

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL

ESTUDO DA CONFIABILIDADE DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO
REFORÇADAS COM FIBRA DE CARBONO ATRAVÉS DE MODELO
COMPUTACIONAL

por

Francisco Eudázio Suriano da Silva Júnior

Dissertação para obtenção do Título de
Mestre em Modelagem Computacional

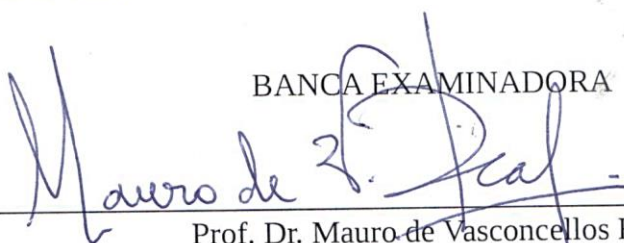
Rio Grande, dezembro, 2019

“Estudo da confiabilidade de vigas de concreto armado reforçadas com fibra de carbono através de modelo computacional”

Dissertação apresentada ao Programa de Pós Graduação em Modelagem Computacional da Universidade Federal do Rio Grande - FURG, como requisito parcial para obtenção do Grau de Mestre. Área concentração: Modelagem Computacional.

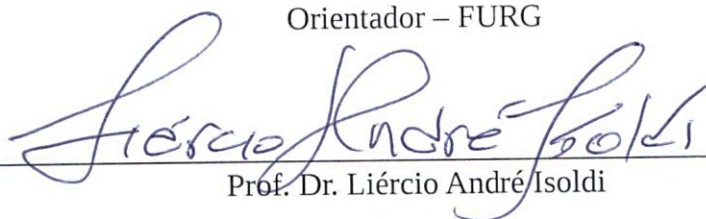
Aprovado em 06/12/2019

BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Mauro de Vasconcellos Real

Orientador – FURG



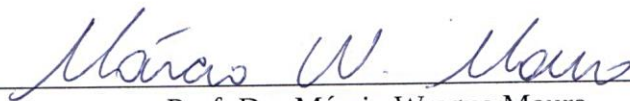
Prof. Dr. Liércio André Isoldi

FURG



Prof. Dr. Américo Campos Filho

UFRGS



Prof. Dr. Márcio Wrague Moura

FURG

Ficha Catalográfica

S586e Silva Júnior, Francisco Eudázio Suriano da.
Estudo da confiabilidade de vigas de concreto armado reforçadas com fibra de carbono através de modelo computacional / Francisco Eudázio Suriano da Silva Júnior. – 2019.
116 f.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande – FURG, Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional, Rio Grande/RS, 2019.

Orientador: Dr. Mauro de Vasconcellos Real.

1. Concreto Armado 2. Confiabilidade 3. Reforço 4. Método dos Elementos Finitos 5. Modelo da Zona de Coesão 6. Método da Superfície de Resposta 7. FORM 8. Simulação de Monte Carlo
I. Real, Mauro de Vasconcellos II. Título.

CDU 666.982.2:669.784

Catálogo na Fonte: Bibliotecário José Paulo dos Santos CRB 10/2344

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus pela vida e saúde. À minha família, aos meus pais por terem me dado as condições que me fizeram chegar até aqui, e aos meus irmãos Bruno e Laís por todo o apoio.

Ao professor Mauro Real por aceitar ser meu orientador mesmo sem me conhecer antes, por estar sempre disponível para tirar minhas dúvidas e por toda a sua ajuda no desenvolvimento desta dissertação.

Ao professor Ricardo Carvalho pelas oportunidades que me deu que abriram o caminho para que eu pudesse chegar ao mestrado, e ao grupo de pesquisa GEM.

Aos professores do curso da Modelagem Computacional por todo o conhecimento repassado. À FURG e à Capes pela bolsa de estudos.

Aos professores Liércio e Márcio pelas sugestões que enriqueceram este trabalho. Aos professores Américo Campos Filho e Paula Lazzari e aos demais pesquisadores da UFRGS pelos seus trabalhos que me ajudaram no aprendizado com o programa ANSYS, e ao Mailson Scherer por seu trabalho e por me ajudar quando tive dúvidas.

A todos que contribuíram direta ou indiretamente para a realização desse trabalho.

RESUMO

Neste trabalho foi realizado um estudo de confiabilidade com base na norma americana para projeto de reforço à flexão de vigas de concreto armado com Polímeros Reforçados com Fibras (PRF), visto que o Brasil ainda não possui norma sobre este tema. Para isto, foi realizada a modelagem computacional em elementos finitos no software ANSYS de uma viga de concreto armado reforçada com uma camada de fibra de carbono, com destaque para a modelagem da região da interface concreto-reforço, que é a região onde geralmente ocorre a falha neste tipo de viga. O modelo adotado foi validado através de resultados experimentais disponíveis na literatura, mostrando bom funcionamento. Em seguida, utilizando o Método da Superfície de Resposta, foi obtida a função polinomial de resposta do sistema. Com esta função e considerando o erro do modelo, foram executados os métodos de confiabilidade de primeira ordem (FORM) e simulação de Monte Carlo, por meio dos quais foram obtidos os índices de confiabilidade que foram comparados a um índice de confiabilidade alvo. Por fim, foi realizado um estudo paramétrico para verificar como o índice de confiabilidade varia de acordo com a variação dos parâmetros de entrada do modelo. Os resultados mostraram que a confiabilidade da norma americana se mostrou adequada para a viga em estudo, que a distribuição de probabilidade da resistência da viga aparenta ser lognormal e que as variáveis de maior impacto no índice de confiabilidade foram a relação carga variável/carga permanente e as resistências do concreto e do aço.

Palavras-chave: concreto armado, confiabilidade, reforço, método dos elementos finitos, modelo da zona de coesão, método da superfície de resposta, FORM, simulação de Monte Carlo.

ABSTRACT

In this work, a reliability study was carried out based on the american standard for the design of the flexural strengthening of reinforced concrete beams with Fiber Reinforced Polymers (PRF), since Brazil has no standard on this subject. For this, a finite element computational modeling of a reinforced concrete beam strengthened with one carbon fiber layer was performed in the ANSYS software, highlighting the modeling of the concrete-reinforcement interface region, which is the region where the failure usually occurs in this kind of beam. The model used was validated through experimental results available in the literature, showing good functioning. Then, using the Response Surface Method, the polynomial response function of the system was obtained. With this function and considering the model error, the probabilistic analysis methods First Order Reliability Method (FORM) and Monte Carlo simulation were performed, whereby the reliability indexes were compared to a target reliability index. Finally, a parametric study was performed to verify how the reliability index varies according to the variation of the input parameters of the model. The results showed that the reliability of the American standard was adequate for the beam under study, that the probability distribution of the beam resistance seems to be lognormal and that the variables with the greatest impact on the reliability index were the variable load/permanent load ratio, the strengths of concrete and steel.

Keywords: reinforced concrete, reliability, strengthening, finite element method, cohesive zone model, response surface method, FORM, Monte Carlo simulation.

ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO	15
1.1. Justificativa	16
1.2. Metodologia	16
1.3. Objetivos	17
1.3.1. Objetivo geral	17
1.3.2. Objetivos específicos	17
1.4. Organização do trabalho	17
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	18
2.1. Estado da arte	18
2.1.1. Trabalhos relevantes sobre confiabilidade de estruturas de concreto	18
2.1.2. Trabalhos relevantes sobre modelagem computacional de estruturas de concreto	20
2.1.3. Relevância da pesquisa	22
2.2. Vigas de concreto armado	22
2.3. Confiabilidade em estruturas de concreto	23
2.3.1. Confiabilidade em engenharia	24
2.3.2. Conceitos estatísticos	24
2.3.3. Conceitos probabilísticos	25
2.3.4. A função de desempenho	31
2.3.5. Métodos de análise probabilística	33
2.4. Modelagem computacional de estruturas de concreto	36
2.4.1. Conceito de método dos elementos finitos	36
2.4.2. Materiais não-lineares	37
2.4.3. Modelos constitutivos para o concreto	39
2.4.4. Modelo constitutivo para o aço	44
2.4.5. Modelo constitutivo para o reforço	45
2.4.6. Modelagem da interface concreto-reforço	45
2.5. Reforço com PRFC	48
2.5.1. Polímeros reforçados com fibras	48
2.5.2. Modos de falha em vigas reforçadas	48
2.5.3. Dimensionamento de vigas reforçadas segundo o ACI 440.2R (2017)	49
3. METODOLOGIA	54
3.1. Modelagem no ANSYS Workbench	55
3.1.1. Definição das propriedades dos materiais	55
3.1.2. Utilização de comandos APDL	56

3.1.3.	Elementos utilizados	56
3.1.4.	Procedimento de modelagem	59
3.1.5.	Propriedades das análises	63
3.1.6.	Identificação dos modos de falha	64
3.1.7.	Parametrização de variáveis e módulo Response Surface	66
3.2.	Modelo da viga estudada	66
3.3.	Variáveis aleatórias consideradas	68
3.3.1.	Componentes da resistência	68
3.3.2.	Componentes da solicitação	69
3.3.3.	Estimativa de erro do modelo	70
3.4.	Procedimentos de análise de confiabilidade	70
3.4.1.	Determinação do índice de confiabilidade alvo	70
3.4.2.	Obtenção da função de resposta do sistema	71
3.4.3.	Análise pelo método FORM	71
3.4.4.	Análise por simulações de Monte Carlo	71
4.	RESULTADOS	73
4.1.	Validação do modelo	73
4.1.1.	Vigas de Pivatto (2017)	73
4.1.2.	Vigas de Ferreira <i>et al.</i> (2018)	80
4.1.3.	Viga de Arduini <i>et al.</i> (1997)	84
4.1.4.	Vigas de Beber (2003)	86
4.1.5.	Resumo dos resultados	88
4.2.	Análises de confiabilidade	89
4.2.1.	Superfície de resposta	89
4.2.2.	FORM e Simulações de Monte Carlo	94
4.3.	Estudo paramétrico	95
4.3.1.	Variação de β em função da resistência à compressão do concreto	96
4.3.2.	Variação de β em função do módulo de elasticidade da fibra	98
4.3.3.	Discussão dos resultados do estudo paramétrico	101
5.	CONCLUSÕES	102
6.	REFERÊNCIAS	104
	APÊNDICE 1 – Comandos APDL utilizados	110
	APÊNDICE 2 – Habilitação da ferramenta Fracture com descolamento de contato	112
	APÊNDICE 3 – Definição do gráfico carga x deflexão	113
	APÊNDICE 4 – Código para simulações de Monte Carlo	115

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Elementos estruturais de uma edificação	23
Figura 2.2 - Funções Densidade de Probabilidade (a) e de Distribuição Acumulada (b)	26
Figura 2.3 - Distribuição normal	28
Figura 2.4 - Distribuição lognormal	29
Figura 2.5 - Distribuição Gumbel para valores máximos	30
Figura 2.6 - Representação da função de desempenho para um sistema com duas variáveis	31
Figura 2.7 - Método FORM para variáveis não distribuídas normalmente	34
Figura 2.8 - Relação tensão-deformação de um material linear	38
Figura 2.9 - Relação tensão-deformação de materiais não-lineares	38
Figura 2.10 - Estádios de carregamento em uma viga de concreto armado no domínio 3	40
Figura 2.11 - Superfície de falha 3D no espaço da tensão principal	41
Figura 2.12 - Superfície de falha no espaço de tensões principais com tensões biaxiais	44
Figura 2.13 - Diagramas tensão-deformação bilineares para o aço	44
Figura 2.14 - Modos de fratura	45
Figura 2.15 - Modelo bilinear de interface	47
Figura 3.1 - Fluxograma do trabalho	54
Figura 3.2 - Configuração do material de interface	55
Figura 3.3 - Elemento Solid65	57
Figura 3.4 - Elemento Link180	57
Figura 3.5 - Elemento Solid185	58
Figura 3.6 - Elementos Conta174 e Targe170	59
Figura 3.7 - Modelos de armadura	60
Figura 3.8 - Relação entre quantidade de incrementos e precisão da análise	64
Figura 3.9 - Tensões normais em uma viga genérica com separação do cobrimento de concreto	66
Figura 3.10 - Viga analisada (dimensões em m)	68
Figura 4.1 - Vigas de Pivatto (2017)	73
Figura 4.2 - Modos de ruptura das vigas de Pivatto (2017)	75
Figura 4.3 - Esquema do modelo em elementos finitos das vigas	76
Figura 4.4 - Resultados para vigas de Pivatto (2017) com uma camada de reforço	77
Figura 4.5 - Resultados para vigas de Pivatto (2017) com duas camadas de reforço	78
Figura 4.6 - Resultados para vigas de Pivatto (2017) com uma ancoragem lateral	78
Figura 4.7 - Resultados para vigas de Pivatto (2017) com duas ancoragens laterais	79
Figura 4.8 - Detalhamento das vigas de Ferreira <i>et al.</i> (2018)	81
Figura 4.9 - Vigas de Ferreira <i>et al.</i> (2018) após ruptura	81

Figura 4.10 - Detalhamento da viga de Arduini <i>et al.</i> (1997)	84
Figura 4.11 - Detalhamento das vigas de Beber (2003)	86
Figura 4.12 - Parâmetros do modelo polinomial (<i>printscreen</i> dos resultados do Minitab)	91
Figura 4.13 - Gráfico de resíduos x ajustes	92
Figura 4.14 - Gráfico de resíduos x ordem	92
Figura 4.15 - Gráfico de probabilidade normal dos resíduos	93
Figura 4.16 - Gráfico de influência das variáveis	93
Figura 4.17 - Gráficos de interação entre variáveis	94
Figura 4.18 - Histograma da resistência	95
Figura 4.19 - $\beta \times f_{ck}$ para um carregamento total de 22 kN/m e altura útil da seção $d = 45$ cm	96
Figura 4.20 - $\beta \times f_{ck}$ para um carregamento total de 22 kN/m e altura útil da seção $d = 50$ cm	97
Figura 4.21 - $\beta \times f_{ck}$ para um carregamento total de 30 kN/m e altura útil da seção $d = 45$ cm	97
Figura 4.22 - $\beta \times f_{ck}$ para um carregamento total de 30 kN/m e altura útil da seção $d = 50$ cm	97
Figura 4.23 - $\beta \times f_{ck}$ para um carregamento total de 30,8 kN/m e altura útil da seção $d = 45$ cm	98
Figura 4.24 - $\beta \times f_{ck}$ para um carregamento total de 30,8 kN/m e altura útil da seção $d = 50$ cm	98
Figura 4.25 - $\beta \times E_f$ para um carregamento total de 22 kN/m e altura útil da seção $d = 45$ cm	99
Figura 4.26 - $\beta \times E_f$ para um carregamento total de 22 kN/m e altura útil da seção $d = 50$ cm	99
Figura 4.27 - $\beta \times E_f$ para um carregamento total de 30 kN/m e altura útil da seção $d = 45$ cm	99
Figura 4.28 - $\beta \times E_f$ para um carregamento total de 30 kN/m e altura útil da seção $d = 50$ cm	100
Figura 4.29 - $\beta \times E_f$ para um carregamento total de 30,8 kN/m e altura útil da seção $d = 45$ cm	100
Figura 4.30 - $\beta \times E_f$ para um carregamento total de 30,8 kN/m e altura útil da seção $d = 50$ cm	100

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Número de simulações para diferentes probabilidades de falha	35
Tabela 2.2 - Valores de C_E de acordo com o ACI 440.2R-17 (2017)	50
Tabela 3.1 - Resumo dos tipos de contato	62
Tabela 3.2 - Propriedades dos materiais	67
Tabela 3.3 - Índices de confiabilidade alvo recomendados pelo fib <i>Model Code</i> 2010 (2012)	71
Tabela 4.1 - Propriedades dos materiais do experimento de Pivatto (2017)	74
Tabela 4.2 - Média dos resultados do experimento de Pivatto (2017)	75
Tabela 4.3 - Resultados das simulações das vigas de Pivatto (2017) do presente estudo	77
Tabela 4.4 - Comparativo entre modelos das simulações das vigas de Pivatto (2017)	79
Tabela 4.5 - Comparativo entre resultados para vigas reforçadas de Pivatto (2017)	80
Tabela 4.6 - Resultados do experimento de Ferreira <i>et al.</i> (2018)	82
Tabela 4.7 - Propriedades dos materiais do experimento de Ferreira <i>et al.</i> (2018)	82
Tabela 4.8 - Resultados das simulações das vigas de Ferreira <i>et al.</i> (2018)	83
Tabela 4.9 - Comparativo entre resultados para vigas reforçadas de Ferreira <i>et al.</i> (2018)	83
Tabela 4.10 - Propriedades dos materiais do experimento de Arduini <i>et al.</i> (1997)	85
Tabela 4.11 - Propriedades dos materiais do experimento de Beber (2003)	87
Tabela 4.12 - Resumo dos resultados de validação do modelo	88
Tabela 4.13 - Pontos de projeto e diferença entre modelos	90

LISTA DE SÍMBOLOS

A	área [cm ²]
a	profundidade do diagrama parábola retângulo simplificado [cm]
b	base [cm]
C	fator de redução
d	altura útil [cm]
E	módulo de elasticidade [GPa], média
exp	exponencial
f	tensão resistente [MPa]
G	energia [kN/mm, mJ/mm ²]
g	carga permanente [kN/m]
h	altura [cm]
I	momento de inércia [cm ⁴]
l	comprimento [cm]
M	momento [kNm]
N	quantidade de simulações
n	número de camadas de reforço
P	probabilidade
q	carga variável [kN/m]
R	resistência [kNm]
S	distribuição normal equivalente, solicitação [kNm]
s	deslocamento [mm]
t	espessura [mm]
u	parâmetro da distribuição Gumbel
X	variável aleatória

x	conjunto de variáveis aleatórias básicas, profundidade da linha neutra [cm]
Y	variável aleatória
y	distância do eixo neutro a uma face da viga [cm]

Símbolos gregos

α	cosseno diretor, coeficiente normalizado, parâmetro da distribuição Gumbel
β	índice de confiabilidade, fator de largura do PRF, coeficiente normalizado
δ	coeficiente de variação
ε	deformação específica, erro da simulação de Monte Carlo
ζ	desvio padrão da distribuição normal equivalente
θ	parâmetro de incerteza do modelo
λ	média da distribuição normal equivalente, fator relacionado ao peso do concreto
μ	média, coeficiente de atrito
ν	coeficiente de Poisson
ρ	taxa de armadura longitudinal
σ	tensão normal [MPa], desvio padrão
Σ	somatório
τ	tensão de cisalhamento [MPa]
Φ	função de distribuição acumulada normal padronizada
ψ	coeficiente normalizado (fator de redução adicional para o reforço)

Sub índices

at	atrito
c	concreto
cr	valor crítico
d	valor de projeto

e	valor efetivo
E	<i>environmental</i> (ambiental)
f	fratura, falha, fibra (reforço)
g	seção bruta do concreto
i	inicial, novo ponto de falha
int	interface
k	valor característico
m	média
max	máximo
n	valor máximo, valor resistente
P	carga permanente
q	carga variável
R	resistência
r	ruptura
S	solicitação, aço
t	tração
tan	tangente
u	valor último
x	eixo X, variável aleatória
y	eixo Y, escoamento
z	eixo Z
0	inicial
1	valor mínimo

LISTA DE ABREVIATURAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ACI	<i>American Concrete Institute</i>
ANSYS	<i>Analysis Systems</i>
APDL	<i>ANSYS Parametric Design Language</i>
CA	Concreto Armado
ELS	Estado-Limite de Serviço
ELU	Estado-Limite Último
FDA	Função de Distribuição Acumulada
FDP	Função Densidade de Probabilidade
fib	<i>Fédération Internationale du Béton</i>
FORM	<i>First Order Reliability Method</i>
FORTRAN	<i>IBM Mathematical Formula Translation System</i>
FOSM	<i>First Order Second Moment</i>
MEF	Método dos Elementos Finitos
MSR	Método da Superfície de Resposta
MPC	<i>Multi-Point Constraint</i>
MZC	Modelo da Zona de Coesão
NBR	Norma Brasileira
PRF	Polímeros Reforçados com Fibras
PRFC	Polímeros Reforçados com Fibras de Carbono
SORM	<i>Second Order Reliability Method</i>
SR	Superfície de Resposta
UPF	<i>User Programmable Features</i>

1. INTRODUÇÃO

O concreto armado é obtido através da adição de barras de aço no concreto simples, de modo que esta combinação passe a resistir a esforços de tração, uma vez que o concreto simples só tem boa resistência à compressão. Com esta combinação de materiais, além de a estrutura passar a resistir aos esforços de tração e compressão, o concreto protege o aço contra a corrosão e tem boa resistência ao fogo, possui capacidade de ser moldado em várias formas e no local da obra, e a mão de obra para sua execução é barata. Em contrapartida, segundo Silva (2018), uma estrutura de concreto armado apresenta elevado peso próprio e maior tempo de execução em relação a outros tipos de estruturas.

Em estruturas de concreto armado, um reforço pode ser empregado para cumprir exigências de segurança quando ocorre um mau dimensionamento da estrutura, manifestações patológicas, desastres ou em decorrência de alterações no uso de uma edificação (devido ao alto custo envolvido em se demolir e refazer uma estrutura de concreto armado).

Segundo Ferreira (2017), polímeros reforçados com fibras (PRF) são materiais não corrosíveis que apresentam alta resistência a esforços de tração, baixo peso específico, alta durabilidade e neutralidade eletromagnética, que são propriedades requeridas para reforço de estruturas de concreto armado. Os PRF também possuem outras vantagens comparados a materiais convencionais para reforço. Suas boas propriedades mecânicas e seu baixo peso específico permitem ganho de resistência sem alterações nas dimensões e no peso da estrutura.

De acordo com a norma brasileira para projeto de estruturas de concreto, a ABNT NBR 6118 (2014), vigas são elementos lineares em que a flexão é preponderante, onde se tem por elementos lineares: elemento no qual o comprimento longitudinal excede em no mínimo três vezes a maior parte do comprimento transversal. Segundo Silva (2018), a viga retangular com armadura simples normalmente é a solução mais econômica, onde o aço resiste aos esforços de tração e o concreto resiste aos esforços de compressão.

Para Carvalho (2018), a segurança estrutural está associada aos conceitos de confiabilidade, ductilidade, fidelidade e durabilidade. A confiabilidade pode ser prejudicada pelas diversas fontes de incerteza presentes em uma estrutura, como aquelas relacionadas ao projeto, às propriedades dos materiais, à execução da obra ou mesmo à ocorrência de fenômenos naturais inesperados. Segundo Coelho (2018), em geral, a análise de confiabilidade estrutural está relacionada ao tratamento racional das incertezas no projeto estrutural. Desta forma, é necessário prever o comportamento dessas fontes de incerteza, que são variáveis aleatórias, a fim de se construir uma estrutura com a menor probabilidade de falha possível para um dado período de tempo. Haldar e Mahadevan (2000)

explicam que a segurança de um sistema de engenharia somente pode ser estabelecida em termos de probabilidade. Segundo Nova (2017), na determinação da confiabilidade gera-se uma quantidade de incertezas causadas pela aleatoriedade de alguns parâmetros, os quais devem ser estimados para o cálculo da probabilidade de falha de uma estrutura. Parte dessas incertezas são causadas por erros humanos que afetam o desempenho e, portanto, a segurança de uma estrutura.

A teoria de segurança da norma brasileira para projeto de estruturas de concreto é a Teoria Semi-Probabilística de Segurança (Método dos Estados Limites), que, de acordo com Paliga (2008), é um meio termo entre o ideal da Teoria Probabilística Pura e o ultrapassado Método das Tensões Admissíveis. Ainda segundo Paliga (2008), nesse método, os conceitos probabilísticos são introduzidos através dos valores característicos inferiores e dos coeficientes de minoração das resistências dos materiais utilizados, e também através dos valores característicos superiores e dos coeficientes da majoração das solicitações.

Quanto à modelagem computacional de estruturas de concreto, um grande problema que surge na representação do concreto armado é que ele é um material que possui resposta mecânica altamente não-linear, provocada, dentre outros fatores, devido à enorme diferença entre as resistências do concreto à tração e à compressão, à interação entre concreto e aço, aos efeitos de retração e fluência, fissuração, plastificação e à heterogeneidade do material.

1.1. Justificativa

Este trabalho é justificado pela dificuldade de modelagem computacional de estruturas de concreto reforçadas e pela omissão da norma brasileira de concreto armado em relação ao reforço com PRFs. Dessa forma, este trabalho visa realizar análises probabilísticas que podem contribuir para o processo de desenvolvimento de uma norma nacional para reforço de vigas.

1.2. Metodologia

A metodologia empregada consistiu no desenvolvimento e validação de um modelo em elementos finitos para simulação de vigas de concreto armado reforçadas à flexão com mantas de fibra de carbono. O modelo foi validado através da comparação entre os resultados obtidos numericamente a resultados experimentais disponíveis na literatura.

Em seguida, foi dimensionada uma viga de acordo com a NBR 6118 (2014) e seu reforço foi dimensionado de acordo com a norma americana ACI 440.2R (2017). A função de resposta da viga foi obtida através do Método da Superfície de Resposta, e com esse polinômio foram realizadas simulações de Monte Carlo e aplicado o método FORM para determinação do índice de confiabilidade por cada método.

Por fim, os resultados dos métodos foram comparados e, através de um estudo paramétrico, determinadas as variáveis de maior impacto no índice de confiabilidade.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo geral

Avaliar a confiabilidade estrutural de vigas de concreto armado reforçadas com polímeros reforçados com fibras de carbono (PRFC) submetidas a flexão.

1.3.2. Objetivos específicos

- a) Desenvolver uma metodologia computacional para simulação de vigas de concreto armado reforçadas à flexão com PRFC e validar essa metodologia.
- b) Avaliar a confiabilidade da norma americana ACI 440.2R-17 (2017) quanto ao dimensionamento de reforço à flexão em vigas de concreto armado.
- c) Analisar os índices de confiabilidade obtidos por diferentes métodos de análise probabilística e realizar um estudo paramétrico.

1.4. Organização do trabalho

Este trabalho foi dividido em cinco capítulos.

No primeiro capítulo é realizada a introdução aos temas abordados, considerações iniciais, apresentação da justificativa, metodologia e objetivos.

No segundo capítulo é apresentada a revisão bibliográfica, com uma abordagem dos conceitos utilizados e apresentação de trabalhos realizados anteriormente por outros pesquisadores. Também neste capítulo é apresentado o estado da arte, mostrando onde se insere o presente estudo.

No terceiro capítulo é apresentada a metodologia utilizada, o procedimento de análise no ANSYS e de análise probabilística.

No quarto capítulo são mostrados os resultados obtidos com a validação do modelo, das análises de confiabilidade e é realizado um estudo paramétrico.

Por fim, no quinto capítulo são apresentadas as conclusões.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. Estado da arte

2.1.1. Trabalhos relevantes sobre confiabilidade de estruturas de concreto

Minasi (2016) testou a confiabilidade de vigas de concreto armado em estruturas portuárias no estado limite último de flexão, levando em consideração as prescrições da ABNT NBR 6118 (2014). A verificação da confiabilidade estrutural se deu pela avaliação da probabilidade de falha através do FORM. Foram realizados estudos paramétricos para avaliar a confiabilidade das vigas de acordo com a variação de alguns fatores, como a resistência à compressão do concreto, o carregamento permanente e variável e a taxa de armadura tracionada. Os resultados se mostraram coerentes, tendo o índice de confiabilidade apresentado grande variação para os casos de carregamento variável elevado e de redução da taxa de armadura tracionada (devido à corrosão), concluindo com a necessidade de revisar os coeficientes de segurança propostos pela norma brasileira para cargas variáveis.

Ferreira (2017) estudou a confiabilidade de pilares circulares curtos de concreto armado confinados por fibra de carbono e realizou a comparação entre cinco modelos determinísticos distintos. Através de um estudo paramétrico envolvendo resultados experimentais e simulações de Monte Carlo, foram obtidas as estatísticas das variáveis de erro do modelo para cada um desses modelos, determinando também a correlação entre essas variáveis, e foi identificado que as variáveis de maior impacto na probabilidade de falha dos pilares foram a resistência do concreto, a taxa de armadura longitudinal e o grau de confinamento por PRF.

Nova (2017) propôs sistematizar o procedimento para avaliação da confiabilidade estrutural de pontes de concreto protendido com base no índice de confiabilidade e a correspondente probabilidade de falha. O Método de Monte Carlo foi utilizado no processo de simulação das variáveis de projeto, que foram: as resistências dos materiais, propriedades geométricas e o carregamento aplicado à estrutura. Para isto, foi utilizado o *software* Abaqus e os valores obtidos pelo método de simulação foram validados através do método analítico FORM. Os resultados obtidos para o índice de confiabilidade foram comparados com valores indicados por normas internacionais, e concluiu-se que o procedimento sistematizado pode ser utilizado para avaliar a confiabilidade de uma ponte em concreto protendido de uma forma prática e efetiva.

Silva (2017) analisou a confiabilidade das ligações laje-pilar interno sob punção quando

projetadas de acordo com as diretrizes da ABNT NBR 6118 (2014). O autor justificou sua pesquisa citando que as demandas do mercado da construção civil têm exigido vãos cada vez maiores e ao mesmo tempo alturas cada vez menores das vigas, o que tem levado muitos projetistas à adoção da solução do pavimento em laje lisa em concreto armado ou protendido, e o trabalho teve como objetivo principal a análise da confiabilidade da ligação laje-pilar interno sob o efeito da punção em lajes que se apoiam diretamente sobre pilares. Para a análise da confiabilidade foi utilizada a ferramenta *Probabilistic Design* do ANSYS, empregando o método de simulação numérica de Monte Carlo com amostragem por *Latin Hypercube*. Os resultados mostraram que as lajes lisas sem armadura de cisalhamento obtiveram índices de confiabilidade adequados, porém, quando introduzida a armadura de cisalhamento, o índice de confiabilidade foi, em grande parte, menor que o índice alvo adotado.

Barbosa (2017) desenvolveu um modelo de elementos finitos para análise de pilares de concreto armado através do *software* ANSYS, representando o comportamento não-linear do concreto através da ferramenta UPF, utilizando uma rotina estruturada em linguagem FORTRAN e tendo como base as equações constitutivas apresentadas no fib *Model Code* 2010 (2012). Para o teste do modelo e análise probabilística dos pilares, o autor se valeu do método de Monte Carlo através da ferramenta *Probabilistic Design* do ANSYS, determinando o índice de confiabilidade das peças e a influência dos diversos parâmetros de projeto nestes índices. O autor verificou que as recomendações da norma brasileira ABNT NBR 6118 (2014) para projeto de pilares submetidos à flexo-compressão normal atendem aos requisitos de confiabilidade. Entretanto, tratando-se dos pilares em flexo-compressão oblíqua, quase metade dos projetos não atingiram os índices de confiabilidade alvo estabelecidos no estudo.

Outros trabalhos envolvendo o tema da confiabilidade são os de Liberati (2014), que verificou a confiabilidade de estruturas de concreto armado submetidas à penetração de cloretos; Rocha (2014), que analisou a confiabilidade de vigas portuárias de concreto protendido, conforme critérios da ABNT NBR 6118 (2014); San Martins (2014), que avaliou a confiabilidade de vigas pré-tracionadas de concreto protendido em relação ao estado limite último de flexão, segundo as recomendações da norma brasileira ABNT NBR 6118 (2014); Sakamoto (2016), que aplicou a análise de confiabilidade estrutural a um edifício alto submetido à ação do vento e considerando o conforto humano na avaliação dos modos de falha; Badimuen (2017), que verificou a influência da resistência à compressão do concreto na confiabilidade de estruturas existentes; e Vieira (2017), que avaliou a confiabilidade em pilares curtos de concreto de alta resistência.

Existem ainda as publicações de Santos *et al.* (2014), que analisaram a confiabilidade de vigas projetadas de acordo com as normas brasileiras; Pereira *et al.* (2017), que estudaram a confiabilidade

de pilares mistos aço-concreto parcialmente revestidos em flexo-compressão; Santiago e Beck (2017), que investigaram a variabilidade da resistência à compressão do concreto em diferentes regiões do Brasil; Bairán e Casas (2018), que buscaram uma calibração do fator de segurança para um novo modelo de resistência ao cisalhamento de vigas e lajes de concreto armado; Nogueira e Rodrigues (2018), que fizeram a análise de confiabilidade de uma viga de concreto armado considerando modelos não lineares de materiais, além de verificar a influência de múltiplos modos de falha na avaliação da segurança global; Xu *et al.* (2018), que avaliaram a confiabilidade de vigas de concreto armado com relação à fissuração no estado-limite de serviço devido a deflexões excessivas; e Yanweerasak *et al.* (2018), que avaliaram a confiabilidade de pontes de concreto armado sob vários riscos.

2.1.2. Trabalhos relevantes sobre modelagem computacional de estruturas de concreto

Gamino (2007) propôs o desenvolvimento de estratégias de modelagem numérica para estruturas de concreto reforçadas com PRFC. Foram utilizados diversos *softwares* de elementos finitos no processo, e os resultados foram complementados por ensaios experimentais, avaliando também a eficiência do reforço e os modos de ruptura das vigas. Foram apresentados modelos bidimensionais e tridimensionais, considerando, em algumas simulações, a aderência entre concreto e aço e entre concreto e compósito, neste último caso sendo representado também o comportamento da resina epóxi. Foi observado que os melhores resultados ocorreram quando se utilizava armaduras discretas e incorporadas com tratamento da perda de aderência aço-concreto.

Paliga *et al.* (2012) realizaram a análise numérica do comportamento estrutural de vigas de concreto armado reforçadas à flexão através de um sistema compósito à base de malhas de fibras sintéticas coladas na superfície de concreto com argamassa de cimento. O modelo numérico foi baseado no método dos elementos finitos, sendo capaz de acompanhar a resposta estrutural desde o início do carregamento até a carga de ruptura, e também foi capaz de prever modos de falha. Os resultados numéricos foram comparados a experimentais e demonstraram a eficiência da técnica de reforço e a capacidade do modelo numérico.

Sarturi (2014) realizou simulações computacionais de estruturas de concreto reforçadas com aço e compósitos de fibra de carbono. Em seu trabalho, foi empregado o método dos elementos finitos por meio do *software* Abaqus, e foram utilizados modelos constitutivos baseados na mecânica do dano e em conceitos de energia de fratura para a modelagem da interface concreto-compósito. A aderência do reforço foi analisada considerando união perfeita dos materiais e também através de um Modelo de Zona de Coesão, o que permitiu a consideração mais realista das propriedades do adesivo

químico de ligação reforço-concreto e do sistema como um todo. Os resultados obtidos se mostraram muito próximos e satisfatórios quando comparados com resultados disponíveis na literatura, e o autor verificou que há pouca variação no resultado quando se utiliza modelos ortotrópicos ou isotrópicos para a fibra de carbono.

Pivatto (2017) analisou o comportamento estrutural por meio de métodos experimentais e modelagem numérica de vigas biapoiadas de concreto armado reforçadas à flexão com PRFC, além de analisar a influência da adição de incrementos de ancoragem no comportamento da peça. Foi utilizado o *software* ANSYS e verificado o ganho de resistência quando utilizada uma ou duas camadas de reforço. A interface concreto-reforço foi considerada na simulação computacional, sendo explicado que os esforços atuantes nesta região geralmente são a causa da ruptura neste tipo de peça. Para isso, foi utilizado um modelo da zona de coesão como método de representação da interface, e observou-se que a adição de incrementos de ancoragem levou a um acréscimo na resistência mais efetivo que o aumento do número de camadas.

Scherer (2018) avaliou a confiabilidade de vigas de concreto armado pelo método dos elementos finitos, introduzindo um modelo adaptado de Barbosa (2017) para vigas e combinando simulações de Monte Carlo aos métodos da Superfície de Resposta e FORM, com o objetivo de investigar o nível de segurança da norma brasileira no projeto de vigas de concreto armado em relação ao estado-limite último de flexão através da realização de um estudo paramétrico. Os resultados mostraram que o índice de confiabilidade das vigas tende a aumentar com o aumento do carregamento característico; a reduzir com o aumento da resistência característica à compressão; e a reduzir com o aumento da altura da seção transversal da viga. Foi observado também que os índices de confiabilidade apresentam uma boa uniformidade em relação à variação desses parâmetros.

Silva (2018) analisou o comportamento numérico de paredes de concreto armado com aberturas, destacando que os PRFC se apresentam como uma solução bastante eficiente na recuperação desses elementos estruturais. Foram analisados a carga de ruptura, padrão de fissuração e modos de ruptura de modelos numéricos com o auxílio dos *softwares* Abaqus e Atena, e estes resultados foram comparados a resultados experimentais. Observou-se que os modelos numéricos, em geral, apresentaram cargas de ruptura inferiores às experimentais, destacando a dificuldade em se modelar a região da interface estrutura-reforço.

