

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL

MODELAGEM COMPUTACIONAL APLICADA À CONFIABILIDADE DE PILARES DE
CONCRETO ARMADO REFORÇADOS COM FIBRA DE CARBONO

Por

Tiago Nobre da Silva

Dissertação para obtenção do Título de Mestre em Modelagem computacional

Rio Grande, Outubro, 2022

Tiago Nobre da Silva

“MODELAGEM COMPUTACIONAL APLICADA À CONFIABILIDADE DE PILARES DE CONCRETO ARMADO REFORÇADOS COM FIBRA DE CARBONO”

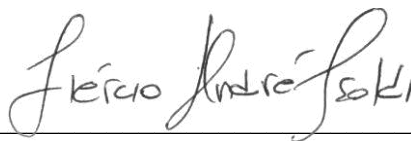
Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional da Universidade Federal do Rio Grande - FURG, como requisito parcial para obtenção do Grau de Mestre. Área de concentração: Modelagem Computacional.

Aprovada em:

BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Mauro de Vasconcellos Real (Orientador – FURG)



Prof. Dr. Liércio André Isoldi (FURG)



Prof. Dr. Márcio Wrague Moura (FURG)



Prof. Dr. Charlei Marcelo Paliga (UFPel)

Ficha Catalográfica

S586m Silva, Tiago Nobre da.

Modelagem Computacional aplicada à confiabilidade de pilares de concreto armado reforçados com fibra de carbono / Tiago Nobre da Silva. – 2022.

127 f.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande – FURG, Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional, Rio Grande/RS, 2022.

Orientador: Dr. Mauro de Vasconcellos Real.

1. Concreto armado 2. Confiabilidade 3. FORM 4. Método dos elementos finitos 5. Pilares 6. Simulação de Monte Carlo I. Real, Mauro de Vasconcellos II. Título.

CDU 624.012.45

Catálogo na Fonte: Bibliotecário José Paulo dos Santos CRB 10/2344

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pela saúde e por todas as oportunidades concedidas no decorrer da vida. À minha madrinha Francisca por sempre ter incentivado meus estudos e a toda minha família por todo o incentivo. Aos amigos de Faculdade e Mestrado que sempre me apoiaram.

Ao professor Mauro Real por aceitar ser meu orientador e por ser sempre solícito no decorrer do desenvolvimento desta dissertação.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional. À FURG e à Capes pelo apoio financeiro a esta pesquisa.

Aos professores Liércio, Márcio e Charlei pelas sugestões que enriqueceram este trabalho. A todos que contribuíram direta ou indiretamente para a realização desse trabalho, meus sinceros agradecimentos.

RESUMO

Neste trabalho foi realizado um estudo de confiabilidade de pilares de concreto armado reforçados com Polímeros Reforçados com Fibras de Carbono (PRFC) baseado nas recomendações da norma ACI 440.2R (2017). Para isso, foi elaborada uma modelagem computacional em elementos finitos no software ANSYS com precisão adequada para simular o comportamento dos pilares em estudo. A validação do modelo computacional adotada foi realizada por meio de pesquisas experimentais disponíveis na literatura. Por meio dos resultados obtidos nas simulações foi aplicado o Método de Superfície de Resposta e foi obtida a função polinomial de resposta do sistema. Com essa função foram aplicados os métodos de confiabilidade de primeira ordem (FORM) e simulação de Monte Carlo que possibilitaram a obtenção dos índices de confiabilidade de cada pilar analisado. Em seguida, foi realizado um estudo paramétrico para observar como o índice de confiabilidade é afetado pela variação dos parâmetros de resistência de cada pilar. Os resultados demonstraram que o índice de confiabilidade indicado pela norma ACI 440.2R (2017) foi adequado para os pilares analisados. Além disso, foi observado que a resistência do concreto foi o parâmetro que mais demonstrou influência na variação do índice de confiabilidade, em alguns pilares a armadura longitudinal se demonstrou bastante influente. Quanto a carga utilizada foi observada que quanto maior a proporção de carregamento acidental menor foi o índice de confiabilidade alcançado pelos pilares analisados.

Palavras-chave: concreto armado, confiabilidade, FORM, método dos elementos finitos, pilares, simulação de Monte Carlo.

ABSTRACT

In this work, a reliability study of reinforced concrete columns reinforced with Carbon Fiber Reinforced Polymers (CFRP) was carried out based on the recommendations of the ACI 440.2R standard (2017). For this, a computational modeling in finite elements was elaborated in the ANSYS software with adequate precision to simulate the behavior of the columns under study. The validation of the adopted computational model was carried out through experimental research available in the literature. Through the results obtained in the simulations, the Response Surface Method was applied and the polynomial response function of the system was obtained. With this function, the first order reliability methods (FORM) and Monte Carlo simulation were applied, which made it possible to obtain the reliability indices of each analyzed column. Then, a parametric study was carried out to observe how the reliability index is affected by the variation of the resistance parameters of each column. The results showed that the reliability index indicated by the ACI 440.2R (2017) standard was adequate for the analyzed columns. In addition, it was observed that the concrete compressive strength was the parameter that most influenced the variation of the reliability index, in some columns the longitudinal reinforcement proved to be quite influential, as the load used, it was observed that the greater the proportion of accidental loading, the smaller was the reliability index achieved by the analyzed columns.

Keywords: reinforced concrete, reliability, FORM, finite element method, columns, Monte Carlo simulation.

ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO	16
1.1 Justificativa	17
1.2 Objetivos.....	17
1.2.1 Objetivo Geral.....	17
1.2.2 Objetivos específicos	17
1.3 Organização do trabalho	17
2. REFERENCIAL TEÓRICO	18
2.1 Reforço em pilares de concreto armado	18
2.1.1 Conceitos gerais sobre confinamento	19
2.1.2 Projeto de reforço em PRF para pilares segundo a norma ACI 440.2R (2017).....	21
2.2 Confiabilidade Estrutural	25
2.2.1 Distribuições de probabilidade.....	27
2.2.2 Função de desempenho	30
2.3 Modelagem computacional de estruturas de concreto.....	31
2.3.1 Conceitos sobre o método dos elementos finitos.....	31
2.3.2 Materiais não-lineares.....	32
2.3.3 Modelo constitutivo para o concreto.....	33
2.3.4 Modelo constitutivo para o aço	37
2.3.5 Modelo constitutivo para o PRFC.....	39
2.4 Estado da arte.....	41
2.4.1 Trabalhos realizados sobre confiabilidade de estruturas de concreto armado.....	41
2.4.2 Trabalhos realizados sobre modelagem computacional de estruturas de concreto armado.....	43
3. METODOLOGIA.....	46
3.1 Modelagem Computacional	46
3.1.1 Elementos utilizados na modelagem.....	48
3.1.2 Parametrização de variáveis.....	50
3.2 Método da Superfície de Resposta.....	51
3.3 Método de Monte Carlo	52
3.4 Método FORM	53
3.5 Variáveis aleatórias utilizadas	54
3.5.1 Resistência à compressão do concreto (f_c).....	54
3.5.2 Tensão de escoamento da armadura (f_y)	54
3.5.3 Módulo de elasticidade da fibra (E_r).....	55
3.5.4 Parcela permanente de carregamento (g)	55
3.5.5 Parcela acidental do carregamento (q)	55

3.6 Estimativa de erro do modelo utilizado	55
4. RESULTADOS	57
4.1 Validação do modelo computacional	57
4.1.1 Pilares de Souza (2001).....	57
4.1.2 Pilares de Wang <i>et al.</i> (2012).....	60
4.2 Superfície de resposta	66
4.2.1 Modelo G1R.....	66
4.2.2 Modelo G2R.....	69
4.2.3 Modelo G3R.....	72
4.2.4 Modelo S1H1L1M	74
4.2.5 Modelo S1H1L2M	77
4.2.6 Modelo S1H1L3M	79
4.2.7 Modelo S1H2L2M	82
4.2.8 Modelo S1H2L3M	84
4.2.9 Modelo S2H1L1M	87
4.2.10 Modelo S2H1L2M	89
4.2.11 Modelo S2H2L1M	92
4.2.12 Modelo S2H2L2M	94
4.3 Cálculo da carga de projeto	97
4.4 Cálculo do erro de modelo	98
4.5 Análises de confiabilidade	99
4.6 Estudo paramétrico	100
4.6.1 Modelo G1R.....	101
4.6.2 Modelo G2R.....	102
4.6.3 Modelo G3R.....	103
4.6.4 Modelo S1H1L1M	104
4.6.5 Modelo S1H1L2M	105
4.6.6 Modelo S1H1L3M	106
4.6.7 Modelo S1H2L2M	107
4.6.8 Modelo S1H2L3M	108
4.6.9 Modelo S2H1L1M	109
4.6.10 Modelo S2H1L2M	110
4.6.11 Modelo S2H2L1M	111
4.6.12 Modelo S2H2L2M	112
4.5.13 Discussão sobre o estudo paramétrico	112
5. Conclusões	114

REFERÊNCIAS.....	116
Apêndice 1 – Comandos APDL utilizados na simulação computacional.....	121
Apêndice 2 – Etapas de preparação para análise estática	124
Apêndice 3 – Exemplo de dimensionamento de reforço em pilares de concreto armado segundo a ACI 440.2R (2017)	125
Apêndice 4 – Cálculo da carga de projeto para o pilar G1R.....	127

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Origens de manifestações patológicas	18
Figura 2.2 - Pilar circular (a) sem reforço (b) com reforço	20
Figura 2.3 - Gráfico tensão-deformação de pilares de concreto armado não confinados e confinados.....	22
Figura 2.4 - Seção transversal circular equivalente	24
Figura 2.5 - Superfície de falha 3D no espaço da tensão principal	33
Figura 2.6 - Superfície de falha no espaço de tensões principais com tensões biaxiais	37
Figura 2.7 - Comportamento do aço	37
Figura 2.8 - Modelo constitutivo bilinear para o aço.....	38
Figura 3.1 - Elemento Solid65.....	48
Figura 3.2 - Elemento Link180	49
Figura 3.3 - Elemento SHELL181.....	49
Figura 3.4 - Elemento Elementos Conta174 e Targe170.....	50
Figura 3.5 - Parametrização das variáveis	50
Figura 4.1 - Malha utilizada nos pilares de Souza (2001)	58
Figura 4.2 - Tensão no reforço (a) G1R (b) G2R (c) G3R	59
Figura 4.3 - Tensão no concreto (a) G1R (b) G2R (c) G3R	59
Figura 4.4 - Dimensões da seção e detalhes das armaduras dos pilares de Wang et al. (2012)	60
Figura 4.5 - Malha utilizada nos pilares de Wang et al. (2012).....	61
Figura 4.6 - Deformação lateral no PRFC S1H1L3M (a) 1º camada (b) 2º camada (c) 3º camada.....	63
Figura 4.7 - Deformação lateral no PRFC S2H2L2M (a) 1º camada (b) 2º camada.....	63
Figura 4.8 - Tensões nas armaduras (a) S1H1L3M (b) S2H2L2M	64
Figura 4.9 - Curvas tensão - deformação do modelo computacional utilizado nos pilares de Wang <i>et al.</i> (2012)	65
Figura 4.10 - Gráfico de probabilidade normal dos resíduos do pilar G1R.....	68
Figura 4.11 - Gráfico de resíduos versus ajustes do pilar G1R	68
Figura 4.12 - Gráfico de resíduos versus ordem do pilar G1R.....	69
Figura 4.13 - Gráfico de probabilidade normal dos resíduos para o pilar G2R.....	70
Figura 4.14 - Gráfico de resíduos versus ajustes do pilar G2R	71
Figura 4.15 - Gráfico de resíduos versus ordem do pilar G2R.....	71
Figura 4.16 - Gráfico de probabilidade normal dos resíduos para o pilar G3R.....	73
Figura 4.17 - Gráfico de resíduos versus ajustes do pilar G3R	73
Figura 4.18 - Gráfico de resíduos versus ordem do pilar G3R.....	74
Figura 4.19 - Gráfico de probabilidade normal dos resíduos do pilar S1H1L1M.....	75
Figura 4.20 - Gráfico de resíduos versus ajustes do pilar S1H1L1M.....	76
Figura 4.21 - Gráfico resíduos versus ordem do pilar S1H1L1M	76
Figura 4.22 - Gráfico de probabilidade normal dos resíduos do pilar S1H1L2M	78
Figura 4.23 - Gráfico de resíduos versus ajustes do pilar S1H1L2M.....	78
Figura 4.24 - Gráfico resíduos versus ordem do pilar S1H1L2M	79
Figura 4.25 - Gráfico de probabilidade normal dos resíduos do pilar S1H1L3M	80
Figura 4.26 - Gráfico de resíduos versus ajustes do pilar S1H1L3M.....	81
Figura 4.27 - Gráfico resíduos versus ordem do pilar S1H1L3M	81
Figura 4.28 - Gráfico de probabilidade normal dos resíduos do pilar S1H2L2M	83
Figura 4.29 - Gráfico de resíduos versus ajustes do pilar S1H2L2M.....	83
Figura 4.30 - Gráfico resíduos versus ordem do pilar S1H2L2M	84
Figura 4.31 - Gráfico de probabilidade normal dos resíduos do pilar S1H2L3M.....	85
Figura 4.32 - Gráfico de resíduos versus ajustes do pilar S1H2L3M.....	86
Figura 4.33 - Gráfico resíduos versus ordem do pilar S1H2L3M	86

Figura 4.34 - Gráfico de probabilidade normal dos resíduos do pilar S2H1L1M	88
Figura 4.35 - Gráfico de resíduos versus ajustes do pilar S2H1L1M.....	88
Figura 4.36 - Gráfico resíduos versus ordem do pilar S2H1L1M	89
Figura 4.37 - Gráfico de probabilidade normal dos resíduos do pilar S2H1L2M	90
Figura 4.38 - Gráfico de resíduos versus ajustes do pilar S2H1L2M.....	91
Figura 4.39 - Gráfico resíduos versus ordem do pilar S2H1L2M	91
Figura 4.40 - Gráfico de probabilidade normal dos resíduos do pilar S2H2L1M.....	93
Figura 4.41 - Gráfico de resíduos versus ajustes do pilar S2H2L1M.....	93
Figura 4.42 - Gráfico resíduos versus ordem do pilar S2H2L1M	94
Figura 4.43 - Gráfico de probabilidade normal dos resíduos do pilar S2H2L2M	95
Figura 4.44 - Gráfico de resíduos versus ajustes do pilar S2H2L2M.....	96
Figura 4.45 - Gráfico resíduos versus ordem do pilar S2H2L2M	96
Figura 4.46 - Estudo paramétrico do modelo G1R.....	101
Figura 4.47 - Estudo paramétrico do modelo G2R.....	102
Figura 4.48 - Estudo paramétrico do modelo G3R.....	103
Figura 4.49 - Estudo paramétrico do modelo S1H1L1M	104
Figura 4.50 - Estudo paramétrico do modelo S1H1L2M	105
Figura 4.51 - Estudo paramétrico do modelo S1H1L3M	106
Figura 4.52 - Estudo paramétrico do modelo S1H2L2M	107
Figura 4.53 - Estudo paramétrico do modelo S1H2L3M	108
Figura 4.54 - Estudo paramétrico do modelo S2H1L1M	109
Figura 4.55 - Estudo paramétrico do modelo S2H1L2M	110
Figura 4.56 - Estudo paramétrico do modelo S2H2L1M	111
Figura 4.57 - Estudo paramétrico do modelo S2H2L2M	112

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Valores de C_E de acordo com o ACI 440.2R-17 (2017).....	21
Tabela 2.2 - Fator de redução de resistência de elementos submetidos à carga axial	23
Tabela 3.1 - Estimativa de erro.....	53
Tabela 4.1- Características dos pilares de Souza.....	57
Tabela 4.2 - Características dos materiais utilizados por Souza.....	58
Tabela 4.3 - Comparação entre os resultados de Souza (2001) e o modelo proposto	60
Tabela 4.4 - Comparação entre os resultados de Wang et al. (2012) e o modelo proposto.....	62
Tabela 4.5 - Características dos materiais utilizados por Wang et al. (2012).....	64
Tabela 4.6 - Resumo dos resultados do MSR para o pilar G1R.....	66
Tabela 4.7 - Modelo de ajuste para o pilar G1R.....	67
Tabela 4.8 - Resumo dos resultados do MSR para o pilar G2R (continua).....	69
Tabela 4.9 - Modelo de ajuste para o pilar G2R.....	70
Tabela 4.10 - Resumo dos resultados do MSR para o pilar G3R.....	72
Tabela 4.11 - Modelo de ajuste para o pilar G3R.....	72
Tabela 4.12 - Resumo dos resultados do MSR para o pilar S1H1L1M (continua)	74
Tabela 4.13 - Modelo de ajuste para o pilar S1H1L1M	75
Tabela 4.14 - Resumo dos resultados do MSR para o pilar S1H1L2M.....	77
Tabela 4.15 - Modelo de ajuste para o pilar S1H1L2M	77
Tabela 4.16 - Resumo dos resultados do MSR para o pilar S1H1L3M (continua)	79
Tabela 4.17 - Modelo de ajuste para o pilar S1H1L3M	80
Tabela 4.18 - Resumo dos resultados do MSR para o pilar S1H2L2M.....	82
Tabela 4.19 - Modelo de ajuste para o pilar S1H2L2M	82
Tabela 4.20 - Resumo dos resultados do MSR para o pilar S1H2L3M (continua)	84
Tabela 4.21 - Modelo de ajuste para o pilar S1H2L3M	85
Tabela 4.22 - Resumo dos resultados do MSR para o pilar S2H1L1M.....	87
Tabela 4.23 - Modelo de ajuste para o pilar S2H1L1M	87
Tabela 4.24 - Resumo dos resultados do MSR para o pilar S2H1L2M (continua)	89
Tabela 4.25 - Modelo de ajuste para o pilar S2H1L2M	90
Tabela 4.26 - Resumo dos resultados do MSR para o pilar S2H2L1M.....	92
Tabela 4.27 - Modelo de ajuste para o pilar S2H2L1M	92
Tabela 4.28 - Resumo dos resultados do MSR para o pilar S2H2L2M (continua)	94
Tabela 4.29 - Modelo de ajuste para o pilar S2H2L2M	95
Tabela 4.30 - Cargas de projeto utilizadas nas simulações de confiabilidade	97
Tabela 4.31 – Cargas acidentais e permanentes características.....	98
Tabela 4.32 – Médias das cargas acidentais e permanentes utilizadas nas análises	98
Tabela 4.33 – Valores das razões $P_{u,exp}/P_{u,mod}$ (continua).....	98
Tabela 4.34 - Resultados obtidos pelos métodos FORM e Monte Carlo	100
Tabela 4.35 – Parâmetros de entrada utilizados no estudo paramétrico	100

LISTA DE SÍMBOLOS

exp	Exponencial
P	Probabilidade
R	Resistência [kN]
S	Distribuição normal equivalente, solicitação [kN]
u	Parâmetro da distribuição Gumbel
X	Variável aleatória
x	Conjunto de variáveis aleatórias básicas
Y	Variável aleatória
α	Cosseno diretor, coeficiente normalizado, parâmetro da distribuição Gumbel
β	Índice de confiabilidade
δ	Coeficiente de variação
ζ	Desvio padrão da distribuição normal equivalente
μ	Média
ρ	Taxa de armadura longitudinal [%]
σ	Tensão normal [MPa], desvio padrão
E	Módulo de elasticidade [GPa]

Símbolos utilizados pela norma ACI 440.2R (2017)

D	Diâmetro equivalente de uma seção transversal retangular [mm]
b	Menor dimensão de uma seção transversal retangular [mm]
h	Maior dimensão de uma seção transversal retangular [mm]
f_{fu}^*	Resistência à tração característica da fibra [MPa]
f_{fu}	Resistência à tração de cálculo da fibra [MPa]
ε_c	Deformação específica do concreto não confinado [mm/mm]
ε_t'	Deformação específica do concreto confinado [mm/mm]
ε_{fu}^*	Deformação específica característica da fibra [mm/mm]
ε_{fu}	Deformação específica de cálculo da fibra [mm/mm]
ε_{fe}	Deformação efetiva [mm/mm]
ε_{ccu}	Deformação máxima do concreto devido à compressão [mm/mm]
C_E	Fator de redução ambiental

f'_c	Resistência à compressão do concreto não confinado [MPa]
f'_{cc}	Resistência à compressão do concreto confinado [MPa]
A_g	Área da seção transversal de concreto [mm ²]
A_{st}	Área de aço [mm ²]
f_y	Resistência à tração do aço [MPa]
Ψ_f	Coefficiente de redução da resistência da fibra
f_l	Pressão máxima de confinamento
k_ε	Fator de eficiência
k_a	Fator de forma em relação à dimensão h
k_b	Fator de forma em relação à dimensão b
ρ_g	Taxa de armadura longitudinal [%]
t_f	Espessura da camada de reforço [mm]
E_f	Módulo de elasticidade da fibra [MPa]
P_n	Resistência do elemento [kN]
Φ	Fator de redução de resistência
r_c	Raio de arredondamento dos cantos [mm]

LISTA DE ABREVIATURAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ACI	<i>American Concrete Institute</i>
ANSYS	<i>Analysis Systems</i>
APDL	<i>ANSYS Parametric Design Language</i>
FDA	Função de Distribuição Acumulada
FDP	Função Densidade de Probabilidade
FORM	<i>First Order Reliability Method</i>
FORTRAN	<i>IBM Mathematical Formula Translation System</i>
MPC	<i>Multi-Point Constraint</i>
NBR	Norma Brasileira
PRF	Polímeros Reforçados com Fibras
PRFC	Polímeros Reforçados com Fibras de Carbono
UPF	<i>User Programmable Features</i>
MSR	Método da Superfície de Resposta

1.INTRODUÇÃO

Segundo Silva *et al.* (2022), devido ao envelhecimento de edificações ou até mesmo pela mudança de uso da estrutura, reforçar estruturas de concreto armado pode se tornar a opção mais econômica e viável a ser realizada. Particularmente, segundo Souza e Ripper (1998), o reforço de pilares é sempre mais problemático que o de vigas e lajes, já que o pilar é o último elemento de sustentação da estrutura antes dos esforços chegarem às fundações, além de ter que obedecer a critérios de segurança e economia em qualquer situação.

Dentre os métodos existentes, o reforço de pilares com PRFC (Polímero Reforçado com Fibra de carbono) tem se tornado cada vez mais comum. Saadatmanesh e Ehsani (1994) afirmam que o crescimento do uso de compósitos se deve principalmente à elevada resistência à tração e um alto módulo de elasticidade, além de sua grande resistência à corrosão.

Há diversos trabalhos experimentais na literatura que abordam o reforço de pilares de concreto armado com mantas de PRFC. No entanto, elaborar todos os procedimentos de uma pesquisa experimental pode se tornar oneroso. Por isso, utilizar métodos computacionais capazes de representar o comportamento estrutural de pilares pode ser considerada uma alternativa interessante, principalmente quando se deseja realizar uma análise de confiabilidade estrutural, pois é necessário considerar diversas configurações de resistência dos elementos em análise.

De acordo com Gomes (2001), a confiabilidade estrutural é uma forma de quantificar as chances de ocorrência de um sistema atender aos critérios de segurança, ou ainda, de forma complementar, quantificar as chances de ocorrência de falha. Gomes (2001), ainda reforça que a probabilidade de falha pode ser entendida como as chances de determinado sistema violar um estado limite, seja essa violação por falha ou por não atender um desempenho esperado.

Para Paliga (2008), a confiabilidade está associada qualitativamente ao conceito de segurança, a qual pode ser percebida quando uma estrutura demonstra desempenho satisfatório em uso. De acordo com Paliga (2008), o coeficiente de segurança surgiu na era da revolução industrial, devido a necessidade de padronização de projetos e execuções da construção civil, nessa época o coeficiente de segurança foi determinado baseado no Método das Tensões Admissíveis.

Segundo Paliga (2008), a Teoria Semi-Probabilística de Segurança, que é utilizada atualmente e também conhecida como Método dos Estados Limites, é um meio termo entre a Teoria Probabilística Pura e o Método das Tensões Admissíveis. Paliga (2008) explica que nesse método, os conceitos probabilísticos são incluídos por meio dos valores característicos inferiores, coeficientes de minoração dos materiais, valores característicos superiores e coeficientes de majoração das solicitações.

1.1 Justificativa

A maioria das pesquisas brasileiras de estruturas reforçadas com fibra de carbono são realizadas baseadas em recomendações normativas internacionais. A norma ABNT NBR 6118 (2014) ainda não contempla recomendações normativas sobre o reforço de estruturas de concreto por PRFC. O uso desse tipo de reforço tem se tornando cada vez mais recorrente em recuperação e reforços estruturais no Brasil. Por isso, este trabalho se faz relevante, visto que contribui para o aumento de possibilidades de estudo desta técnica de reforço.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo Geral

Este trabalho visa analisar a confiabilidade de pilares reforçados com PRFC seguindo recomendações normativas de dimensionamento da ACI 440.2R-17 (2017), de forma a contribuir com os trabalhos realizados nessa área, bem como colaborar para uma futura normatização dessa técnica de reforço.

1.2.2 Objetivos específicos

Elaborar um modelo computacional capaz de representar o comportamento estrutural de pilares reforçados com PRFC e validar esse modelo.

Realizar um estudo paramétrico, variando os parâmetros (módulo de elasticidade do PRFC, resistência à compressão do concreto e das armaduras longitudinais, resistência à tração das armaduras transversais), da equação de desempenho obtida a fim de observar a influência de cada parâmetro no índice de confiabilidade dos pilares em estudo.

1.3 Organização do trabalho

Este trabalho foi dividido em cinco capítulos.

No primeiro capítulo é realizada a introdução aos temas abordados, considerações iniciais, apresentação da justificativa e objetivos.

No segundo capítulo é apresentada a revisão bibliográfica e apresentação de trabalhos realizados anteriormente por outros pesquisadores.

No terceiro capítulo é apresentada a metodologia utilizada, o procedimento de análise no ANSYS e de análise probabilística.

No quarto capítulo são mostrados os resultados obtidos com a validação do modelo, das análises de confiabilidade, do estudo paramétrico e discussão dos resultados do estudo paramétrico.

Por fim, no quinto capítulo são apresentadas as conclusões.

2.REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Reforço em pilares de concreto armado

Segundo a norma brasileira ABNT NBR 6118 (2014), pilares de concreto armado são elementos estruturais de eixo reto, geralmente dispostos na vertical, onde as solicitações a esforços normais de compressão são preponderantes. Os pilares, juntamente com as fundações, são os principais elementos das edificações. De acordo com Scadelai e Pinheiro (2003), os pilares atuam juntamente com as vigas formando pórticos capazes de resistir a ações verticais e horizontais de modo a garantir a estabilidade global da estrutura.

Existem situações em que os pilares não atingem o desempenho estrutural esperado, podendo ser desde o envelhecimento da edificação ou mudança de uso da estrutura, ou até mesmo devido a manifestações patológicas. As principais incidências e origens de manifestações patológicas estão ilustradas na Fig. 2.1. Dentre as origens das manifestações patológicas apontadas por Piancastelli (1997), as que têm mais ocorrência são as originadas dos projetos e execuções de obras civis. De acordo com Marcelli (2007), erros em projetos estruturais não são raros, muitas vezes ocasionados por uma alta demanda de projetos em determinados períodos do ano.

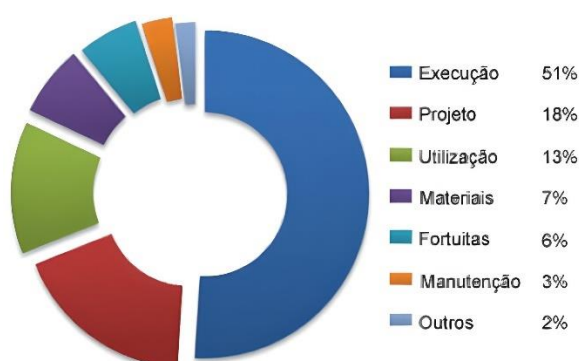


Figura 2.1 - Origens de manifestações patológicas
Fonte: Piancastelli (1997)

De acordo com Souza e Ripper (1998), a complexidade de realização de reforço em pilares é maior do que outros elementos estruturais que a ele estão associados. Já que o pilar é o último elemento de sustentação da estrutura antes dos esforços chegarem às fundações. Por isso, esses elementos devem absorver esforços que vem de diversos pavimentos, situação que geralmente não ocorre em vigas, as quais recebem cargas apenas da região de contribuição de carga de seus respectivos pavimentos, exceto no caso de vigas de transição, as quais recebem esforços de regiões distintas das que originalmente receberiam solicitações.

Ainda segundo Souza e Ripper (1998), realizar o descarregamento de pilares para a execução do reforço é economicamente inviável, já que para isso é necessário a construção de estruturas

auxiliares que sejam capazes de suportar as cargas inicialmente suportadas por esses elementos. Logo, o cintamento do pilar tem se mostrado uma opção viável, já que possibilita o aumento da resistência inicial da estrutura com a utilização da capacidade portante já existente somada ao do reforço a ser realizado.

Existem diversos estudos sobre cintamento de pilares de concreto armado, Netto Júnior e Dumet (1997), por exemplo, realizaram um estudo sobre a utilização de chapas de aço coladas e/ou chumbadas para reforço de pilares de concreto armado submetidos à compressão axial. Já Takeuti (1999) realizou um estudo a respeito do reforço de pilares de concreto armado por encamisamento com concreto de alto desempenho. Uma das desvantagens dos métodos citados anteriormente é o aumento significativo da seção dos pilares quando comparados a encamisamentos realizados com PRF (Polímero Reforçado com Fibra) o que pode ser um problema, como em situações de pilares localizados em garagens.

Parvin e Wang (2002) afirmam que os PRF podem ser utilizados, com grandes vantagens, no reparo de pilares de concreto armado, pois oferecem facilidade e rapidez de aplicação, durabilidade, resistência contra a corrosão e alta relação resistência-peso. Jones e Hanna (1997) destacam ainda como uma importante vantagem do uso desse material, a rapidez com que o reforço pode ser feito se comparado com a utilização de materiais convencionais, além disso, os compósitos têm o potencial de aumentar a resistência das estruturas a abalos sísmicos.

2.1.1 Conceitos gerais sobre confinamento

De acordo com Carrazedo (2002), uma maneira simples de ilustrar o confinamento de pilares é imaginar um pilar circular envolto por um tubo de parede fina e que o pilar seja constituído de um material elástico-linear. Inicialmente o pilar não está envolto pelo tubo de parede fina conforme a Fig. 2.2 (a), logo ocorre um encurtamento proporcional ao módulo de elasticidade desse material. No entanto, caso esse pilar esteja envolto por um tubo de parede fina, esse tubo irá promover uma restrição lateral ao pilar, conforme a Fig. 2.2 (b).

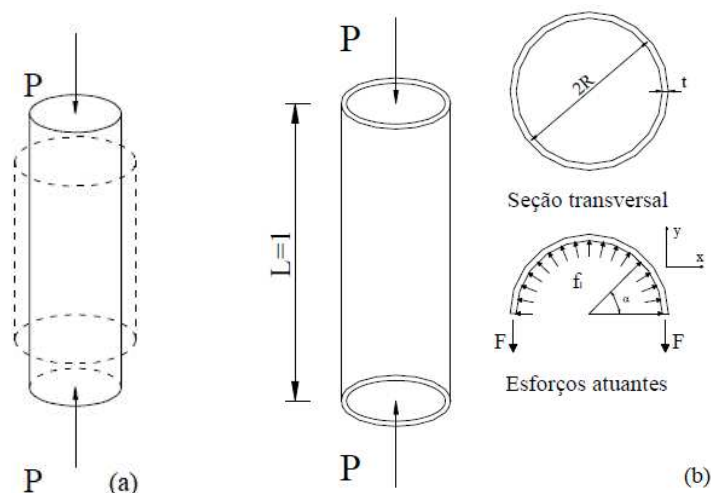


Figura 2.2 - Pilar circular (a) sem reforço (b) com reforço
Fonte: Carrazedo (2002)

Carrazedo (2002) explica que as propriedades do material confinante também influenciam a resposta do concreto à restrição lateral, pois existe uma grande diferença na pressão lateral desenvolvida por estribos de aço e por compósitos. O aço, após atingir o escoamento, proporciona uma pressão constante, enquanto o compósito possibilita uma pressão crescente até sua ruptura.

Jones e Hanna (1997) afirmam que os efeitos benéficos do confinamento promovido por reforço lateral, em relação à resistência e deformação, têm sido reconhecidos desde o início das estruturas de concreto. Segundo Saadatmanesh (1997), o reforço realizado com PRF é um modo efetivo e econômico de se promover o confinamento e aumentar a eficiência de pilares submetidos a abalos sísmicos.

De acordo com Sudano (2005), a resistência do concreto e a geometria da seção transversal do pilar são fatores decisivos na eficiência do confinamento. No caso do confinamento com PRF existem outros fatores que influenciam a sua eficiência, por exemplo, as propriedades mecânicas e geométricas da camisa de reforço, o número de camadas de PRF e a orientação das fibras.

A rigidez da camisa de reforço exerce influência significativa no confinamento, pois está diretamente ligado ao módulo de elasticidade do material. Fibras de vidro ou de aramida são menos rígidas que as fibras de carbono, por isso, a *fib Model Code* 2010 (2012) recomenda que para o ganho de resistência pelo confinamento, seja utilizada a fibra de carbono, sendo as demais indicadas para o aumento da ductilidade.

Sudano (2005) explica que em pilares de concreto armado de seção transversal circular não existem maiores problemas para se promover uma pressão de confinamento adequada, já os pilares de concreto armado com seção transversal quadrada ou retangular apresentam uma distribuição de tensões não uniforme, com concentração nos cantos, este fato dificulta a aplicação do reforço com

PRF. Um outro fator muito importante que afeta o desempenho da camisa e a eficiência do confinamento é a presença das arestas vivas, que causam concentração de tensões e consequentemente o rompimento prematuro da camisa de PRF, por isso há a necessidade de se realizar o arredondamento dos cantos dos pilares antes da aplicação do PRF.

2.1.2 Projeto de reforço em PRF para pilares segundo a norma ACI 440.2R (2017)

As propriedades do PRF relatadas pelos fabricantes normalmente não consideram a exposição a longo prazo às condições ambientais. Por isso, a norma ACI 440.2R (2017) recomenda que esses fatores sejam considerados como propriedades iniciais, já que vários tipos de ambientes podem reduzir as propriedades de tração e resistência à fadiga dos laminados de PRF. Essas propriedades devem ser reduzidas por meio de um fator de redução ambiental C_E de acordo com os valores da Tab. 2.1 e utilizados nas Eqs. (2.1) e (2.2). Sendo f_{fu} a resistência à tração de cálculo, ε_{fu} a deformação específica de cálculo, f_{fu}^* a resistência à tração máxima e ε_{fu}^* a deformação específica máxima.

$$f_{fu} = C_E f_{fu}^* \quad (2.1)$$

$$\varepsilon_{fu} = C_E \varepsilon_{fu}^* \quad (2.2)$$

Tabela 2.1 - Valores de C_E de acordo com o ACI 440.2R-17 (2017)

Condições de exposição	Tipos de fibra	Fator de redução C_E
Interna	Carbono	0,95
	Vidro	0,75
	Aramida	0,85
Externa (pontes, píeres e garagens abertas)	Carbono	0,85
	Vidro	0,65
	Aramida	0,75
Agressiva (indústrias químicas e de tratamento de esgoto)	Carbono	0,85
	Vidro	0,50
	Aramida	0,70

De acordo com a ACI 440.2R (2017), as camisas de PRF fornecem confinamento passivo a elementos submetidos à compressão, por isso permanecem sem tensão até que ocorra dilatação e fissuração na peça em estado de compressão. Portanto, é fundamental uma boa aderência entre a camisa de reforço e o concreto.

Segundo a ACI 440.2R (2017), dependendo do nível de confinamento, a curva tensão-deformação de um pilar de concreto armado pode ser representada por uma das curvas da Fig. 2.3, onde f'_c e f'_{cc} representam as resistências máximas do concreto para os casos não confinado e

confinado. Essas resistências são calculadas pelo pico de carga menos a contribuição da armadura de aço dividido pela seção transversal do concreto. A deformação final da peça não confinada (ϵ_{cu}) corresponde a $0,85f'_c$ que está representado pela curva (a) da Fig. 2.3. A deformação final do concreto confinado (ϵ_{ccu}) corresponde a:

- $0,85f'_{cc}$ no caso de elementos levemente confinados, conforme a curva (b) da Fig. 2.3;
- A deformação de ruptura nos casos em que o concreto está altamente confinado é maior do que $0,85f'_{cc}$ no caso em que o concreto tem o comportamento semelhante à curva (c) da Fig. 2.3, já no caso da curva (d) da Fig. 2.3, a deformação de ruptura se dá com a resistência máxima do concreto confinado, ou seja, igual a f'_{cc} .

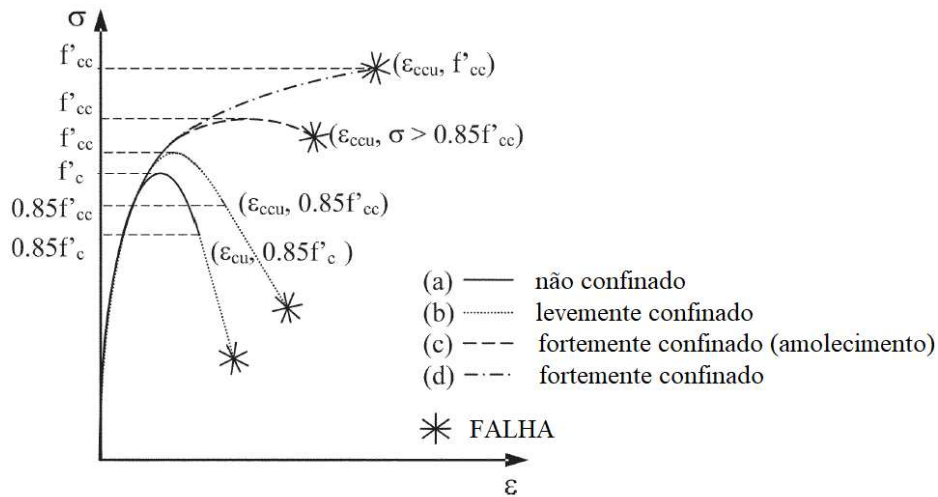


Figura 2.3 - Gráfico tensão-deformação de pilares de concreto armado não confinados e confinados
Fonte: Adaptado de ACI 440.2R (2017)

De acordo com a ACI 440.2R (2017), a resistência à compressão axial de um elemento de concreto não esbelto e confinado com uma camisa de PRF pode ser calculada usando a resistência do concreto confinado utilizando as Eqs. (2.3) e (2.4). A força axial que atua em um membro de concreto reforçado com PRF deve ser calculada usando os fatores de carga exigidos pelo código ACI 318 (2019), conforme a Tab. 2.2.

Para membros não protendidos com armadura transversal em espiral:

$$\phi P_n = 0,85\phi[0,85f'_{cc}(A_g - A_{st}) + f_y A_{st}] \quad (2.3)$$

Para membros não protendidos com armadura transversal comum.

$$\phi P_n = 0,8\phi[0,85f'_{cc}(A_g - A_{st}) + f_y A_{st}] \quad (2.4)$$

De acordo com a ACI 318 (2019), as parcelas de carregamento acidental e permanente podem ser definidas de acordo com a Eq. (2.5). Sendo ϕP_n a carga de projeto, q a parcela de carregamento acidental e g a parcela de carregamento permanente.

$$\phi P_n = 1,6q + 1,2g \quad (2.5)$$

Tabela 2.2 - Fator de redução de resistência de elementos submetidos à carga axial

Tensão de deformação	Classificação da seção	ϕ	
		Tipo de armadura transversal	
		Armaduras transversais em espiral	Armaduras transversais comuns
$\varepsilon_t \leq \varepsilon_{ty}$	Zona controlada por compressão	0,75	0,65
$\varepsilon_{ty} < \varepsilon_t < \varepsilon_{ty} + 0,003$	Zona de transição	$0,75 + 0,15 \frac{(\varepsilon_t - \varepsilon_{ty})}{(0,003)}$	$0,65 + 0,15 \frac{(\varepsilon_t - \varepsilon_{ty})}{(0,003)}$
$\varepsilon_t \geq \varepsilon_{ty} + 0,003$	Zona controlada por tração	0,90	0,90

A resistência máxima à compressão do concreto confinado (f'_{cc}) e a pressão máxima de confinamento (f_l) são calculadas usando as Eqs. (2.6) e (2.7), com a inclusão de um fator de redução adicional (Ψ_f) no valor de 0,95. Onde k_a é um fator de forma devido à geometria da seção transversal, n é o número de camadas de reforço, t_f é a espessura de cada camada de reforço, E_f é o módulo de elasticidade do reforço e ε_{fe} é a deformação efetiva.

$$f'_{cc} = f'_c + \Psi_f 3,3 k_a f_l \quad (2.6)$$

$$f_l = \frac{2E_f n t_f \varepsilon_{fe}}{D} \quad (2.7)$$

Em seções transversais não circulares, o coeficiente f_l na Eq. (2.7) corresponde à pressão máxima de confinamento de uma seção transversal circular equivalente com diâmetro D igual à diagonal obtida na Eq. (2.8). Por meio do trabalho realizado por Lam e Teng (2003), a norma ACI 440.2R (2017) recomenda uma razão f_l / f'_c não inferior a 0,08, pois esse é o nível mínimo de confinamento necessário para garantir um ganho de resistência como na curva (d) da Fig. 2.3.

$$D = \sqrt{b^2 + h^2} \quad (2.8)$$

A norma ACI 440.2R (2017) explica que o fator de eficiência k_e , utilizado na Eq. 2.9, é responsável por considerar a falha prematura do sistema de PRF, que por sua vez, é relacionada principalmente às regiões de concentração de tensão causadas pela fissuração do concreto à medida

que dilata. Utilizando a Eq. (2.9), pode-se obter a deformação efetiva do PRF na falha (ε_{fe}). Para o valor de k_e a norma ACI 440.2R (2017) recomenda a adoção de um valor de 0,55.

$$\varepsilon_{fe} = k_e \varepsilon_{fu} \quad (2.9)$$

Em seções transversais circulares, as camisas de PRF geralmente, demonstram uma boa capacidade de proporcionar ganho de resistência ao elemento de concreto. Esse ganho de resistência se deve a uma pressão de confinamento circunferencialmente uniforme, proporcionado pelo reforço durante a expansão radial das peças submetidas a esforços de compressão, que ocorre devido às fibras estarem alinhadas transversalmente ao eixo longitudinal do elemento. No entanto, o mesmo não ocorre em seções não circulares.

Em elementos de seção quadrada e retangular, a pressão de confinamento não é uniforme, conforme ilustrado pela Fig. 2.4. A determinação da área que foi efetivamente confinada (A_e), consiste na determinação de quatro parábolas dentro das quais o concreto é totalmente confinado, fora dessa região ocorre um confinamento desprezível. Segundo a ACI 440.2R (2017) a forma das parábolas e a área de confinamento efetiva resultante é uma função das dimensões da seção transversal do elemento (b e h), do raio de arredondamento dos cantos (r_c) e da taxa de armadura longitudinal ρ_g presente na seção transversal e pode ser determinada pela Eq. (2.10).

$$\frac{A_e}{A_c} = \frac{1 - \frac{\left[\left(\frac{b}{h} \right) (h - 2r_c)^2 + \left(\frac{h}{b} \right) (b - 2r_c)^2 \right]}{3A_g} - \rho_g}{1 - \rho_g} \quad (2.10)$$

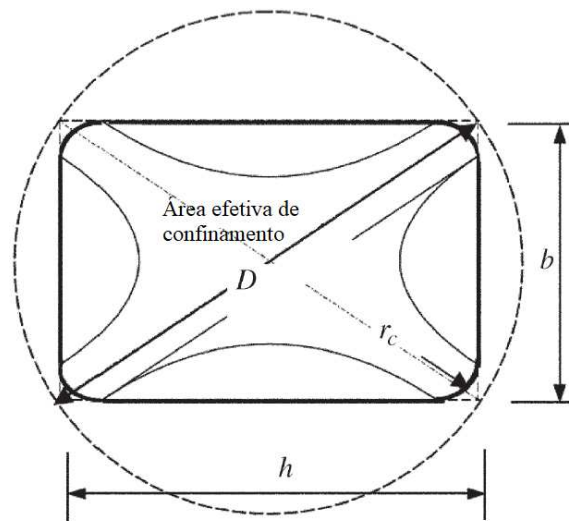


Figura 2.4 - Seção transversal circular equivalente
Fonte: ACI 440.2R (2017)

Os fatores de forma k_a e k_b são utilizados para considerar a forma da seção transversal no dimensionamento do reforço e são determinados em função da área da seção transversal do concreto efetivamente confinado (A_e) e das dimensões da seção transversal (h e b), conforme demonstrado nas Eqs. (2.11) e (2.12).

$$k_a = \frac{A_e}{A_c} \left(\frac{b}{h} \right)^2 \quad (2.11)$$

$$k_b = \frac{A_e}{A_c} \left(\frac{h}{b} \right)^{0,5} \quad (2.12)$$

De acordo com a ACI 440.2R (2017), a deformação compressiva máxima no concreto confinado com PRF (ε_{ccu}), pode ser encontrada usando a Eq. (2.13). Onde ε'_c é a deformação compressiva do concreto não confinado, a qual a ACI 440.2R (2017) recomenda a adoção de um valor de 0,002.

$$\varepsilon_{ccu} = \varepsilon'_c \left(1,50 + 12k_b \frac{f_l}{f'_c} \left(\frac{\varepsilon_{fe}}{\varepsilon'_c} \right)^{0,45} \right) \quad (2.13)$$

2.2 Confiabilidade Estrutural

A confiabilidade estrutural pode ser entendida como a probabilidade de uma estrutura não atingir um determinado estado limite. Segundo Scherer (2018), durante séculos os métodos construtivos assumiram a forma de “tentativa e erro” e a percepção de segurança e confiabilidade baseava-se em observações empíricas, de forma que estruturas bem-sucedidas se tornavam modelos para construções futuras em função de seu desempenho aceitável.

A maior parte dos problemas relacionados a projetos de engenharia apresentam algum grau de incerteza. Pode-se citar como exemplo ensaios realizados em laboratório em que materiais com as mesmas propriedades e dimensões, mesmo apresentando uma tendência na sua carga de ruptura, ainda assim apresentam algum grau de dispersão, essa dispersão também é conhecida como incerteza.

De acordo com Haldar e Mahadevan (2000), existem diversas incertezas relacionadas aos problemas em engenharia, os quais em geral carregam simplificações nas considerações de projeto e modelos de cálculo. Por essa razão, Nowak e Collins (2000) defendem que é impossível atestar que uma estrutura seja totalmente segura devido a aleatoriedade associada aos sistemas estruturais, podendo ser atestada tão somente um nível de segurança e por consequência uma probabilidade de falha associada à segurança obtida pelos modelos de probabilidade.

Segundo Beck (2019), as incertezas na engenharia podem ser classificadas em epistêmicas, intrínsecas e de erro humano. Incertezas intrínsecas fazem parte da natureza dos processos, apesar de não poderem ser eliminadas, essas são previsíveis e podem ser quantificadas por meio de métodos estatísticos. As incertezas epistêmicas são as que estão relacionadas ao conhecimento dos fenômenos envolvidos, as quais podem ser reduzidas e teoricamente eliminadas. Já os erros humanos, conforme explica Beck (2019), são simultaneamente intrínsecos e epistêmicos, pois são inevitáveis e redutíveis.

De acordo com Madsen e Egeland (1989 *apud* Scherer, 2018), os métodos de avaliação de segurança de uma estrutura podem ser classificados em diferentes níveis, os quais podem ser caracterizados pelo grau de sofisticação empregado e pela quantidade de informações requeridas do modelo.

- a) Métodos de Nível I: Os métodos que se enquadram neste nível são caracterizados por empregar valores característicos às variáveis associadas ao problema. É utilizado um método semi-probabilístico, onde a segurança é garantida por um coeficiente de segurança a ser adotado. Diversas normas fazem uso deste método a exemplo da NBR 6118 (2014).
- b) Métodos de Nível II: São métodos que buscam a determinação do índice de confiabilidade da estrutura analisada, fazendo uso de dois parâmetros estatísticos, os quais normalmente são o primeiro e o segundo momentos estatísticos (média e variância).
- c) Métodos de Nível III: Nos métodos deste nível, a margem de segurança é definida diretamente pela probabilidade de falha, onde são utilizadas distribuições de probabilidade associadas a todas as variáveis aleatórias utilizadas no modelo.
- d) Métodos de Nível IV: Os métodos pertencentes a este levam em consideração riscos de custo de construção, manutenção e reparo. É utilizado em situações em que o risco financeiro é significativamente maior que os riscos relacionados à vida. Logo, é esperado a minimização de custos ao longo da vida útil da estrutura.

De acordo com Diniz (2008), por causa das incertezas na determinação das resistências e das solicitações, a confiabilidade só pode ser tratada em termos probabilísticos. Santos e Eboli (2006) explicam que os objetivos principais da confiabilidade estrutural são: verificar se durante a vida útil de uma estrutura, se essa apresentará um nível adequado de segurança e verificar se a possibilidade de falha atende a intervalos de segurança em níveis adequados.

As principais características de uma variável aleatória são sua média e sua variância. A média (μ) pode ser definida como sendo a soma de todos eventos dividido pelo número de eventos que ocorrem. A mediana é conhecida por ser um termo central que corresponde a uma probabilidade

acumulada de ocorrência de 50%, enquanto a moda é conhecida como o evento que tem a maior probabilidade de acontecer.

A variância e o desvio padrão (σ) são medidas de dispersão que são calculadas a partir das médias observadas na ocorrência de eventos. Por essa razão, demonstram ser vantajosas quando utilizadas para análise probabilística, já que são variáveis que possuem a mesma unidade de medida. Segundo Bussab e Morettin (2010), o coeficiente de variação (δ) pode ser definido pela razão entre o desvio padrão e a média (μ), de acordo com a Eq. (2.14).

$$\delta = \frac{\sigma}{\mu} \quad (2.14)$$

A análise de probabilidade parte do pressuposto de um conjunto de possibilidades, onde essas reúnem todas as probabilidades de ocorrência de um evento, esse conjunto é conhecido como espaço amostral. Dentro desse espaço existem subconjuntos que são denominados de eventos e que segundo Haldar e Mahadevan (2000), é considerado como sendo ocorrências possíveis dentro de um espaço de possibilidades. Portanto, a probabilidade de um evento depende das probabilidades individuais das ocorrências dentro do espaço amostral.

