

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL

AVALIAÇÃO COMPUTACIONAL DA CONFIABILIDADE ESTRUTURAL E CALIBRAÇÃO
DOS COEFICIENTES PARCIAIS DE SEGURANÇA DE PONTES RODOVIÁRIAS

por

Vinícius Heidtmann Avila

Tese para obtenção do Título de
Doutor em Modelagem Computacional

Rio Grande, agosto, 2023

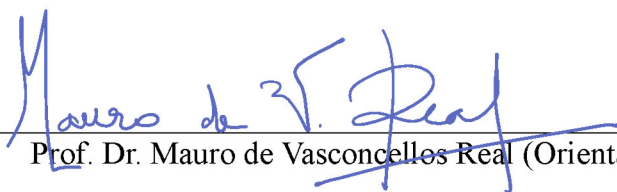
Vinicius Heidtmann Avila

**“AVALIAÇÃO COMPUTACIONAL DA CONFIABILIDADE ESTRUTURAL E
CALIBRAÇÃO DOS COEFICIENTES PARCIAIS DE SEGURANÇA DE PONTES
RODOVIÁRIAS”**

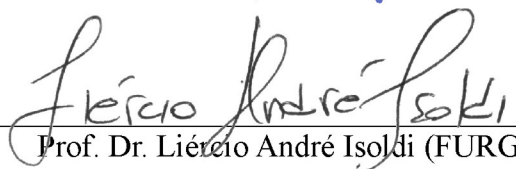
Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação
em Modelagem Computacional da Universidade
Federal do Rio Grande - FURG, como requisito
parcial para obtenção do Grau de Doutor. Área
de concentração: Modelagem Computacional.

Aprovado em: 25/08/2023

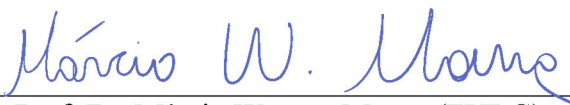
BANCA EXAMINADORA



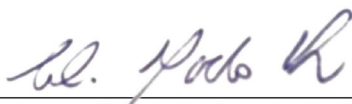
Prof. Dr. Mauro de Vasconcellos Real (Orientador - FURG)



Prof. Dr. Liércio André Isoldi (FURG)



Prof. Dr. Márcio Wrague Moura (FURG)



Prof. Dr. Charlei Marcelo Paliga (UFPel)

Ficha Catalográfica

A958a Avila, Vinícius Heidtmann.

Avaliação computacional da confiabilidade estrutural e calibração dos coeficientes parciais de segurança de pontes rodoviárias / Vinícius Heidtmann Avila. – 2023.
131 f.

Tese (doutorado) – Universidade Federal do Rio Grande – FURG, Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional, Rio Grande/RS, 2023.

Orientador: Dr. Mauro de Vasconcellos Real.

1. Pontes rodoviárias 2. Confiabilidade estrutural 3. Calibração de norma 4. Coeficientes parciais de segurança 5. Modelagem computacional I. Real, Mauro de Vasconcellos II. Título.

CDU 624:004

Catálogo na Fonte: Bibliotecário José Paulo dos Santos CRB 10/2344

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu orientador, Mauro de Vasconcellos Real, pela sua orientação, amizade, paciência e atenção dedicadas ao longo do meu doutorado.

À minha amada esposa, Tainã, expresso minha gratidão pelo amor, companheirismo e incrível paciência, especialmente nos momentos mais desafiadores. Além disso, não posso deixar de agradecer pelo maior presente que já recebi em minha vida, nossa querida filha Mirela.

À FURG por ofertar o Curso de Doutorado em Modelagem Computacional.

Agradeço a todos os docentes do Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional da FURG pela valiosa contribuição para o meu desenvolvimento acadêmico.

Agradeço à CAPES pelo apoio financeiro fornecido.

Agradeço a todos que, de uma maneira ou de outra, contribuíram para a concretização deste projeto.

RESUMO

Este trabalho versa sobre um estudo da confiabilidade estrutural e calibração dos coeficientes parciais de segurança relativos às solicitações das vigas longarinas de pontes rodoviárias de concreto armado e concreto protendido em relação ao estado limite último de flexão. A justificativa da realização deste trabalho vem do decorrente aumento no tráfego de veículos pesados nas rodovias brasileiras e devido à aplicação da teoria da confiabilidade em inúmeras áreas da engenharia ter se tornado uma tendência mundial. É apresentada uma revisão bibliográfica de trabalhos científicos que abordam os temas de pontes rodoviárias, confiabilidade estrutural e calibração de norma. São projetadas dezoito vigas longarinas protendidas e nove vigas longarinas de concreto armado, onde alterou-se o vão, a resistência à compressão do concreto e a tensão de ruptura do aço protendido. É elaborado um modelo computacional para verificação da capacidade resistente das vigas no estado limite último. Este modelo foi validado por meio da comparação dos resultados obtidos computacionalmente com os de quarenta e uma vigas protendidas e vinte três vigas de concreto armado que tiveram seus ensaios experimentais registrados em trabalhos científicos. Para os dados da carga móvel, isto é, dados de pesos dos veículos que trafegam nas rodovias nacionais, são empregados os dados obtidos na literatura técnica. É utilizada uma metodologia para a obtenção de um modelo de carga móvel para um período de retorno de 100 anos baseada na extrapolação linear dos dados da cauda da curva normal. Para obter o índice de confiabilidade β foi empregado o método de confiabilidade de primeira ordem (FORM) que demonstrou ser bastante rápido e eficiente. O procedimento empregado para se obter o conjunto dos coeficientes parciais de segurança foi a abordagem de enxame de partículas (PSO), utilizada para resolver um problema de otimização baseado em confiabilidade (RBDO). Por meio das análises realizadas concluiu-se que as normas nacionais vigentes garantem um nível de segurança satisfatório para as vigas longarinas de pontes rodoviárias, mesmo em uma situação severa do tráfego. O conjunto dos coeficientes parciais de segurança das solicitações obtidos, dentro da faixa de pontos de projeto considerado, através do procedimento de calibração das vigas de concreto armado e concreto protendido uniformizou os índices de confiabilidade, os aproximando ao índice alvo pré-estabelecido.

Palavras-chaves: Pontes rodoviárias, Confiabilidade estrutural, Calibração de norma, Coeficientes parciais de segurança, Modelagem computacional.

ABSTRACT

This study deals with the structural reliability and calibration of the partial safety factors related to loads of the beams of road bridges made of reinforced concrete and prestressed concrete in relation to the ultimate limit state of bending. The justification for carrying out this study comes from the resulting increase in the traffic of heavy vehicles on Brazilian highways and due to the application of the theory of reliability in numerous areas of engineering having become a worldwide trend. A bibliographical review of scientific works is presented that address the themes of road bridges, structural reliability and code calibration. In this study eighteen prestressed girders beams and nine reinforced girders beams are designed, where the span, the compressive strength of the concrete and the rupture stress of the prestressed steel were varied. A computational model is elaborated to verify the resistance capacity of the beams in the ultimate limit state. This model was validated by comparing the results obtained computationally with those of forty-one prestressed concrete beams and twenty-three reinforced concrete beams that had their experimental tests recorded in scientific papers. For the live load data, that is, weight data of vehicles traveling on national highways, data obtained from the technical literature are used. A methodology is used to obtain a live load model for a return period of 100 years based on the linear extrapolation of data from the tail of the normal curve. To obtain the β reliability index, the first order reliability method (FORM) was used, which proved to be very fast and efficient. The procedure used to obtain the set of partial safety factors was the particle swarm optimization (PSO), used to solve a reliability-based design optimization problem (RBDO). Through the analyzes carried out, it was concluded that the current national codes guarantee a satisfactory level of safety for the girders beams of road bridges, even in a severe traffic situation. The set of partial safety coefficients of the loads obtained, within the range of design points considered, through the calibration procedure of the reinforced concrete and prestressed concrete beams, standardized the reliability indexes, bringing them closer to the pre-established target index.

Keywords: Road bridges, Structural reliability, Code calibration, Partial safety factors, Computational modeling.

ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO	24
1.1. Considerações gerais	24
1.2. Objetivos	26
1.2.1. Objetivo Geral	26
1.2.2. Objetivos Específicos	26
1.3. Justificativa.....	27
1.4. Organização do trabalho.....	27
2. ESTADO DA ARTE	29
2.1. Projeto de pontes	29
2.2. Confiabilidade Estrutural	30
2.3. Calibração dos coeficientes de segurança	32
3. CONFIABILIDADE ESTRUTURAL	34
3.1. Fundamentação probabilística.....	35
3.2. Função performance.....	39
3.3. FORM e a interpretação de primeira ordem.....	43
4. MODELO PARA VERIFICAÇÃO DA CAPACIDADE RESISTENTE NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO DE FLEXÃO	47
4.1. Análise de uma viga de concreto protendido	47
4.1.1. Análise de Tensões.....	47
4.1.2. Geometria da seção	50
4.1.3. Hipóteses fundamentais.....	51
4.1.4. Cálculo da capacidade resistente no estado limite último de flexão	55
4.2. Análise de uma viga de concreto armado.....	57
4.3. Validação do modelo de cálculo	58
4.3.1. Resultados experimentais para concreto protendido.....	58
4.3.2. Resultados experimentais para concreto armado	63

4.3.3. Estimativa do erro do modelo computacional θ_r	66
5. CARREGAMENTO MÓVEL	69
5.1. Descrição dos dados	69
5.2. Extrapolação dos máximos pesos brutos.....	79
5.3. Situações críticas de carregamento	88
5.3.1. Caminhão Isolado.....	88
5.3.2. Presença Simultânea de 2 Caminhões	89
5.3.3. Coeficiente de Impacto.....	95
6. CALIBRAÇÃO DE NORMAS COM BASE EM CONFIABILIDADE ESTRUTURAL	96
6.1. Índice de confiabilidade alvo βT	96
6.2. Procedimentos de Calibração de Norma	97
6.3. Método de Otimização Particle Swarm (PSO).....	99
7. METODOLOGIA	101
7.1. Distribuição transversal do carregamento	101
7.2. Função performance	102
7.3. Variáveis aleatórias	103
8. ANÁLISE E RESULTADOS	105
8.1. Projeto de longarinas de pontes rodoviárias.....	105
8.2. Análise de Confiabilidade Estrutural	108
8.3. Calibração.....	115
9. CONSIDERAÇÕES FINAIS	124
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	126

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1 - Função densidade de probabilidade de uma variável genérica X (SCHERER, 2018).	36
Figura 3.2 - Relação entre as funções FDP e FDPA (SCHERER, 2018).	37
Figura 3.3 - Fluxograma básico para uma análise probabilística (SCHERER, 2018).	39
Figura 3.4 - Domínios de segurança associados à função performance (SCHERER, 2018).	41
Figura 3.5 - Distribuições de probabilidade da resistência, solicitação e margem de segurança considerando distribuição normal de probabilidade (SCHERER, 2018).	41
Figura 3.6 - Índice de confiabilidade e a transformação para o sistema normal padronizado descorrelacionado (SCHERER, 2018).	44
Figura 4.1 - Viga submetida à ensaio de flexão (MOURA, 2018)	47
Figura 4.2 - Fases de uma viga em ensaio de flexão (carga x deslocamento) (MOURA, 2018)	48
Figura 4.3 - Análise de tensões no momento da protensão, regime elástico linear (ROCHA, 2014).	48
Figura 4.4 - Análise de tensões em serviço, regime elástico linear (ROCHA, 2014).	49
Figura 4.5 - Análise elástica linear de tensões da seção fissurada (ROCHA, 2014)	49
Figura 4.6 - Análise não linear de tensões, regime de ruptura dos materiais (ROCHA, 2014).	50
Figura 4.7 - Geometria da seção retangular e armaduras (MOURA, 2019)	50
Figura 4.8 - Geometria da seção T e armaduras (MOURA, 2019)	51
Figura 4.9 - Domínios de deformação - ELU (ABNT NBR 6118, 2014).	52
Figura 4.10 - Diagrama tensão-deformação do concreto (MOURA, 2019).	53
Figura 4.11 - Diagrama tensão-deformação para aços de armaduras passivas (MOURA, 2019)	53
Figura 4.12 - Diagrama tensão-deformação para aços de armadura protendida (MOURA, 2019).	54
Figura 4.13 - Equilíbrio da seção transversal (MOURA, 2019).	55