Entre as publicações, pode-se citar ainda os trabalhos de Gora *et al.* (2018), que analisaram pilares reforçados com fibras, e Purushottam e Hemantkumar (2016), que analisaram lajes, ambos utilizando a versão *Workbench* do ANSYS; Cohen *et al.* (2018), que investigaram numericamente o descolamento do reforço por aparecimento de fissura intermediária; e Kohnehpooshi e Jaafar (2017),

que desenvolveram um modelo tridimensional em elementos finitos para estruturas de concreto reforçadas.

2.1.3. Relevância da pesquisa

No âmbito da modelagem computacional de estruturas de concreto, o presente trabalho visa contribuir para o estado da arte através do desenvolvimento de uma metodologia para simulação de vigas de concreto armado reforçadas com PRFC, sendo utilizado o método dos elementos através da versão *Workbench* do *software* ANSYS.

Além disso, o trabalho também se insere no tema da confiabilidade de estruturas de concreto, sendo avaliada a confiabilidade de vigas reforçadas, buscando contribuir para o desenvolvimento de uma norma brasileira sobre o tema e para trabalhos futuros que utilizem os métodos empregados.

2.2. Vigas de concreto armado

Segundo Silva (2018), concreto armado é o material estrutural composto pela associação do concreto com barras de aço de modo que constituam um sólido único, do ponto de vista mecânico, quando submetido às ações externas. O concreto tem boa resistência à compressão; o aço tem elevada resistência à tração e à compressão; ocorre uma boa aderência entre o aço e o concreto; o concreto protege o aço contra a corrosão; e o aço e o concreto têm coeficientes de dilatação térmica muito parecidos. Ainda segundo Silva (2018), as principais vantagens do concreto armado são: maior liberdade de formas; baixo custo quando comparado com outros sistemas estruturais; boa resistência a choques, vibrações e altas temperaturas; e a resistência à compressão do concreto aumenta com a idade. E as principais desvantagens são: peso próprio elevado (25 kN/m^3); peça sujeita a fissuração; e necessidade de fôrmas e escoramentos, com dificuldade para realizar adaptações posteriores.

Devido à baixa resistência do concreto aos esforços de tração (cerca de dez vezes inferior à resistência à compressão), as barras de aço são posicionadas na região de tração do elemento estrutural, seja ele uma viga, uma laje ou mesmo um pilar submetido a flexo-compressão. A armadura inserida no concreto é chamada de armadura passiva. Segundo a NBR 6118 (2014), armadura passiva é qualquer armadura que não seja usada para produzir forças de protensão, isto é, que não seja previamente alongada, o que significa que as tensões e deformações nela aplicadas devem-se exclusivamente aos carregamentos aplicados nas peças onde está inserida.

Segundo a ABNT NBR 6118 (2014), o carregamento da estrutura pode ser dividido em dois tipos de estados-limite distintos. O estado-limite de serviço (ELS) é aquele relacionado ao conforto do usuário e à durabilidade, aparência e boa utilização das estruturas, seja em relação aos usuários, seja em relação às máquinas e aos equipamentos suportados pelas estruturas. A norma também

especifica estado-limite último (ELU), que é o estado-limite relacionado ao colapso ou a qualquer outra forma de ruína estrutural, que determine a paralisação do uso da estrutura. Os elementos de concreto armado devem ser dimensionados no ELU, prevendo o comportamento da estrutura quando submetida a um carregamento de ruína. Os projetos de vigas de concreto armado devem levar em consideração os esforços aos quais as vigas estarão submetidas, de modo que sejam atendidas as verificações em relação ao ELU e ELS.

Para Silva (2018), a vantagem de se dimensionar a peça na ruptura é que pode-se escolher as deformações que essa peça vai ter no caso de uma ruína. No caso de peças com visíveis evoluções de deformações e fissuras, sabe-se que a estrutura está dando sinais de que vai romper. Nesse caso, há tempo para fazer uma recuperação estrutural antes que essa ruína aconteça. Essa é uma grande vantagem de se dimensionar no ELU.

Em edificações, as vigas recebem carregamento das lajes e os transferem para os apoios, que geralmente são constituídos por pilares ou mesmo outras vigas que receberão o carregamento e farão a transferência deste até as fundações e o solo, conforme Fig. 2.1.

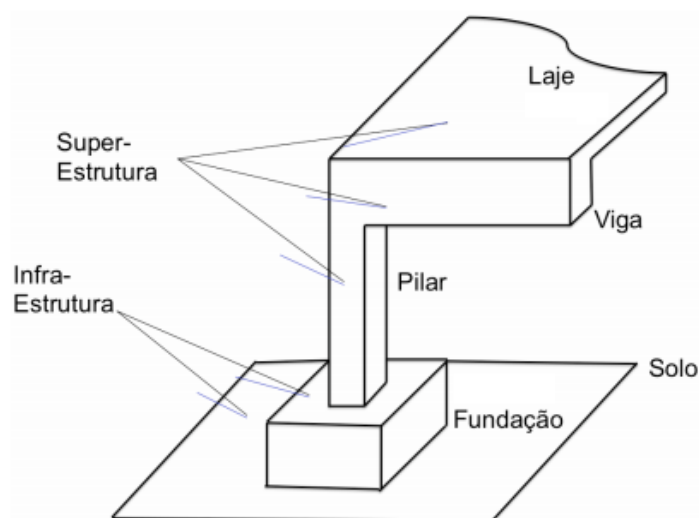


Figura 2.1 - Elementos estruturais de uma edificação
Fonte: Silva (2018)

2.3. Confiabilidade em estruturas de concreto

Confiabilidade é a medida probabilística de que um sistema desempenhará a função para a qual foi projetado, durante sua vida útil, dentro das condições especificadas para seu funcionamento.

Segundo Rocha (2014), os projetos estruturais devem considerar incertezas associadas às propriedades dos materiais, às propriedades geométricas e aos carregamentos. Essas incertezas tornam impossível a elaboração de um projeto que apresente segurança total (ou probabilidade de

falha nula), visto que determinada combinação de valores das variáveis pode resultar em uma condição de falha.

A seguir, são apresentados os conceitos da análise probabilística e dos métodos que serão empregados neste trabalho.

2.3.1. Confiabilidade em engenharia

A maior parte dos fenômenos relacionados à engenharia apresenta um grau de incertezas. De acordo com Scherer (2018), tomando como exemplo o ensaio axial de um conjunto de barras de aço tidas como idênticas, os valores das cargas de ruptura não serão os mesmos para todas as barras, caracterizando uma aleatoriedade em relação à resistência do material. Essa é uma realidade nos diversos materiais utilizados na construção civil, onde, de forma geral, uma série de dados experimentais tende a apresentar valores dispersos, ainda que alguns sejam mais frequentes que outros. A essa dispersão é atribuído o termo incerteza.

Ou seja, por mais desenvolvido, complexo e preciso que seja um modelo de cálculo para dimensionamento de estruturas, é impossível prever com certeza as condições de carregamento e resistência que essa estrutura apresentará durante sua vida útil. As propriedades finais da estrutura, como as resistências dos materiais empregados, a intensidade dos carregamentos permanentes e acidentais, o posicionamento das armaduras e as dimensões de seções transversais tendem a variar em torno de um valor médio conhecido.

O problema básico da confiabilidade estrutural se encontra na verificação que a força resistente R seja maior do que a força solicitante S ao longo da vida útil da estrutura. Devido às incertezas na determinação das resistências e das solicitações, a confiabilidade só pode ser tratada em termos probabilísticos, ou seja, $P(R > S)$ (DINIZ, 2008, *apud* VIEIRA, 2017).

Conforme Santos e Eboli (2006, *apud* Nova, 2017), a aplicação da análise de confiabilidade leva a atingir dois objetivos principais: verificar se, durante a vida útil de uma estrutura, esta apresentará um nível adequado de desempenho, e verificar se terá uma probabilidade de falha menor que um valor pré-estabelecido.

2.3.2. Conceitos estatísticos

Bussab e Morettin (2010) explicam que média (μ ou $E(X)$) é a soma das observações dividida pelo número delas (ou a medida do valor esperado de uma variável em determinado conjunto), moda é o valor mais frequente de uma variável aleatória e mediana é o valor da variável que ocupa a posição central da série de observações (ou o valor da variável aleatória para o qual os valores inferiores ou superiores são igualmente prováveis).

Variância é uma medida de dispersão e expressa o quanto um conjunto de dados se desvia da média, ou seja, o quão uniforme é um conjunto. O desvio padrão (σ) é definido como a raiz quadrada da variância. Para Bussab e Morettin (2010), tanto a variância como o desvio médio são medidas de dispersão calculadas em relação à média das observações. A vantagem de se usar o desvio padrão em vez da variância é que o desvio padrão é expresso na mesma unidade dos dados analisados, o que facilita a comparação.

Segundo Bussab e Morettin (2010), o coeficiente de variação é definido como a razão entre o desvio padrão e a média amostral e é usualmente expresso em porcentagem, conforme Eq. (2.1).

$$\delta_X = \frac{\sigma_X}{\mu_X} \quad (2.1)$$

2.3.3. Conceitos probabilísticos

Probabilidade pode ser considerada como uma medida numérica da possibilidade de ocorrência de um evento relativo a um conjunto de eventos alternativos.

Em probabilidade, um espaço amostral é o conjunto de todas as possibilidades em um problema probabilístico, e um ponto amostral é cada uma das possibilidades de forma individual. Para Haldar e Mahadevan (2000), um espaço amostral consiste em pontos amostrais que são mutuamente exclusivos. Desta forma, um espaço amostral pode ser discreto (onde os pontos amostrais são entidades individualmente discretas e contáveis) ou contínuo (formado por um conjunto de pontos amostrais). Um espaço amostral pode ainda ser finito (com número limitado de pontos amostrais) ou infinito.

Segundo Haldar e Mahadevan (2000), um evento é um subconjunto do espaço amostral. É considerado uma ou mais ocorrências possíveis dentro de um espaço de possibilidades. A probabilidade de um evento depende das probabilidades individuais das ocorrências dentro do espaço amostral.

Uma variável aleatória é uma lei que relaciona eventos de um espaço amostral com a reta dos números reais (NOWAK E COLLINS, 2000). Se X é uma variável aleatória, sua distribuição de probabilidade pode sempre ser descrita por sua Função de Distribuição Acumulada (FDA), a qual é dada pela Eq. (2.2).

$$F_X(x) = P(X \leq x), \text{ para todo } x \quad (2.2)$$

Haldar e Mahadevan (2000) explicam que em variáveis contínuas, para um valor específico de X , tal como $X = x$, uma Função Densidade de Probabilidade (FDP) é definida. Esta função não

fornece informações diretas de probabilidade, mas apenas indica a natureza da aleatoriedade. Se a FDA possui uma primeira derivada, então a FDP é dada conforme a Eq. (2.3).

$$f_X(x) = \frac{dF_X(x)}{dx} \quad (2.3)$$

A probabilidade de que valores de X estarão no intervalo $(x, x+dx)$ é dada pela Eq. (2.4).

$$P(x < X \leq x + dx) = f_X(x)dx \quad (2.4)$$

Segundo Haldar e Mahadevan (2000), a FDP deve ser uma função não-negativa, pode ser nula e, teoricamente, seu intervalo vai de $-\infty$ a $+\infty$. Já a FDA deve ser igual a 0 em $-\infty$ e 1 em $+\infty$. Para uma variável aleatória contínua, a Fig. 2.2 ilustra os gráficos das funções $f_X(x)$ e $F_X(x)$.

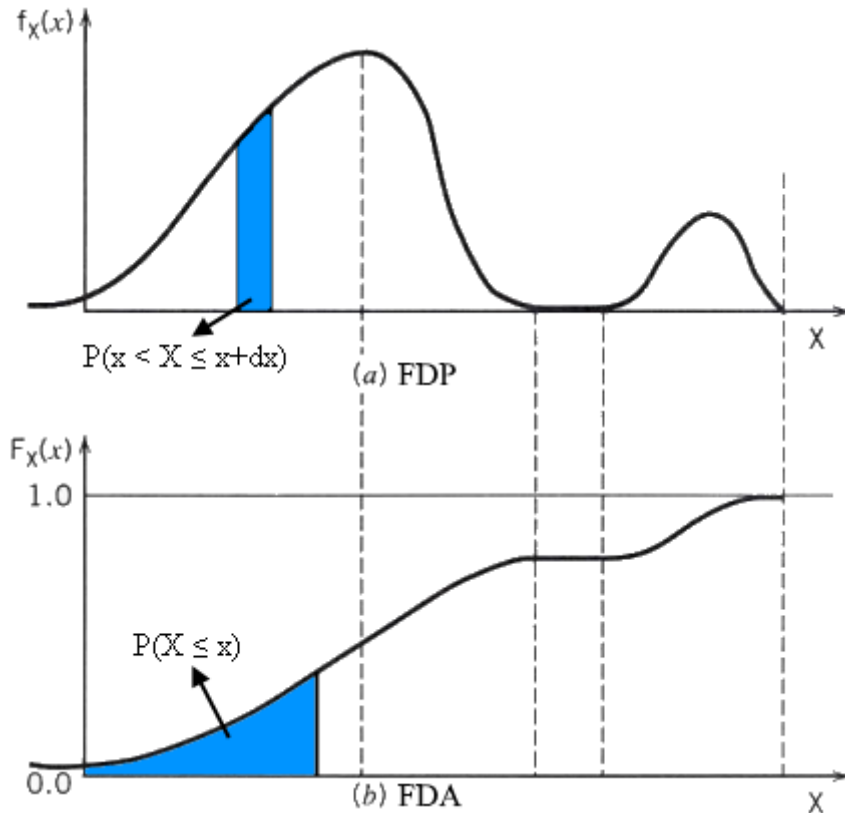


Figura 2.2 - Funções Densidade de Probabilidade (a) e de Distribuição Acumulada (b)

Fonte: adaptado de Haldar e Mahadevan (2000)

A probabilidade do evento $(a < x \leq b)$ pode ser encontrada através da Eq. (2.5), no caso de variável aleatória discreta, ou Eq. (2.6), se for contínua.

$$P(a < x \leq b) = \sum_{\forall x_i \leq b} p_X(x_i) - \sum_{\forall x_i \leq a} p_X(x_i) \quad (2.5)$$

$$P(a < x \leq b) = \int_{-\infty}^b f_X(x)dx - \int_{-\infty}^a f_X(x)dx \quad (2.6)$$

Distribuições de probabilidade

Distribuição de probabilidade é uma lei ou regra que descreve as medidas de probabilidade associadas com todos os valores possíveis de uma variável aleatória. Uma distribuição de probabilidade descreve o comportamento aleatório de um fenômeno. Segundo Haldar e Mahadevan (2000), qualquer modelo matemático que satisfaça as propriedades da FDP e FDA pode ser usado para quantificar as incertezas de uma variável aleatória.

Entre as distribuições de probabilidade, a distribuição normal tem maior importância, pois, de acordo com o Teorema do Limite Central, a distribuição normal aborda o comportamento assintótico de várias distribuições de probabilidade. Segundo Bussab e Morettin (2010), esse teorema afirma que quando o tamanho da amostra aumenta, a distribuição amostral da sua média aproxima-se cada vez mais de uma distribuição normal. Para Haldar e Mahadevan (2000), esta distribuição é uma das mais comuns em problemas de engenharia.

De acordo com Haldar e Mahadevan (2000), a FDP da distribuição normal é expressa pela Eq. (2.7) e sua FDA pela Eq. (2.8).

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma_X \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu_X}{\sigma_X} \right)^2 \right], -\infty \leq x < \infty \quad (2.7)$$

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sigma_X \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu_X}{\sigma_X} \right)^2 \right] dx \quad (2.8)$$

Os parâmetros da distribuição normal são a média (μ) e o desvio padrão (σ). A distribuição normal é amplamente representada por $N(\mu, \sigma)$, indicando que se trata de uma variável aleatória normal com média igual a μ e desvio padrão igual a σ (HALDAR E MAHADEVAN, 2000). Esta distribuição é simétrica em torno da média e o desvio padrão dá o formato da curva, onde um maior desvio padrão resulta em um gráfico da FDP mais achatado, conforme Fig. 2.3.

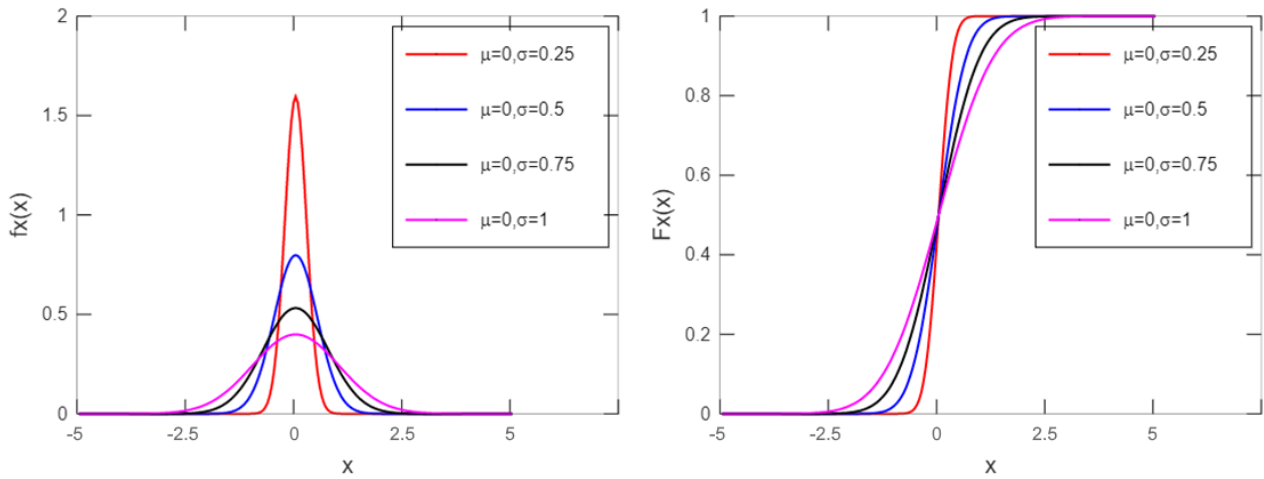


Figura 2.3 - Distribuição normal

Fonte: autor

Entretanto, não é simples determinar probabilidades pela integração da Eq. (2.7). Este problema pode ser resolvido transformando a variável aleatória normal original em uma variável normal padrão (com média zero), conforme Eq. (2.9) (HALDAR E MAHADEVAN, 2000).

$$S = \frac{x - \mu_X}{\sigma_X} \quad (2.9)$$

Assim, a FDP de S é dada pela Eq. (2.10), e sua FDA correspondente pela Eq. (2.11).

$$f_S(s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}s^2\right], -\infty \leq s < \infty \quad (2.10)$$

$$F_S(s) = \int_{-\infty}^s \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}s^2\right] ds \quad (2.11)$$

Valores para a Eq. (2.11) são tabelados e disponíveis para diversos valores de S .

Outra distribuição bastante utilizada é a distribuição lognormal. Conforme Haldar e Mahadevan (2000), em diversos problemas de engenharia, a variável aleatória não pode assumir valores negativos devido a aspectos físicos do problema. Nessas situações, a modelagem das variáveis como lognormais (considerando o logaritmo natural da variável X) é a mais apropriada, automaticamente eliminando a possibilidade de valores negativos. A distribuição lognormal é apresentada na Fig. 2.4 e sua FDP é dada pela Eq. (2.12). Sua integração resulta na FDA correspondente, seus parâmetros são calculados a partir das Eqs. (2.13) e (2.14).

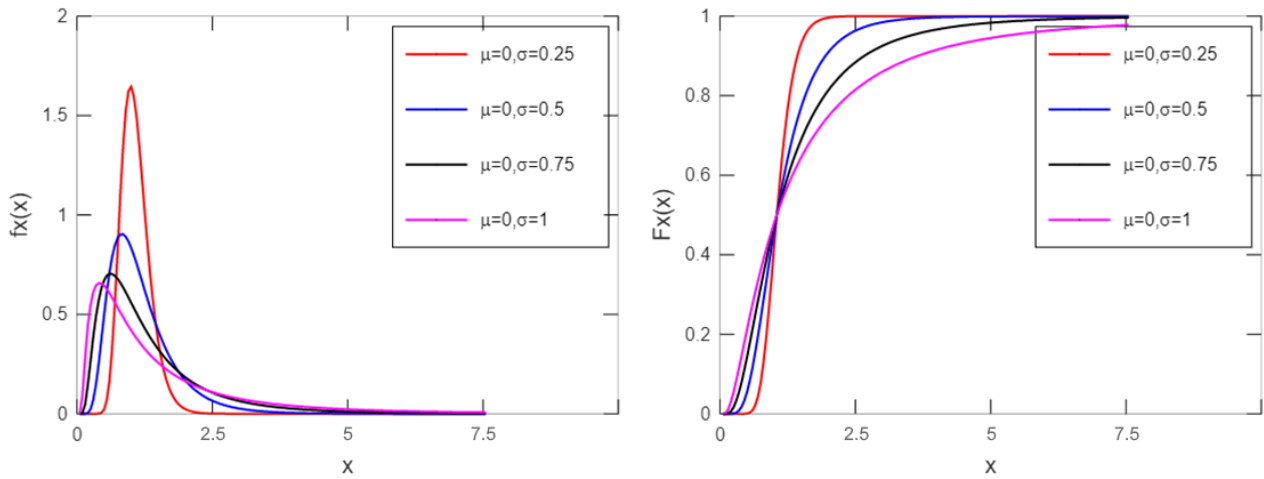


Figura 2.4 - Distribuição lognormal
Fonte: autor

$$f_X(x) = \frac{1}{\zeta_X \sqrt{2\pi x}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln x - \lambda_X}{\zeta_X} \right)^2 \right], 0 \leq x < \infty \quad (2.12)$$

$$\lambda_X = \ln \mu_X - \frac{1}{2} \zeta_X^2 \quad (2.13)$$

$$\zeta_X^2 = \ln(1 + \delta_X^2) \quad (2.14)$$

Se $\delta < 0,3$, é possível considerar $\zeta = \delta$. No entanto, segundo Haldar e Mahadevan (2000), assim como na distribuição normal, a integração da Eq. (2.12) é bastante complicada, sendo necessário o uso da transformação da variável com consulta de valores tabelados utilizando a distribuição normal equivalente, conforme valor de S calculado pela Eq. (2.15).

$$S = \frac{\ln x - \lambda_X}{\zeta_X} \quad (2.15)$$

Por fim, uma última distribuição de probabilidade de interesse para este trabalho é a distribuição de valores extremos. Para Haldar e Mahadevan (2000), em várias aplicações de engenharia, os valores extremos que uma variável pode assumir são de especial importância para um projeto. Se X é uma variável com uma função de distribuição conhecida e se há n amostras de X , então os valores extremos das amostras podem ser definidos por Y_l (valor mínimo) e Y_n (máximo). Se diferentes conjuntos de amostras de mesmo tamanho n são obtidas para X , cada conjunto terá valores mínimos e máximos diferentes. Usando esses conjuntos, é possível modelar funções de distribuição de valores mínimos e máximos.

Uma distribuição de valores extremos comumente utilizada para representar carregamentos ambientais é a Distribuição de Valores Extremos Tipo I (ou distribuição Gumbel). Segundo Haldar e Mahadevan (2000), a FDA desta distribuição, no caso de valores máximos, é mostrada na Eq. (2.16), sua FDP correspondente na Eq. (2.17) e seus parâmetros podem ser calculados a partir das Eqs. (2.18) e (2.19).

$$F_{Y_n}(Y_n) = \exp\{-\exp[-\alpha_n(Y_n - u_n)]\} \quad (2.16)$$

$$f_{Y_n}(Y_n) = \alpha_n \exp[-\alpha_n(Y_n - u_n)] \exp\{-\exp[-\alpha_n(Y_n - u_n)]\}, -\infty \leq Y_n < \infty \quad (2.17)$$

$$\alpha_n = \frac{1}{\sqrt{6}} \left(\frac{\pi}{\sigma_{Y_n}} \right) \quad (2.18)$$

$$u_n = \mu_{Y_n} - \frac{0,5772}{\alpha_n} \quad (2.19)$$

A FDA da distribuição Gumbel para valores mínimos é mostrada na Eq. (2.20), sua FDP correspondente na Eq. (2.21) e seus parâmetros podem ser calculados a partir das Eqs. (2.22) e (2.23). Em geral, a forma assintótica de Tipo I (Fig. 2.5) é obtida pela convergência de distribuições com uma cauda exponencial, como a cauda exponencial da FDP da distribuição normal. Assim, os valores extremos de uma variável normal apresentam distribuições de valores extremos do Tipo I.

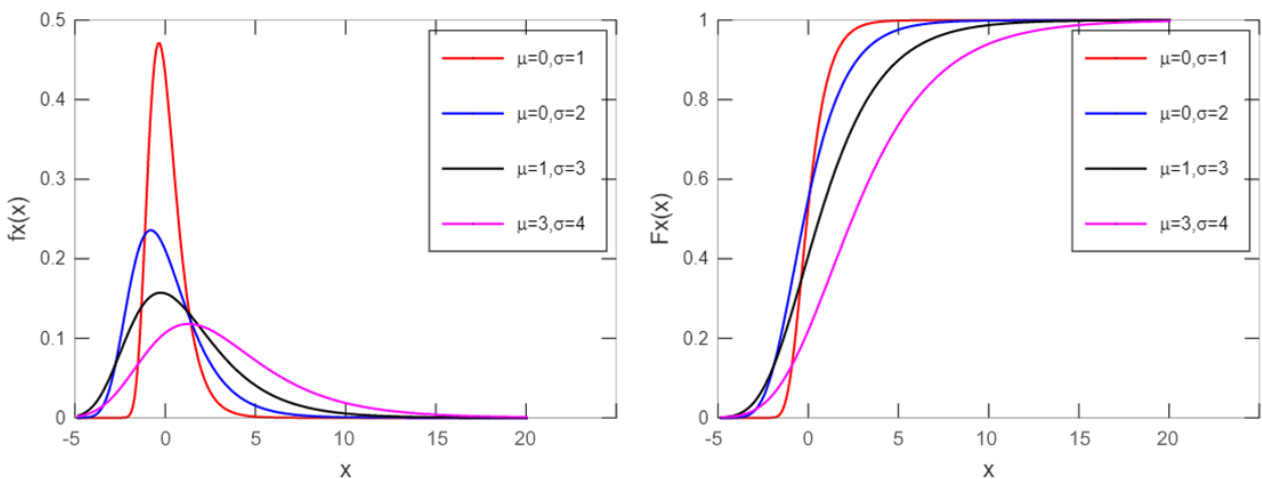


Figura 2.5 - Distribuição Gumbel para valores máximos
Fonte: autor

$$F_{Y_1}(Y_1) = 1 - \exp\{-\exp[-\alpha_1(Y_1 - u_1)]\} \quad (2.20)$$

$$f_{Y_1}(Y_1) = \alpha_1 \exp[-\alpha_1(Y_1 - u_1)] \exp\{-\exp[-\alpha_1(Y_1 - u_1)]\}, -\infty \leq Y_1 < \infty \quad (2.21)$$

$$\alpha_n = \frac{1}{\sqrt{6}} \left(\frac{\pi}{\sigma_{Y_1}} \right) \quad (2.22)$$

$$u_1 = \mu_{Y_1} + \frac{0,5772}{\alpha_1} \quad (2.23)$$

2.3.4. A função de desempenho

Devido às incertezas no projeto, sempre há algum risco de o sistema não atingir a performance estabelecida. Então, a garantia de performance do sistema não pode ser estabelecida com 100% de segurança. Assim, para Sakamoto (2016), o problema fundamental da confiabilidade consiste na relação entre a resistência R e a solicitação S , sendo a probabilidade de falha definida pela probabilidade da solicitação ser maior ou igual a resistência da estrutura, conforme (Eq. (2.24)).

$$g(x) = R(x) - S(x) \quad (2.24)$$

$R(x)$ é a capacidade resistente do sistema, composta por variáveis aleatórias, $S(x)$ é a solicitação sobre esse sistema, também composta por variáveis aleatórias, $g(x)$ é a função de desempenho ou de estado-limite e x é o conjunto de variáveis aleatórias básicas do sistema. A condição de ruína da estrutura é dada por $g(x) < 0$, sendo $g(x) = 0$ o estado-limite. Logo, conforme probabilidade de falha (P_f) da estrutura é dada pela Eq. (2.25).

$$P_f = P\{g(x) < 0\} \quad (2.25)$$

Na Figura 2.6 é apresentada a superfície de falha para um sistema com duas variáveis.

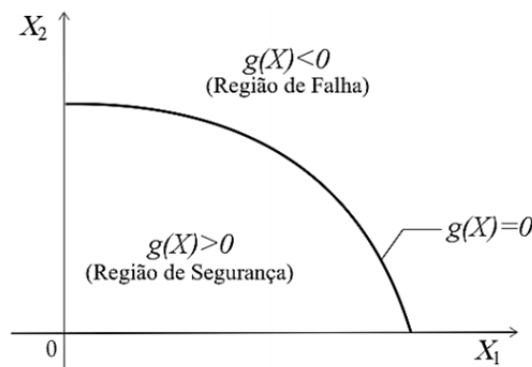


Figura 2.6 - Representação da função de desempenho para um sistema com duas variáveis
Fonte: Magalhães (2014)

Índice de confiabilidade

Uma medida para mensurar a confiabilidade de um sistema é o índice de confiabilidade β . Segundo Sakamoto (2016), uma definição bastante utilizada devido à sua simplicidade é o índice de confiabilidade de Cornwell, dado pela Eq. (2.26).

$$\beta_c = \frac{\text{Média de } g(x)}{\text{Desvio padrão de } g(x)} \quad (2.26)$$

A probabilidade de falha pode ser calculada em função do índice de confiabilidade se R e S tiverem distribuição normal, segundo a Eq. (2.27), onde Φ é a função de distribuição acumulada normal padronizada (conforme Eq. (2.11)).

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (2.27)$$

Porém, conforme explica Sakamoto (2016), na maioria dos problemas, R e S não estão distribuídas normalmente e sua equação de estado-limite não é linear. Nestes casos, as distribuições normais equivalentes podem ser obtidas através de métodos probabilísticos como o FORM.

O índice de confiabilidade β também pode ser obtido geometricamente como a menor distância da origem à função de desempenho no espaço padronizado, utilizando a transformação proposta por Hasofer e Lind (1974, *apud* Sakamoto, 2016). Considerando a Eq. (2.24) com variáveis R e S estatisticamente independentes, médias μ_R e μ_S e desvios padrões σ_R e σ_S , pode-se reduzir as variáveis para a distribuição normal padrão (S_R e S_S), conforme apresentado na Eq. (2.9). Substituindo na Eq. (2.24), a função de desempenho no estado limite no espaço padronizado pode ser descrita pela Eq. (2.28).

$$g(S_R, S_S) = S_R \sigma_R - S_S \sigma_S + (\mu_R - \mu_S) = 0 \quad (2.28)$$

A distância mais curta da origem a uma função linear $ax + by + c = 0$ pode ser calculada através da Eq. (2.29).

$$\frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad (2.29)$$

Dessa forma, o índice de confiabilidade pode ser encontrado pela Eq. (2.30), correspondendo à menor distância entre a origem e a função $g(x)$.

$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (2.30)$$

De acordo com Barbosa (2017), na prática, R e S dependem de diversas outras variáveis

aleatórias, dificultando o processo de obtenção da probabilidade de falha de forma exata, o que motivou o desenvolvimento de diversos métodos de aproximação numérica e de simulação para a solução do problema.

2.3.5. Métodos de análise probabilística

Conforme explica Scherer (2018), é possível dividir os métodos de análise probabilística em quatro níveis, sendo eles:

- a) Métodos de Nível I, que são caracterizados por empregar valores característicos às variáveis associadas ao problema. É o método semi-probabilístico utilizado por grande parte das normas de projeto, onde o nível de segurança é provido pela implementação de coeficientes de segurança.
- b) Métodos de Nível II, que correspondem aos métodos onde são requeridos apenas dois valores associados a cada variável aleatória, geralmente o primeiro e segundo momento estatísticos (média e variância). Exemplos são os métodos FOSM e FORM.
- c) Métodos de Nível III, onde são utilizadas informações sobre o tipo de distribuição de probabilidade associada a cada variável aleatória do modelo, bem como os principais parâmetros estatísticos associados a ela, obtendo-se assim uma medida quantitativa da probabilidade de falha, normalmente via algum método de simulação.
- d) Métodos de Nível IV, que estão relacionados à perspectiva de risco de um modelo baseado em um modelo de referência em termos de custo de construção, manutenção e reparo. Esse método é normalmente associado a estruturas cujo dano financeiro é preponderante em relação aos riscos à vida, como o caso de pontes, estruturas *offshore* e plantas nucleares.

Ainda segundo Scherer (2018), a aplicação de análises probabilísticas no cotidiano de escritórios de engenharia e na elaboração de projetos correntes torna-se inviável pelo seu caráter mais complexo e por demandar um maior tempo em termos de análise e interpretação de dados estatísticos. Dessa forma, o método semi-probabilístico corresponde ao utilizado na prática de projeto, especialmente devido sua aplicação simplificada e resultados satisfatórios.

Método de confiabilidade de primeira ordem (FORM)

De acordo com Beck (2012), os métodos de transformação FORM, FOSM (*First Order, Second Moment*) e SORM (*Second Order Reliability Method*) baseiam-se na redução de um vetor de variáveis aleatórias normais com médias e desvios padrões quaisquer, a um vetor de variáveis aleatórias normais com média zero e desvio padrão unitário.

Conforme explica Minasi (2016), ao não se dispor das distribuições de probabilidade das

variáveis, pode-se obter a confiabilidade por meio de uma função de primeiro momento (média) e outra de segundo momento (variância) através do FOSM.

O método FOSM e o FORM aproximam a equação de estado limite a uma função linear, enquanto o SORM aproxima a equação de estado limite a superfícies quadráticas ou parabólicas. Essa linearização das equações de estado limite é realizada por uma expansão em série de Taylor, limitada aos termos de primeira ordem, no ponto de projeto. Aqui parte-se do pressuposto que, devido ao fato do ponto de projeto ser o ponto sobre o domínio de falha com maior probabilidade de ocorrência, linearizar a equação de estado limite nesse ponto minimizaria o erro cometido ao se calcular a probabilidade de falha para a equação. No entanto, o método FORM, diferente do método FOSM, permite considerar as informações estatísticas de função de distribuição de probabilidade e de correlação das variáveis aleatórias originais do problema (BECK, 2012).

O FORM é um método de cálculo do índice de confiabilidade β utilizando uma aproximação de primeira ordem da função de desempenho e transformando todas as distribuições não-normais em distribuições normais equivalentes no ponto de falha x^* . Essa transformação é ilustrada na Fig. 2.7.

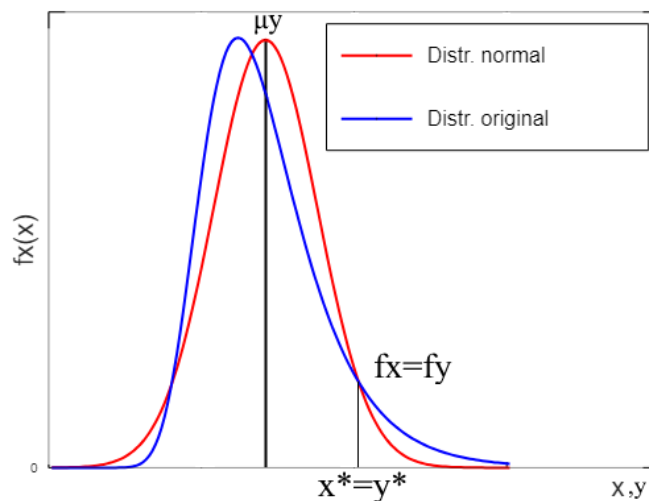


Figura 2.7 - Método FORM para variáveis não distribuídas normalmente
Fonte: autor

Conforme Haldar e Mahadevan (2000), o procedimento do método FORM consiste em:

- Definir a equação de estado-limite $g(x)$;
- Assumir um ponto de falha inicial x^* ;
- Calcular, em função de x^* , a média e desvio padrão equivalentes de cada variável não distribuída normalmente;
- Calcular as derivadas parciais no ponto x^* ;

- e) Calcular os cossenos diretores α_i ;
- f) Obter o novo ponto de falha $x_i^* = -\alpha_i \beta \sigma_{xi}^N$;
- g) Calcular o valor de β atualizado;
- h) Repetir os processos (b) a (g) até se atingir a convergência entre β e x^* .