Para realizar uma análise de probabilidade, é interessante fazer uso de variáveis aleatórias. Segundo Nowak e Collins (2000), uma variável aleatória pode ser considerada como uma lei que relaciona eventos de um espaço amostral com a reta dos números reais. Portanto, se X é uma variável aleatória, sua distribuição de probabilidade pode ser descrita por uma Função de Distribuição Acumulada (FDA), a qual é dada pela Eq. (2.15).

$$F_x(x) = P(X \leq x) \quad (2.15)$$

De acordo Haldar e Mahadevan (2000), no caso de variáveis contínuas, uma Função Densidade de Probabilidade (FDP) deve ser definida a partir de uma FDA, conforme demonstrado na Eq. (2.16). Ainda segundo Haldar e Mahadevan (2000), a Função de Densidade de Probabilidade deve ser uma função não-negativa com seu intervalo entre $-\infty$ e $+\infty$. Já a FDA deve ser igual a 0 em $-\infty$ e 1 em $+\infty$.

$$f_x(x) = \frac{dF_x(x)}{dx} \quad (2.16)$$

2.2.1 Distribuições de probabilidade

Segundo Melchers e Beck (2018), uma distribuição de probabilidade pode ser definida como uma lei ou regra que descreve as medidas de probabilidade associadas com todos os valores possíveis de uma variável aleatória. Para Haldar e Mahadevan (2000), qualquer modelo matemático que

satisfaça as propriedades da FDP e FDA pode ser usado para quantificar as incertezas de uma variável aleatória.

De acordo com o Teorema do Limite Central, a distribuição normal de probabilidade pode representar diversas distribuições de probabilidade dependendo do tamanho da amostra utilizada na análise estatística adotada. Bussab e Morettin (2010) afirmam que independente da forma de distribuição de probabilidade, quanto maior o tamanho da amostra utilizada mais a distribuição amostral se aproxima de uma distribuição normal. Essas características a tornam umas das distribuições mais importantes e comuns em problemas de engenharia.

De acordo com Haldar e Mahadevan (2000), a função densidade de probabilidade (FDP) e a função de distribuição acumulada (FDA) da distribuição normal podem ser representadas pelas Eqs (2.17) e (2.18), respectivamente.

$$f_x(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu_x}{\sigma_x} \right)^2 \right], -\infty \leq x < +\infty \quad (2.17)$$

$$F_x(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu_x}{\sigma_x} \right)^2 \right] dx \quad (2.18)$$

Os parâmetros da distribuição normal são a média (μ) e o desvio padrão (σ). De acordo com Haldar e Mahadevan (2000), a distribuição normal é amplamente representada por $N(\mu, \sigma)$, indicando que se trata de uma variável aleatória normal com média igual a μ e desvio padrão igual a σ . Silva Júnior (2019) explica que esse tipo distribuição é simétrica em torno da média e o desvio padrão é o responsável por dar o formato da curva, onde um maior desvio padrão resulta em um gráfico da FDP mais achatado.

Devido à complexidade da integração demonstrada na Eq. (2.18), Haldar e Mahadevan (2000) recomendam que esse problema seja contornado transformando a variável aleatória normal original em uma variável normal padrão, ou seja, com média (μ) zero, de acordo com a Eq. (2.19).

$$S = \frac{x - \mu_x}{\sigma_x} \quad (2.19)$$

Dessa forma, as novas equações que representam a FDP e a FDA podem ser representadas pelas Eqs. (2.20) e (2.21) a seguir.

$$f_s(S) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} S^2 \right], -\infty \leq S < +\infty \quad (2.20)$$

$$F_S(S) = \int_{-\infty}^S \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}S^2\right] ds \quad (2.21)$$

De acordo com Haldar e Mahadevan (2000), existem diversas situações em problemas de engenharia em que as variáveis adotadas não podem assumir um valor negativo. Por essa razão, uma distribuição comumente utilizada nessas situações é a distribuição lognormal, que segundo Silva Júnior (2019) é capaz de eliminar automaticamente a possibilidade de valores negativos por considerar o logaritmo natural da variável X . A FDP é dada pela Eq. (2.22) e seus parâmetros são obtidos pelas Eqs. (2.23) e (2.24).

$$f_X(x) = \frac{1}{\zeta_X \sqrt{2\pi x}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \lambda_X}{\zeta_X}\right)^2\right], -\infty \leq x < +\infty \quad (2.22)$$

$$\lambda_X = \ln \mu_X - \frac{1}{2}\zeta_X^2 \quad (2.23)$$

$$\zeta_X^2 = \ln(1 + \delta_X^2) \quad (2.24)$$

Da mesma forma que na distribuição normal, é uma tarefa árdua obter a integração da Eq. (2.22), por isso, Haldar e Mahadevan (2000) recomendam a transformação da variável a partir da consulta de valores tabelados de acordo com o valor de S calculado pela Eq. (2.25).

$$S = \frac{\ln x - \lambda_X}{\zeta_X} \quad (2.25)$$

De acordo com Silva Júnior (2019), é comumente utilizada uma distribuição de valores extremos Tipo I (ou distribuição Gumbel) para representar carregamentos ambientais, por isso, os valores que podem assumir são de suma importância para o projeto. Segundo Haldar e Mahadevan (2000), a FDA da distribuição de valores extremos para o caso de valores máximo pode ser obtida pela Eq. (2.26), enquanto que sua FDP pode ser obtida pela Eq. (2.27) e seus parâmetros podem ser encontrados pelas Eqs. (2.28) e (2.29).

$$F_{Y_n}(Y_n) = \exp\{-\exp[-\alpha_n(Y_n - u_n)]\} \quad (2.26)$$

$$f_{Y_n}(Y_n) = \alpha_n \exp[-\alpha_n(Y_n - u_n)] \exp\{-\exp[-\alpha_n(Y_n - u_n)]\}, -\infty \leq Y_n < +\infty \quad (2.27)$$

$$\alpha_n = \frac{1}{\sqrt{6}} \left(\frac{\pi}{\sigma_{Y_n}} \right) \quad (2.28)$$

$$u_n = \mu_{Y_n} - \frac{0,5772}{\alpha_n} \quad (2.29)$$

No caso de valores mínimos, a FDA da distribuição de valores extremos pode ser obtida pela Eq. (2.30), enquanto que sua FDP pode ser obtida pela Eq. (2.31) e seus parâmetros podem ser encontrados pelas Eqs. (2.32) e (2.33).

$$F_{Y_1}(Y_1) = \exp\{-\exp[-\alpha_1(Y_1 - u_1)]\} \quad (2.30)$$

$$F_{Y_1}(Y_1) = \alpha_1 \exp[-\alpha_1(Y_1 - u_1)] \exp\{-\exp[-\alpha_1(Y_1 - u_1)]\}, -\infty \leq Y_1 < +\infty \quad (2.31)$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{\sqrt{6}} \left(\frac{\pi}{\sigma_{Y_1}} \right) \quad (2.32)$$

$$u_1 = \mu_{Y_1} - \frac{0,5772}{\alpha_1} \quad (2.33)$$

2.2.2 Função de desempenho

De acordo com Diniz (2008), o problema básico da confiabilidade estrutural se encontra na verificação que a força resistente R seja maior do que a força solicitante S ao longo da vida útil da estrutura. Diniz (2008) explica que para a verificação do desempenho esperado de uma estrutura é comumente empregado uma análise de confiabilidade a partir de uma função performance ou, como também é conhecida, função de desempenho. De acordo com Haldar e Mahadevan (2000), essa função contempla todas as variáveis envolvidas no problema, geralmente expressando uma relação de capacidade versus demanda e caracterizando o desempenho desse modelo frente ao estado-limite considerado. A Eq. (2.34) representa a função de estado limite, onde a solicitação pode ser maior ou igual a resistência da estrutura.

$$g(x) = R(x) - S(x) \quad (2.34)$$

Onde $R(x)$ é a capacidade resistente do sistema e $S(x)$ é a solicitação sobre esse sistema, ambas compostas por variáveis aleatórias, enquanto $g(x)$ é a função de desempenho ou de estado-limite e x é o conjunto de variáveis aleatórias básicas do sistema. A condição de ruína da estrutura é dada por $g(x) < 0$, sendo $g(x) = 0$ o estado-limite. Logo, a probabilidade de falha (P_f) da estrutura é obtida pela Eq. (2.35).

$$P_f = P\{g(x) < 0\} \quad (2.35)$$

A segurança de uma estrutura pode ser expressa por meio de seu índice de confiabilidade (β) e de acordo com Nowak e Collins (2000), o valor desse índice possui associado a si uma probabilidade de falha. Para Sakamoto (2016), uma definição bastante utilizada devido à sua simplicidade é o índice de confiabilidade de Cornell, dado pela Eq. (2.36).

$$\beta_c = \frac{\text{Média de } g(x)}{\text{Desvio padrão de } g(x)} \quad (2.36)$$

A partir do índice de confiabilidade, pode-se obter a probabilidade falha por meio da Eq. (2.37), desde que os parâmetros utilizados na função de desempenho (R e S) possuam uma distribuição normal. Onde Φ é a função de distribuição acumulada normal padronizada. No entanto, é comum que nas maiorias dos problemas, as variáveis aleatórias não estejam distribuídas na forma normal. Nessas situações, pode-se adotar a metodologia FORM, a qual possibilita a transformação de variáveis aleatórias não normais em variáveis normais equivalentes.

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (2.37)$$

Utilizando a transformação proposta por Hasofer e Lind (1974, *apud* Sakamoto, 2016), o índice de confiabilidade β pode ser obtido geometricamente como a menor distância da origem à função de desempenho no espaço padronizado. Considerando a Eq. (2.34) com variáveis R e S estatisticamente independentes, médias μ_R e μ_S e desvios padrões σ_R e σ_S , pode-se reduzir as variáveis para a distribuição normal padrão (S_R e S_S), conforme apresentado na Eq. (2.19). Substituindo na Eq. (2.34), a função de desempenho no estado limite no espaço padronizado pode ser descrita pela Eq. (2.38).

$$g(S_R, S_S) = S_R\sigma_R - S_S\sigma_S + (\mu_R - \mu_S) = 0 \quad (2.38)$$

A distância (d) mais curta da origem a uma função linear $ax + by + c = 0$ pode ser calculada por meio da Eq. (2.39).

$$d = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad (2.39)$$

Dessa forma, o índice de confiabilidade pode ser encontrado pela Eq. (2.40), correspondendo à menor distância entre a origem e a função $g(x)$.

$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 - \sigma_S^2}} \quad (2.40)$$

2.3 Modelagem computacional de estruturas de concreto

2.3.1 Conceitos sobre o método dos elementos finitos

O Método dos Elementos Finitos (MEF) é um procedimento numérico desenvolvido para a análise de estruturas contínuas. Esse método simplifica e torna factível o cálculo de estruturas complexas de engenharia. Foi desenvolvido no início do século XX e teve seu uso popularizado na

comunidade científica devido à eficiência do método e pela evolução dos computadores, os quais possibilitaram a aplicação desse método devido a processos iterativos.

Segundo Barbosa (2017), o princípio básico do MEF consiste na discretização de um meio contínuo em um número finito de elementos interligados entre si por nós em suas extremidades, de maneira a formar uma malha de elementos que se comporte de forma semelhante à estrutura original, ou seja, a estrutura original é subdividida em várias outras menores que se relacionam entre si de forma que apresente um comportamento semelhante à estrutura que foi subdividida. Vaz (2011) explica que a discretização possibilita a geração de um modelo com um número finito de incógnitas para a análise de meios contínuos e que esse método pode ser usado para se formular tanto problemas de análise de estruturas reticuladas, como também de estruturas contínuas bi e tridimensionais.

De acordo com Silva Júnior (2019), o MEF foi desenvolvido por meio da formulação em deslocamentos da análise matricial de estruturas reticuladas, onde a semelhança entre os dois métodos consiste no uso comum dos conceitos de matriz de rigidez de elemento, montagem da matriz de rigidez da estrutura a partir da contribuição das matrizes de rigidez dos elementos e do conceito de cargas equivalentes nodais. Silva Júnior (2019) ainda explica que na área de análise de estruturas, a formulação do MEF pode ser feita a partir do Princípio da Mínima Energia Potencial Total, do Método de Resíduos Ponderados ou do Princípio dos Deslocamentos Virtuais.

2.3.2 Materiais não-lineares

De acordo com Lee (2014), um material considerado não-linear é aquele que não se comporta segundo a Lei de Hooke (Eq. (2.41)), a qual diz que um material linear é aquele que possui uma relação tensão-deformação linear e pode ser definido pela tensão, deformação específica e módulo de elasticidade do material. Onde σ é a tensão, ε a deformação específica e E o módulo de elasticidade do material.

$$\sigma = \varepsilon E \quad (2.41)$$

Lee (2014) ainda explica, que não basta apenas uma relação tensão-deformação para que um material seja considerado linear, também é necessário que essa relação seja considerada elástica, que o material não sofra efeitos de cargas de longo prazo e que seu comportamento seja independente da velocidade carregamento, ou seja, mesmo que um material possua um relação tensão-deformação linear, se ele não se enquadrar em um dos critérios descritos anteriormente será classificado como um material não-linear.

O comportamento não-linear do concreto é um dos desafios a serem superados na modelagem computacional de estruturas de concreto. Esse material possui grandes diferenças no comportamento

quando submetido a esforços de compressão ou tração. Além disso, ainda apresenta efeitos de retração e fluência. No que se refere a estruturas de concreto armado reforçadas com PRFC, ainda há a necessidade de modelar outros materiais com comportamento não-linear como é o caso do aço e do PRFC, o que torna necessário a utilização de diversos modelos constitutivos.

2.3.3 Modelo constitutivo para o concreto

O modelo *concrete* é o modelo constitutivo que está disponível para o elemento tridimensional Solid65. Esse modelo utiliza as equações constitutivas de Willam e Warnke (1974), o qual é capaz de trabalhar com os modelos de falha por fissuração e esmagamento do concreto. O critério de falha do concreto devido ao estado multiaxial de tensões pode ser obtido pela Eq. (2.42), onde F é uma função do estado de tensões principais ($\sigma_{xp}, \sigma_{yp}, \sigma_{zp}$), S é a superfície de falha expressa em termos das tensões principais e f_c é a resistência de compressão do concreto.

$$\frac{F}{f_c} - S \geq 0 \quad (2.42)$$

As funções F e S são expressas em função das tensões principais $\sigma_1(\sigma_{xp}, \sigma_{yp}, \sigma_{zp})$, $\sigma_2(\sigma_{xp}, \sigma_{yp}, \sigma_{zp})$ e $\sigma_3(\sigma_{xp}, \sigma_{yp}, \sigma_{zp})$, onde σ_1 é a tensão máxima em qualquer um dos planos e σ_3 é a tensão mínima. Caso a Eq. (2.42) seja satisfeita ocorre fissuração ou esmagamento do concreto.

A superfície de falha S é demonstrada na Fig. 2.5. O ângulo de similaridade η observado na Fig. 2.5 descreve as magnitudes das tensões principais, onde seu valor varia de 0° a 60° .

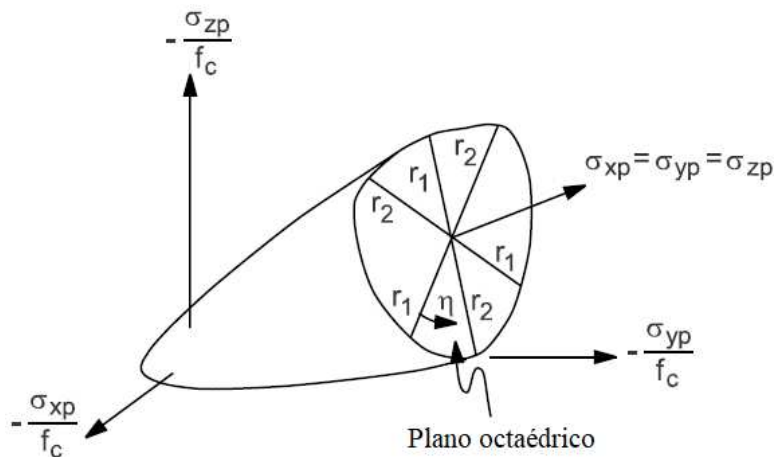


Figura 2.5 - Superfície de falha 3D no espaço da tensão principal
Fonte: Adaptado de ANSYS (2017)

A fratura do concreto pode ser classificada em quatro domínios, conforme demonstrado a seguir.

- I. $0 \geq \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ (compressão - compressão - compressão);

II. $\sigma_1 \geq 0 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ (tração - compressão - compressão);

III. $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq 0 \geq \sigma_3$ (tração - tração - compressão);

IV. $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \geq 0$ (tração - tração - tração).

No primeiro domínio (compressão - compressão - compressão), F e S são definidos pelas Eqs. (2.43) e (2.44), e através das Eqs. (2.45) a (2.48) são calculados os parâmetros da função S . Na Eq (2.48), o parâmetro σ_h é a média das tensões principais.

$$F = F_1 = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{15}} \quad (2.43)$$

$$S = S_1 = \frac{2r_2(r_2^2 - r_1^2)\cos\eta + r_2(2r_1 - r_2)\sqrt{4(r_2^2 - r_1^2)\cos^2\eta + 5r_1^2 - 4r_1r_2}}{4(r_2^2 - r_1^2)\cos^2\eta + (r_2 - 2r_1)^2} \quad (2.44)$$

$$\cos\eta = \frac{2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3}{\sqrt{2[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]}} \quad (2.45)$$

$$r_1 = a_0 + a_1\xi + a_2\xi^2 \quad (2.46)$$

$$r_2 = b_0 + b_1\xi + b_2\xi^2 \quad (2.47)$$

$$\xi = \frac{\sigma_h}{f_c} \quad (2.48)$$

Para a determinação da função S , ainda é necessário definir a função r_1 que é obtida em função dos parâmetros a_0 , a_1 e a_2 e a função r_2 que é obtida em função dos parâmetros b_0 , b_1 e b_2 . Os parâmetros da função r_1 podem ser obtidos pelas Eqs (2.49) e (2.50). Sendo f_c a resistência do concreto à compressão, f_t a resistência do concreto à tração, f_{cb} a resistência do concreto à compressão sob estado biaxial de tensão e σ_h^a a tensão hidrostática.

$$\begin{bmatrix} \frac{F_1}{f_c}(\sigma_1 = f_t, \sigma_2 = \sigma_3 = 0) \\ \frac{F_1}{f_c}(\sigma_1 = 0, \sigma_2 = \sigma_3 = -f_{cb}) \\ \frac{F_1}{f_c}(\sigma_1 = -\sigma_h^a, \sigma_2 = \sigma_3 = -\sigma_h^a - f_1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \xi_t & \xi_t^2 \\ 1 & \xi_{cb} & \xi_{cb}^2 \\ 1 & \xi_1 & \xi_1^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

$$\xi_t = \frac{f_t}{3f_c}, \quad \xi_{cb} = \frac{2f_{cb}}{3f_c}, \quad \xi_2 = \frac{-\sigma_h^a}{f_c} - \frac{2f_1}{3f_c} \quad (2.50)$$

E os parâmetros da função r_2 podem ser obtidos pelas Eqs (2.51) e (2.52), considerando ξ_0 a raiz positiva da Eq. (2.53).

$$\begin{bmatrix} \frac{F_1}{f_c}(\sigma_1 = \sigma_2 = 0, \sigma_3 = -f_c) \\ \frac{F_1}{f_c}(\sigma_1 = \sigma_2 = -\sigma_h^a, \sigma_3 = -\sigma_h^a - f_2) \\ \frac{F_1}{f_c}(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1/3 & 1/9 \\ 1 & \xi_2 & \xi_2^2 \\ 1 & \xi_0 & \xi_0^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

$$\xi_2 = \frac{-\sigma_h^a}{f_c} - \frac{f_2}{3f_c} \quad (2.52)$$

$$r_2(\xi_0) = a_0 + a_1\xi_0 + a_2\xi_0^2 \quad (2.53)$$

A superfície de falha (S) deve permanecer convexa, por isso, a razão r_1/r_2 deve permecer dentro do intervalo $0,5 < r_1/r_2 < 1,25$. Além disso, os coeficientes a e b devem satisfazer as seguintes condições:

I. $a_0 > 0, a_1 \leq 0, a_2 \leq 0$;

II. $b_0 > 0, b_1 \leq 0, b_2 \leq 0$.

No segundo domínio (tração - compressão - compressão), as funções F e S são obtidas conforme as Eqs. (2.54) a (2.58).

$$F = F_2 = \sqrt{\frac{(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2}{15}} \quad (2.54)$$

$$S = S_2 = \left(1 - \frac{\sigma_1}{f_t}\right) \frac{2p_2(p_2^2 - p_1^2)\cos\eta + p_2(2p_1 - p_2)\sqrt{4(p_2^2 - p_1^2)\cos^2\eta + 5p_1^2 - 4p_1p_2}}{4(p_2^2 - p_1^2)\cos^2\eta + (p_2 - 2p_1)^2} \quad (2.55)$$

$$p_1 = a_0 + a_1X + a_2X^2 \quad (2.56)$$

$$p_2 = b_0 + b_1X + b_2X^2 \quad (2.57)$$

$$X = \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{3f_c} \quad (2.58)$$

No terceiro domínio (tração - tração - compressão), F e S são definidos pelas Eqs. (2.59) e (2.60).

$$F = F_3 = \sigma_i, i = 1; 2 \quad (2.59)$$

$$S = S_3 = \frac{f_t}{f_c} \left(1 + \frac{\sigma_3}{f_c} \right); i = 1; 2 \quad (2.60)$$

Se o critério de falha para σ_1 e σ_2 for satisfeito, ocorre fissuração nos planos perpendiculares às tensões principais σ_1 e σ_2 . Se o critério for satisfeito somente para σ_1 , ocorre fissuração apenas no plano perpendicular a σ_1 .

No quarto e último domínio (tração - tração - tração), F e S são definidos pelas Eqs. (2.61) e (2.62).

$$F = F_4 = \sigma_i, i = 1; 2; 3 \quad (2.61)$$

$$S = S_4 = \frac{f_t}{f_c} \quad (2.62)$$

Se o critério de falha para σ_1 , σ_2 e σ_3 for satisfeito, ocorre fissuração nos planos perpendiculares às tensões principais σ_1 , σ_2 e σ_3 . Se o critério for satisfeito somente para σ_1 e σ_2 , ocorre fissuração apenas nos planos perpendiculares a σ_1 e σ_2 . Se o critério for satisfeito somente para σ_1 , ocorre fissuração apenas no plano perpendicular a σ_1 .

A Figura 2.6 representa a superfície de falha para estado de tensões biaxial ou quase biaxial. Se a maioria das tensões principais não nulas estiverem nas direções σ_{xp} e σ_{yp} , as três superfícies mostradas são para σ_{zp} pouco superior a zero, σ_{zp} igual a zero e σ_{zp} menor que zero. Se σ_{xp} e σ_{yp} forem negativos e σ_{zp} positivo e próximo a zero, é prevista fissuração em uma direção perpendicular a σ_{zp} . Se σ_{zp} for zero ou negativo e próximo a zero, considera-se que o material esmagou (ANSYS, 2017).

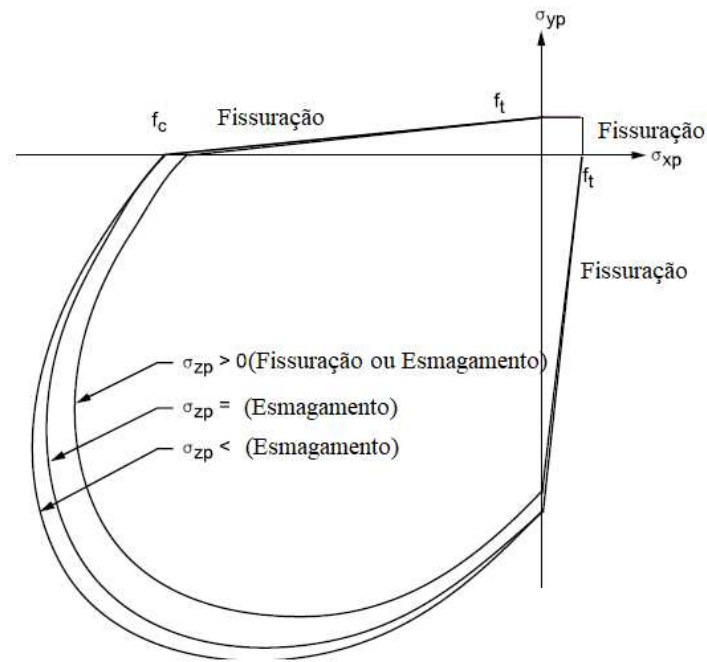


Figura 2.6 - Superfície de falha no espaço de tensões principais com tensões biaxiais
Fonte: Adaptado de ANSYS (2017)

2.3.4 Modelo constitutivo para o aço

Segundo Lazzari (2016), o modelo mais adotado para simulação do aço em estruturas de concreto armado é o uniaxial, onde se considera que as armaduras resistem apenas a esforços axiais. Este modelo pode ser representado por um diagrama tensão-deformação bilinear que considera o comportamento do aço como elastoplástico, além de possuir comportamento isotrópico. Aços com patamar de escoamento bem definido podem ser representados por um modelo elastoplástico perfeito. Enquanto os demais aços são representados por um modelo com endurecimento linear, conforme representado pela Fig. 2.7.

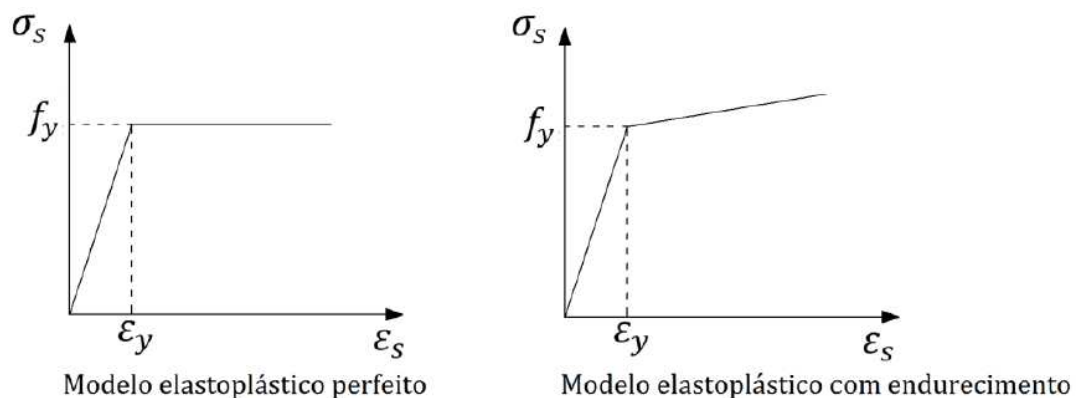


Figura 2.7 - Comportamento do aço
Fonte: Barbosa (2017)

De acordo com Real (2000), o comportamento do aço em compressão é simulado da mesma maneira que quando tracionado e o diagrama da Fig. 2.8 pode ser expresso analiticamente por meio das Eqs. (2.63) a (2.65). Sendo σ_s e ε_s a tensão e a deformação do aço, ε_y a deformação correspondente à tensão de escoamento do material, E_{s1} o módulo de elasticidade, E_{s2} o módulo tangente, f_y a tensão de escoamento do material e ε_{su} a deformação de ruptura. Real (2000) explica que para aços com patamar de escoamento bem definido, adota-se $E_{s2} = 0$, enquanto para os aços com endurecimento linear, adota-se $E_{s2} = 0,05E_{s1}$.

$$\sigma_s = E_{s2}(\varepsilon_s + \varepsilon_y) - f_y, \text{ para } \varepsilon_s \leq -\varepsilon_y \quad (2.63)$$

$$\sigma_s = E_{s1}\varepsilon_s, \text{ para } -\varepsilon_y \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_y \quad (2.64)$$

$$\sigma_s = E_{s2}(\varepsilon_s - \varepsilon_y) + f_y, \text{ para } \varepsilon_y \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{su} \quad (2.65)$$

onde ε_y pode ser obtido pela Eq. (2.66).

$$\varepsilon_y = \frac{f_y}{E_{s1}} \quad (2.66)$$

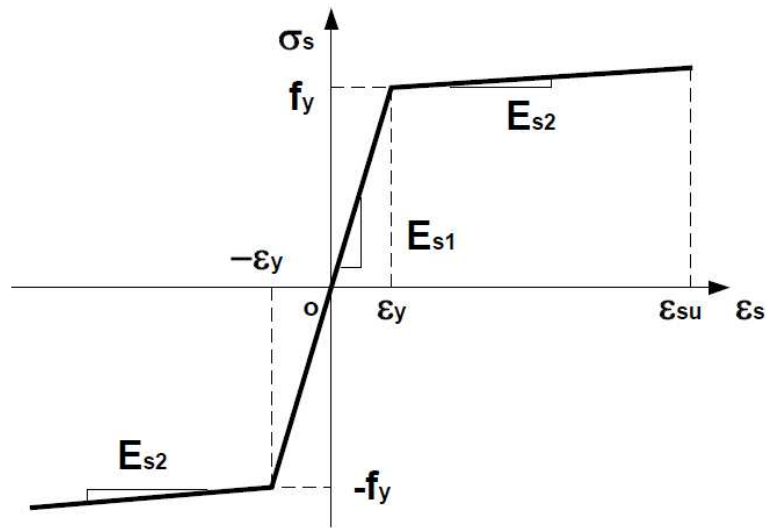


Figura 2.8 - Modelo constitutivo bilinear para o aço
Fonte: Real (2000)

2.3.5 Modelo constitutivo para o PRFC

O material utilizado na análise foi o *Epoxy Carbon UD (230 GPa) Prepreg* que está disponível no ANSYS Workbench. É um material que deve ser utilizado em conjunto com o módulo ANSYS Composite PrePost (ACP), o qual permite a definição das características do reforço como espessura e direção das fibras. De acordo com ANSYS (2017), é um desafio prever o comportamento de compósitos em situações reais de trabalho e isso envolve considerar tensões e deformações, além de critérios de falha. Quanto ao critério de falha, foi definido para o material os critérios de máxima deformação, máxima tensão e o critério de falha Tsai-Wu.

No critério de deformação máxima, as razões entre as deformações submetidas ao reforço e as deformações máximas resistidas são comparadas no sistema de coordenadas principais da camada de reforço conforme a Eq. (2.67), caso qualquer uma das razões das coordenadas seja ≥ 1 há falha no reforço por máxima deformação. Sendo f a falha, ε_1 a deformação na direção longitudinal, ε_2 a deformação na direção transversal, ε_3 a deformação na direção normal, X_ε a deformação resistente na direção longitudinal, Y_ε a deformação resistente na direção transversal e Z_ε a deformação resistente na direção normal. Enquanto γ_{12} , γ_{13} e γ_{23} são as distorções angulares no reforço e S_ε , R_ε e Q_ε são as distorções resistentes do reforço. Em relação ao tipo de esforço submetido (compressão ou tração) os coeficientes da Eq. (2.67) podem ser adaptados de acordo com a Eq. (2.68), sendo $X_{\varepsilon t}$, $Y_{\varepsilon t}$ e $Z_{\varepsilon t}$ esforços de tração e $X_{\varepsilon c}$, $Y_{\varepsilon c}$ e $Z_{\varepsilon c}$ esforços de compressão.

$$f = \max \left(\left| \frac{\varepsilon_1}{X_\varepsilon} \right|, \left| \frac{\varepsilon_2}{Y_\varepsilon} \right|, \left| \frac{\varepsilon_3}{Z_\varepsilon} \right|, \left| \frac{\gamma_{12}}{S_\varepsilon} \right|, \left| \frac{\gamma_{13}}{R_\varepsilon} \right|, \left| \frac{\gamma_{23}}{Q_\varepsilon} \right| \right) \quad (2.67)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 \geq 0 &\Rightarrow X_\varepsilon = X_{\varepsilon t}; \varepsilon_1 < 0 \Rightarrow X_\varepsilon = X_{\varepsilon c} \\ \varepsilon_2 \geq 0 &\Rightarrow Y_\varepsilon = Y_{\varepsilon t}; \varepsilon_2 < 0 \Rightarrow Y_\varepsilon = Y_{\varepsilon c} \\ \varepsilon_3 \geq 0 &\Rightarrow Z_\varepsilon = Z_{\varepsilon t}; \varepsilon_3 < 0 \Rightarrow Z_\varepsilon = Z_{\varepsilon c} \end{aligned} \quad (2.68)$$

De maneira semelhante a anterior, no critério de tensão máxima as razões entre as tensões submetidas ao reforço e as tensões máximas resistidas são comparadas no sistema de coordenadas principais da camada de reforço conforme a Eq. (2.69), caso qualquer uma das razões das coordenadas seja ≥ 1 há falha por atingir a máxima tensão resistida pelo reforço. Sendo f a falha, σ_1 a tensão na direção longitudinal, σ_2 a tensão na direção transversal, σ_3 a tensão na direção normal, X a tensão resistente na direção longitudinal, Y a tensão resistente na direção transversal e Z a tensão resistente na direção normal. Enquanto τ_{12} , τ_{13} e τ_{23} são as tensões de cisalhamento submetidas ao reforço e S , R e Q são as tensões de cisalhamento resistentes do reforço. Em relação ao tipo de esforço submetido (compressão ou tração) os coeficientes da Eq. (2.69) podem ser adaptados de acordo com a Eq. (2.70), sendo X_t , Y_t e Z_t esforços de tração e X_c , Y_c e Z_c esforços de compressão.

$$f = \max \left(\left| \frac{\sigma_1}{X} \right|, \left| \frac{\sigma_2}{Y} \right|, \left| \frac{\sigma_3}{Z} \right|, \left| \frac{\tau_{12}}{S} \right|, \left| \frac{\tau_{13}}{R} \right|, \left| \frac{\tau_{23}}{Q} \right| \right) \quad (2.69)$$

$$\begin{aligned} \sigma_1 \geq 0 &\Rightarrow X = X_t; \sigma_1 < 0 \Rightarrow X = X_c \\ \sigma_2 \geq 0 &\Rightarrow Y = Y_t; \sigma_2 < 0 \Rightarrow Y = Y_c \\ \sigma_3 \geq 0 &\Rightarrow Z = Z_t; \sigma_3 < 0 \Rightarrow Z = Z_c \end{aligned} \quad (2.70)$$

O critério de falha Tsai-Wu foi formulado a partir de tensores de resistência, que permitem transformações de sistemas em coordenadas. Esse critério foi baseado em um polinômio de segunda ordem, cuja forma geral está expressa na Eq. (2.71). Sendo F_{ij} e F_i os componentes dos tensores de resistência, os demais coeficientes seguem as mesmas definições dos critérios de máxima deformação e máxima tensão descritos anteriormente.

$$f = F_{11}\sigma_1^2 + F_{22}\sigma_2^2 + F_{33}\sigma_3^2 + F_{44}\tau_{23}^2 + F_{55}\tau_{13}^2 + F_{66}\tau_{12}^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 + 2F_{23}\sigma_2\sigma_3 + 2F_{13}\sigma_1\sigma_3 + F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2 + F_3\sigma_3 \quad (2.71)$$

Para o estado de tensão plano, os coeficientes F_{ij} e F_i do critério Tsai-Wu são definidos de acordo com as Eqs. (2.72) a (2.78).

$$F_{11} = \frac{1}{X_t X_c} \quad (2.72)$$

$$F_{22} = \frac{1}{Y_t Y_c} \quad (2.73)$$

$$F_{44} = \frac{1}{Q^2} \quad (2.74)$$

$$F_{66} = \frac{1}{S^2} \quad (2.75)$$

$$F_1 = \frac{1}{X_t} - \frac{1}{X_c} \quad (2.76)$$

$$F_2 = \frac{1}{Y_t} - \frac{1}{Y_c} \quad (2.77)$$

$$F_{55} = \frac{1}{R^2} \quad (2.78)$$

Para o caso de estado plano de tensões, substituindo os coeficientes F_{ij} e F_i das Eqs. (2.72 a 2.78) na Eq. (2.71), o critério Tsai-Wu pode ser expresso conforme a Eq. (2.79).

$$f = \frac{\sigma_1^2}{X_t X_c} + \frac{\sigma_2^2}{Y_t Y_c} + \frac{\tau_{23}^2}{Q^2} + \frac{\tau_{13}^2}{R^2} + \frac{\tau_{12}^2}{S^2} + \left(\frac{1}{X_t} - \frac{1}{X_c} \right) \sigma_1 + \left(\frac{1}{Y_t} - \frac{1}{Y_c} \right) \sigma_2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 \quad (2.79)$$

O coeficiente F_{12} não pode ser obtido diretamente das tensões de ruptura de casos de carga uniaxial. Para resultados precisos, deve ser determinado através de testes de carga biaxial. Na prática, muitas vezes é dado na forma de um coeficiente de interação não dimensional conforme a Eq. (2.80).

$$F_{12}^* = \frac{F_{12}}{\sqrt{F_{11}F_{22}}} \quad (2.80)$$

Segundo ANSYS (2017), para garantir que o critério represente uma superfície de falha de forma cônica fechada, o valor de F_{12}^* deve estar dentro da faixa $-1 < F_{12}^* < 1$. No entanto, a faixa de valores para o comportamento fisicamente significativo do material é mais limitada. É utilizado frequentemente um valor de $-0,5$ para F_{12}^* . De acordo com ANSYS (2017), a constante $2F_{12}^*$ torna-se -1 e pode ser generalizada para as três dimensões (X , Y e Z), obtendo as constantes F_{13}^* e F_{23}^* de forma similar à F_{12}^* e assumindo que $2F_{13}^*$ e $2F_{23}^*$ também assumam um valor de -1 . Sendo assim, o critério de falha Tsai-Wu considerando as três dimensões fica de acordo com a Eq. (2.81).

$$f = \frac{\sigma_1^2}{X_t X_c} + \frac{\sigma_2^2}{Y_t Y_c} + \frac{\sigma_3^2}{Z_t Z_c} + \frac{\tau_{23}^2}{Q^2} + \frac{\tau_{13}^2}{R^2} + \frac{\tau_{12}^2}{S^2} - \frac{\sigma_1 \sigma_2}{\sqrt{X_t X_c Y_t Y_c}} - \frac{\sigma_2 \sigma_3}{\sqrt{Y_t Y_c Z_t Z_c}} - \frac{\sigma_1 \sigma_3}{\sqrt{X_t X_c Z_t Z_c}} + \left(\frac{1}{X_t} - \frac{1}{X_c}\right) \sigma_1 + \left(\frac{1}{Y_t} - \frac{1}{Y_c}\right) \sigma_2 + \left(\frac{1}{Z_t} - \frac{1}{Z_c}\right) \sigma_3 \quad (2.81)$$

2.4 Estado da arte

2.4.1 Trabalhos realizados sobre confiabilidade de estruturas de concreto armado

Barbosa (2017) realizou um estudo sobre a confiabilidade de pilares de concreto armado projetados de acordo com os aspectos normativos da NBR 6118 (2014). Para isso, desenvolveu um modelo de elementos finitos através do software ANSYS utilizando uma ferramenta de customização UPF (User Programmable Features) para representar a não-linearidade do concreto. O modelo foi estruturado em linguagem FORTRAN e teve como base as equações constitutivas apresentadas no Código Modelo fib 2010. Para a determinação dos índices de confiabilidade foi feita a partir da aplicação do Método de Monte Carlo, através da ferramenta Probabilistic Design do ANSYS. Através da análise dos resultados foi concluído que os pilares submetidos à flexo-compressão normal apresentaram índices de confiabilidade satisfatórios, entretanto, quase metade dos pilares submetidos à flexo-compressão oblíqua não atingiram os índices de confiabilidade estabelecidos na pesquisa.

Devido às grandes vantagens do confinamento de pilares como meio de aprimorar ou recuperar sua capacidade portante, Ferreira (2017) estudou a confiabilidade estrutural desses elementos a partir da literatura disponível, utilizando 151 pilares curtos de concreto armado divididos em cinco grupos, variando resistência do concreto, taxas de armadura e níveis de confinamento. Os níveis de confiabilidade implícitos no projeto de reforço sugerido pelos aspectos normativos da ACI

440.2R (2008) e ACI 318 (2014), foram obtidos através da simulação de Monte Carlo. Para a simulação da resistência e análise da confiabilidade dos pilares, um procedimento computacional foi realizado por meio da implementação do programa RACOL-FRP no software MATLAB que incorpora um módulo para a simulação das estatísticas da resistência da coluna e um módulo para a geração das estatísticas das cargas atuantes. Na análise dos resultados foi observado que os índices de confiabilidade estão de acordo com os sugeridos na calibração da norma americana ACI 318 (2014). Entretanto, também foi salientado que a norma ACI 440.2R (2008) superestima o aumento da resistência do concreto devido ao aumento do confinamento, o que proporciona uma ligeira redução no índice de confiabilidade e consequentemente um aumento na probabilidade de falha.

Badimuen (2017) visando uma forma adequada de avaliação de estruturas já existentes, elaborou uma pesquisa voltada à análise da confiabilidade dessas estruturas dando ênfase principalmente à resistência à compressão do concreto utilizado na construção de pilares. Para isso, foram utilizados testemunhos extraídos e a variação do fator de confiabilidade recomendado pela ACI 214R (2011), o qual é utilizado na equação que estima a resistência do concreto, esse fator de confiabilidade é usado de forma complementar ao desvio padrão já utilizado nas recomendações das normas brasileiras. Para a determinação dos índices de confiabilidade foi utilizado o Método de Simulação de Monte Carlo, o qual foi implementado por um programa desenvolvido no software MATLAB. A partir da análise dos resultados, foi concluído que as recomendações do ACI 562 (2013) proporcionaram maiores índices de confiabilidade e menores dispersões que a NBR 6118 (2014), tal fato se deve à correção do coeficiente de variação na determinação da resistência característica equivalente utilizada na especificação da solicitação de cálculo.

Lyra; Beck e Stocchi (2020) desenvolveram um trabalho voltado a estudar os índices de confiabilidade estrutural de vigas pré-moldadas protendidas de pontes projetadas conforme as normas brasileiras NBR 6118 (2014) e NBR 7188 (2013). Os métodos “First Order Mean Value” (FOMV) e método de confiabilidade de primeira ordem (FORM) foram utilizados para análise de confiabilidade por meio do software StRAnD - “Structural Reliability Analysis and Design” desenvolvido no Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos. Ao final do estudo, foi observado que os índices de confiabilidade obtidos mostraram que a norma brasileira possui nível de segurança semelhante à norma europeia e superior à norma australiana. No entanto, foi ressaltado pelos autores que as equações de estado limite de serviço são particularmente sensíveis ao momento fletor do trem-tipo, das tensões admissíveis e das perdas de protensão, as quais podem reduzir significativamente os índices de confiabilidade obtidos para a norma brasileira.

2.4.2 Trabalhos realizados sobre modelagem computacional de estruturas de concreto armado

Randi *et al.* (2018) realizaram uma investigação computacional por meio do software ATENA 2D com o intuito de analisar parametricamente a influência do comprimento da armadura de ancoragem de um pilar em um bloco de concreto sobre duas estacas, submetido à compressão uniforme. A análise estrutural foi realizada com a aplicação do método dos elementos finitos por meio do software citado anteriormente. Além disso, foi utilizado o Método Newton-Raphson para os cálculos matemáticos iterativos objetivando encontrar a convergência entre as funções diferenciais a cada incremento de carga. Ao final da pesquisa, foi concluído que os resultados numéricos estavam em conformidade com os resultados registrados para os modelos experimentais de referência. Já em relação aos comprimentos de ancoragem, foi salientado que as modificações no comprimento das armaduras não tiveram influência significativa no comportamento dos modelos, uma vez que o modelo de rompimento do bloco por esmagamento do concreto ocorreu nas regiões nodais após o surgimento de fissuras devido aos fluxos de tensão nas bielas.

Pereira *et al.* (2019) pesquisaram sobre o comportamento de pilares pré-moldados de concreto armado, utilizando seções não convencionais, as quais foram submetidas a cargas excêntricas. Para isso, foi realizado um programa experimental que serviu de parâmetro para a utilização de modelos teóricos e simulações computacionais a fim de estimar a carga e o comportamento final das peças analisadas. O modelo teórico foi baseado na norma brasileira ABNT NBR 6118 (2014), a qual considera as relações tensão-deformação do aço e do concreto, considerando inclusive as não linearidades físicas do concreto. Já para as simulações computacionais foi utilizado o software ANSYS que permite a elaboração de um modelo numérico baseado no método de elementos finitos. A partir da análise dos resultados foi concluído que o modelo numérico apresentou desempenho satisfatório em relação aos resultados experimentais, no entanto, apresentou problemas de convergência em determinados ensaios. Já o modelo teórico se mostrou uma boa alternativa em relação ao modelo numérico, no entanto, apenas até os estados limites de utilização, já que ele não apresenta uma formulação adequada para avaliação dos estados limites últimos.

Por ser uma técnica relativamente nova, o reforço de estruturas de concreto com fibras de carbono ainda possui um número limitado de modelos analíticos e teóricos. Por essa ótica, Al-Rousan e Barfed (2019) desenvolveram uma análise em elementos finitos não linear para estudar o comportamento de pilares de concreto armado reforçados com PRFC. Para o alcance de tal objetivo, foram simulados pilares disponíveis na literatura de forma a validar e possibilitar a realização de um estudo paramétrico. A simulação computacional foi realizada por meio do software ANSYS, variando

as condições de carga (carregamento concêntrico, excêntrico unidimensional ou bidimensional) e características constitutivas dos elementos, tais como taxa de reforço e a variação do tipo de vínculos (podendo gerar pilares com curvatura simples ou dupla). O estudo demonstrou potencialização no desempenho quanto à flexão e capacidade portante de todos os espécimes, no entanto, para excentricidades elevadas foi notado que esse aprimoramento não foi tão significativo, principalmente nos casos de curvatura simples. Já no caso de curvatura dupla, observou-se uma exposição maior a forças de cisalhamento, as quais proporcionaram um alto confinamento, fato que permitiu que a capacidade de carga final fosse maior do que nos casos de curvatura simples.

Ahmad *et al.* (2020), por meio de uma investigação experimental e computacional, analisaram a influência do confinamento de concreto armado conferido por estribos tipo tira plana. O estudo analisou a aplicação dessa técnica em subconjuntos de viga-pilar com o intuito de aumentar a capacidade do conjunto aos esforços de cisalhamento. Os resultados experimentais realizados pelos autores e os dados experimentais disponíveis na literatura possibilitaram a validação do modelo computacional utilizado. A simulação computacional foi realizada por intermédio da aplicação do método dos elementos finitos utilizando o software ANSYS. Ao fim da pesquisa foi concluído que o confinamento proporcionado pelos estribos não convencionais ofereceu melhor desempenho quanto à ductilidade, rigidez e resistência das peças analisadas. Além disso, foi observado que os modos de ruptura e os padrões de fissura dos espécimes foram simulados com precisão pelo ANSYS.

Takla e Tarsha (2020) realizaram um estudo sobre a capacidade portante de pilares quadrados de concreto armado reforçados com fibra de carbono submetidos a altas temperaturas. Para isso, foi aplicado o método de elementos finitos por meio de uma simulação computacional, a qual foi implementada com o auxílio do software ANSYS. Após serem expostas ao fogo por um período de 60 minutos, deu-se início as análises das peças estudadas. Foi observado que o pilar de referência teve um decréscimo de resistência de 9%, enquanto os pilares reforçados demonstraram ganho de resistência de acordo com o número de camadas de reforço utilizadas. No entanto, não se viu aumentos significativos de resistência em peças com mais de três camadas de fibra de carbono, já que houve uma diferença de apenas 1,4% no ganho de resistência entre peças com quatro e três camadas, enquanto houve um ganho de praticamente 5% de aumento na capacidade portante entre peças com três e duas camadas de reforço. Logo, foi concluído que não há grande benefício em aumentar o número de camadas de fibra de carbono para mais de 3 camadas. Além disso, o material de reforço é sensível ao calor e só deve ser utilizado se protegido do calor por materiais isolantes ou usando fibras de tratamento térmico.

Bhuvaneshwari e Mohan (2020) realizaram um estudo sobre a reparação de pilares de concreto armado danificados por altas temperaturas, sendo que os reparos foram realizados utilizando compósitos cimentícios à base de vidro e polipropileno. Para a conclusão da pesquisa foram realizados estudos experimentais que submeteram 15 pilares curtos em duas situações de carga de incêndio, uma delas de carga moderada (500 C°) e outra de carga alta (900 C°), os quais foram posteriormente reparados e submetidos à compressão axial. Em seguida, foram simulados computacionalmente o mesmo número de pilares sob as mesmas condições por meio do software ANSYS, a fim de proporcionar a realização de uma análise paramétrica com os resultados obtidos em ambas as simulações. Ao fim da pesquisa, foi concluído que as variações entre os resultados dos modelos experimentais e computacionais foram desprezíveis. Em relação aos reparos foi constatado que apenas nos pilares submetidos a cargas moderadas de incêndio houve recuperação da capacidade portante quando comparadas às colunas de controle.

3. METODOLOGIA

Este trabalho foi realizado utilizando os resultados experimentais das pesquisas de Wang *et al.* (2012) e Souza (2001) como referência em termos de comparação, a fim de validar o modelo computacional utilizado. Além disso, também foram utilizados para a realização das análises de confiabilidade e para realização do estudo paramétrico. A modelagem computacional foi realizada por meio do software ANSYS *Workbench* versão estudantil, o qual realiza simulações por meio do método dos elementos finitos. Utilizando os modelos computacionais desenvolvidos, foram realizadas algumas simulações para cada pilar a fim de determinar pontos de referência para desenvolver uma equação de superfície de resposta capaz de determinar, com uma precisão adequada, a carga última dos modelos analisados a partir da variação dos parâmetros de entrada. A equação de superfície de resposta foi determinada com o auxílio do software Minitab, o qual é capaz de realizar diversas análises estatísticas.