Figura 4.14 - Método da secante (MOURA, 2019).....	56
Figura 4.15 - Histograma da razão η para vigas de concreto protendido.	62
Figura 4.16 - Aderência ao modelo teórico de uma curva normal para vigas de concreto protendido.	63
Figura 4.17 - Histograma da razão η para vigas de concreto armado.	66
Figura 4.18 - Aderência ao modelo teórico de uma curva normal para vigas de concreto armado.....	66
Figura 5.1 - Estatísticas de dados filtrados da BR-290 (Adaptado de Portela, 2018).....	70
Figura 5.2 - Estatísticas de dados filtrados da BR-381 (Adaptado de Portela, 2018).....	70
Figura 5.3 - Classes frequentes com os respectivos pesos legais em kN (Adaptado de Carneiro, Portela e Bittencourt, 2020).	71
Figura 5.4 – Teste do Qui-quadrado na classe 2C da BR-290 para Distribuição Tipo I de máximos (Gumbel)	74
Figura 5.5 – Teste do Qui-quadrado na classe 3C da BR-290 para Distribuição Tipo I de máximos (Gumbel)	74
Figura 5.6 - Teste do Qui-quadrado na classe 2S2 da BR-290 para Distribuição Tipo I de máximos (Gumbel)	75
Figura 5.7 - Teste do Qui-quadrado na classe 2S3 da BR-290 para Distribuição Lognormal	75
Figura 5.8 - Teste do Qui-quadrado na classe 3S3 da BR-290 para Distribuição Lognormal	76
Figura 5.9 – Teste do Qui-quadrado na classe 2C da BR-381 para Distribuição Tipo I de máximos (Gumbel)	76
Figura 5.10 – Teste do Qui-quadrado na classe 3C da BR-381 para Distribuição Tipo I de máximos (Gumbel)	77
Figura 5.11 – Teste do Qui-quadrado na classe 2S2 da BR-381 para Distribuição Lognormal	77
Figura 5.12 – Teste do Qui-quadrado na classe 2S3 da BR-381 para Distribuição Lognormal	78
Figura 5.13 – Teste do Qui-quadrado na classe 3S3 da BR-381 para Distribuição Normal..	78

Figura 5.14 - Extrapolação para o veículo 2C na BR-290.	82
Figura 5.15 - Extrapolação para o veículo 3C na BR-290.	82
Figura 5.16 - Extrapolação para o veículo 2S2 na BR-290.....	83
Figura 5.17 - Extrapolação para o veículo 2S3 na BR-290.....	83
Figura 5.18 - Extrapolação para o veículo 3S3 na BR-290.....	84
Figura 5.19 - Extrapolação para o veículo 2C na BR-381.	84
Figura 5.20 - Extrapolação para o veículo 3C na BR-381.	85
Figura 5.21 - Extrapolação para o veículo 2S2 na BR-381.....	85
Figura 5.22 - Extrapolação para o veículo 2S3 na BR-381.....	86
Figura 5.23 - Extrapolação para o veículo 3S3 na BR-381.....	86
Figura 5.24 - Veículo isolado na ponte (MOURA, 2019).....	89
Figura 5.25 - Estatísticas de presença múltipla na BR-290 (Adaptado de Portela, 2018)	90
Figura 5.26 - Probabilidade de ocorrência de dois caminhões pesados em relação ao tráfego total de caminhões na BR-290 (Adaptado de Portela, 2018).....	91
Figura 5.27 - Estatísticas de presença múltipla na BR-381 (Adaptado de Portela, 2018)	91
Figura 5.28 - Probabilidade de ocorrência de dois caminhões pesados em relação ao tráfego total de caminhões na BR-381 (Adaptado de Portela, 2018).....	92
Figura 5.29 - Padrões de tráfego (Adaptado de Portela, 2018).....	92
Figura 5.30 - Veículos dispostos lado a lado na ponte (MOURA, 2019).	93
Figura 5.31 - Veículos um na frente do outro (MOURA, 2019).....	94
Figura 6.1 - Fluxograma simplificado do funcionamento do PSO (SILVA, 2021).....	100
Figura 7.2 - Esquema estrutural transversal para uma faixa unitária (HEINEN, 2016)	102
Figura 8.1 - Seção transversal do tabuleiro das pontes de concreto protendido (cotas em metros)	106
Figura 8.2 - Seção transversal das vigas longarinas de concreto protendido: (a) 20 m de vão, (b) 30 m de vão, (c) 40 m de vão (cotas em centímetros).....	106
Figura 8.3 - Seção transversal do guarda-corpo (cotas em centímetros)	106
Figura 8.4 - Seção transversal do tabuleiro das pontes de concreto armado (cotas em metros)	107

Figura 8.5 - Seção transversal das vigas longarinas de concreto armado: (a) 10 m de vão, (b) 15 m de vão, (c) 20 m de vão (cotas em centímetros)	107
Figura 8.6 - Variação dos índices de confiabilidade para vigas de concreto protendo, $f_{ck} = 30$ MPa e $f_{ptk} = 1900$ MPa.....	119
Figura 8.7 - Variação dos índices de confiabilidade para vigas de concreto protendido, $f_{ck} = 40$ MPa e $f_{ptk} = 1900$ MPa.....	119
Figura 8.8 - Variação dos índices de confiabilidade para vigas de concreto protendido, $f_{ck} = 50$ MPa e $f_{ptk} = 1900$ MPa.....	120
Figura 8.9 - Variação dos índices de confiabilidade para vigas de concreto protendido, $f_{ck} = 30$ MPa e $f_{ptk} = 2100$ MPa.....	120
Figura 8.10 - Variação dos índices de confiabilidade para vigas de concreto protendido, $f_{ck} = 40$ MPa e $f_{ptk} = 2100$ MPa.....	121
Figura 8.11 - Variação dos índices de confiabilidade para vigas de concreto protedo, $f_{ck} = 50$ MPa e $f_{ptk} = 2100$ MPa.....	121
Figura 8.12 - Variação dos índices de confiabilidade para vigas de concreto armado e $f_{ck} = 30$ MPa	122
Figura 8.13 - Variação dos índices de confiabilidade para vigas de concreto armado e $f_{ck} = 40$ MPa	122
Figura 8.14 - Variação dos índices de confiabilidade para vigas de concreto armado e $f_{ck} = 50$ MPa	123

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 - Dados das vigas ensaiadas experimentalmente por Billet (1953).....	59
Tabela 4.2 - Dados das vigas ensaiadas experimentalmente por Feldman (1954).....	59
Tabela 4.3 - Módulo de elasticidade das vigas ensaiadas por Feldman (1954).	60
Tabela 4.4 - Dados das vigas ensaiadas experimentalmente por Warwaruk (1957).....	60
Tabela 4.5 - Dados das vigas ensaiadas experimentalmente por Tao e Du (1985).....	60
Tabela 4.6 - Dados adicionais das vigas ensaiadas experimentalmente por Tao e Du (1985).	60
Tabela 4.7 - Dados das vigas ensaiadas experimentalmente por Mattock (1971).	60
Tabela 4.8 - Dados adicionais das vigas ensaiadas experimentalmente por Mattock (1971).	61
Tabela 4.9 - Resultados experimentais e resultados calculados para vigas de concreto protendido.	61
Tabela 4.10 - Dados das vigas ensaiadas experimentalmente por Leonhardt e Walther (1962).	63
Tabela 4.11 - Dados das vigas ensaiadas experimentalmente por Bresler e Scordelis (1963).	63
Tabela 4.12 - Dados das vigas ensaiadas experimentalmente por Decanini e Grillo (1970).	64
Tabela 4.13 - Dados das vigas ensaiadas experimentalmente por Ashour (1998).....	64
Tabela 4.14 - Dados das vigas ensaiadas experimentalmente por Beber (1999).	64
Tabela 4.15 - Dados das vigas ensaiadas experimentalmente por Silva (2001).	64
Tabela 4.16 - Dados das vigas ensaiadas experimentalmente por Beber (2003).	64
Tabela 4.17 - Dados das vigas ensaiadas experimentalmente por Canaval (2016).....	64
Tabela 4.18 - Resultados experimentais e resultados calculados para vigas de concreto armado.....	65
Tabela 5.1 - Estatísticas para classes mais frequentes da BR-290 (adaptado de Portela, 2018).	71
Tabela 5.2 - Estatísticas para classes mais frequentes da BR-381 (adaptado de Portela, 2018).	72

Tabela 5.3 - Distribuições de probabilidades ajustadas ao peso total dos veículos da BR-290.	73
Tabela 5.4 - Distribuições de probabilidades ajustadas ao peso total dos veículos da BR-381.	73
Tabela 5.5 - Média para cada uma das cinco classes mais frequentes de caminhões na estação WIM da BR-290 (adaptado de Portela, 2018).	79
Tabela 5.6 - Média para cada uma das cinco classes mais frequentes de caminhões na estação WIM da BR-381 (adaptado de Portela, 2018).	79
Tabela 5.7 – Valores da cota z para o período de 100 anos (BR-290).	80
Tabela 5.8 – Valores da cota z para o período de 100 anos (BR-381).	80
Tabela 5.9 - Parâmetros estatísticos dos veículos da BR-290 avaliados para 100 anos.	87
Tabela 5.10 - Parâmetros estatísticos dos veículos da BR-381 avaliados para 100 anos.	87
Tabela 5.11 - Relação entre média do peso extrapolado e o PBTC (BR-290).	88
Tabela 5.12 - Relação entre média do peso extrapolado e o PBTC (BR-381).	88
Tabela 6.1 - Índice de Confiabilidade Alvo (Adaptado de JCSS, 2001)	96
Tabela 6.2 - Probabilidade de Falha (Adaptado de JCSS, 2001)	97
Tabela 6.3 - Pesos ω_j para diferentes razões $Q_n G_n$ (ELLINGWOOD et al., 1980)	99
Tabela 7.1 - Distribuição e valores das variáveis aleatórias	103
Tabela 8.1 - Armadura projetada para as 18 pontes de concreto protendido avaliadas	108
Tabela 8.2 - Armadura projetada para as 9 pontes de concreto armado avaliadas	108
Tabela 8.3 – Índice de confiabilidade da ponte de concreto protendido ($f_{ptk} = 1900$ MPa, Dados de pesagem da BR-290) para situação de caminhão isolado	109
Tabela 8.4 – Índice de confiabilidade da ponte de concreto protendido ($f_{ptk} = 1900$ MPa, Dados de pesagem da BR-290) para situação de presença simultânea de 2 caminhões (lado a lado)	109
Tabela 8.5 – Índice de confiabilidade da ponte de concreto protendido ($f_{ptk} = 1900$ MPa, Dados de pesagem da BR-290) para situação de presença simultânea de 2 caminhões (em fila)	110
Tabela 8.6 – Índice de confiabilidade da ponte de concreto protendido ($f_{ptk} = 2100$ MPa, Dados de pesagem da BR-290) para situação de caminhão isolado	110

Tabela 8.7 – Índice de confiabilidade da ponte de concreto protendido ($f_{ptk} = 2100$ MPa, Dados de pesagem da BR-290) para situação de presença simultânea de 2 caminhões (lado a lado)	110
Tabela 8.8 – Índice de confiabilidade da ponte de concreto protendido ($f_{ptk} = 2100$ MPa, Dados de pesagem da BR-290) para situação de presença simultânea de 2 caminhões (em fila) ...	111
Tabela 8.9 – Índice de confiabilidade da ponte de concreto protendido ($f_{ptk} = 1900$ MPa, Dados de pesagem da BR-381) para situação de caminhão isolado	111
Tabela 8.10 – Índice de confiabilidade da ponte de concreto protendido ($f_{ptk} = 1900$ MPa, Dados de pesagem da BR-381) para situação de presença simultânea de 2 caminhões (lado a lado)	111
Tabela 8.11 – Índice de confiabilidade da ponte de concreto protendido ($f_{ptk} = 1900$ MPa, Dados de pesagem da BR-381) para situação de presença simultânea de 2 caminhões (em fila) ...	112
Tabela 8.12 – Índice de confiabilidade da ponte de concreto protendido ($f_{ptk} = 2100$ MPa, Dados de pesagem da BR-381) para situação de caminhão isolado	112
Tabela 8.13 – Índice de confiabilidade da ponte de concreto protendido ($f_{ptk} = 2100$ MPa, Dados de pesagem da BR-381) para situação de presença simultânea de 2 caminhões (lado a lado)	112
Tabela 8.14 – Índice de confiabilidade da ponte de concreto protendido ($f_{ptk} = 2100$ MPa, Dados de pesagem da BR-381) para situação de presença simultânea de 2 caminhões (em fila) ...	113
Tabela 8.15 – Índice de confiabilidade da ponte de concreto armado (Dados de pesagem da BR-290) para situação de caminhão isolado	113
Tabela 8.16 – Índice de confiabilidade da ponte de concreto armado (Dados de pesagem da BR-290) para situação de presença simultânea de 2 caminhões (lado a lado)	113
Tabela 8.17 – Índice de confiabilidade da ponte de concreto armado (Dados de pesagem da BR-290) para situação de presença simultânea de 2 caminhões (em fila)	114
Tabela 8.18 – Índice de confiabilidade da ponte de concreto armado (Dados de pesagem da BR-381) para situação de caminhão isolado	114
Tabela 8.19 – Índice de confiabilidade da ponte de concreto armado (Dados de pesagem da BR-381) para situação de presença simultânea de 2 caminhões (lado a lado)	114
Tabela 8.20 – Índice de confiabilidade da ponte de concreto armado (Dados de pesagem da BR-381) para situação de presença simultânea de 2 caminhões (em fila)	114

Tabela 8.21 – Índices de confiabilidades obtidos para as vigas de concreto protendido antes da calibração ($f_{ptk} = 1900$)	117
Tabela 8.22 – Índices de confiabilidades obtidos para as vigas de concreto protendido após a calibração ($f_{ptk} = 1900$)	117
Tabela 8.23 – Índices de confiabilidades obtidos para as vigas de concreto protendido antes da calibração ($f_{ptk} = 2100$)	118
Tabela 8.24 – Índices de confiabilidades obtidos para as vigas de concreto protendido após a calibração ($f_{ptk} = 2100$)	118
Tabela 8.25 – Índices de confiabilidades obtidos para as vigas de concreto armado antes da calibração	118
Tabela 8.26 – Índices de confiabilidades obtidos para as vigas de concreto armado após a calibração	118