O FORM exige que a análise seja realizada no espaço padrão, sendo necessário que os parâmetros estatísticos de variáveis aleatórias com as mais diversas distribuições de probabilidade sejam convertidos em suas equivalentes normais. Todo esse procedimento foi programado por Low e Tang (2007) no *software* Excel e, com o auxílio da ferramenta *solver*, é uma maneira prática bastante utilizada para a execução do método atualmente.

Simulação de Monte Carlo

Coelho (2018) explica que o método de simulação de Monte Carlo uma técnica matemática utilizada para simular um evento envolvendo um alto número de repetições, utilizando em cada simulação um determinado conjunto de valores das variáveis aleatórias geradas em conformidade com as correspondentes distribuições de probabilidade. A cada simulação, é verificada a condição da estrutura (se $g(x)$ é maior ou menor que zero). A probabilidade de falha na simulação de Monte Carlo pode ser obtida pela Eq. (2.31), onde $I_g(x) = 1$ se $g(x) < 0$, e N é o número de simulações.

$$P_f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I_g(x_i) \quad (2.31)$$

Dessa forma, quanto menor a probabilidade de falha, maior deve ser o número de simulações para que pelo menos uma falha ocorra. Desta forma, o número de simulações para algumas probabilidades de falha é apresentado na Tab. 2.1. Segundo Ang e Tang (1975, *apud* Coelho, 2018), o erro da estimativa em função da quantidade de simulações é dado pela Eq. (2.32).

Tabela 2.1 - Número de simulações para diferentes probabilidades de falha

P_f	N		
	$\varepsilon = 10\%$	$\varepsilon = 5\%$	$\varepsilon = 1\%$
1E-03	4E+05	2E+06	4E+07
1E-04	4E+06	2E+07	4E+08
1E-05	4E+07	2E+08	4E+09
1E-06	4E+08	2E+09	4E+10

$$\varepsilon = 200 \sqrt{\frac{1 - P_f}{NP_f}} \quad (2.32)$$

Método da Superfície de Resposta

De acordo com Scherer (2018), o Método da Superfície de Resposta (MSR) busca representar, através de uma função aproximadora baseada nos resultados de um pequeno número de simulações de Monte Carlo, a influência de cada uma das variáveis da função de desempenho. A função aproximadora pode ser linear ou quadrática, e é aproximada através da regressão dos resultados discretos obtidos numericamente. A forma genérica para uma superfície de resposta é apresentada na Eq. (2.33), onde y é a função da superfície de resposta genérica, a_0 , a_i e a_{ij} são coeficientes ajustados via regressão dos dados, e x são variáveis aleatórias.

$$y = a_0 + \sum_{i=1}^N a_i x_i + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij} x_i x_j \quad (2.33)$$

Segundo ANSYS (2017), análise de regressão é um método estatístico que utiliza a relação entre duas ou mais variáveis independentes para que uma variável dependente possa ser estimada a partir delas. Ou seja, a regressão determina a relação entre as variáveis de entrada e de saída.

Existem alguns tipos de regressão, como a regressão linear múltipla, onde os dados são aproximados para uma função linear e existe mais de uma variável independente, e a regressão polinomial, onde os dados são aproximados para uma função polinomial, com a condição de que deve haver apenas uma variável independente. No caso de várias variáveis independentes e da necessidade de uma função polinomial, é utilizado o MSR.

O MSR requer um número pequeno de simulações para caracterizar o polinômio aproximador. Dessa forma, uma vez determinado tal polinômio, quaisquer análises podem ser feitas sobre o mesmo, permitindo abdicar o emprego direto do modelo em elementos finitos, o qual, por sua natureza, é mais oneroso em termos computacionais (SCHERER, 2018).

2.4. Modelagem computacional de estruturas de concreto

2.4.1. Conceito de método dos elementos finitos

A ideia básica subjacente ao Método dos Elementos Finitos, frequentemente designado por MEF, é a modelagem de um problema genérico que envolve meios contínuos, através da análise de partes discretas desses meios, para os quais é possível conhecer ou obter uma descrição matemática

do seu comportamento. A este processo de análise estruturada das partes em detrimento do todo dá-se o nome de discretização (DIAS *et al.*, 2010).

O MEF foi um desenvolvimento natural da formulação em deslocamentos da análise matricial de estruturas reticuladas impulsionado pelo crescimento do uso de computadores nas universidades, centros de pesquisa e na grande indústria. A semelhança entre os dois métodos consiste no uso comum dos conceitos de matriz de rigidez de elemento, montagem da matriz de rigidez da estrutura a partir da contribuição das matrizes de rigidez dos elementos e do conceito de cargas equivalentes nodais. O MEF distingue-se do seu precursor pela sua maior generalidade e por suas raízes nos métodos de energia e nos métodos aproximados. A análise matricial de estruturas reticuladas sistematizou o método clássico dos deslocamentos e unificou a metodologia para a análise de diferentes tipos de estruturas reticuladas, tais como treliças planas e espaciais, vigas e grelhas e pórticos planos e espaciais. O MEF pode ser usado para se formular tanto problemas de análise de estruturas reticuladas, como também de estruturas contínuas bi e tridimensionais (VAZ, 2011).

Na área de análise de estruturas, a formulação do MEF pode ser feita a partir do Princípio da Mínima Energia Potencial Total, do Método de Resíduos Ponderados ou do Princípio dos Deslocamentos Virtuais. Ele usa os conceitos de “discretização” do contínuo e de “matriz de interpolação” que fornece os deslocamentos em um ponto no interior do elemento em função de seus deslocamentos nodais. O termo discretização se refere a um modelo com um número finito de incógnitas (deslocamentos nos nós do modelo) para a análise de meios contínuos em contraposição a uma análise com um número infinito de variáveis como as feitas pela Teoria da Elasticidade que usam funções contínuas, ou seja, com infinitas incógnitas como solução (VAZ, 2011).

2.4.2. Materiais não-lineares

Quando a relação tensão-deformação de um material é linear, ele é chamado de material linear. Caso contrário, é chamado de material não-linear. Para um material linear isotrópico, a relação tensão-deformação pode ser expressa pela Lei de Hooke (Eq. (2.34)), onde dois parâmetros do material são necessários para defini-lo (LEE, 2014), sendo σ a tensão, ε a deformação específica e E o módulo de elasticidade do material.

$$\sigma = \varepsilon E \quad (2.34)$$

A Equação (2.34) assume que o material é isotrópico, ou seja, o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson independem das direções. Além de uma relação linear, a Lei de Hooke também considera que a relação tensão-deformação é (a) elástica, (b) sem efeitos de longo prazo, e (c) independente da velocidade de carregamento. Materiais que violem qualquer um desses

comportamentos não podem ser descritos pela Lei de Hooke, e são classificados como materiais não-lineares, mesmo se sua relação tensão-deformação for linear (LEE, 2014).

Nas Figuras 2.8 e 2.9 são mostrados exemplos genéricos de comportamentos de materiais lineares e não-lineares. Para Lee (2014), materiais plásticos são caracterizados pela presença de deformação residual após o descarregamento. Nestes materiais, ocorre perda de energia nos ciclos de carregamento e descarregamento se uma determinada tensão limite for atingida.

Comportamento plástico geralmente ocorre em materiais dúcteis sujeitos a grandes deformações. A deformação plástica é resultado de deslizamentos entre planos de átomos devido a tensões cisalhantes. É uma reorganização de átomos na estrutura cristalina. Uma relação uniaxial tensão-deformação não é suficiente para definir completamente um comportamento plástico. Há outras características que devem ser descritas, como o critério de escoamento e a regra de enrijecimento (LEE, 2014).

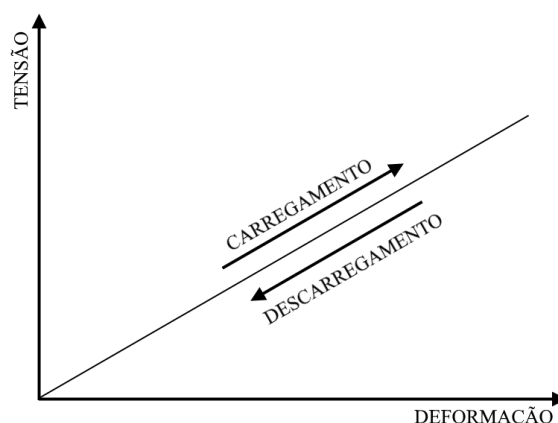


Figura 2.8 - Relação tensão-deformação de um material linear
Fonte: adaptado de Lee (2014)

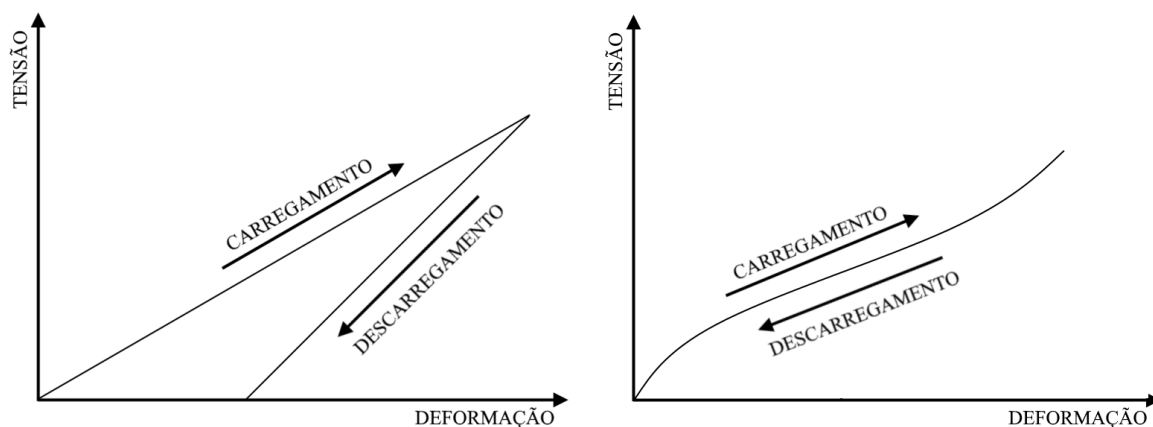


Figura 2.9 - Relação tensão-deformação de materiais não-lineares
Fonte: adaptado de Lee (2014)

Um dos maiores desafios da modelagem computacional de estruturas de concreto armado é lidar com o comportamento mecânico altamente não-linear do concreto, que possui diferentes comportamentos sob tração e compressão, chegando a apresentar tensão de ruptura sob tração igual a aproximadamente 10% de sua resistência à compressão, e apresenta efeitos de longo prazo como retração e fluência, entre outras complicações.

Os modelos mais populares aplicados para simular o comportamento instantâneo e quase-instantâneo do concreto são Drucker-Prager e *Concrete Damaged Plasticity*. O modelo Drucker-Prager possui algumas limitações para simular estruturas de concreto reforçadas com PRF devido à falta de algumas funções essenciais, necessitando de algumas modificações. A abertura e propagação de fissuras ainda é um problema desafiador em estudos numéricos, já que a maioria dos modelos numéricos homogeneízam o efeito de fissuras em estruturas de concreto (ZHANG *et al.*, 2016).

Além do comportamento não-linear do concreto, os outros materiais que compõem uma estrutura, como o aço, o PRFC e a região de interface entre os materiais, também devem ser representados de forma não-linear, aumentando a complexidade do sistema e tornando necessário o uso de diversos modelos constitutivos. A seguir são apresentados os modelos constitutivos para os materiais do presente estudo.

2.4.3. Modelos constitutivos para o concreto

O carregamento de uma viga de concreto armado compreende três etapas (ou estádios de carregamento). No estágio I, o concreto está no estágio elástico linear do carregamento. No estágio II, o concreto já sofreu fissuração e o aço passou a resistir aos esforços de tração na zona tracionada. E no estágio III ocorre a plastificação do aço e do concreto comprimido, resultando na ruptura da peça. Na Figura 2.10 são identificados os estádios de carregamento no diagrama carga-deflexão de uma viga de concreto armado cujo ELU se caracteriza pelo domínio 3 (onde ocorre simultaneamente falha por esmagamento do concreto sob compressão e escoamento do aço sob tração).

Segundo Lazzari (2016), como o concreto é um material que possui sua resistência à compressão muito maior que sua resistência à tração, devem ser utilizados dois modelos diferentes para descrever o seu comportamento. Para o concreto comprimido, deve ser adotado um modelo elastoplástico com uma regra de endurecimento, e para o concreto tracionado, um comportamento linear-elástico até a ruptura, a partir da qual é considerado um modelo de contribuição do concreto entre fissuras.

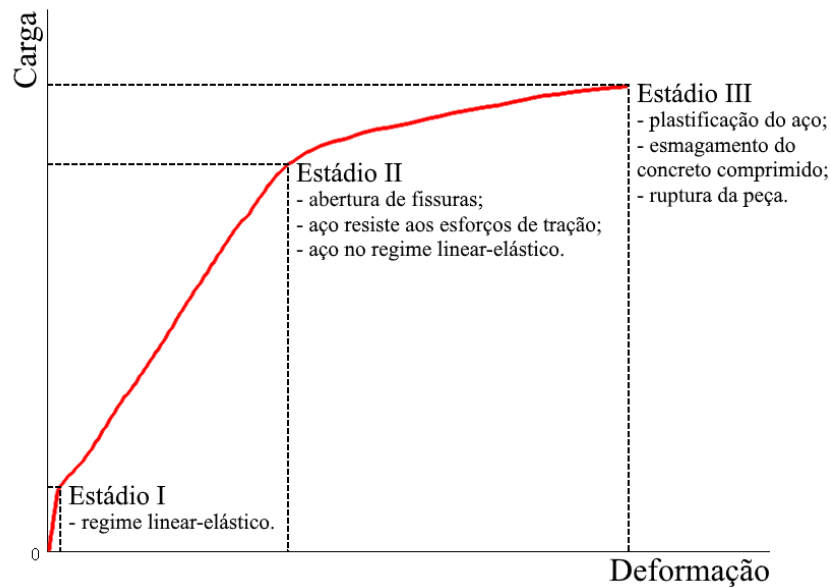


Figura 2.10 - Estádios de carregamento em uma viga de concreto armado no domínio 3

Fonte: autor

Critério de ruptura de Willam-Warnke

O modelo constitutivo do ANSYS para o concreto é o modelo *concrete*, que utiliza as equações constitutivas de Willam e Warnke (1974). O modelo *concrete* prevê a falha de materiais frágeis, e pode trabalhar com modos de falha por fissuração (tração) e esmagamento (compressão). Este modelo está disponível para o elemento tridimensional Solid65.

O critério de falha do concreto devido a um estado multiaxial de tensões pode ser expresso na forma da Eq. (2.35), onde F é uma função que será discutida adiante, S é a superfície de falha que também será discutida adiante, e f_c é a tensão de esmagamento uniaxial.

$$\frac{F}{f_c} - S \geq 0 \quad (2.35)$$

Se a Eq. (2.35) for satisfeita, ocorre fissuração ou esmagamento. Um total de cinco parâmetros de entrada são necessários para definir a superfície de falha.

Tanto a função F quanto a superfície de ruptura S são expressas no formato de tensões principais σ_1 , σ_2 , e σ_3 , onde σ_1 é a tensão máxima em qualquer um dos planos (XY, YZ ou XZ), e σ_3 é a tensão mínima. Dessa forma, a falha do concreto é dividida em quatro domínios:

- $0 \geq \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ (compressão - compressão - compressão);
- $\sigma_1 \geq 0 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ (tração - compressão - compressão);
- $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq 0 \geq \sigma_3$ (tração - tração - compressão);
- $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \geq 0$ (tração - tração - tração).

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{F_1}{f_c}(\sigma_1 = f_t, \sigma_2 = \sigma_3 = 0) \\ \frac{F_1}{f_c}(\sigma_1 = 0, \sigma_2 = \sigma_3 = -f_{cb}) \\ \frac{F_1}{f_c}(\sigma_1 = -\sigma_h^a, \sigma_2 = \sigma_3 = -\sigma_h^a - f_1) \end{array} \right\} = \begin{bmatrix} 1 & \xi_t & \xi_t^2 \\ 1 & \xi_{cb} & \xi_{cb}^2 \\ 1 & \xi_1 & \xi_1^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix} \quad (2.42)$$

$$\xi_t = \frac{f_t}{3f_c}, \quad \xi_{cb} = \frac{2f_{cb}}{3f_c}, \quad \xi_2 = \frac{-\sigma_h^a}{f_c} - \frac{2f_1}{3f_c} \quad (2.43)$$

E a função r_2 é calculada ajustando b_0 , b_1 e b_2 para satisfazer as Eqs. (2.44) e (2.45), sendo ξ_0 a raiz positiva da Eq. (2.46).

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{F_1}{f_c}(\sigma_1 = \sigma_2 = 0, \sigma_3 = -f_c) \\ \frac{F_1}{f_c}(\sigma_1 = \sigma_2 = -\sigma_h^a, \sigma_3 = -\sigma_h^a - f_2) \\ \frac{F_1}{f_c}(0) \end{array} \right\} = \begin{bmatrix} 1 & -1/3 & 1/9 \\ 1 & \xi_2 & \xi_2^2 \\ 1 & \xi_0 & \xi_0^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{Bmatrix} \quad (2.44)$$

$$\xi_2 = \frac{-\sigma_h^a}{f_c} - \frac{f_2}{3f_c} \quad (2.45)$$

$$r_2(\xi_0) = a_0 + a_1\xi_0 + a_2\xi_0^2 \quad (2.46)$$

Como a superfície de falha deve permanecer convexa, a razão r_1/r_2 deve estar no intervalo $\{0,5 < r_1/r_2 < 1,25\}$. Além disso, os coeficientes a e b devem satisfazer às condições:

a) $a_0 > 0, a_1 \leq 0, a_2 \leq 0$;

b) $b_0 > 0, b_1 \leq 0, b_2 \leq 0$.

No segundo domínio (tração - compressão - compressão), as funções F e S são definidas conforme Eqs. (2.47) a (2.51) (ANSYS, 2017).

$$F = F_2 = \sqrt{\frac{(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2}{15}} \quad (2.47)$$

$$S = S_2 = \left(1 - \frac{\sigma_1}{f_t}\right) \frac{2p_2(p_2^2 - p_1^2) \cos \eta + p_2(2p_1 - p_2) \sqrt{4(p_2^2 - p_1^2) \cos^2 \eta + 5p_1^2 - 4p_1p_2}}{4(p_2^2 - p_1^2) \cos^2 \eta + (p_2 - 2p_1)^2} \quad (2.48)$$

$$p_1 = a_0 + a_1\chi + a_2\chi^2 \quad (2.49)$$

$$p_2 = b_0 + b_1\chi + b_2\chi^2 \quad (2.50)$$

$$\chi = \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{3f_c} \quad (2.51)$$

Se o critério de falha for atingido, ocorre fissuração no plano perpendicular à tensão principal σ_I . Este domínio também pode sofrer esmagamento.

No terceiro domínio (tração - tração - compressão), F e S são definidos pelas Eqs. (2.52) e (2.53) (ANSYS, 2017).

$$F = F_3 = \sigma_i; \quad i = 1; 2 \quad (2.52)$$

$$S = S_3 = \frac{f_t}{f_c} \left(1 + \frac{\sigma_3}{f_c} \right); \quad i = 1; 2 \quad (2.53)$$

Se o critério de falha para σ_I e σ_2 for satisfeito, ocorre fissuração nos planos perpendiculares às tensões principais σ_I e σ_2 . Se o critério for satisfeito somente para σ_I , ocorre fissuração apenas no plano perpendicular a σ_I . Este domínio também pode sofrer esmagamento.

No último domínio (tração - tração - tração), F e S são definidos pelas Eqs. (2.54) e (2.55) (ANSYS, 2017).

$$F = F_4 = \sigma_i; \quad i = 1; 2; 3 \quad (2.54)$$

$$S = S_4 = \frac{f_t}{f_c} \quad (2.55)$$

Se o critério de falha para σ_I , σ_2 e σ_3 for satisfeito, ocorre fissuração nos planos perpendiculares às tensões principais σ_I , σ_2 e σ_3 . Se o critério for satisfeito somente para σ_1 e σ_2 , ocorre fissuração apenas nos planos perpendiculares a σ_I e σ_2 . Se o critério for satisfeito somente para σ_I , ocorre fissuração apenas no plano perpendicular a σ_I .

A Figura 2.12 representa a superfície de falha para estado de tensões biaxial ou quase biaxial. Se a maioria das tensões principais não nulas estiverem nas direções σ_{xp} e σ_{yp} , as três superfícies mostradas são para σ_{zp} pouco superior a zero, σ_{zp} igual a zero e σ_{zp} menor que zero. Se σ_{xp} e σ_{yp} forem negativos e σ_{zp} positivo e próximo a zero, é prevista fissuração em uma direção perpendicular a σ_{zp} . Se σ_{zp} for zero ou negativo e próximo a zero, considera-se que o material esmagou (ANSYS, 2017).

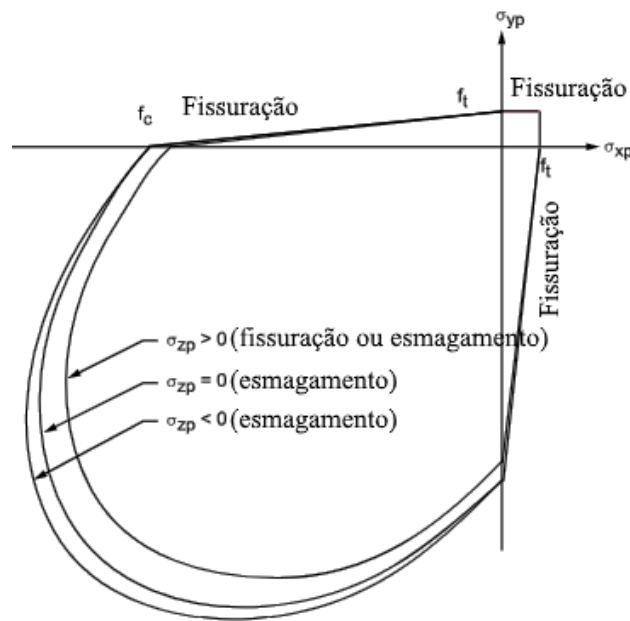


Figura 2.12 - Superfície de falha no espaço de tensões principais com tensões biaxiais
Fonte: adaptado de ANSYS (2017)

2.4.4. Modelo constitutivo para o aço

Para Lazzari (2016), o modelo mais adotado para simulação do aço das armaduras em estruturas de concreto armado é o modelo uniaxial, onde considera-se que as armaduras resistem apenas a esforços axiais. Este modelo considera um comportamento elastoplástico representado por um diagrama tensão-deformação bilinear, e o material possui comportamento isotrópico. Para aços com patamar de escoamento bem definido, adota-se um modelo elastoplástico perfeito (Fig. 2.13(a)). Para os demais aços, adota-se um modelo com endurecimento linear (Fig. 2.13(b)).

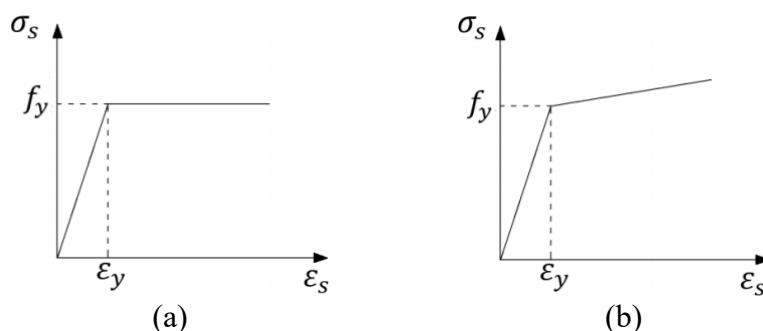


Figura 2.13 - Diagramas tensão-deformação bilineares para o aço
Fonte: Barbosa (2017)

As Eqs. (2.56) e (2.57) definem o comportamento do material, onde σ_s e ϵ_s são a tensão e a deformação no aço, ϵ_y é a deformação correspondente à tensão de escoamento do material, E_s é o

módulo de elasticidade e E_{tan} é o módulo tangente.

$$\sigma_s = E_s \varepsilon_s \text{ para } \varepsilon_s \leq \varepsilon_y \quad (2.56)$$

$$\sigma_s = E_{tan}(\varepsilon_s - \varepsilon_y) \text{ para } \varepsilon_s > \varepsilon_y \quad (2.57)$$

2.4.5. Modelo constitutivo para o reforço

Apesar de boa parte das mantas de PRFC disponíveis no mercado possuírem orientação unidirecional, segundo Sarturi (2014), a consideração das propriedades ortotrópicas do material não influencia significativamente nos resultados em vigas. De acordo com Sarturi (2014) e Pivatto (2017), o comportamento do PRFC em uma análise computacional pode ser representado por um modelo linear-elástico e de comportamento isotrópico sem impactar de forma expressiva nos resultados.

Desta forma, vale a Lei de Hooke (Eq. (2.34)) para representação deste material.

2.4.6. Modelagem da interface concreto-reforço

A principal causa de falha em uma peça reforçada com fibras de carbono é a região da interface. De acordo com Paliga *et al.* (2012), a transferência de esforços entre o sistema de reforço e o concreto gera tensões de cisalhamento na interface entre os dois materiais. Estas tensões podem levar ao descolamento prematuro do reforço e à consequente ruptura da estrutura com uma pequena mobilização de sua capacidade resistente, indicando o subaproveitamento do material.

Mecânica da Fratura é a área da mecânica dos sólidos que estuda a propagação de fissuras em materiais. Segundo Anderson (2017), em um processo de abertura de fissuras, existem três modos de carregamento que proporcionam a propagação de uma fissura, conforme mostrado na Fig. 2.14.

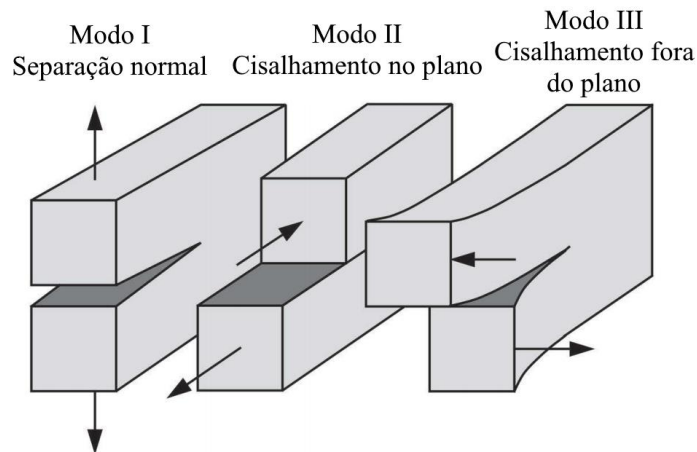


Figura 2.14 - Modos de fratura
Fonte: adaptado de Anderson (2017)

Cohen *et al.* (2018) explicam que a interface concreto-PRF é uma fina camada de adesivo onde a deformação relativa entre o PRF e o concreto ocorre principalmente devido a esforços cortantes. Portanto, o modo de fratura é predominantemente o Modo II. A separação normal entre as faces dos materiais ainda existe, no entanto, geralmente é aceito que o descolamento da fibra corresponde somente ao Modo II, já que a camada de adesivo transfere esforços cortantes do concreto para o PRF.

Segundo Pivatto (2017), a Mecânica da Fratura é frequentemente utilizada para simular a propagação de fissuras, sendo também adequada para descrever a transferência de tensões em interfaces. Ainda segundo Pivatto (2017), para que essa região seja corretamente representada em um modelo numérico é necessário que o comportamento de perda de aderência seja representado adequadamente. Dentre os métodos utilizados para a modelagem numérica de estruturas com interface, destacam-se o modelo da mecânica do contínuo com propriedades degenerativas, o modelo da região infinitesimal separada por molas e os Modelos da Zona de Coesão (MZC). Quando uma região significativa próxima à região onde há uma fissura apresenta deformação plástica, um MZC pode ser utilizado.

Os MZC englobam parâmetros da Mecânica do Dano e da Fratura, possibilitam a modelagem tridimensional e são muito utilizados para a descrição da iniciação do dano e sua propagação, em diferentes tipos de materiais (SAMWAYS, 2013, *apud* PIVATTO, 2017). Tudo isso sem o conhecimento prévio da localização da fissura e da sua direção de propagação (SARTURI, 2014).

A plataforma *Workbench* do ANSYS dispõe de modelos de interface com a possibilidade de descolamento de contatos (*contact debonding*) e capazes de trabalhar com o MZC, representando superfícies unidas por meio de adesivos.

Modelo bilinear de Lu et al. (2005)

Este modelo corresponde a uma abordagem não-linear da Mecânica da Fratura proposta por Lu *et al.* (2005), conforme Fig. 2.15.

Quando uma viga é carregada, uma tensão interfacial de cisalhamento τ surge devido à abertura de fissuras. Essa abertura é representada numericamente como um deslizamento finito entre a viga e o reforço. Inicialmente, quando o carregamento e a tensão interfacial τ são inferiores à capacidade resistente da interface τ_{max} , a interface é considerada como estando no estágio linear-elástico. Esse estágio termina quando τ excede τ_{max} , o que significa que o sistema está na iminência de sofrer micro descolamentos. À medida em que o deslizamento continua, a tensão interfacial cai a zero e se inicia o descolamento completo do reforço, que se propaga ao longo da interface e representa

o macro descolamento (COHEN *et al.*, 2018).

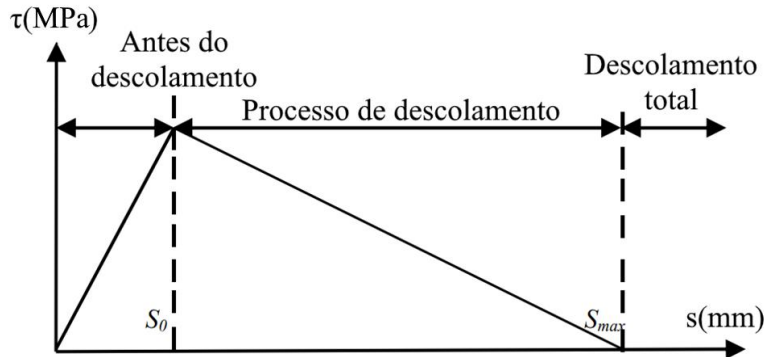


Figura 2.15 - Modelo bilinear de interface
Fonte: adaptado de Kohnepooshi e Jaafar (2017)

O deslizamento na interface é dado pela Eq. (2.58), onde u_p é o deslocamento horizontal no PRF e u_c é o deslocamento horizontal no concreto.

$$s = u_p - u_c \quad (2.58)$$

Conforme Lu *et al.* (2005) e Pivatto (2017), os valores de τ , τ_{max} e demais parâmetros do modelo podem ser calculados pelas Eqs. (2.59) a (2.65), onde s_0 é o deslocamento em τ_{max} ; α_1 é um coeficiente que pode ser considerado igual a 1,5; G_f é a energia de fratura da interface; β_w é o fator de largura do PRF e é adimensional; b_c é a dimensão da base da viga de concreto; t é a espessura do reforço e f_t é a tensão máxima de tração do concreto. As dimensões são dadas em mm e MPa, e a energia de fratura é dada em kN/mm.

$$\tau = \begin{cases} \tau_{max} \frac{s}{s_0} & (s \leq s_0) \\ \tau_{max} \left(\frac{s_{max} - s}{s_{max} - s_0} \right) & (s > s_0) \end{cases} \quad (2.59)$$

$$s_0 = 0,0195 \beta_w f_t \quad (2.60)$$

$$s_{max} = \frac{2G_f}{\tau_{max}} \quad (2.61)$$

$$\tau_{max} = \alpha_1 \beta_w f_t \quad (2.62)$$

$$G_f = 0,308 \beta_w^2 \sqrt{f_t} \quad (2.63)$$

$$\beta_w = \sqrt{\frac{2,25 - \frac{b_f}{b_c}}{1,25 + \frac{b_f}{b_c}}} \quad (2.64)$$

$$b_f = b_c - t \quad (2.65)$$

2.5. Reforço com PRFC

2.5.1. Polímeros reforçados com fibras

O reforço com polímeros reforçados com fibras (PRF) apresenta algumas vantagens em relação a outros sistemas de reforço, como alta resistência à tração, baixo peso específico, facilidade de manuseio, bom comportamento à fadiga e à atuação de cargas cíclicas e não altera a seção transversal do elemento reforçado, além de imunidade à corrosão e neutralidade eletromagnética. Sua principal desvantagem é sua baixa resistência ao calor e ao sol.

Para a norma americana ACI 440.2R-17 (2017), o reforço com PRF em uma face tracionada de um elemento de concreto com as fibras orientadas na mesma direção da face tracionada promove um aumento na resistência à flexão, com incrementos da ordem de 10 a 160% já documentados na literatura. No entanto, levando-se em conta a ductilidade e estados-limite de serviço, incrementos de até 40% são os mais razoáveis.

As fibras de carbono resultam do tratamento térmico (carbonização) de fibras precursoras orgânicas, tais como o poliácridonitril, ou com base no alcatrão derivado do petróleo ou do carvão em um ambiente inerte. O processo de produção consiste na oxidação dessas fibras precursoras seguido do processamento a elevadas temperaturas (variando de 1000°C a 1500°C para as fibras de carbono e até cerca de 3000°C para as fibras de grafite). Nesse processo térmico, as fibras resultantes apresentam os átomos de carbono perfeitamente alinhados ao longo da fibra precursora, característica que confere extraordinária resistência mecânica ao produto final. Quanto maior a temperatura em que o processo industrial se realiza, maior será o módulo de elasticidade do material resultante, que varia de 100 GPa a 300 GPa para as fibras de carbono, até 650 GPa para as fibras de grafite (PALIGA, 2008).

2.5.2. Modos de falha em vigas reforçadas

A norma americana ACI 440.2R-17 (2017) menciona cinco modos de falha para vigas reforçadas à flexão com PRF:

- a) Esmagamento do concreto antes do escoamento do aço;
- b) Escoamento do aço sob tração seguido de ruptura do laminado de PRF;
- c) Escoamento do aço sob tração seguido pelo esmagamento do concreto;
- d) Separação do cobrimento de concreto por cisalhamento/tração;
- e) Descolamento do reforço do substrato de concreto.

Ainda de acordo com o ACI 440.2R-17 (2017), o reforço deve ser dimensionado de modo que a ruptura das vigas não ocorra por descolamento do PRF ou separação da cobertura de concreto (modos (d) e (e)). Uma forma de prevenir esses modos de falha é utilizar sistemas de ancoragem como ancoragens em “U”, ancoragens laterais, envoltórios completos e fixadores mecânicos, por exemplo, que se mostraram maneiras eficientes de retardar ou mesmo prevenir descolamento do reforço ou separação da cobertura de concreto.

2.5.3. Dimensionamento de vigas reforçadas segundo o ACI 440.2R (2017)

Segundo o ACI 440.2R-17 (2017), sistemas de reforço com PRF devem ser projetados para resistir a esforços de tração e as deformações entre PRF e substrato devem ser mantidas compatíveis. Além disso, o reforço deve ser projetado para satisfazer às condições de resistência e serviço presentes na norma ACI 318M-14 (2014). A norma ACI 440.2R-17 (2017) apresenta recomendações adicionais para refletir as incertezas inerentes aos sistemas reforçados com PRF. A norma buscou coeficientes de ponderação de forma que os índices de confiabilidade produzidos fossem maiores que 3,5.

Para um projeto de reforço, a norma diz que as propriedades mecânicas informadas pelos fabricantes dos PRF não levam em conta fatores ambientais de longo prazo que podem reduzir a resistência do sistema. As propriedades dos materiais utilizadas nas equações devem ser reduzidas com base na condição de exposição ambiental, conforme as Eqs. (2.66) a (2.68), onde f_{fu} é a resistência de projeto à tração do compósito, ε_{fu} é a deformação de projeto na ruptura, C_E é o fator de redução ambiental (conforme Tabela 2.2), E_f é o módulo de elasticidade de projeto e f_{fu}^* e ε_{fu}^* são os valores informados pelo fabricante.

$$f_{fu} = C_E f_{fu}^* \quad (2.66)$$

$$\varepsilon_{fu} = C_E \varepsilon_{fu}^* \quad (2.67)$$

$$E_f = \frac{f_{fu}}{\varepsilon_{fu}} \quad (2.68)$$

Tabela 2.2 - Valores de C_E de acordo com o ACI 440.2R-17 (2017)

Condições de exposição	Tipo de fibra	Fator de redução C_E
Interna	Carbono	0,95
	Vidro	0,75
	Aramida	0,85
Externa (pontes, píeres e garagens abertas)	Carbono	0,85
	Vidro	0,65
	Aramida	0,75
Agressiva (indústrias químicas e de tratamento de esgoto)	Carbono	0,85
	Vidro	0,50
	Aramida	0,70

Verificação dos carregamentos e momentos fletores

A norma americana recomenda que a estrutura não reforçada deve resistir a 1,1 vezes o carregamento permanente mais 0,75 vezes o carregamento acidental referentes ao carregamento atuante na viga após a aplicação do reforço.