Posteriormente, foi calculada a carga de projeto dos pilares por meio de recomendações normativas da ACI 440.2R (2017). Por meio da equação de superfície de resposta e pela carga de projeto, foi determinada uma função de desempenho capaz de representar as situações em que ocorrem falhas nos modelos analisados. Essa equação foi utilizada para aplicação dos métodos FORM e Monte Carlo para verificação do nível de confiabilidade alcançado pelos modelos. Os métodos FORM e Monte Carlo foram aplicados por meio de um algoritmo desenvolvido em Python por Real (2022). Por meio desse algoritmo também foi realizado um estudo paramétrico a fim de observar como o nível de confiabilidade é influenciado pela variação dos parâmetros de entrada do modelo, esses resultados foram comparados ao nível de confiabilidade da ACI 440.2R (2017) que explica que os coeficientes de ponderação recomendadas para o dimensionamento dos reforços foram calibrados para produzir índices de confiabilidade acima de 3,5.

3.1 Modelagem Computacional

O software ANSYS *Workbench* possui uma interface gráfica que disponibiliza vários módulos de análise, dentre eles há o módulo *Static Structural* que foi utilizado para a validação computacional deste trabalho. Esse módulo disponibiliza uma série de materiais com configurações predefinidas. Além de utilizar esses materiais, é possível alterar as configurações de análise dos materiais por meio de comandos APDL (*ANSYS Parametric Design Language*) que é uma linguagem de programação própria do ANSYS. Com isso, o software permite configurar todo o comportamento do material por meio de comandos (Apêndice 1 e 2), sem a necessidade de criar um novo material e configurar todas suas características.

Para o concreto foi definido o material *concrete*, já para as armaduras foi definido o material *structural steel*. As configurações de análise desses materiais foram definidas por meio de comandos APDL. O reforço foi modelado por meio do módulo ACP (*ANSYS Composite PrepPost*) que permite modelar toda a geometria dos pilares bem como o reforço utilizado, que posteriormente é transferido para o módulo *Static Structural* para realização da análise estática (Apêndice 2). Para o funcionamento do modelo é necessário definir corretamente a discretização das armaduras utilizadas.

Foi utilizado um modelo discreto para idealização da rigidez da armadura, que segundo Ayala (2017) é um modelo que necessita que os nós dos elementos do concreto e da armadura coincidam, além de ser o modelo ideal para as equações constitutivas de William e Warnke (1974). Para a definição da malha a ser utilizada foi realizado um teste de convergência de malha que consiste na realização de sucessivas simulações para verificar a variação dos resultados a fim de definir uma malha ideal que demonstre resultados satisfatórios com o menor esforço computacional possível.

O software *ANSYS Workbench* disponibiliza em sua interface de análise diversas opções para a definição do tipo de contato a ser utilizado entre elementos bem como o tipo de formulação utilizada. De acordo com Lee (2014), o software possui os seguintes tipos de contatos: *Bonded*, *No Separation*, *Frictional*, *Frictionless*, *Rough* e *Forced Frictional Sliding*. Para os modelos analisados foi o utilizado o tipo de contato *Bonded* (Apêndice 2), que de acordo com ANSYS (2017) pode ser aplicado a todos os tipos de geometria. Nesse tipo de contato não é permitido deslizamento ou separação entre elementos que estão em contato, além disso, é considerado resistência infinita na região da interface, o que faz com que a extensão da região de contato não seja alterada durante a análise.

Ainda segundo Lee (2014), o *ANSYS Workbench* também disponibiliza quatro tipos de formulações para os contatos: *Multi-Point Constraint* (MPC), *Pure Penalty*, *Normal Lagrange* e *Augmented Lagrange*. Para os modelos analisados, foi utilizada a formulação *Pure Penalty* (Apêndice 2), essa formulação converge pelo contato das faces dos elementos do concreto com os elementos dos reforços, uma vantagem frente à formulação MPC que converge pelo contato entre os nós dos elementos, o que exigiria tempo e esforço computacional muito maior.

Concluída a confecção da geometria, as configurações dos materiais utilizados e definição da malha a ser utilizada, parte-se para configuração da análise. A análise foi realizada considerando a face inferior dos pilares como indeslocável na direção Y a fim de representar a reação dos modelos, já a face superior foi considerada deslocável e para representar a ação foi aplicado um deslocamento na direção -Y nessa região. Essa ação foi subdividida em “*substeps*” (passos de carga) que foram ajustados para cada modelo, já que assim como o teste de convergência de malha, o número adequado de “*substeps*” depende de testes e da geometria de cada modelo analisado.

O método Newton-Raphson, que foi utilizado nesta análise, é uma das formas utilizadas pelo ANSYS para solucionar análises não lineares. Segundo Pivatto (2017), esse método é feito por meio da aproximação da trajetória de equilíbrio da estrutura por suas tangentes até alcançar a convergência. Os deslocamentos foram sendo aplicados gradativamente até que o software retornasse que a capacidade de carga do modelo havia sido excedida em cada um dos modelos apresentados.

3.1.1 Elementos utilizados na modelagem

Para representar o concreto, foi definido o elemento tridimensional Solid65 que de acordo com ANSYS (2017) é um material com capacidade de fissurar sob tração e esmagar sob compressão, além de ser capaz de sofrer fluência. Além disso, este elemento suporta até quatro materiais diferentes para cada elemento finito, sendo um o material principal e os demais as armaduras distribuídas no interior do elemento, sendo ideal para representar o concreto armado. Esse elemento utiliza a formulação de Willam-Warnke (1974) para representar o comportamento do concreto e está ilustrado na Fig. 3.1.

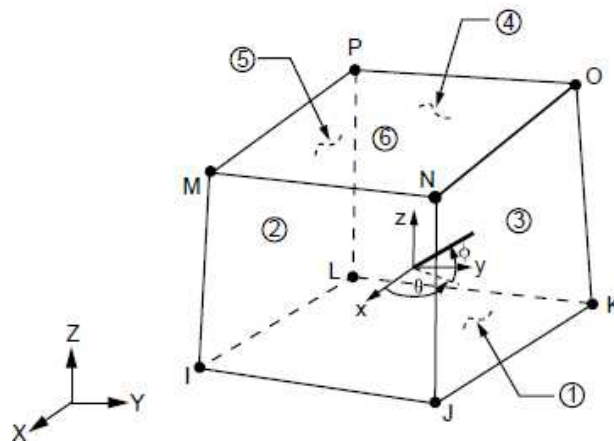


Figura 3.1 - Elemento Solid65
Fonte: ANSYS (2017)

Foi utilizado o elemento linear Link180 para representação do aço das armaduras, que de acordo com ANSYS (2017) é um elemento tridimensional linear que pode ser usado para modelar cabos e barras, além de outros elementos e possui dois nós com três graus de liberdade em cada nó. O formato tridimensional desse elemento é devido a uma linha unidimensional que une seus dois nós e é aplicada uma seção transversal a essa linha. Esse elemento resiste apenas a esforços axiais e possui elasticidade, plasticidade e fluência e a seção transversal é capaz de aumentar ou diminuir quando o elemento é submetido à compressão ou tração, sendo que esse elemento está ilustrado na Fig. 3.2.

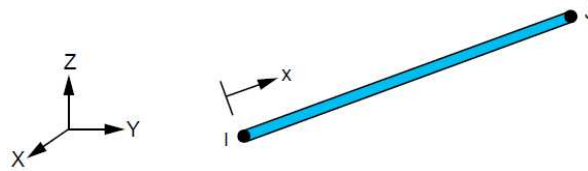


Figura 3.2 - Elemento Link180
Fonte: ANSYS (2017)

Para o reforço foi utilizado o elemento SHELL181, que de acordo ANSYS (2017), é um elemento de quatro nós com seis graus de liberdade em cada nó (translações nas direções x , y e z e rotações sobre os eixos x , y e z). Esse elemento é adequado para simular estruturas de cascas finas ou que possuam uma espessura relativamente pouco significativa diante das demais dimensões da peça analisada. SHELL181 é adequado para aplicações não lineares de grande rotação e/ou de grande deformação. Esse elemento considera a mudança da espessura do reforço em análises não lineares, característica que o torna capaz de considerar a distribuição de pressão interna da estrutura onde está associado, sendo que esse elemento está ilustrado na Fig. 3.3.

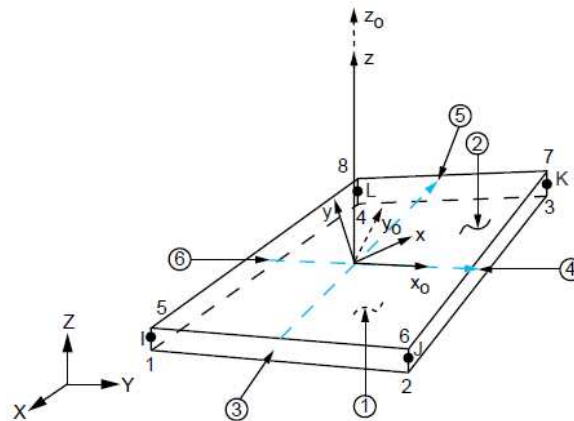


Figura 3.3 - Elemento SHELL181
Fonte: ANSYS (2017)

Para especificar uma região de contato, é necessário selecionar um conjunto de faces de contato (*contact*) e alvo (*target*). De acordo com Lee (2014), faces de contato estão associadas a ações, e faces de alvo a reações. Lee (2014) ainda afirma que durante a solução, o ANSYS verifica a situação de cada nó nas faces de contato contra as faces de alvo. Para isso, são gerados elementos dos tipos *Conta* e *Targe*. Se o comportamento de uma região de contato for definido como simétrico, tanto os elementos do tipo *Conta* quanto do tipo *Targe* se comportam da mesma maneira, não importando a posição deles.

O elemento de contato utilizado neste trabalho foi o elemento *Conta174* e o elemento de alvo foi o elemento *Targe170*. *Conta174* é utilizado para representar contato e deslizamento entre duas faces tridimensionais. Segundo ANSYS (2017), esse elemento possui as mesmas características

geométricas do elemento ao qual está conectado. Já o elemento *Target170* é usado para representar superfícies tridimensionais de alvo associadas a elementos de contato. Esses elementos estão representados na Fig. 3.4.

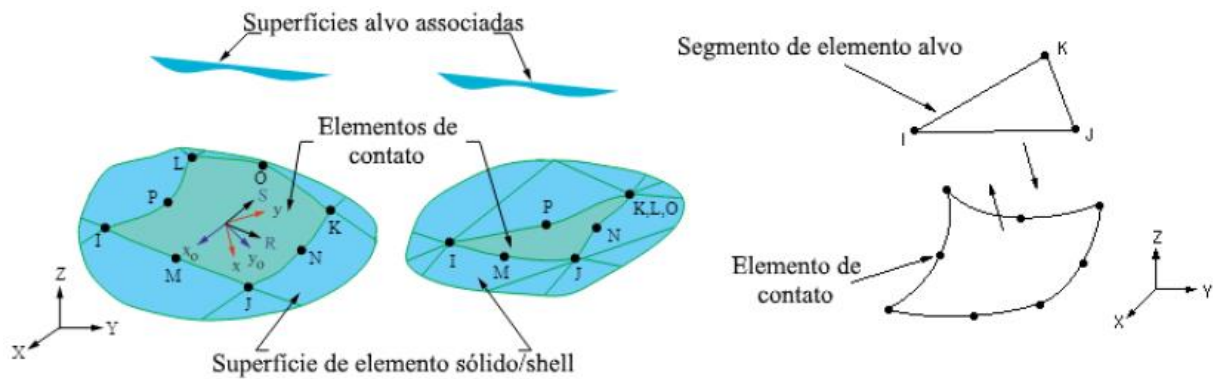


Figura 3.4 - Elemento Elementos Conta174 e Target170
Fonte: Adaptado de ANSYS (2017)

3.1.2 Parametrização de variáveis

Para a aplicação do método da superfície de resposta foi necessário realizar uma parametrização das variáveis de resistência do modelo utilizado. Essa parametrização foi realizada por meio do módulo *response surface* que está disponível na versão *Workbench* do ANSYS. A parametrização realizada por esse módulo é feita baseada na técnica de amostragem *Central Composite Design* (CCD). De acordo com Lima *et al.* (2013), essa técnica tem ampla aplicação devido à sua economia em relação ao número de experimentos necessários para sua implementação. De acordo com ANSYS (2017), essa técnica de amostragem define pontos fatoriais fracionários adequados para calibrar um modelo de resposta quadrática. Ainda segundo ANSYS (2017), é definido 1 ponto central, $2k$ pontos axiais localizados nas regiões de máximo e mínimo de cada parâmetro e 2^k pontos fatoriais localizado nas posições -1 e +1 das diagonais do espaço parametrizado, conforme a Fig. 3.5, onde k é o número de variáveis consideradas na parametrização.

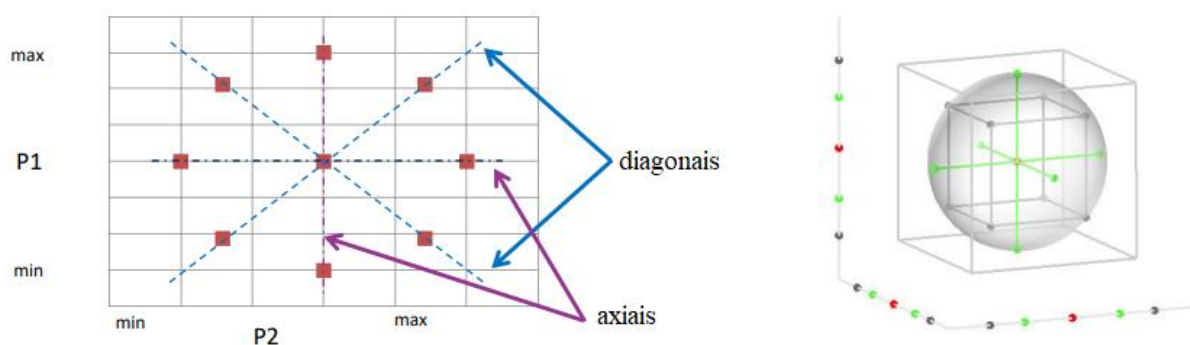


Figura 3.5 - Parametrização das variáveis
Fonte: ANSYS (2017)

3.2 Método da Superfície de Resposta

De acordo com Montgomery e Runger (2008), o método da superfície de resposta é uma coleção de técnicas matemáticas e estatísticas que são úteis para modelagem e análise nas aplicações em que a resposta de interesse seja influenciada por várias variáveis e o objetivo seja otimizar essa resposta. Além disso, o uso da metodologia da superfície de resposta apresenta uma ampla aplicação, já que ela considera vários fatores em níveis diferentes. Uma das vantagens desse método é que seus resultados são resistentes aos impactos de condições não ideais, como erros aleatórios e pontos influentes, além de sua simplicidade analítica que gera polinômios de duas ou mais variáveis que, em geral, são funções contínuas.

Na maioria dos problemas que necessitam da superfície de resposta, a forma do relacionamento entre as variáveis dependentes e independentes é desconhecida, por isso é necessário encontrar uma aproximação para a relação entre a variável resposta (Y) e as variáveis independentes (fatores). A forma geral do modelo de segunda ordem da superfície de resposta pode ser observada na Eq. (3.1).

$$Y = a_0 + \sum_{i=1}^k a_i X_i + \sum_{i=1}^k a_{ii} X_i^2 + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=2}^k a_{ij} X_i X_j + \varepsilon \quad (3.1)$$

Em que $X_1, X_2, \dots, X_k$ são as variáveis independentes que tem influência na resposta Y ; $a_0, a_i (i=1, 2, \dots, k), a_{ij} (j = 1, 2, \dots, k)$ são parâmetros desconhecidos, e ε é um erro aleatório.

Para facilitar a obtenção da equação da superfície de resposta, pode-se fazer o uso de variáveis codificadas, conforme demonstrado na Eq. (3.2).

$$x_{iu} = \frac{X_{iu} - \mu_{X_{iu}}}{\sigma_{X_{iu}}} \quad (3.2)$$

Em que X_{iu} é o u -ésimo nível da i -ésima variável independente, $\mu_{X_{iu}}$ é a média dos valores de X_{iu} e $\sigma_{X_{iu}}$ é o desvio padrão, logo, os valores da variável resposta obtidos com as variáveis codificadas podem ser obtidos por meio da Eq. (3.3).

$$Y_u = a_0 + \sum_{i=1}^k a_i x_{iu} + \sum_{i=1}^k a_{ii} x_{iu}^2 + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=2}^k a_{ij} x_{iu} x_{ju} + \varepsilon_u \quad (3.3)$$

O modelo pode ainda ser escrito na forma de matriz da seguinte maneira.

$$Y = Xa + \varepsilon \quad (3.4)$$

Em que $Y' = (Y_1, Y_2, \dots, Y_N)$, X é uma matriz $N \times p$ de coeficientes dos parâmetros que compreende os níveis das variáveis independentes; a é um vetor $p \times 1$ de parâmetros desconhecidos

e $\varepsilon' = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_N)$. O estimador de mínimos quadrados para a no modelo é dado de acordo com a Eq. (3.5).

$$\hat{a} = (X'X)^{-1}X'Y \quad (3.5)$$

3.3 Método de Monte Carlo

De acordo com San Martins (2014), o método de Monte Carlo é um processo de simulação que pode ser usado na avaliação da confiabilidade estrutural. Para isso, é preciso que sejam conhecidas, ou assumidas, as distribuições de probabilidade das variáveis aleatórias envolvidas e que se tenha um modelo matemático capaz de representar o comportamento da estrutura quando solicitada.

Haldar e Mahadevan (2000) descrevem os seis elementos essenciais associados ao método de Monte Carlo, os quais estão descritos a seguir.

- I. Definir o problema em termos das variáveis aleatórias;
- II. Determinar as distribuições de probabilidade e as principais estatísticas das variáveis aleatórias envolvidas no problema;
- III. Gerar um conjunto de valores para as variáveis aleatórias de acordo com suas distribuições de probabilidade;
- IV. Solucionar o modelo de forma determinística para o conjunto de valores das variáveis aleatórias;
- V. Extrair as informações estatísticas após N simulações;
- VI. Determinar a eficiência do processo de simulação.

Segundo Coelho (2018), o método de simulação de Monte Carlo é utilizado para simular um evento envolvendo um alto número de repetições, onde são gerados conjuntos aleatórios de valores para as variáveis de acordo com as distribuições de probabilidade de cada variável. Para cada simulação, é verificado se a função $g(x)$ que representa o comportamento da estrutura estudada demonstra valores menores que zero, o que evidencia uma falha da estrutura. Essa probabilidade de falha pode ser obtida pela Eq. (3.6), onde $I_g(x) = 1$ se $g(x) \leq 0$, e N é o número de simulações.

$$P_f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I_g(X_i) \quad (3.6)$$

Coelho (2018) explica que é desejável saber quantas simulações são requeridas para se obter um intervalo de confiança adequado, conforme demonstrado pela Tab. 3.1. Segundo Ang e Tang

(1975, *apud* Coelho, 2018), o erro da estimativa em função da quantidade de simulações é dado pela Eq. (3.7).

Tabela 3.1 - Estimativa de erro

P_f	Número de simulações (N)		
	Erro = 10%	Erro = 5%	Erro = 1%
1E-03	4E+05	2E+06	4E+07
1E-04	4E+06	2E+07	4E+08
1E-05	4E+07	2E+08	4E+09
1E-06	4E+08	2E+09	4E+10

$$\text{Erro} = 200 \sqrt{\frac{1 - P_f}{NP_f}} \quad (3.7)$$

3.4 Método FORM

De acordo com Magalhães (2014), devido à complexidade dos problemas, nem sempre é possível ter conhecimento das distribuições de probabilidade das variáveis envolvidas, por isso afirma que nessas situações o método mais indicado a ser utilizado é o método FOSM (*First Order Second Moment*). Já quando se tem conhecimento das distribuições de probabilidade, Magalhães (2014) afirma que os métodos FORM e Monte Carlo são os mais indicados para as análises de confiabilidade.

Segundo Beck (2012), os métodos de confiabilidade FOSM, FORM e SORM (*Second Order Reliability Method*) são baseados na transformação de Hasofer e Lind (1974), a qual reduz um vetor de variáveis aleatórias normais com médias e desvios padrão quaisquer a um vetor de variáveis aleatórias normais com média zero e desvio padrão unitário.

O método FOSM e o FORM aproximam a equação de estado limite a uma função linear, enquanto o SORM aproxima a equação de estado limite a superfícies quadráticas ou parabólicas. Essa linearização das equações de estado limite é realizada por uma expansão em série de Taylor, limitada aos termos de primeira ordem, no ponto de projeto. Aqui parte-se do pressuposto que devido ao fato do ponto de projeto ser o ponto sobre o domínio de falha com maior probabilidade de ocorrência, linearizar a equação de estado limite nesse ponto minimizaria o erro cometido ao se calcular a probabilidade de falha para a equação (BECK, 2012).

De acordo com Haldar e Mahadevan (2000), o método FORM pode ser descrito conforme a sequência a seguir.

- I. Definir a equação de estado limite $g(x)$;
- II. Assumir um ponto de falha inicial x^* ;
- III. Calcular, em função de x^* , a média e desvio padrão equivalentes de cada variável não distribuída normalmente;

- IV. Calcular as derivadas parciais no ponto x^* ;
- V. Calcular os cossenos diretores α_i ;
- VI. Obter o novo ponto de falha $x_{i*} = -\alpha_i \beta \sigma X_i N$;
- VII. Calcular o valor de β atualizado;
- VIII. Repetir os processos de I a VIII até atingir a convergência entre β e x^* .

3.5 Variáveis aleatórias utilizadas

3.5.1 Resistência à compressão do concreto (f_c)

De acordo com Gomes (2001), a resistência à compressão do concreto pode ser representada por uma distribuição normal de probabilidade e a média pode ser obtida pela Eq. (3.8), onde δ_{fc} é o coeficiente de variação.

$$\mu_{fc} = \frac{f_{ck}}{(1 - 1,645\delta_{fc})} \quad (3.8)$$

O coeficiente de variação δ_{fc} está diretamente ligado ao controle de qualidade no processo de confecção do material e também à sua heterogeneidade. Segundo Mirza *et al.* (1979 *apud* Real, 2000), o coeficiente de variação da resistência à compressão compreende-se na faixa de 0,10 a 0,20. Para esta pesquisa será adotado um valor intermediário de 0,15 para o coeficiente de variação.

A resistência à tração e o módulo de elasticidade do concreto utilizados neste trabalho foram definidos em função do f_{ck} , através das Eqs. (3.9) e (3.10) recomendadas pela fib *Model Code* 2010 (2012).

$$f_{ctm} = 0,3f_{ck}^{2/3} \quad (3.9)$$

$$E_c = 21500 \left(\frac{f_{ck}}{10} \right)^{1/3} \quad (3.10)$$

3.5.2 Tensão de escoamento da armadura (f_y)

De acordo com Real (2000), a variabilidade da tensão de escoamento da armadura pode ser representada por uma distribuição normal de probabilidade. Além disso, recomenda que o valor médio μ_s seja definido conforme a Eq. (3.11).

$$\mu_s = 1,09f_{yk} \quad (3.11)$$

Segundo Gomes (2001), devido ao processo industrial de fabricação das armaduras de aço, a tensão de escoamento tende a apresentar pequena variabilidade, o que justifica um coeficiente de

variação δ_s igual a 5%.

3.5.3 Módulo de elasticidade da fibra (E_r)

De acordo com Atadero e Karbhari (2008, *apud* Silva Júnior, 2019), a distribuição de probabilidade da variável adotada para o reforço é lognormal e o coeficiente de variação é igual a 10%. A média a ser utilizada para o reforço será a mesma usada para a simulação determinística dos modelos.

3.5.4 Parcela permanente de carregamento (g)

Galambos *et al.* (1982), recomendam que para um carregamento permanente, deve-se adotar uma distribuição de probabilidade normal com média (μ_{g_k}) igual a 1,05 vezes o valor de g_k e coeficiente de variação de 10%.

3.5.5 Parcela acidental do carregamento (q)

Para a carga acidental, conforme recomendado por Galambos *et al.* (1982), deve-se utilizar uma distribuição de probabilidade de valores extremos Tipo I (Gumbel). Com isso, adotou-se a Eq. (3.12) para o cálculo do valor médio da carga acidental, onde δ_q é o coeficiente de variação da carga acidental, que segundo Galambos *et al.* (1982) pode ser considerado igual a 25%

$$\mu_q = \frac{q_k}{1 + 0,35\delta_q} \quad (3.12)$$

3.6 Estimativa de erro do modelo utilizado

De acordo com Magalhães (2014), além das incertezas das resistências dos materiais e dos esforços impostos as estruturas, deve-se considerar também as incertezas devido ao modelo numérico utilizado. Para isso, foram utilizadas as recomendações de Mirza e Skrabek (1991) para a estimativa do erro de modelo.

Segundo Mirza e Skrabek (1992) a relação entre os resultados experimentais e teóricos é afetada devido variações do próprio modelo computacional, pela variabilidade das variáveis aleatórias do sistema e pela variabilidade do processo experimental, sendo representada pela Eq. (3.13). Sendo $V_{EXP/MOD}$ o coeficiente de variação devido a razão ($Pu,exp/Pu,mod$), V_{MODELO} é coeficiente de variação do erro proporcionado pelo modelo, V_{LOTE} é o coeficiente de variação dos ensaios de laboratório das variáveis do sistema, V_{ENSAIO} é o coeficiente de variação dos resultados obtidos experimentalmente no ensaio dos pilares.

$$V_{EXP/MOD}^2 = V_{MODELO}^2 + V_{LOTE}^2 + V_{ENSAIO}^2 \quad (3.13)$$

Por meio da Eq. (3.13), o coeficiente de variação do erro do modelo pode ser determinado pela Eq. (3.14).

$$V_{MODELO}^2 = V_{EXP/MOD}^2 - V_{LOTE}^2 - V_{ENSAIO}^2 \quad (3.14)$$

O coeficiente de variação devido a razão ($Pu,exp/Pu,mod$) foi determinado por meio dos ensaios experimentais utilizados como referência desta pesquisa. O coeficiente de variação do ensaio é função da excentricidade relativa (e/h) que de acordo com Skrabek (1989) pode ser representado pela Eq. (3.15).

$$V_{ENSAIO} = \left[0,02 + 0,004 \left(\frac{h}{e} \right) \right] \leq 0,04 \quad (3.15)$$

Para o coeficiente de variação do lote foi adotado o valor obtido por Magalhães ($V_{LOTE} = 0,044$) que aplicou as sugestões de Skrabek (1989) e Mirza e Macgregor (1979) em simulações de Monte Carlo para obtenção desse valor.

A metodologia anterior foi utilizada para determinar o erro de modelo para parcela resistente da função de desempenho. Para a parcela solicitante foi seguida as recomendações do JCSS *Probabilistic Model Code* (2001) que recomenda que para considerar erros devido a efeitos do carregamento, pode-se utilizar um erro de distribuição lognormal com média 1,0 e desvio padrão de 0,05. Logo a função de desempenho, demonstrada no item 2.2.2, considerando os efeitos de erro do modelo fica de acordo com a Eq. (3.16), onde θ_R é o erro associado ao modelo resistente e θ_S é o erro associado ao modelo de solicitação.

$$g_{(x)} = \theta_R R_{(x)} - \theta_S S_{(x)} \quad (3.16)$$

4.RESULTADOS

4.1 Validação do modelo computacional

4.1.1 Pilares de Souza (2001)

Em sua tese de doutorado, Souza (2001) realizou um ensaio experimental de seis pilares, sendo três deles reforçados por PRFC. Os pilares possuíam as mesmas características geométricas, variando apenas a taxa de armadura longitudinal e a resistência à compressão do concreto. As características dos pilares podem ser observadas na Tab. 4.1.

Tabela 4.1- Características dos pilares de Souza					
Modelo	Seção (mm)	Altura (mm)	Armadura longitudinal (mm)	Resistência à compressão do concreto (MPa)	PRFC
G1	150 x 150	713	4 Ø 10	41,2	-
G2	150 x 150	713	4 Ø 10	23,0	-
G3	150 x 150	713	4 Ø 12,5 + 4 Ø 16,0	41,2	-
G1R	150 x 150	713	4 Ø 10	41,2	1
G2R	150 x 150	713	4 Ø 10	23,0	1
G3R	150 x 150	713	4 Ø 12,5 + 4 Ø 16,0	23,0	1

No modelo G3R, o autor utilizou concreto com resistência inferior ao seu modelo de referência com o objetivo de simular uma situação em que o pilar estivesse com uma capacidade portante menor que a dimensionada, situação que pode ser encontrada em estruturas com idades muito avançadas. A Tab. 4.2 demonstra as características dos demais materiais utilizados no experimento de Souza.

Um teste de convergência de malha foi realizado para determinar a melhor configuração de malha a ser utilizada nos modelos de Souza (2001). Foram utilizadas malhas de 6,25 mm para direção x e 28,52 mm para a direção y para o concreto, enquanto que para o PRFC foi definido uma malha de 12,5 mm. A malha utilizada está representada na Fig. 4.1. Foi realizado um teste semelhante ao teste de convergência de malha para determinar o número ideal de *substeps* (passos de cargas) que são as subdivisões do deslocamento aplicado. Para os pilares de Souza (2001) foram utilizados 75 *substeps*.

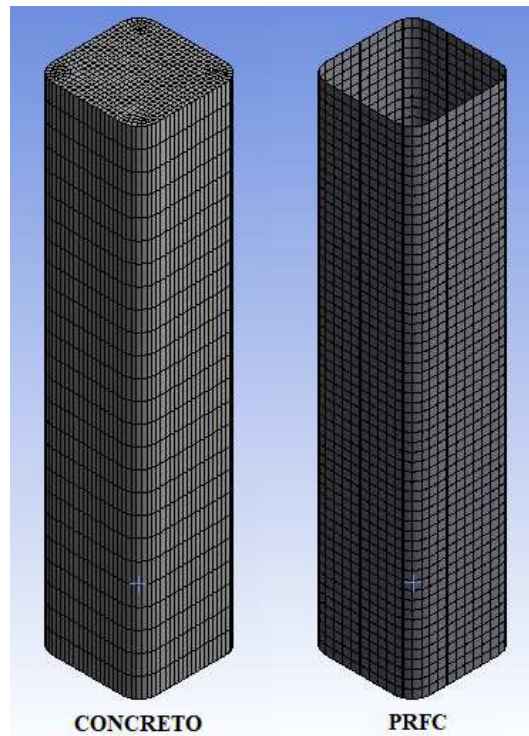


Figura 4.1 - Malha utilizada nos pilares de Souza (2001)

Fonte: Autor

Tabela 4.2 - Características dos materiais utilizados por Souza

Armadura longitudinal (MPa)	Armadura transversal (MPa)	PRFC		
		Módulo de elasticidade (GPa)	Resistência à tração (MPa)	Deformação última (%)
615	797	231	4205	1,8

Foi relatado por Souza (2001) que o modo de falha dos modelos não reforçados se deu inicialmente na região do cobrimento, posteriormente houve o esmagamento do núcleo de concreto com flambagem das armaduras longitudinais. Os modelos reforçados por PRFC apresentaram ruptura do núcleo de concreto, mas sem apresentar ruptura do reforço e com concentração de tensões na região do núcleo de concreto.

Os modelos computacionais apresentaram comportamento semelhante, o reforço em PRFC não atingiu sua capacidade de tensão máxima em nenhum dos modelos (Fig. 4.2). A distribuição de tensões de compressão (Fig. 4.3) também foram semelhantes aos relatos de Souza (2001). Logo, a falha do modelo computacional também se deu devido ao esmagamento do núcleo de concreto dos

pilares analisados. Além disso, assim como foi relatado por Souza (2001), foi observado que a alta taxa de armadura longitudinal do pilar G3R diminuiu a sua expansão lateral, o que diminuiu a contribuição do reforço na capacidade axial final do modelo. A Tab. 4.3 reúne os resultados das simulações experimental e computacional, permitindo uma comparação entre os resultados obtidos.

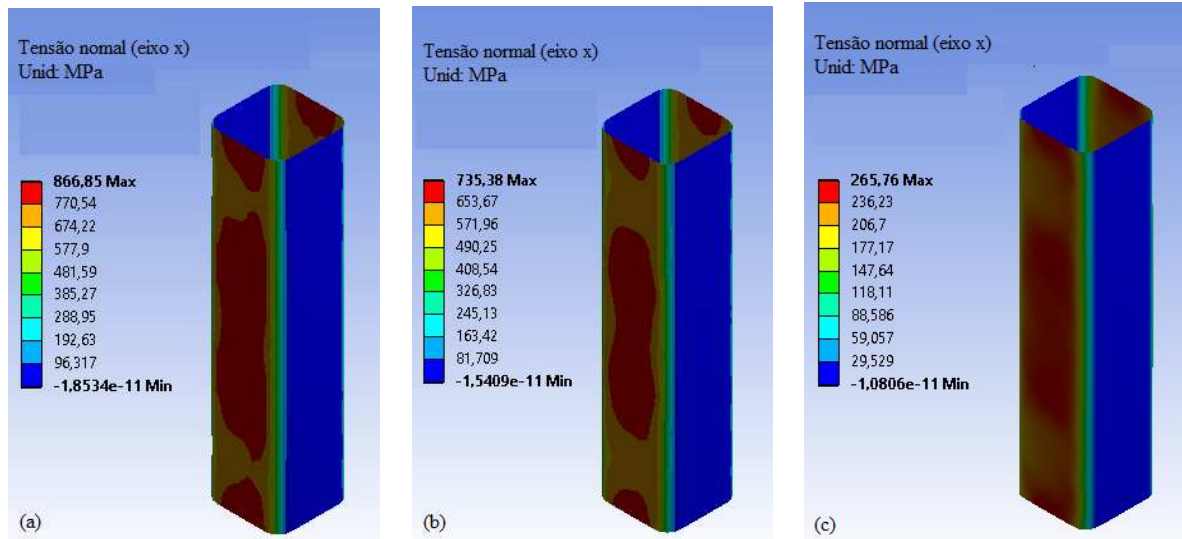


Figura 4.2 - Tensão no reforço (a) G1R (b) G2R (c) G3R

Fonte: Autor

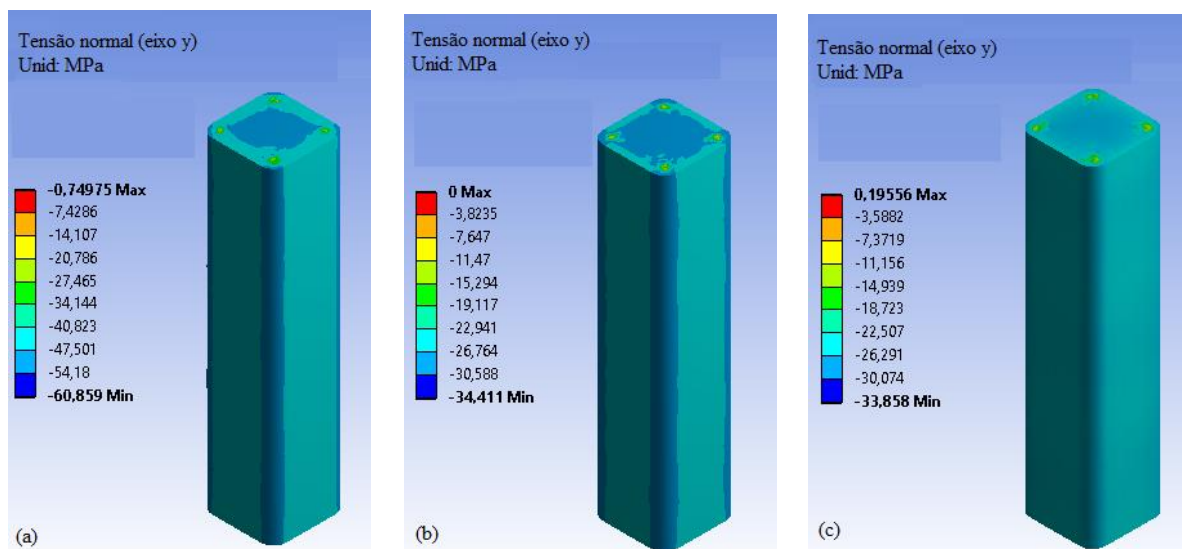


Figura 4.3 - Tensão no concreto (a) G1R (b) G2R (c) G3R

Fonte: Autor

Tabela 4.3 - Comparação entre os resultados de Souza (2001) e o modelo proposto

Modelo	Experimental		Computacional		$P_{u,exp}/P_{u,mod}$
	Deformação (mm/mm)	Carga (kN)	Deformação (mm/mm)	Carga (kN)	
G1	0,002423	1.013,00	0,002104	1.042,30	0,9719
G2	0,001852	613,00	0,002524	600,40	1,0210
G3	0,002061	1.444,00	0,002384	1.377,90	1,0480
G1R	0,0046	1.417,00	0,008415	1.324,20	1,0701
G2R	0,005586	927,00	0,00701	861,26	1,0763
G3R	0,005653	1.303,00	0,004909	1.401,30	0,9299

4.1.2 Pilares de Wang *et al.* (2012)

O trabalho experimental de Wang *et al.* (2012) foi realizado com o objetivo de estudar a influência da variação da taxa de armadura transversal e de reforço de PRFC em pilares de dimensões maiores do que geralmente são encontrados na literatura. Os autores ensaiaram 34 pilares, onde havia dois espécimes iguais, ou seja, 17 configurações de pilares. Um pilar de cada configuração foi ensaiado por uma carga monotônica e outro foi ensaiado por carga cíclica. A Fig. 4.4 representa as dimensões dos pilares e os detalhes das armaduras.

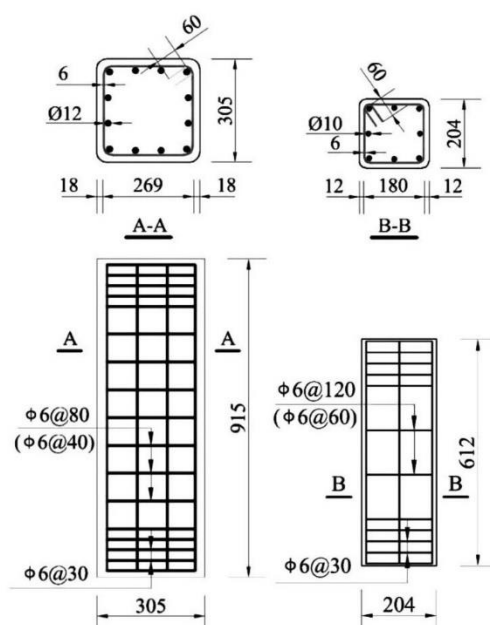


Figura 4.4 - Dimensões da seção e detalhes das armaduras dos pilares de Wang *et al.* (2012)
Fonte: Wang *et al.* (2012)

Os modelos são caracterizados da seguinte forma: A letra S1 e S2 representam a dimensão da seção transversal analisada, a letra H representa a taxa de armadura transversal utilizada, que pode ser 0 para concreto simples, 1 ou 2 para uma taxa de armadura transversal de 0,5% ou 1,0% respectivamente. A letra L representa o número de camadas de reforços que podem variar de 0 a 3

camadas e por fim, a letra M representa o tipo de carga utilizada, que no caso seria carga monotônica. Por exemplo, o Modelo S1H1L3M possui uma seção transversal quadrada de 305 mm, uma taxa de armadura transversal de 0,5%, 3 camadas de reforço e foi submetido a uma carga monotônica.

Um teste de convergência de malha foi realizado para determinar a melhor configuração de malha a ser utilizada nos modelos de Wang *et al.* (2012). Foram utilizadas malhas de 7,625 mm para direção x e y para o concreto, enquanto que para o PRFC foi definido uma malha de 20 mm. A malha utilizada está representada na Fig. 4.5. Foi realizado um teste semelhante ao teste de convergência de malha para determinar o número ideal de *substeps* (passos de cargas) que são as subdivisões do deslocamento aplicado. Para os pilares de Wang *et al.* (2012) foram utilizados 200 *substeps*.

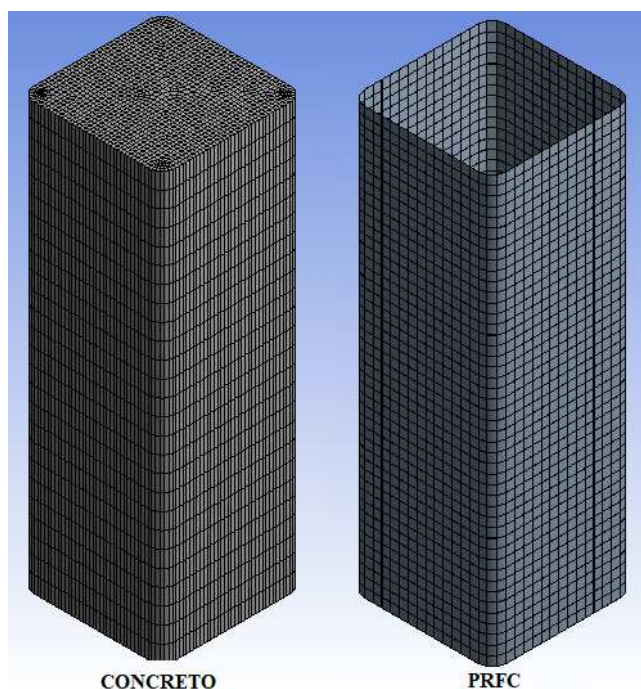


Figura 4.5 - Malha utilizada nos pilares de Wang *et al.* (2012)

Fonte: Autor

A fim de atenuar os efeitos de concentração de tensões nos cantos, os pilares receberam um arredondamento dos cantos com raio de 30 mm para os espécimes S1 e de 20 mm para os espécimes S2, mantendo uma razão de duas vezes o raio de arredondamento pelo lado da seção transversal em 0,2 para que os dois modelos recebessem a mesma influência. A resistência à compressão do concreto foi de 25,5 MPa no dia dos ensaios. Assim como nos resultados experimentais, a tensão foi obtida dividindo a carga máxima pela área da seção transversal, enquanto a deformação foi obtida pela razão entre o deslocamento axial e a altura do pilar analisado.

Em termos de comparação, foram utilizados apenas os resultados das simulações realizadas com cargas monotônicas, que são cargas de carregamento contínuo. Já as cargas cíclicas são cargas variáveis, ou seja, são realizados sucessíveis carregamentos e descarregamentos até a ruptura do elemento em estudo, além disso, os autores não verificaram grandes diferenças entre os resultados obtidos entre os diferentes tipos de carregamento. A Tab. 4.4 demonstra a comparação entre os resultados experimentais e computacionais.

Tabela 4.4 - Comparação entre os resultados de Wang *et al.* (2012) e o modelo proposto

Modelo	Experimental		Computacional		Pu,exp/Pu,mod
	Deformação (mm/mm)	Tensão (MPa)	Deformação (mm/mm)	Tensão (MPa)	
S1H1L0M	0,00373	32,10	0,00241	32,79	0,9790
S1H2L0M	0,00412	34,70	0,00249	34,77	0,9980
S1H1L1M	0,00428	35,10	0,00459	36,43	0,9635
S1H1L2M	0,00434	34,90	0,00361	36,70	0,9510
S1H1L3M	0,00428	36,90	0,00448	37,60	0,9814
S1H2L2M	0,00416	35,50	0,00426	37,50	0,9467
S1H2L3M	0,00529	37,20	0,00535	38,50	0,9662
S2H1L0M	0,00364	29,90	0,00359	30,24	0,9888
S2H2L0M	0,00406	32,50	0,00327	32,89	0,9881
S2H1L1M	0,00704	35,50	0,00653	35,00	1,0143
S2H1L2M	0,03588	40,00	0,01471	40,00	1,0001
S2H2L1M	0,00465	33,00	0,00474	34,77	0,9491
S2H2L2M	0,0423	40,80	0,01634	40,76	1,0010

Os autores relataram em sua pesquisa que a distribuição do confinamento do PRFC não foi uniforme ao redor do perímetro dos pilares, visto que o PRFC não foi eficiente em confinar o concreto na região do meio da face lateral dos pilares, ao contrário do que ocorreu nos cantos, os quais foram responsáveis por promover o confinamento observado. Por isso, o valor médio de deformação obtida superestimou a tensão de ruptura e eficácia do confinamento do reforço. Wang *et al.* (2012) concluíram que os cantos foram os pontos mais críticos e que o fator de eficiência de deformação do PRFC foi cerca de 0,4 para os pilares maiores (S1) e 0,6 para os pilares menores (S2).

Assim como o que ocorreu nos experimentos de Wang *et al.* (2012), os modelos computacionais demonstraram uma maior deformação no meio das faces laterais do reforço. Além disso, os modelos de menor seção transversal apresentaram uma maior deformação lateral quando comparados aos modelos de maior seção transversal, o que vai ao encontro dos resultados apresentados por Wang *et al.* (2012). As Fig. 4.6 e 4.7 a seguir representam a deformação no reforço dos modelos de seção maior (S1) e menor (S2).

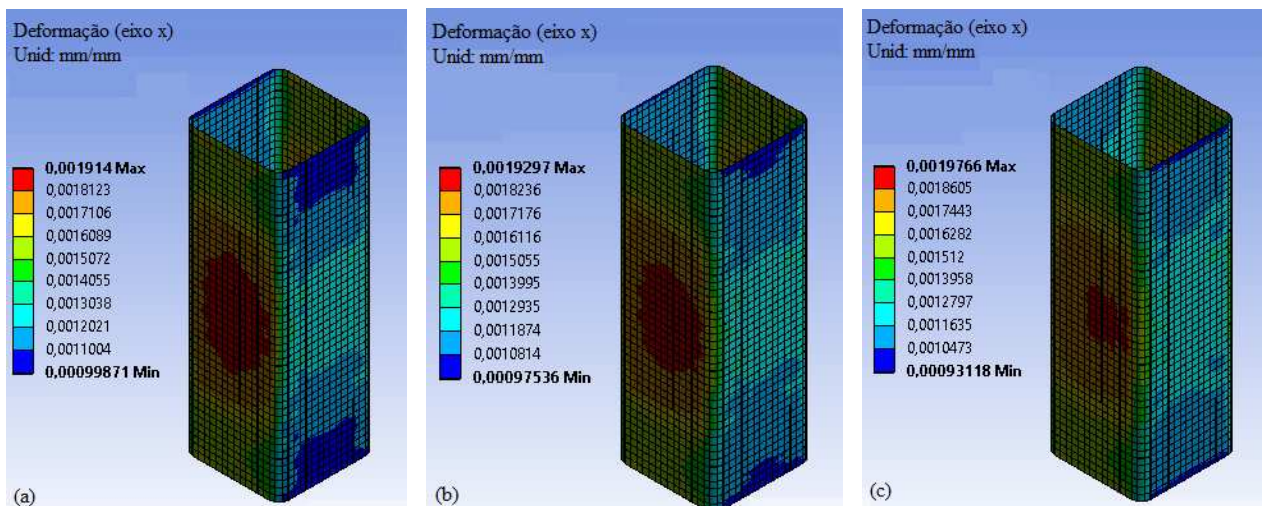


Figura 4.6 - Deformação lateral no PRFC S1H1L3M (a) 1° camada (b) 2° camada (c) 3° camada
Fonte: Autor

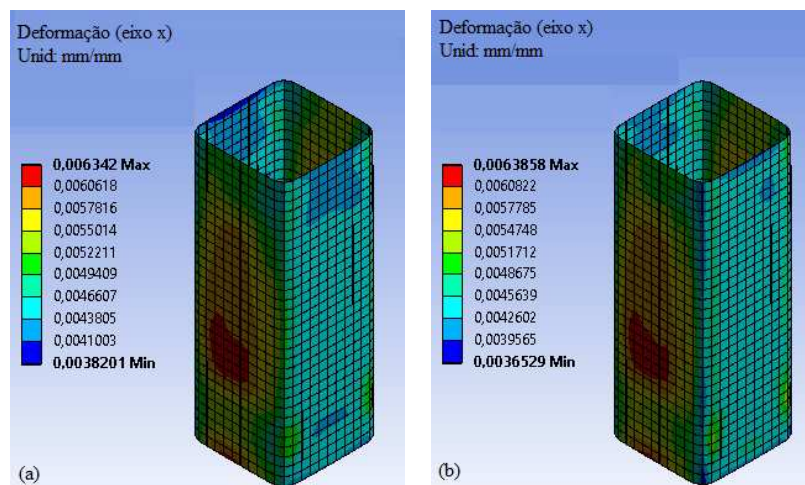


Figura 4.7 - Deformação lateral no PRFC S2H2L2M (a) 1° camada (b) 2° camada
Fonte: Autor

Os demais pilares do modelo computacional apresentaram o mesmo padrão de distribuição de deformação demonstrados nas Fig. 4.6 e 4.7. Quanto ao modo de falha, Wang *et al.* (2012) relataram que os modelos falharam repentinamente na região de meia altura. Além disso, os pilares também apresentaram flambagem nas armaduras longitudinais entre as armaduras transversais e o concreto havia sido severamente esmagado. A Fig. 4.8 representa as tensões nas armaduras dos modelos computacionais S1H1L3M e S2H2L2M.