LISTA DE SÍMBOLOS

LETRAS ROMANAS MAIÚSCULAS

A_p – Área da seção da armadura protendida

A_{pele} – Área da seção da armadura de pele

A_s – Área de aço da armadura passiva

C – Comprimento total do veículo

C_1, C_2 – Taxas de aprendizado cognitivo individuais e em grupo das partículas, respectivamente

CV – Coeficiente de variação

CV_1 – Coeficiente de variação do peso do caminhão principal

CV_2 – Coeficiente de variação do peso do caminhão secundário

D – Distância entre a origem e um dado ponto no sistema reduzido das variáveis aleatórias

E_c – Módulo de elasticidade longitudinal do concreto

E_{cs} – Módulo de elasticidade secante do material que compõe a viga

E_p – Módulo de elasticidade longitudinal da armadura de protensão

E_s – Módulo de elasticidade do aço da armadura passiva

$F_X(x)$ – Função distribuição de probabilidade acumulada da variável X

G – Módulo de elasticidade transversal do material que compõe a viga

G – Vetor gradiente da função performance $g(X)$

$G_{best,k}$ – Menor valor da função objetivo descoberto em todas as iterações anteriores

G_n – Ação permanente

I – Momento de inércia da seção da viga

J – Constante de torção da viga

L – Comprimento do vão

M – Variável correspondente à margem de segurança

M_1 – Parcela do momento fletor devido ao caminhão principal

M_2 – Parcela do momento fletor devido ao caminhão secundário

$M_{g,nom}$ – Momentos fletor nomina originário da ação permanente

M_g – Momento proveniente da carga permanente

$M_{q,nom}$ – Momentos fletor nomina originário da ação variável

M_q – Momento proveniente da carga variável

M_r – Momento Resistente

M_s – Momento fletor solicitante

M_{total} – Momento fletor devido a presença de dois caminhões sobre a estrutura

$M_{u,calc}$ – Momento resistente obtido do resultado experimental

$M_{u,cor}$ – Capacidade resistente corrigida da viga obtido por meio do modelo numérico

$M_{u,exp}$ – Momento último de vigas de concreto

$M_{u,mod}$ – Capacidade resistente da viga obtido por meio do modelo numérico

M_u – Momento fletor resistente de cálculo da seção

N – Tamanho de uma amostra; número de intervalos; número total de veículos em 100 anos

P_1 – Peso do primeiro eixo (dianteiro)

P_d – Peso do tandem duplo

P_i – Peso do eixo i

P_{∞} – Força final de protensão

$P_{best,k}$ – Melhor posição descoberta pela partícula j em todas as iterações anteriores

P_{eixo} – Peso por eixo

P_k – Vetor posição da partícula j

Q_n – Ação accidental

Q_n/G_n – Razão entre a ação accidental e a ação permanente

R – Resistência do modelo ou carga de ruptura da estrutura

R^2 – Coeficiente de regressão

R_c – Razão de carga

S – Solicitação do modelo

V – Velocidade do veículo

V_I – Coeficiente de variação do fator de amplificação dinâmico

V_L – Coeficiente de variação da carga móvel estática

V_{LP} – Coeficiente de variação da combinação dos parâmetros valor estático da carga móvel e o fator de análise da carga móvel

V_{LP+I} – Coeficiente de variação da carga móvel máxima, incluindo o efeito dinâmico

V_P – Coeficiente de variação do fator de análise da carga móvel

V_{ensaio} – Coeficiente de variação dos resultados obtidos experimentalmente em ensaios de elementos estruturais

V_k – Vetor velocidade da partícula j

V_{lote} – Coeficiente de variação dos resultados dos ensaios de laboratório das variáveis do sistema, tais como dimensões e resistências

V_{modelo} – Coeficiente de variação do erro proporcionado pelo modelo

V_{η} – Coeficiente de variação da razão η

X – Variável aleatória

X' – Vetor de variáveis aleatórias normais equivalentes

$\mathbf{X}$ – Vetor de variáveis aleatórias básicas do sistema

LETRAS ROMANAS MINÚSCULAS

b – Largura da seção

b_f – Largura da mesa de seção transversal de viga T

b_w – Largura da alma de seção transversal de viga T

$c_{1-\alpha,f}$ – Valor da distribuição χ^2 com f graus de liberdade na Função distribuição acumulada (CDF) de $(1 - \alpha)$

d_i – Distância entre eixos

d_i – Altura útil, ou seja, distância do centroide da armadura correspondente até a borda comprimida

d_p – Altura útil da armadura de protensão

d_s – Altura útil da armadura passiva

e_m – Frequências teóricas

f – Graus de liberdade

$f_R(r), f_S(s), f_M(m)$ – Distribuição de probabilidade da variável resistência, solicitação e margem de segurança

$f_{RS}(r, s)$ – Distribuição de probabilidade conjunta das variáveis resistência e solicitação

$f_X(x)$ - Função densidade de probabilidade da variável X

f_c – Resistência média à compressão do concreto

f_{cd} – Resistência de cálculo a compressão do concreto

f_{ck} – Resistência característica a compressão do concreto

f_{pt} – Resistência média à tração do aço de protensão

f_{ptk} – Valores característicos da resistência à tração

f_{py} – Resistência média ao escoamento do aço de protensão

f_{pyk} – Valores característicos da resistência de escoamento convencional

f_{se} – Tensão efetiva aplicada ao cabo de protensão

f_y – Resistência média ao escoamento do aço da armadura passiva

f_{yd} – Resistência de cálculo ao escoamento do aço da armadura passiva
 f_{yk} – Resistência característica ao escoamento do aço da armadura passiva
 g – Carga permanente
 $g(X)$ – Função performance do sistema
 g_1 – Carga permanente devido ao peso próprio dos elementos pré-moldados de concreto
 g_2 – Carga permanente devido ao peso do pavimento asfáltico
 h – Altura da seção
 k – Número de parâmetros de distribuição
 h_f – Altura da mesa da seção transversal
 k_t – Coeficiente da mola transversal
 k_v – Coeficiente da mola vertical
 l – Vão de cálculo
 m – Variável normal padronizada correspondente à margem de segurança
 m_I – Média do fator de amplificação dinâmico
 m_L – Média da carga móvel estática
 m_{LP} – Média da combinação dos parâmetros valor estático da carga móvel e o fator de
 m_{LP+I} – Média da carga móvel máxima, incluindo o efeito dinâmico
 m_P – Média do fator de análise da carga móvel
 n – Número de camadas de armadura
 n_m – Frequências observadas
 p_f – Probabilidade de falha do modelo
 r_1, r_2 – Números aleatórios distribuídos uniformemente entre 0 e 1
 s_X^2 – Variância da amostra
 w_j – Peso utilizado na combinação
 x'^* – Vetor com os pontos de projeto no espaço normal padronizado
 $\bar{x}$ – Média da amostra
 z – Cota para o período de 100 anos

LETRAS GREGAS MAIÚSCULAS

Φ^{-1} – Inverso da distribuição normal padrão acumulada
 Φ – Função distribuição de probabilidade acumulada da variável normal padronizada

LETRAS GREGAS MINÚSCULAS

α – Nível de significância

α_i – Cosseno diretor da variável i

β – Índice de confiabilidade

β_T – Índice de confiabilidade alvo

β_c – Índice de confiabilidade da norma existente

β_j – Índice de confiabilidade obtido para cada situação de projeto j em função de cada coeficiente parcial de ponderação a ser calibrado no processo de otimização

γ – Conjunto de coeficientes parciais de ponderação para cada razão de carga considerada de projeto j a ser calibrado no processo de otimização

γ_c – Coeficiente parcial de segurança da resistência do concreto

γ_g – Coeficiente parcial de segurança do momento fletor permanente

γ_q – Coeficiente parcial de segurança do momento fletor variável

γ_s – Coeficiente parcial de segurança da resistência do aço

ε_{p0} – Pré-alongamento da armadura de protensão

ε_{c2} – Deformação específica de encurtamento do concreto no início do estágio plástico

ε_{cu} – Deformação específica do encurtamento do concreto na ruptura

ε_{pn} – Alongamento prévio

ε_u – Alongamento de ruptura das cordoalhas

η – Relação entre os momentos de ruptura experimentais e os do modelo

θ_r – Estimativa de erro do modelo

θ_s – Estimativa da incerteza das ações

λ – Multiplicador de Lagrange

μ_R, μ_S, μ_M – Média das variáveis resistência, solicitação e margem de segurança

μ_X – Média da variável X

μ_{ensaio} - Média dos resultados obtidos experimentalmente em ensaios de elementos estruturais

μ_{lote} - Média dos resultados dos ensaios de laboratório das variáveis do sistema, tais como dimensões e resistências

μ_{modelo} - Média do erro proporcionado pelo modelo

μ_η - Média da razão η

σ_1 - Desvio-padrão no momento fletor devido ao caminhão principal

σ_2 - Desvio-padrão no momento fletor devido ao caminhão secundário

σ_I - Desvio padrão do fator de amplificação dinâmico

σ_L - Desvio padrão da carga móvel estática

σ_{LP} - Desvio padrão da combinação dos parâmetros valor estático da carga móvel e o fator de análise da carga móvel

σ_{LP+I} - Desvio padrão da carga móvel máxima, incluindo o efeito dinâmico

$\sigma_R, \sigma_S, \sigma_M$ - Desvio padrão das variáveis resistência, solicitação e margem de segurança

σ_X - Desvio padrão da variável X

σ_X^2 - Variância da variável X

$\sigma_{c,p}$ - Tensão de compressão no concreto provocada pela protensão na altura do centroide da armadura de protensão

σ_c - Tensão de compressão

χ^2 - Ajuste do teste de qualidade

LISTA DE ABREVIATURAS

AASHTO – *American Association of State Highway and Transportation Officials*
(Associação Americana de Rodovias do Estado e Funcionários de Transporte)

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas

DNIT – Departamento Nacional de Transportes

ELU – Estádio Limite Último

FAD – Fator de Amplificação Dinâmico

FDP – Função Densidade de Probabilidade

FDPA – Função Distribuição de Probabilidade Acumulada

FORM – *First Order Reliability Method* (Método de Confiabilidade de Primeira Ordem)

JCSS – *Joint Committee on Structural Safety* (Comissão Mista de Segurança Estrutural)

LHS – *Latin hypercube sampling* (Método de Simulação do Hipercubo Latino)

MEF – Método dos Elementos Finitos

NBR – Norma Brasileira

PBT – Peso bruto total do veículo

PBTC – Peso Bruto Total Combinado

PSO – *Particle Swarm Optimization* (Otimização por enxame de partículas)

RBDO – *Reliability-Based Design Optimization* (Otimização Baseado em Confiabilidade)

SORM – *Second Order Reliability Method* (Método de Confiabilidade de Segunda Ordem)

WIM – *Weigh-in-Motion* (Pesagem em Movimento)

1. INTRODUÇÃO

Neste trabalho será realizado um estudo da confiabilidade estrutural e calibração dos coeficientes parciais de segurança das vigas longarinas de pontes rodoviárias de concreto armado e concreto protendido em relação ao estado limite último de flexão.

Esta pesquisa é impulsionada pelas seguintes ações: a tentativa de representar o atual tráfego rodoviário nacional; avaliar a segurança estrutural de novos projetos de pontes rodoviárias de concreto; a possibilidade de contribuição para o processo de calibração de normas nacionais que tratam deste tipo de elemento.

Para tanto, serão implementadas rotinas computacionais para a análise do comportamento estrutural das vigas, avaliação da confiabilidade estrutural e calibração de seus respectivos coeficientes parciais de segurança.

1.1. Considerações gerais

As pontes sempre representaram as mais consideráveis formas de expressão da capacidade produtora da engenharia, seja nos tempos mais longínquos, quando o ser humano improvisava troncos de árvores e cordas vegetais para superar os obstáculos naturais e continuar o seu percurso, ou nos tempos modernos, quando as grandes estruturas desafiam a lei da gravidade e a própria idealização humana pelo atrevimento de seus vãos e elegância de suas formas. Não é mera coincidência que essas magníficas obras da engenharia civil são conhecidas por Obras de Arte Especiais (VITÓRIO, 2013).

É denominada como ponte toda a obra com o propósito de transpor obstáculos à continuidade do leito normal de uma via, como por exemplo rios, braços de mar, vales profundos e entre outros casos. Já viaduto é designada a ponte que tem como finalidade a transposição de vales, outras vias ou obstáculos em geral não constituídos por água (MARCHETTI, 2008).

Pontes podem ser separadas em três partes, sendo a superestrutura, constituída de vigas e lajes, a qual suporta o estrado por onde se trafega, sendo esta parte útil da obra. A mesoestrutura, formada pelos pilares, recebe os esforços da superestrutura e os transmite para a infraestrutura, que se destina a apoiar no terreno os esforços transmitidos pelos demais elementos. A infraestrutura é composta por blocos de estacas, sapatas ou tubulões (PFEIL, 1985).