Conforme Araújo (2018), após definidos os momentos solicitantes de cálculo, é necessário determinar o momento resistente da seção dada. Primeiramente, é encontrada a profundidade do diagrama parábola-retângulo simplificado. Este valor pode ser encontrado através da Eq. (2.69), onde A_s é a área de aço da armadura longitudinal de tração, f_y é a tensão de escoamento do aço, f_c' é a resistência à compressão do concreto e b é a base da viga.

$$a = \frac{A_s f_y}{0,85 f_c' b} \quad (2.69)$$

O momento fletor resistente da seção não reforçada é encontrado pela Eq. (2.70), sendo d a altura útil. O momento resistente da viga não reforçada deve ser maior que ϕM_n .

$$\phi M_n = 0,9 A_s f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) \quad (2.70)$$

Deformação existente no concreto quando aplicado o reforço

Deve ser calculada a deformação existente no concreto quando aplicado o reforço através da

Eq. (2.71) cujos parâmetros são determinados pelas Eqs. (2.72) a (2.76), e onde M_p corresponde ao momento somente do carregamento permanente e h é a altura da viga, b é a dimensão da base da viga e E_s e E_c são os módulos de elasticidade do aço e do concreto respectivamente.

$$\varepsilon_{bi} = \frac{M_p(h - kd)}{I_{cr}E_c} \quad (2.71)$$

$$kd = \frac{\sqrt{2dB + 1} - 1}{B} \quad (2.72)$$

$$B = \frac{b}{A_s v} \quad (2.73)$$

$$v = \frac{E_s}{E_c} \quad (2.74)$$

$$E_c = 4700\sqrt{f'_c} \quad (2.75)$$

$$I_{cr} = \frac{bkd^3}{3} - vA_s(d - kd)^2 \quad (2.76)$$

Deformação de projeto do FRP

Para evitar que uma fissura intermediária provoque descolamento da manta, a deformação no reforço deve ser limitada àquela com a qual o descolamento ocorreria, como definido na Eq. (2.77), onde ε_{fd} é a deformação última efetiva no reforço, n é a quantidade de camadas de reforço e t_f é a espessura de cada camada (em mm).

$$\varepsilon_{fd} = 0,41 \sqrt{\frac{f'_c}{nE_f t_f}} \leq 0,9\varepsilon_{fu} \quad (2.77)$$

Estimativa da profundidade da linha neutra

A deformação no PRF no ELU (ε_{fe}) deve ser inferior à deformação efetiva ε_{fd} e pode ser encontrada pela Eq. (2.78), onde ε_{cu} é a deformação de esmagamento do concreto (3‰), d_f é a altura útil da viga em relação ao reforço (pode ser considerada igual à altura da viga) e x é a profundidade da linha neutra. Segundo a norma, uma estimativa inicial razoável para a linha neutra é considerar $x = 0,2d$.

$$\varepsilon_{fe} = \varepsilon_{cu} \left(\frac{d_f - x}{x} \right) - \varepsilon_{bi} \leq \varepsilon_{fd} \quad (2.78)$$

Calcula-se também a deformação existente no concreto e no aço (Eqs. (2.79) e (2.80)) e a tensão no aço e no FRP (Eqs. (2.81) e (2.82)).

$$\varepsilon_c = (\varepsilon_{fe} + \varepsilon_{bi}) \left(\frac{x}{d_f - x} \right) \quad (2.79)$$

$$\varepsilon_s = (\varepsilon_{fe} + \varepsilon_{bi}) \left(\frac{d - x}{d_f - x} \right) \quad (2.80)$$

$$f_s = E_s \varepsilon_s \leq f_y \quad (2.81)$$

$$f_{fe} = E_f \varepsilon_{fe} \quad (2.82)$$

A posição efetiva da linha neutra pode ser calculada através da Eq. (2.83), onde A_f é a área de reforço.

$$x = \frac{A_s f_s + A_f f_{fe}}{\alpha f'_c \beta b} \quad (2.83)$$

Os parâmetros α e β são calculados pelas Eqs. (2.84) a (2.86).

$$\beta = \frac{4\varepsilon'_c - \varepsilon_c}{6\varepsilon'_c - 2\varepsilon_c} \quad (2.84)$$

$$\alpha = \frac{4\varepsilon'_c \varepsilon_c - 3\varepsilon_c^2}{3\beta \varepsilon_c'^2} \quad (2.85)$$

$$\varepsilon'_c = \frac{1,7f'_c}{E_c} \quad (2.86)$$

A partir daqui inicia-se um processo iterativo onde é necessária a convergência entre o valor estimado inicialmente para a profundidade da linha neutra e o valor encontrado pela Eq. (2.83).

Determinação do momento resistente da viga reforçada

Conhecendo-se o valor convergido de x , o momento resistente (M_n) de uma viga de concreto armado reforçada com PRF é dado pela Eq. (2.87), onde o coeficiente ψ_f é um fator de redução

adicional para o reforço e seu valor recomendado é 0,85, e o coeficiente β_1 é dado pelo ACI 318M-14 (2014), sendo igual a 0,85 para concretos até 27 MPa e sofrendo redução de 0,05 a cada aumento de 7 MPa, até um valor mínimo de 0,65.

$$M_n = A_s f_s \left(d - \frac{\beta_1 x}{2} \right) + \psi_f A_f f_{fe} \left(d_f - \frac{\beta_1 x}{2} \right) \quad (2.87)$$

O momento resistente deve ser maior que o momento fletor solicitante correspondente à combinação mais desfavorável (1,2 vezes a carga permanente mais 1,6 vezes a carga variável).

Comprimento mínimo do reforço

A Eq. (2.88) apresenta o cálculo do comprimento mínimo para o reforço à flexão, segundo o ACI 440.2R (2017).

$$l_{df} = \sqrt{\frac{n E_f t_f}{\sqrt{f'_c}}} \quad (2.88)$$

A norma recomenda que a fibra deve ultrapassar em pelo menos 6 polegadas (15 cm) o ponto de inflexão do momento, no caso de vigas contínuas, ou a partir do momento de fissuração, no caso de vigas biapoiadas.

O momento de fissuração (M_{cr}) pode ser calculado pela Eq. (2.89) (de acordo com o ACI 318M (2014)), onde f_r é o módulo de ruptura do concreto (calculado pela Eq. (2.90)), I_g corresponde ao momento de inércia da seção bruta de concreto e y_t é a distância do eixo neutro da seção bruta de concreto à face tracionada da viga. O fator de modificação λ pode ser considerado igual a 1 para concretos de peso normal (*normal weight concrete*).

$$M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t} \quad (2.89)$$

$$f_r = 0,62 \lambda \sqrt{f'_c} \quad (2.90)$$

3. METODOLOGIA

A metodologia empregada consistiu no desenvolvimento e validação de um modelo em elementos finitos para simulação de vigas de concreto armado reforçadas à flexão com mantas de fibra de carbono. O modelo foi validado através da comparação entre os resultados obtidos numericamente e resultados experimentais disponíveis na literatura.

Em seguida, foi dimensionada uma viga de acordo com a NBR 6118 (2014) e seu reforço foi dimensionado de acordo com a norma americana ACI 440.2R (2017). Foi obtida a função polinomial de resposta da viga através do Método da Superfície de Resposta, e com esse polinômio foram realizadas análises probabilísticas pelo método de simulação de Monte Carlo e FORM.

Por fim, os resultados dos métodos foram comparados e, através de um estudo paramétrico, determinadas as variáveis de maior impacto no índice de confiabilidade.

Um resumo da metodologia é apresentado na Fig. 3.1.

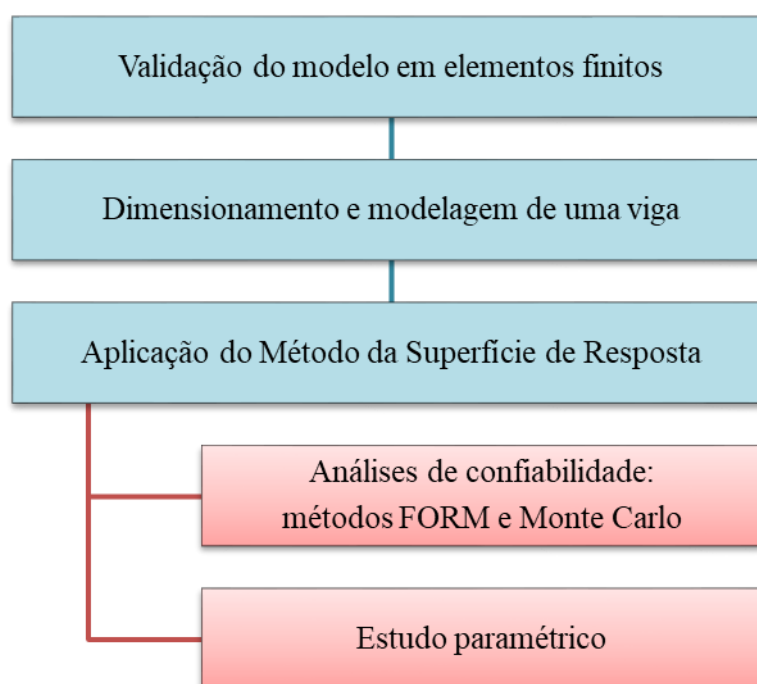


Figura 3.1 - Fluxograma do trabalho
Fonte: autor

3.1. Modelagem no ANSYS Workbench

3.1.1. Definição das propriedades dos materiais

A plataforma *Workbench* do ANSYS conta com uma biblioteca de materiais predefinidos e também há a possibilidade de criação de novos materiais. A seção *Engineering Data* é a primeira seção de qualquer análise realizada no programa. A definição dos materiais é realizada primeiro.

O material padrão definido para todos os materiais é o aço estrutural (*structural steel*), que é definido como um material linear isotrópico. É possível definir aqui as não-linearidades do material, mas nesse trabalho optou-se por definir essas propriedades posteriormente através de comandos APDL, que serão explicados adiante. O material *Structural Steel* foi tomado como padrão e foi aplicado às armaduras longitudinais, estribos e aos pontos de aplicação de carga e apoios.

Foi definido também o material *Concrete*. Apenas o módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson (ν) do concreto foram informados nessa seção, uma vez que, assim como o aço, as propriedades não-lineares foram definidas posteriormente com comandos. O material da fibra de carbono foi considerado linear-elástico e isotrópico até sua ruptura. A ruptura do material foi considerada quando este ultrapassou a tensão ou deformação específica de ruptura. Para a região da interface, foi necessário criar um material com a formulação do mecanismo de fratura (Fig. 3.2).

Properties of Outline Row 4: MZC			
	A	B	
1	Property	Value	
2	Separation-Distance-based Debonding		
10	Fracture-Energies based Debonding		
11	Debonding Interface Mode	Mode II	
12	Tangential Slip Under Normal Compression	No	
13	Maximum Normal Contact Stress	6	MPa
14	Critical Fracture Energy for Normal Separation	7E-07	mJ mm ⁻²
15	Maximum Equivalent Tangential Contact Stress	2,46	MPa
16	Critical Fracture Energy for Tangential Slip	7E-07	mJ mm ⁻²
17	Artificial Damping Coefficient	1	s

Figura 3.2 - Configuração do material de interface

Fonte: autor

Foi definido modo II de fratura para todas as interfaces. O programa oferece as opções de basear o modelo de interface na distância máxima de separação (*separation distance based*) ou na energia de fratura (*fracture-energies based*). Foram realizados vários testes e foi observada melhor

convergência da análise quando se utilizou o modelo baseado em energia de fratura. Para Anderson (2017), a abordagem da energia considera que a fratura ocorre quando a energia disponível para fissuração é suficiente para superar a resistência do material. Assim, a tensão tangencial máxima e energia de fratura foram calculadas conforme o modelo de Lu *et al.* (2005) descrito anteriormente.

Para o concreto, foram definidos ainda os coeficientes de fissura aberta, igual a 0,3, e de fissura fechada, igual a 1,0. Para o aço foi definido módulo tangente igual a 0, ou seja, um modelo elastoplástico perfeito. Os coeficientes de Poisson adotados para o concreto, aço e reforço foram respectivamente 0,20, 0,30 e 0,27.

3.1.2. Utilização de comandos APDL

A principal desvantagem da versão *Workbench* do ANSYS é a falta de opções para definir certos materiais, como o concreto armado. No entanto, a plataforma oferece a opção de se inserir propriedades dos materiais e da análise através de comandos na linguagem APDL, que são os mesmos comandos utilizados na versão APDL.

Todas as configurações aplicadas através de comandos se sobrepõem às configurações realizadas no próprio programa, e os comandos podem ser aplicados nas mais diversas etapas da análise. Os comandos aplicados a geometrias fazem parte do /PREP7, ou pré-processamento da análise. É aqui que devem ser inseridos os comandos com as formulações não-lineares dos materiais. Além disso, é possível inserir entradas na parte /SOLU (configurações da análise) e /POST (pós-processamento dos resultados).

Entretanto, a maioria das configurações foi realizada no próprio *Workbench*, como será visto nos itens seguintes. Exemplos dos comandos utilizados nas análises das vigas deste trabalho estão no Apêndice 1.

3.1.3. Elementos utilizados

Solid65

O elemento tridimensional Solid65 é amplamente utilizado para representar o comportamento do concreto em simulações de elementos finitos devido à sua capacidade de fissurar sob tração e esmagar sob compressão, além de poder sofrer fluência. Além disso, este elemento suporta até quatro materiais diferentes para cada elemento finito, sendo um o material principal e os demais as armaduras distribuídas no interior do elemento, sendo ideal para representar o concreto armado. O elemento Solid65 possui oito nós e três graus de liberdade em cada nó (translações em X, Y e Z), como mostrado na Fig. 3.3, e utiliza a formulação de Willam-Warnke para representar o concreto.

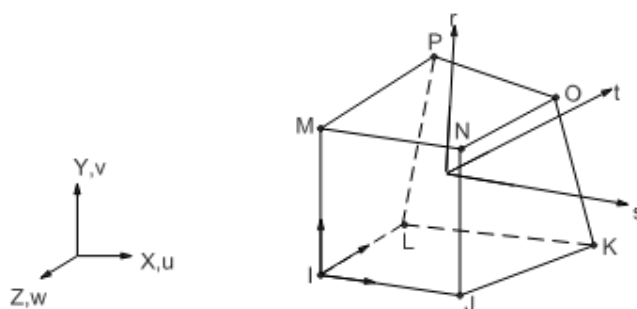


Figura 3.3 - Elemento Solid65
Fonte: ANSYS (2017)

Segundo ANSYS (2017), este elemento possui as seguintes considerações e restrições:

- É permitida fissuração nas três direções ortogonais em cada ponto de integração.
- Se ocorrer fissuração em um ponto de integração, ela é modelada através de um ajuste nas propriedades do material, o que efetivamente trata a fissura como uma faixa distribuída de fissuras em vez de uma fissura discreta.
- O material é considerado inicialmente isotrópico.
- Quando utilizada a opção de armadura distribuída, a armadura é considerada uniforme ao longo do elemento.
- Além de fissuração e esmagamento, o concreto também pode sofrer deformação plástica. Neste caso, a deformação plástica ocorre antes do esmagamento ou fissuração.

O elemento Solid65 foi aplicado a todas as vigas de concreto analisadas neste trabalho.

Link180

Conforme ANSYS (2017), Link180 é um elemento tridimensional linear que pode ser usado para modelar treliças, cabos, barras, etc. Possui dois nós com três graus de liberdade (translações) em cada nó (Fig. 3.4). Este elemento resiste apenas a esforços axiais e possui elasticidade, plasticidade e fluência. O formato tridimensional deste elemento é devido a uma linha unidimensional que une seus dois nós e é aplicada uma seção transversal a esta linha, e a seção transversal é capaz de aumentar ou diminuir quando o elemento é submetido a compressão ou tração.

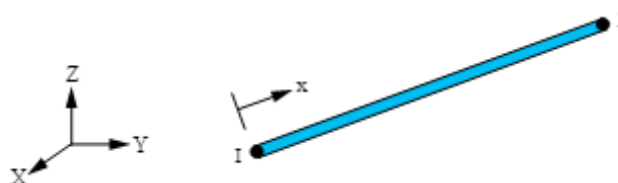


Figura 3.4 - Elemento Link180
Fonte: ANSYS (2017)

Todas as barras de aço modeladas neste trabalho utilizaram o elemento Link180.

Solid185

ANSYS (2017) explica que Solid185 é um elemento tridimensional de oito nós e três graus de liberdade (translações) em cada nó. Este elemento é adequado para modelagem de estruturas sólidas tridimensionais, podendo assumir o formato de hexaedro, prisma, tetraedro ou pirâmide (Fig. 3.5), sendo também bastante adequado para regiões com descontinuidades geométricas.

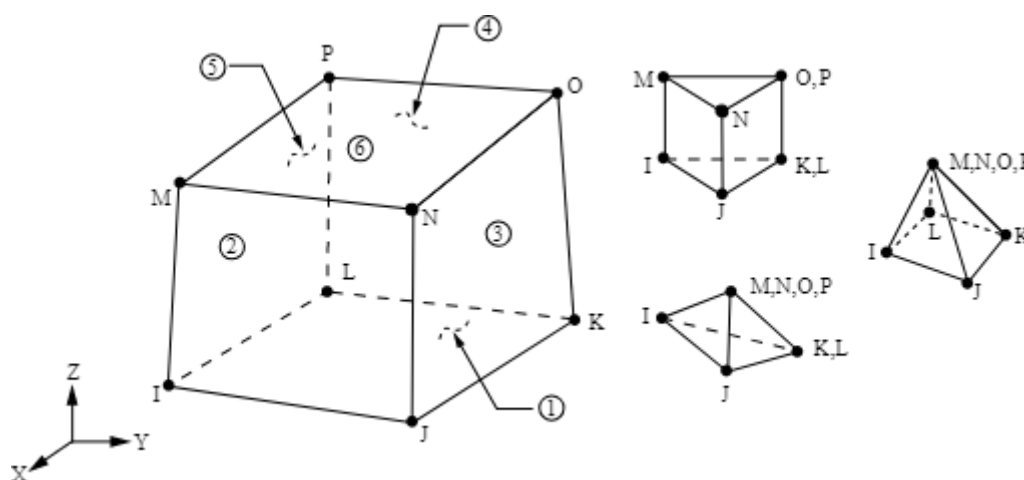


Figura 3.5 - Elemento Solid185
Fonte: adaptado de ANSYS (2017)

Este elemento foi definido para os pontos de carregamento, apoios e reforço. Neste trabalho, o reforço foi modelado com elementos sólidos em vez de elementos do tipo *shell* (de casca) devido à maior facilidade de convergência, além de não necessitar de ativação da convergência de momento, o que simplifica o processo de solução.

Elementos de contato

De acordo com Lee (2014), para especificar uma região de contato, é necessário selecionar um conjunto de faces de contato (*contact*) e alvo (*target*). Faces de contato estão associadas a ações, e faces de alvo a reações. Em uma definição de contato baseada em pares, os elementos de uma superfície de contato devem estar associados a elementos de uma superfície de alvo.

Ainda segundo Lee (2014), durante a solução, o Workbench verifica a situação de cada nó nas faces de contato contra as faces de alvo. Para isso, são gerados elementos dos tipos CONTA e TARGE. Se o comportamento de uma região de contato for definido como simétrico, tanto os elementos do tipo CONTA quanto do tipo TARGE se comportam da mesma maneira, não importando a posição deles. Nos casos onde o comportamento simétrico não for possível, as faces do tipo *target*

devem ser escolhidas preferencialmente em corpos com suportes fixos, maior rigidez ou menores curvaturas.

O elemento de contato utilizado neste trabalho foi o elemento Conta174, e o elemento de alvo foi o elemento Targe170. Conta174 é utilizado para representar contato e deslizamento entre duas faces tridimensionais. Segundo ANSYS (2017), este elemento possui as mesmas características geométricas do elemento ao qual está conectado, e permite atrito e separação normal de contatos para simular delaminação de interface. Já o elemento Targe170 é usado para representar superfícies tridimensionais de alvo associadas a elementos de contato. Os elementos de contato sobrepõem elementos sólidos, *shell* ou lineares e descrevem o contorno de um corpo deformável. Esses elementos são mostrados na Fig. 3.6.

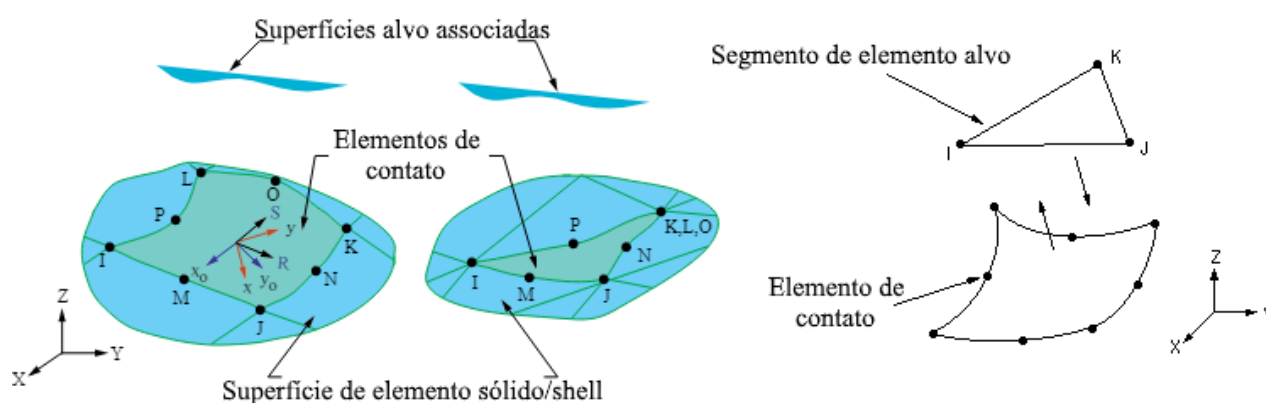


Figura 3.6 - Elementos Conta174 e Targe170

Fonte: adaptado de ANSYS (2017)

3.1.4. Procedimento de modelagem

Modelagem da geometria

A modelagem da geometria foi realizada dentro do módulo *Design Modeler* do *Workbench*.

A porção de concreto das vigas foi modelada como um corpo sólido, bem como os pontos de aplicação de carga e apoios. Dentro do corpo sólido do concreto, foi definido um plano transversal e um longitudinal para que fossem desenhadas as armaduras transversais e longitudinais, sendo que os cobrimentos foram definidos como deslocamentos desses planos em relação à sua face de origem na viga, e as barras foram definidas como corpos lineares que receberam uma seção transversal. O reforço foi desenhado na face inferior do corpo de concreto e as ancoragens nas faces laterais. Os objetos referentes ao reforço foram definidos inicialmente como superficiais e foi utilizado o comando *thin surface* para dar sua profundidade e transformá-los em sólidos.

Por fim, com o objetivo de reduzir o esforço computacional empregado nas análises, as vigas

foram cortadas na metade de sua dimensão longitudinal e na metade de sua dimensão transversal, resultando em quatro porções iguais da mesma viga. Três dessas porções foram descartadas, de modo que restou apenas um quarto do modelo, sendo aplicados planos de simetria nas regiões cortadas.

Definição da malha

Para se definir o refinamento ideal da malha de elementos finitos, deve-se executar o procedimento denominado “teste de convergência de malha”, onde são realizados refinamentos sucessivos da malha, observando-se a variação nos resultados. Uma malha bem concebida é aquela com a qual os resultados param de variar consideravelmente de um grau de refinamento para outro.

É importante definir o tipo de armadura que será empregada no modelo. Existem três formas de representar a armadura em uma simulação de elementos finitos. Conforme explica Ayala (2017), a rigidez da armadura, dependendo da idealização, pode ser incluída no modelo de elementos finitos de forma incorporada, distribuída ou discreta (Fig. 3.7).

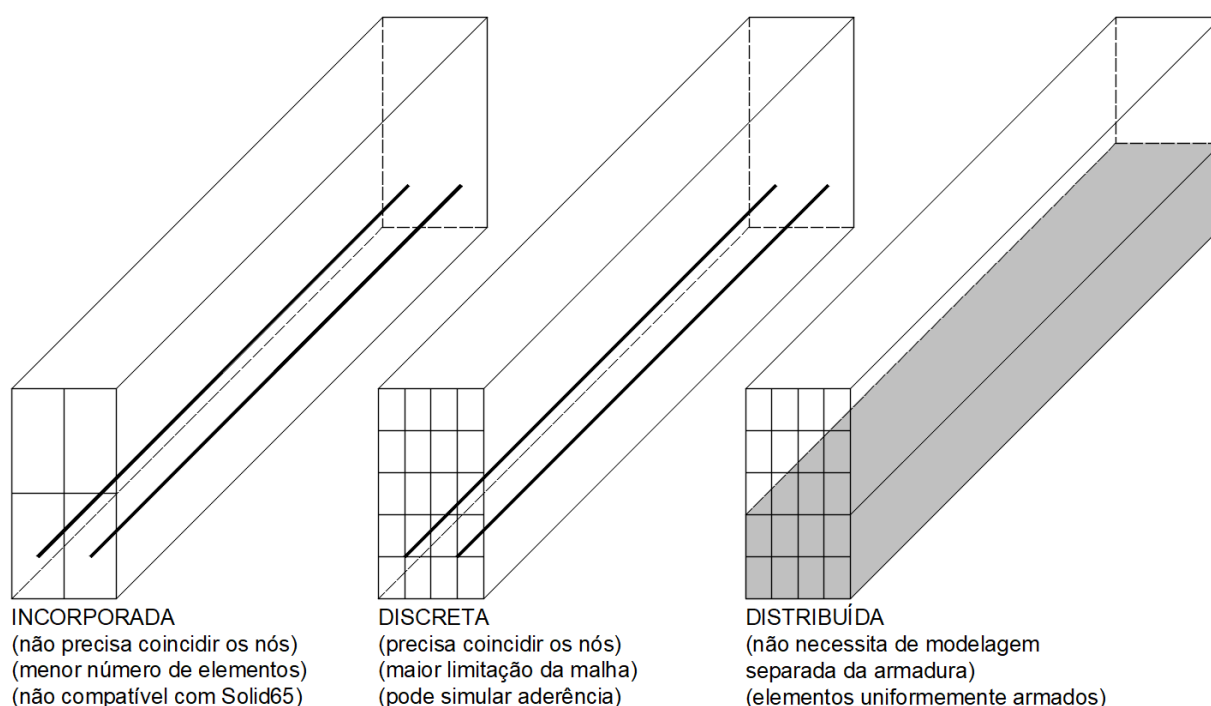


Figura 3.7 - Modelos de armadura

Fonte: autor

- Armadura incorporada (*embedded*): a armadura é considerada como uma linha de material rígido com aderência perfeita no interior dos elementos.
- Armadura discreta (*discrete*): a armadura é representada como um material linear e os nós dos elementos da armadura devem coincidir com os nós dos elementos do concreto para

que haja transferência de esforços. Na modelagem discreta, é possível simular a falta de aderência entre concreto e armadura.

- c) Armadura distribuída (*smeared*): a armadura é representada por um modelo de discretização em camadas, onde o concreto é uniformemente armado dentro de cada elemento finito.

O elemento disponível no ANSYS para a representação do concreto (Solid65) é compatível apenas com a modelagem discreta e distribuída, sendo escolhida a modelagem discreta para este trabalho devido à possibilidade de visualização de tensões e deformações nas armaduras. Em uma análise com armadura discreta, é necessário que os nós dos elementos da armadura coincidam com os nós dos elementos do concreto. Dessa forma, nas análises deste trabalho, buscou-se posicionar as armaduras sempre nessas regiões, ajustando-se os cobrimentos das armaduras e as dimensões da malha, quando necessário, de modo que as geometrias fossem pouco afetadas pelas aproximações.

Definição dos contatos

Lee (2014) explica que no ANSYS Workbench existem seis tipos de contato:

- a) *Bonded*: é o tipo de contato padrão do programa e pode ser aplicado a todos os tipos de geometria. Não é permitido deslizamento ou separação entre elementos em contato. Este tipo de contato considera resistência infinita na região da interface, o que faz com que a extensão da região de contato não seja alterada durante a análise, permitindo uma solução mais linear.
- b) *No Separation*: é semelhante ao tipo *Bonded*, porém, só se aplica a faces ou arestas. Não é permitida separação entre as geometrias em contato, mas é permitido um pequeno deslizamento na direção tangencial.
- c) *Frictional*: as geometrias em contato podem se separar, e, quando em contato, podem deslizar quando a tensão de cisalhamento entre elas excede um valor crítico, calculado através da multiplicação da tensão normal por um coeficiente de atrito μ . Este coeficiente é um dado de entrada neste tipo de contato.
- d) *Frictionless*: os elementos em contato estão livres para se separar e não há nenhuma força de atrito na direção tangencial.
- e) *Rough*: semelhante ao tipo *Frictional*, porém, é considerado um coeficiente de atrito infinito, o que impede deslizamento na direção tangencial, mas é permitida separação entre os elementos.
- f) *Forced Frictional Sliding*: semelhante ao tipo *Frictional*, porém, os elementos podem

deslizar na direção tangencial mesmo abaixo do valor crítico.

Ainda de acordo com Lee (2014), os tipos *Bonded* e *No Separation* são chamados de contatos lineares, e os demais são chamados de contatos não-lineares. Na Tabela 3.1 é apresentado um resumo dos tipos de contato.

Tabela 3.1 - Resumo dos tipos de contato

Tipo	Separação normal	Deslizamento tangencial
<i>Bonded</i>	não	não
<i>No Separation</i>	não	sim, $\mu = 0$
<i>Frictional</i>	sim	sim, se $F_{int} > F_{at}$
<i>Frictionless</i>	sim	sim, $\mu = 0$
<i>Rough</i>	sim	não, $\mu = \infty$
<i>Forced Frictional Sliding</i>	sim	sim, mesmo se $F_{int} < F_{at}$

Além dos tipos, existem as formulações desses contatos, conforme explica Lee (2014):

- Multi-Point Constraint* (MPC): está disponível apenas para contatos lineares. São introduzidas equações de restrição para compatibilizar os deslocamentos entre faces em contato.
- Pure Penalty*: sempre que um ponto em contato penetrar na direção normal por uma profundidade em uma face, ocorrerá uma reação nessa face. Essa profundidade geralmente é inversamente proporcional à dificuldade de convergência e diretamente proporcional à precisão da análise (quanto mais penetração, mais fácil a convergência, porém, menor a precisão da análise).
- Normal Lagrange*: adiciona um grau de liberdade adicional (pressão de contato) para prevenir penetração. Esta formulação é válida apenas para a direção normal. Na direção tangencial, é aplicada a formulação *pure penalty*.
- Augmented Lagrange*: uma formulação híbrida entre *normal Lagrange* e *pure penalty*, onde ocorre penetração e há pressão de contato. Esta formulação geralmente é mais adequada para problemas com atrito, e também consome mais poder computacional. Esta formulação é válida apenas para a direção normal. Na direção tangencial, é aplicada a

formulação *pure penalty*.

Conforme a Tabela 3.1, nenhum dos contatos disponíveis é adequado para representar o modo II de fratura. Portanto, neste trabalho, todos os contatos foram definidos como *bonded* com a formulação *pure penalty*. Foi escolhido o contato *bonded* devido à maior facilidade de convergência, uma vez que as não-linearidades da região de contato podem ser introduzidas posteriormente através da ferramenta *Fracture*, que será discutida a seguir.

Utilização da ferramenta *Fracture*

Esta ferramenta está disponível na versão *Workbench* e apresenta entre suas funções a opção de descolamento de contato (*contact debonding*) utilizando um MZC bilinear. Para habilitar este recurso, o usuário do ANSYS Workbench deve proceder conforme mostrado no Apêndice 2 deste trabalho.

Esta ferramenta é compatível com regiões de contato do tipo *Bonded* e *No Separation* que utilizem as formulações *pure penalty* ou *augmented Lagrange*. A opção de descolamento de contato habilita a não-linearidade do contato, onde irá ocorrer descolamento/deslizamento se uma determinada tensão limite for atingida na interface, podendo ser tensões normais (modo I de fratura), tangenciais (modo II) ou misto.

Para este trabalho, o modelo de descolamento de contato mostrou-se mais prático que o modelo de interface com elementos do tipo INTER, pois não necessita de uma modelagem específica da região da interface, aproveitando as regiões de contato que são geradas automaticamente pelo programa. Por fim, seleciona-se o material da região da interface e o contato desejado. O material deve ser definido previamente na seção *Engineering Data*, conforme descrito no item 3.1.1. Após isso, ao executar a análise, os efeitos de não-linearidade da região de contato serão considerados.

3.1.5. Propriedades das análises

As análises utilizaram um critério de convergência baseado em deslocamento, onde foi definida uma tolerância de 1% e adotado o método de Newton-Raphson completo (*full*). Segundo Pivatto (2017), pelo Newton-Raphson, a implementação é feita por meio da aproximação da trajetória de equilíbrio da estrutura por suas tangentes até alcançar a convergência.

Em uma análise não-linear, deve-se definir a quantidade de *steps* e *substeps* da análise. Um *step* (passo de carga) corresponde a um conjunto de cargas para as quais se deseja obter uma solução e analisar os resultados. Já os *substeps* (ou incrementos) são soluções realizadas nos pontos intermediários de um passo de carga. A resolução de uma análise não-linear requer convergência de um procedimento de solução iterativa, onde a carga é aplicada gradualmente através de incrementos.

Uma maior quantidade de incrementos gera resultados mais refinados, porém, aumenta o esforço computacional de forma proporcional. Para descobrir a quantidade de incrementos ideal, de forma semelhante ao teste de convergência da malha, executa-se a análise com uma quantidade baixa de *substeps* e um carregamento suficiente para provocar não-linearidades, verificando os resultados. Em seguida, aumenta-se a quantidade de *substeps*, observando-se a variação nos resultados. Repete-se o processo até que os resultados parem de variar consideravelmente de uma configuração para outra, indicando que foi atingido um número suficiente de incrementos. Cabe ao usuário definir o quão refinados deverão ser os resultados. Esta variação é ilustrada na Fig. 3.8.

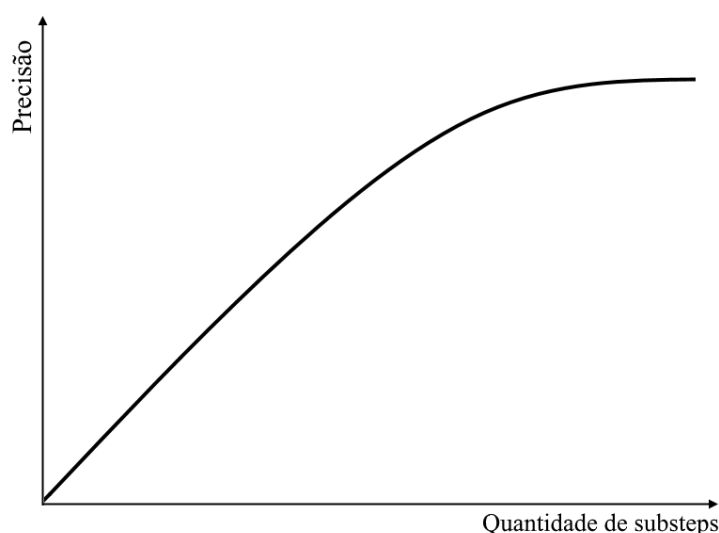


Figura 3.8 - Relação entre quantidade de incrementos e precisão da análise
Fonte: autor

Nas vigas deste trabalho, o carregamento foi aplicado em um único passo de carga e verificou-se, através do procedimento descrito no parágrafo anterior, que 150 *substeps* seriam uma quantidade suficiente para gerar resultados satisfatórios. O carregamento foi aplicado como força e as reações de apoio (suportes) foram definidas como deslocamentos nulos no eixo Y.

A resposta da estrutura ao carregamento e sua carga de ruptura foram observadas através do gráfico carga-deflexão no centro do vão. Na versão *Workbench*, é possível definir este gráfico através das ferramentas *Chart* e *User Defined Result*. O procedimento para se inserir este gráfico no *Workbench* está descrito no Apêndice 3.