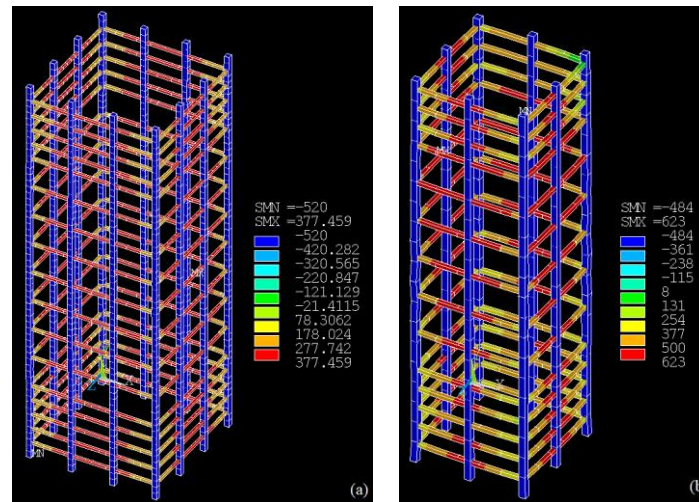
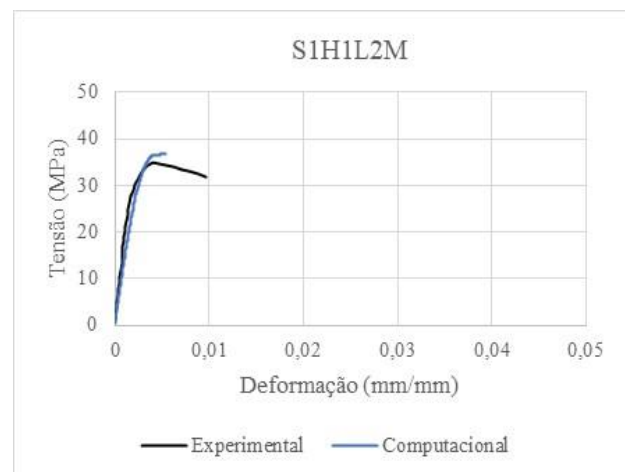
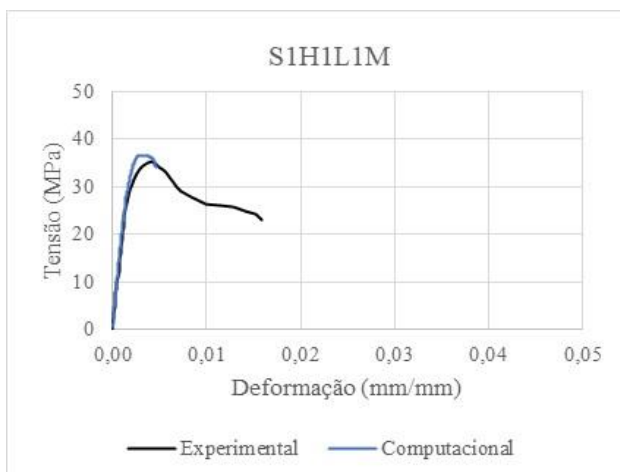


Figura 4.8 - Tensões nas armaduras (a) S1H1L3M (b) S2H2L2M
Fonte: Autor

Como observado na Fig. 4.8 as armaduras longitudinais atingiram a tensão de ruptura especificada na Tab. 4.5, apresentando as mesmas características de falha dos pilares armados ensaiados por Wang *et al.* (2012). Os autores relataram que alguns dos pilares de maior seção (S1) apresentaram amolecimento pós pico, o que também pode ser observado no modelo S1H1L1M nas curvas tensão - deformação da Fig. 4.9. Além disso, alguns modelos de menor seção (S2) apresentaram um comportamento ascendente como pode ser observado nos modelos S2H1L2M e S2H2L2M, o que também foi relatado por Wang *et al.* (2012) em seu experimento.

Tabela 4.5 - Características dos materiais utilizados por Wang *et al.* (2012)

Material	Diâmetro/espessura (mm)	Tensão de pico (MPa)	Tensão última (MPa)	Módulo de elasticidade (MPa)
Armadura longitudinal	10	312	484	200.000
	12	340	520	200.000
Armadura transversal	6	397	623	200.000
PRFC	0,167	-	4.340	240.000



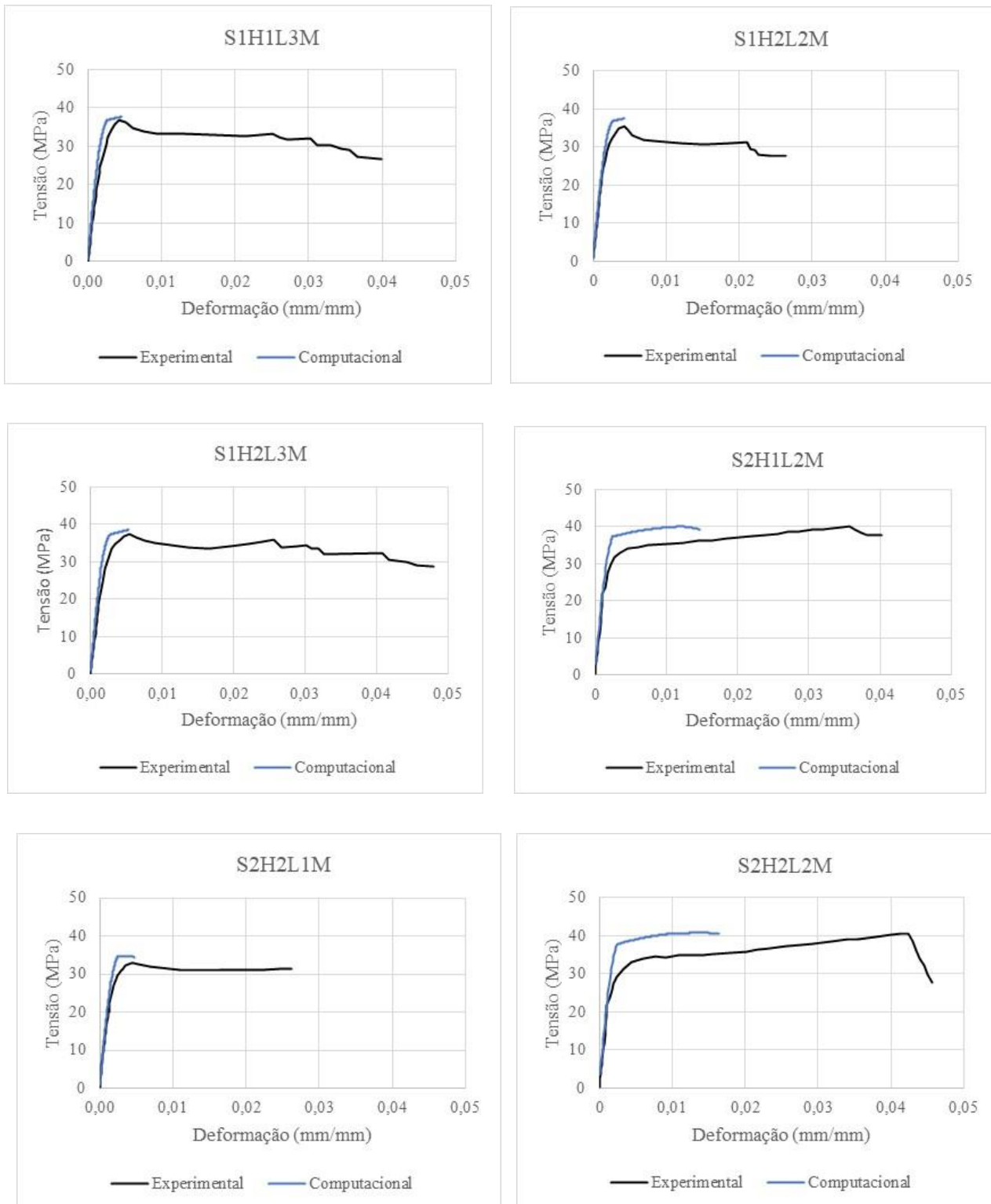


Figura 4.9 - Curvas tensão - deformação do modelo computacional utilizado nos pilares de Wang *et al.* (2012)

Fonte: Autor

4.2 Superfície de resposta

Para aplicação do método da superfície de resposta (MSR), foi realizada a parametrização das variáveis por meio do módulo *response surface* do ANSYS, foram considerados quatro parâmetros (módulo de elasticidade do PRFC, resistência do concreto, resistência da armadura longitudinal e transversal), o que gerou 25 pontos a serem simulados. Após a simulação de todos os pontos gerados, foi utilizado o software Minitab para aplicação do MSR, o que possibilitou a determinação de uma expressão analítica que representa a parcela resistente da equação de desempenho.

4.2.1 Modelo G1R

A Tab. 4.6 reúne os resultados da aplicação do MSR para o pilar G1R.

Tabela 4.6 - Resumo dos resultados do MSR para o pilar G1R

Simulação	Variáveis independentes				Pu,MEF (kN)	Pu,MSR (kN)	Variação (%)
	E _f (GPa)	f _c (MPa)	f _{yl} (MPa)	f _{yt} (MPa)			
Determ.	231	41,2	615	797	1.324,20	1.324,39	-0,0147
2	207,9	41,2	615	797	1.319,40	1.318,97	0,0329
3	254,1	41,2	615	797	1.328,80	1.329,13	-0,0246
4	231	37,08	615	797	1.227,30	1.227,56	-0,0211
5	231	45,32	615	797	1.418,80	1.418,43	0,0260
6	231	41,2	553,5	797	1.304,60	1.304,92	-0,0244
7	231	41,2	676,5	797	1.343,20	1.342,77	0,0318
8	231	41,2	615	717,3	1.324,20	1.324,14	0,0043
9	231	41,2	615	876,7	1.324,20	1.324,15	0,0038
10	214,7328	38,2987	571,6913	740,8748	1.238,70	1.238,69	0,0006
11	247,2672	38,2987	571,6913	740,8748	1.246,10	1.245,90	0,0162
12	214,7328	44,1013	571,6913	740,8748	1.373,60	1.373,66	-0,0041
13	247,2672	44,1013	571,6913	740,8748	1.381,00	1.380,96	0,0028
14	214,7328	38,2987	658,3087	740,8748	1.266,00	1.266,05	-0,0040
15	247,2672	38,2987	658,3087	740,8748	1.273,10	1.273,06	0,0034
16	214,7328	44,1013	658,3087	740,8748	1.399,60	1.399,81	-0,0153
17	247,2672	44,1013	658,3087	740,8748	1.406,90	1.406,92	-0,0014
18	214,7328	38,2987	571,6913	853,1252	1.238,70	1.238,70	0,0003
19	247,2672	38,2987	571,6913	853,1252	1.246,10	1.245,90	0,0158
20	214,7328	44,1013	571,6913	853,1252	1.373,60	1.373,66	-0,0044
21	247,2672	44,1013	571,6913	853,1252	1.381,00	1.380,97	0,0025
22	214,7328	38,2987	658,3087	853,1252	1.266,00	1.266,05	-0,0043
23	247,2672	38,2987	658,3087	853,1252	1.273,10	1.273,06	0,0031
24	214,7328	44,1013	658,3087	853,1252	1.399,60	1.399,82	-0,0155
25	247,2672	44,1013	658,3087	853,1252	1.406,90	1.406,92	-0,0016

Na Tab. 4.7 é mostrado o resumo do modelo de ajuste utilizado pelo Minitab, onde S é o desvio padrão entre os valores dos dados de entrada e os valores ajustados medidos na mesma unidade da resposta. Quanto mais baixo for o valor de S , melhor o modelo descreve a resposta. R^2 e $R^2(aj)$ representam a porcentagem de variação na resposta que é explicada pelo modelo, a qual varia de 0 a 100%, quanto mais alto o valor de R^2 e $R^2(aj)$ melhor o modelo ajusta seus dados. $R^2(pred)$ determina o quão bem o modelo prediz respostas para novas observações, sendo que quanto mais elevado o valor de $R^2(pred)$ melhor a capacidade preditiva. Observando a Fig. 4.11, pode-se afirmar que a Eq. (4.1) é capaz de explicar quase todas as variações devido aos dados de entrada.

Tabela 4.7 - Modelo de ajuste para o pilar G1R

Sumário do Modelo

S	R²	R²(aj)	R²(pred)
0,318587	100,00%	100,00%	99,99%

$$\begin{aligned}
 P_u = & -189,9 + 0,543E_f + 31,30f_c + 0,6009f_{yl} + 0,0622f_{yt} - 0,000652E_f^2 - 0,0824f_c^2 \\
 & - 0,000145f_{yl}^2 - 0,000039f_{yt}^2 + 0,00053E_f f_c - 0,000071E_f f_{yl} \\
 & - 0,002388f_c f_{yl}
 \end{aligned} \quad (4.1)$$

De acordo com Minitab (2022), além de observar o resumo do modelo, deve-se observar algumas condições para que o modelo utilizado seja adequado, quando os pontos do gráfico de probabilidade normal dos resíduos seguem aproximadamente em linha reta, significa que os resíduos estão distribuídos normalmente e que os intervalos de confiança estão com precisão adequada, caso contrário deve-se observar os demais gráficos de ajustes para verificar a adequação do modelo.

Segundo Minitab (2022), o gráfico de resíduos versus ajustes deve cair aleatoriamente em ambos os lados de 0 sem padrões reconhecíveis, e ele é utilizado para verificar se os resíduos são aleatoriamente distribuídos e têm variância constante. Já no gráfico resíduos versus ordem, os pontos não devem formar padrões ou tendências, esse gráfico é utilizado para analisar se os resíduos próximos um dos outros são independentes.

As Fig. 4.10 a 4.12 representam respectivamente: o gráfico de probabilidade normal dos resíduos, o gráfico de resíduos versus ajustes e o gráfico de resíduos versus ordem.

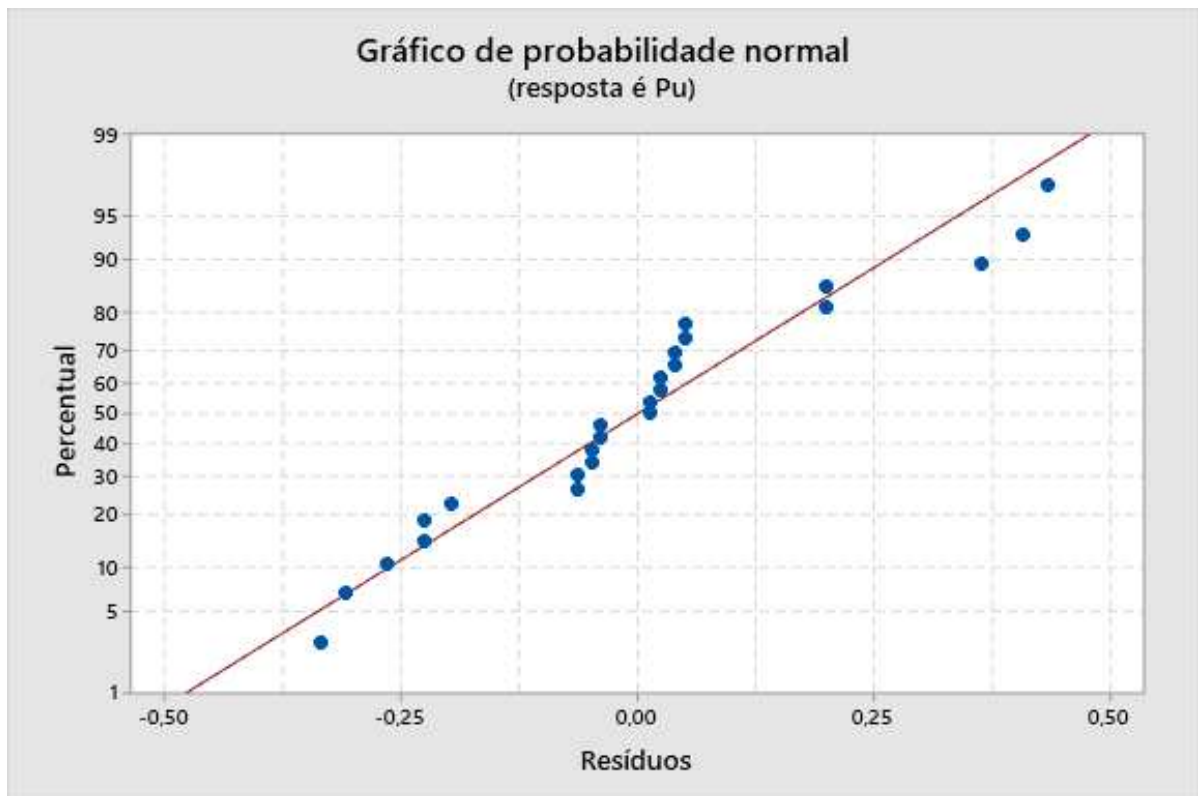


Figura 4.10 - Gráfico de probabilidade normal dos resíduos do pilar G1R
Fonte: Autor

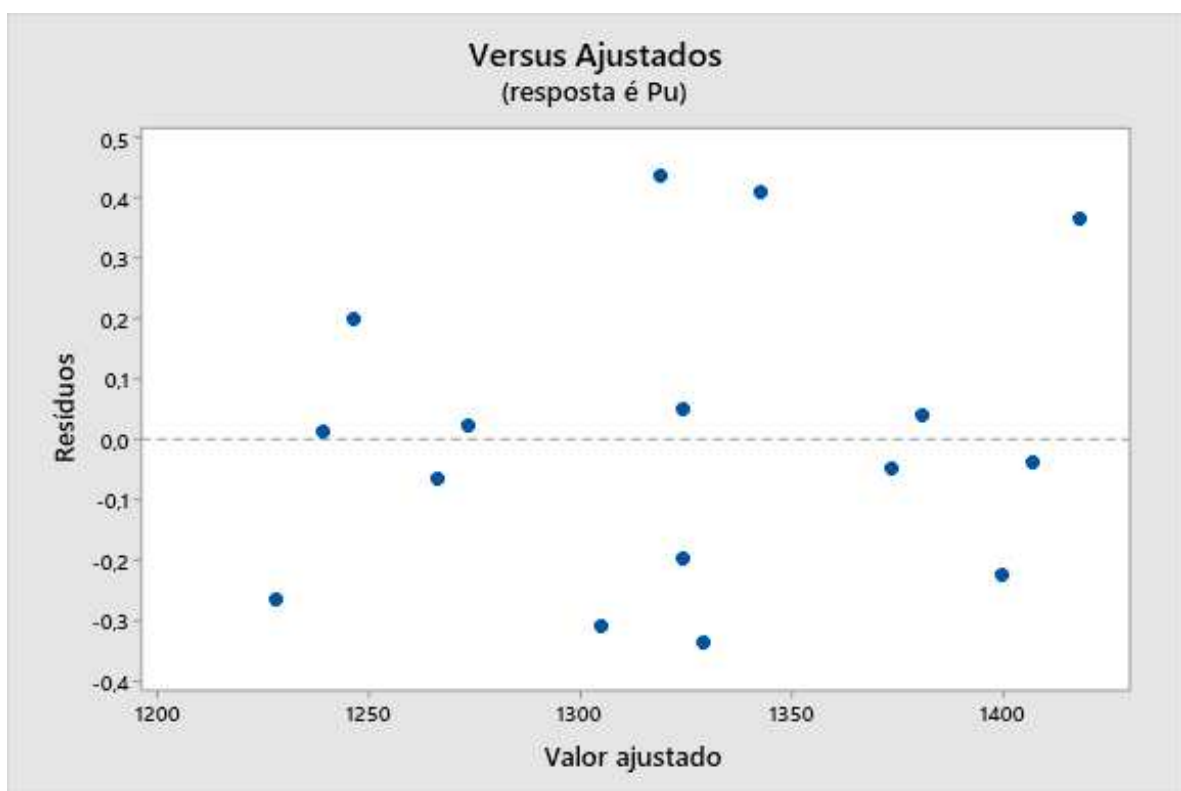


Figura 4.11 - Gráfico de resíduos versus ajustes do pilar G1R
Fonte: Autor

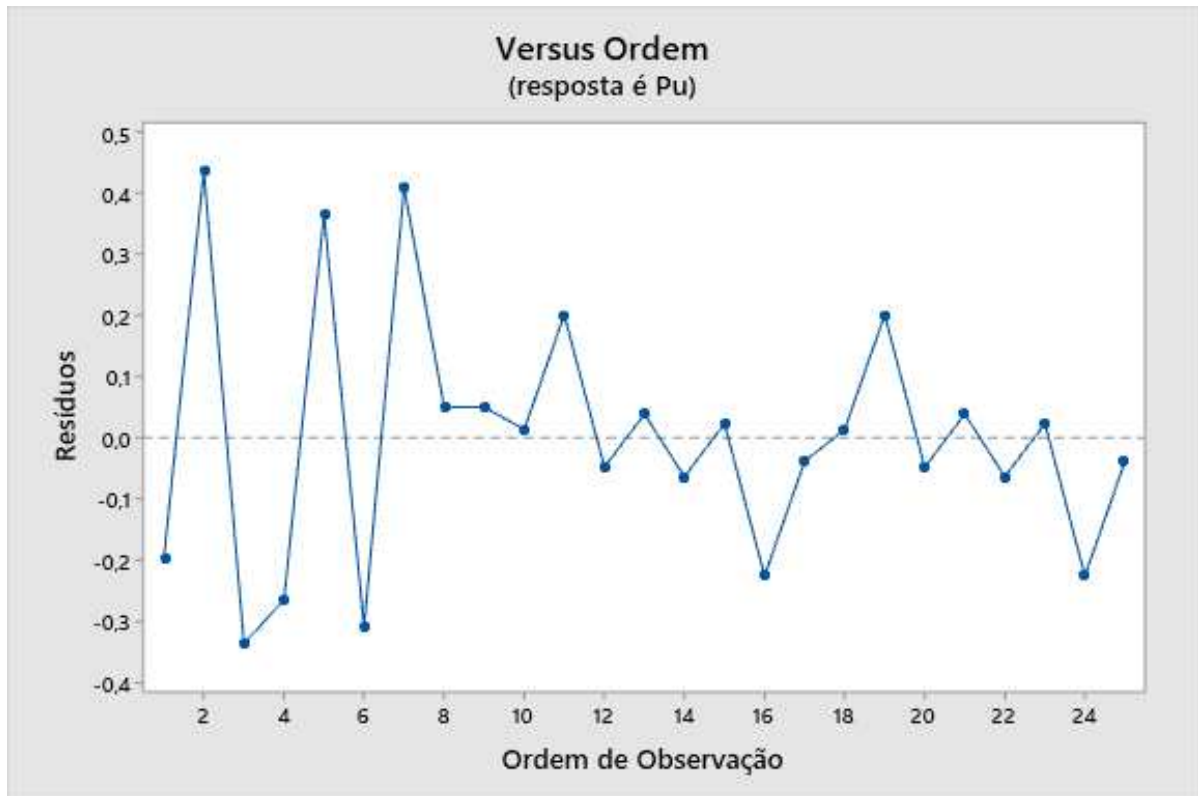


Figura 4.12 - Gráfico de resíduos versus ordem do pilar G1R

Fonte: Autor

4.2.2 Modelo G2R

A Tab. 4.8 reúne os resultados da aplicação do MSR para o pilar G2R.

Tabela 4.8 - Resumo dos resultados do MSR para o pilar G2R (continua)

Simulação	Variáveis independentes				Pu,MEF (kN)	Pu,MSR (kN)	Variação (%)
	E _f (GPa)	f _c (MPa)	f _{yl} (MPa)	f _{yt} (MPa)			
Determ.	231	23	615	797	861,26	860,64	0,0716
2	207,9	23	615	797	857,92	857,94	-0,0025
3	254,1	23	615	797	865,32	864,67	0,0757
4	231	20,7	615	797	806,53	805,88	0,0806
5	231	25,3	615	797	915,84	915,86	-0,0019
6	231	23	553,5	797	841,83	841,61	0,0262
7	231	23	676,5	797	880,85	880,43	0,0472
8	231	23	615	717,3	861,26	860,96	0,0343
9	231	23	615	876,7	861,26	860,92	0,0395
10	214,7328	21,3803	571,6913	740,8748	807,26	806,86	0,0494
11	247,2672	21,3803	571,6913	740,8748	811,35	811,13	0,0276
12	214,7328	24,6197	571,6913	740,8748	884,17	883,70	0,0528
13	247,2672	24,6197	571,6913	740,8748	889,77	889,36	0,0458
14	214,7328	21,3803	658,3087	740,8748	834,87	834,52	0,0417
15	247,2672	21,3803	658,3087	740,8748	838,62	838,33	0,0343
16	214,7328	24,6197	658,3087	740,8748	911,71	911,18	0,0583
17	247,2672	24,6197	658,3087	740,8748	916,74	916,38	0,0388

Tabela 4.8 - Resumo dos resultados do MSR para o pilar G2R (conclusão)

Simulação	Variáveis independentes				Pu,MEF (kN)	Pu,MSR (kN)	Variação (%)
	E _f (GPa)	f _c (MPa)	f _{yl} (MPa)	f _{yt} (MPa)			
18	214,7328	21,3803	571,6913	853,1252	807,26	806,83	0,0533
19	247,2672	21,3803	571,6913	853,1252	811,35	811,09	0,0315
20	214,7328	24,6197	571,6913	853,1252	884,17	883,67	0,0564
21	247,2672	24,6197	571,6913	853,1252	889,77	889,33	0,0493
22	214,7328	21,3803	658,3087	853,1252	834,87	834,49	0,0455
23	247,2672	21,3803	658,3087	853,1252	838,62	838,30	0,0381
24	214,7328	24,6197	658,3087	853,1252	911,71	911,15	0,0618
25	247,2672	24,6197	658,3087	853,1252	916,74	916,35	0,0423

Na Tab. 4.9 é demonstrada a variação do modelo de ajuste utilizado e o quanto ele é capaz de explicar a variação dos dados de entrada devido à utilização da Eq. (4.2).

Tabela 4.9 - Modelo de ajuste para o pilar G2R

Sumário do Modelo

S	R2	R2(aj)	R2(pred)
0,262032	100,00%	100,00%	99,99%

$$\begin{aligned}
 P_u = & 277,50 - 0,631E_f + 19,30f_c + 0,2450f_{yl} - 0,0752f_{yt} + 0,001236E_f^2 \\
 & + 0,0425f_c^2 + 0,0001f_{yl}^2 + 0,000047f_{yt}^2 + 0,01324E_f f_c \\
 & - 0,000161E_f f_{yl} - 0,000659f_c f_{yl}
 \end{aligned} \quad (4.2)$$

As Fig. 4.13 a 4.15 representam respectivamente: o gráfico de probabilidade normal dos resíduos, o gráfico de resíduos versus ajustes e o gráfico de resíduos versus ordem.

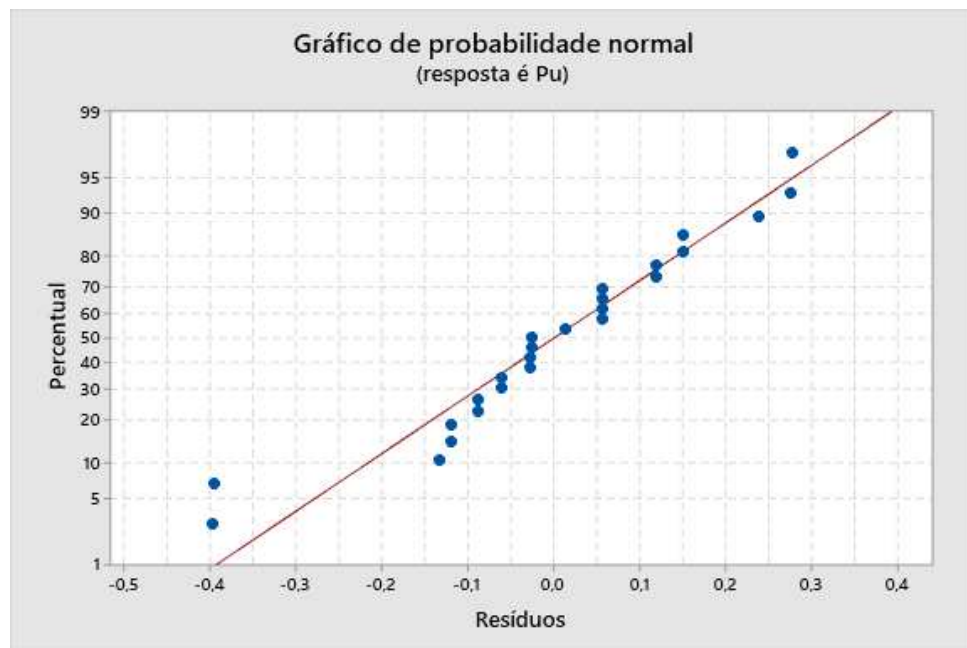


Figura 4.13 - Gráfico de probabilidade normal dos resíduos para o pilar G2R

Fonte: Autor

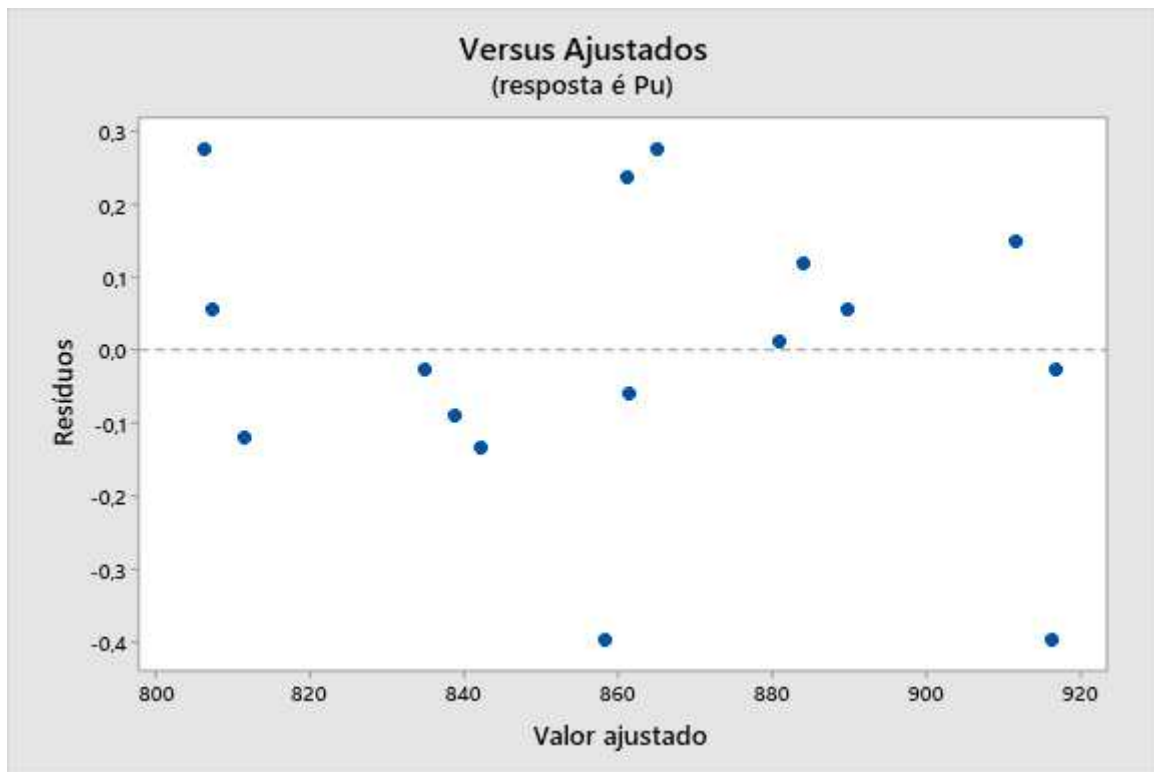


Figura 4.14 - Gráfico de resíduos versus ajustes do pilar G2R
Fonte: Autor

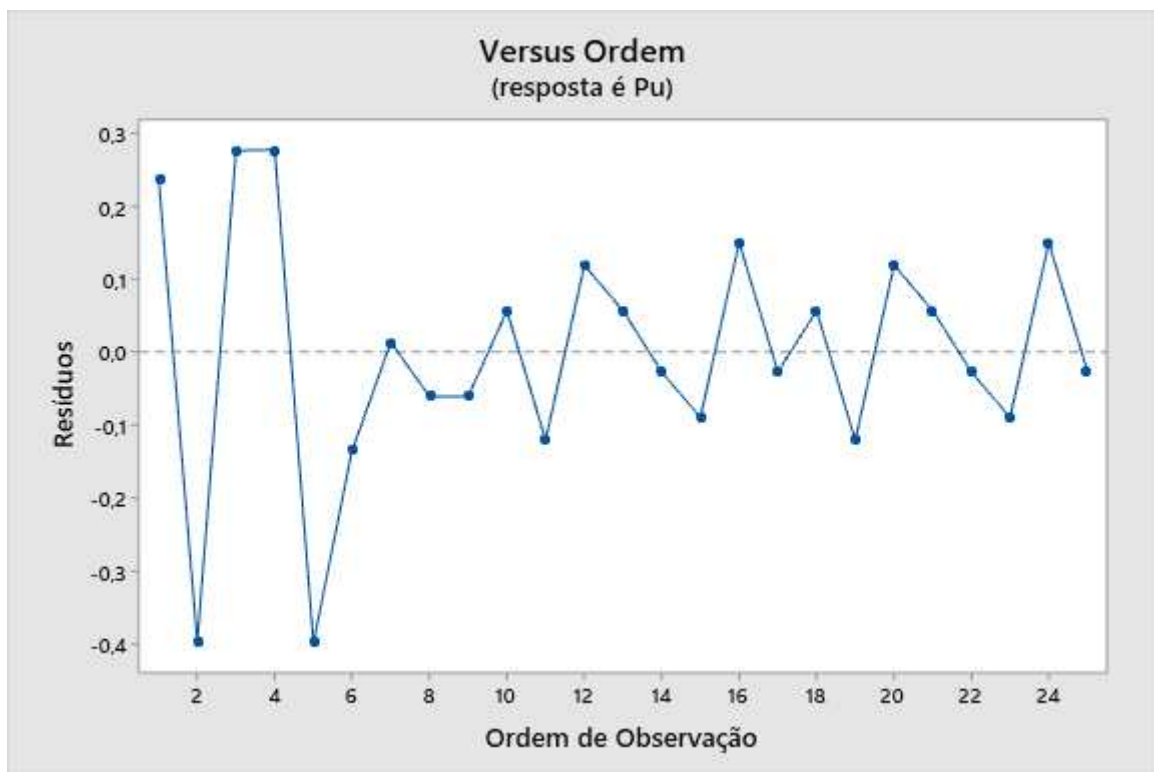


Figura 4.15 - Gráfico de resíduos versus ordem do pilar G2R
Fonte: Autor

4.2.3 Modelo G3R

A Tab. 4.10 reúne os resultados da aplicação do MSR para o pilar G3R.

Tabela 4.10 - Resumo dos resultados do MSR para o pilar G3R

Simulação	Variáveis independentes				Pu,MEF (kN)	Pu,MSR (kN)	Variação (%)
	E _f (GPa)	f _c (MPa)	f _{yl} (MPa)	f _{yt} (MPa)			
Determ.	231	23	615	797	1.401,30	1.406,00	-0,3358
2	207,9	23	615	797	1.399,30	1.406,73	-0,5307
3	254,1	23	615	797	1.421,00	1.415,87	0,3610
4	231	20,7	615	797	1.364,50	1.365,33	-0,0608
5	231	25,3	615	797	1.470,00	1.471,46	-0,0993
6	231	23	553,5	797	1.337,30	1.338,25	-0,0711
7	231	23	676,5	797	1.496,10	1.497,44	-0,0898
8	231	23	615	717,3	1.401,30	1.402,42	-0,0799
9	231	23	615	876,7	1.401,30	1.402,48	-0,0840
10	214,7328	21,3803	571,6913	740,8748	1.321,70	1.322,43	-0,0555
11	247,2672	21,3803	571,6913	740,8748	1.325,10	1.328,52	-0,2580
12	214,7328	24,6197	571,6913	740,8748	1.395,80	1.396,77	-0,0698
13	247,2672	24,6197	571,6913	740,8748	1.400,40	1.403,51	-0,2223
14	214,7328	21,3803	658,3087	740,8748	1.433,50	1.434,44	-0,0656
15	247,2672	21,3803	658,3087	740,8748	1.437,50	1.440,58	-0,2144
16	214,7328	24,6197	658,3087	740,8748	1.508,30	1.508,92	-0,0412
17	247,2672	24,6197	658,3087	740,8748	1.512,40	1.515,72	-0,2192
18	214,7328	21,3803	571,6913	853,1252	1.321,70	1.322,47	-0,0586
19	247,2672	21,3803	571,6913	853,1252	1.325,10	1.328,56	-0,2611
20	214,7328	24,6197	571,6913	853,1252	1.395,80	1.396,81	-0,0727
21	247,2672	24,6197	571,6913	853,1252	1.400,40	1.403,55	-0,2252
22	214,7328	21,3803	658,3087	853,1252	1.433,50	1.434,48	-0,0684
23	247,2672	21,3803	658,3087	853,1252	1.437,50	1.440,62	-0,2172
24	214,7328	24,6197	658,3087	853,1252	1.508,30	1.508,96	-0,0438
25	247,2672	24,6197	658,3087	853,1252	1.512,40	1.515,76	-0,2219

Na Tab. 4.11 é demonstrada a variação do modelo de ajuste utilizado e o quanto ele é capaz de explicar a variação dos dados de entrada devido à utilização da Eq. (4.3).

Tabela 4.11 - Modelo de ajuste para o pilar G3R

Sumário do Modelo

S	R2	R2(aj)	R2(pred)
3,39598	99,87%	99,70%	99,32%

$$\begin{aligned}
 P_u = & 2673 - 4,54E_f - 86,40f_c - 2,573f_{yl} + 0,893f_{yt} + 0,00992E_f^2 + 2,342f_c^2 \\
 & + 0,003131f_{yl}^2 - 0,000560f_{yt}^2 + 0,0062E_f f_c + 0,00002E_f f_{yl} \\
 & + 0,0005f_c f_{yl}
 \end{aligned} \quad (4.3)$$

As Fig. 4.16 a 4.18 representam respectivamente: o gráfico de probabilidade normal dos resíduos, o gráfico de resíduos versus ajustes e o gráfico de resíduos versus ordem.

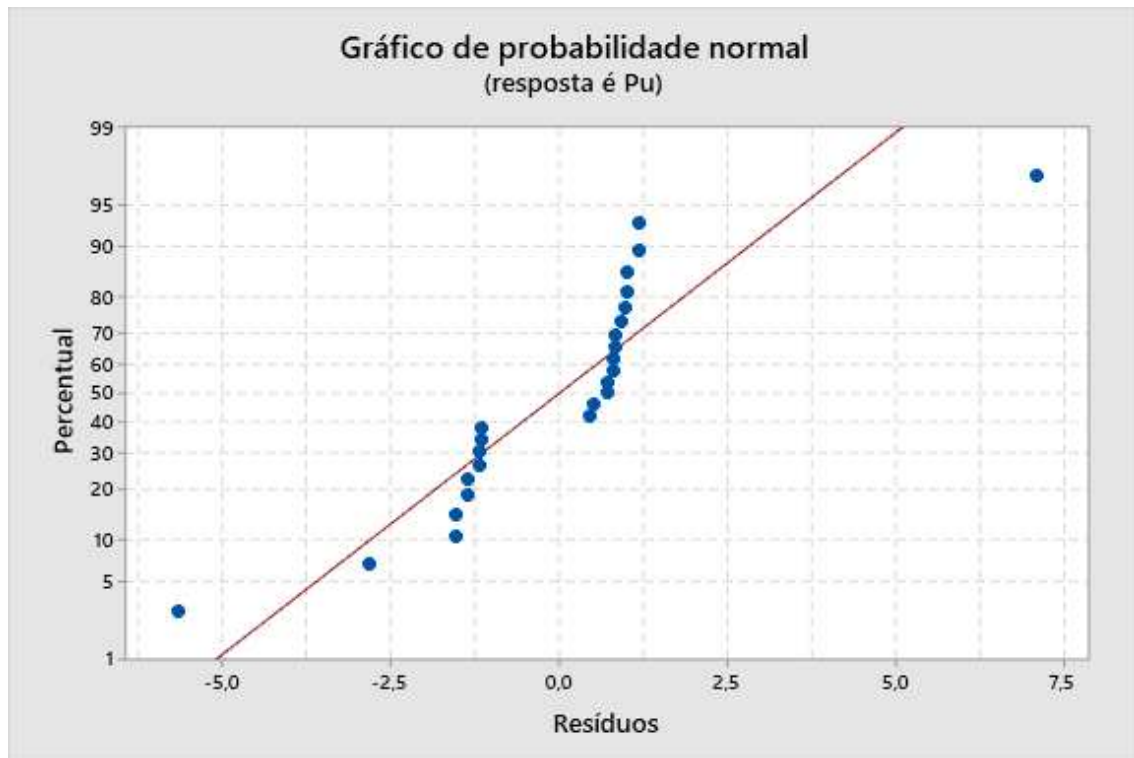


Figura 4.16 - Gráfico de probabilidade normal dos resíduos para o pilar G3R
Fonte: Autor

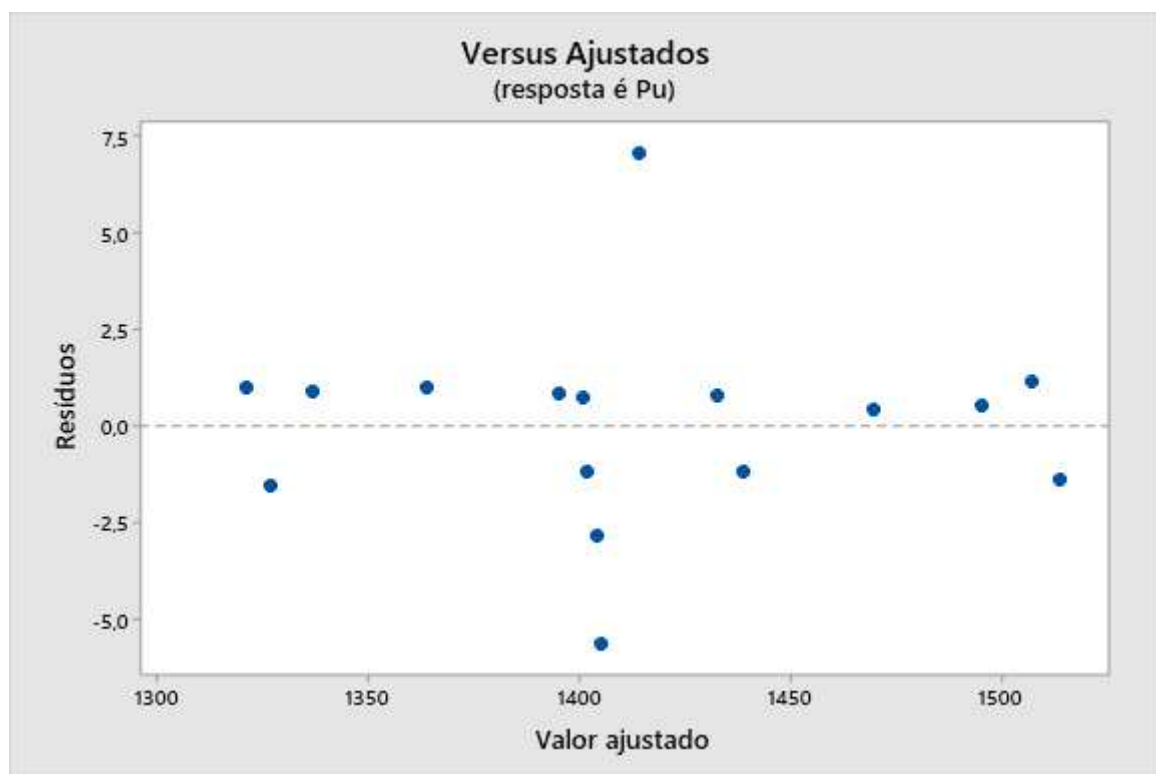


Figura 4.17 - Gráfico de resíduos versus ajustes do pilar G3R
Fonte: Autor

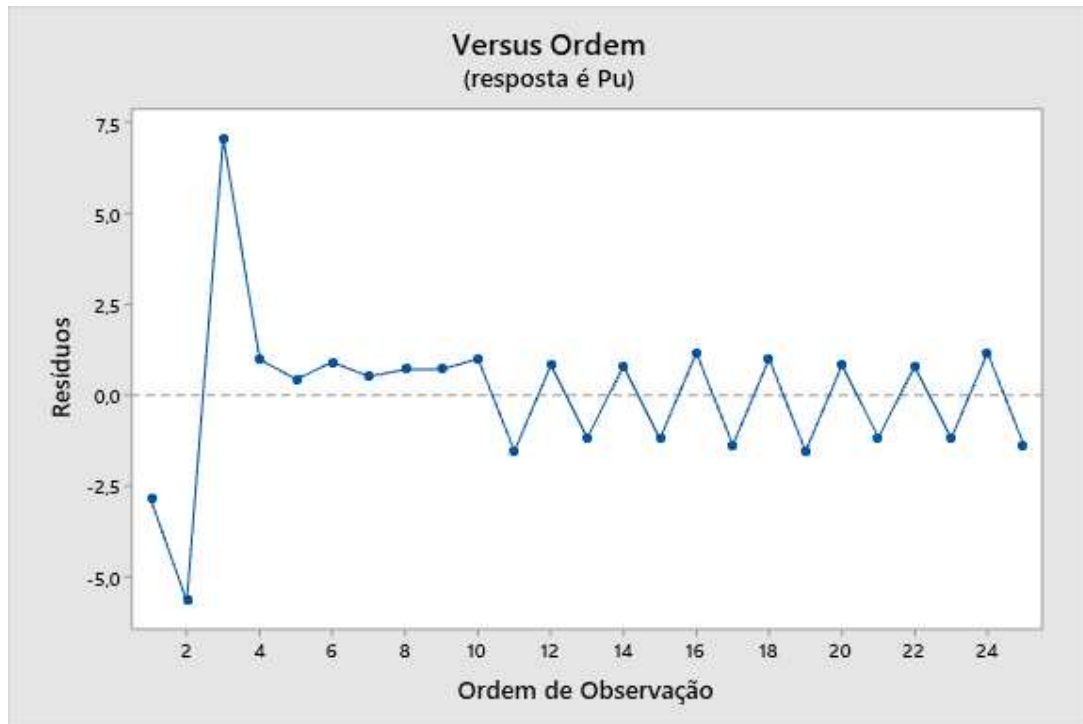


Figura 4.18 - Gráfico de resíduos versus ordem do pilar G3R
Fonte: Autor

4.2.4 Modelo S1H1L1M

A Tab. 4.12 reúne os resultados da aplicação do MSR para o pilar S1H1L1M.

Tabela 4.12 - Resumo dos resultados do MSR para o pilar S1H1L1M (continua)

Simulação	Variáveis independentes				Pu _{MEF} (kN)	Pu _{MSR} (kN)	Variação (%)
	E _f (GPa)	f _c (MPa)	f _{yl} (MPa)	f _{yt} (MPa)			
Determ.	240	25,5	520	623	3.389,10	3.384,99	0,1214
2	216	25,5	520	623	3.380,70	3.381,70	-0,0296
3	264	25,5	520	623	3.414,60	3.400,36	0,4171
4	240	22,95	520	623	3.170,00	3.160,84	0,2890
5	240	28,05	520	623	3.641,90	3.637,82	0,1120
6	240	25,5	468	623	3.318,50	3.311,40	0,2139
7	240	25,5	572	623	3.495,10	3.488,96	0,1756
8	240	25,5	520	560,7	3.389,10	3.382,79	0,1863
9	240	25,5	520	685,3	3.389,10	3.382,17	0,2044
10	223,0991	23,7043	483,3813	579,1280	3.170,10	3.163,45	0,2099
11	256,9009	23,7043	483,3813	579,1280	3.182,00	3.178,38	0,1136
12	223,0991	27,2957	483,3813	579,1280	3.508,70	3.501,69	0,1999
13	256,9009	27,2957	483,3813	579,1280	3.517,90	3.512,82	0,1443
14	223,0991	23,7043	556,6187	579,1280	3.295,30	3.288,83	0,1963
15	256,9009	23,7043	556,6187	579,1280	3.308,50	3.303,97	0,1370
16	223,0991	27,2957	556,6187	579,1280	3.634,10	3.626,18	0,2180
17	256,9009	27,2957	556,6187	579,1280	3.642,40	3.637,52	0,1341
18	223,0991	23,7043	483,3813	666,8720	3.170,10	3.163,01	0,2235

Tabela 4.12 - Resumo dos resultados do MSR para o pilar S1H1L1M (conclusão)

Simulação	Variáveis independentes				Pu,MEF (kN)	Pu,MSR (kN)	Variação (%)
	E _f (GPa)	f _c (MPa)	f _{yl} (MPa)	f _{yt} (MPa)			
19	256,9009	23,7043	483,3813	666,8720	3.182,00	3.177,95	0,1272
20	223,0991	27,2957	483,3813	666,8720	3.508,70	3.501,26	0,2122
21	256,9009	27,2957	483,3813	666,8720	3.517,90	3.512,39	0,1565
22	223,0991	23,7043	556,6187	666,8720	3.295,30	3.288,40	0,2094
23	256,9009	23,7043	556,6187	666,8720	3.308,50	3.303,54	0,1500
24	223,0991	27,2957	556,6187	666,8720	3.634,10	3.625,75	0,2298
25	256,9009	27,2957	556,6187	666,8720	3.642,40	3.637,08	0,1460

Na Tab. 4.13 é demonstrada a variação do modelo utilizado e o quanto ele é capaz de explicar a variação dos dados de entrada devido à utilização da Eq. (4.4).

Tabela 4.13 - Modelo de ajuste para o pilar S1H1L1M

Sumário do Modelo

S	R2	R2(aj)	R2(pred)
4,06665	99,97%	99,94%	99,86%

$$\begin{aligned} P_u = & 3103 - 3,89E_f - 9,7f_c - 4,07f_{yl} + 0,80f_{yt} + 0,01049E_f^2 + 2,206f_c^2 \\ & + 0,00562f_{yl}^2 - 0,000646f_{yt}^2 - 0,0313E_ff_c + 0,00008E_ff_{yl} \\ & - 0,0034f_cf_{yl} \end{aligned} \tag{4.4}$$

As Fig. 4.19 a 4.21 representam respectivamente: o gráfico de probabilidade normal dos resíduos, o gráfico de resíduos versus ajustes e o gráfico resíduos versus ordem.