Segundo Pfeil (1985), pontes podem ser rodoviárias, ferroviárias ou para pedestre, sendo esta última denominada passarela. Podem também ser constituídas por diferentes materiais, sendo alguns deles, por exemplo, a madeira, pedra, concreto armado, concreto protendido e metal.

Os requisitos principais de uma ponte são a funcionalidade, satisfazendo de forma perfeita as exigências de tráfego; a estética, apresentando aspectos agradáveis e se harmonizando com o

ambiente em que se situa; a segurança, sendo capaz de resistir às solicitações nela atuando; a durabilidade, atendendo às exigências de uso durante um determinado período de tempo; e a economia, ao adotar a solução mais econômica ao atender os demais itens (MARCHETTI, 2008).

Falhas em pontes podem provocar grandes perdas e transtornos para as pessoas em seu entorno e à economia. Sendo assim, é de grande importância ser estudada a segurança destas estruturas a fim de evitar tais adversidades.

Intrinsecamente, todo projeto de estruturas possui incertezas associadas aos materiais empregados em sua construção e às ações às quais ele estará submetido no decorrer de sua execução e após sua finalização. As normas brasileiras de projeto estrutural consideram essas incertezas por meio do método dos estados limites, que constituem fronteiras entre comportamentos estruturais desejáveis e indesejáveis (SANTIAGO, 2019).

Segundo este método, a segurança de uma estrutura é definida pela sua capacidade de resistir ações sem atingir quaisquer estados limites últimos ou de serviços. Estados limites últimos estão relacionados com a capacidade resistente da estrutura e estados limites de serviços estão relacionados com a utilização da mesma estrutura (SANTIAGO, 2019).

O método dos estados limites utiliza a aplicação de coeficientes parciais de segurança que tem como finalidade controlar o risco de falha de uma estrutura. Logo, são adotados coeficientes para minorar a resistência dos elementos estruturais e para majorar as ações, gerando assim uma margem de segurança com referência às principais fontes de incertezas (SANTIAGO, 2019).

O método mais racional para a avaliação da segurança de pontes é a confiabilidade estrutural. Este tem como principal objetivo a determinação da probabilidade de ocorrência de falhas estruturais que estão relacionadas ao índice de confiabilidade (BECK, 2019).

O método de confiabilidade estrutural necessita da definição estatística dos parâmetros compreendidos no modelo, o qual depende da qualidade dos dados estatísticos referentes ao problema e da precisão do modelo matemático utilizado para verificação das equações de estado limite (BECK, 2019).

A teoria de confiabilidade estrutural vem sendo muito empregada na calibração de normas e uma das áreas afetada por esta é a engenharia de pontes. Isto se deve à importância destas obras de arte e pela grande quantidade de incertezas presentes (BECK, 2019).

Beck (2010) abordou de maneira inédita o problema de calibração dos coeficientes de ponderação das normas brasileiras, onde tratou exclusivamente de estruturas metálicas. Posteriormente, Nova e Silva (2017) abordaram preliminarmente a calibração dos coeficientes utilizados nos projetos de pontes de concreto protendido no Brasil.

Como a grande parcela da rede rodoviária é constituída por pontes de concreto armado e protendido e existe uma deficiência de estudos nessa área, o presente trabalho pretende avaliar a segurança de tais estruturas. O índice de confiabilidade β da estrutura será calculado ao se empregar o Método de Confiabilidade de Primeira Ordem (FORM).

Fixando-se um índice de confiabilidade alvo, os coeficientes parciais de segurança das estruturas a serem analisadas serão calculados e comparados com os coeficientes atualmente definidos na norma NBR 6118 (ABNT, 2014), NBR 7187 (ABNT, 2021), NBR 7188 (ABNT, 2013) e NBR 8681 (ABNT, 2003).

1.2. Objetivos

Os objetivos deste trabalho, classificados em geral e específicos, são apresentados nesta seção.

1.2.1. Objetivo Geral

O objetivo do trabalho é avaliar a confiabilidade estrutural para um conjunto de vigas longarinas de pontes de concreto armado e concreto protendido dimensionadas conforme recomendações e critérios de projeto das normas NBR 6118 (ABNT, 2014), NBR 7187 (ABNT, 2021), NBR 7188 (ABNT, 2013) e NBR 8681 (ABNT, 2003), calibrar os coeficientes parciais de segurança relativos a segurança e compará-los com os atualmente empregados nas normas vigentes, apresentando o cálculo do índice de confiabilidade β para diversas situações de projeto.

1.2.2. Objetivos Específicos

- Implementar, computacionalmente, um modelo matemático determinístico para o cálculo do momento último de vigas;
- Validar o modelo matemático determinístico para o cálculo do momento último de vigas por meio da comparação com os resultados experimentais de vigas armadas e protendidas;
- Desenvolver modelos de carregamento móvel que representem o atual tráfego rodoviário nacional;
- Encontrar o índice de confiabilidade β das vigas longarinas submetidas ao carregamento móvel o qual representa o tráfego real das rodovias;
- Analisar a variação de parâmetros de projeto na confiabilidade estrutural.

- Encontrar conjuntos de coeficientes parciais de segurança que representem a realidade das estruturas brasileiras, utilizando-se a confiabilidade estrutural para atingir um índice alvo;
- Analisar as diferenças nos coeficientes parciais de segurança indicados pelas normas com os obtidos através do processo de calibração;

1.3. Justificativa

Com o decorrer do tempo, as rodovias brasileiras tiveram um aumento no tráfego de veículos pesados, podendo assim colocar em risco a segurança estrutural das pontes existentes. Por esse motivo houve atualizações nas normas brasileiras referentes a projeto de elementos estruturais de pontes.

As normas brasileiras de estruturas foram adaptadas ao formato dos estados limites com base nas normas americanas e europeias, ficando, assim, evidente que os coeficientes parciais de segurança empregados por esta não foram corretamente calibrados para se adequarem às construções no país (BECK, 2019).

Além disso, a aplicação da teoria da confiabilidade em inúmeras áreas da engenharia tem se tornado uma tendência mundial, onde diversas normas internacionais que tratam sobre estruturas apresentam orientações com base nesse tipo de análise.

Diante disso, é evidenciada, a importância em se avaliar a segurança estrutural deste tipo de elemento.

1.4. Organização do trabalho

Este trabalho será apresentado em diferentes capítulos organizados de acordo com a descrição a seguir.

No Capítulo 2 é apresentada a revisão bibliográfica dos diversos estudos realizados na área de projeto de pontes, análises de confiabilidade de estruturas e sua aplicação na calibração de coeficientes parciais de segurança, mostrando um panorama geral do que vem sendo estudado ao longo dos anos.

O Capítulo 3 apresenta a descrição dos conceitos fundamentais da confiabilidade estrutural. É abordado o método de análise de confiabilidade de primeira ordem FORM para a avaliação da segurança estrutural.

No Capítulo 4 é apresentada a metodologia empregada para a determinação dos momentos resistentes das vigas de concreto a serem analisadas, bem com a validação do procedimento abordado.

No Capítulo 5 são apresentados os modelos de carregamento móvel implementados a partir dos dados de pesagem de caminhões em rodovias nacionais, obtidos por Portela (2018). Esses modelos foram utilizados na previsão da carga máxima em que as pontes serão submetidas durante sua vida útil de 100 anos.

O Capítulo 6 apresenta um detalhamento do processo de calibração proposto no trabalho. São apresentados nele os procedimentos e problemas adotados no desenvolvimento da tese.

No Capítulo 7 são apresentadas as demais metodologias utilizadas para realização das análises e obtenção dos resultados.

No Capítulo 8 são apresentados os exemplos avaliados acompanhados das análises dos resultados obtidos.

O capítulo 9 é composto pelas conclusões e sugestões para futuros trabalhos.

Ao final do trabalho são apresentadas as referências bibliográficas utilizadas.

2. ESTADO DA ARTE

Nesse capítulo serão apresentados alguns trabalhos publicados na literatura técnica referentes a área de projeto de pontes, análises de confiabilidade de estruturas e sua aplicação na calibração de coeficientes parciais de segurança. Serão apresentados inicialmente trabalhos específicos da área de projeto de pontes.

2.1. Projeto de pontes

Luchi (2006) apresentou um modelo para a verificação do trem-tipo de projeto de pontes e viadutos presente na norma brasileira com base no tráfego real nas estradas. O autor propôs um modelo de verificação baseado no método de Monte Carlo ao utilizar dados de pesagens e de quantidades de veículos oriundos de uma rodovia concedida à iniciativa privada no interior paulista. Em seu estudo, foi dado maior destaque às situações de congestionamento sobre as pontes e foram efetuadas extrapolações estatísticas para determinação dos esforços característicos, considerando as distintas situações de tráfego. O autor conclui que, nas condições consideradas, o trem-tipo é apropriado para as cargas ocorridas durante o período estudado.

Ferreira (2008) verificou o desempenho de pontes por meio do índice de confiabilidade β e obteve equações para a limitação do peso de caminhões de modo a não comprometer a integridade estrutural de tais obras-de-arte. O tráfego real foi representado por um modelo de carregamento móvel embasado em pesagens de caminhões realizadas em rodovias do estado de São Paulo e os parâmetros da resistência foram determinados por meio da técnica de Monte Carlo. O autor apresentou os limites de peso em forma de equações aplicáveis a quaisquer grupos de eixos consecutivos dos veículos. Os resultados apresentaram limitações à circulação de algumas composições, em particular o rodotrem de 740 kN e 19,8 metros de comprimento.

Rossigali et al. (2015) elaborou, com base em fontes de dados rodoviários, uma base de dados utilizada para a simulação do tráfego em pontes típicas da malha viária brasileira, focando na elaboração das distribuições de extremos dos esforços estáticos. Para pontes de pequenos vãos, a situação crítica em relação aos esforços solicitantes é o fluxo livre dos veículos, com a devida amplificação dinâmica. O autor propôs duas novas configurações, que representam de forma mais adequada os efeitos pertinentes ao tráfego real em pontes de pequenos vãos. Verificou-se que as extrapolações superaram os esforços gerados pelo modelo de cargas NBR 7188 (ABNT, 2013)

Botelho (2016) realizou um estudo paramétrico avaliando a influência do comprimento da ponte, do número de vigas transversinas e da espessura da laje na distribuição do carregamento móvel entre as vigas longarinas. Os resultados demonstram que a utilização de transversinas e o aumento da

espessura da laje colabora para a redistribuição dos momentos nas longarinas sob o carregamento, e que esse efeito é maior em pontes longas do que em pontes curtas.

Carneiro, Portela e Bittencourt (2020) estudou modelo de carga móvel utilizado no Brasil para a verificação de fadiga em pontes rodoviárias. Por meio da abordagem de vida útil ilimitada à fadiga, se avaliou o trem tipo vigente em relação ao tráfego real e se propôs um novo modelo de carga móvel de fadiga. Foram utilizados dados de estações de pesagem em movimento (weigh-in-motion – WIM) situadas em duas importantes rodovias brasileiras. Se constatou que o trem tipo atual apresenta uma variação considerável nos fatores viés e pode não assegurar vida útil ilimitada à fadiga. O modelo proposto, entretanto, apresenta fatores viés mais uniformes e condiz melhor com abordagem de vida útil ilimitada à fadiga para o tráfego obtido das estações WIM.

2.2. Confiabilidade Estrutural

Seguindo com os três pontos principais deste trabalho que são pontes, confiabilidade e calibração, inicia-se a revisão bibliográfica referente a confiabilidade estrutural.

San Martins (2014) tratou da avaliação da confiabilidade de vigas pré-tensionadas de concreto protendido quanto ao estado limite último de flexão, de acordo com as recomendações da norma brasileira NBR 6118 (ABNT, 2014). Para a avaliação da capacidade resistente, foi desenvolvido um modelo simplificado para analisar a seção mais solicitada do elemento através de equações de equilíbrio, propriedades dos materiais e compatibilidade de deformações. O índice de confiabilidade β das vigas estudadas foi determinado por meio do método de confiabilidade de primeira ordem (*First Order Reliability Method* – FORM). Se observou que a variação do índice de confiabilidade ocorreu de forma mais acentuada quando estudada em conjunto com a variação da relação entre o carregamento variável e o permanente.

Scherer, Morsch e Real (2019) teve como objetivo em seu estudo determinar o nível de segurança obtido pela norma NBR 6118 (ABNT, 2014) no projeto de vigas de concreto armado quanto ao estado-limite último de flexão. O autor empregou três metodologias para a obtenção da resistência das vigas. Nas duas primeiras metodologias, se assumiu que a resistência é caracterizada por uma distribuição teórica, determinada a partir de dados obtidos via Método de Monte Carlo relacionado ao Método dos Elementos Finitos. A outra metodologia consistiu na aplicação do Método da Superfície de Resposta para a representação da resistência por meio de um polinômio de aproximação, sendo este ajustado através de resultados obtidos pelo Método dos Elementos Finitos. Os índices de confiabilidade foram obtidos por meio do FORM. Foi constatada a grande influência do carregamento acidental no nível de confiabilidade atingido pelas vigas e se verificou que a resistência das vigas é fundamentalmente influenciada pelas propriedades mecânicas da armadura.