3.1.6. Identificação dos modos de falha

Conforme apresentado no item 2.5.2, o ACI 440.2R-17 (2017) cita cinco modos de falha que podem ocorrer em vigas de concreto armado reforçadas à flexão com PRFs. Como forma de

identificar esses modos de falha na simulação computacional, é importante observar as tensões atuantes na porção de concreto da viga, nas armaduras, no reforço e a tensão de cisalhamento na interface, além da deformação específica máxima do reforço.

Esmagamento do concreto antes do escoamento do aço

Este modo de ruptura é o modo mais fácil de ser identificado, pois o aço da armadura de flexão não atinge a tensão de escoamento. Na porção comprimida da viga, as tensões normais no concreto atingem valores elevados um pouco superiores ao limite de resistência à compressão. Esta ruptura corresponde ao domínio 4 de uma viga de concreto armado sem reforço.

Escoamento do aço sob tração seguido de ruptura do laminado de PRF

O aço da armadura de flexão atinge sua tensão de escoamento e o reforço atinge sua tensão e/ou deformação limite. Geralmente esta ruptura ocorre devido a uma insuficiência de armadura de flexão na viga, e corresponde ao domínio 2 de uma viga de concreto armado sem reforço.

Escoamento do aço sob tração seguido pelo esmagamento do concreto

O aço da armadura de flexão atinge sua tensão de escoamento. Na porção comprimida da viga, as tensões normais no concreto atingem valores elevados um pouco superiores ao limite de resistência à compressão. Esta ruptura corresponde ao domínio 3 de uma viga de concreto armado sem reforço.

Descolamento do reforço do substrato de concreto

Neste modo de falha, a tensão na interface atinge o valor limite para que ocorra descolamento do PRF com um deslocamento significativo ($>s_{\max}$) e com extensão considerável. O descolamento pode ocorrer nas extremidades do reforço ou devido ao aparecimento de fissura intermediária, sendo este último caracterizado por uma concentração de tensões em pontos isolados nas regiões próximas às faces laterais da viga.

Separação do cobrimento de concreto por cisalhamento/tração

Este modo de ruptura decorre da falta de ancoragem adequada do reforço. Podem ser observadas concentrações de tensões de compressão no apoio e de tensões de tração nas regiões próximas às extremidades do reforço. Esta situação é verificada na Fig. 3.9, onde as regiões escuras e claras correspondem às regiões onde há tensões negativas (compressão) e positivas (tração), respectivamente.



Figura 3.9 - Tensões normais em uma viga genérica com separação do cobrimento de concreto

Fonte: autor

3.1.7. Parametrização de variáveis e módulo Response Surface

É possível criar variáveis parametrizadas na versão *Workbench* do ANSYS. Essas variáveis são divididas em dois grupos: de entrada (independentes) e de saída (dependentes). As variáveis de entrada correspondem aos parâmetros que sofrerão variações durante as análises de confiabilidade, como as dimensões e propriedades dos materiais. Já as variáveis de saída correspondem aos resultados desejados, como deformação máxima e reação de apoio (carga de ruptura).

A parametrização está disponível em todas as etapas da análise, como na definição dos materiais (*Engineering Data*), na modelagem da geometria, nas partes do pré e pós-processamento e ainda é possível parametrizar variáveis inseridas através de comandos. Definidos os parâmetros, é possível utilizar a ferramenta *Response Surface* do ANSYS para realizar um pequeno número de simulações para determinar a superfície de resposta do sistema e estimar o grau de correlação entre as variáveis.

Um dos dados de saída da ferramenta são os coeficientes da função polinomial de resposta. No entanto, para a obtenção da função, optou-se por não utilizar esta ferramenta, uma vez que ela não apresenta muitas opções de controle do método, como a inclusão ou exclusão de termos da função e o intervalo de confiança. A ferramenta foi utilizada somente para determinar os pontos de projeto (*design points*) utilizando a técnica de amostragem *Central Composite Design*. O procedimento para obtenção da função de resposta está descrito no item 3.4.1.

3.2. Modelo da viga estudada

Para definição da estrutura estudada nas análises de confiabilidade, foi dimensionada uma viga conforme os padrões da NBR 6118 (2014), seu reforço foi calculado segundo o ACI 440.2R-17 (2017). A viga dimensionada é caracterizada por um modelo biapoiado de seção retangular com carregamento distribuído, um modelo bastante comum em estruturas de concreto armado.

Foi adotado comprimento do vão de 5 m, largura da base de 15 cm e altura de 50 cm. As armaduras foram dimensionadas considerando um carregamento total de 16 kN/m (13 kN/m de carga permanente e 3 kN/m de carga acidental), que é um carregamento médio razoável encontrado em

diversas situações de projeto, e foram seguidas as diretrizes da ABNT NBR 6118 (2014) para dimensionamento, considerando altura útil de 45 cm e as propriedades apresentadas na Tab. 3.2. Os valores adotados correspondem a valores médios usualmente adotados em projetos de estruturas de concreto, e para a fibra de carbono foi escolhido o modelo *Carbon* CFW 300 da Viapol.

Tabela 3.2 - Propriedades dos materiais

Material	Parâmetro	Unidade	Valor
Concreto	Resistência à compressão	MPa	30
	Resistência à tração	MPa	2,9
	Módulo de elasticidade	GPa	25,743
Aço	Tensão de escoamento	MPa	500
	Módulo de elasticidade	GPa	210
	Módulo tangente	GPa	0
PRFC	Espessura de cada camada	mm	0,166
	Resistência à tração	MPa	4900
	Deformação na ruptura	%	21
	Módulo de elasticidade	GPa	230

As armaduras calculadas foram duas barras de 16 mm para a armadura longitudinal de tração e 50 estribos de 6,3 mm com espaçamento de 10 cm.

Para o dimensionamento do reforço, foi adotado o procedimento do item 2.5.3, considerando que o carregamento variável foi aumentado de 3 para 9 kN/m. Desta forma, pôde-se caracterizar um excesso de carregamento em relação ao dimensionamento original, uma situação em decorrência da alteração do uso da edificação que tornaria necessário o emprego do reforço. Não foi utilizada ancoragem lateral na viga. O detalhamento é apresentado na Fig. 3.10.

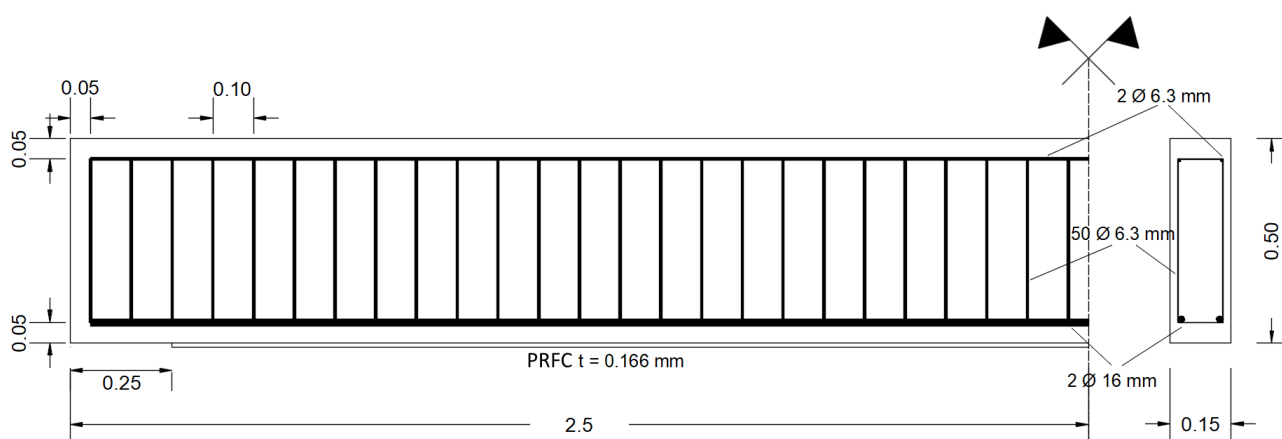


Figura 3.10 - Viga analisada (dimensões em m)

Fonte: autor

Nas simulações computacionais com esta viga, a malha de elementos finitos foi modelada com 50 mm na direção X, 12,5 mm na direção Y e 18,75 mm na direção Z, e foi refinada no reforço na direção X, ficando com 25 mm nessa direção. O carregamento foi distribuído na face superior da viga e os apoios foram definidos como deslocamentos nulos na direção Y das faces das extremidades.

3.3. Variáveis aleatórias consideradas

Conforme mencionado no capítulo 2, em uma análise probabilística existem variáveis a serem consideradas, que são as variáveis de entrada do modelo (ou variáveis independentes). Utilizando a função de desempenho (Eq. (2.24)) é possível separar essas variáveis em componentes da resistência e da solicitação.

3.3.1. Componentes da resistência

As componentes da resistência consideradas neste trabalho foram a altura útil da viga; a resistência à compressão do concreto; a tensão de escoamento do aço e o módulo de elasticidade do reforço.

Altura útil

Para a propriedades da altura útil da viga, conforme Real (2000), foi adotada distribuição normal de probabilidade, desvio padrão igual a 0,5 cm e o valor médio foi considerado igual ao valor de projeto.

Resistência à compressão do concreto

Conforme Gomes (2001), a resistência à compressão do concreto pode ser representada por uma distribuição normal de probabilidade e a média pode ser obtida pela Eq. (3.1), onde δ_{fc} é o

coeficiente de variação.

$$\mu_{fc} = \frac{f_{ck}}{1 - 1,65\delta_{fc}} \quad (3.1)$$

Segundo Barbosa (2017), o coeficiente de variação δ_{fc} está diretamente ligado ao controle de qualidade no processo de confecção do material e também à heterogeneidade do material e pode ser adotado um valor de 10%.

Neste trabalho, optou-se por definir a resistência à tração e o módulo de elasticidade do concreto em função da sua resistência à compressão, conforme Eqs. (3.2) e (3.3), as quais são recomendadas pelo fib *Model Code* 2010 (2012). Portanto, com a variação da resistência à compressão do concreto, varia-se também estas propriedades.

$$f_{ctm} = 0,3f_{ck}^{2/3} \quad (3.2)$$

$$E_c = 21500 \left(\frac{f_{ck}}{10} \right)^{1/3} \quad (3.3)$$

Tensão de escoamento do aço

Barbosa (2017) explica que a distribuição de probabilidade mais adequada para este material é a lognormal. De acordo com Real (2000) e Gomes (2001), o valor médio μ_s corresponde a 1,09 vezes o valor de f_{yk} .

Para Gomes (2001), devido ao processo industrial de fabricação das armaduras de aço, a tensão de escoamento tende a apresentar pequena variabilidade, o que justifica um coeficiente de variação δ_s igual a 5%.

Módulo de elasticidade do reforço

Segundo Atadero e Karbhari (2008), a distribuição de probabilidade desta variável é lognormal e o coeficiente de variação é igual a 10%. A média foi tomada como o valor nominal de projeto.

3.3.2. Componentes da solicitação

As componentes da solicitação foram separadas em carga permanente (g) e carga variável (q).

Para a carga permanente, de acordo com Galambos *et al.* (1982) e Nowak e Collins (2012), adota-se uma distribuição de probabilidade normal com média igual a 1,05 vezes o valor de g e coeficiente de variação de 10%.

Para a carga accidental, utiliza-se uma distribuição de probabilidade de valores extremos Tipo I (Gumbel). A ABNT NBR 8681 (2003) define o valor característico do carregamento accidental como aquele que apresenta uma probabilidade média de 30% de ser superado em um período de 50 anos. Com isso, conforme utilizado em Silva (2017) e Scherer (2018), adotou-se a expressão da Eq. (3.4) para o cálculo do valor médio da carga accidental, onde δ_q é o coeficiente de variação da carga accidental, que segundo Galambos *et al.* (1982) pode ser considerado igual a 25%.

$$\mu_q = \frac{q}{1 + 0,35\delta_q} \quad (3.4)$$

3.3.3. Estimativa de erro do modelo

Segundo Santos *et al.* (2014), além dos parâmetros relacionados aos materiais, geometrias e carregamentos, devem ser consideradas as incertezas provenientes do modelo adotado. As variáveis aleatórias referentes ao erro do modelo são adotadas conforme Eq. (3.5).

$$g(x) = \theta_R R(x) - \theta_S S(x) \quad (3.5)$$

Os parâmetros θ correspondem ao erro do modelo, sendo θ_R a incerteza proveniente do modelo resistente e θ_S a incerteza das solicitações. Essas variáveis apresentam média unitária, desvio padrão igual a 0,05 e distribuição lognormal de probabilidade, conforme recomendado pelo JCSS *Probabilistic Model Code* (2001). Com isto, pretende-se cobrir as incertezas provenientes do modelo.

3.4. Procedimentos de análise de confiabilidade

3.4.1. Determinação do índice de confiabilidade alvo

A norma fib *Model Code* 2010 (2012) traz uma tabela com índices de confiabilidade alvo para estruturas de concreto em relação ao ELU, considerando um período de 50 anos. Scherer (2018) explica que a escolha do índice de confiabilidade alvo considera possíveis consequências da falha em termos de risco a vida, perdas econômicas e inconveniência social. Os índices de confiabilidade alvo da norma são mostrados na Tab. 3.3.

A norma americana ACI 440.2R (2017) trabalha com um índice alvo de 3,5 para o reforço à flexão de vigas de concreto armado. No entanto, em geral, as normas americanas para estruturas de concreto tendem a ser bastante conservadoras, como mostrado em Couto *et al.* (2015) e Santos e Santos (2019). Desta forma, para o presente trabalho, foi adotado um índice alvo de 3,1.

Tabela 3.3 - Índices de confiabilidade alvo recomendados pelo fib *Model Code* 2010 (2012)

Custo relativo à medida de segurança	Consequências da falha			
	Pequena	Reduzida	Moderada	Alta
Alto	0	1,5	2,3	3,1
Moderado	1,3	2,3	3,1	3,8
Baixo	2,3	3,1	3,8	4,3

3.4.2. Obtenção da função de resposta do sistema

Conforme apresentado no item 2.3.3, o MSR consiste em se obter uma função de resposta do sistema dadas suas variáveis aleatórias de entrada. Para isso, foi executado um pequeno número de simulações no ANSYS utilizando os pontos de projeto obtidos na ferramenta *Response Surface*. Os resultados das simulações foram introduzidos no *software* Minitab, onde foi executado o MSR e obtida a função polinomial e os dados de adequação do modelo.

3.4.3. Análise pelo método FORM

Nas análises de confiabilidade deste trabalho pelo método FORM, foi utilizado o *software* Excel e a análise foi realizada com base nas planilhas de Low e Tang (2007). O procedimento consiste em aplicar a função de resposta do sistema em uma célula $g(x^*)$. É realizado o processo descrito no item 2.3.5, onde é calculado o valor inicial de $g(x^*)$ e β através das variáveis de entrada, de suas médias, desvios padrões e distribuições de probabilidade.

Então, através da extensão *solver* do Excel, são alteradas as variáveis de entrada da função respeitando a restrição $g(x^*) = 0$ e o índice β retornado deve apresentar um valor mínimo. Desta forma, é obtido o menor índice de confiabilidade possível para um valor de $g(x^*)$ correspondente ao estado-limite da estrutura.

3.4.4. Análise por simulações de Monte Carlo

Neste trabalho, foram seguidos os passos indicados por Haldar e Mahadevan (2000), segundo os quais o procedimento de Monte Carlo consiste em:

- Definir as variáveis aleatórias;
- Definir as distribuições de probabilidade e parâmetros estatísticos das variáveis;
- Gerar N conjuntos de valores para as variáveis aleatórias de acordo com suas distribuições de probabilidade;

- d) Solucionar a função $g(x)$ para cada conjunto de variáveis aleatórias;
- e) Extrair as informações estatísticas, como a quantidade de vezes em que $g(x) < 0$;
- f) Determinar as probabilidades de falha e índices de confiabilidade.

Com a função de resposta do sistema, as simulações foram executadas no *software* Matlab utilizando o código contido no Apêndice 4 e usando os conceitos do item 2.3.5.

4. RESULTADOS

4.1. Validação do modelo

Nesta seção são analisadas vigas de trabalhos experimentais disponíveis na literatura, a fim de realizar a validação do modelo computacional.

4.1.1. Vigas de Pivatto (2017)

Pivatto (2017) analisou o comportamento estrutural por meio de métodos experimentais e modelagem numérica de vigas biapoiadas de concreto armado reforçadas à flexão com PRFC, além de analisar a influência da adição de incrementos de ancoragem no comportamento da peça. Para a representação computacional das vigas ensaiadas, foi utilizado o Modelo da Zona de Coesão como método de representação da interface, e observou-se que a adição de incrementos de ancoragem levou a um acréscimo na resistência mais efetivo que o aumento do número de camadas de reforço.

Foram analisadas 15 vigas separadas em cinco grupos de três vigas cada. O primeiro grupo compreendeu as vigas de referência; o segundo grupo foi composto por vigas reforçadas com uma camada de reforço; o terceiro grupo por vigas com duas camadas; o quarto grupo por vigas com uma camada e um par de ancoragens laterais; e o quinto grupo por vigas com uma camada e dois pares de ancoragens laterais. O detalhamento das vigas é apresentado na Fig. 4.1, e as propriedades dos materiais na Tab. 4.1, conforme informado por Pivatto (2017).

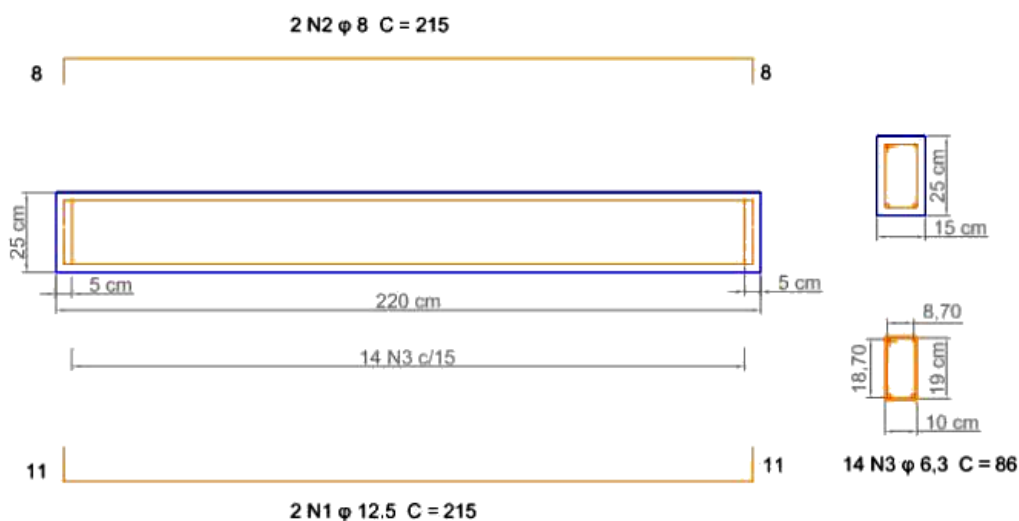


Figura 4.1 - Vigas de Pivatto (2017)
Fonte: Pivatto (2017)

Tabela 4.1 - Propriedades dos materiais do experimento de Pivatto (2017)

Material	Parâmetro	Unidade	Valor
Concreto	Resistência à compressão	MPa	24,05
	Resistência à tração	MPa	2,2
	Módulo de elasticidade	GPa	25,714
Aço	Tensão de escoamento	MPa	550
	Módulo de elasticidade	GPa	210
PRFC	Espessura de cada camada	mm	0,176
	Resistência à tração	MPa	3800
	Deformação na ruptura	‰	17
	Módulo de elasticidade	GPa	240

A partir dos valores de tensão de escoamento obtidos através de ensaios realizados por Pivatto (2017), foram definidas as resistências médias ao escoamento do aço de 8 mm como 620 MPa e do aço de 12,5 mm como 550 MPa. Entretanto, como simplificação, foi adotado para os dois diâmetros a resistência de 550 MPa. Todas as vigas foram rompidas por meio do ensaio de flexão a quatro pontos. Os resultados do experimento são apresentados na Tab. 4.2 e Fig. 4.2.

Assim, no presente estudo, foram modeladas as vigas de Pivatto (2017) no ANSYS utilizando a metodologia citada no capítulo 3. Após teste de convergência de malha, a malha de elementos finitos foi concebida com 50 mm na direção X, 31,25 mm na direção Y e 25 mm na direção Z, e as armaduras foram ajustadas de modo que seus centroides ficassem posicionados exatamente nas arestas dos elementos de concreto. O reforço foi modelado com elementos sólidos e sua espessura foi igual a 0,176 mm por camada. Nas vigas com duas camadas de reforço, foi modelado apenas um sólido com espessura igual a 0,352 mm. A malha do reforço foi refinada na direção X, ficando com 25 mm nesta direção, pois o programa recomenda que seja refinada a malha nessa região. O modelo está ilustrado

na Fig. 4.3.

Tabela 4.2 - Média dos resultados do experimento de Pivatto (2017)

Tipo de reforço	Carga de ruptura (kN)	Deflexão (mm)
Sem reforço	85,00	23,76
Uma camada	112,67	20,95
Duas camadas	114,41	13,54
Uma ancoragem	117,74	22,00
Duas ancoragens	120,85	24,86

Modos de ruptura - Análise experimental		
Tipo de viga	Modo de ruptura	Imagem
Referência	Flexão	
1 camada	Separação da camada de concreto	
2 camadas	Separação da camada de concreto/ Descolamento do reforço por aparecimento de fissura intermediária	
1 camada e 1 Ancoragem	Descolamento do reforço por aparecimento de fissura intermediária	
1 camada e 2 Ancoragens	Descolamento do reforço por aparecimento de fissura intermediária	

Figura 4.2 - Modos de ruptura das vigas de Pivatto (2017)

Fonte: Pivatto (2017)

Para as regiões de interface entre concreto e reforço foi definido o modo II de fratura com as seguintes propriedades: tensão de cisalhamento máxima igual a 2,4615 MPa e energia de fratura igual a $2,542 \times 10^{-4}$ mJ/mm² para as vigas com uma camada de reforço; e 2,4633 MPa e $2,545 \times 10^{-4}$ mJ/mm² para as vigas com duas camadas. As propriedades dos materiais foram definidas conforme Tab. 4.1.

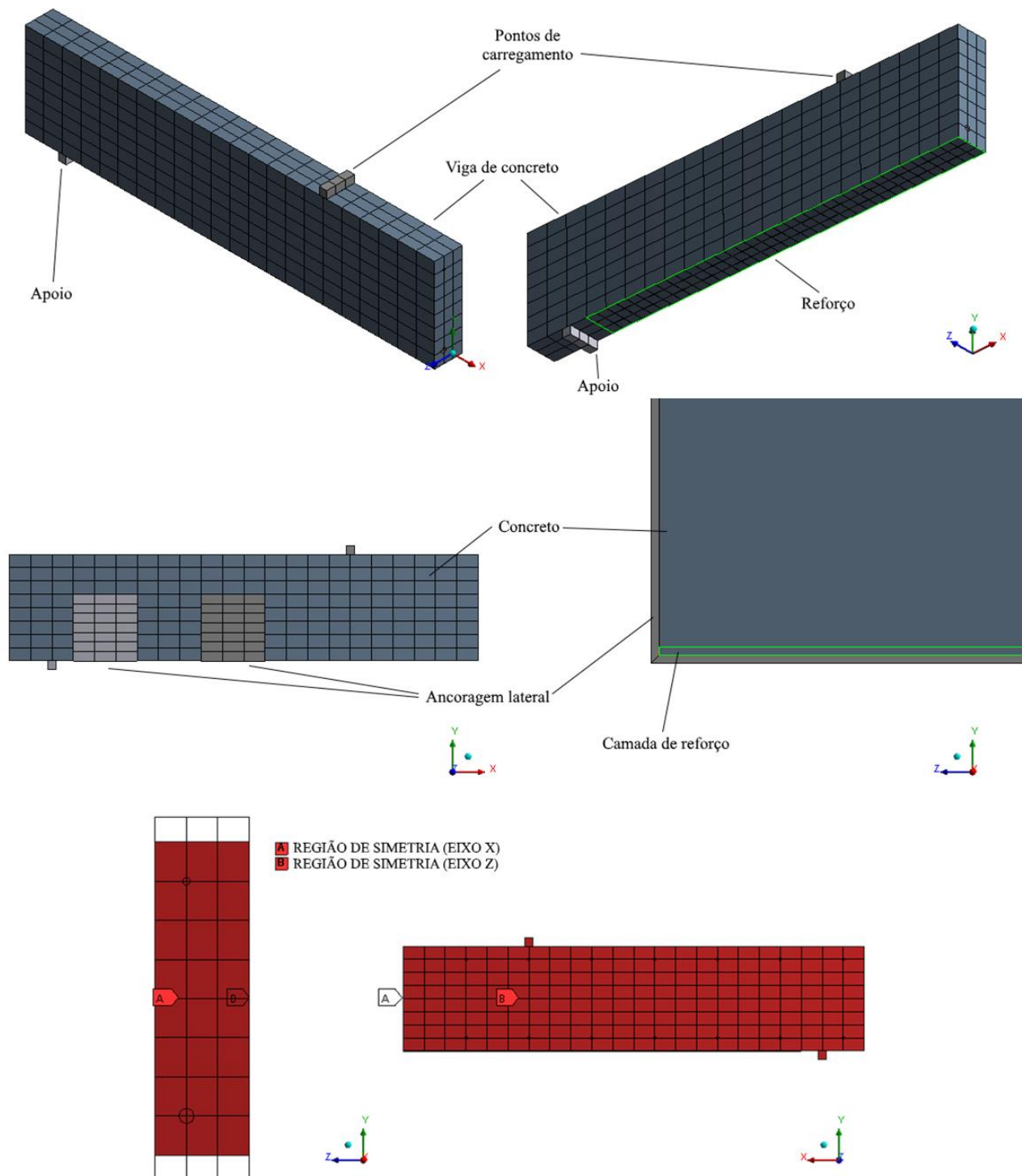


Figura 4.3 - Esquema do modelo em elementos finitos das vigas
Fonte: autor

Os resultados da simulação são apresentados na Tab. 4.3, e os gráficos carga-deflexão no centro do vão são apresentados nas Figs. 4.4, 4.5, 4.6, e 4.7, comparando-os aos das três vigas de cada grupo do ensaio experimental.

Tabela 4.3 - Resultados das simulações das vigas de Pivatto (2017) do presente estudo

Tipo de reforço	Carga de ruptura (kN)	Deflexão (mm)	Deformação máxima no reforço (‰)	Tensão de tração máxima no reforço (MPa)	Modo de falha
Uma camada	113,72	22,86	10,67	2605,50	Separação do cobrimento
Duas camadas	118,42	13,17	5,34	1357,40	Separação /descolamento
Uma ancoragem	118,01	25,80	10,29	2470,70	Descolamento do reforço
Duas ancoragens	120,53	20,47	10,20	2530,70	Descolamento do reforço

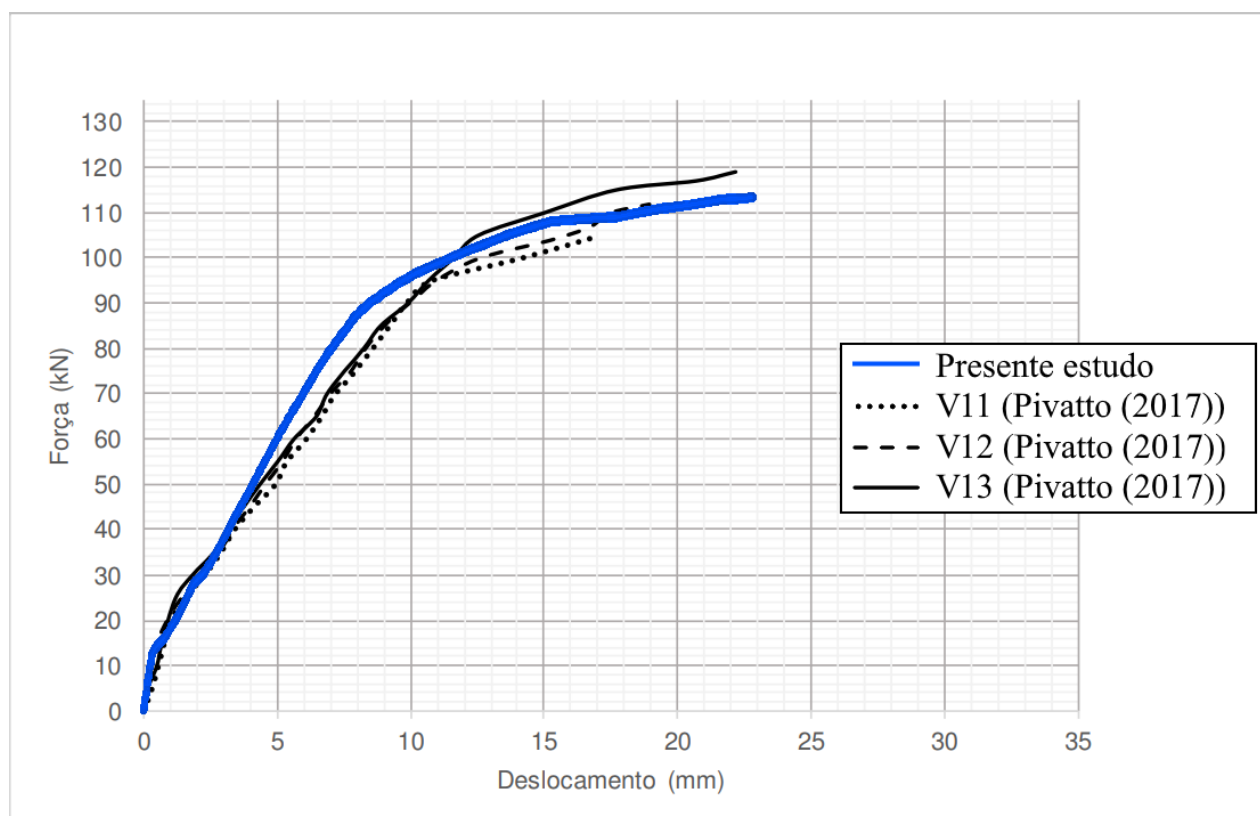


Figura 4.4 - Resultados para vigas de Pivatto (2017) com uma camada de reforço

Fonte: autor

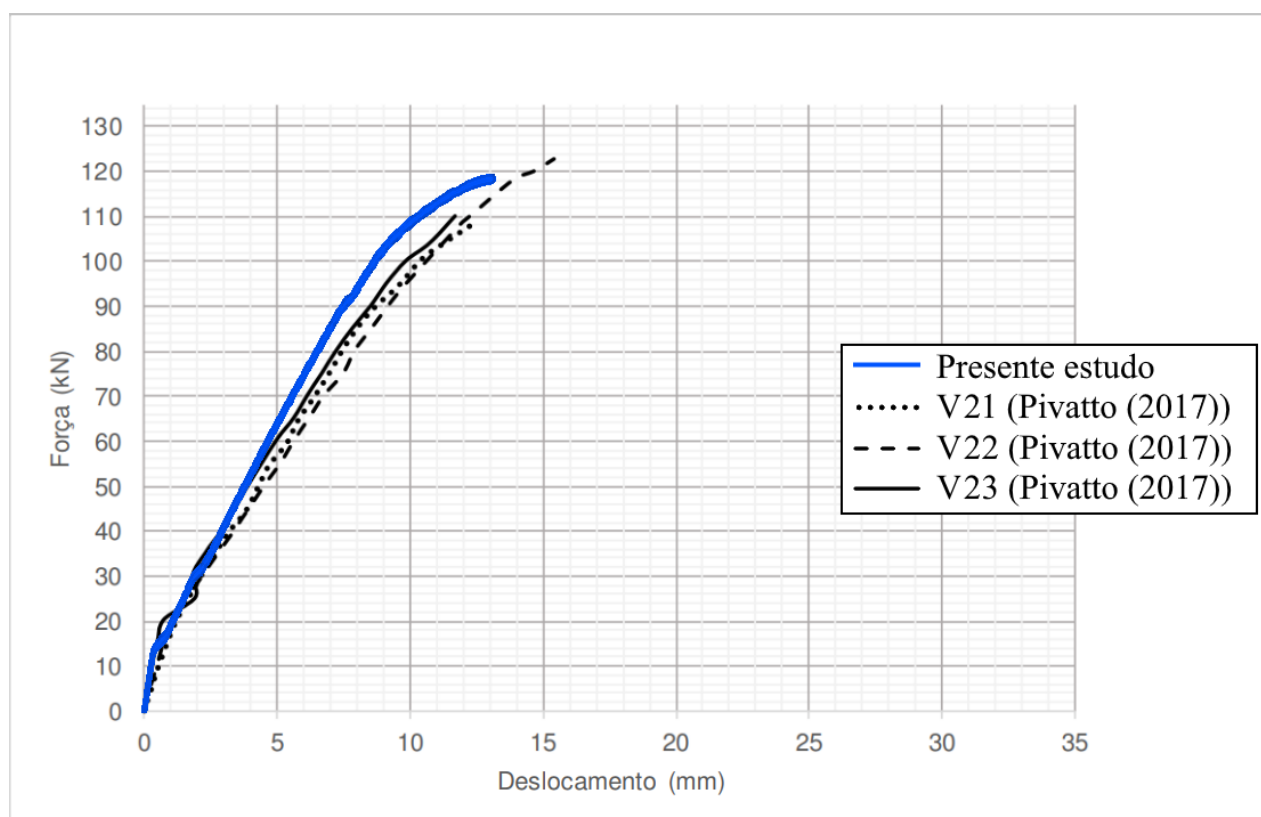


Figura 4.5 - Resultados para vigas de Pivatto (2017) com duas camadas de reforço
Fonte: autor

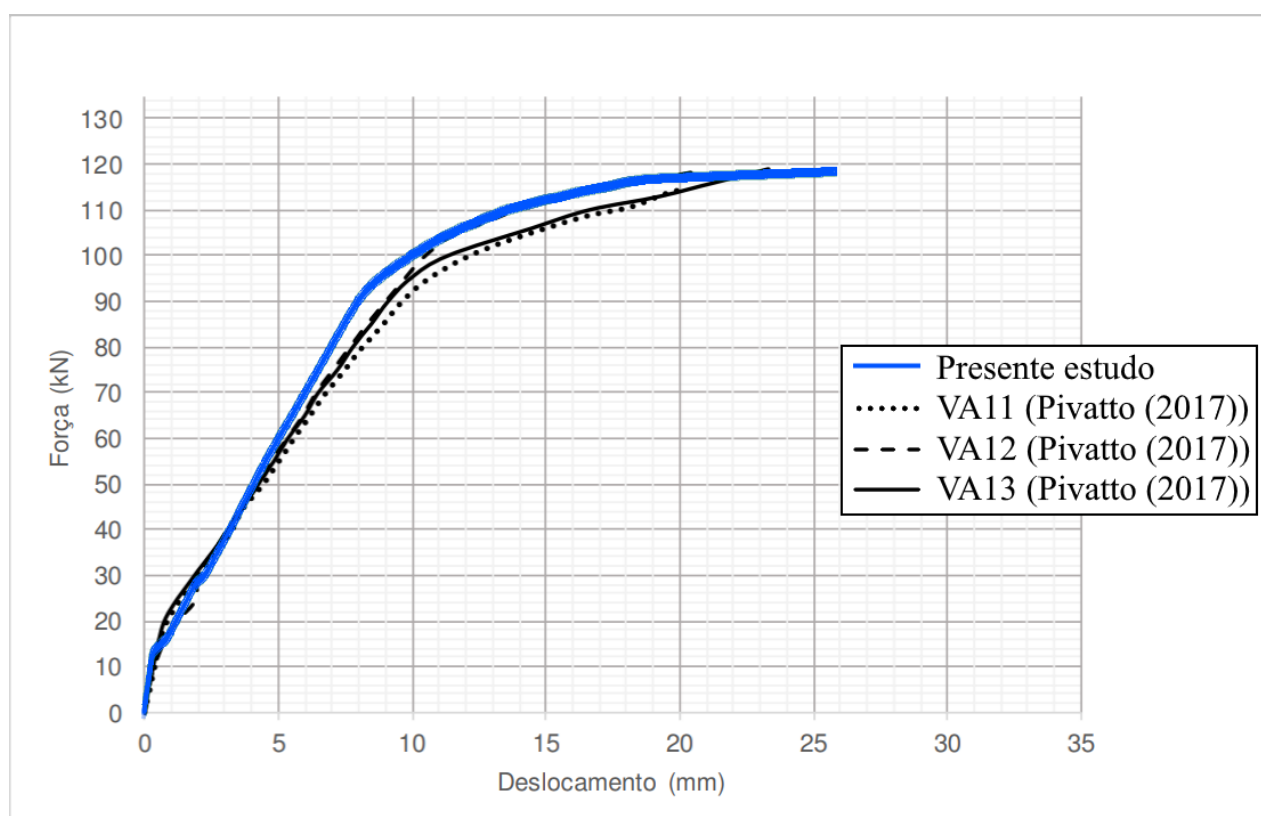


Figura 4.6 - Resultados para vigas de Pivatto (2017) com uma ancoragem lateral
Fonte: autor

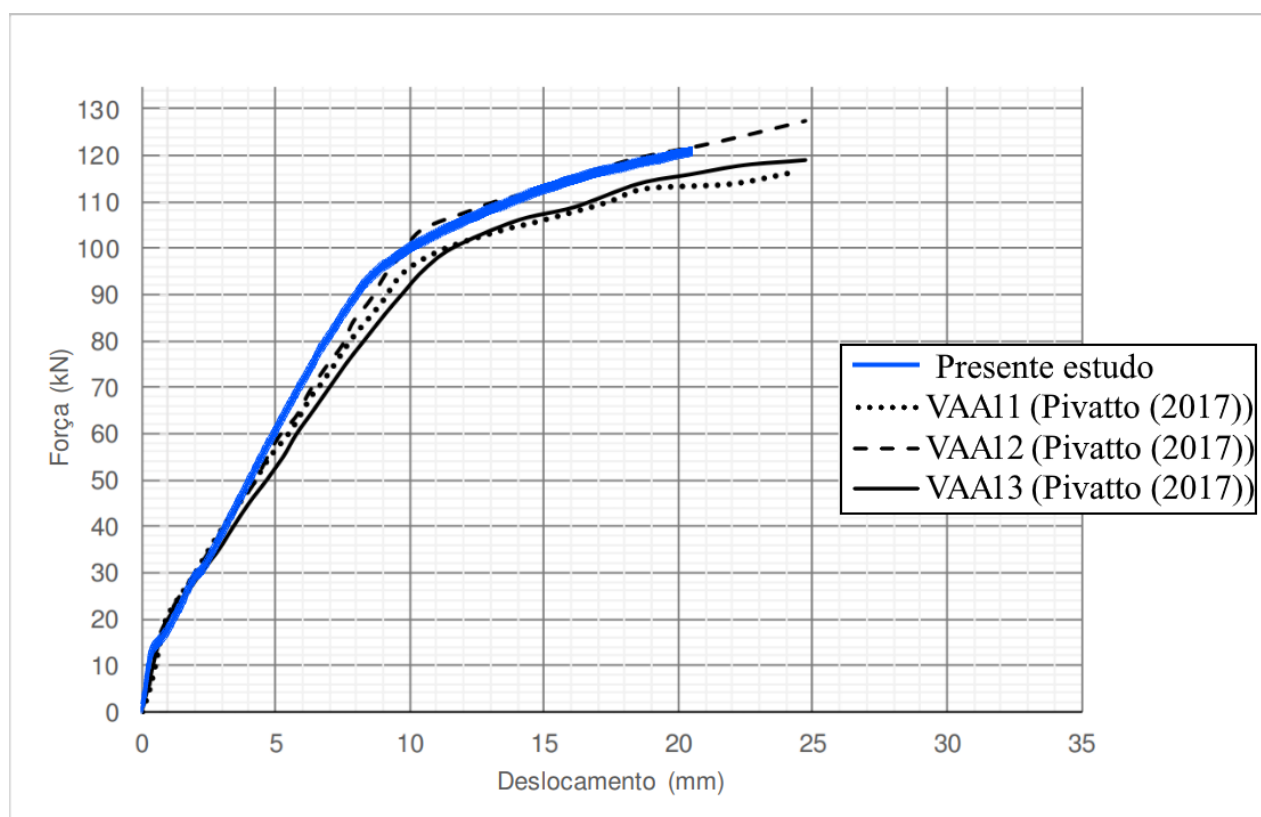


Figura 4.7 - Resultados para vigas de Pivatto (2017) com duas ancoragens laterais

Fonte: autor

Para avaliar se a habilitação do descolamento do reforço influencia significativamente nos resultados, as simulações foram executadas novamente sem ser aplicado o MZC. Os resultados da nova simulação são apresentados na Tab. 4.4.