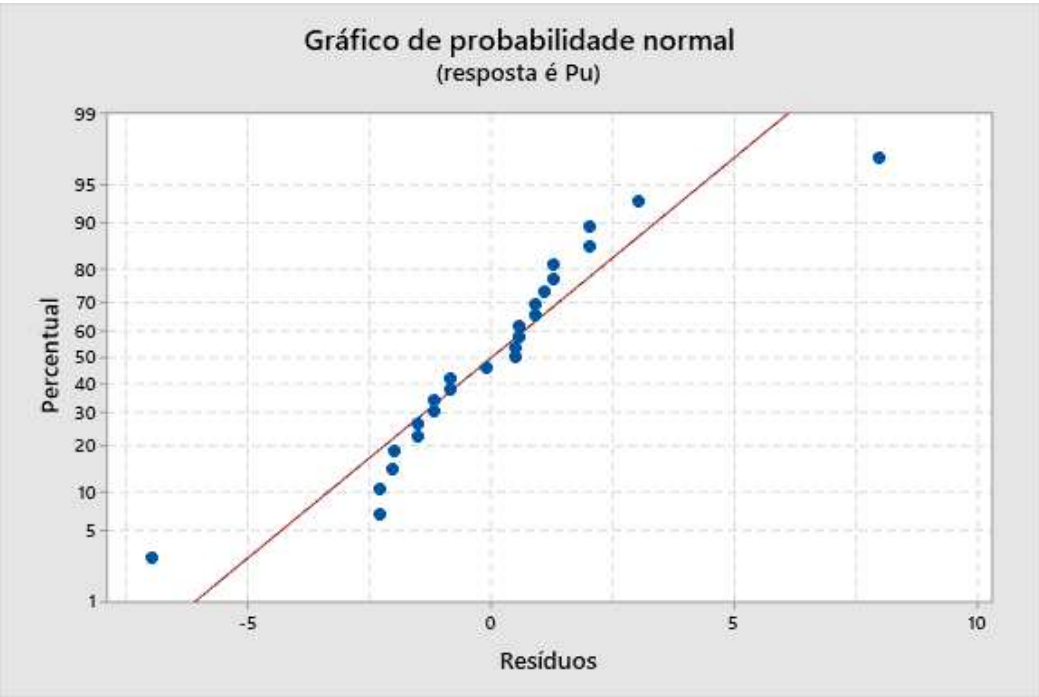


Figura 4.19 - Gráfico de probabilidade normal dos resíduos do pilar S1H1L1M

Fonte: Autor

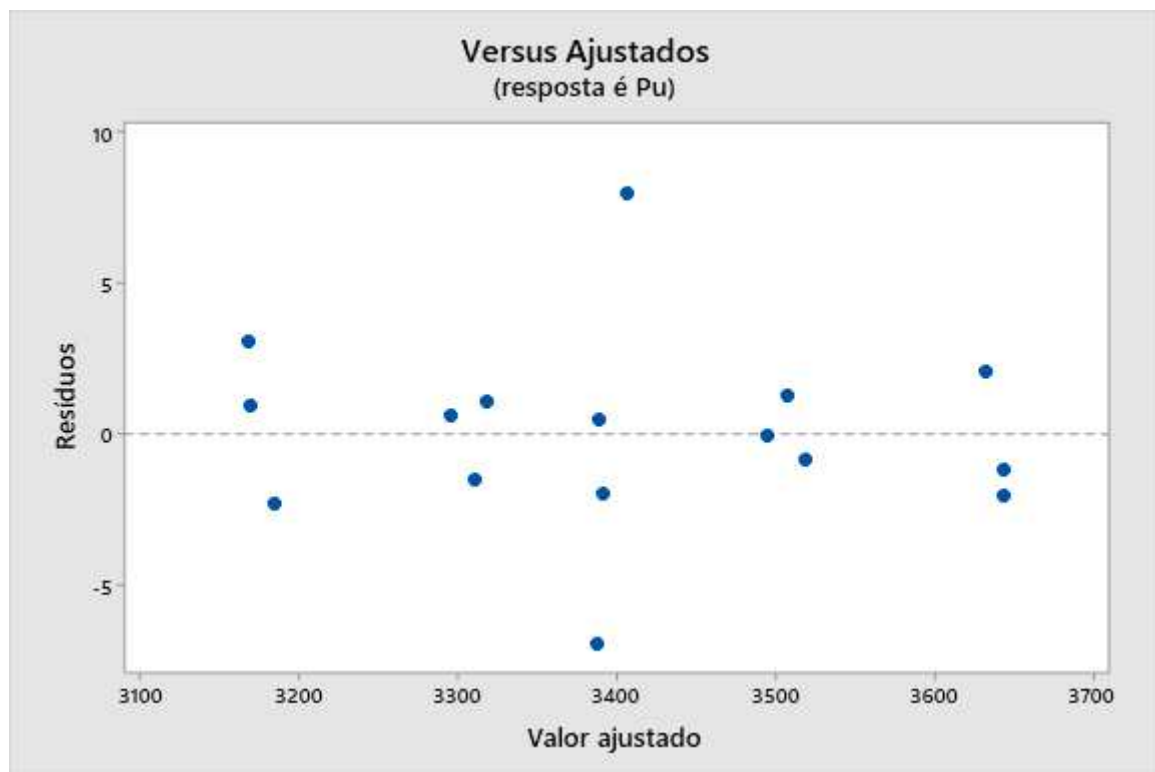


Figura 4.20 - Gráfico de resíduos versus ajustes do pilar S1H1L1M
Fonte: Autor

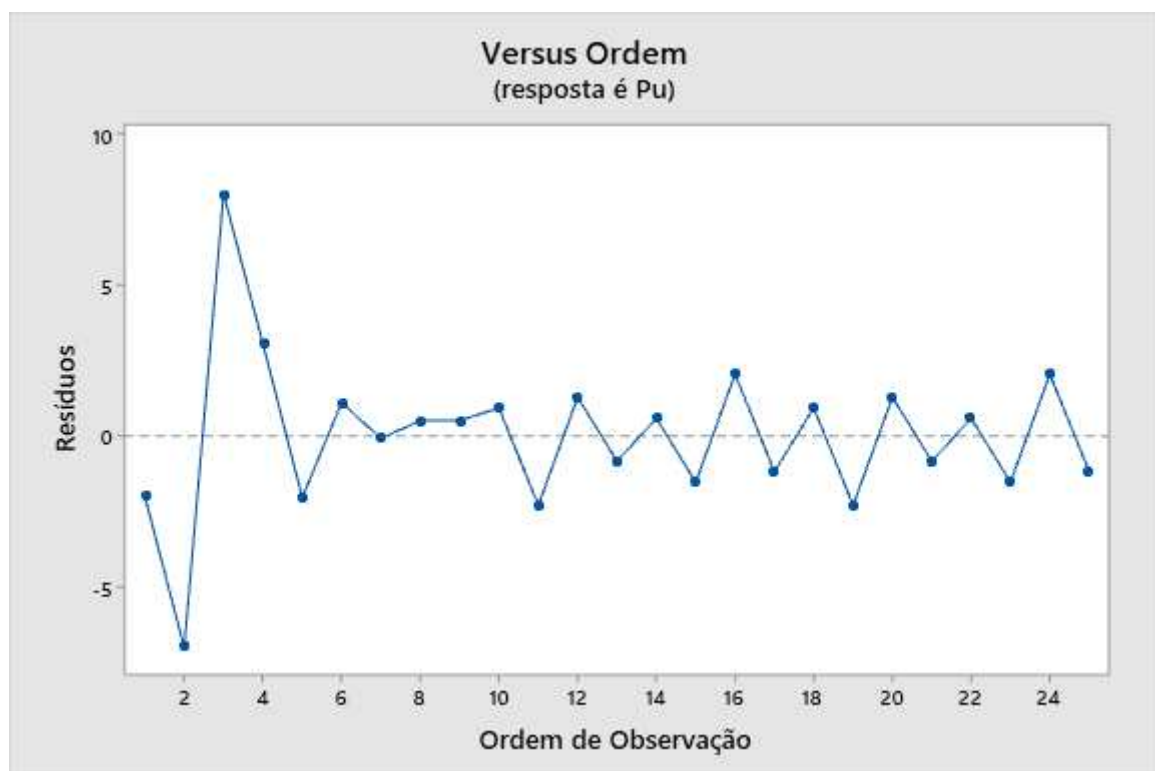


Figura 4.21 - Gráfico resíduos versus ordem do pilar S1H1L1M
Fonte: Autor

4.2.5 Modelo S1H1L2M

A Tab. 4.14 reúne os resultados da aplicação do MSR para o pilar S1H1L2M.

Tabela 4.14 - Resumo dos resultados do MSR para o pilar S1H1L2M

Simulação	Variáveis independentes				Pu,MEF (kN)	Pu,MSR (kN)	Variação (%)
	E _f (GPa)	f _c (MPa)	f _{yl} (MPa)	f _{yt} (MPa)			
Determ.	240	25,5	520	623	3.414,50	3.401,08	0,39298
2	216	25,5	520	623	3.407,70	3.408,11	-0,0119
3	264	25,5	520	623	3.432,00	3.420,32	0,34025
4	240	22,95	520	623	3.188,20	3.182,78	0,17
5	240	28,05	520	623	3.663,90	3.658,01	0,1608
6	240	25,5	468	623	3.338,50	3.346,85	-0,2502
7	240	25,5	572	623	3.515,00	3.495,38	0,55804
8	240	25,5	520	560,7	3.414,50	3.408,61	0,17264
9	240	25,5	520	685,3	3.414,50	3.409,16	0,15636
10	223,0991	23,7043	483,3813	579,1280	3.192,20	3.194,37	-0,0678
11	256,9009	23,7043	483,3813	579,1280	3.251,00	3.228,41	0,69476
12	223,0991	27,2957	483,3813	579,1280	3.575,80	3.553,38	0,62708
13	256,9009	27,2957	483,3813	579,1280	3.535,80	3.537,77	-0,0558
14	223,0991	23,7043	556,6187	579,1280	3.316,70	3.299,11	0,53038
15	256,9009	23,7043	556,6187	579,1280	3.325,10	3.331,92	-0,2051
16	223,0991	27,2957	556,6187	579,1280	3.652,10	3.659,07	-0,1908
17	256,9009	27,2957	556,6187	579,1280	3.660,00	3.642,22	0,48566
18	223,0991	23,7043	483,3813	666,8720	3.192,20	3.194,76	-0,0801
19	256,9009	23,7043	483,3813	666,8720	3.251,00	3.228,80	0,68273
20	223,0991	27,2957	483,3813	666,8720	3.575,80	3.553,77	0,61614
21	256,9009	27,2957	483,3813	666,8720	3.535,80	3.538,16	-0,0669
22	223,0991	23,7043	556,6187	666,8720	3.316,70	3.299,50	0,51858
23	256,9009	23,7043	556,6187	666,8720	3.325,10	3.332,31	-0,2168
24	223,0991	27,2957	556,6187	666,8720	3.652,10	3.659,46	-0,2015
25	256,9009	27,2957	556,6187	666,8720	3.660,00	3.642,62	0,47497

Na Tab. 4.15 é demonstrada a variação do modelo utilizado e o quanto ele é capaz de explicar a variação dos dados de entrada devido à utilização da Eq. (4.5).

Tabela 4.15 - Modelo de ajuste para o pilar S1H1L2M

Sumário do Modelo

S	R2	R2(aj)	R2(pred)
17,3689	99,52%	98,84%	96,58%

$$P_u = 3729 + 38f_c - 6,25f_{yl} - 2,50f_{yt} + 0,0228E_f^2 + 2,97f_c^2 + 0,00741f_{yl}^2 + 0,00201f_{yt}^2 - 0,409E_f f_c - 0,0005E_f f_{yl} + 0,0036f_c f_{yl} \quad (4.5)$$

As Fig. 4.22 a 4.24 representam respectivamente: o gráfico de probabilidade normal dos resíduos, o gráfico de resíduos versus ajustes e o gráfico resíduos versus ordem.

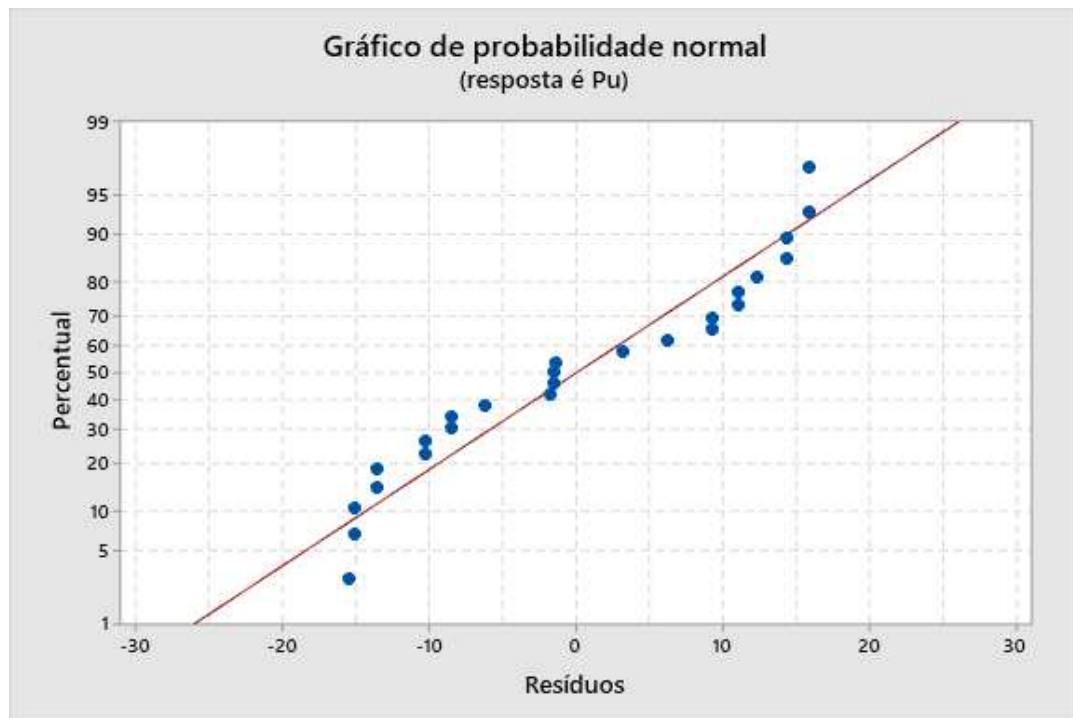


Figura 4.22 - Gráfico de probabilidade normal dos resíduos do pilar S1H1L2M
Fonte: Autor

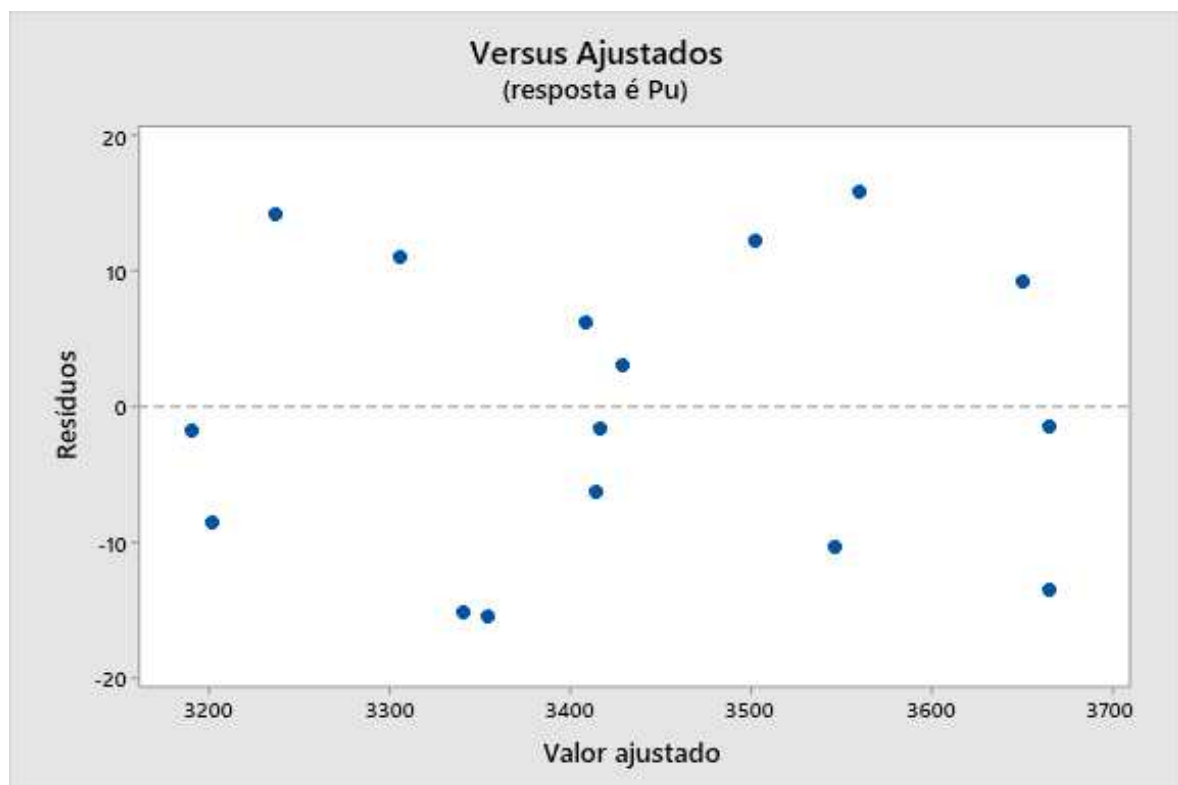


Figura 4.23 - Gráfico de resíduos versus ajustes do pilar S1H1L2M
Fonte: Autor

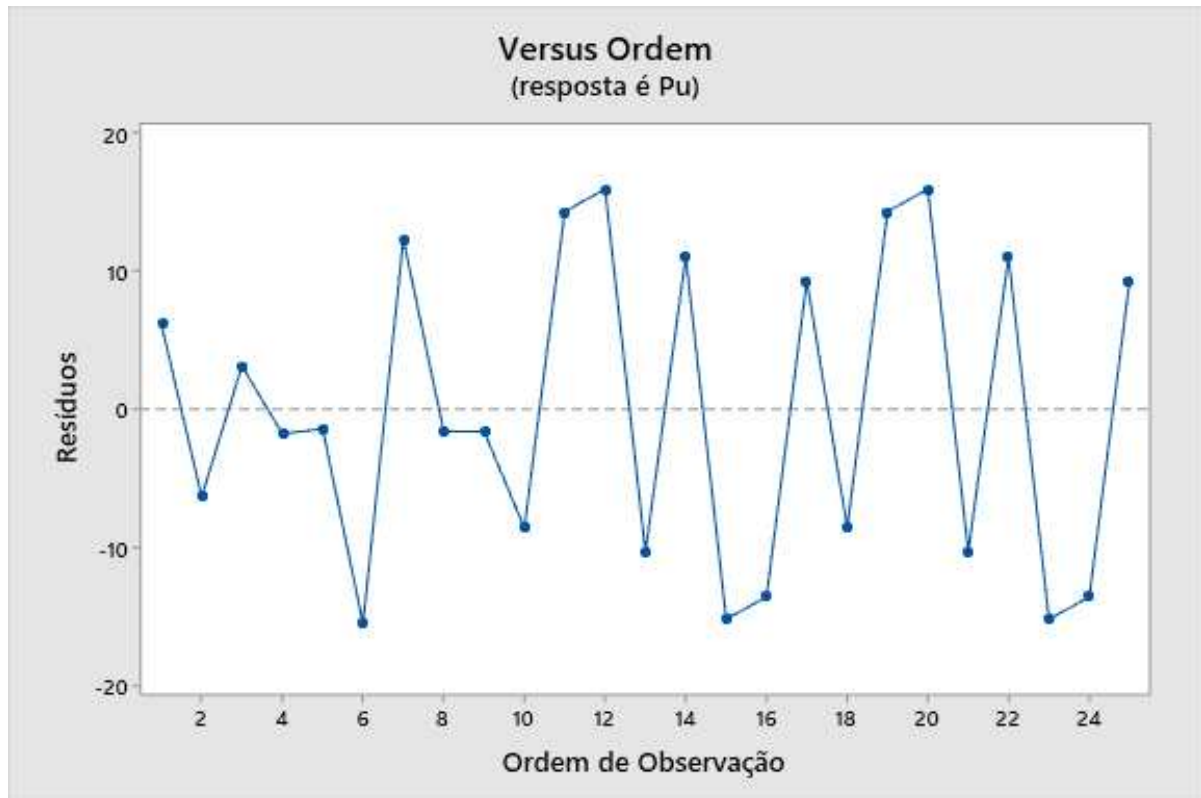


Figura 4.24 - Gráfico resíduos versus ordem do pilar S1H1L2M
Fonte: Autor

4.2.6 Modelo S1H1L3M

A Tab. 4.16 reúne os resultados da aplicação do MSR para o pilar S1H1L3M.

Tabela 4.16 - Resumo dos resultados do MSR para o pilar S1H1L3M (continua)

Simulação	Variáveis independentes				Pu,MEF (kN)	Pu,MSR (kN)	Variação (%)
	Er(GPa)	f _c (MPa)	f _{yl} (MPa)	f _{yt} (MPa)			
Determ.	240	25,5	520	623	3.498,40	3.502,13	-0,1066
2	216	25,5	520	623	3.489,70	3.494,21	-0,1291
3	264	25,5	520	623	3.516,80	3.513,39	0,0969
4	240	22,95	520	623	3.267,20	3.270,22	-0,0923
5	240	28,05	520	623	3.754,20	3.752,29	0,0509
6	240	25,5	468	623	3.419,50	3.420,16	-0,0192
7	240	25,5	572	623	3.596,30	3.596,74	-0,0124
8	240	25,5	520	560,7	3.498,40	3.498,92	-0,0148
9	240	25,5	520	685,3	3.498,40	3.498,98	-0,0167
10	223,0991	23,7043	483,3813	579,1280	3.270,50	3.270,56	-0,0018
11	256,9009	23,7043	483,3813	579,1280	3.282,20	3.283,67	-0,0448
12	223,0991	27,2957	483,3813	579,1280	3.608,40	3.609,54	-0,0315
13	256,9009	27,2957	483,3813	579,1280	3.621,20	3.623,60	-0,0661
14	223,0991	23,7043	556,6187	579,1280	3.394,70	3.394,96	-0,0077
15	256,9009	23,7043	556,6187	579,1280	3.406,40	3.407,92	-0,0447
16	223,0991	27,2957	556,6187	579,1280	3.732,80	3.733,99	-0,0319
17	256,9009	27,2957	556,6187	579,1280	3.745,30	3.747,90	-0,0694

Tabela 4.16 - Resumo dos resultados do MSR para o pilar S1H1L3M (conclusão)

Simulação	Variáveis independentes				Pu,MEF (kN)	Pu,MSR (kN)	Variação (%)
	E _f (GPa)	f _c (MPa)	f _{yl} (MPa)	f _{yt} (MPa)			
18	223,0991	23,7043	483,3813	666,8720	3.270,50	3.270,60	-0,0032
19	256,9009	23,7043	483,3813	666,8720	3.282,20	3.283,72	-0,0462
20	223,0991	27,2957	483,3813	666,8720	3.608,40	3.609,58	-0,0328
21	256,9009	27,2957	483,3813	666,8720	3.621,20	3.623,64	-0,0674
22	223,0991	23,7043	556,6187	666,8720	3.394,70	3.395,01	-0,0091
23	256,9009	23,7043	556,6187	666,8720	3.406,40	3.407,97	-0,0461
24	223,0991	27,2957	556,6187	666,8720	3.732,80	3.734,04	-0,0331
25	256,9009	27,2957	556,6187	666,8720	3.745,30	3.747,95	-0,0707

Na Tab. 4.17 é demonstrada a variação do modelo utilizado e o quanto ele é capaz de explicar a variação dos dados de entrada devido à utilização da Eq. (4.6).

Tabela 4.17 - Modelo de ajuste para o pilar S1H1L3M

Sumário do Modelo

S	R2	R2(aj)	R2(pred)
2,54516	99,99%	99,98%	99,95%

$$\begin{aligned}
 P_u = & 1549 - 1,16E_f + 21f_c - 0,724f_{yl} + 1,021f_{yt} + 0,0029E_f^2 + 1,403f_c^2 \\
 & + 0,002338f_{yl}^2 - 0,000819f_{yt}^2 + 0,0078E_ff_c - 0,00006E_ff_{yl} \\
 & + 0,00019f_cf_{yl}
 \end{aligned} \quad (4.6)$$

As Fig. 4.25 a 4.27 representam respectivamente: o gráfico de probabilidade normal dos resíduos, o gráfico de resíduos versus ajustes e o gráfico resíduos versus ordem.

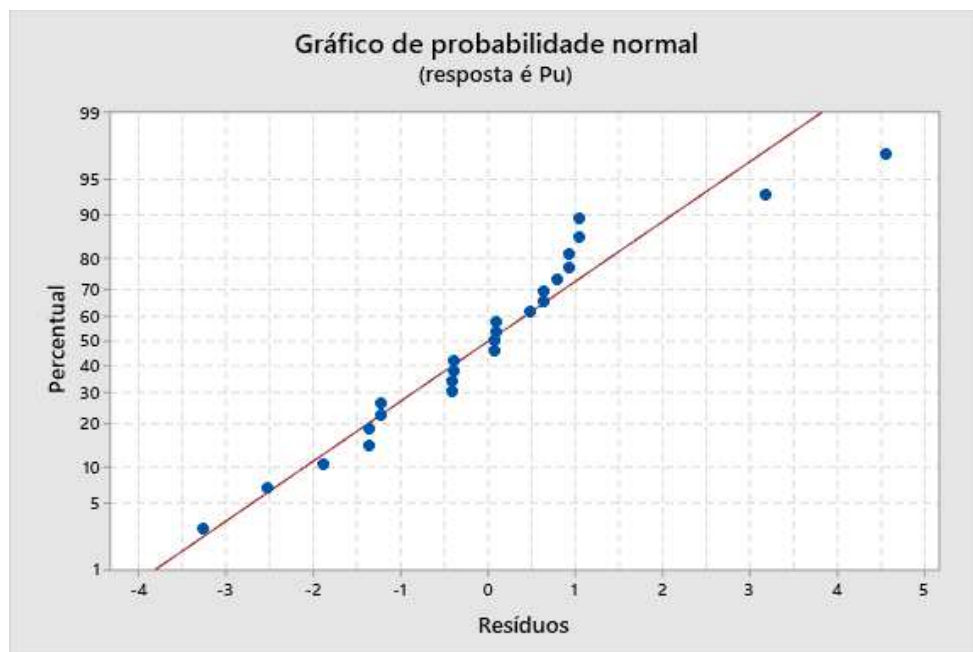


Figura 4.25 - Gráfico de probabilidade normal dos resíduos do pilar S1H1L3M

Fonte: Autor

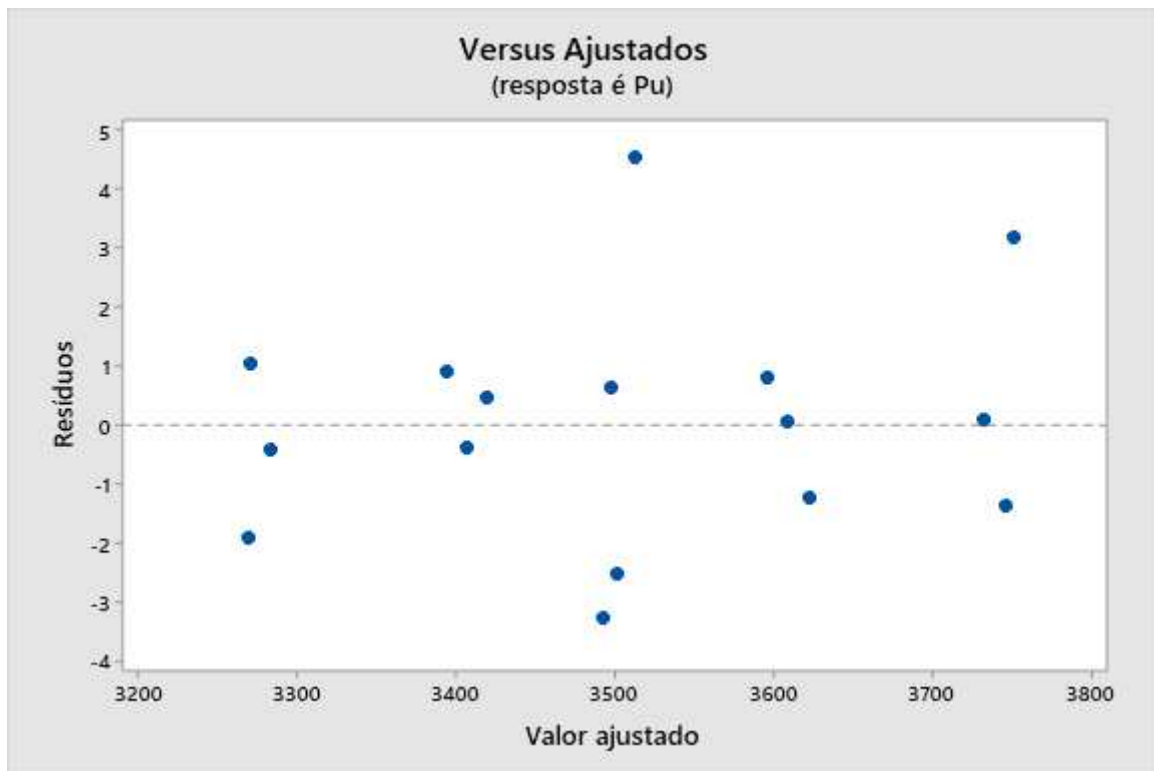


Figura 4.26 - Gráfico de resíduos versus ajustes do pilar S1H1L3M

Fonte: Autor

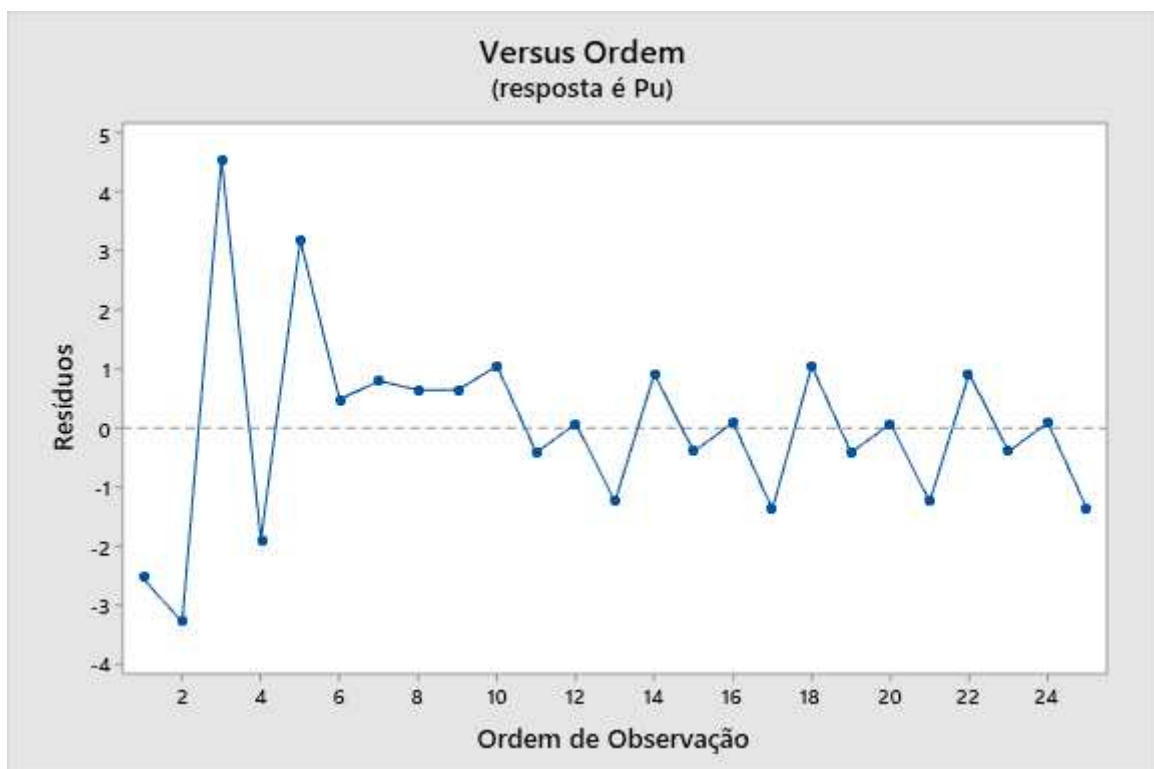


Figura 4.27 - Gráfico resíduos versus ordem do pilar S1H1L3M

Fonte: Autor

4.2.7 Modelo S1H2L2M

A Tab. 4.18 reúne os resultados da aplicação do MSR para o pilar S1H2L2M.

Tabela 4.18 - Resumo dos resultados do MSR para o pilar S1H2L2M

Simulação	Variáveis independentes				Pu,MEF (kN)	Pu,MSR (kN)	Variação (%)
	E _f (GPa)	f _c (MPa)	f _{yl} (MPa)	f _{yt} (MPa)			
Determ.	240	25,5	520	623	3.488,40	3.488,07	0,0093
2	216	25,5	520	623	3.482,10	3.481,93	0,0048
3	264	25,5	520	623	3.492,60	3.492,72	-0,0035
4	240	22,95	520	623	3.249,10	3.248,95	0,0048
5	240	28,05	520	623	3.725,10	3.725,21	-0,0029
6	240	25,5	468	623	3.399,20	3.399,07	0,0039
7	240	25,5	572	623	3.575,60	3.575,69	-0,0024
8	240	25,5	520	560,7	3.488,40	3.488,37	0,0008
9	240	25,5	520	685,3	3.488,40	3.488,38	0,0005
10	223,0991	23,7043	483,3813	579,1280	3.252,90	3.253,01	-0,0035
11	256,9009	23,7043	483,3813	579,1280	3.261,20	3.260,96	0,0073
12	223,0991	27,2957	483,3813	579,1280	3.589,00	3.588,80	0,0055
13	256,9009	27,2957	483,3813	579,1280	3.596,50	3.596,50	0,0000
14	223,0991	23,7043	556,6187	579,1280	3.378,10	3.377,89	0,0061
15	256,9009	23,7043	556,6187	579,1280	3.385,40	3.385,39	0,0003
16	223,0991	27,2957	556,6187	579,1280	3.713,10	3.713,13	-0,0008
17	256,9009	27,2957	556,6187	579,1280	3.720,70	3.720,38	0,0087
18	223,0991	23,7043	483,3813	666,8720	3.252,90	3.253,02	-0,0038
19	256,9009	23,7043	483,3813	666,8720	3.261,20	3.260,97	0,0070
20	223,0991	27,2957	483,3813	666,8720	3.589,00	3.588,81	0,0053
21	256,9009	27,2957	483,3813	666,8720	3.596,50	3.596,51	-0,0002
22	223,0991	23,7043	556,6187	666,8720	3.378,10	3.377,90	0,0059
23	256,9009	23,7043	556,6187	666,8720	3.385,40	3.385,40	0,0000
24	223,0991	27,2957	556,6187	666,8720	3.713,10	3.713,14	-0,0010
25	256,9009	27,2957	556,6187	666,8720	3.720,70	3.720,39	0,0085

Na Tab. 4.19 é demonstrada a variação do modelo utilizado e o quanto ele é capaz de explicar a variação dos dados de entrada devido à utilização da Eq. (4.7).

Tabela 4.19 - Modelo de ajuste para o pilar S1H2L2M

Sumário do Modelo

S	R2	R2(aj)	R2(pred)
0,230446	100,00%	100,00%	100,00%

$$\begin{aligned}
 P_u = & -107,4 + 0,995E_f + 102,79f_c + 2,0636f_{yl} - 0,0971f_{yt} - 0,001298E_f^2 \\
 & - 0,1534f_c^2 - 0,00258f_{yl}^2 + 0,000078f_{yt}^2 - 0,00206E_f f_c \\
 & - 0,000182E_f f_{yl} - 0,002091f_c f_{yl}
 \end{aligned} \quad (4.7)$$

As Fig. 4.28 a 4.30 representam respectivamente: o gráfico de probabilidade normal dos resíduos, o gráfico de resíduos versus ajustes e o gráfico resíduos versus ordem.

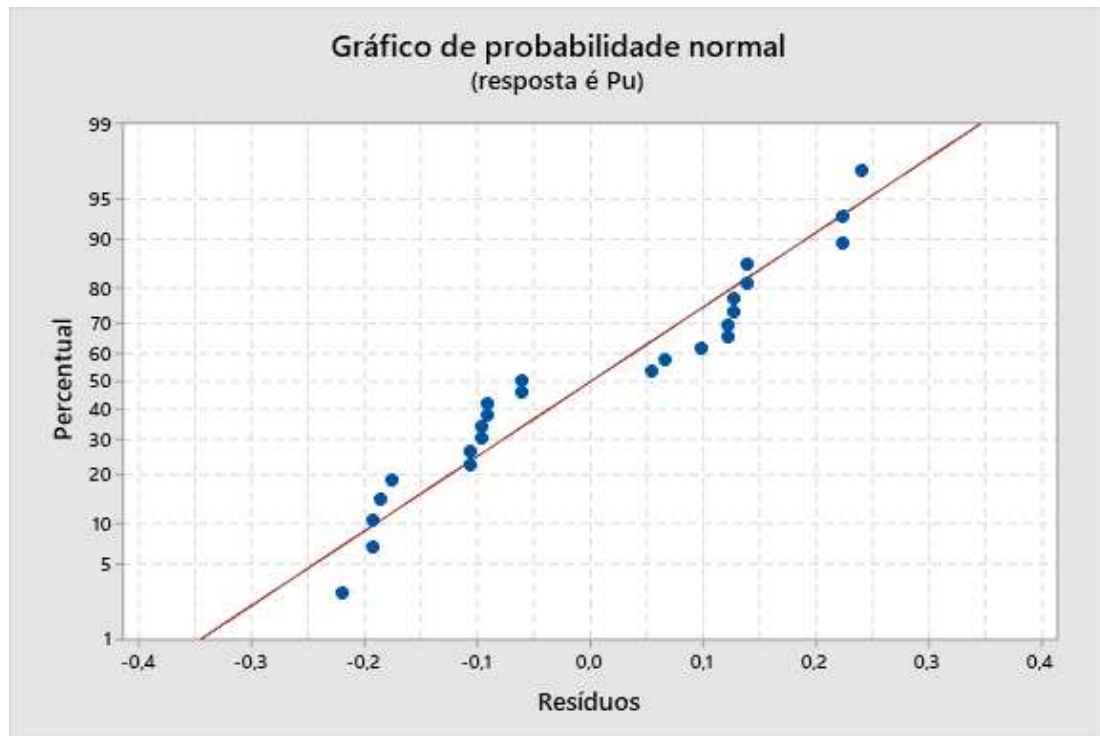


Figura 4.28 - Gráfico de probabilidade normal dos resíduos do pilar S1H2L2M
Fonte: Autor

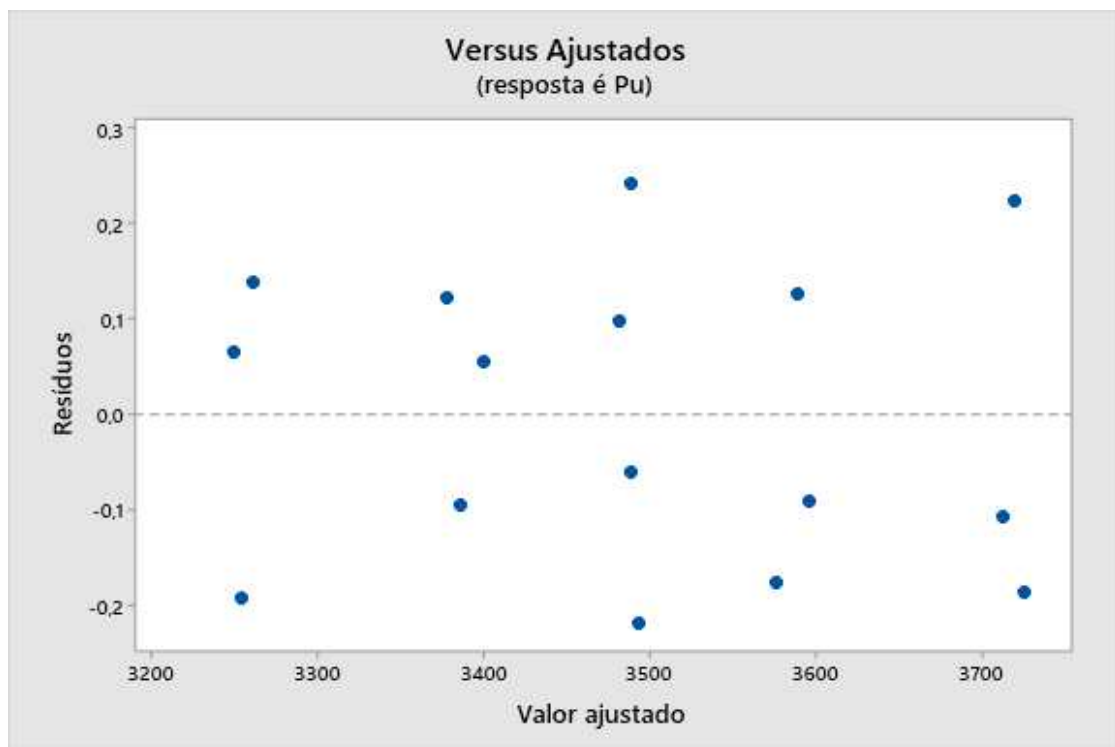


Figura 4.29 - Gráfico de resíduos versus ajustes do pilar S1H2L2M
Fonte: Autor

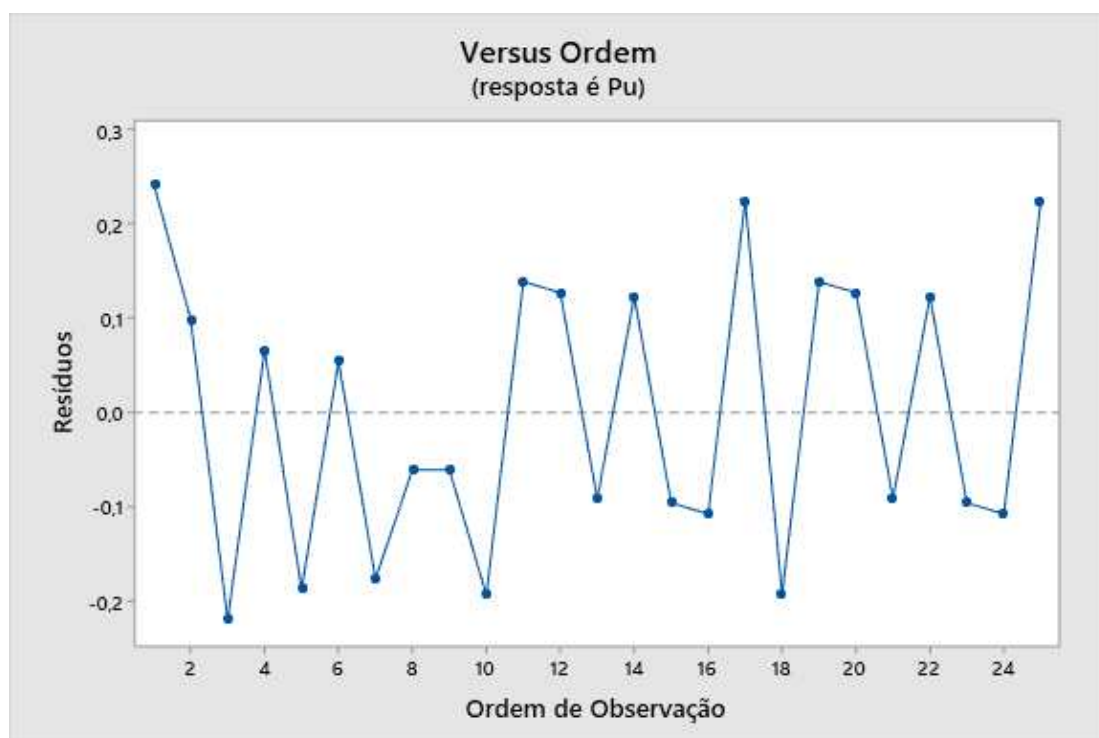


Figura 4.30 - Gráfico resíduos versus ordem do pilar S1H2L2M
Fonte: Autor

4.2.8 Modelo S1H2L3M

A Tab. 4.20 reúne os resultados da aplicação do MSR para o pilar S1H2L3M.

Tabela 4.20 - Resumo dos resultados do MSR para o pilar S1H2L3M (continua)

Simulação	Variáveis independentes				Pu,MEF (kN)	Pu,MSR (kN)	Variação (%)
	E _f (GPa)	f _c (MPa)	f _{yl} (MPa)	f _{yt} (MPa)			
Determ.	240	25,5	520	623	3.585,70	3.584,88	0,0227
2	216	25,5	520	623	3.574,10	3.575,94	-0,0515
3	264	25,5	520	623	3.591,60	3.591,68	-0,0021
4	240	22,95	520	623	3.342,00	3.342,02	-0,0007
5	240	28,05	520	623	3.823,00	3.824,88	-0,0493
6	240	25,5	468	623	3.494,80	3.496,74	-0,0557
7	240	25,5	572	623	3.671,10	3.671,07	0,0009
8	240	25,5	520	560,7	3.585,70	3.586,71	-0,0280
9	240	25,5	520	685,3	3.585,70	3.586,60	-0,0252
10	223,0991	23,7043	483,3813	579,1280	3.345,20	3.346,41	-0,0361
11	256,9009	23,7043	483,3813	579,1280	3.357,30	3.357,24	0,0018
12	223,0991	27,2957	483,3813	579,1280	3.690,60	3.689,64	0,0260
13	256,9009	27,2957	483,3813	579,1280	3.696,20	3.697,47	-0,0344
14	223,0991	23,7043	556,6187	579,1280	3.469,30	3.469,12	0,0053
15	256,9009	23,7043	556,6187	579,1280	3.481,40	3.483,45	-0,0588
16	223,0991	27,2957	556,6187	579,1280	3.807,80	3.808,95	-0,0302
17	256,9009	27,2957	556,6187	579,1280	3.820,40	3.820,28	0,0031

Tabela 4.20 - Resumo dos resultados do MSR para o pilar S1H2L3M (conclusão)

Simulação	Variáveis independentes				Pu,MEF (kN)	Pu,MSR (kN)	Variação (%)
	E _f (GPa)	f _c (MPa)	f _{yl} (MPa)	f _{yt} (MPa)			
18	223,0991	23,7043	483,3813	666,8720	3.345,20	3.346,34	-0,0340
19	256,9009	23,7043	483,3813	666,8720	3.357,30	3.357,17	0,0040
20	223,0991	27,2957	483,3813	666,8720	3.690,60	3.689,57	0,0279
21	256,9009	27,2957	483,3813	666,8720	3.696,20	3.697,40	-0,0325
22	223,0991	23,7043	556,6187	666,8720	3.469,30	3.469,04	0,0074
23	256,9009	23,7043	556,6187	666,8720	3.481,40	3.483,38	-0,0567
24	223,0991	27,2957	556,6187	666,8720	3.807,80	3.808,88	-0,0283
25	256,9009	27,2957	556,6187	666,8720	3.820,40	3.820,21	0,0050

Na Tab. 4.21 é demonstrada a variação do modelo utilizado e o quanto ele é capaz de explicar a variação dos dados de entrada devido à utilização da Eq. (4.8).

Tabela 4.21 - Modelo de ajuste para o pilar S1H2L3M

Sumário do Modelo

S	R2	R2(aj)	R2(pred)
1,50542	100,00%	99,99%	99,98%

$$\begin{aligned}
 P_u = & -97 + 1,12E_f + 118,55f_c + 2,043f_{yl} - 0,569f_{yt} - 0,00187E_f^2 - 0,220f_c^2 \\
 & - 0,000362f_{yl}^2 + 0,000456f_{yt}^2 - 0,0247E_ff_c + 0,001414E_ff_{yl} \\
 & - 0,01293f_cf_{yl}
 \end{aligned} \quad (4.8)$$

As Fig. 4.31 a 4.33 representam respectivamente: o gráfico de probabilidade normal dos resíduos, o gráfico de resíduos versus ajustes e o gráfico resíduos versus ordem.