Moura (2019) tratou em sua pesquisa da avaliação do índice de confiabilidade de vigas longarinas protendidas de pontes rodoviárias quanto ao estado limite último de ruptura por flexão. O autor desenvolveu um modelo computacional para verificação da capacidade resistente das vigas no estado limite último. Duas metodologias para a obtenção de um modelo de carga móvel para um período de retorno de 50 anos foram utilizadas, com base em dados de pesos dos veículos que trafegam nas rodovias nacionais, uma embasada na extrapolação linear dos dados da cauda da curva normal e a outra embasada em uma distribuição de valores extremos do tipo I (Gumbel). O Método de Monte Carlo foi utilizado no modelo computacional, para o cálculo do momento resistente da viga, para conhecer os parâmetros estatísticos referentes a resistência estrutural. Para a obtenção do índice de confiabilidade β foi utilizado o método de confiabilidade de primeira ordem (FORM). Foi observado que a tensão de ruptura do aço protendido, a incerteza do modelo computacional e a carga móvel são as variáveis mais críticas no que se refere ao cálculo do valor do índice de confiabilidade β .

Silva Júnior (2019) realizou um estudo de confiabilidade se baseando na norma americana de projeto de reforço à flexão de vigas de concreto armado com Polímeros Reforçados com Fibras (PRF). O autor realizou a modelagem computacional em elementos finitos de uma viga de concreto armado reforçada com uma camada de fibra de carbono. Os métodos de confiabilidade de primeira ordem (FORM) e simulação de Monte Carlo foram executados para obter os índices de confiabilidade que foram comparados a um índice de confiabilidade alvo. Foi demonstrado que a confiabilidade da norma americana se mostrou adequada, que a distribuição de probabilidade da resistência da viga se assemelha ser lognormal e que as variáveis com maior impacto no índice de confiabilidade foram a relação carga variável/carga permanente e as resistências do concreto e do aço.

Titello (2020) analisou a confiabilidade de vigas em concreto armado reforçado com fibras de aço quanto aos esforços transversais e verificou a possibilidade da substituição das armaduras transversais por fibras de aço, através de manutenção da confiabilidade estrutural. Para realização da modelagem numérica foi empregado o método dos elementos finitos (MEF) e para avaliação da confiabilidade estrutural foram empregados o método de confiabilidade de primeira ordem (FORM) e o método de Monte Carlo. O autor conclui que a substituição dos estribos por fibras de aço é possível, ocasionando vigas com maior rigidez e carga última. Porém, uma maior atenção é necessária ao nível de confiabilidade obtido, tendo em vista que o comportamento das fibras de aço apresenta maior dependência da matriz cimentícia, que apresenta maior variabilidade em suas propriedades.

2.3. Calibração dos coeficientes de segurança

Quanto a pesquisas envolvendo calibração baseada em confiabilidade dos coeficientes parciais de segurança, podem ser citados os trabalhos que seguem.

Beck (2009) realizou o estudo dos coeficientes parciais de segurança utilizados em normas de projeto estrutural. A pesquisa abordou uma metodologia de calibração de norma que possibilita obter o conjunto de coeficientes parciais de segurança que minimiza as variações dos índices de confiabilidade das mais distintas estruturas projetadas de acordo com uma norma de projeto, levando em consideração o índice de confiabilidade alvo utilizado na calibração. A análise foi feita para elementos estruturais de aço. Os resultados demonstraram que os coeficientes parciais de segurança utilizados na norma brasileira levam a uma variação significativa dos índices de confiabilidade. Foi obtido um conjunto de coeficientes que reduz esta variação, possibilitando uma maior uniformidade dos índices de confiabilidade.

Nova e Silva (2017) apresentaram o cálculo do índice de confiabilidade β e da probabilidade de falha P_f para uma ponte de viga-e-laje sob solicitações normais. Os valores do índice de confiabilidade foram expressados em termos de coeficientes parciais de segurança para realizarem a comparação com a norma brasileira. Para as análises de confiabilidade estrutural foram empregados os métodos: Método de Simulação do Hipercubo Latino (LHS) e o Método de Confiabilidade de Segunda Ordem (SORM). Se conclui que é recomendável a realização de uma avaliação da segurança para pontes de concreto protendido, com o propósito de se obter uma provável redução dos coeficientes parciais de segurança.

Portela (2018) apresentou uma abordagem para avaliação e desenvolvimento de modelo de carga móvel se baseando em dados de duas estações WIM. O trabalho teve como objetivos desenvolver e avaliar um novo modelo de carga móvel, estimando o efeito de carga em termos de momento fletor e esforço cortante. O método fez uso de estatísticas de caminhões em múltiplas presenças e isolados. Por fim, um modelo de carga móvel mais racional foi desenvolvido com base nos dados WIM. O outro objetivo foi usar pontes brasileiras existentes para calibrar o modelo de carga móvel descrito na NBR 7188 (ABNT, 2013). Foi considerado apenas o estado limite último de flexão e se verificou que os índices de confiabilidade são maiores nas pontes protendidas em relação às pontes de concreto armado.

Oliveira et al. (2019) realizaram a calibração dos coeficientes parciais de segurança para o dimensionamento ao cisalhamento em vigas curtas de concreto armado. Os autores realizam o dimensionamento semiprobabilístico da armadura longitudinal de vigas submetidas à uma força cortante solicitante formada por duas parcelas definidas por meio de percentuais de carga variável e permanente. Tal dimensionamento foi realizado com base em coeficientes parciais de segurança,

referentes a carga variável e permanente. A análise de confiabilidade do sistema em série foi realizada por meio do método analítico FORM. Aplicou-se a interpolação polinomial de Lagrange para a geração de superfícies de resposta em termos dos índices de confiabilidade obtidos. Os coeficientes parciais de segurança foram calibrados para minimizar a diferença entre os valores dos índices de confiabilidade do sistema em série e o índice de confiabilidade de referência. O estudo demonstrou a importância do fator de modelagem de resistência e da carga variável.

Santiago, Kroetz e Beck (2019) apresentou uma calibração baseada em confiabilidade dos coeficientes parciais de segurança das normas brasileiras empregadas no dimensionamento de estruturas metálicas e de concreto. O estudo retratou uma metodologia de calibração que implica a obtenção de um conjunto de coeficientes parciais de segurança que minimiza as variações dos índices de confiabilidade das mais distintas estruturas projetadas de acordo as normas de interesse, em relação ao índice de confiabilidade alvo empregado na calibração. Foi revelado que os coeficientes otimizados tendem a majorar as ações principais e a minorar as ações secundárias nas combinações normais de projeto. O estudo também mostrou que os novos coeficientes levam a uma confiabilidade mais uniforme para as diversas situações de projeto e tipologias de estruturas.

Costa et al. (2023) abordaram a variabilidade temporal e espacial da sobrecarga em edifícios, utilizando um modelo estocástico bem documentado na literatura. As simulações foram realizadas para edifícios de escritórios, edifícios residenciais, quartos de hotel, quartos de pacientes, salas de aula e áreas de varejo. O modelo foi empregado em uma calibração baseada em confiabilidade dos coeficientes parciais de segurança e fatores de combinação de ações variáveis das principais normas de projeto brasileiras. Os resultados obtidos mostram que o coeficiente de segurança parcial para cargas móveis atualmente empregado nos códigos brasileiros é muito baixo e deve ser revisado.

3. CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

A confiabilidade de um elemento estrutural pode ser compreendida como a capacidade deste demonstrar um desempenho adequado para um determinado intervalo de tempo e sob específicas condições de uso. A avaliação da confiabilidade de tal elemento se torna essencial devido à existência de inúmeras incertezas, fazendo com que haja poucos valores puramente determinísticos na engenharia e tornando impossível a existência de um projeto com probabilidade de falha nula, fazendo com que projetos estruturais devam atender a um valor mínimo de confiabilidade (NOWAK; COLLINS, 2000).

Incerteza na engenharia podem ser ilustradas tomando como exemplo o ensaio axial de um conjunto de barras de aço consideradas idênticas, onde os valores de carga de ruptura não serão os mesmos em todas as barras, caracterizando uma aleatoriedade em relação à resistência do material. Ao se comparar diversos ensaios de um mesmo material, se torna possível identificar uma tendência na carga de ruptura, porém sempre havendo uma dispersão, e a essa é atribuído o termo incerteza (HALDAR; MAHADEVAN, 1999).

Para a realização de uma análise de confiabilidade de uma determinada estrutura é indispensável a identificação e caracterização das incertezas relacionadas ao problema, logo após é avaliada a confiabilidade estrutural por meio de métodos probabilísticos para confiabilidade. Madsen e Egeland (1989) classificam os métodos de confiabilidade estrutural em diferentes níveis, sendo estes caracterizados pelo grau de sofisticação utilizado e quantidade de informações exigidas quanto ao modelo.

- a) Métodos de Nível I: Caracterizados por utilizar valores característicos às variáveis relacionadas ao problema. Corresponde ao método semi-probabilístico utilizado por inúmeras das normas de projeto, como por exemplo a NBR 6118 (ABNT, 2014), onde o nível de segurança é estabelecido por meio da ponderação das variáveis por coeficientes parciais de segurança.
- b) Métodos de Nível II: São representados pelos métodos onde as variáveis são estabelecidas por meio de dois parâmetros estatísticos, sendo estes geralmente o primeiro e segundo momentos estatísticos (média e variância). A segurança, nesta situação, é representada pelo índice de confiabilidade.
- c) Método de Nível III: Nestes métodos o nível de segurança é expresso diretamente por meio da probabilidade de falha, utilizando a distribuição conjunta de probabilidade das variáveis aleatórias, assim como os principais parâmetros estatísticos destas.

- d) Os métodos de nível IV combinam a confiabilidade com a otimização dos custos de construção, manutenção e reparo. Procura-se, conseqüentemente, a minimização de custos ao longo da vida útil da estrutura.

A norma brasileira para estruturas de concreto, NBR 6118 (ABNT, 2014), a norma de diretrizes de segurança, NBR 8681 (ABNT, 2003), e a norma para projeto de pontes, NBR 7187 (ABNT, 2021), adotam, na atualidade, o método dos estados limites, de nível I. A aplicação do método dos estados limites é altamente difundida pela sua fácil implementação em projetos e normas. Um princípio de confiabilidade deve sempre ser justificado por meio de um método de nível superior, impondo que o uso do método dos estados limites tem sua confiabilidade verificada e calibrada através dos métodos de nível II a VI (DINIZ, 2006).

3.1. Fundamentação probabilística

Para o estudo de uma estrutura em termos probabilísticos é exigido que as aleatoriedades relacionadas ao seu comportamento possam ser caracterizadas por um modelo matemático. Estes modelos se baseiam nos princípios da probabilidade e estatística, sendo adequado inserir estes princípios por meio da definição de evento e espaço amostral.

Um evento pode ser estabelecido como um resultado atingido dentro de uma série de resultados prováveis, em contrapartida um espaço amostral representa todos os resultados possíveis (NOWAK; COLLINS, 2000). Levando em consideração o exemplo de ensaio de resistência das barras citadas no item anterior, o espaço amostral se caracterizaria por todos resultados obtidos para o número de corpos de prova ensaiados, e os eventos corresponderiam pela combinação de determinados resultados específicos, tendo como exemplo, a resistência alcançada de um dado corpo de prova ser $R \leq r$, em que r equivale a um valor pré-estabelecido.

Mesmo que dados experimentais proporcionem deduzir parâmetros estatísticos a respeito das variáveis aleatórias, a utilização destas variáveis no estudo de confiabilidade é feita por meio de funções que retratam suas distribuições de probabilidade de forma contínua. Levando em consideração uma variável aleatória genérica X , a natureza de seu comportamento aleatório é caracterizada pela chamada função densidade de probabilidade (FDP), representada por $f_X(x)$ e ilustrada na Fig. 3.1.

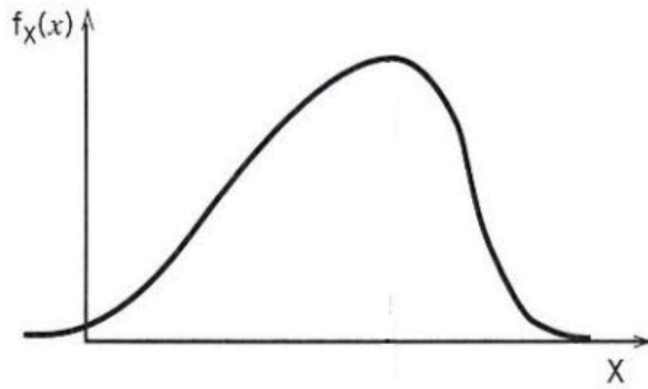


Figura 3.1 - Função densidade de probabilidade de uma variável genérica X (SCHERER, 2018).

Sendo a variável aleatória X contínua, esta proporcionará uma densidade de probabilidade para qualquer valor de x definido sobre a reta dos números reais (ANG e TANG, 2007). Isso implicará que a probabilidade da variável aleatória X estará no intervalo $x_1 \leq X \leq x_2$, sendo definida pela Eq. (3.1).

$$P[x_1 \leq X \leq x_2] = \int_{x_1}^{x_2} f_X(x) dx \quad (3.1)$$

Onde:

$P[x_1 \leq X \leq x_2]$ - Probabilidade da variável X estar contida entre x_1 e x_2 ;

$f_X(x)$ - Função densidade de probabilidade da variável X .