Tabela 4.4 - Comparativo entre modelos das simulações das vigas de Pivatto (2017)

Reforço	Experimental (Pivatto (2017))		Presente estudo (com MZC)		Presente estudo (sem MZC)	
	Carga de ruptura (kN)	Deflexão (mm)	Carga de ruptura (kN)	Deflexão (mm)	Carga de ruptura (kN)	Deflexão (mm)
Uma camada	112,67	20,95	113,72	22,86	113,59	19,42
Duas camadas	114,41	13,54	118,42	13,17	118,74	22,06
Uma ancoragem	117,74	22,00	118,01	25,80	119,27	34,64
Duas ancoragens	120,85	24,86	120,53	20,47	116,90	27,51

Pela Tabela 4.4, é possível observar que não houve diferenças significativas com relação às cargas de ruptura. No entanto, observou-se variações consideráveis nas deflexões máximas, principalmente na viga com duas camadas de reforço e nas duas vigas com ancoragens laterais, as quais sofreram maiores deflexões ao se desabilitar o MZC. Estas diferenças podem ser explicadas pelo fato de, no experimento, as rupturas dessas três vigas terem ocorrido pelo descolamento do reforço, o que não poderia ocorrer nas simulações sem o MZC. Dessa forma, nas análises sem o descolamento de contato, a ruptura dessas peças se deu por flexão (escoamento do aço sob tração seguido pelo esmagamento do concreto), onde a peça está sujeita a maior fissuração, aumentando sua deflexão. Portanto, os resultados apresentados na Tab. 4.4 reforçam a importância de se analisar as peças considerando as não-linearidades da interface.

Um comparativo entre as cargas de ruptura experimentais e numéricas é apresentado na Tab. 4.5, onde as variações são apresentadas em porcentagens.

Tabela 4.5 - Comparativo entre resultados para vigas reforçadas de Pivatto (2017)

Tipo de reforço	Carga de ruptura (kN) – Pivatto (2017)	Carga de ruptura (kN) – presente estudo	Variação (%)
Uma camada	112,67	113,72	0,93
Duas camadas	114,41	118,42	3,50
Uma ancoragem	117,74	118,01	0,23
Duas ancoragens	120,85	120,53	-0,26

A partir dos resultados obtidos, pode-se afirmar que o modelo utilizado representou adequadamente o comportamento de vigas reforçadas com PRFC, já que os resultados tanto de carga de ruptura quanto de deflexão máxima foram bastante próximos aos experimentais, bem como os gráficos carga-deflexão e os modos de ruptura.

4.1.2. Vigas de Ferreira *et al.* (2018)

No trabalho de Ferreira *et al.* (2018) foram testadas quatro vigas de concreto armado, sendo três delas reforçadas e uma de referência. Foi realizado o ensaio de quatro pontos e o trabalho objetivava avaliar a influência da ancoragem na resistência à flexão de vigas reforçadas com mantas de PRFC. Para isto, variou-se o comprimento do reforço e a largura da faixa em “U” para ancoragem lateral. As taxas de armadura de aço e área de reforço foram as mesmas para as quatro vigas, cujo

detalhamento é mostrado na Fig. 4.8.

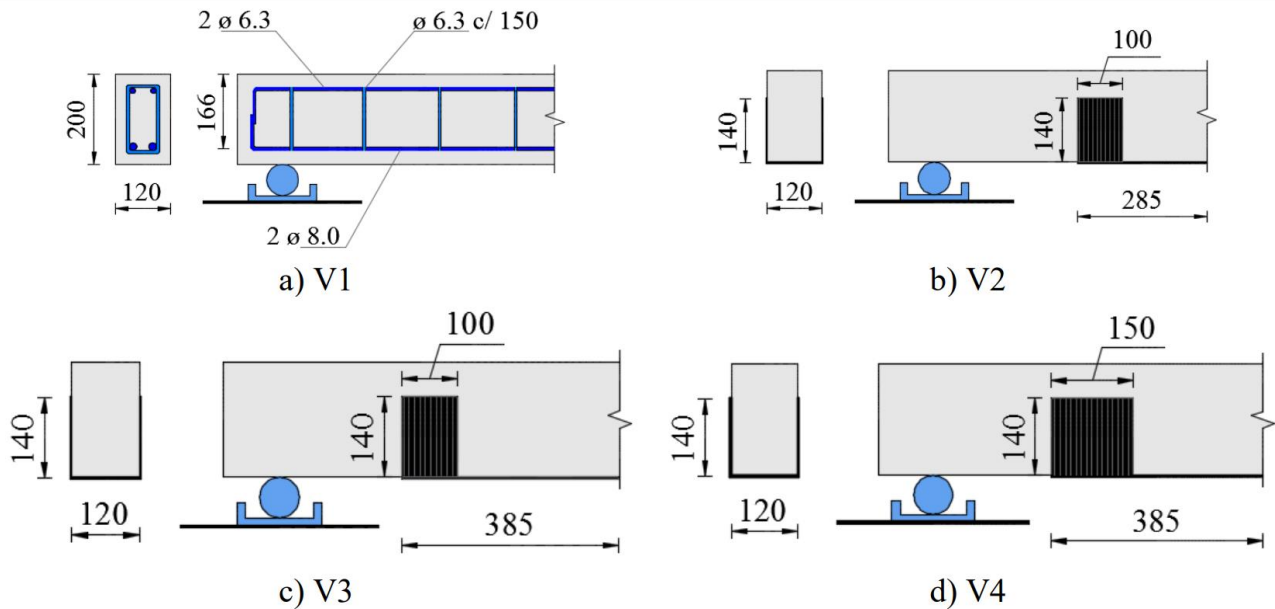


Figura 4.8 - Detalhamento das vigas de Ferreira *et al.* (2018)
Fonte: Ferreira *et al.* (2018)

Os resultados dos ensaios de Ferreira *et al.* (2018) são apresentados na Fig. 4.9 e Tab. 4.6, e na Tab. 4.7 são apresentadas as propriedades dos materiais do experimento.



Figura 4.9 - Vigas de Ferreira *et al.* (2018) após ruptura
Fonte: Ferreira *et al.* (2018)

Tabela 4.6 - Resultados do experimento de Ferreira *et al.* (2018)

Viga	Carga de ruptura (kN)	Deflexão (mm)	Modo de ruptura
V1	51,00	10,76	Flexão
V2	66,00	8,87	Separação do cobrimento
V3	66,00	9,00	Descolamento do reforço
V4	73,00	8,25	Separação do cobrimento

Tabela 4.7 - Propriedades dos materiais do experimento de Ferreira *et al.* (2018)

Material	Parâmetro	Unidade	Valor
Concreto	Resistência à compressão	MPa	20
	Espessura de cada camada	mm	0,166
PRFC	Deformação na ruptura	‰	21
	Módulo de elasticidade	GPa	230

Após teste de convergência de malha, a malha de elementos finitos foi modelada com 70 mm na direção X e 20 mm nas direções Y e Z, e as armaduras foram ajustadas de modo que seus centroides ficassem posicionados exatamente nas arestas dos elementos de concreto. O reforço foi modelado com elementos sólidos e sua espessura foi igual a 0,166 mm, assim como as ancoragens laterais. A malha do reforço foi refinada na direção X, ficando com 35 mm nesta direção, uma vez que o programa recomenda tal refinamento. O modelo e as regiões de simetria seguem o que foi exposto na Fig. 4.3.

Foi definido o Modelo da Zona de Coesão para a interface entre concreto e reforço (modo II de fratura). Foram utilizados os parâmetros de tensão de cisalhamento máxima na interface e energia de fratura iguais a 2,473 MPa e $2,548 \times 10^{-4}$ mJ/mm². As propriedades dos materiais foram definidas conforme Tab. 4.7, sendo que, no trabalho de Ferreira *et al.* (2018), não foram informados os

parâmetros do aço utilizado, a resistência à tração do concreto e seu módulo de elasticidade e a resistência da fibra. Para as simulações, os valores para o concreto foram estimados pelas Eqs. (3.2) e (3.3). Para o aço foram adotados parâmetros do aço CA-50 (tensão de escoamento igual a 500 MPa, módulo de elasticidade igual a 210 GPa e coeficiente de Poisson igual a 0,3). E para a resistência à tração da fibra, foi adotado o valor do modelo Viapol Carbon CFW 300, de 4900 MPa. Os resultados da simulação são apresentados na Tab. 4.8.

Tabela 4.8 - Resultados das simulações das vigas de Ferreira *et al.* (2018)

Viga	Carga de ruptura (kN)	Deflexão (mm)	Deformação máxima no reforço (‰)	Tensão de tração máxima no reforço (MPa)	Modo de falha
V2	62,68	6,08	3,22	814,20	Descolamento do reforço
V3	66,38	3,60	3,38	865,80	Descolamento/separação
V4	68,40	4,42	4,37	1100,70	Descolamento do reforço

Um comparativo entre as cargas de ruptura experimentais e numéricas é apresentado na Tab. 4.9, onde as variações são apresentadas em porcentagem.

Tabela 4.9 - Comparativo entre resultados para vigas reforçadas de Ferreira *et al.* (2018)

Viga	Carga de ruptura (kN) – Ferreira <i>et al.</i> (2018)	Carga de ruptura (kN) – presente estudo	Variação (%)
V2	66,00	62,68	-5,03
V3	66,00	66,38	0,58
V4	73,00	68,40	-6,30

Pela Tabela 4.8 observa-se que não ocorreu ruptura do reforço em nenhuma das simulações, pois não foi atingida a tensão nem a deformação de ruptura. Além disso, a tensão nas armaduras atingiu a tensão de escoamento em todas as vigas, e não ocorreu esmagamento do concreto. A ruptura das três vigas reforçadas ocorreu devido ao descolamento do reforço, desta forma, o modo de ruptura

nas vigas V2 e V4 nas simulações foi diferente do modo de ruptura experimental, o que explica as maiores variações de carga de ruptura nessas vigas em comparação com a variação da viga V3. Entretanto, pela Tabela 4.9 verifica-se que as variações entre simulação e experimento mantiveram-se dentro de uma faixa de 10%, o que é considerado aceitável pela literatura.

4.1.3. Viga de Arduini *et al.* (1997)

Arduini *et al.* (1997) testaram experimentalmente uma viga de concreto armado reforçada com uma camada de PRFC, conforme detalhamento apresentado na Fig. 4.10.

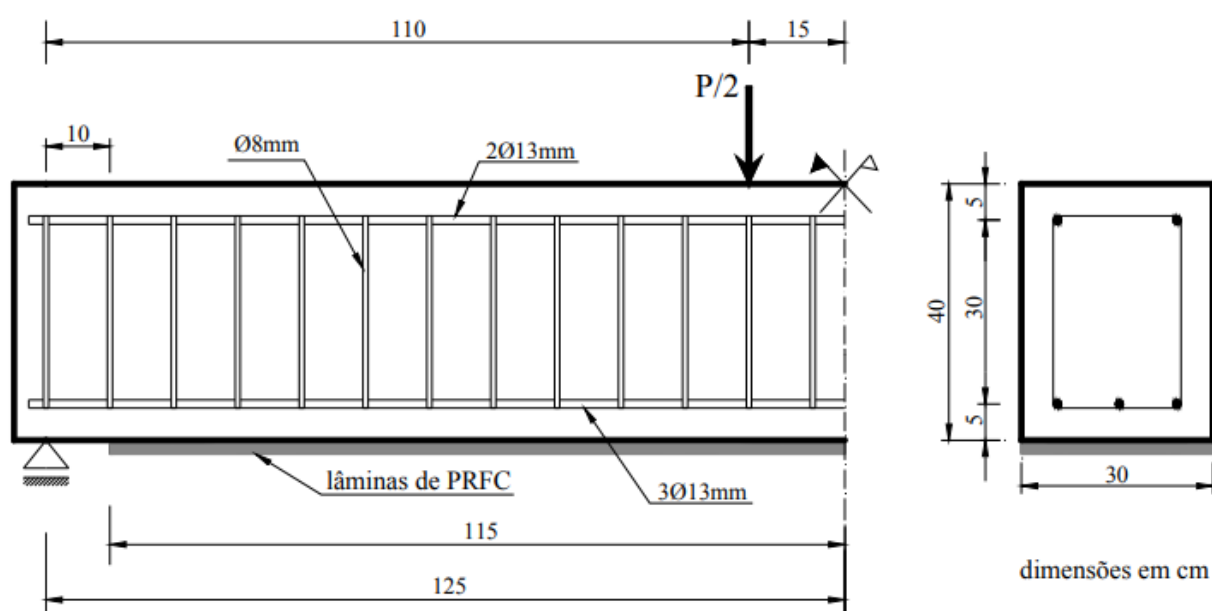


Figura 4.10 - Detalhamento da viga de Arduini *et al.* (1997)

Fonte: Paliga (2008)

Na Tabela 4.10 são apresentadas as propriedades dos materiais do experimento. Segundo Arduini *et al.* (1997) a viga chegou à ruína por ruptura do reforço após escoamento da armadura tracionada e com carregamento de 169 kN e deflexão de 10,5 mm.

Após teste de convergência de malha, a malha de elementos finitos foi modelada com 50 mm em todas as direções. Não houve necessidade de ajustar as posições das armaduras para coincidir os nós. O reforço foi modelado com elementos sólidos e sua espessura foi igual a 0,17 mm. A malha do reforço foi refinada na direção X, ficando com 25 mm nesta direção, uma vez que o programa recomenda tal refinamento. O modelo e as regiões de simetria seguem o que foi exposto na Fig. 4.3.

Foi definido o Modelo da Zona de Coesão para a interface entre concreto e reforço (modo II de fratura). Foram utilizados os parâmetros de tensão de cisalhamento máxima na interface e energia

de fratura iguais a 2,125 MPa e $2,36 \times 10^{-4}$ mJ/mm². As propriedades dos materiais foram definidas conforme Tab. 4.10.

Como resultados da simulação do presente estudo, a viga veio à ruptura com carga de 181,56 kN, deflexão de 9,62 mm, tensão no reforço igual a 3000 MPa e deformação de 7,1‰, e as tensões nas armaduras longitudinais de tração atingiram a tensão de escoamento. Portanto, o modo de ruptura se assemelha ao experimental, que foi devido à ruptura do reforço.

Tabela 4.10 - Propriedades dos materiais do experimento de Arduini *et al.* (1997)

Material	Parâmetro	Unidade	Valor
Concreto	Resistência à compressão	MPa	30
	Resistência à tração	MPa	1,9
	Módulo de elasticidade	GPa	26
Aço	Tensão de escoamento (arm. longitudinais)	MPa	340
	Módulo de elasticidade	GPa	200
PRFC	Espessura de cada camada	mm	0,17
	Resistência à tração	MPa	3000
	Deformação na ruptura	‰	7,5
	Módulo de elasticidade	GPa	400

Comparando os resultados do presente estudo aos experimentais, houve uma diferença de 7,43% de carga de ruptura em relação ao experimento. Além disso, a deflexão também se mostrou bastante próxima, e o modo de ruptura observado foi o mesmo. Portanto, os resultados foram considerados adequados.

4.1.4. Vigas de Beber (2003)

Beber (2003) investigou experimentalmente o comportamento de vigas reforçadas que foram divididas em dois grupos. Um grupo possuía duas vigas iguais com largura do reforço (b_f) igual a 15 cm e 4 camadas de PRFC. No outro grupo haviam duas vigas iguais com b_f igual a 9,5 cm e uma camada de PRFC. A Figura 4.11 ilustra o detalhamento das vigas.

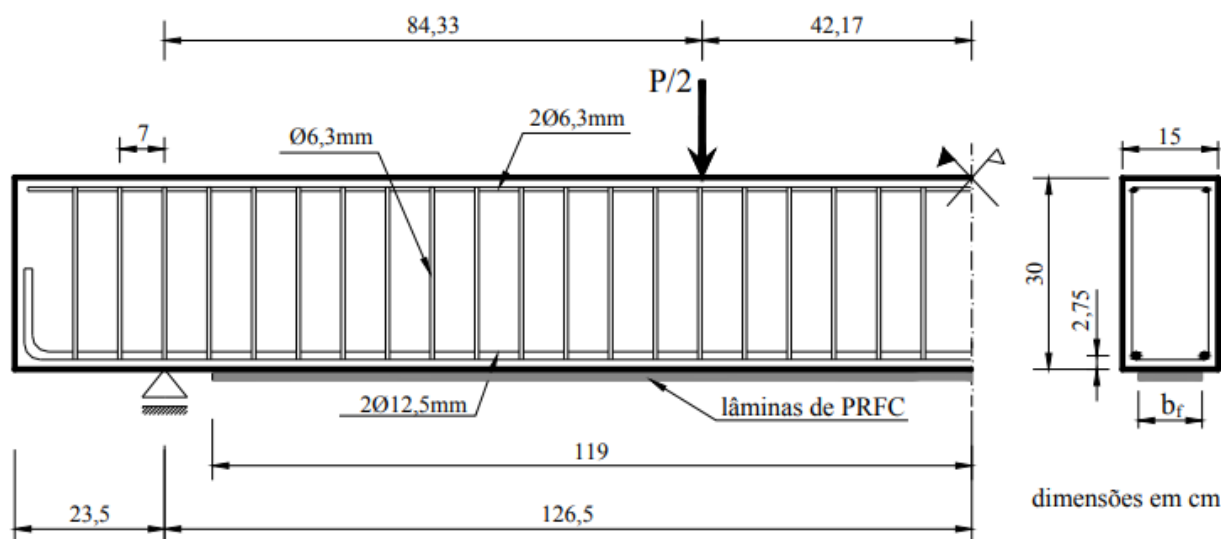


Figura 4.11 - Detalhamento das vigas de Beber (2003)
Fonte: Paliga (2008)

Segundo Beber (2003), as vigas reforçadas com uma camada e b_f igual a 9,5 cm romperam com 118,53 kN (média) e não apresentaram modo de ruptura associado ao descolamento do reforço. Já as vigas do grupo com quatro camadas e b_f igual a 15 cm romperam por descolamento do reforço com média de 160,93 kN.

Após teste de convergência de malha, a malha de elementos finitos foi modelada com 75 mm na direção X, 30 mm na direção Y e 25 mm na direção Z. A posição das armaduras foi levemente alterada para coincidir com os nós do concreto. O reforço foi modelado com elementos sólidos e sua espessura foi igual a 0,176 mm. A malha do reforço foi refinada na direção X, ficando com 37,5 mm nesta direção, uma vez que o programa recomenda tal refinamento. O modelo e as regiões de simetria seguem o que foi exposto na Fig. 4.3.

Foi definido o Modelo da Zona de Coesão para a interface entre concreto e reforço (modo II de fratura). Foram utilizados os parâmetros de tensão de cisalhamento máxima na interface e energia de fratura iguais a 4,0303 MPa e $4,502 \times 10^{-4}$ mJ/mm² para a viga com $b_f = 9,5$ cm e tensão de cisalhamento máxima na interface e energia de fratura iguais a 3,2518 MPa e $2,931 \times 10^{-4}$ mJ/mm² para a viga com $b_f = 15$ cm. As propriedades dos materiais foram definidas conforme Tab. 4.11.

Tabela 4.11 - Propriedades dos materiais do experimento de Beber (2003)

Material	Parâmetro	Unidade	Valor
Concreto	Resistência à compressão	MPa	32,8
	Resistência à tração	MPa	2,9
	Módulo de elasticidade	GPa	26
Aço	Tensão de escoamento (arm. longitudinais)	MPa	706,5
	Tensão de escoamento (estribos)	MPa	587,1
	Módulo de elasticidade	GPa	210
PRFC	Espessura de cada camada	mm	0,176
	Resistência à tração	MPa	3800
	Deformação na ruptura	‰	15,8
	Módulo de elasticidade	GPa	240

Como resultados da simulação do presente estudo, a viga com $b_f = 9,5$ cm veio à ruptura com carga de 118,8 kN, deflexão de 34,82 mm, tensão no reforço igual a 3055,3 MPa e deformação de 12,15‰, as tensões nas armaduras longitudinais de tração atingiram a tensão de escoamento, o concreto na porção superior sofreu esmagamento e não ocorreu descolamento do reforço, indicando ruptura por flexão.

A viga com $b_f = 15$ cm veio à ruptura com carga de 151,6 kN, deflexão de 20,98 mm, tensão no reforço igual a 1272,6 MPa e deformação de 5‰, tensões nas armaduras longitudinais de tração atingiram a tensão de escoamento e não observou-se descolamento do reforço. A ruptura observada foi por flexão, de forma semelhante à viga com $b_f = 9,5$ cm.

Comparando os resultados do presente estudo aos experimentais, houve uma diferença de

0,23% de carga de ruptura em relação ao experimento na viga com $b_f = 9,5$ cm e uma camada. Na viga com $b_f = 15$ cm e 4 camadas, a diferença foi de -5,8%, que pode ser explicada pela ruptura desta viga não ter ocorrido pelo descolamento do reforço (como no experimento), e sim por flexão.

Assim, apesar do modo de ruptura diferente na segunda viga, os resultados foram considerados adequados, pois estão dentro de uma faixa de 10% de variação.

4.1.5. Resumo dos resultados

Na Tabela 4.12 é apresentado um resumo dos resultados obtidos na validação do modelo.

Tabela 4.12 - Resumo dos resultados de validação do modelo

Viga	Carga de ruptura - experimental (kN)	Carga de ruptura - presente estudo (kN)	Variação (%)	
Pivatto (2017)	Uma camada	112,67	113,72	0,93
	Duas camadas	114,41	118,42	3,50
	Uma ancoragem	117,74	118,01	0,23
	Duas ancoragens	120,85	120,53	-0,26
Ferreira <i>et al.</i> (2018)	V2	66,00	62,68	-5,03
	V3	66,00	66,38	0,58
	V4	73,00	68,40	-6,30
Arduini <i>et al.</i> (1997)	169,00	181,60	7,46	
Beber (2003)	Uma camada	118,53	118,80	0,23
	Quatro camadas	160,93	151,60	-5,80

Através dos resultados apresentados na Tab. 4.12, constatou-se variação de 3,5% na viga de Pivatto (2017) com duas camadas de reforço. Esta variação pode ter sido causada pela simplificação adotada na modelagem das camadas de PRFC, pois foi usado apenas um sólido para representar as duas camadas juntas.

Nas vigas de Ferreira *et al.* (2018), observou-se variações de 5,03% e 6,30% nas vigas V2 e V4, que podem ser explicadas pelo modo de ruptura diferente nas simulações.

Já nas vigas de Beber (2003), observou-se um distanciamento da carga de ruptura

experimental na viga V7, que apresentava quatro camadas de reforço. A diferença registrada foi de 5,80% (9,33 kN). Isto pode ser explicado pelo modo de ruptura diferente e também pela simplificação na modelagem das camadas de PRFC.

A maior diferença entre simulação e experimento ocorreu na viga de Arduini *et al.* (1997). No entanto, observou-se que a tensão de tração no reforço atingiu a tensão de ruptura especificada (3000 MPa), quando a simulação foi interrompida. Isto indica que o modo de falha desta viga na simulação foi a ruptura do reforço, assim como ocorreu no experimento.

Além disso, com as vigas de Pivatto (2017), foi possível atestar a influência de se considerar o descolamento de contato entre reforço e substrato de concreto, conforme observado nos testes realizados com e sem MZC. Os resultados sem descolamento foram mais próximos aos do experimento somente na primeira viga, enquanto nas demais o modelo com descolamento de contato se mostrou mais adequado.

Observou-se que, em geral, os resultados de resistência nas simulações foram bons, pois estão dentro de uma faixa de variação de 10% em relação à carga de ruptura experimental. Em metade das vigas a variação foi menor que 1%. Nas vigas com diferenças superiores a 5%, exceto na viga de Arduini *et al.* (1997), observou-se modos de falha diferentes nas simulações, o que explica essas maiores variações. Assim, atestado o bom funcionamento do modelo, prosseguiu-se à etapa do estudo de confiabilidade.

4.2. Análises de confiabilidade

4.2.1. Superfície de resposta

A viga apresentada no item 3.2 foi modelada e simulada em elementos finitos. Foram realizadas um total de 29 simulações com a viga, contando com a simulação determinística. Em todas as simulações, o modo de ruptura observado foi o desprendimento do reforço com escoamento da armadura de tração e esmagamento do concreto comprimido, e não ocorreu ruptura da fibra.

Os pontos de projeto, cargas de ruptura de cada simulação e a diferença entre o valor observado e os valores previstos pelo modelo polinomial são apresentados na Tab. 4.13, onde $P_{u,MEF}$ é a carga de ruptura encontrada através do modelo em elementos finitos e $P_{u,SR}$ é a carga de ruptura encontrada pelo modelo polinomial da superfície de resposta.

Os coeficientes da função polinomial de resposta e os coeficientes de determinação (S e R^2) retornados pelo Minitab são mostrados na Fig. 4.12.

Tabela 4.13 - Pontos de projeto e diferença entre modelos

Simulação	d (cm)	f_c (MPa)	f_y (MPa)	E_r (GPa)	P_{u,MEF} (kN)	P_{u,SR} (kN)	P_{u,SR}/ P_{u,MEF} (%)
Determ.	45	30	500	230	209,775	209,592	-0,09
1	40	30	500	230	180,575	181,562	0,55
2	41,10923	26,47897	464,7897	215,9159	179,475	176,524	-1,64
3	41,10923	26,47897	464,7897	244,0841	179,375	177,557	-1,01
4	41,10923	26,47897	535,2103	244,0841	199,575	196,427	-1,58
5	41,10923	33,52103	464,7897	215,9159	197,375	193,596	-1,91
6	41,10923	33,52103	464,7897	244,0841	201,075	196,593	-2,23
7	41,10923	33,52103	535,2103	215,9159	201,275	199,538	-0,86
8	41,10923	33,52103	535,2103	244,0841	207,975	205,232	-1,32
9	43,75	25	500	230	198,375	194,938	-1,73
10	43,75	30	450	230	197,575	198,370	0,40
11	43,75	30	500	210	203,875	201,546	-1,14
12	43,75	30	500	230	205,975	204,192	-0,87
13	43,75	30	500	250	209,875	209,143	-0,35
14	43,75	30	550	230	218,275	215,429	-1,30
15	43,75	35	500	230	216,575	217,867	0,60
16	46,39077	26,47897	464,7897	215,9159	198,775	196,802	-0,99
17	46,39077	26,47897	464,7897	244,0841	203,375	201,807	-0,77
18	46,39077	26,47897	535,2103	215,9159	211,775	212,189	0,20
19	46,39077	33,52103	464,7897	215,9159	220,575	220,290	-0,13
20	46,39077	33,52103	464,7897	244,0841	229,375	227,259	-0,92
21	46,39077	33,52103	535,2103	215,9159	227,175	225,446	-0,76
22	46,39077	33,52103	535,2103	244,0841	233,675	235,113	0,62
23	47,5	30	500	230	221,575	217,176	-1,99
24	45	25	450	210	188,475	187,448	-0,54
25	45	30	550	210	216,975	216,023	-0,44
26	45	35	550	210	227,675	224,628	-1,34
27	45	25	500	250	204,675	203,888	-0,38
28	45	35	550	250	241,375	238,260	-1,29

Model Summary

S	R-sq	R-sq(adj)	R-sq(pred)
2,32095	98,92%	97,84%	95,50%

Coded Coefficients

Term	Effect	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value	VIF
Constant		205,83	1,17	175,94	0,000	
d	35,967	17,983	0,839	21,43	0,000	1,14
fc	22,905	11,453	0,717	15,97	0,000	1,23
fy	17,198	8,599	0,734	11,72	0,000	1,29
Ef	7,585	3,793	0,684	5,54	0,000	1,21
d*d	-9,64	-4,82	1,67	-2,89	0,012	1,09
fc*fc	4,42	2,21	1,41	1,57	0,139	1,35
fy*fy	5,42	2,71	1,45	1,86	0,083	1,44
Ef*Ef	2,30	1,15	1,38	0,83	0,419	1,33
d*fc	6,47	3,23	1,37	2,36	0,033	1,23
d*fy	-0,79	-0,40	1,39	-0,29	0,780	1,26
d*Ef	4,01	2,00	1,33	1,51	0,153	1,17
fc*fy	-10,32	-5,16	1,16	-4,46	0,001	1,47
fc*Ef	1,98	0,99	1,07	0,93	0,370	1,58
fy*Ef	2,73	1,36	1,10	1,24	0,235	1,67

Regression Equation in Uncoded Units

$$P_u = 9 + 24,5 d - 2,52 f_c - 0,514 f_y - 3,28 E_f - 0,343 d^2 + 0,0884 f_c^2 + 0,001083 f_y^2 + 0,00288 E_f^2 + 0,1725 d f_c - 0,00211 d f_y + 0,0267 d E_f - 0,02063 f_c f_y + 0,0099 f_c E_f + 0,00136 f_y E_f$$
Figura 4.12 - Parâmetros do modelo polinomial (*printscreen* dos resultados do Minitab)

Fonte: autor

Como observado na Tab. 4.13, os valores previstos pelo modelo foram próximos aos valores observados. Pela Fig. 4.12, o modelo apresentou um R^2 e R^2 ajustado próximos a 1, o que significa que aproximadamente 98% da variação na carga de ruptura das amostras é explicada pela variação dos dados de entrada. Além disso, o valor de S (raiz quadrada do erro quadrado médio) foi baixo quando comparado aos valores previstos de P_u .

Logo, substituindo a função mostrada na Fig. 4.12 na Eq. 2.24, a função $g(x)$ utilizada nas análises de confiabilidade toma a forma da Eq. (4.1).

$$g(x) = \theta_R [9 + 24,5d - 2,52f_c - 0,514f_y - 3,28E_f - 0,343d^2 + 0,0884f_c^2 + 0,001083f_y^2 + 0,00288E_f^2 + 0,1725df_c - 0,00211df_y + 0,0267dE_f - 0,02063f_c f_y + 0,0099f_c E_f + 0,00136f_y E_f] - \theta_S [g + q] \quad (4.1)$$

Segundo a documentação do Minitab (2019), para que o modelo seja considerado adequado, além de se analisar os coeficientes mostrados na Fig. 4.12 algumas condições devem ser atendidas:

- No gráfico de resíduos x ajustes (Fig. 4.13) não deve ocorrer um espalhamento desigual

de resíduos entre os valores previstos, não deve se formar um padrão curvilíneo, não deve haver um ponto muito distante de zero nem muito distante dos outros na direção X;

- b) No gráfico de resíduos x ordem (Fig. 4.14) não deve se formar um padrão ou tendência;
- c) No gráfico de probabilidade normal dos resíduos (Fig. 4.15) os pontos devem seguir aproximadamente uma linha reta.