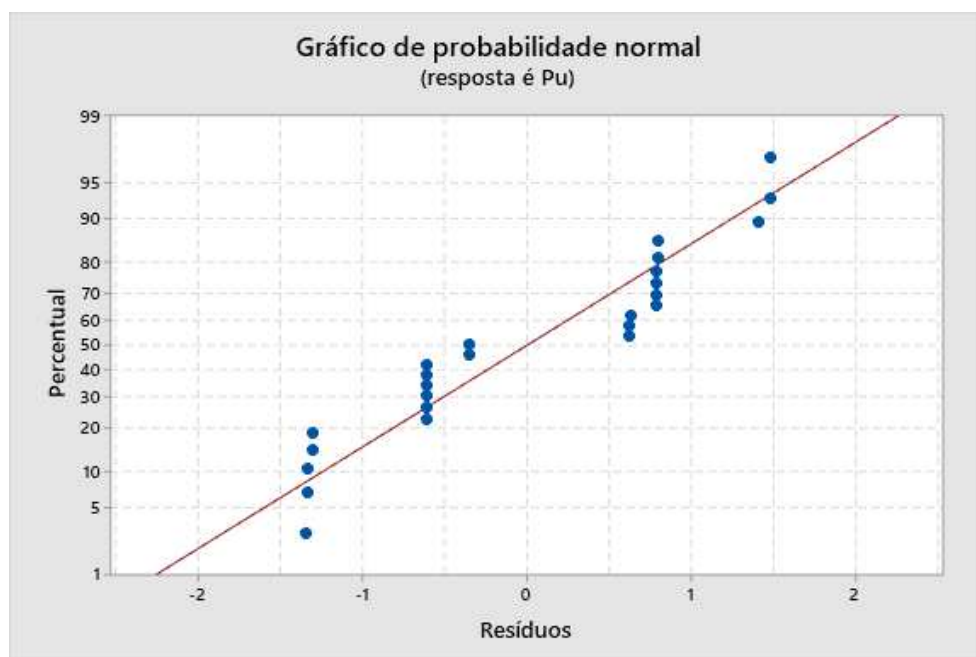


Figura 4.31 - Gráfico de probabilidade normal dos resíduos do pilar S1H2L3M

Fonte: Autor

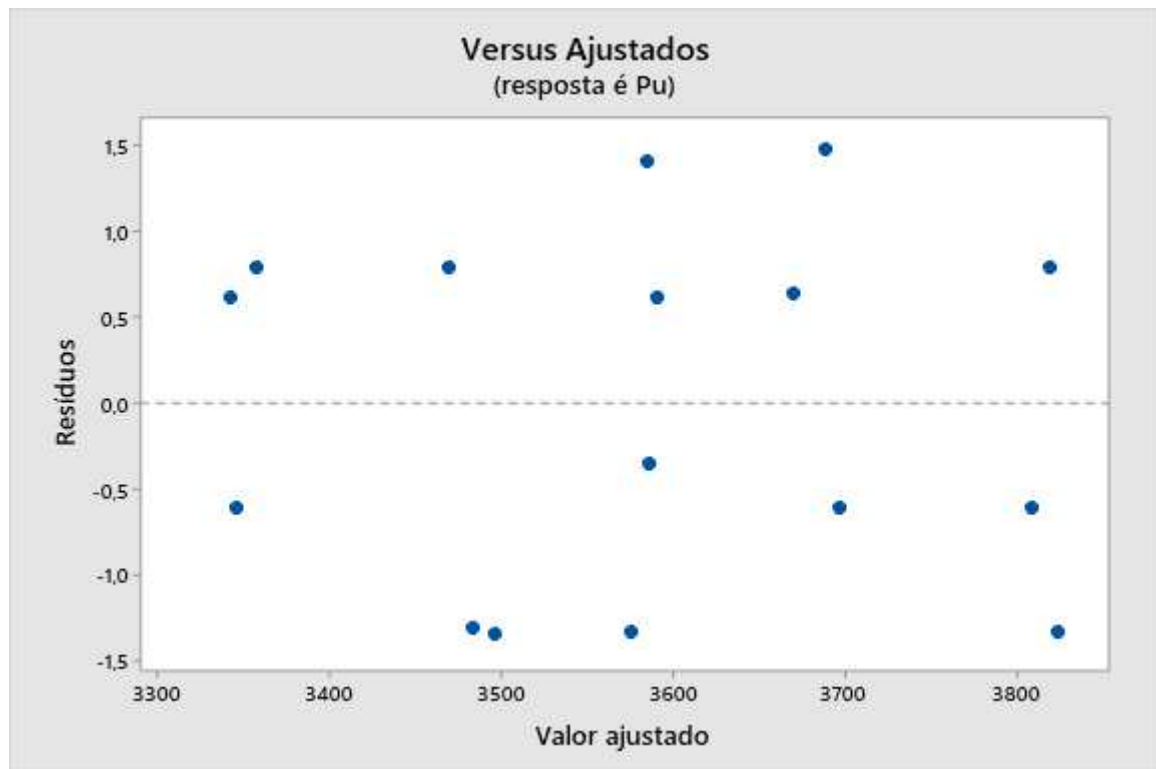


Figura 4.32 - Gráfico de resíduos versus ajustes do pilar S1H2L3M

Fonte: Autor

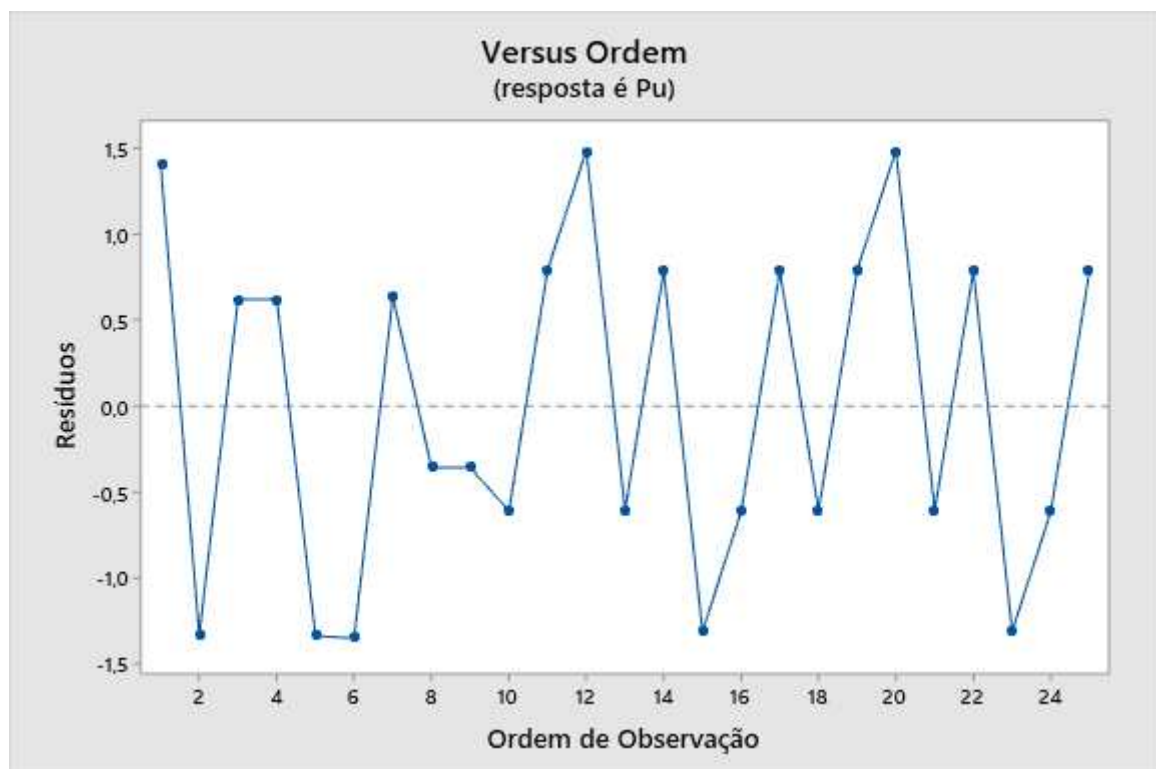


Figura 4.33 - Gráfico resíduos versus ordem do pilar S1H2L3M

Fonte: Autor

4.2.9 Modelo S2H1L1M

A Tab. 4.22 reúne os resultados da aplicação do MSR para o pilar S2H1L1M.

Tabela 4.22 - Resumo dos resultados do MSR para o pilar S2H1L1M

Simulação	Variáveis independentes				Pu,MEF (kN)	Pu,MSR (kN)	Variação (%)
	E _f (GPa)	f _c (MPa)	f _{yl} (MPa)	f _{yt} (MPa)			
Determ.	240	25,5	484	623	1.456,50	1.456,93	-0,0293
2	216	25,5	484	623	1.454,10	1.449,36	0,3262
3	264	25,5	484	623	1.463,00	1.467,57	-0,3126
4	240	22,95	484	623	1.359,30	1.358,45	0,0625
5	240	28,05	484	623	1.567,20	1.567,89	-0,0440
6	240	25,5	435,6	623	1.423,30	1.425,38	-0,1459
7	240	25,5	532,4	623	1.493,50	1.491,24	0,1512
8	240	25,5	484	560,7	1.456,50	1.456,44	0,0038
9	240	25,5	484	685,3	1.456,50	1.456,39	0,0079
10	223,0991	23,7043	449,9164	579,1280	1.355,90	1.358,36	-0,1815
11	256,9009	23,7043	449,9164	579,1280	1.372,00	1.369,34	0,1941
12	223,0991	27,2957	449,9164	579,1280	1.505,70	1.504,56	0,0758
13	256,9009	27,2957	449,9164	579,1280	1.519,30	1.519,93	-0,0414
14	223,0991	23,7043	518,0836	579,1280	1.406,50	1.406,00	0,0359
15	256,9009	23,7043	518,0836	579,1280	1.415,00	1.416,28	-0,0905
16	223,0991	27,2957	518,0836	579,1280	1.547,60	1.550,38	-0,1796
17	256,9009	27,2957	518,0836	579,1280	1.567,40	1.565,06	0,1493
18	223,0991	23,7043	449,9164	666,8720	1.355,90	1.358,32	-0,1785
19	256,9009	23,7043	449,9164	666,8720	1.372,00	1.369,30	0,1971
20	223,0991	27,2957	449,9164	666,8720	1.505,70	1.504,52	0,0786
21	256,9009	27,2957	449,9164	666,8720	1.519,30	1.519,89	-0,0387
22	223,0991	23,7043	518,0836	666,8720	1.406,50	1.405,95	0,0388
23	256,9009	23,7043	518,0836	666,8720	1.415,00	1.416,24	-0,0875
24	223,0991	27,2957	518,0836	666,8720	1.547,60	1.550,34	-0,1770
25	256,9009	27,2957	518,0836	666,8720	1.567,40	1.565,02	0,1520

Na Tab. 4.23 é demonstrada a variação do modelo utilizado e o quanto ele é capaz de explicar a variação dos dados de entrada devido à utilização da Eq. (4.9).

Tabela 4.23 - Modelo de ajuste para o pilar S2H1L1M

Sumário do Modelo

S	R2	R2(aj)	R2(pred)
3,37288	99,91%	99,77%	99,40%

$$P_u = 950 - 1,68E_f - 13f_c + 0,37f_{yl} + 0,164f_{yt} + 0,00267E_f^2 + 0,96f_c^2 + 0,00059f_{yl}^2 - 0,000132f_{yt}^2 + 0,0362E_f f_c - 0,0003E_f f_{yl} - 0,0074f_c f_{yl} \quad (4.9)$$

As Fig. 4.34 a 4.36 representam respectivamente: o gráfico de probabilidade normal dos resíduos, o gráfico de resíduos versus ajustes e o gráfico resíduos versus ordem.

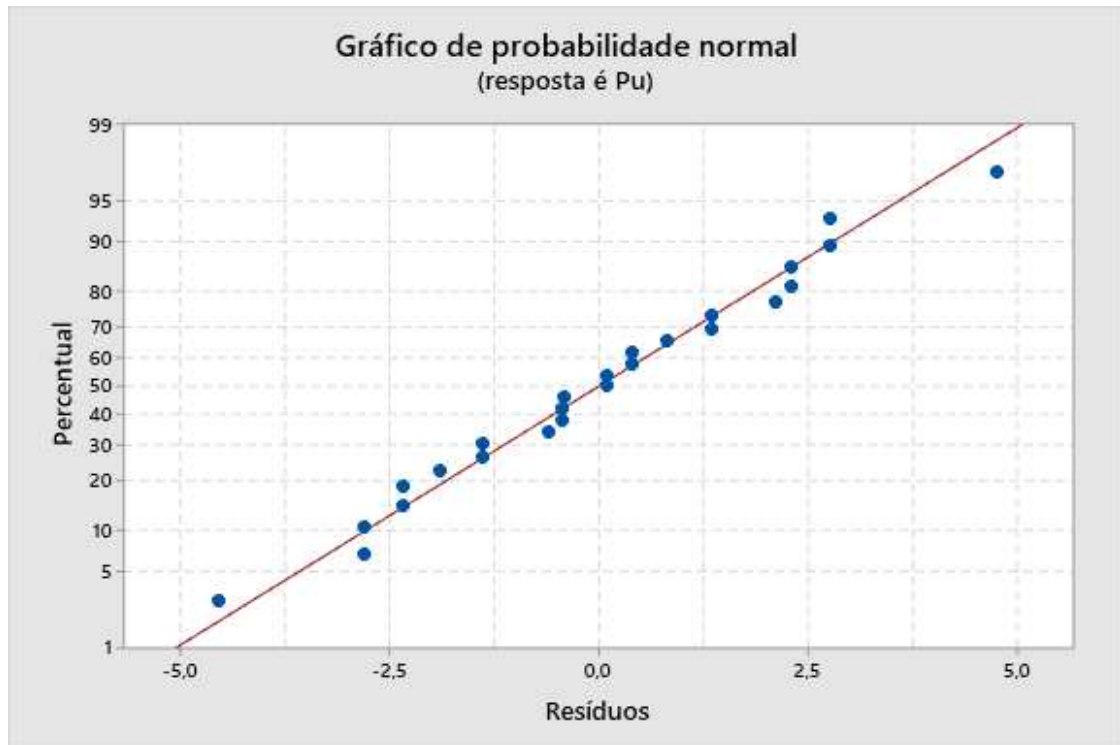


Figura 4.34 - Gráfico de probabilidade normal dos resíduos do pilar S2H1L1M
Fonte: Autor

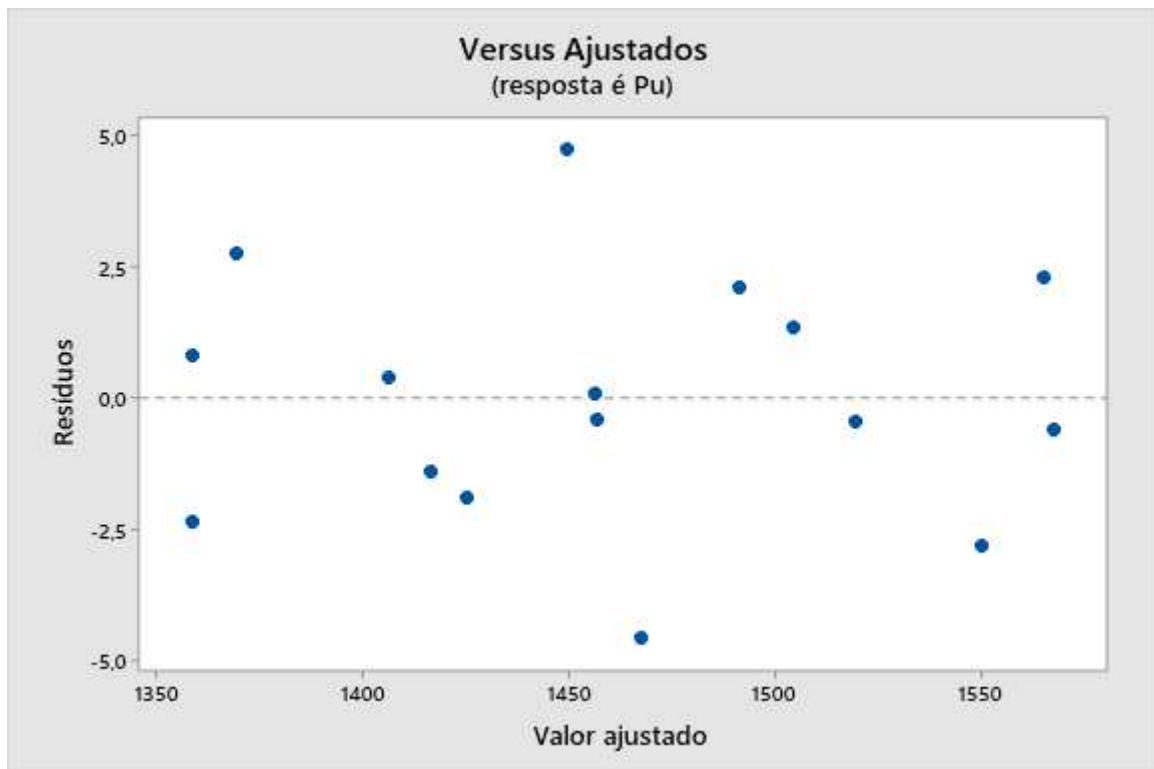


Figura 4.35 - Gráfico de resíduos versus ajustes do pilar S2H1L1M
Fonte: Autor

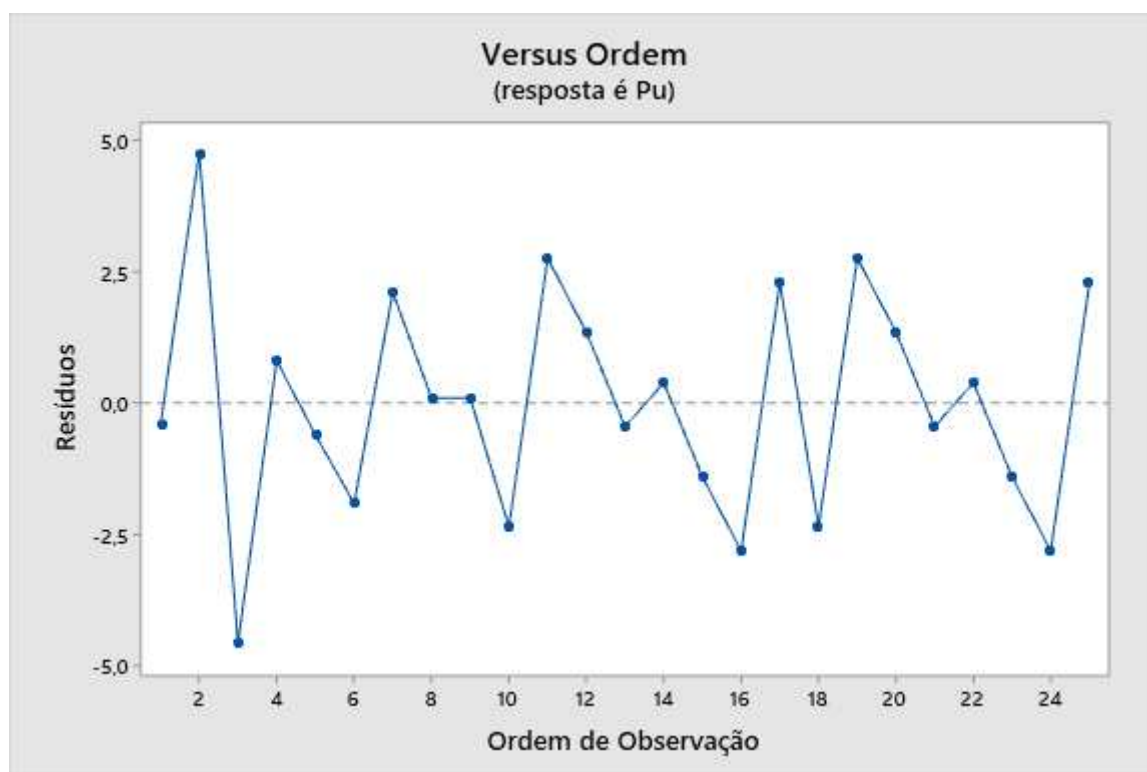


Figura 4.36 - Gráfico resíduos versus ordem do pilar S2H1L1M
Fonte: Autor

4.2.10 Modelo S2H1L2M

A Tab. 4.24 reúne os resultados da aplicação do MSR para o pilar S2H1L2M.

Tabela 4.24 - Resumo dos resultados do MSR para o pilar S2H1L2M (continua)

Simulação	Variáveis independentes				Pu,MEF (kN)	Pu,MSR (kN)	Variação (%)
	E _f (GPa)	f _c (MPa)	f _{yl} (MPa)	f _{yt} (MPa)			
Determ.	240	25,5	484	623	1.664,50	1.660,96	0,2126
2	216	25,5	484	623	1.635,50	1.633,99	0,0924
3	264	25,5	484	623	1.680,70	1.673,80	0,4107
4	240	22,95	484	623	1.555,50	1.547,72	0,4999
5	240	28,05	484	623	1.767,20	1.766,56	0,0360
6	240	25,5	435,6	623	1.642,20	1.634,72	0,4553
7	240	25,5	532,4	623	1.694,40	1.693,48	0,0545
8	240	25,5	484	560,7	1.664,00	1.661,82	0,1310
9	240	25,5	484	685,3	1.669,70	1.663,46	0,3736
10	223,0991	23,7043	449,9164	579,1280	1.545,70	1.543,75	0,1261
11	256,9009	23,7043	449,9164	579,1280	1.579,50	1.576,24	0,2065
12	223,0991	27,2957	449,9164	579,1280	1.706,50	1.698,96	0,4418
13	256,9009	27,2957	449,9164	579,1280	1.728,20	1.726,30	0,1099
14	223,0991	23,7043	518,0836	579,1280	1.591,90	1.587,53	0,2748
15	256,9009	23,7043	518,0836	579,1280	1.622,10	1.617,20	0,3019
16	223,0991	27,2957	518,0836	579,1280	1.747,10	1.742,25	0,2779
17	256,9009	27,2957	518,0836	579,1280	1.772,50	1.766,77	0,3230
18	223,0991	23,7043	449,9164	666,8720	1.546,80	1.544,42	0,1541

Tabela 4.24 - Resumo dos resultados do MSR para o pilar S2H1L2M (continua)

Simulação	Variáveis independentes				Pu,MEF (kN)	Pu,MSR (kN)	Variação (%)
	E _f (GPa)	f _c (MPa)	f _{yl} (MPa)	f _{yt} (MPa)			
19	256,9009	23,7043	449,9164	666,8720	1.579,10	1.575,95	0,1992
20	223,0991	27,2957	449,9164	666,8720	1.706,20	1.703,06	0,1841
21	256,9009	27,2957	449,9164	666,8720	1.733,20	1.729,45	0,2163
22	223,0991	23,7043	518,0836	666,8720	1.592,80	1.586,69	0,3837
23	256,9009	23,7043	518,0836	666,8720	1.616,00	1.615,42	0,0361
24	223,0991	27,2957	518,0836	666,8720	1.749,70	1.744,84	0,2776
25	256,9009	27,2957	518,0836	666,8720	1.774,50	1.768,42	0,3424

Na Tab. 4.25 é demonstrada a variação do modelo utilizado e o quanto ele é capaz de explicar a variação dos dados de entrada devido à utilização da Eq. (4.10).

Tabela 4.25 - Modelo de ajuste para o pilar S2H1L2M

Sumário do Modelo

S	R2	R2(aj)	R2(pred)
3,48501	99,91%	99,78%	99,43%

$$\begin{aligned}
 P_u = & -917 + 8,59E_f + 77,2f_c - 0,19f_{yl} - 0,606f_{yt} - 0,01227E_f^2 - 0,587f_c^2 \\
 & + 0,00134f_{yl}^2 + 0,000433f_{yt}^2 - 0,0424E_f f_c - 0,00122E_f f_{yl} \\
 & - 0,00032E_f f_{yt} - 0,002f_c f_{yl} + 0,0109f_c f_{yt} - 0,000251f_{yl} f_{yt}
 \end{aligned} \quad (4.10)$$

As Fig. 4.37 a 4.39 representam respectivamente: o gráfico de probabilidade normal dos resíduos, o gráfico de resíduos versus ajustes e o gráfico resíduos versus ordem.

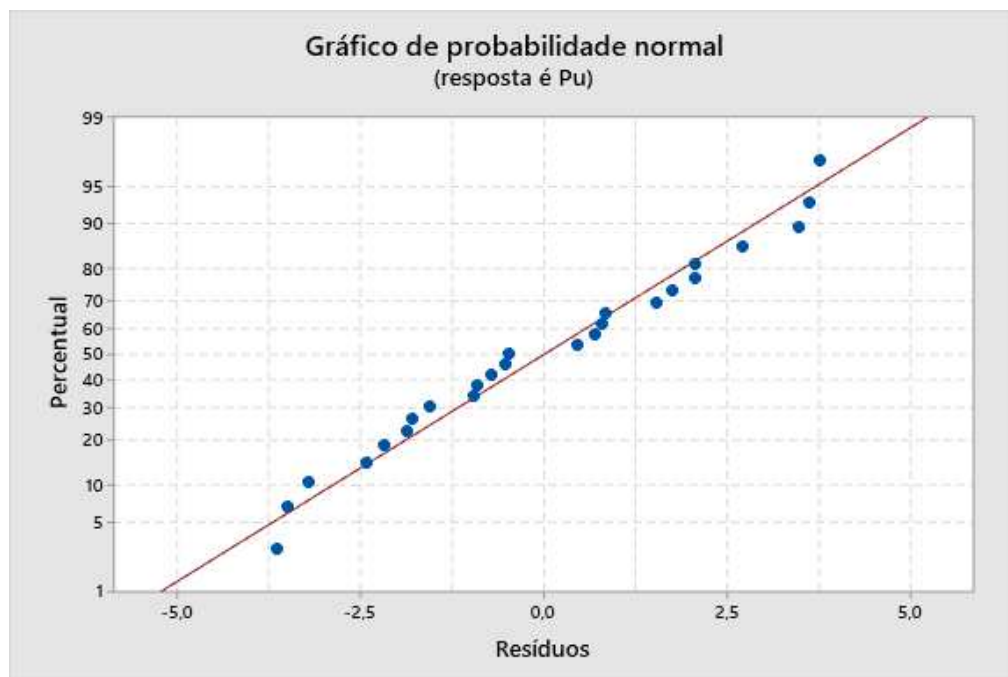


Figura 4.37 - Gráfico de probabilidade normal dos resíduos do pilar S2H1L2M

Fonte: Autor

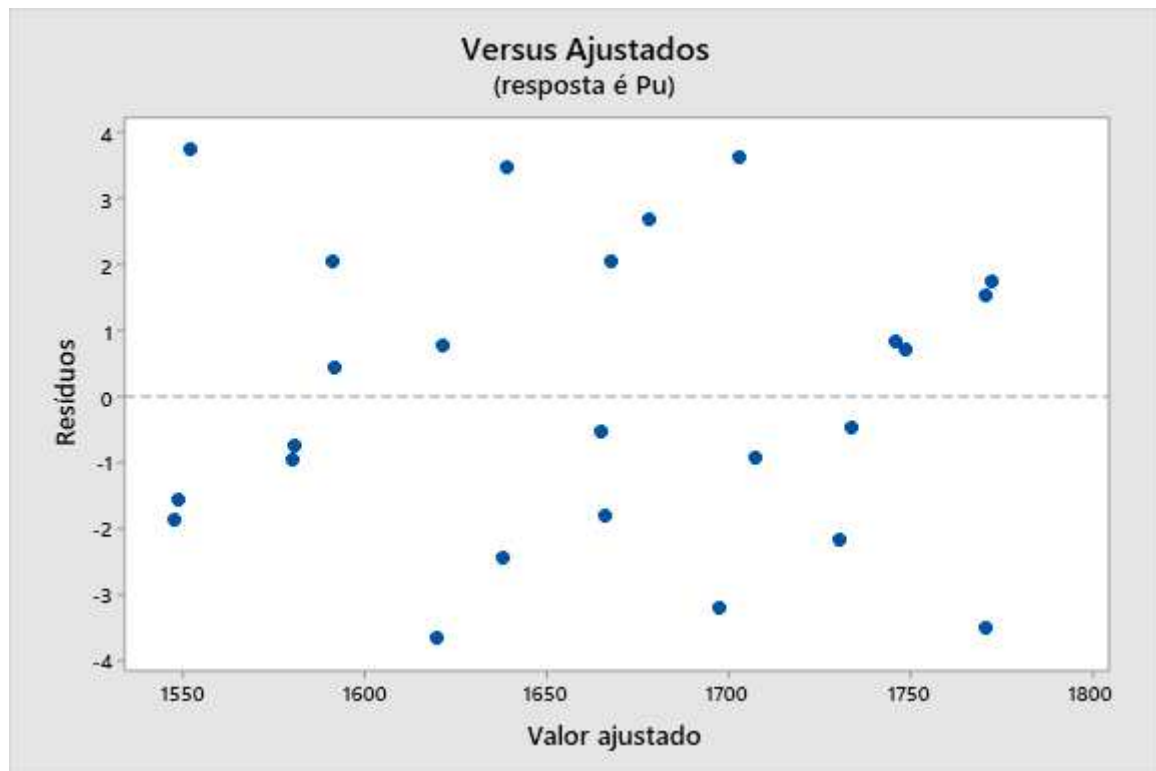


Figura 4.38 - Gráfico de resíduos versus ajustes do pilar S2H1L2M
Fonte: Autor

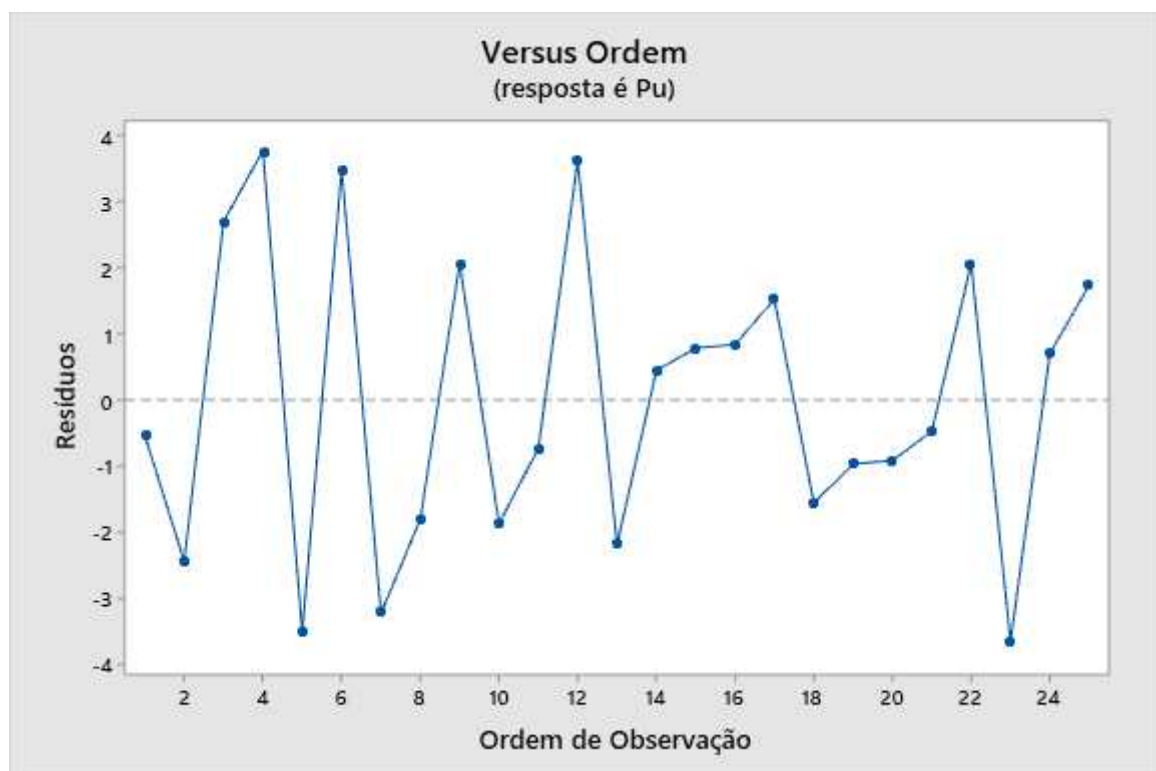


Figura 4.39 - Gráfico resíduos versus ordem do pilar S2H1L2M
Fonte: Autor

4.2.11 Modelo S2H2L1M

A Tab. 4.26 reúne os resultados da aplicação do MSR para o pilar S2H2L1M.

Tabela 4.26 - Resumo dos resultados do MSR para o pilar S2H2L1M

Simulação	Variáveis independentes				Pu,MEF (kN)	Pu,MSR (kN)	Variação (%)
	E _f (GPa)	f _c (MPa)	f _{yl} (MPa)	f _{yt} (MPa)			
Determ.	240	25,5	484	623	1.447,00	1.447,19	-0,0132
2	216	25,5	484	623	1.442,40	1.444,48	-0,1440
3	264	25,5	484	623	1.459,30	1.456,31	0,2049
4	240	22,95	484	623	1.343,80	1.346,66	-0,2129
5	240	28,05	484	623	1.558,00	1.554,22	0,2424
6	240	25,5	435,6	623	1.418,70	1.417,94	0,0534
7	240	25,5	532,4	623	1.479,10	1.478,95	0,0104
8	240	25,5	484	560,7	1.447,00	1.446,54	0,0320
9	240	25,5	484	685,3	1.447,00	1.446,56	0,0306
10	223,0991	23,7043	449,9164	579,1280	1.352,10	1.351,72	0,0283
11	256,9009	23,7043	449,9164	579,1280	1.363,10	1.362,05	0,0767
12	223,0991	27,2957	449,9164	579,1280	1.498,70	1.497,83	0,0578
13	256,9009	27,2957	449,9164	579,1280	1.503,60	1.505,22	-0,1078
14	223,0991	23,7043	518,0836	579,1280	1.395,90	1.393,68	0,1589
15	256,9009	23,7043	518,0836	579,1280	1.402,70	1.402,96	-0,0185
16	223,0991	27,2957	518,0836	579,1280	1.542,40	1.542,85	-0,0291
17	256,9009	27,2957	518,0836	579,1280	1.549,40	1.549,18	0,0144
18	223,0991	23,7043	449,9164	666,8720	1.352,10	1.351,73	0,0273
19	256,9009	23,7043	449,9164	666,8720	1.363,10	1.362,07	0,0756
20	223,0991	27,2957	449,9164	666,8720	1.498,70	1.497,85	0,0568
21	256,9009	27,2957	449,9164	666,8720	1.503,60	1.505,24	-0,1088
22	223,0991	23,7043	518,0836	666,8720	1.395,90	1.393,70	0,1579
23	256,9009	23,7043	518,0836	666,8720	1.402,70	1.402,97	-0,0195
24	223,0991	27,2957	518,0836	666,8720	1.542,40	1.542,86	-0,0300
25	256,9009	27,2957	518,0836	666,8720	1.549,40	1.549,19	0,0135

Na Tab. 4.27 é demonstrada a variação do modelo utilizado e o quanto ele é capaz de explicar a variação dos dados de entrada devido à utilização da Eq. (4.11).

Tabela 4.27 - Modelo de ajuste para o pilar S2H2L1M

Sumário do Modelo

S	R2	R2(aj)	R2(pred)
2,31584	99,95%	99,89%	99,73%

$$\begin{aligned}
 P_u = & 703 - 1,58E_f + 15f_c - 0,095f_{yl} + 0,207f_{yt} + 0,00556E_f^2 + 0,5f_c^2 \\
 & + 0,000535f_{yl}^2 - 0,000166f_{yt}^2 - 0,0243E_f f_c - 0,00046E_f f_{yl} \\
 & + 0,01246f_c f_{yl}
 \end{aligned} \quad (4.11)$$

As Fig. 4.40 a 4.42 representam respectivamente: o gráfico de probabilidade normal dos resíduos, o gráfico de resíduos versus ajustes e o gráfico resíduos versus ordem.

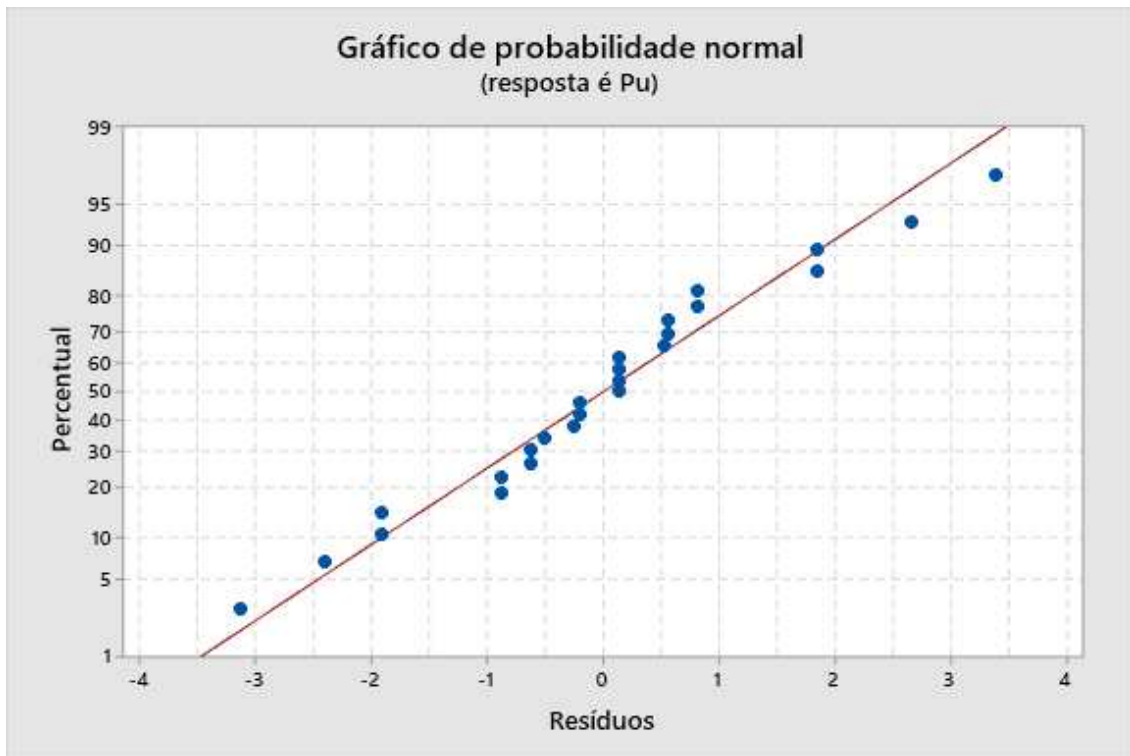


Figura 4.40 - Gráfico de probabilidade normal dos resíduos do pilar S2H2L1M
Fonte: Autor

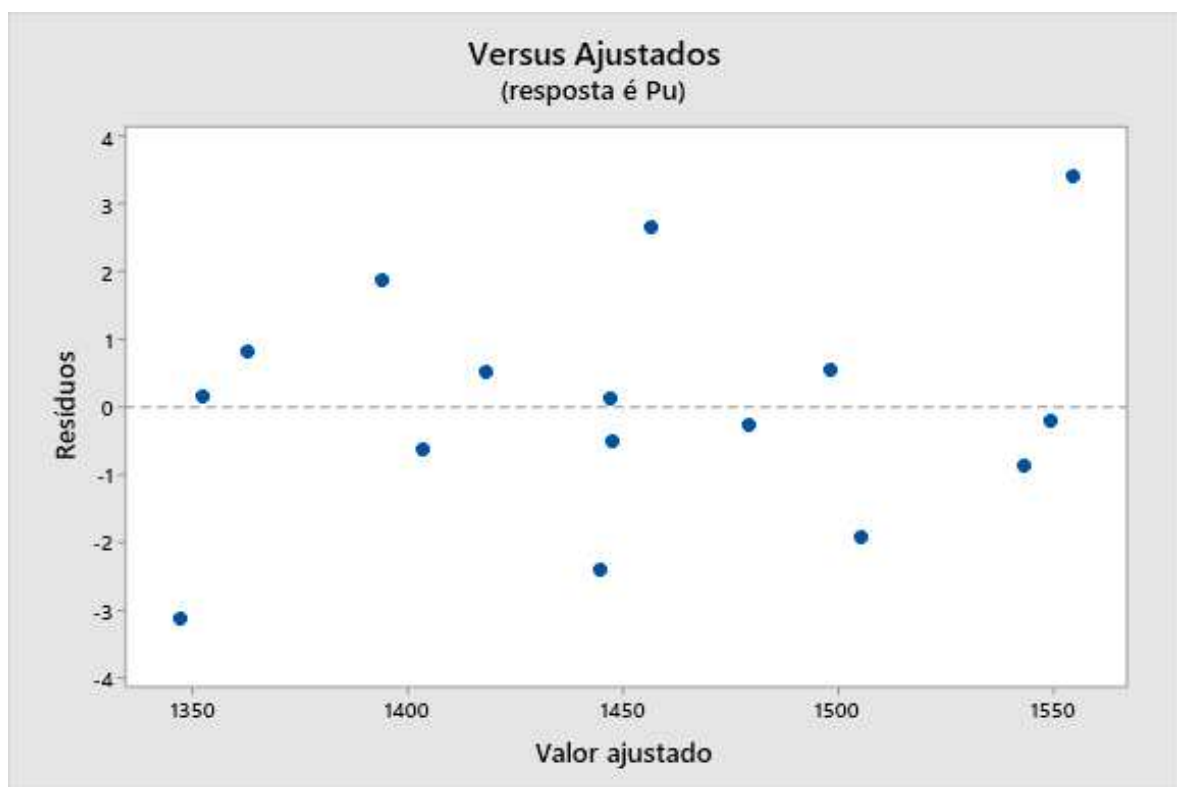


Figura 4.41 - Gráfico de resíduos versus ajustes do pilar S2H2L1M
Fonte: Autor

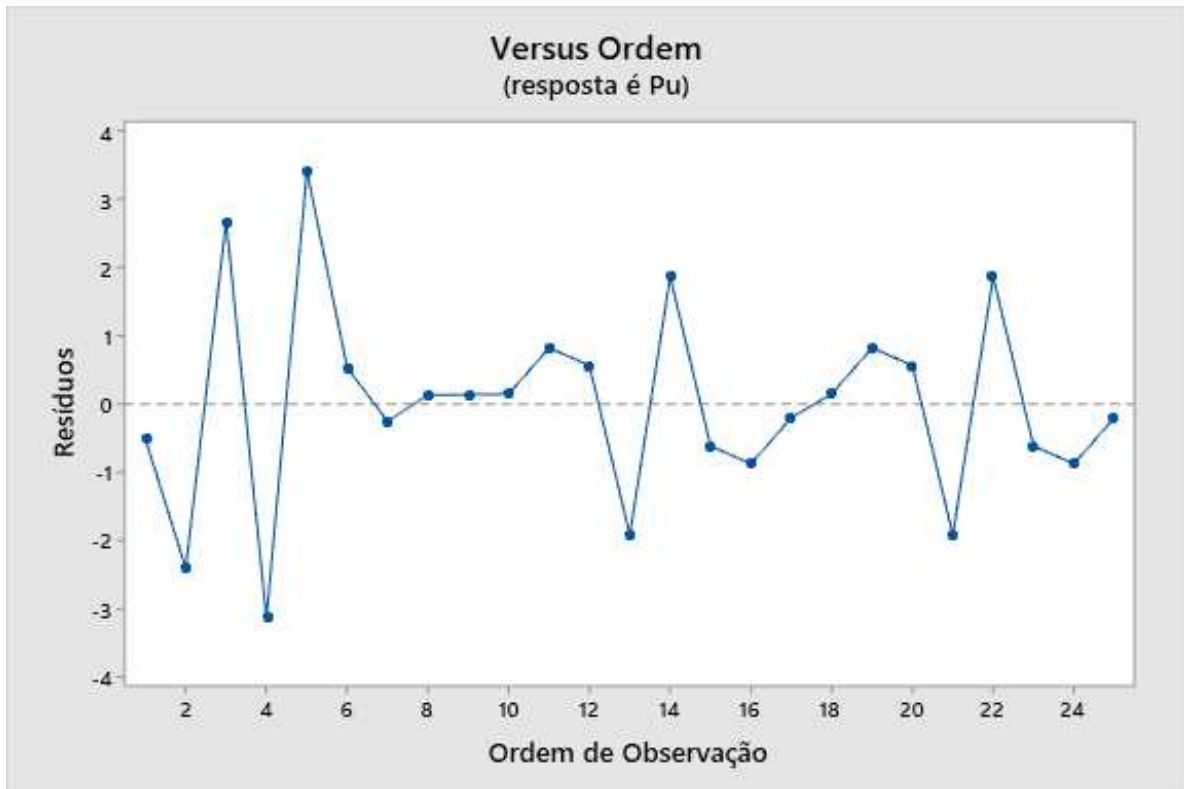


Figura 4.42 - Gráfico resíduos versus ordem do pilar S2H2L1M
Fonte: Autor

4.2.12 Modelo S2H2L2M

A Tab. 4.28 reúne os resultados da aplicação do MSR para o pilar S2H2L2M.

Tabela 4.28 - Resumo dos resultados do MSR para o pilar S2H2L2M (continua)

Simulação	Variáveis independentes				Pu,MEF (kN)	Pu,MSR (kN)	Variação (%)
	E _f (GPa)	f _c (MPa)	f _{yl} (MPa)	f _{yt} (MPa)			
Determ.	240	25,5	484	623	1.696,30	1.699,16	-0,1685
2	216	25,5	484	623	1.682,10	1.681,40	0,0414
3	264	25,5	484	623	1.711,20	1.712,48	-0,0747
4	240	22,95	484	623	1.585,30	1.586,21	-0,0577
5	240	28,05	484	623	1.807,90	1.807,56	0,0186
6	240	25,5	435,6	623	1.666,40	1.670,75	-0,2609
7	240	25,5	532,4	623	1.730,90	1.727,13	0,2176
8	240	25,5	484	560,7	1.692,70	1.693,46	-0,0447
9	240	25,5	484	685,3	1.701,40	1.701,23	0,0101
10	223,0991	23,7043	449,9164	579,1280	1.586,10	1.586,18	-0,0051
11	256,9009	23,7043	449,9164	579,1280	1.605,50	1.605,84	-0,0210
12	223,0991	27,2957	449,9164	579,1280	1.738,70	1.738,04	0,0382
13	256,9009	27,2957	449,9164	579,1280	1.762,60	1.763,24	-0,0363
14	223,0991	23,7043	518,0836	579,1280	1.623,90	1.626,61	-0,1669
15	256,9009	23,7043	518,0836	579,1280	1.647,50	1.647,07	0,0259
16	223,0991	27,2957	518,0836	579,1280	1.774,40	1.776,26	-0,1049
17	256,9009	27,2957	518,0836	579,1280	1.800,20	1.802,27	-0,1151

Tabela 4.28 - Resumo dos resultados do MSR para o pilar S2H2L2M (conclusão)

Simulação	Variáveis independentes				Pu_{MEF} (kN)	Pu_{MSR} (kN)	Variação (%)
	E_f (GPa)	f_c (MPa)	f_{yl} (MPa)	f_{yt} (MPa)			
18	223,0991	23,7043	449,9164	666,8720	1.589,60	1.590,28	-0,0427
19	256,9009	23,7043	449,9164	666,8720	1.608,90	1.608,03	0,0538
20	223,0991	27,2957	449,9164	666,8720	1.745,40	1.746,83	-0,0820
21	256,9009	27,2957	449,9164	666,8720	1.770,10	1.770,13	-0,0020
22	223,0991	23,7043	518,0836	666,8720	1.630,30	1.630,66	-0,0220
23	256,9009	23,7043	518,0836	666,8720	1.645,80	1.649,22	-0,2079
24	223,0991	27,2957	518,0836	666,8720	1.782,60	1.785,01	-0,1351
25	256,9009	27,2957	518,0836	666,8720	1.808,20	1.809,12	-0,0508

Na Tab. 4.29 é demonstrada a variação do modelo utilizado e o quanto ele é capaz de explicar a variação dos dados de entrada devido à utilização da Eq. (4.12).

Tabela 4.29 - Modelo de ajuste para o pilar S2H2L2M

Sumário do Modelo

S	R2	R2(aj)	R2(pred)
2,58094	99,95%	99,88%	99,71%

$$\begin{aligned}
 P_u = & -188 + 1,56E_f + 45,3f_c + 0,823f_{yl} + 0,423f_{yt} - 0,00385E_f^2 - 0,349f_c^2 \\
 & - 0,000093f_{yl}^2 - 0,000468f_{yt}^2 + 0,0457E_f f_c + 0,00035E_f f_{yl} \\
 & - 0,000641E_f f_{yt} - 0,009f_c f_{yl} + 0,01491f_c f_{yt} - 0,000008f_{yl} f_{yt}
 \end{aligned} \quad (4.12)$$

As Fig. 4.43 a 4.45 representam respectivamente: o gráfico de probabilidade normal dos resíduos, o gráfico de resíduos versus ajustes e o gráfico resíduos versus ordem.

