **Revista Brasileira de Oceanografia**, SciELO Brasil, v. 44, n. 1, p. 35–46, 1996.

NEVES, Deangeli Gomes; MEDEIROS BRITO JUNIOR, Agostinho de;

MOTTA PIRES, Paulo Sérgio da. Uma Ferramenta Interativa para Ensino de Filtragem de Imagens no Domínio da Frequência. In: XLIV Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia. [S.l.: s.n.], 2016.

OLIVEIRA, Fabricio Sanguinetti Cruz de. **Sinais propagantes para oeste no oceano Atlântico: Vórtices ou ondas de Rossby?** 2010. Tese (Doutorado) – Universidade de São Paulo.

PEZZI, Luciano Ponzi; SOUZA, Ronald Buss de; QUADRO, Máio FL. Uma revisão dos processos de interação oceano-atmosfera em regiões de intenso gradiente termal do oceano atlântico sul baseada em dados observacionais. **Revista Brasileira de Meteorologia**, SciELO Brasil, v. 31, p. 428–453, 2016.

POÇAS, Jansen Santos et al. Análise comparativa dos espectros de ondas observados ao largo de Santa Catarina e de Rio Grande por ondógrafos, radar de abertura sintética e derivados de modelo. **4º Seminário e Workshop em Engenharia Oceânica, FURG, Rio Grande/RS**, 2010.

PUHLMANN, Henrique Frank Werner. **Processamento Digital de Sinais – DSP – Parte 2**. [S.l.: s.n.], 2014.

<https://www.embarcados.com.br/processamento-digital-de-sinais-dsp-parte-2/>. Acessado em: 13.01.2021.

RADON, Johann. On the determination of functions from their integral values along certain manifolds. **IEEE transactions on medical imaging**, IEEE, v. 5, n. 4, p. 170–176, 1986.

SARAIVA, Alexsandro da Silva. **Remoção de ruídos baseada na função K de Ripley**. [S.l.]: Universidade Federal do Maranhão, 2018.

SAÚDE, André Vital. **Computação Gráfica e Processamento de Imagens**. Londrina: Pearson Education, 2019.

SCHEIN, Tatiana Taís et al. On the Evaluation of Two Methods Applied to the Morphometry of Linear Dunes. In: SPRINGER. **INTERNATIONAL Conference on Image Analysis and Processing**. [S.l.: s.n.], 2022. p. 473–479.

SCHWARTZBACH, Claudia. A transformada de Fourier e o processamento eletrônico dos sinais. **Revista Eletrônica Científica Inovação e Tecnologia**, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2015.

SEMMLOW, John. **Signals and systems for bioengineers: a MATLAB-based introduction**. [S.l.]: Academic Press, 2011.

SILVA, Jaqueline; DUARTE, Marco; VILLARREAL, Francisco. Um método para a codificação de imagens digitais no domínio Walet. In: p. 731–734. DOI: 10.5540/DINCON.2011.001.1.0186.

SPIEGEL, Murray R. **Análise de Fourier**. [S.l.]: Mc Graw-Hill, 1976.

STILWELL, Denzil Jr; PILON, R. O. Directional spectra of surface waves from photographs. **Journal of Geophysical Research**, Wiley Online Library, v. 79, n. 9, p. 1277–1284, 1974.

TRUJILLO, A. P.; THURMAN, H. V. **Essentials of Oceanography**. [S.l.]: Prentice Hall, 2011. v. 10, p. 551.

UMBAUGH, Scott E. **Digital image processing and analysis: human and computer vision applications with CVIPtools**. [S.l.]: CRC press, 2010.

VERÍSSIMO, Anton Skyrda. Aplicação de Métodos Tomográficos na Reconstrução Bidimensional de Propriedades de Chamas. **São José dos Campos 156p. Dissertação (Mestrado em Engenharia e Tecnologia Espaciais)-INPE**, 2006.

VIEIRA, AS. **Análises, Aplicações e Validações–Numérico/Experimentais do Modelo SWAN em Áreas Restritas e ao Largo**. 251f. 2013. Tese (Doutorado) – Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica)–Faculdade de Engenharia de Ilha ...