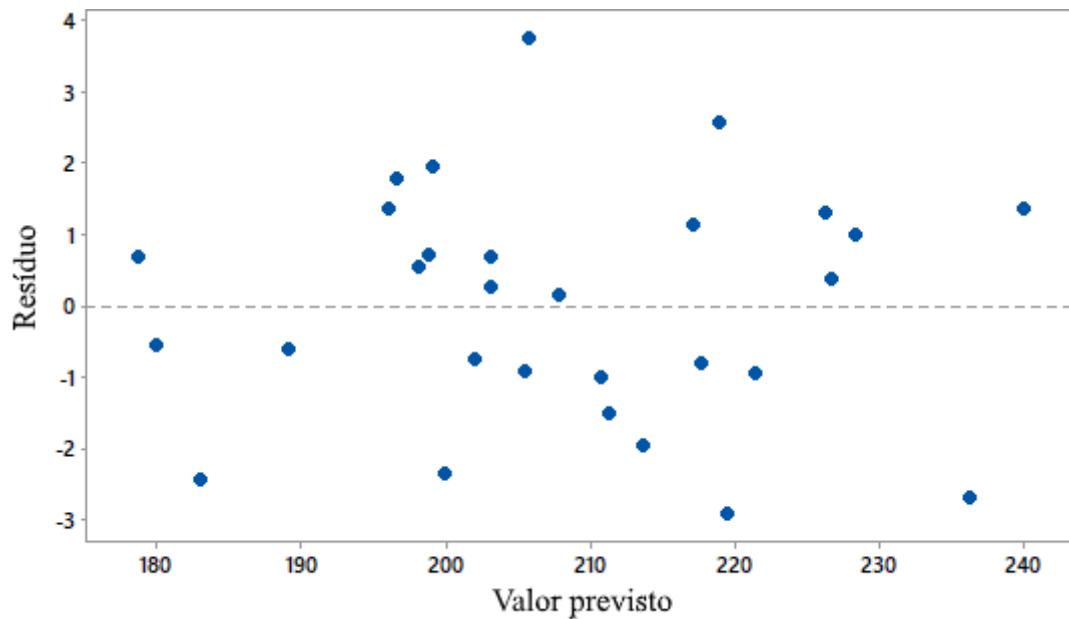


Figura 4.13 - Gráfico de resíduos x ajustes
Fonte: autor

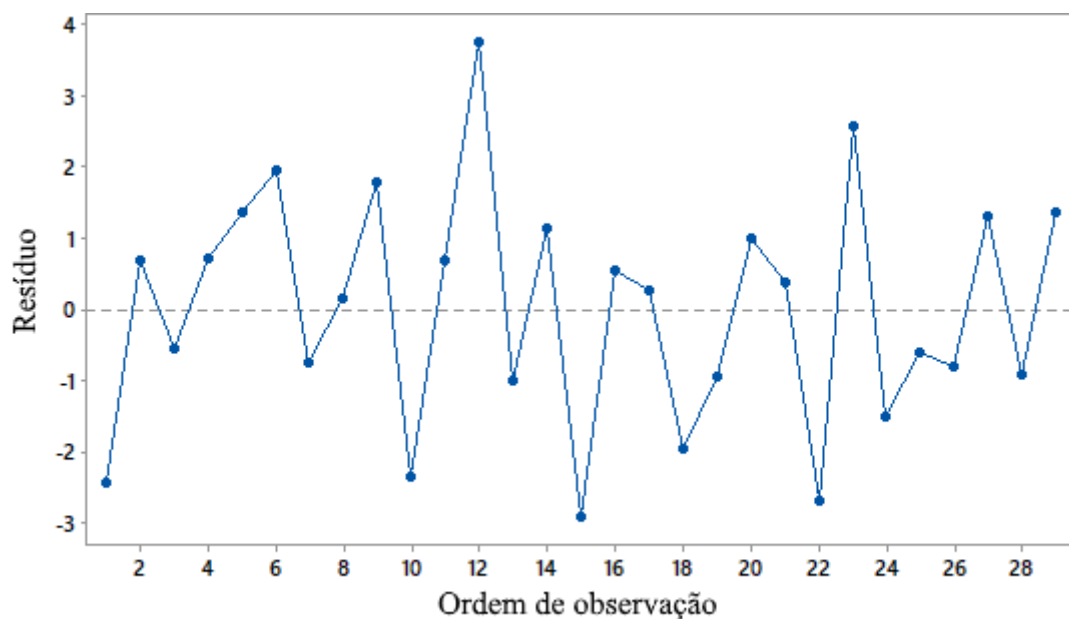


Figura 4.14 - Gráfico de resíduos x ordem
Fonte: autor

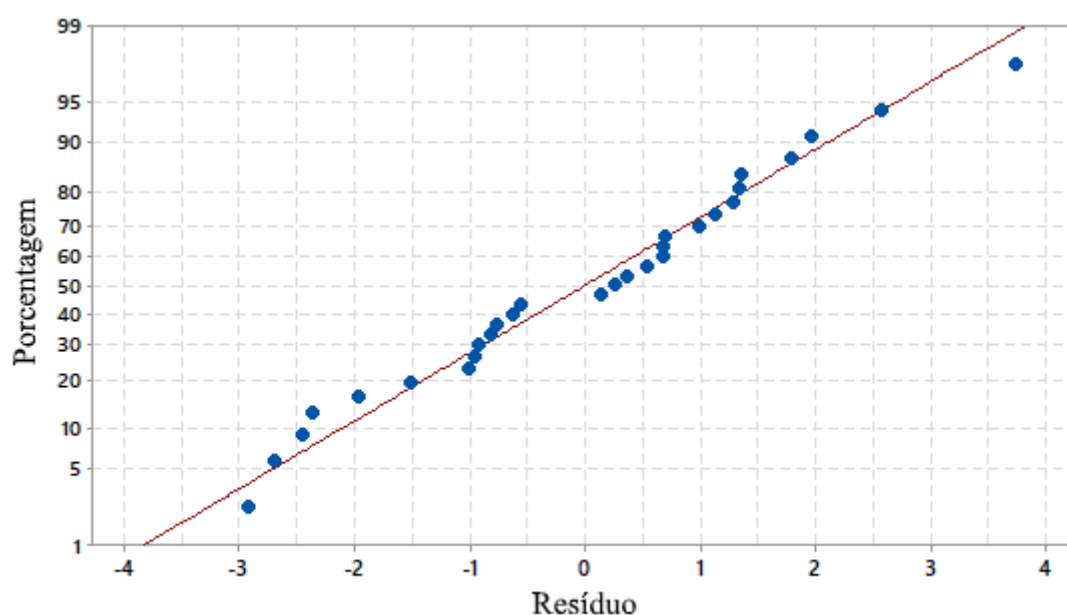


Figura 4.15 - Gráfico de probabilidade normal dos resíduos

Fonte: autor

Observando-se os gráficos das Figs. 4.13, 4.14 e 4.15, verifica-se que as condições para um bom ajuste foram atendidas. Portanto, pode-se dizer que a superfície de resposta encontrada se ajustou bem aos dados e pode ser utilizada nas análises de confiabilidade.

Foi observada ainda a influência de cada parâmetro de entrada na carga de ruptura da viga. Verificou-se que o valor da resistência P_u é diretamente proporcional a todos os parâmetros de entrada. Essas observações podem ser verificadas na Fig. 4.16.

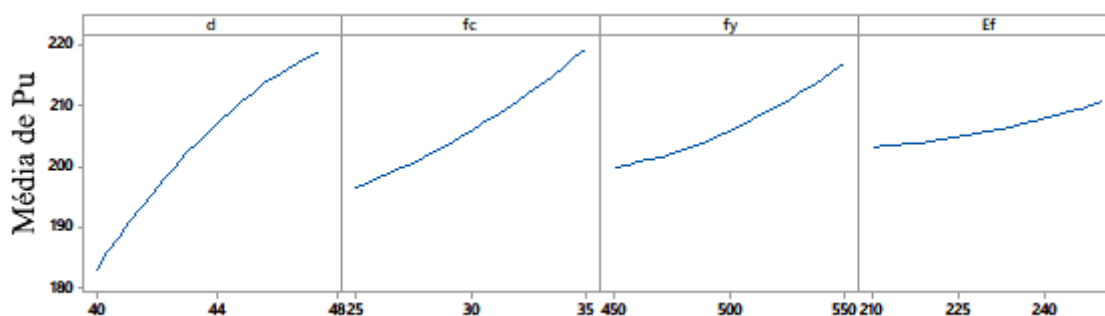


Figura 4.16 - Gráfico de influência das variáveis

Fonte: autor

Na Fig. 4.17 são apresentados os gráficos das interações entre as variáveis e sua influência na resistência da viga.

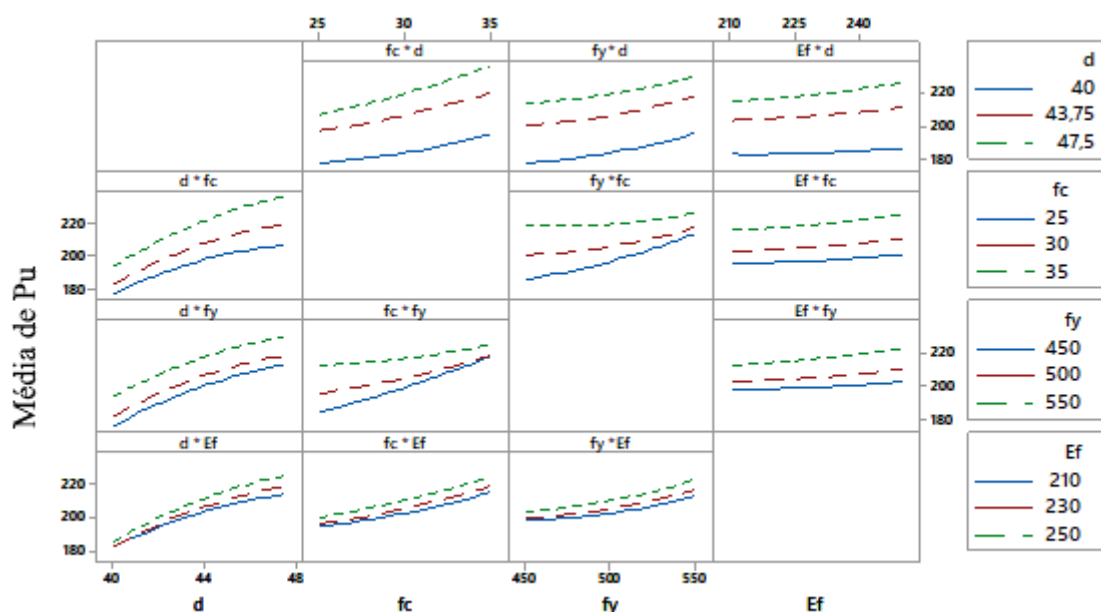


Figura 4.17 - Gráficos de interação entre variáveis

Fonte: autor

Pela análise dos gráficos das Figs. 4.16 e 4.17, as variáveis de maior impacto na carga de ruptura foram a resistência à compressão do concreto e a tensão de escoamento do aço. O módulo de elasticidade da fibra, embora também influencie na carga última, não possui tanta importância como as demais variáveis. Além disso, a altura útil parece ter sua influência reduzida à medida em que d é aumentado além de 45 cm. Observou-se ainda a influência das combinações entre variáveis e foi observado que a combinação de f_c e f_y é a mais determinante na resistência da viga.

Verificou-se um bom ajuste do modelo aos dados observados em cada *design point*. As variáveis de entrada do modelo foram capazes de explicar cerca de 98% da variação na carga de ruptura. A função obtida foi capaz de representar adequadamente a variação na carga de ruptura da viga, observando-se uma diferença máxima de 2% entre resultados pelo MEF e pelo modelo polinomial, podendo ser utilizada para as análises de confiabilidade.

4.2.2. FORM e Simulações de Monte Carlo

Utilizando a equação de estado-limite $g(x)$ (Eq. (4.1)), foram executados os métodos FORM e simulações de Monte Carlo com a finalidade de quantificar o índice de confiabilidade para a situação para a qual a viga foi projetada, ou seja, para o carregamento de 25 kN/m (sendo 16 de carga permanente e 9 de carga variável).

Pelo FORM foi obtido um índice de confiabilidade igual a 4,1094. Quanto às simulações de Monte Carlo, foram realizados um total de 10^6 simulações, ocorreram 25 falhas (situação $g(x) < 0$) e o índice de confiabilidade foi igual a 4,0556.

Ambos os índices obtidos ficaram acima do índice alvo deste trabalho (3,1) e também do índice buscado pela norma americana (3,5), sendo observada apenas uma pequena diferença entre os dois métodos, indicando concordância entre eles.

Foi obtida uma média de 235,2 kN e desvio padrão de 18,29 kN para a resistência da viga pelo método de Monte Carlo. Na Figura 4.18 é apresentado o histograma da resistência pelo método de Monte Carlo.

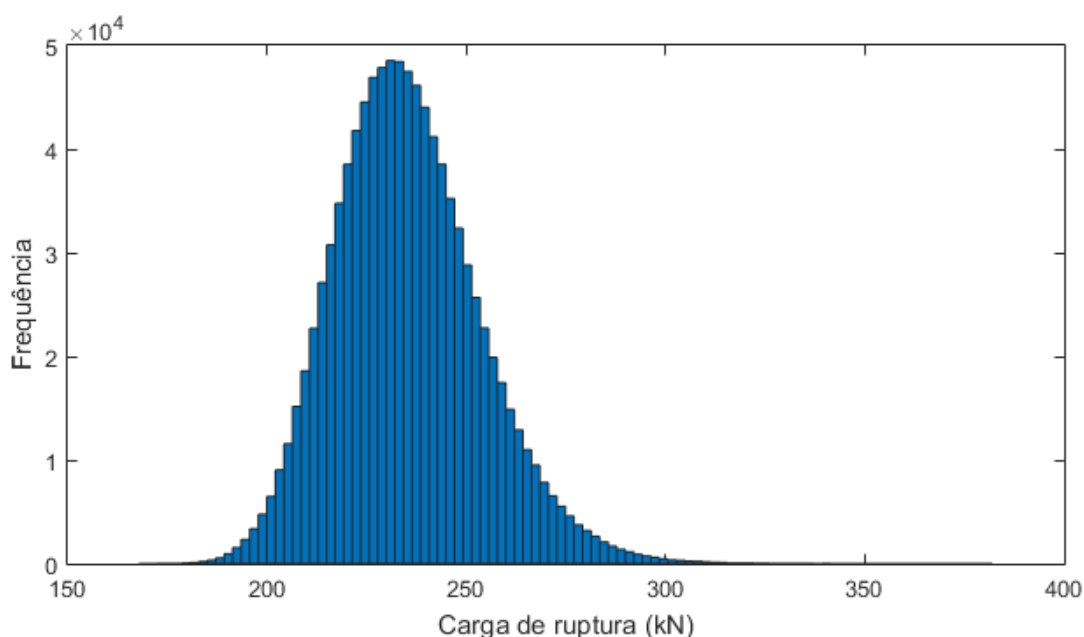


Figura 4.18 - Histograma da resistência
Fonte: autor

Pela Figura 4.18 foi identificado que a distribuição de probabilidade da variável resistência (R) se assemelha à distribuição lognormal, pois foi observada uma assimetria positiva dos dados com a presença de valores elevados pouco frequentes, que são características dessa distribuição.

4.3. Estudo paramétrico

Neste trabalho optou-se por conduzir o estudo paramétrico através do FORM, pois é um método que necessita de menos iterações para convergência.

A taxa de armadura foi mantida constante, e foram variados os parâmetros de resistência à compressão do concreto (25, 30 e 35 MPa) e módulo de elasticidade da fibra (200, 230 e 260 GPa), e as análises foram feitas para alturas úteis de 45 e 50 cm. Foram adotados esses valores por estarem dentro dos limites adotados nos pontos de projeto do MSR (ou ligeiramente extrapolados), como forma de garantir o bom funcionamento da função.

Os carregamentos totais (p_k) adotados nas análises foram:

- A soma dos carregamentos sem majoração: $g + q$ (22 kN/m);
- A combinação mais desfavorável segundo a norma americana: $1,2g + 1,6q$ (30 kN/m);
- A combinação majorada pelos coeficientes da NBR 6118: $1,4g + 1,4q$ (30,8 kN/m).

Cabe ressaltar que, para o dimensionamento do reforço, primeiro é escolhida a quantidade de camadas de fibra e depois é verificada se a resistência da viga é suficiente para resistir ao novo carregamento com essa quantidade de camadas. A viga analisada apresentava uma camada de reforço, que é a menor quantidade possível de PRFC. Desta forma, foram feitas as verificações do item 2.5.3 para todas as combinações do estudo paramétrico e foi observado que o dimensionamento adotado para o reforço é válido para todos os casos, uma vez que o maior momento solicitante (para $p_k = 30,8$ kN/m) foi igual a 96,25 kNm, enquanto o momento resistente da viga considerando a situação de menor resistência (25 MPa e altura útil igual a 45 cm) foi calculado em 97,98 kNm.

4.3.1. Variação de β em função da resistência à compressão do concreto

As Figuras 4.19 e 4.20 mostram a variação dos índices de confiabilidade em função da variação da resistência à compressão do concreto para alturas úteis de 45 e 50 cm e considerando carga total de 22 kN/m; as Figuras 4.21 e 4.22 mostram essa variação considerando carga total de 30 kN/m; e as Figuras 4.23 e 4.24 mostram essa variação considerando carga total de 30,8 kN/m.

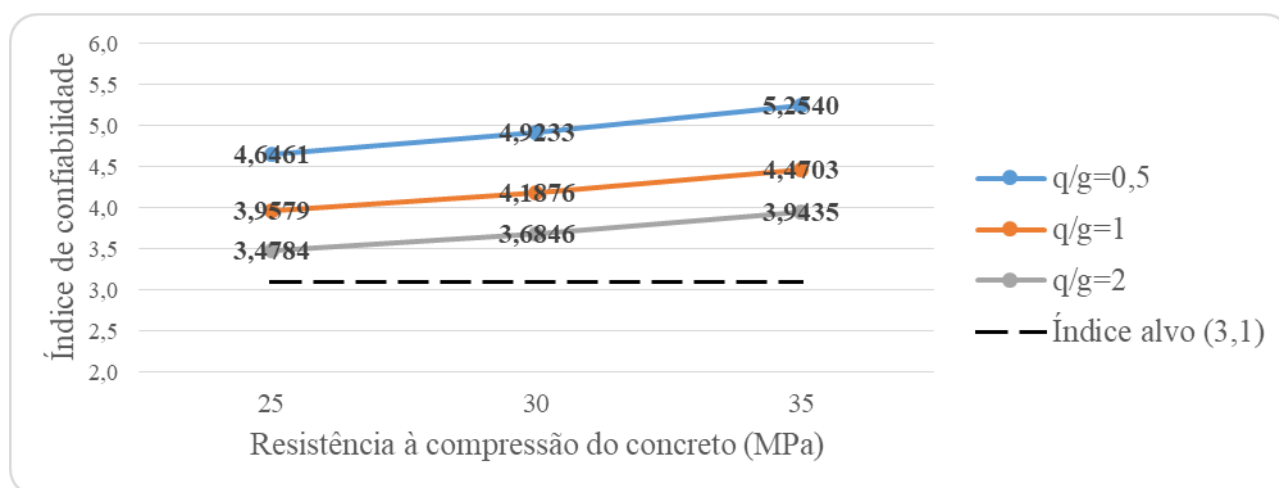


Figura 4.19 - $\beta \times f_{ck}$ para um carregamento total de 22 kN/m e altura útil da seção $d = 45$ cm

Fonte: autor

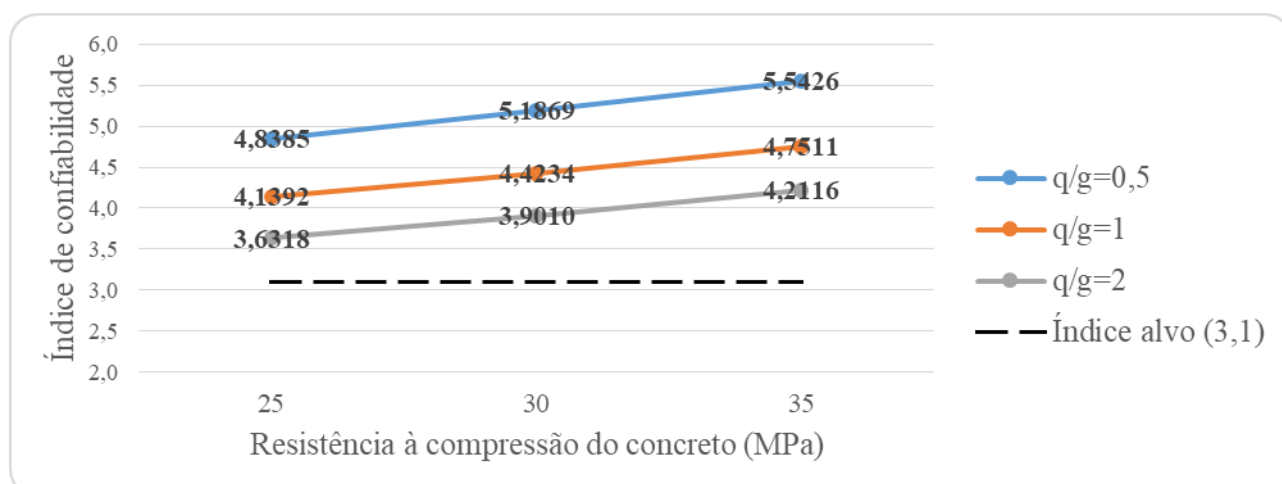


Figura 4.20 - $\beta \times f_{ck}$ para um carregamento total de 22 kN/m e altura útil da seção $d = 50$ cm
Fonte: autor

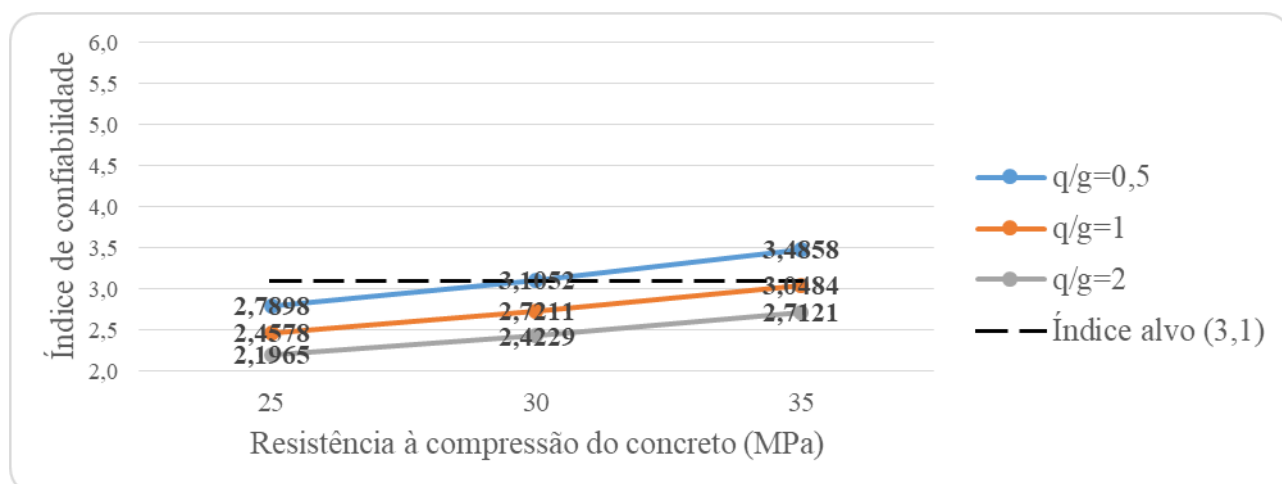


Figura 4.21 - $\beta \times f_{ck}$ para um carregamento total de 30 kN/m e altura útil da seção $d = 45$ cm
Fonte: autor

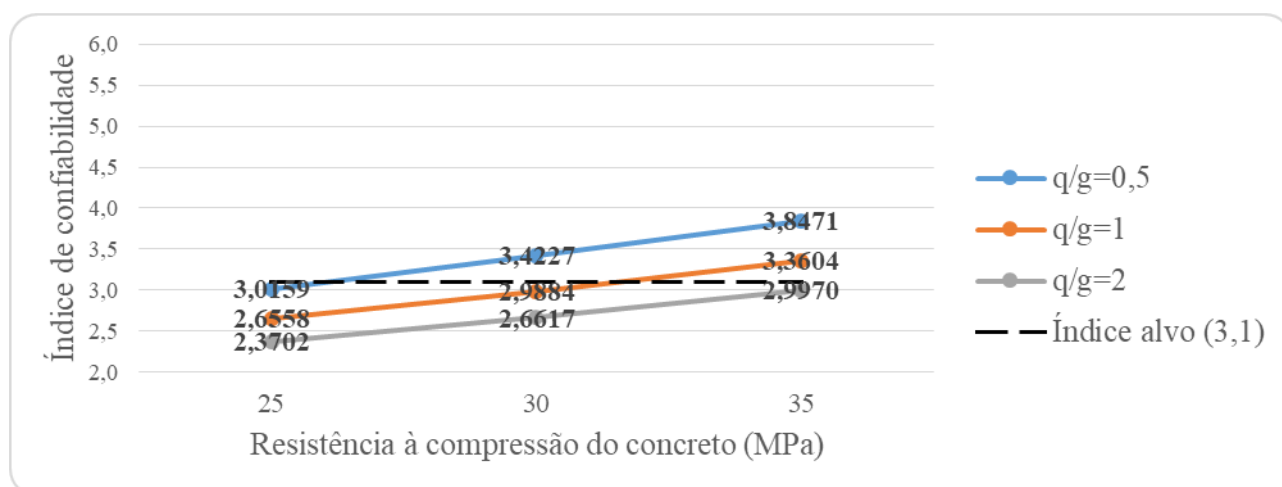


Figura 4.22 - $\beta \times f_{ck}$ para um carregamento total de 30 kN/m e altura útil da seção $d = 50$ cm
Fonte: autor

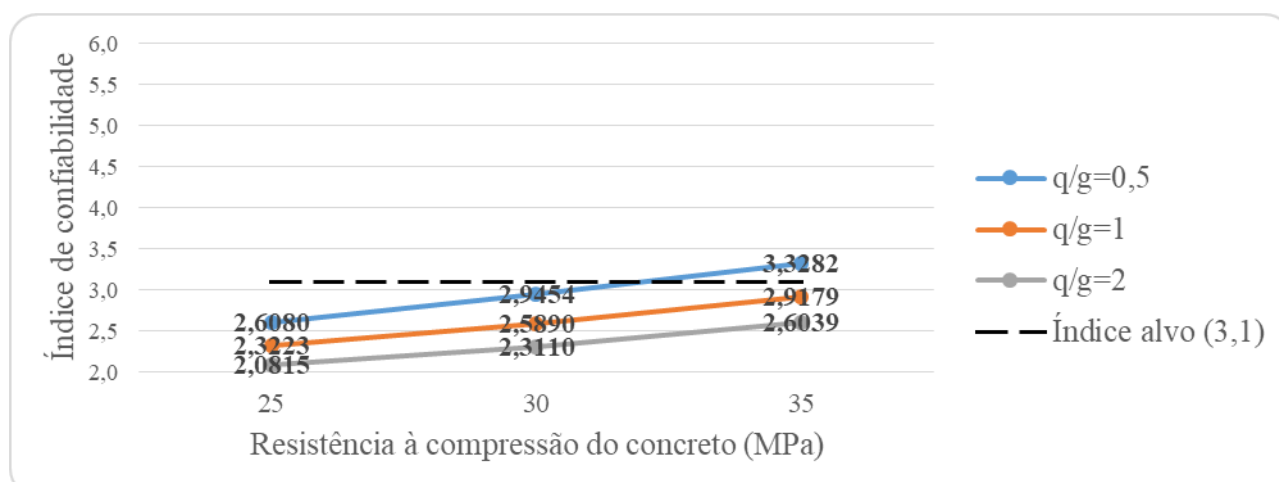


Figura 4.23 - $\beta \times f_{ck}$ para um carregamento total de 30,8 kN/m e altura útil da seção $d = 45$ cm
Fonte: autor

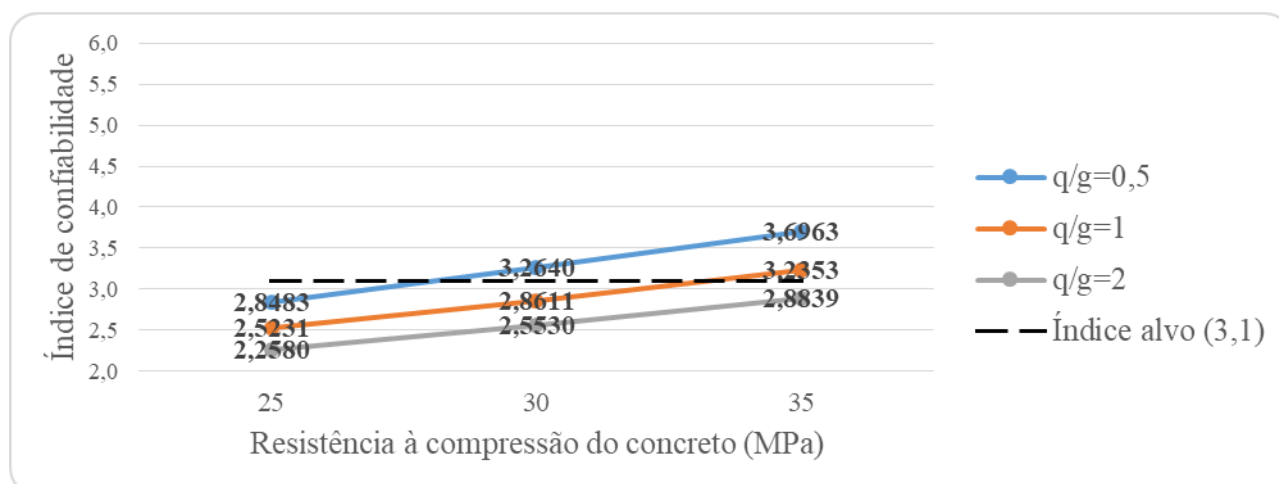


Figura 4.24 - $\beta \times f_{ck}$ para um carregamento total de 30,8 kN/m e altura útil da seção $d = 50$ cm
Fonte: autor

4.3.2. Variação de β em função do módulo de elasticidade da fibra

As Figuras 4.25 e 4.26 mostram a variação dos índices de confiabilidade em função da variação do módulo de elasticidade da fibra para alturas úteis de 45 e 50 cm e considerando carga total de 22 kN/m; as Figuras 4.27 e 4.28 mostram essa variação considerando carga total de 30 kN/m; e as Figuras 4.29 e 4.30 mostram essa variação considerando carga total de 30,8 kN/m.

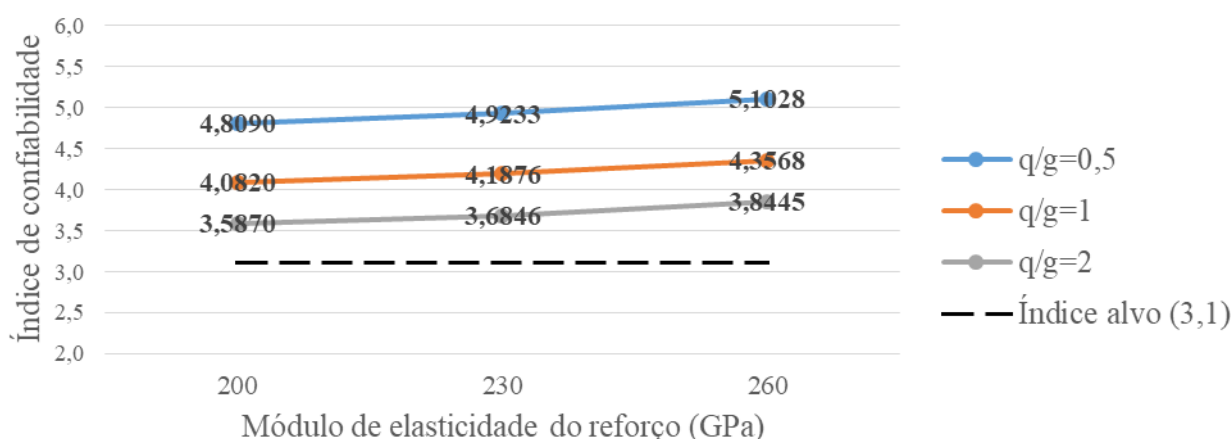


Figura 4.25 - $\beta \times E_f$ para um carregamento total de 22 kN/m e altura útil da seção $d = 45$ cm
Fonte: autor

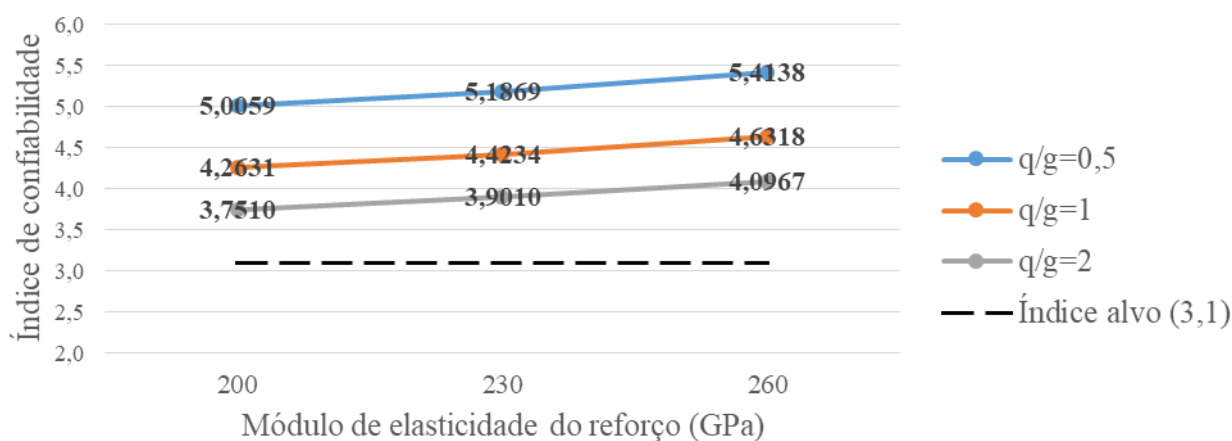


Figura 4.26 - $\beta \times E_f$ para um carregamento total de 22 kN/m e altura útil da seção $d = 50$ cm
Fonte: autor

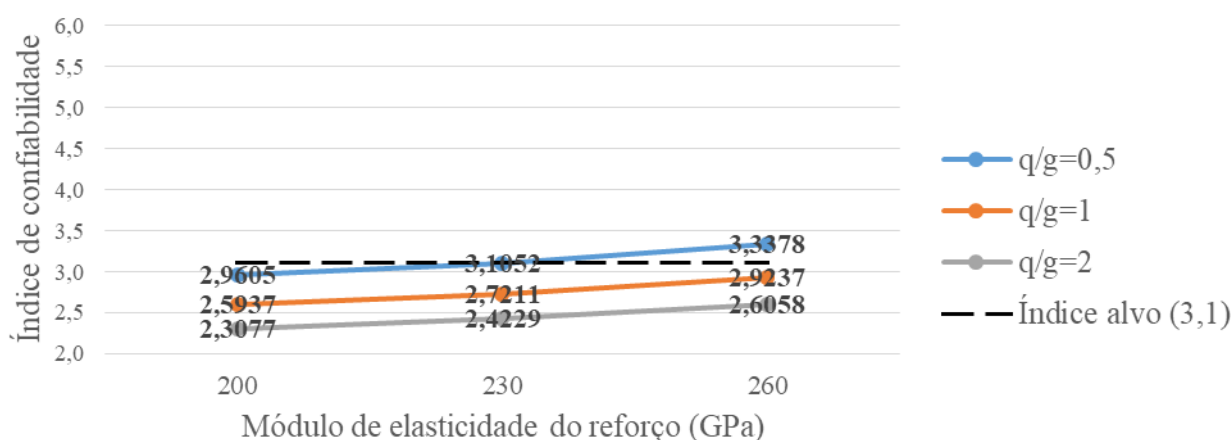


Figura 4.27 - $\beta \times E_f$ para um carregamento total de 30 kN/m e altura útil da seção $d = 45$ cm
Fonte: autor

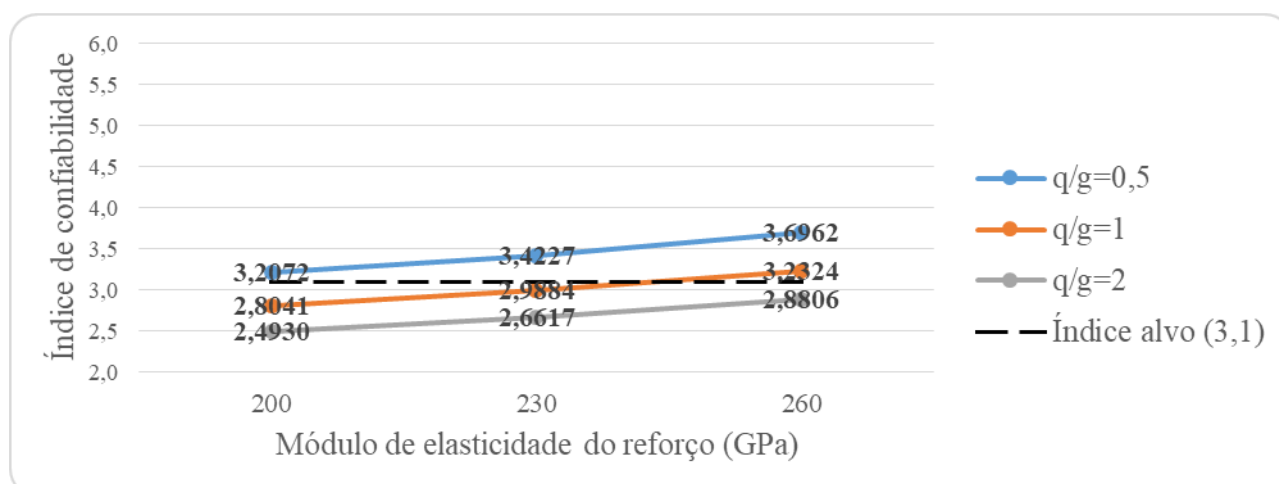


Figura 4.28 - $\beta \times E_f$ para um carregamento total de 30 kN/m e altura útil da seção $d = 50$ cm
Fonte: autor

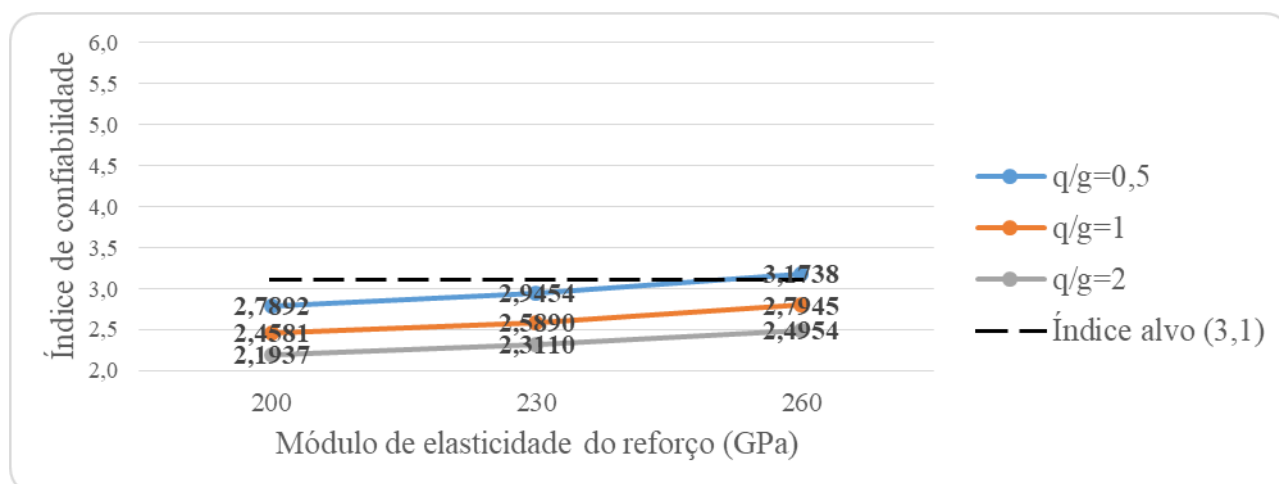


Figura 4.29 - $\beta \times E_f$ para um carregamento total de 30,8 kN/m e altura útil da seção $d = 45$ cm
Fonte: autor

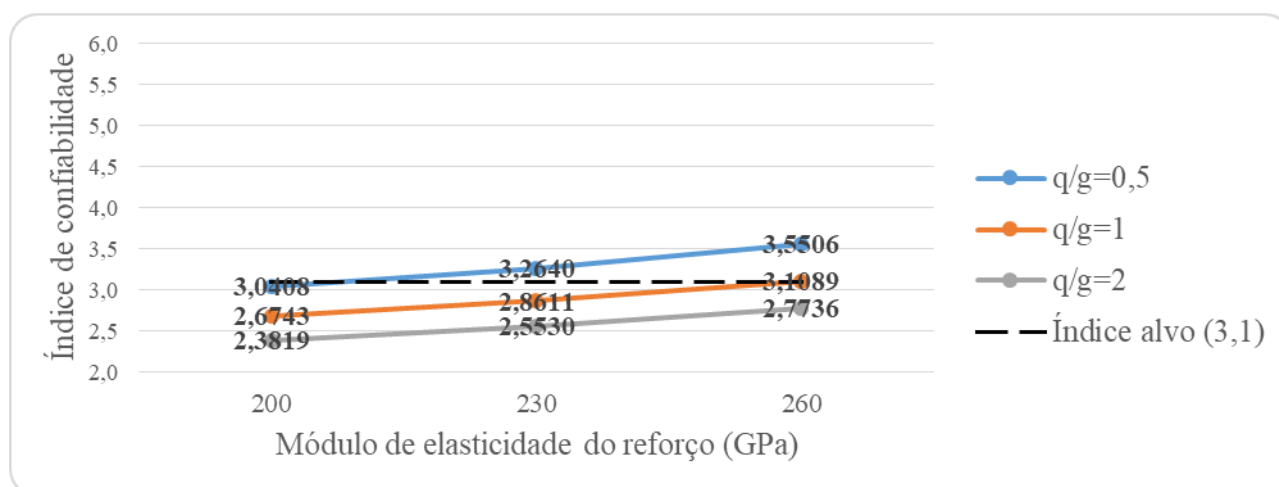


Figura 4.30 - $\beta \times E_f$ para um carregamento total de 30,8 kN/m e altura útil da seção $d = 50$ cm
Fonte: autor

4.3.3. Discussão dos resultados do estudo paramétrico

Pelos gráficos das Figs. 4.19 a 4.30, constatou-se que o índice de confiabilidade sofre as seguintes variações:

- a) β cresce com o aumento da altura útil;
- b) β cresce com o aumento da resistência à compressão do concreto;
- c) β cresce com o aumento do módulo de elasticidade do reforço;
- d) β diminui com o aumento do carregamento total;
- e) β diminui com o aumento da relação q/g .