No estudo de confiabilidade de sistemas, existe o interesse em avaliar a probabilidade de determinados eventos serem superados. Na confiabilidade estrutural o interesse é determinar qual a probabilidade de um valor de solicitação específico ser superado, ou então a probabilidade de uma resistência estar aquém do valor necessário. A função distribuição de probabilidade acumulada (FDPA), representada por $F_X(x)$, estabelece a probabilidade de que a variável aleatória genérica X assumira um valor menor ou igual ao evento específico x , sendo representada pela Eq. (3.2).

$$F_X(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f_X(x) dx \quad (3.2)$$

Se conclui, por meio das Eq. (3.1) e Eq. (3.2), que a função densidade de probabilidade de uma variável aleatória X é dada pela primeira derivada da função distribuição de probabilidade acumulada em relação à x , expresso pela Eq. (3.3).

$$f_X(x) = \frac{dF_X(x)}{dx} \quad (3.3)$$

A Figura 3.2 esclarece a relação entre as funções $f_X(x)$ e $F_X(x)$ para uma dada variável contínua.

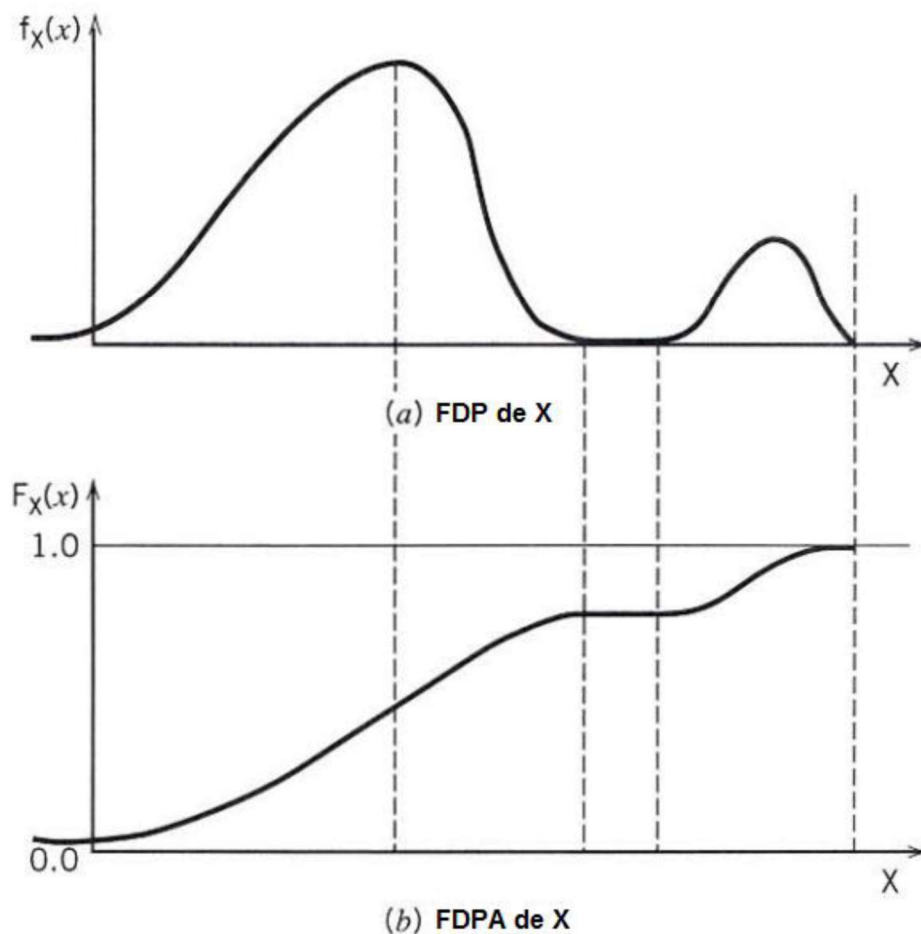


Figura 3.2 - Relação entre as funções FDP e FDPA (SCHERER, 2018).

De acordo com Haldar e Mahadevan (2000), algumas relevantes considerações podem ser levadas em consideração quanto à relação as funções $f_X(x)$ e $F_X(x)$.

- a) A função $f_X(x)$ será sempre não-negativa. Seu intervalo de validade é $(-\infty, +\infty)$;
- b) A função $F_X(x)$ deve ser nula em $-\infty$ e assumir a unidade em $+\infty$. Ou seja, $F_X(-\infty) = 0$ e $F_X(+\infty) = 1$;
- c) A função $F_X(x)$ será sempre maior ou igual a zero, sendo crescente em função da variável aleatória X;
- d) A função $F_X(x)$ será sempre contínua e derivável em relação à variável aleatória.

A grande maioria das funções de distribuição de probabilidade tem seus parâmetros definidos pelos primeiros e segundos momentos estatísticos, que correspondem aos valores de média (μ) e variância (σ^2). Para uma determinada função de densidade de probabilidade $f_X(x)$, estes momentos estatísticos podem ser obtidos pelas Eq. (3.4) e Eq. (3.5).

$$\mu_X = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_X(x) dx \quad (3.4)$$

$$\sigma_X^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu_X)^2 f_X(x) dx \quad (3.5)$$

Onde μ_X e σ_X^2 são a média e a variância da variável aleatória X, respectivamente. Na grande maioria das aplicações práticas, não se conhece o tipo de distribuição correspondente às variáveis aleatórias referentes ao problema. Nestes casos, a distribuição é assumida com base em ajustes de um conjunto de dados experimentais (ensaios de corpos de prova de concreto e de aço, por exemplo), sendo os momentos estatísticos calculados por meio das Eq. (3.6) e Eq. (3.7), que representam a média amostral e variância amostral, respectivamente, levando em conta uma amostra de tamanho N (NOWAK; COLLINS, 2000).

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (3.6)$$

$$s_X^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu_X)^2 \quad (3.7)$$

Estando caracterizadas as distribuições de probabilidade das variáveis básicas do problema, o estudo da perspectiva probabilística e o nível de segurança atingido pela estrutura pode ser determinado por meio de diferentes métodos apresentados na literatura técnica. Os principais passos associados à análise probabilística são mostrados na Fig. 3.3

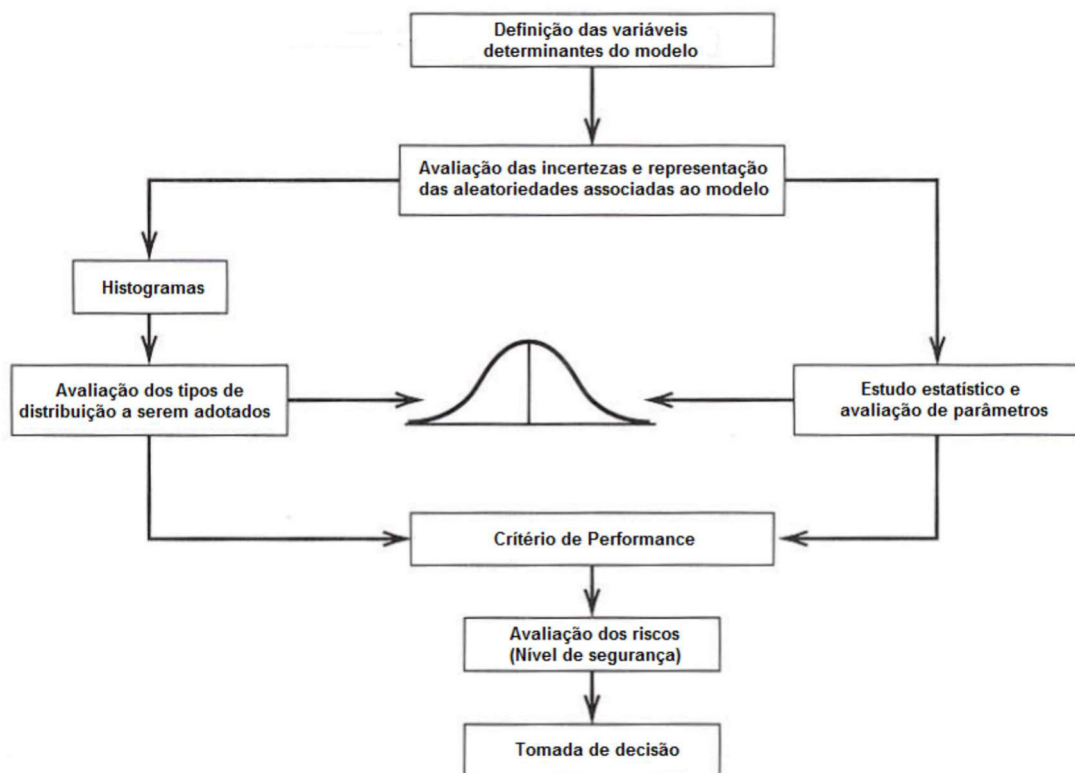


Figura 3.3 - Fluxograma básico para uma análise probabilística (SCHERER, 2018).

3.2. Função performance

Um dos primeiros fatores a serem considerados na análise de confiabilidade é a determinação da função performance do modelo estrutural em estudo. Esta função considera todas as variáveis envolvidas no problema, comumente expressando uma relação de capacidade contra demanda e estabelecendo o desempenho desse modelo diante ao estado-limite considerado. Em geral, essa função pode ser representada pela Eq. (3.8) (HALDAR; MAHADEVAN, 2000).

$$g(X) = g(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (3.8)$$

Onde:

$g(X)$ - Função performance do sistema;

X - Vetor de variáveis aleatórias básicas do sistema.

Considerando o problema estrutural em termos de resistência e solicitação, a função performance associada ao estado-limite último é normalmente representada pela denominada margem de segurança, dada pela diferença entre a capacidade resistente da estrutura e a solicitação a esta aplicada, assumindo a forma dada na Eq. (3.9).

$$g(R, S) = R - S \quad (3.9)$$

Onde R e S são a resistência e a solicitação do modelo, respectivamente. A Eq. (3.9) representa o desempenho da estrutura em termos de segurança, podendo se enquadrar em três domínios distintos, os quais são mostrados na Fig. 3.4. O domínio da segurança condiz a valores de $g(R, S) > 0$, situação em que a estrutura possui uma demanda abaixo de sua resistência. A falha condiz a valores de $g(R, S) < 0$, sendo a estrutura possuindo uma demanda além de sua resistência. O limite entre a falha e a segurança corresponde à situação $g(R, S) = 0$, sendo denominado estado-limite (NOWAK; COLLINS, 2000).

A distribuição de probabilidade das variáveis resistência e solicitação, R e S são caracterizadas por suas respectivas funções densidade de probabilidade marginal $f_R(r)$ e $f_S(s)$. O volume formado pela interseção das distribuições $f_R(r)$ e $f_S(s)$ compõe a chamada distribuição conjunta $f_{RS}(r, s)$, que simboliza todas as combinações viáveis entre R e S (PALIGA, 2008). Nos casos em que resistência e solicitação são estatisticamente independentes e retratadas por uma distribuição normal de probabilidade, se utiliza também a distribuição da margem de segurança, $f_M(m)$, conforme demonstrado na Fig. 3.5.

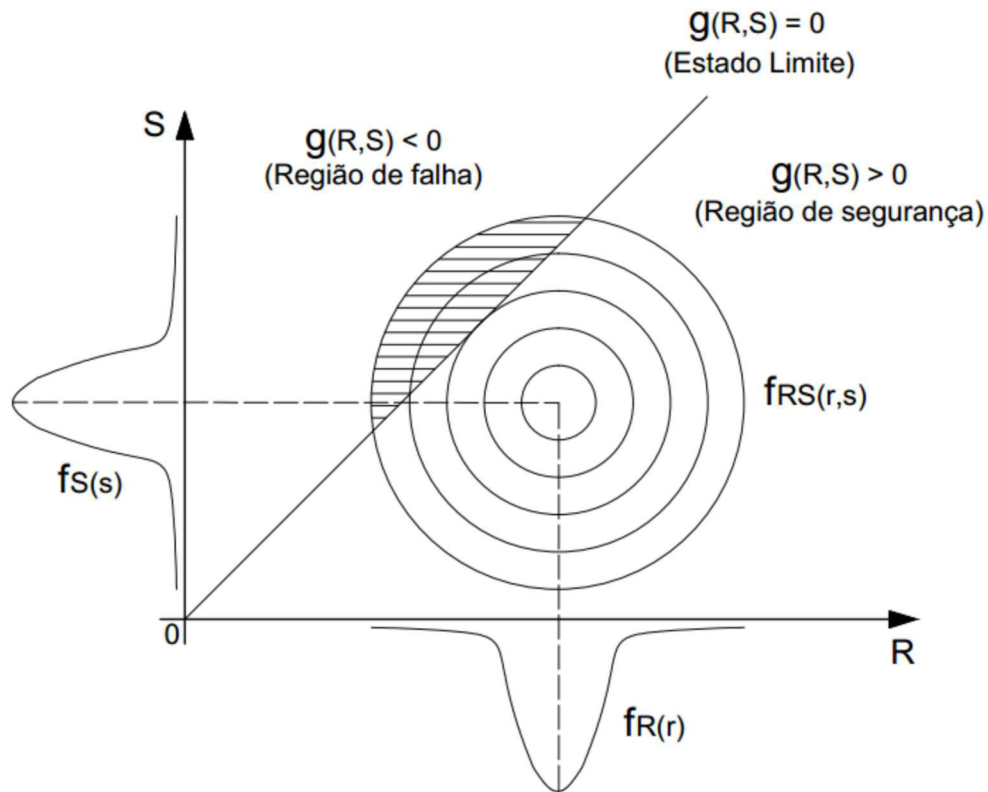


Figura 3.4 - Domínios de segurança associados à função performance (SCHERER, 2018).