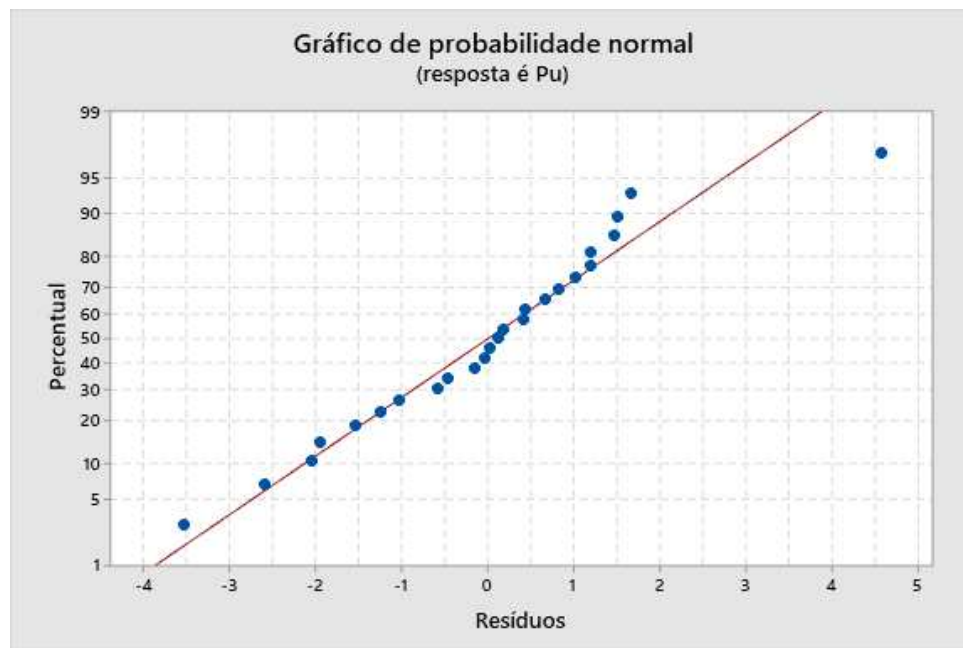


Figura 4.43 - Gráfico de probabilidade normal dos resíduos do pilar S2H2L2M

Fonte: Autor

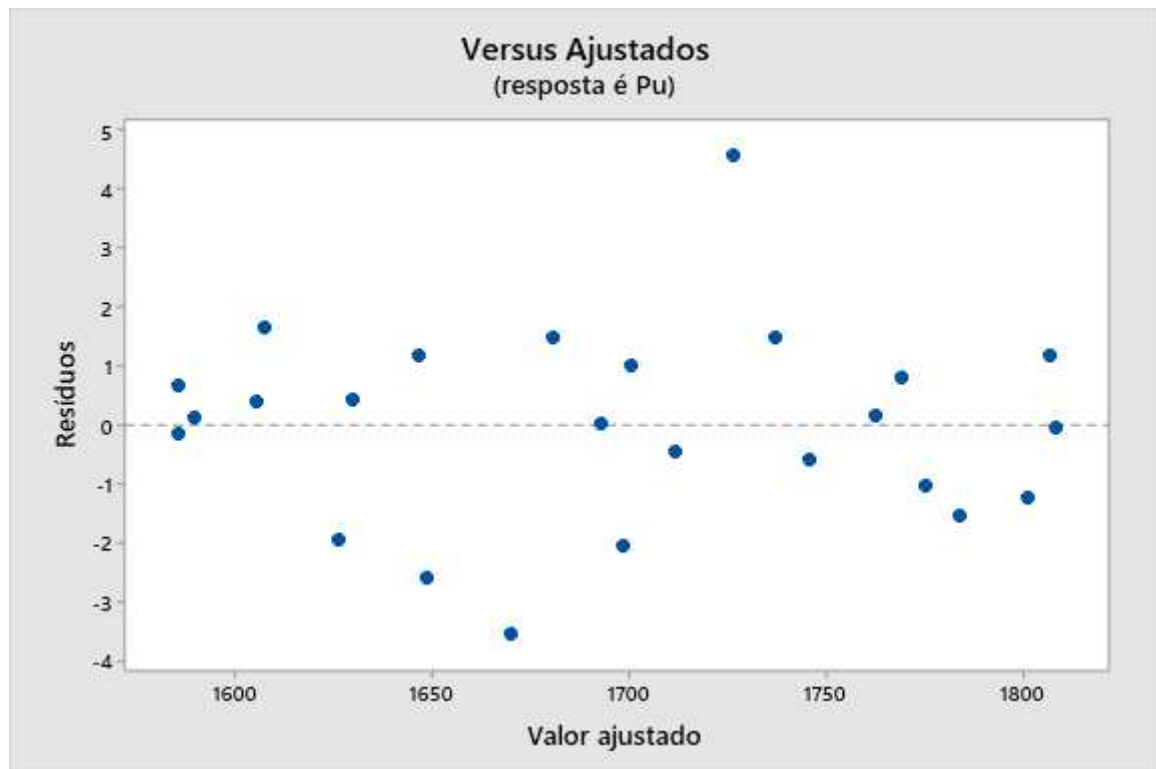


Figura 4.44 - Gráfico de resíduos versus ajustes do pilar S2H2L2M

Fonte: Autor

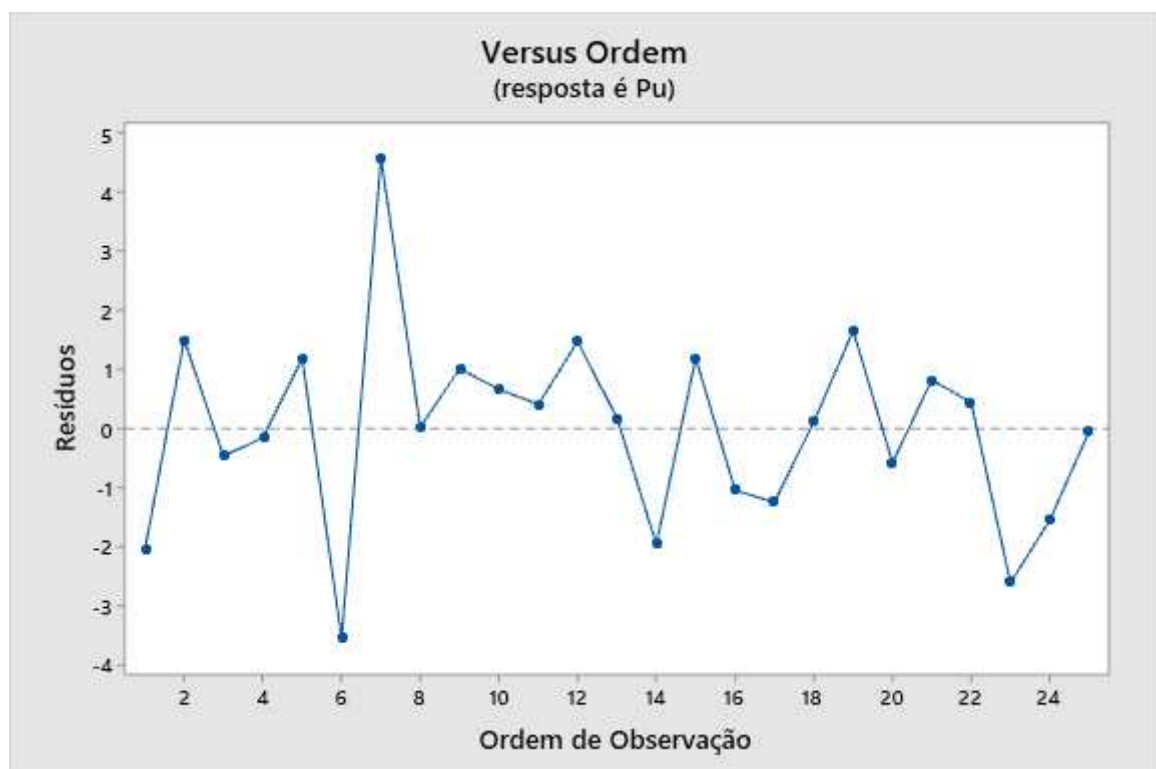


Figura 4.45 - Gráfico resíduos versus ordem do pilar S2H2L2M

Fonte: Autor

4.3 Cálculo da carga de projeto

Para as análises de confiabilidade foi necessário definir a parcela solicitante da equação de desempenho, para isso, as cargas de projetos foram calculadas de acordo com a Eq. (2.4) que é a recomendada pela norma ACI 417.2R (2017) para estimar a carga de projeto para pilares com armaduras transversais comuns. Essa equação considera a parcela de contribuição do concreto confinado e da armadura longitudinal, além de também considerar um coeficiente de redução de resistência, que para esta pesquisa foi adotado o valor de 0,65 que é um valor recomendado pela ACI 319 (2019) para elementos com seção controlada preponderantemente por compressão, que é o caso dos pilares. Além disso, foi calculado a pressão máxima de confinamento promovido pelo reforço usando a Eq. (2.6), a norma ACI 417.2R (2017) recomenda uma pressão máxima de confinamento de no mínimo 0,08 para que haja um confinamento adequado. A Tab. 4.30 reúne os valores das cargas de projeto utilizadas, bem como a taxa de confinamento de cada modelo analisado.

Tabela 4.30 - Cargas de projeto utilizadas nas simulações de confiabilidade

Modelo	Carga de projeto (kN)	Pressão máxima de confinamento
G1R	600,3590	0,1225
G2R	395,7395	0,1560
G3R	679,6249	0,1490
S1H1L1M	1.553,0067	0,0890
S1H1L2M	1.564,2619	0,0958
S1H1L3M	1.601,2432	0,1160
S1H2L2M	1.596,8215	0,1139
S1H2L3M	1.639,8323	0,1378
S2H1L1M	667,5239	0,0630
S2H1L2M	759,3865	0,1779
S2H2L1M	663,2823	0,0582
S2H2L2M	773,4729	0,1953

As cargas de projeto demonstradas na Tab. 4.30 são as parcelas do modelo solicitante da equação de desempenho usadas nas análises de confiabilidade. Essas cargas de projeto foram consideradas para relações de carga (q/g) de 0,5; 1,0 e 2,0. Onde q é a parcela de carregamento acidental e g é a parcela de carregamento permanente. A Tab. 4.31 reúne os valores das cargas características q e g para cada relação de carga, enquanto a Tab. 4.32 reúne a média dos valores das cargas utilizadas nas análises para cada relação de carga. No apêndice 4 pode ser observado como foi calculado a carga de projeto para um dos pilares analisados.

Tabela 4.31 – Cargas acidentais e permanentes características

Modelo	Relação (q/g) 0,5		Relação (q/g) 1,0		Relação (q/g) 2,0	
	q (kN)	g (kN)	q (kN)	g (kN)	q (kN)	g (kN)
G1R	150,090	300,180	214,414	214,414	272,890	136,445
G2R	98,935	197,870	141,336	141,336	179,882	89,941
G3R	169,906	339,812	242,723	242,723	308,920	154,460
S1H1L1M	388,252	776,503	554,645	554,645	705,912	352,956
S1H1L2M	391,065	782,131	558,665	558,665	711,028	355,514
S1H1L3M	400,311	800,622	571,873	571,873	727,838	363,919
S1H2L2M	399,205	798,411	570,293	570,293	725,828	362,914
S1H2L3M	409,958	819,916	585,654	585,654	745,378	372,689
S2H1L1M	166,881	333,762	238,401	238,401	303,420	151,710
S2H1L2M	189,847	379,693	271,209	271,209	345,176	172,588
S2H2L1M	165,821	331,641	236,887	236,887	301,492	150,746
S2H2L2M	193,368	386,736	276,240	276,240	351,579	175,789

Tabela 4.32 – Médias das cargas acidentais e permanentes utilizadas nas análises

Modelo	Relação (q/g) 0,5		Relação (q/g) 1,0		Relação (q/g) 2,0	
	q (kN)	g (kN)	q (kN)	g (kN)	q (kN)	g (kN)
G1R	138,014	315,189	197,162	225,135	250,933	143,267
G2R	90,975	207,764	129,964	148,403	165,409	94,438
G3R	156,235	356,803	223,194	254,859	284,064	162,183
S1H1L1M	357,013	815,328	510,018	582,377	649,114	370,604
S1H1L2M	359,600	821,238	513,715	586,598	653,819	373,290
S1H1L3M	368,102	840,653	525,860	600,467	669,276	382,115
S1H2L2M	367,085	838,332	524,407	598,808	667,428	381,060
S1H2L3M	376,973	860,912	538,532	614,937	685,405	391,323
S2H1L1M	153,454	350,450	219,219	250,321	279,007	159,296
S2H1L2M	174,572	398,678	279,388	284,769	337,403	181,217
S2H2L1M	152,479	348,223	217,827	248,731	277,234	158,283
S2H2L2M	177,810	406,073	254,014	290,052	323,291	184,578

4.4 Cálculo do erro de modelo

Para o cálculo do erro de modelo foi utilizado a metodologia apresentada no item 3.6. Para a determinação do coeficiente $V_{EXP/MOD}$ foram utilizados os valores da razão $Pu,exp/Pu,mod$ dos pilares de Wang *et al.* (2012) e Souza (2001). A Tab. 4.33 reúne os valores de $Pu,exp/Pu,mod$.

Tabela 4.33 – Valores das razões $Pu,exp/Pu,mod$ (continua)

MODELO	$Pu,exp/Pu,mod$
G1R	1,0701
G2R	1,0763
G3R	0,9299
S1H1L1M	0,9635

Tabela 4.33 – Valores das razões $Pu,exp/Pu,mod$ (conclusão)

MODELO	$Pu,exp/Pu,mod$
S1H1L2M	0,9510
S1H1L3M	0,9814
S1H2L2M	0,9467
S1H2L3M	0,9662
S2H1L1M	1,0143
S2H1L2M	1,0001
S2H2L1M	0,9491
S2H2L2M	1,0010

Foram definidos por meio dos valores demonstrados na Tab. 4.33 a média e o desvio padrão de $Pu,exp/Pu,mod$ que foram 0,9875 e 0,04531, respectivamente. Por meio dos valores apresentados anteriormente foi definido o valor de $V_{EXP/MOD} = 0,0459$. Adotou-se $V_{ENSAIO} = 0,04$ e $V_{LOTE} = 0,044$ baseado nos trabalhos de Skrabek (1989) e Magalhães (2014), respectivamente. Utilizado a Eq. (3.14), obtém-se $V_{MODELO}^2 = -0,00143$. O resultado foi um valor negativo devido ao modelo computacional utilizado apresentar um erro pequeno. Por essa razão, optou-se por utilizar para a parcela resistente da equação de desempenho um erro de média 1,0 e desvio padrão de 0,05 com distribuição de probabilidade lognormal.

4.5 Análises de confiabilidade

Para as análises de confiabilidade foi utilizado o algoritmo Real.py desenvolvido em Python por Real (2022), esse algoritmo é capaz de calcular o nível de confiabilidade de estruturas desde que uma função de desempenho seja desenvolvida. Também é necessário definir o tipo de distribuição de probabilidade de cada parâmetro da função de desempenho, a média e o desvio padrão. O algoritmo Real.py calcula os níveis de confiabilidade pelos Métodos FORM e Monte Carlo. O método de Monte Carlo utilizado foi desenvolvido por Real (2022) baseado no trabalho de Bucher (1988), o qual propôs um Método de Monte Carlo com técnica de amostragem adaptativa que permite uma redução de erro estatístico da probabilidade de falha estimada.

Inicialmente, foi calculado os níveis de confiabilidade da relação de carga (q/g) de 0,50 pelos métodos FORM e Monte Carlo, a fim de validar os resultados obtidos pelo método FORM, já que foi escolhido esse método para a análise dos níveis de confiabilidade das demais relações de carga. Optou-se pelo método FORM por ser um método que necessita de menos interações para a convergência dos resultados, proporcionando agilidade nas análises realizadas. A Tab. 4.34 reúne os resultados obtidos pelos métodos FORM e Monte Carlo.

Tabela 4.34 - Resultados obtidos pelos métodos FORM e Monte Carlo

Modelo	Relação (q/g) 0,5		Relação (q/g) 1,0		Relação (q/g) 2,0	
	Monte Carlo	FORM	FORM	FORM	FORM	FORM
G1R	5,5938	5,6499	5,5831		5,4997	
G2R	6,4452	6,4320	6,0312		5,6954	
G3R	6,9381	6,9911	6,1915		5,6747	
S1H1L1M	6,8500	6,7788	6,6161		5,7373	
S1H1L2M	6,8621	6,8094	6,1454		5,6938	
S1H1L3M	6,7266	6,6865	6,1042		5,6832	
S1H2L2M	6,0456	6,0862	5,9076		5,5928	
S1H2L3M	6,0363	6,0963	5,9324		5,6169	
S2H1L1M	6,8007	6,7524	6,1121		5,6730	
S2H1L2M	5,4024	5,4570	5,3757		5,3271	
S2H2L1M	6,5390	6,5079	6,0051		5,7181	
S2H2L2M	5,7353	5,8096	5,8005		5,5814	

4.6 Estudo paramétrico

Foi realizado um estudo paramétrico com todos modelos analisados computacionalmente. Para isso, utilizou-se o valor médio de cada parâmetro de entrada com seu respectivo desvio padrão, dessa forma foi acrescido um desvio padrão para mais e um para menos para determinar o valor máximo e mínimo de cada parâmetro de entrada do estudo. Para o módulo de elasticidade do PRFC foi utilizado um desvio padrão de 0,10. Para o concreto foi utilizado um desvio padrão de 0,15 e para as armaduras longitudinais e transversais foi utilizado um desvio padrão de 0,05. A Tab. 4.35 representa os parâmetros utilizados no estudo.

Tabela 4.35 – Parâmetros de entrada utilizados no estudo paramétrico

Parâmetros de entrada	Modelo		
	Souza (2001)		Wang <i>et al.</i> (2012)
E_f (GPa)	207,90		216,00
	231,00		240,00
	254,10		264,00
f_c (MPa)	35,02	19,55	21,67
	41,20	23,00	25,50
	47,38	26,45	29,32
f_{yl} (MPa)	584,25	494,00	459,80
	615,00	520,00	484,00
	645,75	546,00	508,20
f_{yt} (MPa)	757,15		591,85
	797,00		623,00
	836,85		685,30

O estudo paramétrico foi realizado variando um dos parâmetros de entrada enquanto os demais parâmetros foram mantidos com seu valor médio. A carga de projeto foi a mesma utilizada para as análises de confiabilidade do tópico anterior, bem como foram usadas as mesmas relações de carga (q/g). A variação do índice de confiabilidade, devido a variação de seus parâmetros de entrada, está representada pelas Fig. 4.46 a 4.57 nos tópicos 4.6.1 a 4.5.12.

4.6.1 Modelo G1R

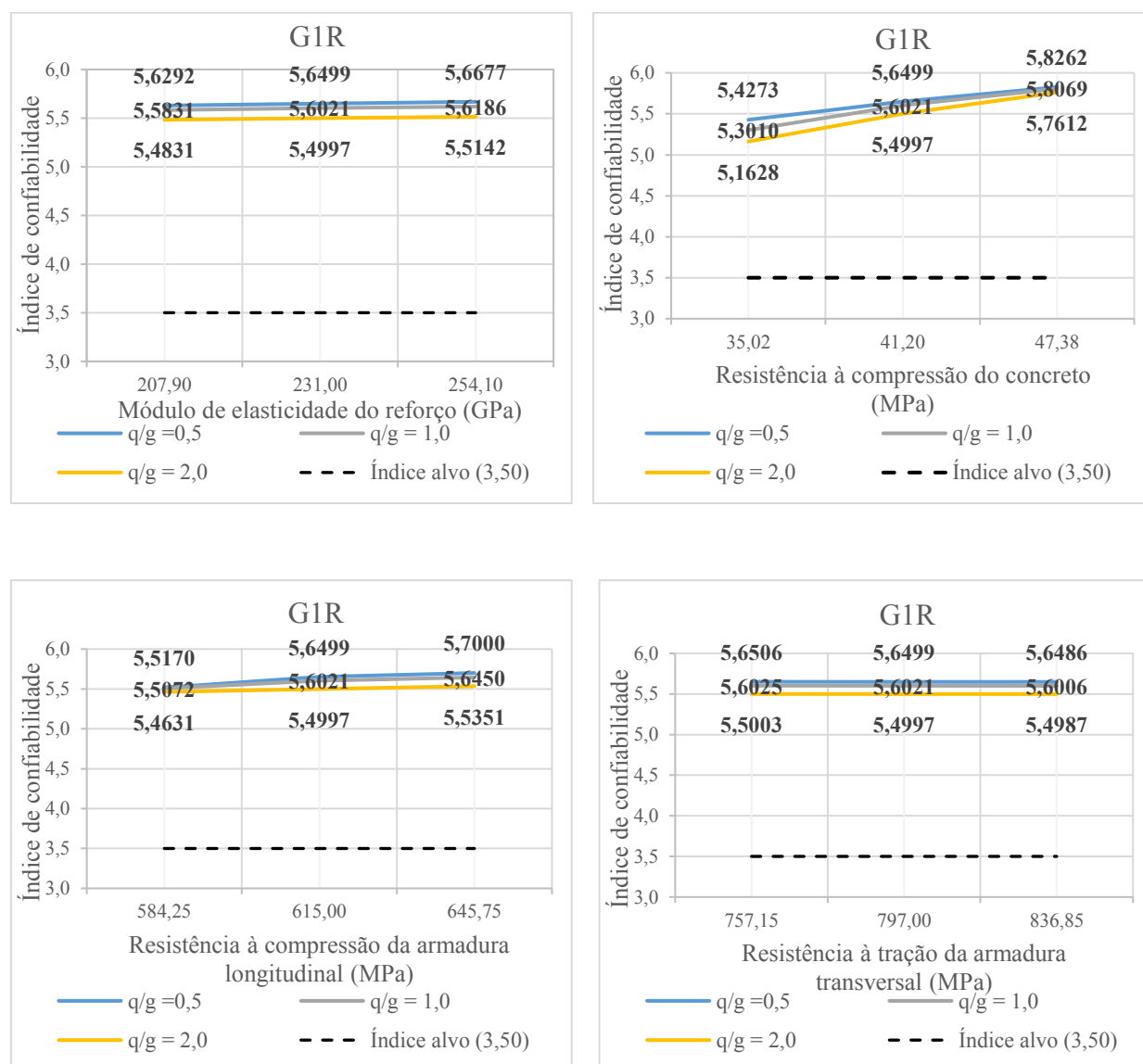


Figura 4.46 - Estudo paramétrico do modelo G1R

Fonte: Autor

4.6.2 Modelo G2R

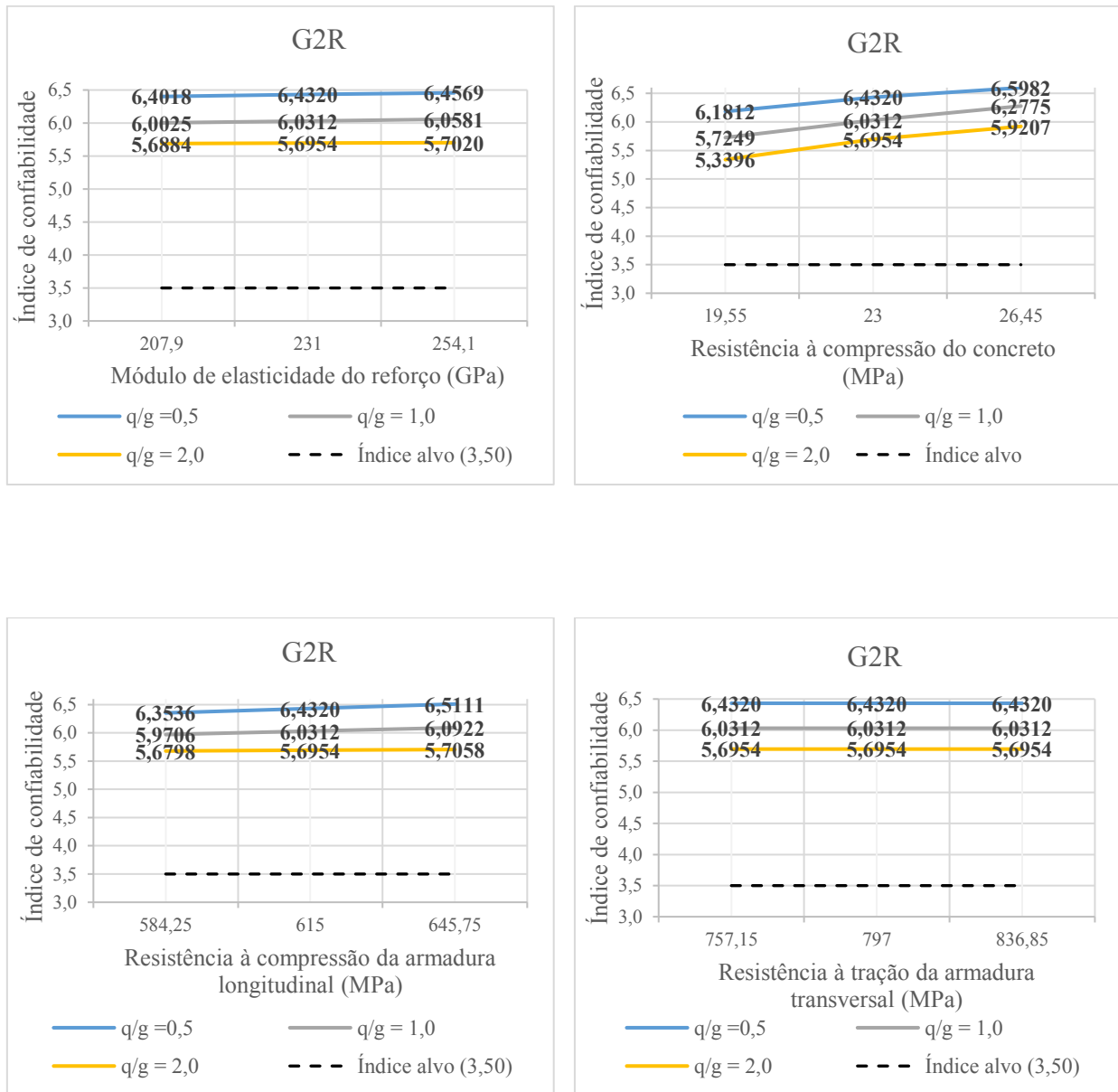


Figura 4.47 - Estudo paramétrico do modelo G2R

Fonte: Autor

4.6.3 Modelo G3R

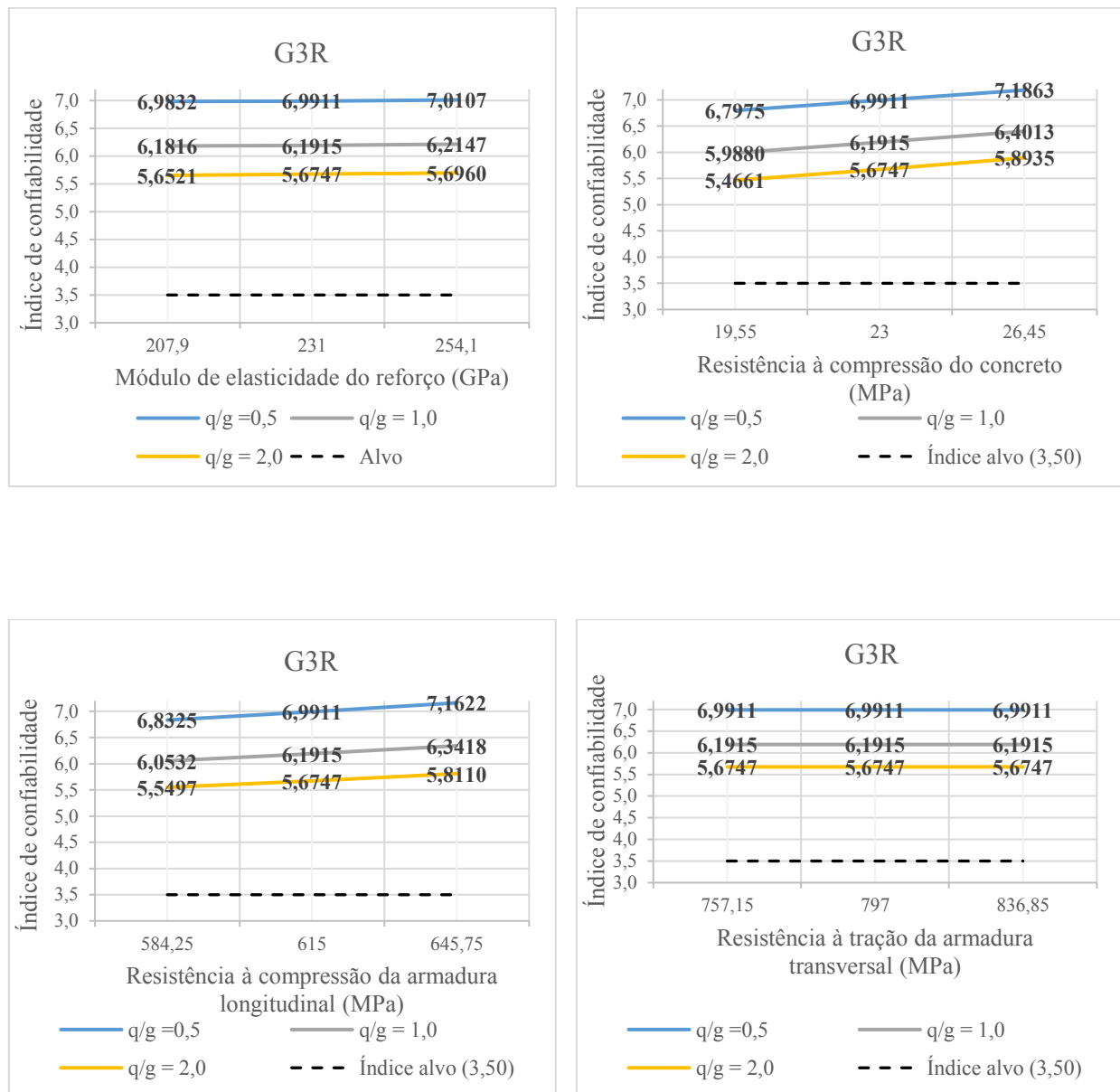


Figura 4.48 - Estudo paramétrico do modelo G3R

Fonte: Autor

4.6.4 Modelo S1H1L1M

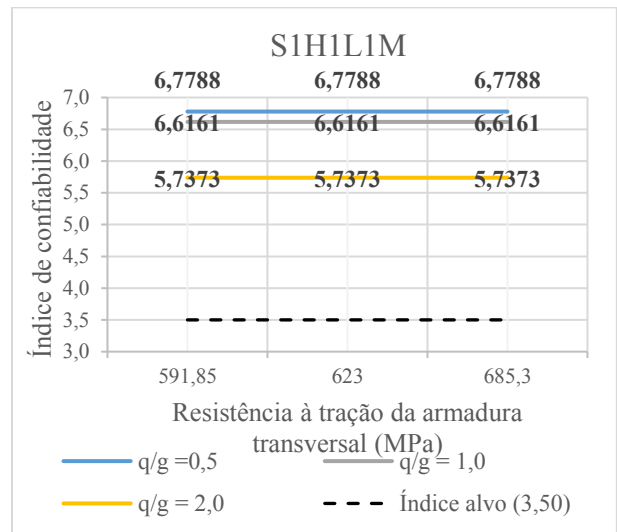
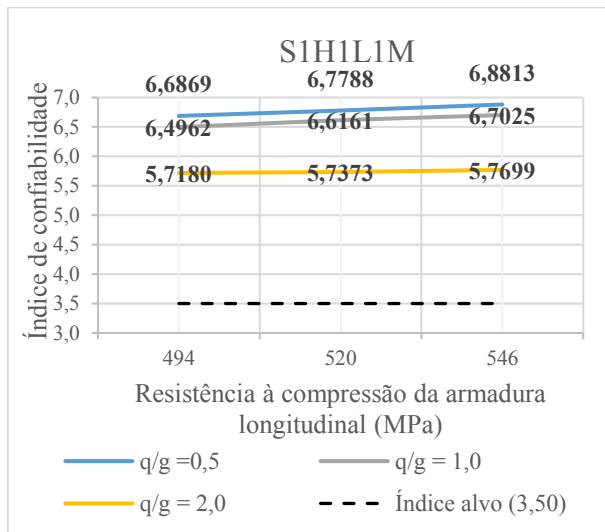
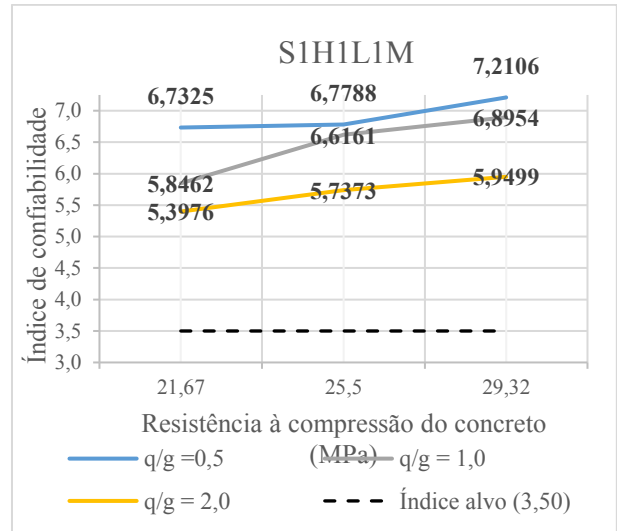
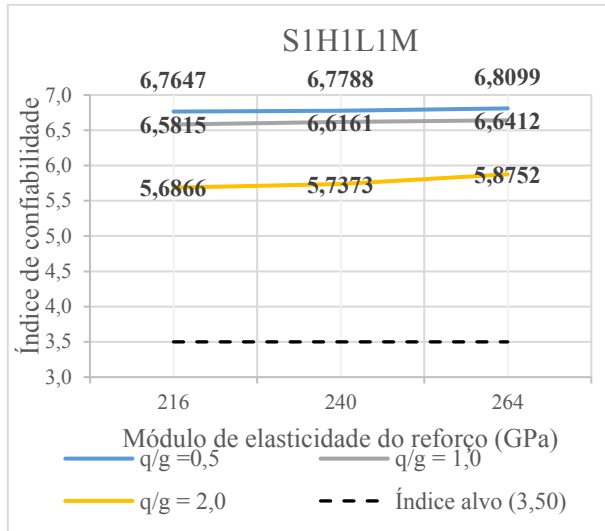


Figura 4.49 - Estudo paramétrico do modelo S1H1L1M
Fonte: Autor

4.6.5 Modelo S1H1L2M

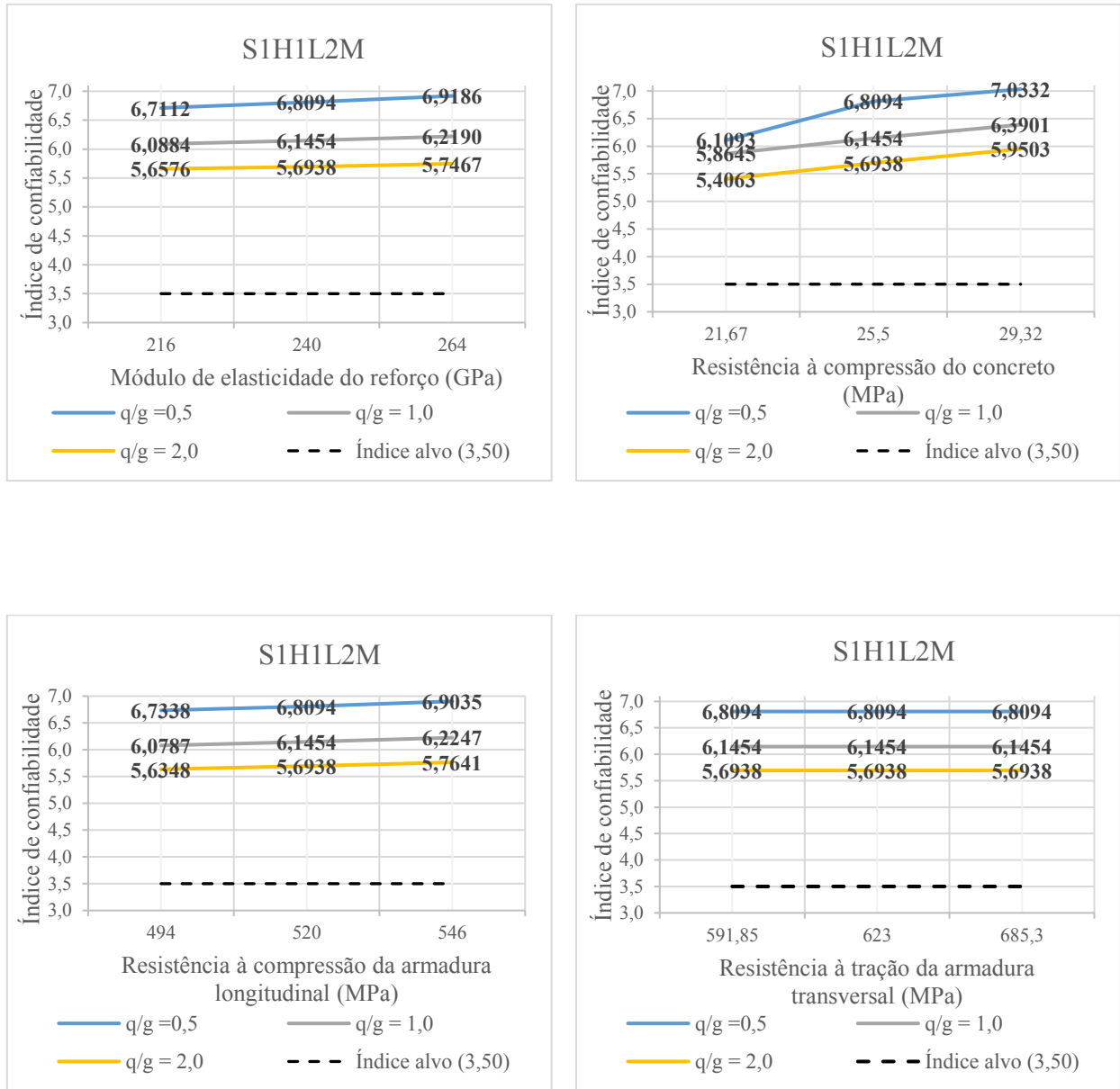


Figura 4.50 - Estudo paramétrico do modelo S1H1L2M

Fonte: Autor

4.6.6 Modelo S1H1L3M

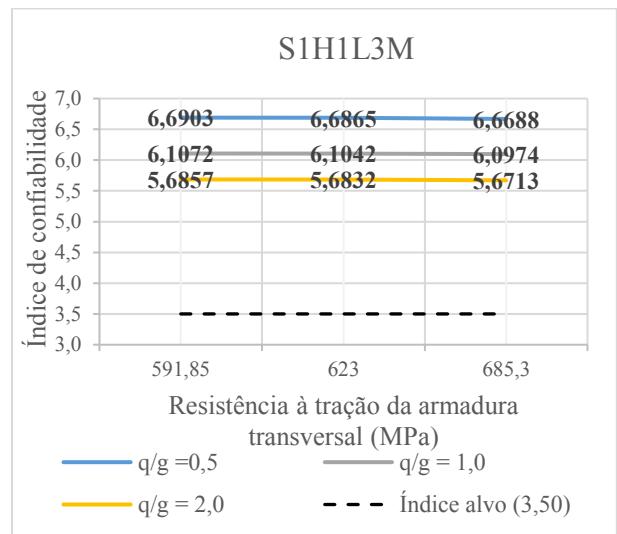
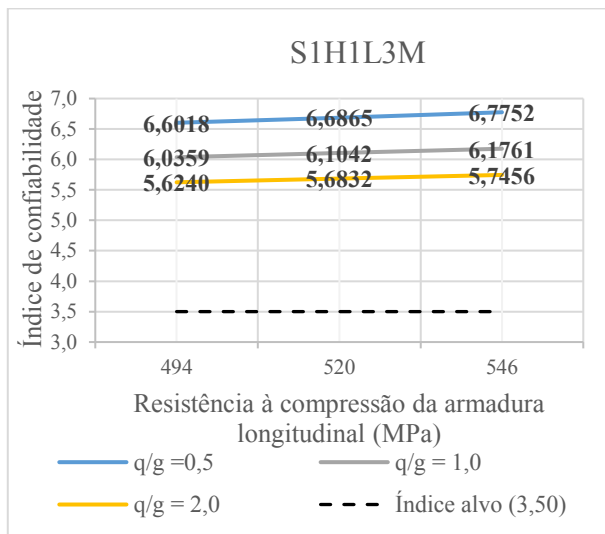
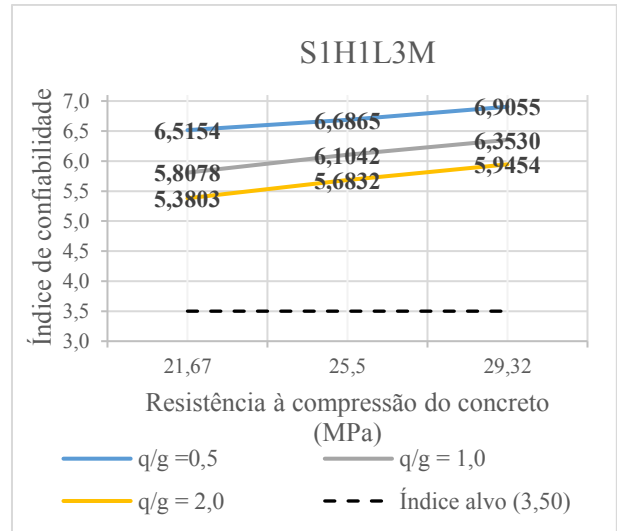
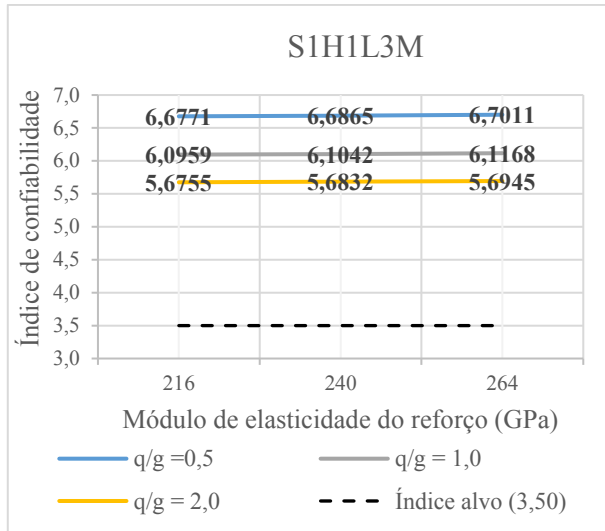


Figura 4.51 - Estudo paramétrico do modelo S1H1L3M

Fonte: Autor

4.6.7 Modelo S1H2L2M

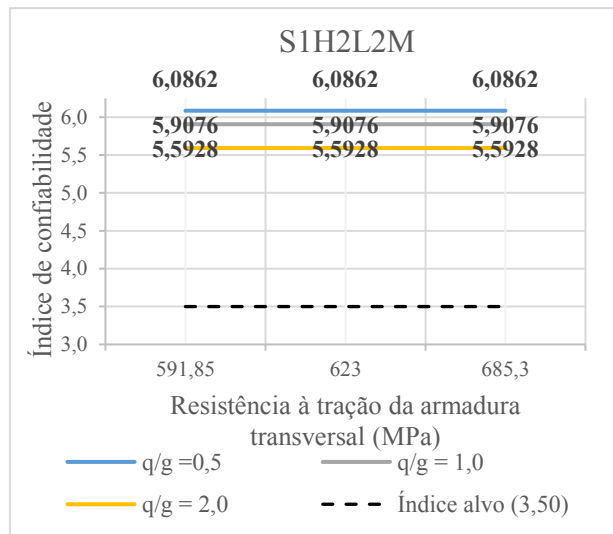
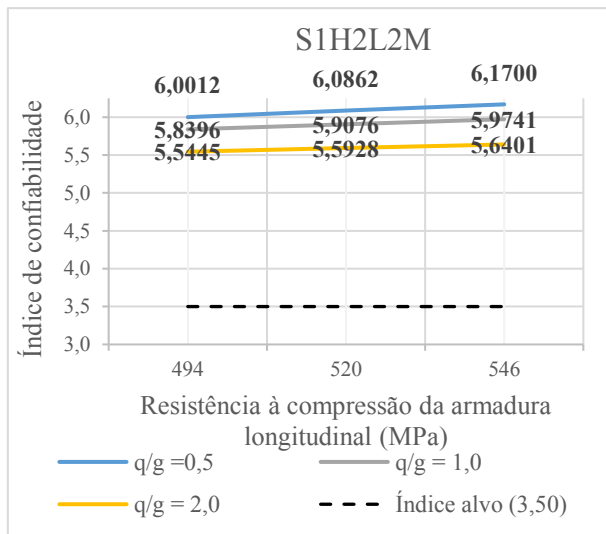
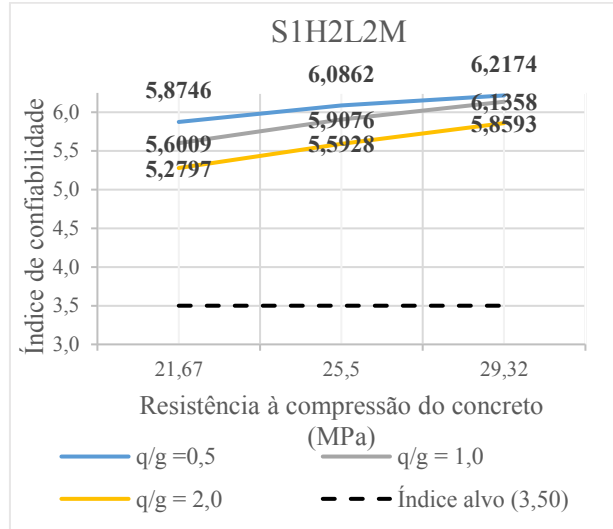
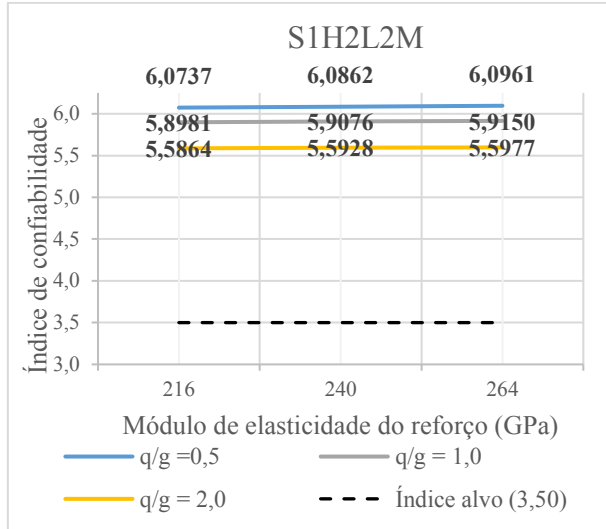


Figura 4.52 - Estudo paramétrico do modelo S1H2L2M

Fonte: Autor

4.6.8 Modelo S1H2L3M

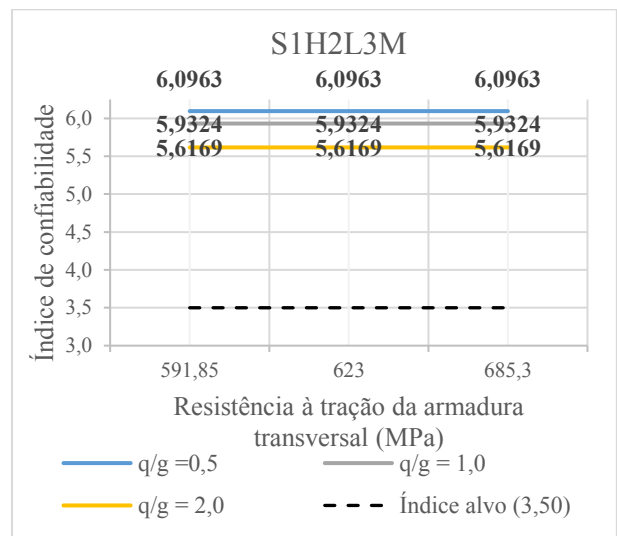
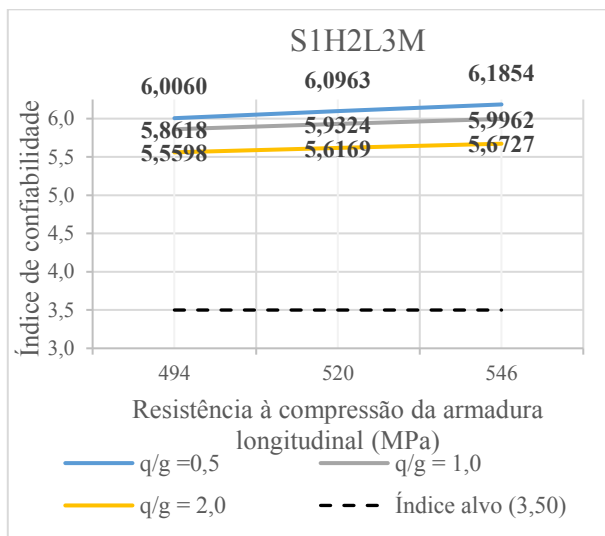
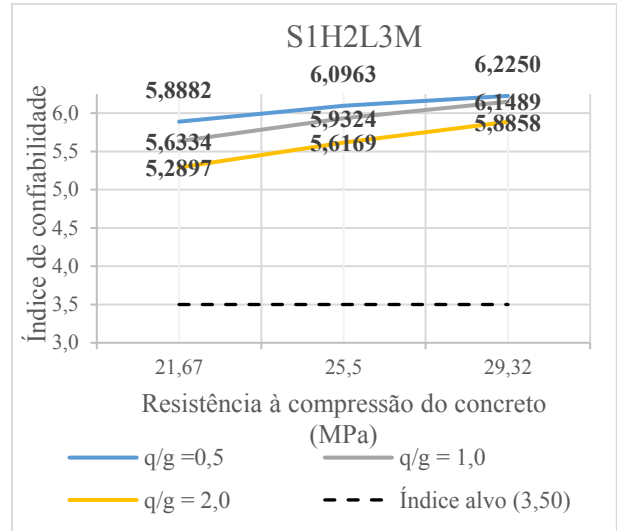
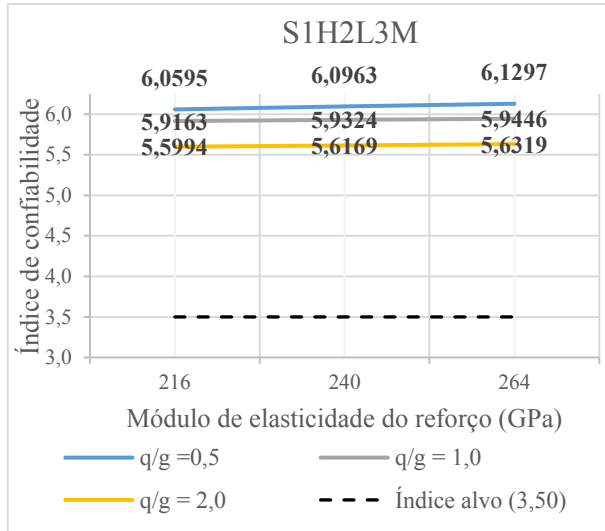


Figura 4.53 - Estudo paramétrico do modelo S1H2L3M

Fonte: Autor

4.6.9 Modelo S2H1L1M

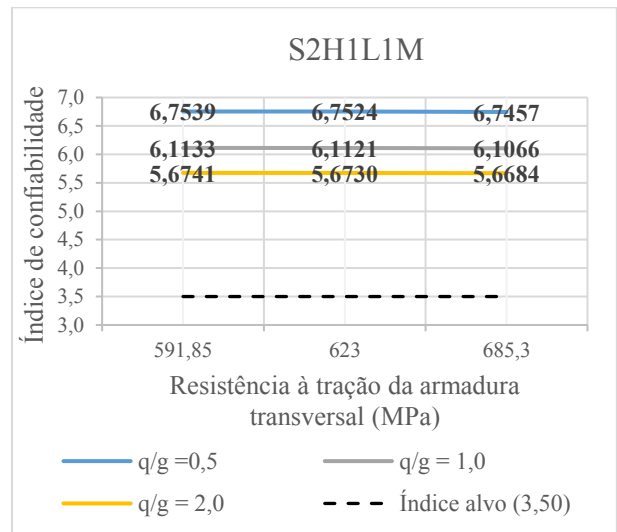
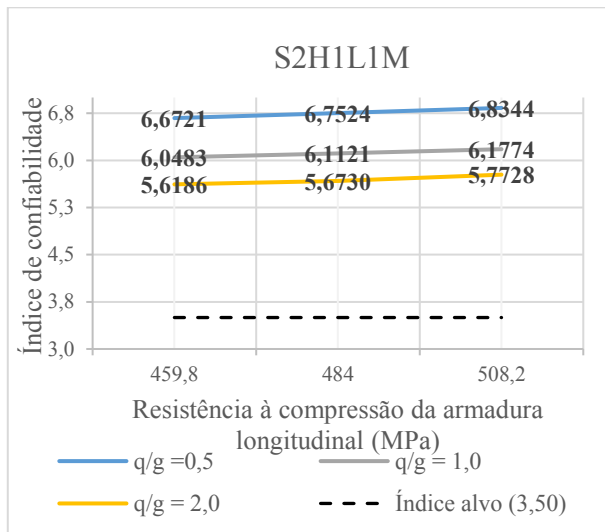
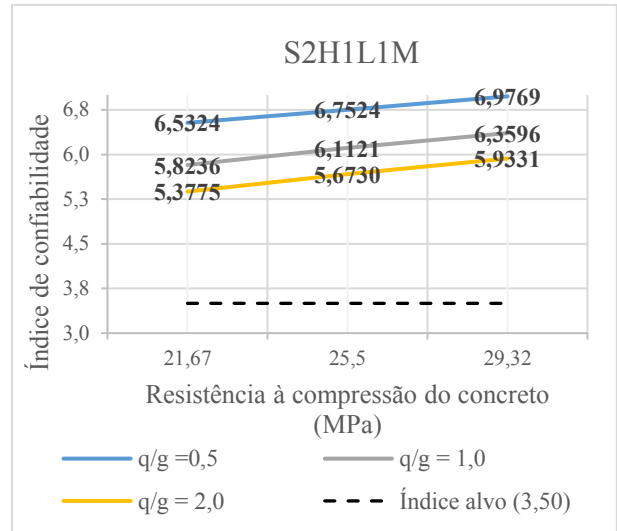
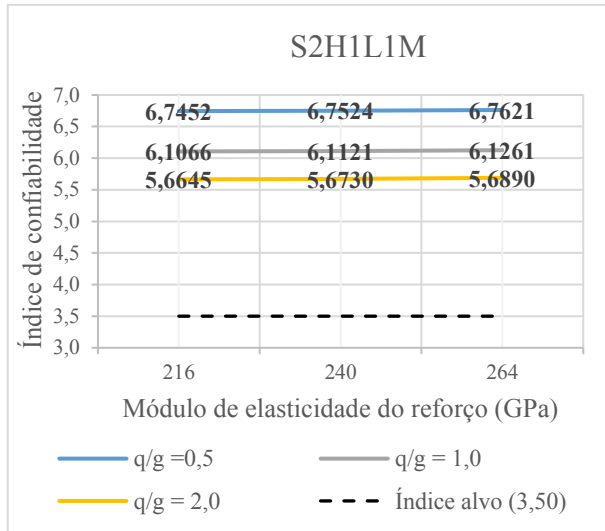