Verificou-se que as variações observadas no estudo paramétrico, no que se refere às variáveis da resistência, são coerentes com as observadas na superfície de resposta, uma vez que a taxa de armadura foi mantida constante. Como a resistência da viga tende a subir com o aumento dos parâmetros dos materiais e altura útil, era esperado que o índice de confiabilidade também subisse, uma vez que a função $g(x)$ se afasta do ponto de falha.

Por outro lado, quanto aos carregamentos, β tende a cair com o aumento do carregamento total, pois a função de desempenho se aproxima cada vez mais do estado-limite, e tende a cair também com o aumento da relação q/g , ou seja, quanto mais carga variável em relação à carga permanente, maior a incerteza da estrutura e menor seu índice de confiabilidade.

Para os carregamentos de 30 e 30,8 kN/m a maioria dos índices de confiabilidade ficou abaixo do índice alvo. Pela Equação (2.87), calculou-se que o menor momento resistente da viga para as situações analisadas é de 97,98 kNm, o que corresponde a um carregamento distribuído de 31,35 kN/m. Assim, os baixos índices de confiabilidade obtidos nessas situações podem ser explicados pelo fato de a viga estar próxima de seu estado-limite quando submetida a esses carregamentos.

No entanto, o índice de confiabilidade alvo foi atingido em todas as configurações de carregamento quando adotado o carregamento de projeto ($p_k = 22$ kN/m), havendo uma boa margem de segurança, o que pode ser explicado pelo fato de a norma americana ser historicamente bastante conservadora. Desta forma, conclui-se que a confiabilidade da norma foi adequada para a viga em estudo.

5. CONCLUSÕES

Com relação à validação da modelagem por elementos finitos, observou-se uma boa aproximação entre a previsão numérica da resistência das vigas e as cargas de ruptura reais observadas em ensaios experimentais. A modelagem adotada foi capaz de prever corretamente não apenas o carregamento de ruína como também o modo de ruptura da maioria das vigas. Observou-se ainda que a utilização do Modelo da Zona de Coesão influenciou positivamente nos resultados, gerando maior aproximação aos dados experimentais. No entanto, o modelo parece precisar de um melhor ajuste quando se aumenta a quantidade de camadas de reforço.

Em seguida, foi dimensionada uma viga de concreto armado pelas diretrizes da norma brasileira ABNT NBR 6118 (2014). Seu reforço foi dimensionado para um carregamento acidental aumentado em três vezes e com base nas diretrizes da norma americana ACI 440.2R (2017), onde verificou-se que a adição de uma camada de fibra de carbono seria suficiente para resistir ao novo carregamento.

A viga dimensionada foi modelada no ANSYS, onde foram gerados 28 pontos de projeto utilizando a técnica de amostragem *Central Composite Design*. Foi verificada a carga de ruptura para cada uma dessas situações e também para a simulação que utilizava os valores médios de projeto. Os resultados foram analisados segundo o Método da Superfície de Resposta para obtenção da função de resposta da viga. Com relação à função obtida, observou-se que, para as situações simuladas, a maior diferença em relação aos dados previstos pela função de resposta e os resultados obtidos pelo Método dos Elementos Finitos foi da ordem de 2%, e as métricas do modelo foram consideradas adequadas. Assim, a função de resposta foi capaz de substituir o emprego direto do Método dos Elementos Finitos, o qual consome muito mais tempo e recursos computacionais.

Com a função de resposta foram realizadas as análises de confiabilidade, onde verificou-se que foi atingido o índice de confiabilidade alvo de 3,1 para os dois métodos adotados: o FORM e o método de Monte Carlo. Verificou-se ainda uma boa aproximação entre os índices de confiabilidade obtidos por ambos os métodos.

Por fim, foram realizados estudos paramétricos com a finalidade de se observar a variação do índice de confiabilidade com a variação dos parâmetros de entrada da função. Através do estudo, foi observado que o índice de confiabilidade tende a aumentar com o aumento da resistência à compressão do concreto, da altura útil e do módulo de elasticidade da fibra. No entanto, o módulo de elasticidade não possui tanta influência quanto os outros parâmetros, conforme observado também nas métricas do modelo do Método da Superfície de Resposta. Além disso, o índice de confiabilidade

tende a cair com o aumento do carregamento total, pois a função de desempenho se aproxima cada vez mais do estado-limite, e tende a cair também com o aumento da relação q/g , ou seja, quanto mais carga variável em relação à carga permanente, maior a incerteza da estrutura e menor seu índice de confiabilidade. O índice de confiabilidade alvo foi atingido em todas as situações quando utilizado o carregamento de projeto, havendo uma boa margem de segurança.

Ressalta-se, porém, que os resultados apresentados são válidos para a viga desta pesquisa. Como sugestões para trabalhos futuros, sugere-se a aplicação da metodologia utilizada para diferentes vigas, com diferentes configurações de reforço e combinações de carregamentos para uma melhor validação do estudo realizado. Sugere-se também a considerar o comportamento ortotrópico da fibra de carbono. Na parte da superfície de resposta e estudo paramétrico, sugere-se que seja considerada a variação da taxa de armadura longitudinal das vigas.

Por fim, espera-se que o presente estudo possa contribuir para o desenvolvimento de uma norma brasileira sobre reforço à flexão em vigas e para trabalhos futuros que utilizem os métodos empregados.

6. REFERÊNCIAS

- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **Building Code Requirements For Structural Concrete (ACI 318M)**. 2014.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Concrete Structures (ACI 440.2R)**. 2017.
- ANDERSON, T. L. **Fracture mechanics: fundamentals and applications**. Boca Ratón: CRC Press, 2017.
- ANSYS. **ANSYS Mechanical User's Guide**. 2016.
- ARAÚJO, R. Y. A. **Reforço à Flexão de Vigas de Concreto Armado com Fibras de Carbono Utilizando o ACI 440.2R e a NBR 6118 Adaptada**, 2018. Trabalho de Conclusão de Curso, Natal, RN, Brasil: Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN.
- ARDUINI, M.; DI TOMMASO, A.; NANNI, A. Brittle failure in FRP plate and sheet bonded beams. **ACI Structural Journal**, v. 94, n. 2, p. 363-370, 1997. Disponível em: <<http://www.scopus.com/inward/record.url?scp=0031191266&partnerID=8YFLogxK>>.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Ações e Segurança nas Estruturas – Procedimento (NBR 8681)**. 2003.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Projeto de estruturas de concreto – Procedimento (NBR 6118)**. 2014.
- ATADERO, R. A.; KARBHARI, V. M. Calibration of resistance factors for reliability based design of externally-bonded FRP composites. **Composites Part B: Engineering**, v. 30, n. 4, p. 665-679, 2008. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2007.06.004>>.
- AYALA, I. C. A. **Customização do software ANSYS para análise de lajes de concreto protendido pelo método dos elementos finitos**, 2017. Dissertação de Mestrado, Porto Alegre, RS, Brasil: Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS.
- BADIMUENA, B. L. **Avaliação da confiabilidade de estruturas existentes: influência da resistência à compressão do concreto**, 2017. Dissertação de Mestrado, Belo Horizonte, MG, Brasil: Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG.
- BAIRÁN, J. M.; CASAS, J. R. Safety factor calibration for a new model of shear strength of reinforced concrete building beams and slabs. **Engineering Structures**, v. 172, n. 1, p. 293-303, 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.06.033>>.
- BARBOSA, P. R. O. **Análise probabilística de pilares de concreto armado através do método dos elementos finitos**, 2017. Dissertação de Mestrado, Porto Alegre, RS, Brasil: Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS.

- BASTOS, P. S. DOS. **Fundamentos do concreto armado**. Bauru: UNESP, 2006.
- BEBER, A. J. **Comportamento estrutural de vigas de concreto armado reforçadas com compósitos de fibra de carbono**, 2003. Tese de Doutorado, Porto Alegre, RS, Brasil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS.
- BECK, A. T. **Curso de confiabilidade estrutural**. São Carlos: Universidade de São Paulo, 2012.
- BUSSAB, W. D. O, MORETTIN, P. A. **Estatística Básica**. 5ª edição. São Paulo: Saraiva, 2010.
- CARVALHO, M. L. **Análise de confiabilidade de modelos de capacidade resistente de blocos de fundação**, 2018. Dissertação de Mestrado, São Paulo, SP, Brasil. Universidade de São Paulo – USP.
- CEB-FIP. **FIB Bulletin 14 – Externally Bonded FRP Reinforcement for RC Structures**. 2010.
- CLÍMACO, J. C. T. S. **Estruturas de concreto armado: fundamentos de projeto, dimensionamento e verificação**. Brasília: Editora UNB, 2008.
- COELHO, T. A. P. **Avaliação da confiabilidade de seções de vigas de concreto armado em situação de incêndio**, 2018. Dissertação de Mestrado, Belo Horizonte, MG, Brasil. Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG.
- COHEN, M.; MONTELEONE, A.; POTAPENKO, S. Finite Element Analysis of Intermediate Crack Debonding in FRP Strengthened RC Beams. **Canadian Journal of Civil Engineering**, v. 45, n. 10, p. 840-851, 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.1139/cjce-2017-0439>>.
- COUTO, D.; CARVALHO, M.; CINTRA, A.; HELENE, P. Estruturas de Concreto. Contribuição à Análise da Segurança em Estruturas Existentes. **Revista Ibracon de Estruturas e Materiais**, v. 8, n. 3, p.365-389, 2015. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1590/S1983-41952015000300007>>.
- DIAS, F. T.; CRUZ, J. P. D.; VALENTE, R. A. F.; SOUSA, R. J. A. D. **Método dos Elementos Finitos – Técnicas de Simulação Numérica em Engenharia**. Lisboa: Edições Técnicas e Profissionais, 2010.
- FERREIRA, J. R. **Reliability of short circular RC columns confined by FRP**, 2017. Tese de Doutorado, Belo Horizonte, MG, Brasil. Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG.
- FERREIRA, M. P.; OLIVEIRA, M. H.; LIMA NETO, A. F.; TAPAJÓS, L. S. Influência da ancoragem na resistência à flexão de vigas reforçadas com mantas de PRFC. **Revista Alconpat**, v. 9, n. 1, p. 30-47, 2019. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.21041/ra.v9i1.269>>.
- GALAMBOS, T. V.; ELLINGWOOD, B.; MACGREGOR, J. G.; CORNELL, C. A. Probability based load criteria: Assessment of current design practice. **Journal of the Structural Division**, v. 108, n. 5, p. 959-977, 1982. Disponível em: <<https://cedb.asce.org/CEDBsearch/record.jsp?dockkey=0034201>>.
- GAMINO, A. L. **Modelagem física e computacional de estruturas de concreto reforçadas com CFRP**, 2007. Tese de Doutorado, São Paulo, SP, Brasil. Universidade de São Paulo – USP.

- GAO, Z.; LIANG, R. Y.; PATNAIK, A. K. Probabilistic lifetime performance and structural capacity analysis of continuous reinforced concrete slab bridges. **International Journal of Advanced Structural Engineering**, v. 9, n. 3, p. 231-245, 2017. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s40091-017-0160-2>>.
- GOMES, H. M. **Técnicas de avaliação da confiabilidade em estruturas de concreto armado**, 2001. Tese de Doutorado, Porto alegre, RS, Brasil. Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS.
- GORA, A. M.; JAGANATHAN, J.; ANWAR, M. P.; ALENGARAM, U. J. Finite element analysis of rectangular reinforced concrete columns wrapped with FRP composites. **IOP Conference Series: Materials Science and Engineering**, v. 431, n. 7, p. 1-8, 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.1088/1757-899X/431/7/072005>>
- HALDAR, A.; MAHADEVAN, S. **Reliability assessment using stochastic finite element analysis**. John Wiley & Sons, 2000.
- HIBBELER, R. C. **Mechanics of Materials**. 7ª ed. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2008.
- JOINT COMMITTEE ON STRUCTURAL SAFETY (JCSS). **JCSS Probabilistic Model Code**. 2001.
- KOHNEPOOSHI, O. M. I. D.; JAAFAR, M. S. Non-linear three dimensional finite elements for composite concrete structures. **Latin American Journal of Solids and Structures**, v. 14, n. 3, p. 398-421, 2017. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/1679-78253170>>.
- LAZZARI, P. M. **Simulação numérica das etapas construtivas de pontes estaiadas através do método dos elementos finitos**, 2016. Tese de Doutorado, Porto Alegre, RS, Brasil. Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS.
- LEE, H. **Finite Element Simulations with ANSYS Workbench 15**. SDC publications, 2014.
- LIBERATI, E. A. P. **Modelos de confiabilidade aplicados à análise de estruturas de concreto armado submetidas à penetração de cloretos**, 2014. Dissertação de Mestrado, São Carlos, SP, Brasil. Universidade de São Paulo – USP.
- LOW, B.K.; TANG, W.H. Efficient Spreadsheet Algorithm for First-Order Reliability Method. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 133, n. 12, 2007. Disponível em: <[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(2007\)133:12\(1378\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(2007)133:12(1378))>.
- LU, X. Z.; TENG, J. G.; YE, L. P.; JIANG, J. J. Bond-slip models for FRP sheets/plates bonded to concrete. **Engineering Structures**, v. 27, n. 6, p. 920-937, 2005. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2005.01.014>>.
- MINASI, A. T. **Confiabilidade de vigas de concreto armado em estruturas portuárias no estado limite último de flexão**, 2016. Dissertação de Mestrado, Rio Grande, RS, Brasil. Universidade Federal do Rio Grande – FURG.
- MINITAB. **Minitab 18 Support**. 2019.
- NOGUEIRA, C. G.; RODRIGUES, B. D. L. Análise de confiabilidade de uma viga em concreto

- armado considerando modelos não lineares de materiais e a influência de múltiplos modos de falha na avaliação da segurança global. **Integração Engenharia**, v. 2, n. 1, p. 1-8, 2018. Disponível em: <<http://integracao.feb.unesp.br/index.php/RIE/article/view/20/pdf>>.
- NOVA, S. J. S. **Avaliação da segurança de pontes em concreto protendido sob solicitações normais com base na teoria da confiabilidade**, 2017. Dissertação de Mestrado, Campinas, SP, Brasil. Universidade Estadual de Campinas – Unicamp.
- NOWAK, A. S.; COLLINS, K. R. **Reliability of Structures**. CRC Press, 2012.
- PALIGA, C. M. **Análise probabilística de vigas de concreto armado recuperadas à flexão, através do método de Monte Carlo utilizando um modelo de elementos finitos**, 2008. Tese de Doutorado, Porto Alegre, RS, Brasil. Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS.
- PALIGA, C. M.; CAMPOS FILHO, A.; REAL, M. DE V. Materiais compósitos e o reforço estrutural: uma análise numérica. **Teoria e Prática na Engenharia Civil**, n. 20, p. 23-30, 2012. Disponível em: <<http://repositorio.furg.br/bitstream/handle/1/5033/Materiais%20comp%F3sites%20e%20o%20refor%20estrutural.pdf?sequence=1>>.
- PEREIRA, M. F.; BECK, A. T.; EL DEBS, A. L. H. C. Confiabilidade de pilares mistos aço-concreto parcialmente revestidos em flexo-compressão. **Revista Ibracon de Estruturas e Materiais**, v. 10, n. 2, p. 298-316, 2017. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/s1983-41952017000200003>>.
- PIVATTO, A. B. **Análise experimental e computacional de vigas biapoiadas de concreto armado reforçadas com CRFC**, 2017. Dissertação de Mestrado, Curitiba, PR, Brasil. Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR.
- PURUSHOTTAM, M. Y. J.; HEMANTKUMAR, T. Y. Analytical study of solid flat slab and voided slab using ANSYS Workbench. **International Research Journal of Engineering and Technology (IRJET)**, v. 3, n. 10, p. 1000-1003, 2016.
- REAL, M. DE V. **Análise probabilística de estruturas de concreto armado, sob estado plano de tensão, através do método dos elementos finitos**, 2000. Tese de Doutorado, Porto Alegre, RS, Brasil. Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS.
- ROCHA, R. G. **Análise de confiabilidade de vigas portuárias de concreto protendido**, 2014. Dissertação de Mestrado, Rio Grande, RS, Brasil. Universidade Federal do Rio Grande – FURG.
- SAKAMOTO, B. S. **Análise de confiabilidade estrutural utilizando o método FORM com múltiplos modos de falha para edifício alto submetido à ação do vento**, 2016. Dissertação de Mestrado, Curitiba, PR, Brasil. Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR.
- SAN MARTINS, D. A. **Confiabilidade de vigas pré-tracionadas de concreto protendido**, 2014. Dissertação de Mestrado, Porto Alegre, RS, Brasil. Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS.
- SANTIAGO, W. C.; BECK, A. T. A new study of Brazilian concrete strength conformance. **Revista Ibracon de Estruturas e Materiais**, v. 10, n. 4, p. 906-923, 2017. Disponível em:

<<https://doi.org/10.1590/s1983-41952017000400008>>.

SANTOS, D. M.; STUCCHI, F. R.; BECK, A. T. Confiabilidade de vigas projetadas de acordo com as normas brasileiras. **Revista Ibracon de Estruturas e Materiais**, v. 7, n. 5, p. 723-746, 2014. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/S1983-41952014000500002>>.

SANTOS, J. F. D.; SANTOS, D. A. F. D. Resistência à punção de lajes lisas reforçadas com pinos de aço pós-instalados. **Engineering Sciences**, v. 7, n. 1, p. 39-48, 2019. Disponível em: <<http://sustenere.co/index.php/engineeringsciences/article/view/2693>>.

SARTURI, F. D. M. **Simulação computacional de estruturas de concreto reforçadas com aço e compósitos de fibra de carbono**, 2014. Dissertação de Mestrado, Curitiba, PR, Brasil. Universidade Federal do Paraná – UFPR.

SCHERER, M. **Avaliação da confiabilidade de vigas de concreto armado pelo método dos elementos finitos**, 2018. Dissertação de Mestrado, Porto Alegre, RS, Brasil. Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS.

SILVA, G. R. **Análise da confiabilidade da ligação laje-pilar interno sob punção de acordo com a NBR-6118:2014**, 2017. Dissertação de Mestrado, Porto Alegre, RS, Brasil. Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS.

SILVA, M. A. **Análise numérica de paredes de concreto armado reforçadas com compósito de fibras de carbono**, 2018. Dissertação de Mestrado, Campinas, SP, Brasil. Universidade Estadual de Campinas – Unicamp.

SILVA, R. J. C. **Concreto Armado 5ª Edição**. Sobral: Universidade Estadual Vale do Acaraú, 2018.

VAZ, L. E. **Métodos dos Elementos Finitos em Análise de Estruturas**. Rio de Janeiro: Editora Elsevier Brasil, 2011.

VIEIRA, R. N. C. **Confiabilidade de pilares curtos em concreto de alta resistência dimensionados segundo a ABNT NBR 6118:2014**, 2017. Dissertação de Mestrado, Belo Horizonte, MG, Brasil. Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG.

WILLAM, K. J.; WARNKE, E. D. Constitutive Model for the Triaxial Behavior of Concrete. **Proceedings, International Association for Bridge and Structural Engineering**, v. 19, p. 174, 1974. Disponível em: <<https://doi.org/10.5169/seals-17526>>.

XU, T.; CASTEL, A.; GILBERT, R. I. On the Reliability of Serviceability Calculations for Flexural Cracked Reinforced Concrete Beams. **Structures**, v. 13, n. 1, p. 201-212, 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.istruc.2018.01.001>>.

YANWEERASAK, T.; PANSUK, W.; AKIYAMA, M.; FRANGOPOL, D. M. Life-cycle reliability assessment of reinforced concrete bridges under multiple hazards. **Structure and Infrastructure Engineering**, v. 14, n. 7, p. 1011-1024, 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/15732479.2018.1437640>>.

ZHANG, D.; WANG, Q.; DONG, J. Simulation study on CFRP strengthened reinforced concrete

beam under four-point bending. **Computers and Concrete**, v. 17, n. 3, p. 407-421 2016.
Disponível em: <<https://dx.doi.org/10.12989/cac.2016.17.3.407>>.

APÊNDICE 1 – Comandos APDL utilizados

```

! CONCRETO
ET,MATID,SOLID65 !tipo e número do elemento

R,MATID,0,0,0,0,0,0
RMORE,0,0,0,0,0,0,
MP,EX,MATID,25714 !módulo de elasticidade (MPa)
MP,PRXY,MATID,0.2 !coeficiente de Poisson

KEYOPT,MATID,1,0
KEYOPT,MATID,3,2
KEYOPT,MATID,5,2
KEYOPT,MATID,6,3
KEYOPT,MATID,7,1
KEYOPT,MATID,8,1

TB,CONCR,MATID,1,9
TBTEMP,22
TBDATA,1,0.3,1,2.2,24.05 !coeficiente hidrostático, coeficiente de fissura
fechada, coeficiente de fissura aberta, fctm, fck (MPa)

TB,MISO,MATID,1,21,0
TBPT,DEFI,0.0001,2.5714 !o ponto inicial deve corresponder a Ec/10000
TBPT,DEFI,0.0002,4.8
TBPT,DEFI,0.0003,6.8
TBPT,DEFI,0.0004,8.8
TBPT,DEFI,0.0005,10.52
TBPT,DEFI,0.0006,12.27
TBPT,DEFI,0.0007,13.89
TBPT,DEFI,0.0008,15.39
TBPT,DEFI,0.0009,16.77
TBPT,DEFI,0.001,18.04
TBPT,DEFI,0.0011,19.18
TBPT,DEFI,0.0012,20.2
TBPT,DEFI,0.0013,21.1
TBPT,DEFI,0.0014,21.89
TBPT,DEFI,0.0015,22.55
TBPT,DEFI,0.0016,23.09
TBPT,DEFI,0.0017,23.51
TBPT,DEFI,0.0018,23.81
TBPT,DEFI,0.0019,23.99
TBPT,DEFI,0.002,24.05
TBPT,DEFI,0.0035,24.05

! AÇO
ET,matid,LINK180 !tipo e número do elemento

MPDATA,EX,matid,,2.1e5 !módulo de elasticidade (MPa)
MPDATA,PRXY,matid,,0.3 !coeficiente de Poisson
TB,BISO,matid,1,2 !definição de gráfico bilinear para escoamento
TBDATA,,550,0,,, !tensão de escoamento fy e módulo tangente (MPa)
R,matid,122.65625, ,0 !área da seção transversal da armadura (mm2)

! PREPROCESSOR
/PREP7

```

```

ESEL,S,ENAME,,65 !seleciona todos os nós dos elementos Solid65
ESEL,A,ENAME,,180 !seleciona todos os nós dos elementos Link180
ALLSEL,BELOW,ELEM
CEINTF,0.1 !tolerância (%) em função do tamanho do elemento
ALLSEL,ALL

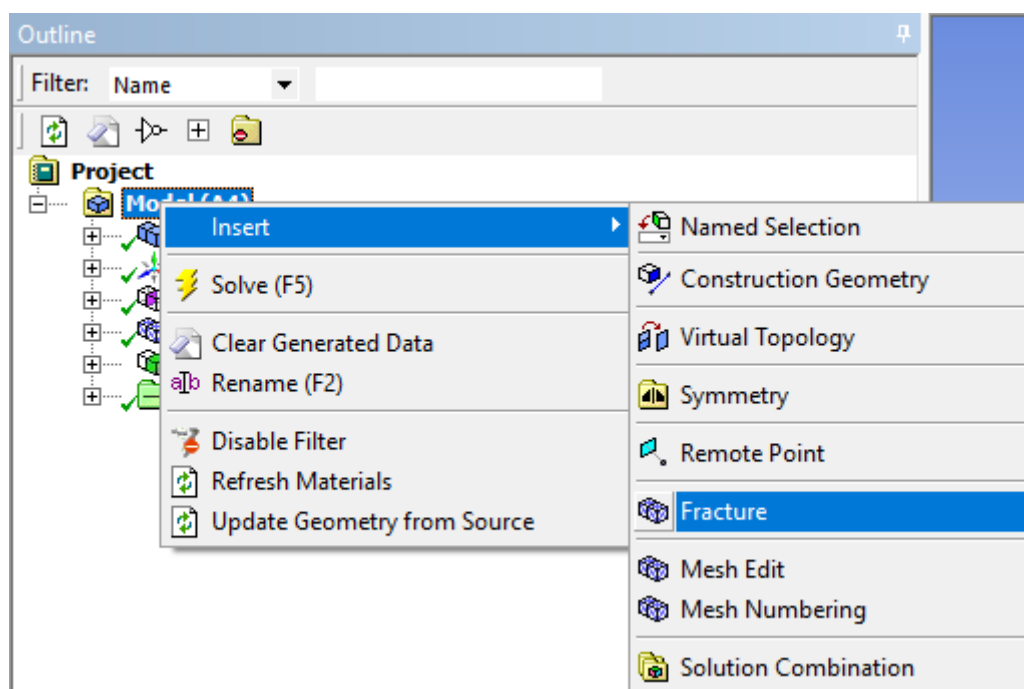
/SOLU
NLGEOM,ON
OUTRES,ALL,ALL

! POSTPROCESSOR
/POST1
/GRAPHICS,POWER
SET, LAST
ESEL,S,ENAME,,180 !seleciona todos os elementos Link180
/ESHAPE,1,1
/EFACET,1
/SHOW,PNG
/VIEW,,1,1,1
/ANGLE,,15,YM,
!PLNSOL,U,SUM,0 !deformação nas armaduras
PLNSOL,S,X,0 !tensão nas armaduras
PLNSOL,EPEL,EQV,0 !deformação específica elástica nas armaduras
PLNSOL,EPPL,EQV,0 !deformação específica plástica nas armaduras
/SHOW,CLOSE

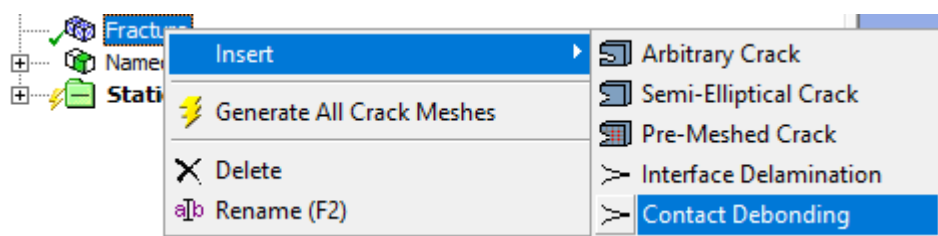
```

APÊNDICE 2 – Habilitação da ferramenta Fracture com descolamento de contato

Para se habilitar esta ferramenta, dentro do módulo *Static Structural*, deve-se clicar com o botão direito sobre “*Model*” e selecionar a opção indicada a seguir.



A ferramenta *Fracture* irá aparecer na árvore. Em seguida, clica-se com o botão direito sobre ela e insere-se a opção de descolamento de contato, que deve ser configurada utilizando o material de interface previamente definido no *Engineering Data*.



APÊNDICE 3 – Definição do gráfico carga x deflexão

Na seção dos resultados, deve-se inserir um resultado customizado através da opção *User Defined Result*. Este resultado deve corresponder ao deslocamento na direção Y do nó localizado no centro do vão na parte inferior da viga, cuja expressão corresponde a UY. Convém multiplicar o deslocamento por -1 para se trabalhar apenas com números positivos. Deve ser adicionado também o resultado da reação de apoio (*Probe – Force Reaction*), selecionando o resultado do eixo Y.

Details of "Force Reaction"		Details of "User Defined Result"	
Definition		Scope	
Type	Force Reaction	Scoping Method	Geometry Selection
Location Method	Boundary Condition	Geometry	1 Node
Boundary Condition		Definition	
Orientation	Global Coordinate System	Type	User Defined Result
Suppressed	No	Expression	= -UY
Options		Input Unit System	Metric (mm, t, N, s, mV, mA)
Result Selection	Y Axis	Output Unit	Displacement
Display Time	End Time	By	Time
Results		Display Time	Last
Maximum Value Over Time		Coordinate System	Global Coordinate System
Y Axis	24454 N	Calculate Time History	Yes
Minimum Value Over Time		Identifier	
Y Axis	490, N	Suppressed	No

A partir dos resultados de deflexão no centro do vão e de carregamento, é possível construir o gráfico carga-deflexão combinando esses resultados. Para isto, após o programa ter gerado a solução da análise, habilita-se a ferramenta *Chart* clicando no botão “*new chart and table*” na parte superior da tela, selecionando como objetos os dois resultados definidos anteriormente e configurando conforme indicado a seguir.

Details of "Chart" ⌵	
[-] Definition	
Outline Selection	2 Objects
[-] Chart Controls	
X Axis	User Defined Result (Max)
Plot Style	Both
Scale	Linear
Gridlines	None
[-] Axis Labels	
X-Axis	Deslocamento
Y-Axis	Carga
[-] Report	
Content	Chart And Tabular Data
Caption	
[-] Input Quantities	
Time	Omit
[-] Output Quantities	
[A] Force Reaction (Y)	Display
[B] User Defined Result (Min)	Omit
User Defined Result (Max)	X Axis

APÊNDICE 4 – Código para simulações de Monte Carlo

```
% número de simulações
N=1e6;

% altura útil
dm=45;
sd=0.5;
d=normrnd(dm,sd,N,1);

% tensão de esmagamento do concreto
Vfc=0.10;
fcm=35.93;
sfc=Vfc*fcm;
fc=normrnd(fcm,sfc,N,1);

% tensão de escoamento do aço
Vfy=0.05;
fym=545;
lambdafy=log(fym)-0.50*Vfy^2;
fy=lognrnd(lambdafy,Vfy,N,1);

% módulo de elasticidade da fibra
VEf=0.1;
Efm=230;
lambdaEf=log(Efm)-0.50*VEf^2;
Ef=lognrnd(lambdaEf,VEf,N,1);

% carga permanente
gk=16;
gm=gk;
Vg=0.10;
sg=Vg*gm;
g=normrnd(gm,sg,N,1);

% carga variável
qk=9;
qm=qk;
Vq=0.25;
sq=Vq*qm;
alfa=sqrt((pi^2)/(6.*(sq)^2));
uq=qm-0.577216./alfa;
q=-evrnd(-uq,1./alfa,N,1);

% teta R
VtetaR=0.05;
tetaRm=1;
lambdatetaR=log(tetaRm)-0.50*VtetaR^2;
tetaR=lognrnd(lambdatetaR,VtetaR,N,1);

% teta S
VtetaS=0.05;
tetaSm=1;
lambdatetaS=log(tetaSm)-0.50*VtetaS^2;
tetaS=lognrnd(lambdatetaS,VtetaS,N,1);
```

```

G2=d;
G3=fc;
G4=fy;
G5=Ef;
G6=g;
G7=q;
G8=tetaR;
G9=tetaS;

R=G8.*(9+24.5.*G2-2.52.*G3-0.514.*G4-3.28.*G5-
0.343.*G2.*G2+0.0884.*G3.*G3+0.001083.*G4.*G4+0.00288.*G5.*G5+0.1725.*G2.*G3-
0.00211.*G2.*G4+0.0267.*G2.*G5-0.02063.*G3.*G4+0.0099.*G3.*G5+0.00136.*G4.*G5);
S=G9.*5.*(G6+G7);
G=R-S;

Nf=sum(G<0) % quantidade de falhas

% gerar histogramas
figure
hist(d,100)
title('d (Normal)')
figure
hist(fc,100)
title('fc (Normal)')
figure
hist(fy,100)
title('fy (Lognormal)')
figure
hist(Ef,100)
title('Ef (Lognormal)')
figure
hist(g,100)
title('g (Normal)')
figure
hist(q,100)
title('q (Gumbel)')
figure
hist(tetaR,100)
title('\theta R (Lognormal)')
figure
hist(tetaS,100)
title('\theta S (Lognormal)')
figure
hist(R,100)
title('Resistencia')

meanG=mean(G);
stdG=std(G);
Beta1=mean(G)/std(G) % índice de Cornwell
mu=0;
sigma=1;
pd=makedist('Normal',mu,sigma);
Pfl=cdf(pd,-Beta1)

Pf2=sum(G<0)/N
Beta2=-norminv(Pf2,mu,sigma) % beta adotado

meanR=mean(R)
stdR=std(R)

```