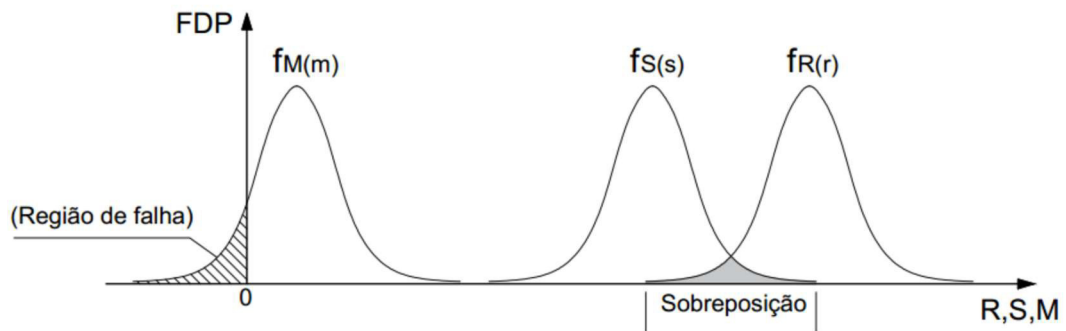


Figura 3.5 - Distribuições de probabilidade da resistência, solicitação e margem de segurança considerando distribuição normal de probabilidade (SCHERER, 2018)

A região de sobreposição configura uma medida qualitativa da probabilidade de falha do modelo. Quando retratada em termos de margem de segurança, a medida quantitativa dessa probabilidade é retratada pela região de falha. A função densidade de probabilidade da margem de segurança pode ser estabelecida a partir dos momentos estatísticos da resistência e solicitação, de acordo com as Eq. (3.10) e Eq. (3.11).

$$\mu_M = \mu_R - \mu_S \quad (3.10)$$

$$\sigma_M = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \quad (3.11)$$

Onde:

μ_M, μ_R, μ_S - Média das variáveis resistência, solicitação e margem de segurança;

$\sigma_M, \sigma_R, \sigma_S$ - Desvio padrão das variáveis resistência, solicitação e margem de segurança.

Com base no estabelecido pelas Eq. (3.10) e Eq. (3.11), se pode definir uma variável normal padronizada, que corresponde à margem de segurança e expressa pela Eq. (3.12).

$$m = \frac{M - \mu_M}{\sigma_M} \quad (3.12)$$

Onde:

m - Variável normal padronizada correspondente à margem de segurança;

M - Variável correspondente à margem de segurança.

O início da região de falha irá corresponder ao caso em que a margem de segurança (M) se torna nula. Neste caso, a probabilidade relacionada à variável padronizada (m) corresponde à probabilidade de falha e é dada pela Eq. (3.13).

$$p_f = \Phi\left(-\frac{\mu_M}{\sigma_M}\right) \quad (3.13)$$

Onde:

p_f - Probabilidade de falha do modelo;

Φ - Função distribuição de probabilidade acumulada da variável normal padronizada.

De acordo com Haldar e Mahadevan (2000), a região de sobreposição entre as funções resistência e solicitação é dependente de três principais fatores:

- a) Posição relativa entre as duas curvas: A região de sobreposição é reduzida a medida em que as curvas se afastam, tendo como resultado uma menor probabilidade de falha.

- b) Dispersão das curvas: Quanto mais as curvas se apresentarem próximas do valor médio, menor será a dispersão e, em consequência, a probabilidade de falha será reduzida.
- c) Forma das curvas: A região de sobreposição é determinada pela forma das curvas, isto é, pela função densidade de probabilidade das variáveis aleatórias.

Porém, se deve observar que a utilização da Eq. (3.13) para se obter a probabilidade de falha deve ser limitada aos casos em que resistência e solicitação sejam estatisticamente independentes e apresentem distribuição normal de probabilidade, ocasionando em uma margem igualmente definida por uma distribuição normal. Em diversos casos práticos, contudo, tais condições não são respeitadas, provocando uma dada imprecisão ao se empregar a Eq. (3.13).

3.3. FORM e a interpretação de primeira ordem

Em diversos métodos de análise de confiabilidade, o nível de segurança de um modelo é diretamente representado pelo seu índice de confiabilidade β . Entre os métodos mais empregados está o FORM (*First Order Reliability Method*) (HALDAR; MAHADEVAN, 2000). Para problemas na qual a função performance se apresenta não-linear, a formulação desses métodos envolve a representação da função performance por meio de uma expansão em Série de Taylor truncada em seu termo de primeira ordem (NOWAK; COLLINS, 2000).

Estando estabelecido o tipo de distribuição de probabilidade das variáveis aleatórias, a utilização do FORM é possível reescrevendo a função performance original, função do vetor de variáveis aleatórias no espaço real, X , correlacionadas ou não, em termos de variáveis aleatórias normais equivalentes, padronizadas e estatisticamente independentes, representadas vetorialmente por X' . O índice de confiabilidade β irá corresponder à menor distância entre a superfície de falha no sistema normal padronizado, $g(X') = 0$, e a origem deste sistema, de acordo com a Fig. 3.6.

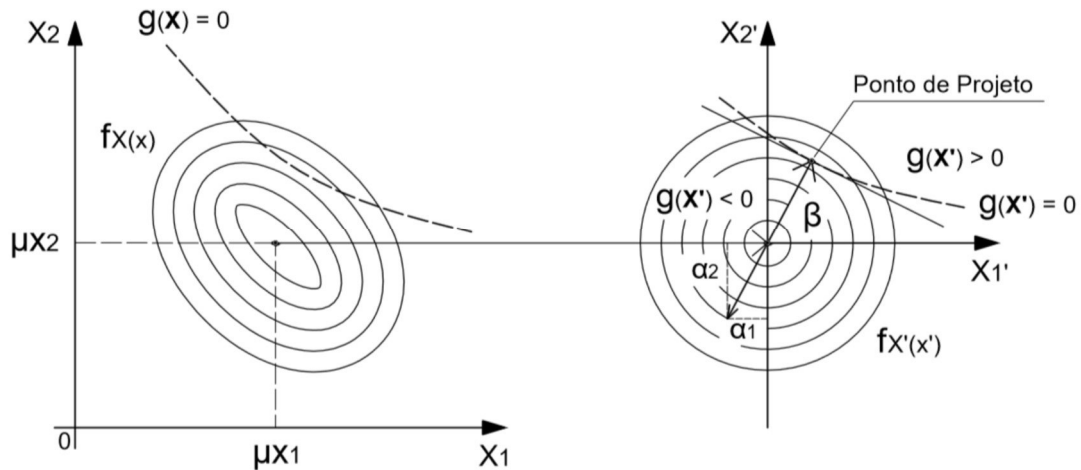


Figura 3.6 - Índice de confiabilidade e a transformação para o sistema normal padronizado descorrelacionado (SCHERER, 2018).

Para uma variável genérica X_i com distribuição normal de probabilidade, esta pode ser caracterizada no sistema normal padronizado, ou sistema reduzido, de acordo com a Eq. (3.14).

$$X_i = \mu_X + X'_i \sigma_X \quad (3.14)$$

Sendo a distância entre a origem e um dado ponto no sistema reduzido das variáveis aleatórias dada por $D = \sqrt{X'^T X'}$, o cálculo do índice de confiabilidade consiste em minimizar a distância D atendendo à restrição $g(X) = 0$. Ao utilizar o método dos multiplicadores de Lagrange, se obtém a Eq. (3.15).

$$L = \sqrt{X'^T X'} + \lambda g(X) \quad (3.15)$$

Ao se derivar a expressão (3.15) em relação às variáveis X'_i e ao multiplicador de Lagrange λ , se obtém as Eq. (3.16) e Eq. (3.17), equivalentes a um sistema de $(n + 1)$ equações e $(n + 1)$ incógnitas.

$$\frac{X'_i}{\sqrt{X'^T X'}} + \lambda \frac{\partial g(X)}{\partial X'_i} = 0 \quad (3.16)$$

$$g(X) = 0 \quad (3.17)$$

Ao se empregar a regra da cadeia e a relação exposta em (3.14), se determinam as componentes do vetor gradiente, dado pela Eq. (3.18).

$$\frac{\partial g}{\partial X'_i} = \frac{\partial g}{\partial X_i} \frac{\partial g X_i}{\partial X'_i} = \frac{\partial g}{\partial X_i} \sigma_{X_i} \quad (3.18)$$

Reescrevendo a Eq. (3.16) em forma matricial, poderão ser obtidas as relações dadas pela Eq. (3.19). Ao se substituir a Eq. (3.19) em $D = \sqrt{X'^T X'}$, se obtém a Eq. (3.20) e, conseqüentemente, a Eq. (3.21).

$$X' = -\lambda D \frac{\partial g}{\partial X'_i} = -\lambda D \cdot G \quad (3.19)$$

$$\lambda = (G^T G)^{-1/2} \quad (3.20)$$

$$X' = -\frac{G}{\sqrt{G^T G}} D \quad (3.21)$$

Onde G é o vetor gradiente da função performance $g(X)$. Por último, ao se pré-multiplicar a Eq. (3.21) por G^T , se obtém a Eq. (3.22).

$$D = -\frac{G^T}{\sqrt{G^T G}} X' \quad (3.22)$$

Portanto, ao se satisfazer a Eq. (3.17), a Eq. (3.22) irá corresponder à menor distância da origem do espaço reduzido ao ponto de projeto (ou ponto provável de falha) sobre a superfície de falha, denominado x'^* . O índice de confiabilidade é obtido pela Eq. (3.23).

$$\beta = -\frac{G^{*T}}{\sqrt{G^{*T}G^*}}x'^{*} \quad (3.23)$$

Na Eq. (3.23), a notação ‘*’ indica que o vetor das variáveis aleatórias e as derivadas parciais do gradiente são avaliadas no ponto de projeto. Como este ponto não é conhecido inicialmente, o valor de β é obtido por meio de aproximações sucessivas. O cosseno diretor α_i para cada variável, como demonstrado na Fig. 3.6, é dado pela Eq. (3.24), sendo o ponto de projeto x'_i da respectiva variável no sistema reduzido obtido pela Eq. (3.25).

$$\alpha_i = \frac{\left(\frac{\partial g}{\partial X'_i}\right)^*}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X'_i}\right)^{2*}}} \quad (3.24)$$

$$x'_i = -\alpha_i \beta \quad (3.25)$$

Uma vez determinado o vetor de pontos de projeto no espaço reduzido, x'^{*} , o índice de confiabilidade β pode ser determinado por meio da expressão (3.26), que equivale à distância do ponto de projeto à origem do sistema reduzido.

$$\beta = \sqrt{x'^{*T}x'^{*}} \quad (3.26)$$

4. MODELO PARA VERIFICAÇÃO DA CAPACIDADE RESISTENTE NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO DE FLEXÃO

Para as análises de confiabilidade é fundamental dispor de um modelo computacional que represente corretamente a resposta do problema, que neste estudo é o momento resistente das vigas longarinas.

Desta maneira, é apresentado um modelo computacional que calcula o momento resistente de seções transversais de vigas de concreto armado e protendido. O modelo desenvolvido possibilita o cálculo do momento resistente de seções retangulares e T. Na metodologia de cálculo do momento de ruptura da seção, se utiliza para a determinação da profundidade da linha neutra um procedimento iterativo conhecido como método da secante.

Como este modelo será empregado em análises de confiabilidade, quanto ao Estado Limite Último de ruptura por flexão, o objetivo é retratar apenas o momento de ruína ou o momento resistente. Sendo assim, se tornou possível a utilização de um modelo simplificado que representa de maneira adequada o momento resistente de seções transversais de vigas de concreto armado e protendido (MOURA, 2019).

A determinação da resposta em flexão das estruturas de concreto armado e protendido demanda de condições iniciais como compatibilidade de deformações, propriedades dos materiais e equações de equilíbrio. Desta maneira é possível a formulação de um modelo determinístico para a determinação do comportamento deste tipo de estrutura quanto ao estado limite último de flexão.

4.1. Análise de uma viga de concreto protendido

4.1.1. Análise de Tensões

Uma viga de concreto protendido com cabos aderentes possui três fases diferentes de comportamento em um ensaio de flexão, de acordo com a ilustração das Fig. 4.1 e Fig.4.2.