Figura 4.54 - Estudo paramétrico do modelo S2H1L1M
Fonte: Autor

4.6.10 Modelo S2H1L2M

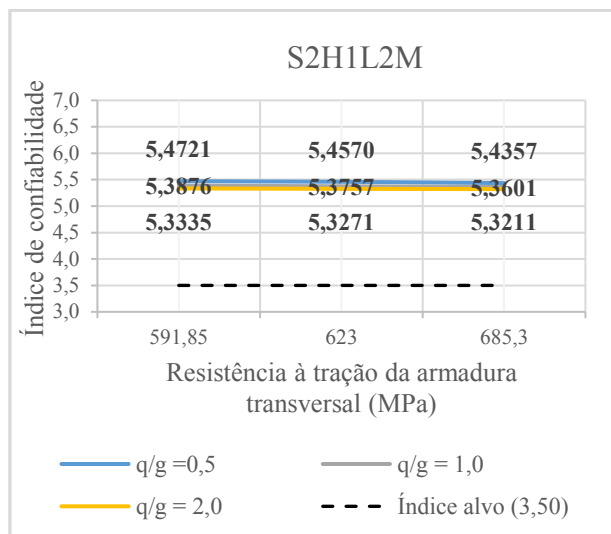
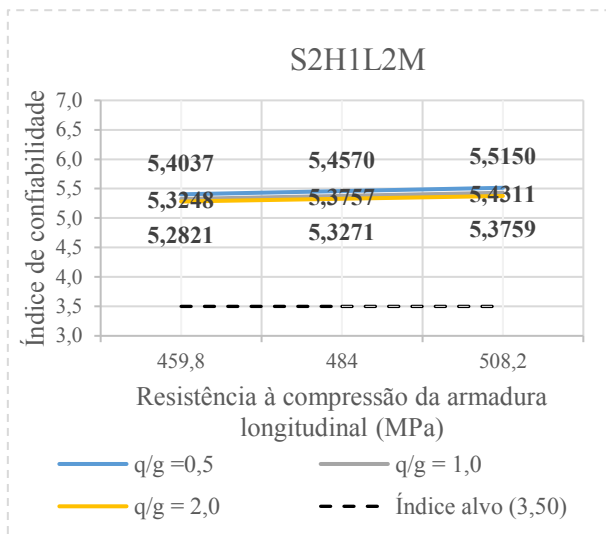
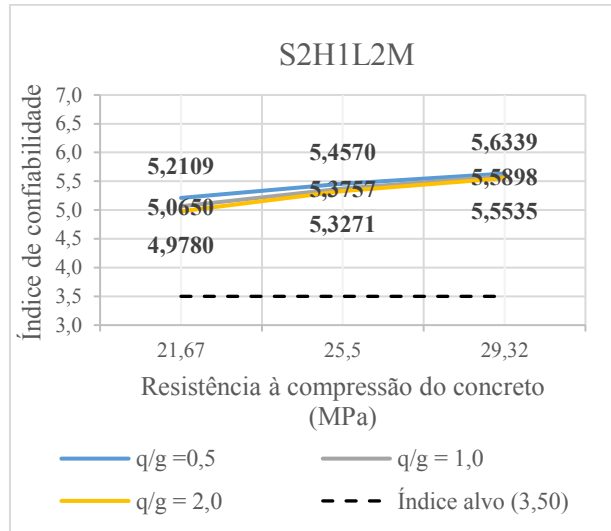
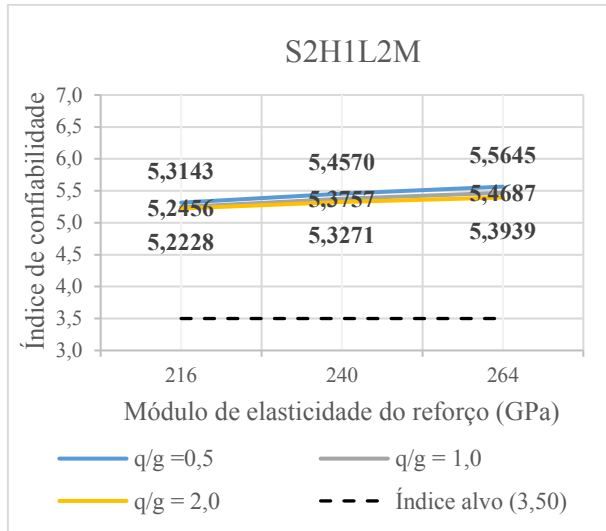


Figura 4.55 - Estudo paramétrico do modelo S2H1L2M
Fonte: Autor

4.6.11 Modelo S2H2L1M

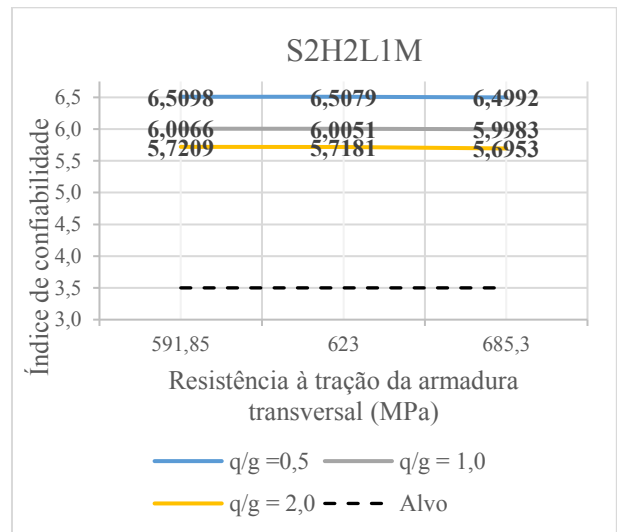
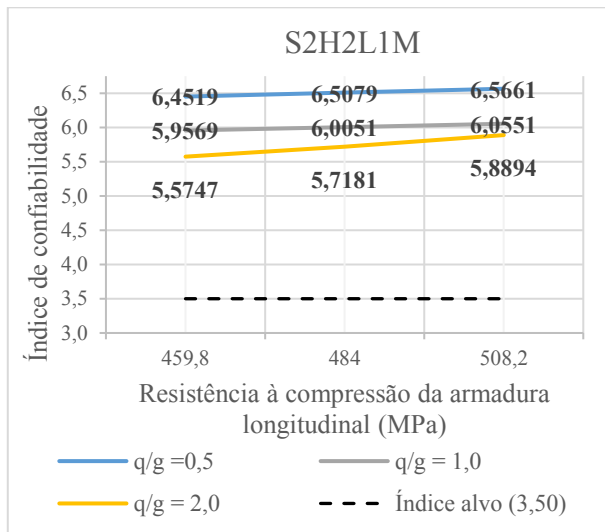
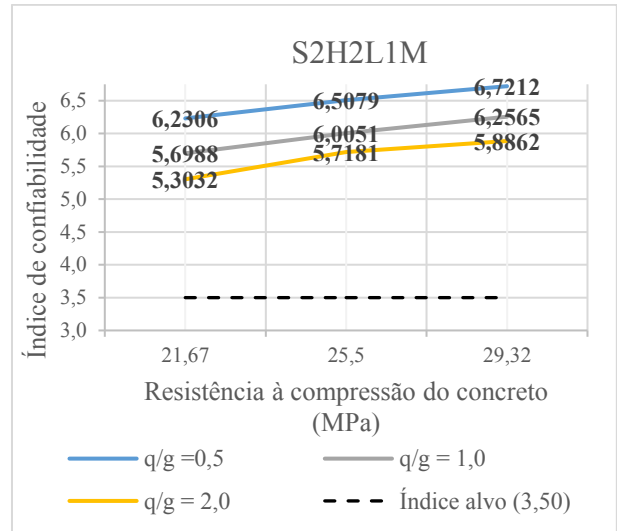
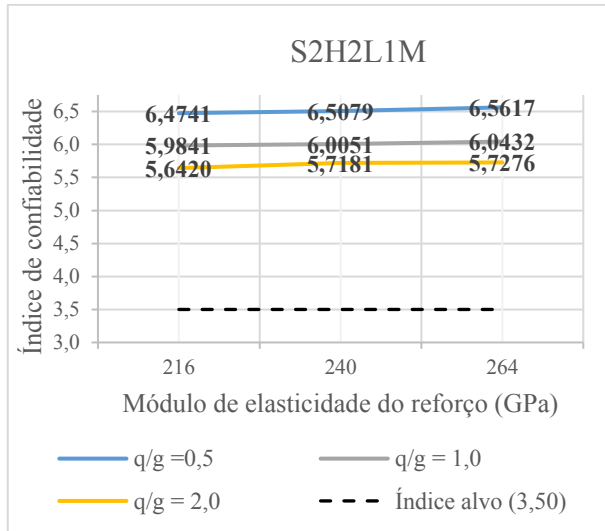


Figura 4.56 - Estudo paramétrico do modelo S2H2L1M
Fonte: Autor

4.6.12 Modelo S2H2L2M

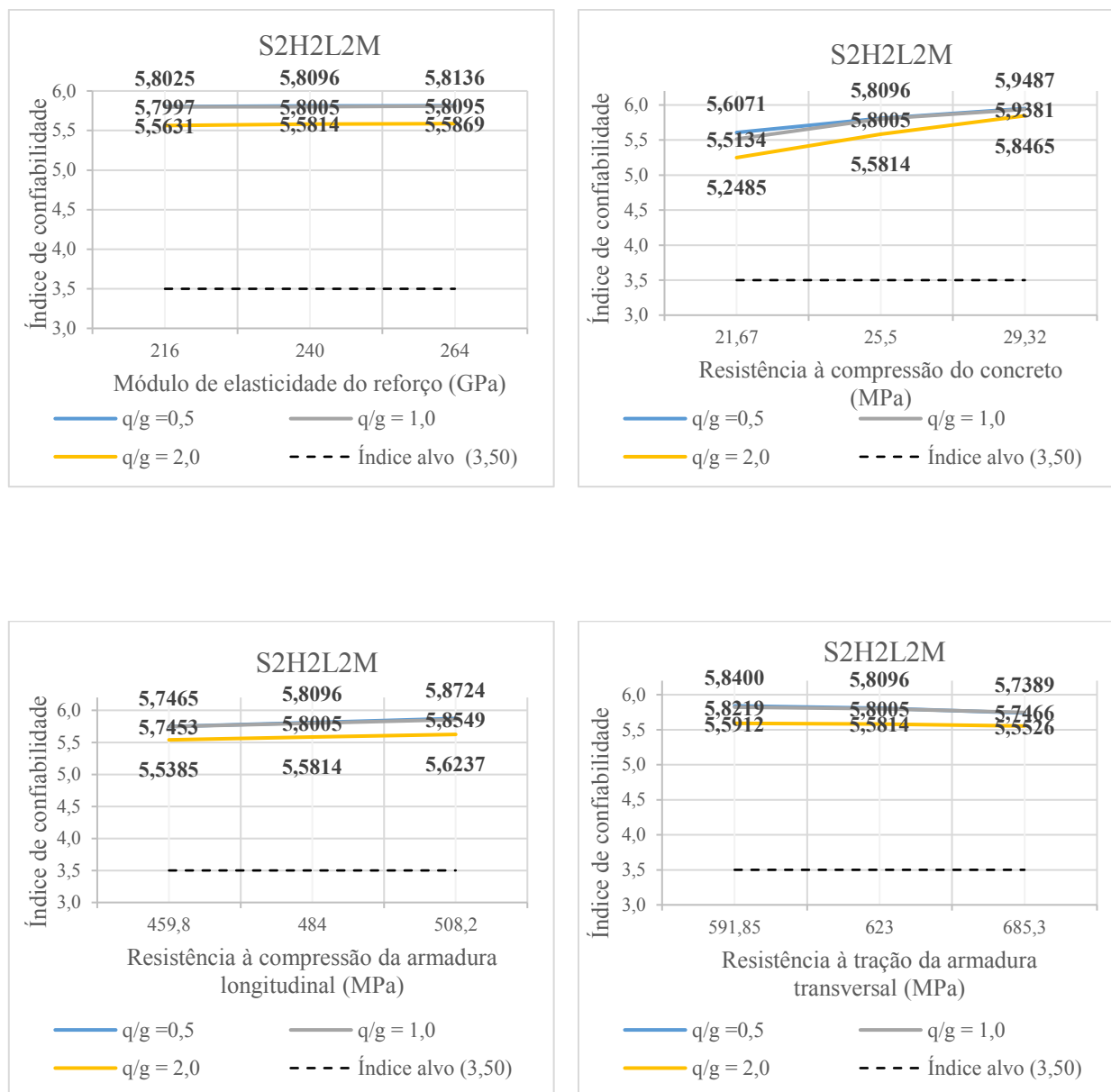


Figura 4.57 - Estudo paramétrico do modelo S2H2L2M

Fonte: Autor

4.5.13 Discussão sobre o estudo paramétrico

Foi observado no estudo paramétrico apresentado que a resistência do concreto foi o parâmetro mais influente no índice de confiabilidade. O modelo G3R demonstrou o maior índice de confiabilidade, que por ter uma alta taxa de armadura longitudinal, uma maior parcela de

carregamento foi resistida pelas armaduras longitudinais, as quais possuem um menor desvio padrão quando comparadas ao concreto.

O segundo parâmetro mais influente no índice de confiabilidade dos pilares foi a armadura longitudinal, demonstrando uma contribuição significativa na resistência axial do pilar. A variação do índice de confiabilidade devido à armadura longitudinal se demonstrou mais significativo no modelo G3R devido à alta taxa de armadura longitudinal.

A variação dos parâmetros de entrada do PRFC foi o terceiro índice que mais demonstrou influência no índice de confiabilidade. Devido à forma quadrada dos pilares em estudo era esperado que os mesmos não demonstrassem uma grande variação do índice de confiabilidade devido à variação de resistência do PRFC, já que devido à distribuição não uniforme das pressões internas, o PRFC não é acionado em sua capacidade máxima. A não uniformidade das pressões internas dos pilares analisados computacionalmente também foram observados experimentalmente no trabalho de Wang *et al.* (2012).

Em relação à armadura transversal não foi observada grande influência na maioria dos pilares estudados, com exceção dos modelos S1H1L3M, S2H1L2M e S2H2L2M. Esses modelos demonstraram uma influência maior tanto na variação da resistência do PRFC quanto da armadura transversal quando comparados aos demais modelos. Nos modelos de menor seção (S2) foi verificado por Wang *et al.* (2012) uma eficiência maior de confinamento que os modelos de seção maior (S1), por isso pôde ser observado uma maior influência da variação da armadura transversal nesses modelos. Já o modelo S1H1L3M foi o único modelo de maior seção a apresentar influência das armaduras transversais, já que foi o modelo mais confinado entre os modelos da série S1.

O índice de confiabilidade cresceu quando a resistência da armadura transversal diminuiu, já que uma maior parcela de concreto ficava livre para o confinamento do PRFC, o que não foi verificado nos demais modelos, os quais não possuíam um confinamento tão elevado quanto os modelos S1H1L3M, S2H1L2M e S2H2L2M. Quando a resistência da armadura transversal aumentou, o índice de confiabilidade diminuiu, visto que uma menor parcela de concreto ficava disponível para o confinamento do PRFC.

5. Conclusões

O modelo computacional adotado para avaliar os pilares estudados demonstrou um desempenho adequado. Foram observados valores bem próximos aos apresentados pelas pesquisas experimentais utilizadas como referência. Pôde ser observada a influência da alta taxa de armadura longitudinal no confinamento do modelo G3R, também foram observados comportamentos próximos aos relatados por Wang *et al.* (2012) nos gráficos tensão-deformação de seus modelos.

Nas análises de confiabilidade, foi utilizado o algoritmo Real.py desenvolvido em Python por Real (2022), o qual é capaz de realizar análises pelo método de Monte Carlo e FORM e foi utilizado para validar os resultados de confiabilidade deste trabalho, que foram obtidos pelo método FORM. Foi observado uma variação máxima de 1,28 % entre os métodos FORM e Monte Carlo e uma média de 0,79 % entre esses métodos, o que demonstrou uma margem aceitável de variação das análises realizadas. Além disso, foi observado que todos os modelos analisados ficaram com índice de confiabilidade acima do mínimo recomendado pela norma ACI 440.2R (2017), apenas os modelos com relação de carga (q/g) de 2,0 tiveram uma diminuição mais expressiva do índice de confiabilidade, o que pode ser explicado pelo maior grau de incerteza originado pela maior proporção de carregamento acidental considerado nessas análises.

Foi observado nas análises de confiabilidade que o modelo G2R apresentou um índice de confiabilidade maior que o modelo G1R, isso pode ser explicado devido o modelo G2R possuir uma resistência à compressão menor, já que nessa situação o concreto tem uma expansão lateral maior que pilares com concreto com resistência à compressão elevada. Já o modelo G3R demonstrou uma confiabilidade maior que os modelos G1R e G2R por causa que uma parte considerável da carga axial foi resistida pela armadura longitudinal, o que pode ser explicado pelo fato de o desvio padrão da armadura ser bem menor do que a do concreto, ou seja, a incerteza em relação a ela era cerca de três vezes menor que a do concreto.

Foi observado nos modelos semelhantes com variação do número de camadas de reforço, que o índice de confiabilidade dos pilares com maior número de camadas foi inferior na maioria dos casos do que os que possuíam menos camadas, o que ocorre devido ao aumento da carga utilizada nas análises. Já que a eficiência do reforço não cresce proporcionalmente ao número de camadas utilizadas, logo os pilares com mais camadas de reforços apresentaram um índice de confiabilidade inferior, uma vez que a função $g(x)$ desses pilares se aproximam mais do ponto de falha do que os modelos com um menor número de camadas de reforço.

No estudo paramétrico realizado foi observada uma maior influência da resistência do concreto nos modelos estudados, a maior influência da armadura longitudinal foi observada no modelo G3R, o qual possui uma alta taxa de armadura longitudinal que foi responsável por resistir boa parte da solicitação axial e que também possui um menor desvio padrão, proporcionando menos falhas neste modelo. Em relação à armadura longitudinal, foi observado como a segunda variável mais influente, o que pode ser explicado pela grande resistência desse parâmetro e pela pouca incerteza presente na sua média de resistência.

Em relação ao reforço em PRFC, foi observado que foi a terceira variável mais influente, mesmo tendo um grau de incerteza menor que do concreto, o que pode ser explicado pela ineficiência da seção quadrada em promover um confinamento adequado para a ativação do reforço, visto que o PRFC é um reforço passivo e sua mobilização depende da expansão do concreto, que no caso de seções quadradas e retangulares não é uniforme, prejudicando assim sua contribuição na carga final de cada modelo.

Quanto à armadura transversal, foi observada sua influência de maneira relevante somente nos modelos S1H1L3M, S2H1L2M e S2H2L2M, pois são os modelos com as maiores pressões máximas de confinamento. Além disso, os modelos de menor seção (S2) possuem uma eficiência de confinamento maior que a dos pilares de maior seção (S1), conforme relatos de Wang *et al.* (2012). Por isso, no estudo paramétrico, pôde ser observado a influência da armadura transversal na confiabilidade desses pilares.

Vale ressaltar que os resultados apresentados são válidos apenas para os pilares demonstrados nesta pesquisa. Como sugestões para trabalhos futuros, sugere-se a realização de um estudo de confiabilidade de pilares com variação da sua relação de aspecto, ou seja, aumentando a relação entre largura e comprimento de seções de pilares retangulares, a fim de observar como o índice de confiabilidade é afetado.

REFERÊNCIAS

- AHMAD, A.; MEHBOOB, S.; KHAN, Q. Experimental and Numerical Investigation of T-joint enhanced confinement using Flat Steel Strips. **Asian Journal of Civil Engineering** **21**, p. 1483-1492, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s42107-020-00292-6>>.
- AL-ROUSAN, R.; BARFED, M. Impact of curvature type on the behavior of slender reinforced concrete rectangular column confined with CFRP composite. **Composites Part B: Engineering**, v. 173, 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2019.106939>>.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **Building Code Requirements For Structural Concrete (ACI 318M)**. 2019.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Concrete Structures (ACI 440.2R)**. 2017.
- ANSYS. **ANSYS Mechanical User's Guide**. 2017.
- ANSYS. **ANSYS Composite PrepPost Users Guide**. 2017.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Projeto de estruturas de concreto – Procedimento (NBR 6118)**. 2014.
- ATADERO, R. A.; KARBHARI, V. M. Calibration of resistance factors for reliability based design of externally-bonded FRP composites. **Composites Part B: Engineering**, v. 30, n. 4, p. 665-679, 2008. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2007.06.004>>.
- AYALA, I. C. A. **Customização do software ANSYS para análise de lajes de concreto protendido pelo método dos elementos finitos**. Dissertação (mestrado). Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.
- BADIMUENA, B. L. **Avaliação da confiabilidade de estruturas existentes: influência da resistência à compressão do concreto**, 2017. Dissertação de Mestrado, Belo Horizonte, MG, Brasil: Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG.
- BARBOSA, P. R. O. **Análise probabilística de pilares de concreto armado através do método dos elementos finitos**, 2017. Dissertação de Mestrado, Porto Alegre, RS, Brasil: Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS.
- BECK, A.T. **Confiabilidade e Segurança das Estruturas**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2019.
- BECK, A. T. **Curso de confiabilidade estrutural**. São Carlos: Universidade de São Paulo, 2012.
- BHUVANESHWARI, P.; MOHAN, K. Strengthening of Fire-Damaged Reinforced Concrete Short Columns Using GFPPECC Composites. **Arabian Journal for Science and Engineering** **45**, p. 8619–8632, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s13369-020-04795-x>>.
- BUCHER, C. G. Adaptive sampling - an iterative fast Monte Carlo procedure. **Structural Safety**. V. 5, p. 119–126, 1988. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/0167-4730\(88\)90020-3](https://doi.org/10.1016/0167-4730(88)90020-3)>.
- BUSSAB, W. D. O, MORETTIN, P. A. **Estatística Básica. 5ª edição**. São Paulo: Saraiva, 2010.

CARRAZEDO, R. (2002). **Mecanismos de confinamento e suas implicações no reforço de pilares de concreto por encamisamento com compósitos de fibras de carbono**. São Carlos, 2002. 173p. Dissertação (mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

CEB-FIP. **FIB Bulletin 14 – Externally Bonded FRP Reinforcement for RC Structures**. 2010.

COELHO, T. A. P. **Avaliação da confiabilidade de seções de vigas de concreto armado em situação de incêndio**, 2018. Dissertação de Mestrado, Belo Horizonte, MG, Brasil. Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG.

DINIZ, S. M. C. **Structural Reliability: Rational Tools for Design Code Development**. In: 2008 Structures Congress, 2008, Vancouver. Crossing Borders: 2008 Structures Congress. Reston, VA, EUA: American Society of Civil Engineers, 2008.

FERREIRA, J. R. **Reliability of Short Circular RC Columns Confined By CFRP**, 2017. Tese de Doutorado, Belo Horizonte, MG, Brasil: Universidade Federal de Minas Gerais.

GALAMBOS, T. V.; ELLINGWOOD, B.; MACGREGOR, J. G.; CORNELL, C. A. Probability based load criteria: Assessment of current design practice. **Journal of the Structural Division**, v. 108, n. 5, p. 959-977, 1982. Disponível em: <<https://cedb.asce.org/CEDBsearch/record.jsp?dockey=0034201>>.

GOMES, H. M. **Técnicas de avaliação da confiabilidade em estruturas de concreto armado**, 2001. Tese de Doutorado, Porto alegre, RS, Brasil. Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS.

HALDAR, A.; MAHADEVAN, S. **Reliability assessment using stochastic finite element analysis**. John Wiley & Sons, 2000.

HASOFER, A. M.; LIND, N. C. Exact and invariant second-moment code format. **Journal of the engineering mechanics division**, p. 111-121, 1974.

JOINT COMMITTEE ON STRUCTURAL SAFETY (JCSS). **JCSS Probabilistic Model Code**. 2001.

JONES, R.; HANNA, S. (1997). Composite wraps for aging infra-structures. **Theoretical and applied fracture mechanics**, Amsterdam, v.28, n.2, p.125-134, Dec.

LAM, L., AND TENG, J., 2003b, “Design-Oriented Stress- Strain Model for FRP-Confined Concrete in Rectangular Columns,” **Journal of Reinforced Plastics and Composites**, V. 22, No. 13, pp. 1149-1186. doi: 10.1177/0731684403035429

LAZZARI, P. M. **Simulação Numérica das Etapas Construtivas de Pontes Estaiadas Através do Método dos Elementos Finitos**, 2016. Tese de Doutorado, Porto Alegre, RS, Brasil: Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

LEE, H. **Finite Element Simulations with ANSYS Workbench 15**. SDC publications, 2014.

LIMA, F. C.; PEREIRA, R. B. D.; BRAGA, D. U.; MORAES, R. F. **Modelagem das componentes da força de usinagem no torneamento do aço ABNT 1045 através de metodologia de superfície de resposta**. 7º Congresso Brasileiro de Engenharia de Fabricação, 2013. Itatiaia, RJ, Brasil.

LYRA, P.; BECK, A.; STUCCHI, F. Reliability analysis of a prestressed bridge beam designed in serviceability limit state as recommended by NBR 6118 and 7188. **Revista IBRACON de**

Estruturas e Materiais. v.13, n. 2, p. 380-397, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/s1983-41952020000200010>>.

MADSEN, H. O.; EGELAND, T. **Structural reliability – Models and Applications**. JSTOR. Great Britain. v. 57. n. 3. p. 185-203. 1989.

MAGALHÃES, F. C. **A problemática dos concretos não conformes e sua influência na confiabilidade de pilares de concreto armado**. 2014. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

MARCELLI, M. **Sinistros na construção civil: causas e soluções para danos e prejuízos em obras**. São Paulo: Pini, 2007.

MELCHERS, R. E.; BECK, A. T. **Structural reliability analysis and prediction**. 3. ed. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons Inc., 2018.

MINITAB. **Minitab 18 Support**. 2022.

MIRZA, S. A.; HATIZINOLAS, M.; MACGREGOR, J. G. Statistical description of strength of concrete. **Journal of Strucural Division**, v. 105. p. 1021-1037. 1979.

MIRZA, S. A.; SKRABEK, B.W. **Reliability of Short Composite Beam-Column Strength Interaction**. Journal of the Structural Division, v. 117, p. 2320-2339, August. 1991.

MIRZA, S. A.; SKRABEK, B.W. **Statistical Analysis of Slender Composite Beam-Column Strength**. Journal of the Structural Division, v. 118, p. 1312-1332, May. 1992.

MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C. **Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros**; tradução Verônica Calado. 2 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2008.

NETTO JÚNIOR, L.; DUMÊT, T. (1997). **Reforço de pilares de concreto armado com chapas de aço**. Revista IBRACON, v. 6, n. 18, p. 23-29, julho/agosto.

NOWAK, A. S.; COLLINS, K. R. **Reliability of Structures**. McGraw-Hill Companies, Inc., 2000.

PALIGA, C. M. **Análise probabilística de vigas de concreto armado recuperadas à flexão, através do método de Monte Carlo utilizando um modelo de elementos finitos**, 2008. Tese de Doutorado, Porto Alegre, RS, Brasil. Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS.

PARVIN, A.; WANG, W. (2002). **Concrete columns confined by fiber composite wraps under combined axial and cyclic loads**. Composite Structures, Oxford, v.58, n.4, p.539-549, Dec.

PEREIRA, S. R.; CARVALHO, H.; DIAS, J.; VERGA, V.; MONTENEGRO, P. A. Behavior of precast reinforced concrete columns subjected to monotonic short-term loading. **Frattura ed Integrità Strutturale**. V. 13, n. 50, p. 242-250, 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.3221/IGF-ESIS.50.20>>.

PIANCASTELLI, E. M. – **Patologia, Recuperação e Reforço de Estrutura de Concreto Armado** – Ed. Depto. Estruturas da EEUFMG – 1997.

PIVATTO, A. B. **Análise experimental e computacional de vigas biapoiadas de concreto armado reforçadas com CRFC**, 2017. Dissertação de Mestrado, Curitiba, PR, Brasil. Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR.

RANDI, R.; ALMEIDA, L.; TRAUTWEIN, L.; MUNHOZ, F. Analysis of the influence of column reinforcement anchorage length in a concrete two-pile cap. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**. v. 11, n. 5, p. 1122-1150, 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/s1983-41952018000500012>>.

REAL, M. V. **Análise probabilística de estruturas de concreto armado, sob estado plano de tensão, através do método dos elementos finitos**, 2000. Tese de Doutorado, Porto Alegre, RS, Brasil. Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS.

REAL, M. V. **Reliability**. Github, 2022. Disponível em: <<https://github.com/mvreal/Reliability>>. Acesso em 20 jul. 2022.

SAADATMANESH, H. (1997). **Extending service life of concrete and masonry structures with fiber composites**. Construction and Buildings Materials, Reigate, v.11, n.5/6, p.327-335.

SAADATMANESH, H. ; EHSANI, M.R. (1994). **Strength and ductility of concrete columns externally reinforced with fiber composite straps**. ACI Structural Journal, v. 91, p.434- 447.

SAKAMOTO, B. S. **Análise de confiabilidade estrutural utilizando o método FORM com múltiplos modos de falha para edifício alto submetido à ação do vento**, 2016. Dissertação de Mestrado, Curitiba, PR, Brasil. Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR.

SAN MARTINS, D. A. **Confiabilidade de vigas pré-tracionadas de concreto protendido, 2014**. Dissertação de Mestrado, Porto Alegre, RS, Brasil. Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS.

SANTOS, H. de C.; EBOLI, C. R., 2006. **Avaliação da confiabilidade estrutural com base nas normas NBR-6118 e NBR-8681**. VI Simpósio EPUSP sobre Estruturas de concreto, 502p-517p, São Paulo-SP, Brasil.

SCADELAI, M.A; PINHEIRO, L.M. **Estruturas de Concreto**. Departamento de Engenharia de Estruturas da USP, São Paulo – SP, 2003.

SCHERER, M. **Avaliação da confiabilidade de vigas de concreto armado pelo Método dos Elementos Finitos**. 2018. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

SILVA JÚNIOR, F. E. S. **Estudo da confiabilidade de vigas de concreto armado reforçadas com fibra de carbono através de modelo computacional**, 2019. Dissertação de Mestrado, Rio Grande, RS, Brasil: Universidade Federal do Rio Grande.

SILVA, T., ALBUQUERQUE, C., REAL, M. and JÚNIOR, F., 2022. **Computer simulation of reinforced concrete columns confined with CFRP**. International Journal of Advanced Engineering Research and Science, 9(6), pp.071-082.

SKRABEK, B. W. **Strength reliability of short and slender composite steel-concrete columns**. Thesis for Master of Science. University of Manitoba, Winnipeg - CAN, 1989.

SOUZA, A. V. L. **Reforço de pilares curtos de concreto armado de seção quadrada com mantas de polímero reforçado com fibras de carbono**, 2001. Dissertação de Mestrado, Brasília, DF, Brasil. Universidade de Brasília-UNB.

SOUZA, V. C. DE; RIPPER, T. **Patologia, recuperação e reforço de estruturas de concreto**. São Paulo: PINI, 1998.

SUDANO, A. L. (2005). **Influência da forma da seção transversal no confinamento de pilares de concreto armado encamisados com PRFC (polímero reforçado com fibra de carbono)**. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2005.

TAKEUTI, A. R. **Reforço de pilares de concreto armado por meio de encamisamento com concreto de alto desempenho**. 1999. 184 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1999.

TAKLA, M.; TARSHA, I. (2020). Effect of Temperature on carrying capacity of concrete columns confinement with multi-layers of CFRP. **Jordan Journal of Civil Engineering**, v. 14, n. 1, 2020.

VAZ, L. E. **Métodos dos Elementos Finitos em Análise de Estruturas**. Rio de Janeiro: Editora Elsevier Brasil, 2011.

WANG, ZHEN & WANG, DAIYU & SMITH, SCOTT & ASCE, M & LU, DA GANG. (2012). **CFRP-confined square RC columns. I: Experimental investigation**. Journal of Composites for Construction. 16. 10.1061/(ASCE)CC.1943-5614.0000245.

WILLAM, K. J.; WARNKE, E. D. Constitutive Model for the Triaxial Behavior of Concrete. Proceedings, **International Association for Bridge and Structural Engineering**, v. 19, p. 174, 1974. Disponível em: <<https://doi.org/10.5169/seals-17526>>.

Apêndice 1 – Comandos APDL utilizados na simulação computacional

! CONCRETO

fck=25.5 !resistência à compressão em MPa

fctm=0.3*fck**(2/3) !fórmula para a resistência à tração

young=21500*(fck/10)**(1/3) !fórmula para o módulo de elasticidade

x1=0.1

x2=0.2

x3=0.3

x4=0.4

x5=0.5

x6=0.6

x7=0.7

x8=0.8

x9=0.9

x10=1

x11=1.1

x12=1.2

x13=1.3

x14=1.4

x15=1.5

x16=1.6

x17=1.7

x18=1.8

x19=1.9

x20=2

x21=2.1

x22=2.2

x23=2.3

x35=3.5

p1=young/10000 !o ponto inicial deve ser igual a Ec/10000

p2=fck*((young/16500)*(x2/2.3)-(x2/2.3)**2)/(1+((young/16500)-2)*(x2/2.3))

p3=fck*((young/16500)*(x3/2.3)-(x3/2.3)**2)/(1+((young/16500)-2)*(x3/2.3))

p4=fck*((young/16500)*(x4/2.3)-(x4/2.3)**2)/(1+((young/16500)-2)*(x4/2.3))

p5=fck*((young/16500)*(x5/2.3)-(x5/2.3)**2)/(1+((young/16500)-2)*(x5/2.3))

p6=fck*((young/16500)*(x6/2.3)-(x6/2.3)**2)/(1+((young/16500)-2)*(x6/2.3))

p7=fck*((young/16500)*(x7/2.3)-(x7/2.3)**2)/(1+((young/16500)-2)*(x7/2.3))

p8=fck*((young/16500)*(x8/2.3)-(x8/2.3)**2)/(1+((young/16500)-2)*(x8/2.3))

p9=fck*((young/16500)*(x9/2.3)-(x9/2.3)**2)/(1+((young/16500)-2)*(x9/2.3))

p10=fck*((young/16500)*(x10/2.3)-(x10/2.3)**2)/(1+((young/16500)-2)*(x10/2.3))

p11=fck*((young/16500)*(x11/2.3)-(x11/2.3)**2)/(1+((young/16500)-2)*(x11/2.3))

p12=fck*((young/16500)*(x12/2.3)-(x12/2.3)**2)/(1+((young/16500)-2)*(x12/2.3))

p13=fck*((young/16500)*(x13/2.3)-(x13/2.3)**2)/(1+((young/16500)-2)*(x13/2.3))

p14=fck*((young/16500)*(x14/2.3)-(x14/2.3)**2)/(1+((young/16500)-2)*(x14/2.3))

p15=fck*((young/16500)*(x15/2.3)-(x15/2.3)**2)/(1+((young/16500)-2)*(x15/2.3))

$p16=fck*((young/16500)*(x16/2.3)-(x16/2.3)**2)/(1+((young/16500)-2)*(x16/2.3))$
 $p17=fck*((young/16500)*(x17/2.3)-(x17/2.3)**2)/(1+((young/16500)-2)*(x17/2.3))$
 $p18=fck*((young/16500)*(x18/2.3)-(x18/2.3)**2)/(1+((young/16500)-2)*(x18/2.3))$
 $p19=fck*((young/16500)*(x19/2.3)-(x19/2.3)**2)/(1+((young/16500)-2)*(x19/2.3))$
 $p20=fck*((young/16500)*(x20/2.3)-(x20/2.3)**2)/(1+((young/16500)-2)*(x20/2.3))$
 $p21=fck*((young/16500)*(x21/2.3)-(x21/2.3)**2)/(1+((young/16500)-2)*(x21/2.3))$
 $p22=fck*((young/16500)*(x22/2.3)-(x22/2.3)**2)/(1+((young/16500)-2)*(x22/2.3))$
 $p23=fck*((young/16500)*(x23/2.3)-(x23/2.3)**2)/(1+((young/16500)-2)*(x23/2.3))$

ET,MATID,SOLID65 !tipo e número do elemento
 R,MATID,0,0,0,0,0,0 !real constants
 RMORE,0,0,0,0,0,0, !real constants
 MP,EX,MATID,young !módulo de elasticidade em MPa
 MP,PRXY,MATID,0.2 !coeficiente de Poisson

KEYOPT,MATID,1,0
 KEYOPT,MATID,3,2
 KEYOPT,MATID,5,2
 KEYOPT,MATID,6,3
 KEYOPT,MATID,7,0
 KEYOPT,MATID,8,1

TB,CONCR,MATID,1,9
 TBTEMP,22

TBDATA,1,0.3,1,fctm,fck !coef. hidrostático, coef. fissura fechada, coef. fissura aberta, fctm e fck

TB,MISO,MATID,1,24,0
 TBPT,DEFL,x1/1000,p1
 TBPT,DEFL,x2/1000,p2
 TBPT,DEFL,x3/1000,p3
 TBPT,DEFL,x4/1000,p4
 TBPT,DEFL,x5/1000,p5
 TBPT,DEFL,x6/1000,p6
 TBPT,DEFL,x7/1000,p7
 TBPT,DEFL,x8/1000,p8
 TBPT,DEFL,x9/1000,p9
 TBPT,DEFL,x10/1000,p10
 TBPT,DEFL,x11/1000,p11
 TBPT,DEFL,x12/1000,p12
 TBPT,DEFL,x13/1000,p13
 TBPT,DEFL,x14/1000,p15
 TBPT,DEFL,x15/1000,p15
 TBPT,DEFL,x16/1000,p16
 TBPT,DEFL,x17/1000,p17
 TBPT,DEFL,x18/1000,p18
 TBPT,DEFL,x19/1000,p19
 TBPT,DEFL,x20/1000,p20
 TBPT,DEFL,x21/1000,p21
 TBPT,DEFL,x22/1000,p22
 TBPT,DEFL,x23/1000,p23

TBPT,DEFI,x35/1000,p23

!AÇO

ET,matid,LINK180 !tipo e número do elemento

MPDATA,EX,matid,,2.1e5 !módulo de elasticidade em MPa

MPDATA,PRXY,matid,,0.3 !Poisson

TB,BISO,matid,1,2 !definição de gráfico bilinear para escoamento

TBDATA,,500,0,, !tensão de escoamento (fyk) e módulo tangente em MPa

R,matid,78.5, ,0 !área da seção transversal da armadura em mm²

!UNIÃO AÇO/CONCRETO

/nerr,99999999,99999999 !número máximo de warnings permitidos

/PREP7

ESEL,S,ENAME,,65 !seleciona todos os nós dos elementos Solid65

ESEL,A,ENAME,,180 !seleciona todos os nós dos elementos Link180

ALLSEL,BELOW,ELEM

CEINTF,0.1 !tolerância (%) em função do tamanho do elemento

ALLSEL,ALL

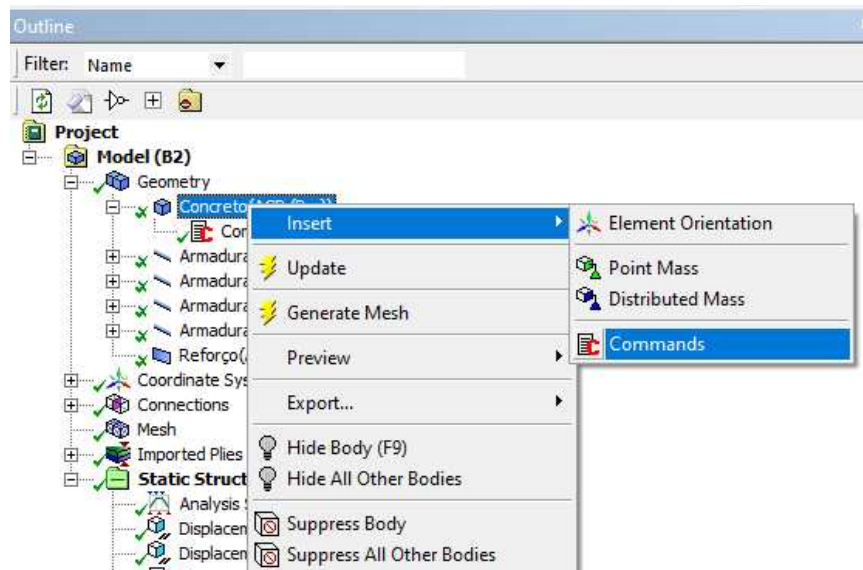
/SOLU

OUTRES,ALL,ALL

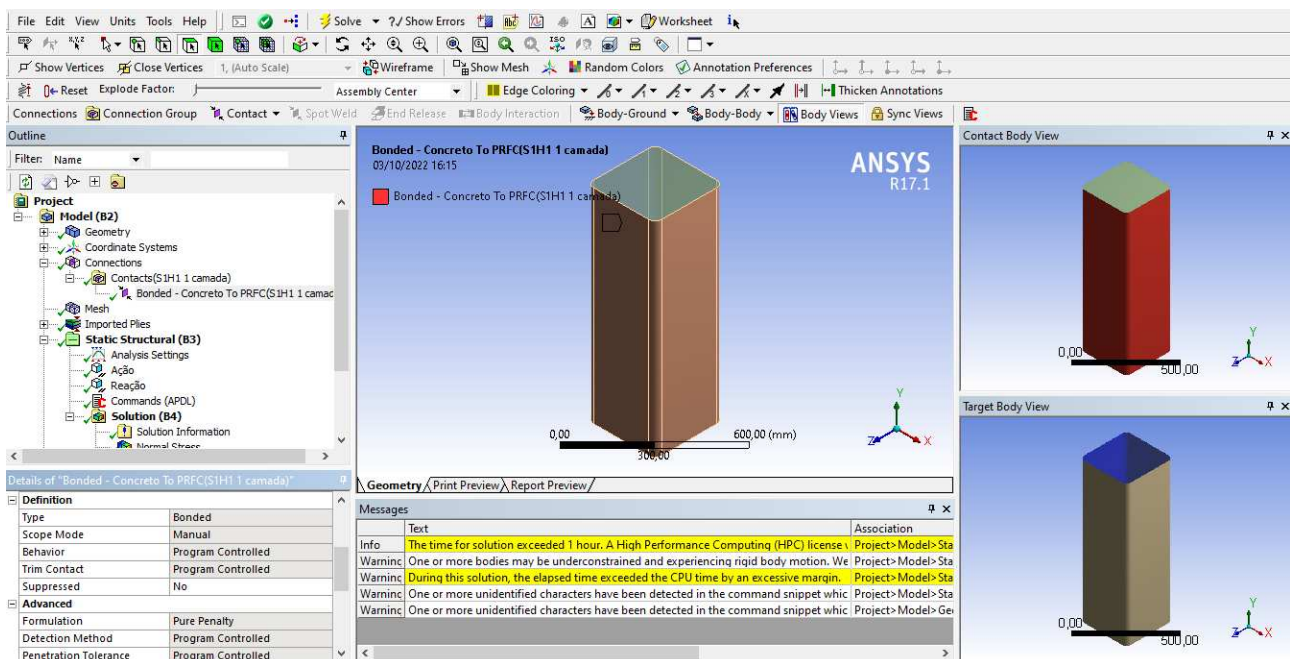
Apêndice 2 – Etapas de preparação para análise estática



Transferência da geometria para o módulo de análise estática



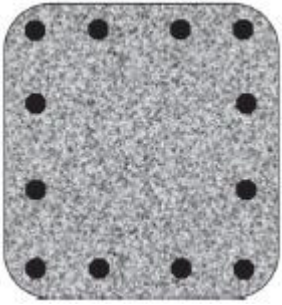
Exemplo de inserção dos comandos APDL no concreto



Tipo e formulação de contato utilizada para o contato entre o reforço e o concreto

Apêndice 3 – Exemplo de dimensionamento de reforço em pilares de concreto armado segundo a ACI 440.2R (2017)

Propriedades do pilar a ser reforçado

	Resistência à compressão do concreto (f'_c)	44,8 MPa
	Resistência à tração do aço (f_y)	414 MPa
	Raio de arredondamento dos cantos (r_c)	25 mm
	Barras de aço utilizadas	12 ϕ 32mm
	Área de concreto (A_g)	371.612 mm ²
	Área de aço (A_{st})	9832 mm ²
	Taxa de armadura longitudinal (ρ_g)	2,65 %
	Carga solicitante para pilar sem reforço (ϕP_n)	9.281 kN
	Carga solicitante para pilar reforçado ($\phi P_{n,req}$)	11.138 kN

Propriedades do reforço utilizado

Espessura de cada camada (t_f)	0,33 mm
Resistência à tração (f_{fu}^*)	3792 MPa
Deformação de ruptura (ε_{fu}^*)	0,0167 mm/mm
Módulo de elasticidade (E_f)	227.527 MPa

Inicialmente, deve-se adequar as propriedades do PRF à exposição de condições ambientais de longo prazo. Para isso são calculadas a resistência à tração e a deformação específica de cálculo de acordo com as equações a seguir.

$$f_{fu} = (0,95)(3792 \text{ MPa}) = 3603 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{fu} = (0,95)(0,0167) = 0,0159 \text{ mm/mm}$$

Em seguida, deve-se determinar a resistência à compressão máxima do concreto confinado (f'_{cc}). O valor da resistência de concreto confinado é apresentado pela equação a seguir.

$$f'_{cc} = \frac{1}{0,85(371.612 - 9832)} \left(\frac{11.138 \text{ kN}}{0,80 * 0,65} - 414 \text{ MPa} * 9832 \right) = 56,4 \text{ MPa}$$

Posteriormente, determina-se a pressão máxima de confinamento promovido pelo encamisamento por meio das equações a seguir.

$$\frac{A_e}{A_c} = \frac{1 - \frac{[(1)(610 - 2 * 25)^2 + (1)(610 - 2 * 25)^2]}{3 * 371.612}}{1 - 0,0265} - 0,0265 = 0,425$$

$$k_a = 0,425 * (1)^2 = 0,425$$

$$f_l = \frac{56,4 - 44,8}{0,95 * 3,3 * 0,425} = 8,7 \text{ MPa}$$

A norma ACI 4440.2R (2017) recomenda uma taxa de confinamento de no mínimo 0,08. Realizando a verificação é obtido um confinamento superior ao mínimo exigido conforme a equação a seguir.

$$\frac{f_l}{f'_c} = \frac{8,7}{44,8} = 0,19 \geq 0,08$$

Por fim, determina-se o número de camadas de reforço necessárias por meio das equações a seguir.

$$\varepsilon_{fe} = 0,55 * 0,0159 = 0,0088 \text{ mm/mm}$$

$$n = \frac{8,7\sqrt{610^2 + 610^2}}{2 * (227.527)(0,33)(0,0088)} = 5,7 \cong 6 \text{ camadas}$$

A norma americana também recomenda a verificação da deformação axial final do concreto, sendo essa limitada a obter um valor inferior a 0,01. A verificação foi realizada por meio da equação a seguir.

$$k_b = 0,425(1)^{0,5} = 0,425$$

$$\varepsilon_{ccu} = 0,002 \left(1,50 + 12 * 0,425 \frac{8,3}{44,8} \left(\frac{0,0088}{0,002} \right)^{0,45} \right) = 0,0067 < 0,01$$

Apêndice 4 – Cálculo da carga de projeto para o pilar G1R

As cargas de projetos foram calculadas de acordo com a Eq. (2.4) do item 2.2.2 que é a recomendada pela norma ACI 417.2R (2017) para estimar a carga de projeto para pilares com armaduras transversais comuns

Primeiramente, foi necessário determinar a resistência a compressão resistida somente pelo concreto confinado (f_{cc}), para isso foi retirado a parcela da carga axial resistida pela armadura longitudinal. A tabela a seguir reúne os dados utilizados.

Dados do pilar G1R			
Pu,MEF (kN)	Área de aço (m ²)	Área de concreto (m ²)	Fyl (MPa)
1324,20	0,000314	0,022	615

$$f_{cc} = \frac{Pu,MEF - (F_{yl} * \text{Área de aço})}{(\text{Área de concreto} - \text{Área de aço})}$$

$$f_{cc} = \frac{(1324,20/1000) - (615 * 0,000314)}{(0,022 - 0,000314)} = 52,1576 \text{ MPa}$$

Posteriormente é utilizado a equação 2.4 do item 2.2.2 para determinar a carga de projeto

$$\phi P_n = 0,8\phi[0,85f'_{cc}(A_g - A_{st}) + f_y A_{st}]$$

$$\phi P_n = (0,8 * 0,65 * [0,85 * 52,1576 * (0,022 - 0,000314) + (0,000314 * 615)]) * 1000$$

$$\phi P_n = 600,35898 \text{ kN}$$

Em seguida é determinado a parcela de carga acidental e permanente, tomando como exemplo a relação (q/g) de 0,50 tem-se:

$$0,50 = \frac{q}{g} \Rightarrow 0,50g = q$$

De acordo com a ACI 318 (2019):

$$\phi P_n = 1,6q + 1,2g \Rightarrow 600,35898 = 0,50 * 1,6g + 1,2g$$

$$g = \frac{600,35898}{(0,50 * 1,6 + 1,2)} = 300,180 \text{ kN}$$

$$q = 0,50g \Rightarrow q = 150,090 \text{ kN}$$