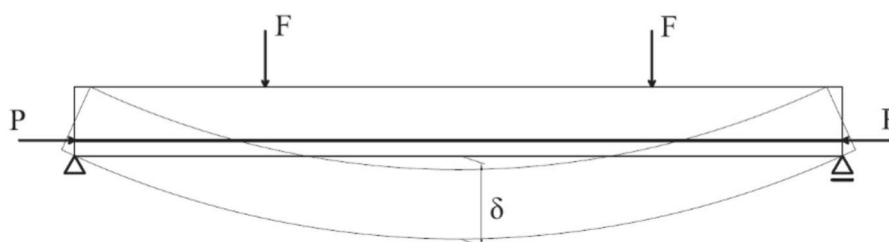


Figura 4.1 - Viga submetida à ensaio de flexão (MOURA, 2018)

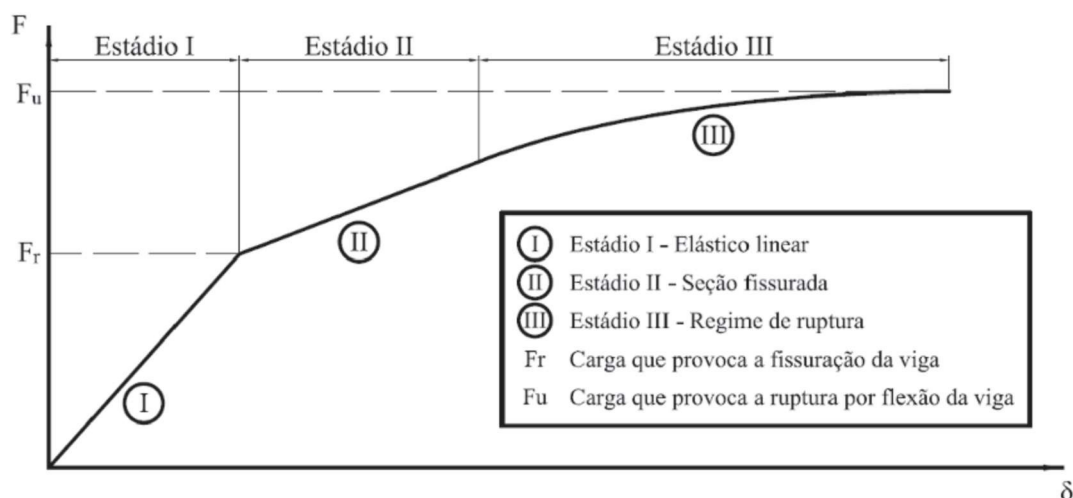


Figura 4.2 - Fases de uma viga em ensaio de flexão (carga x deslocamento) (MOURA, 2018)

O Estádio I (elástico linear) representa a fase inicial de carregamento, onde o concreto apresenta comportamento elástico linear, da mesma maneira que as armaduras, ativa e passiva. A máxima tensão de tração que o concreto está sujeito é menor que a sua resistência à tração na flexão e a seção transversal contribui de forma integral na absorção dos esforços solicitantes. As seções, a princípio planas e normais ao eixo da peça, mantêm-se planas e normais ao eixo deformado, acontecem apenas pequenas deformações. A análise das tensões ocorre em dois momentos, na aplicação da protensão (em vazio), onde se leva em consideração apenas o peso próprio do elemento e a força de protensão aplicada (Fig. 4.3), e para as cargas de serviço, onde há o acréscimo das sobrecargas e redução da força de protensão (Fig. 4.4) (ARAÚJO, 2014).

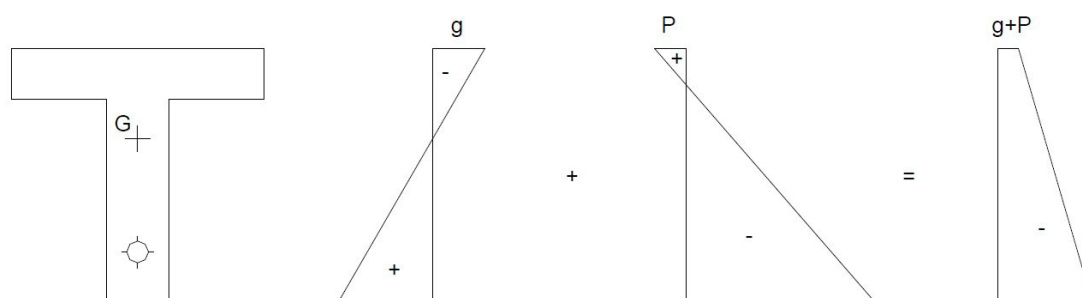


Figura 4.3 - Análise de tensões no momento da protensão, regime elástico linear (ROCHA, 2014).

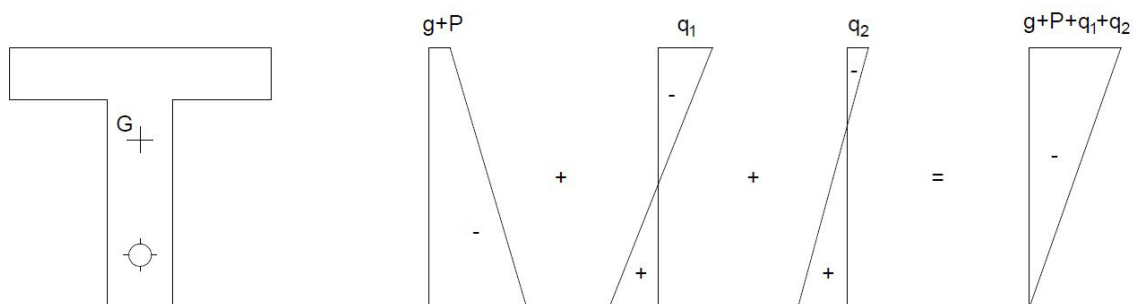


Figura 4.4 - Análise de tensões em serviço, regime elástico linear (ROCHA, 2014).

O Estádio II (seção fissurada) representa a fase de carregamento intermediário, em que tanto o concreto quanto às armaduras ainda demonstram comportamento elástico linear, onde, a máxima tensão de tração no concreto atinge a sua resistência à tração na flexão. Assim sendo, a seção transversal encontra-se fissurada e a resistência à tração do concreto é desconsiderada, de modo que, somente a área comprimida da seção transversal contribui na absorção dos esforços solicitantes. As seções, à princípio planas e normais ao eixo da peça, mantêm-se planas e normais ao eixo deformado, acontecem apenas pequenas deformações. Para o cálculo e verificação da seção torna-se obrigatório o emprego de métodos iterativos procurando determinar o valor para posição da linha neutra e curvatura. A Fig 4.5 exemplifica as deformações e ações as quais a seção encontra-se sujeita (ARAÚJO, 2014).

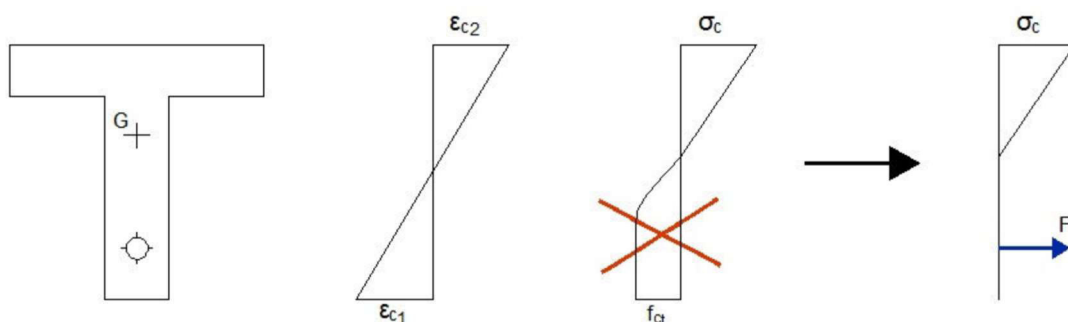


Figura 4.5 - Análise elástica linear de tensões da seção fissurada (ROCHA, 2014)

O Estádio III (regime de ruptura) representa a fase de carregamento final, próximo a ruptura. O concreto mostra comportamento não-linear, as armaduras alcançam o escoamento, a máxima tensão de tração no concreto atinge a sua resistência à tração na flexão, somente a área comprimida da seção transversal contribui na absorção dos esforços solicitantes. As seções, a princípio planas e normais ao eixo da peça, mantêm-se planas e normais ao eixo deformado, admite-se que existe aderência perfeita entre as armaduras, ativas e passivas, e o concreto que as envolve. O diagrama tensão deformação do concreto é o parábola-retângulo. Para o cálculo e verificação da seção torna-se

obrigatório o emprego de métodos iterativos procurando determinar o valor da posição da linha neutra e da curvatura da seção transversal. A Fig. 4.6 exemplifica as deformações e ações as quais a seção encontra-se sujeita (ARAÚJO, 2014).

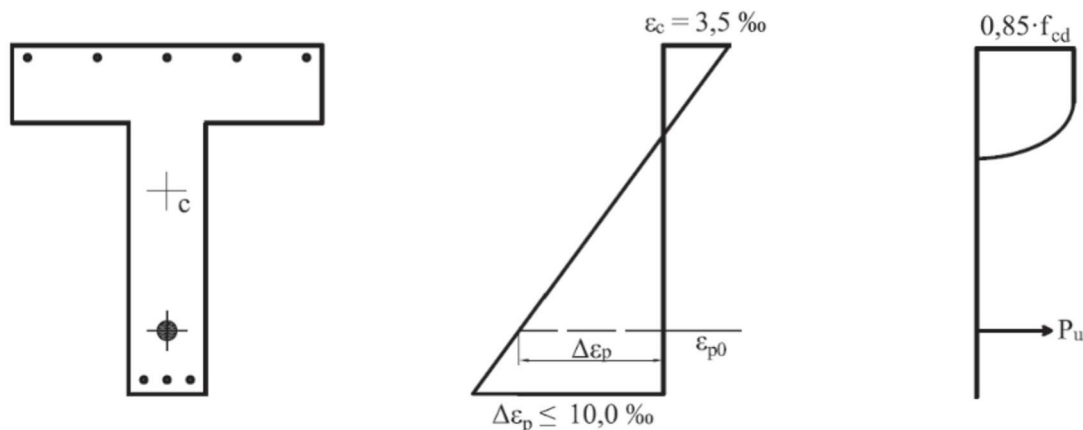


Figura 4.6 - Análise não linear de tensões, regime de ruptura dos materiais (ROCHA, 2014).

4.1.2. Geometria da seção

O modelo numérico desenvolvido se aplica a seções retangulares e T, para “n” camadas de armadura passiva e ativa. As dimensões da seção são consideradas como dados de entrada do modelo, devem ser inseridos os valores referentes à largura da alma (b_w), largura da mesa (b_f), altura total da seção (h) e altura da mesa (h_f). Visando demonstrar os elementos que constituem a geometria de uma seção típica retangular e outra T, são apresentadas as Fig. 4.7 e Fig. 4.8, se acrescentando a identificação das armaduras presentes.

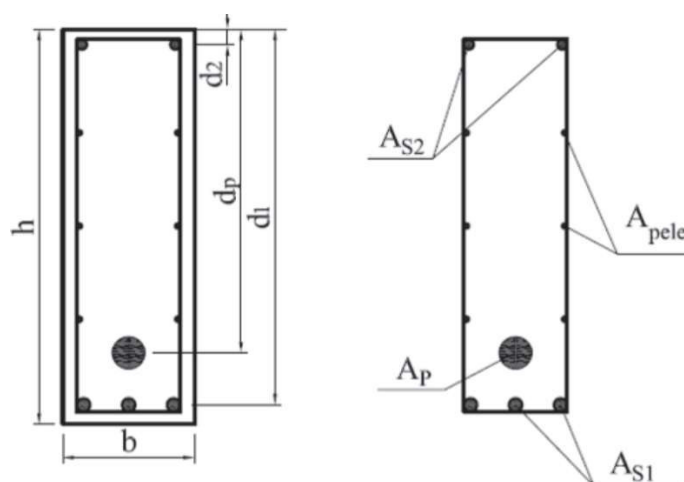


Figura 4.7 - Geometria da seção retangular e armaduras (MOURA, 2019)

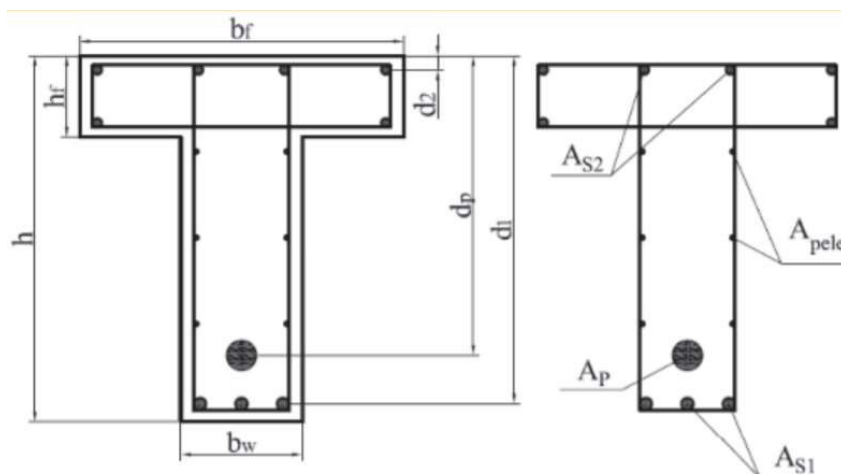


Figura 4.8 - Geometria da seção T e armaduras (MOURA, 2019)

Onde:

b - Largura da seção;

h - Altura da seção;

A_{s1} - Área da seção da armadura passiva tracionada;

A_{s2} - Área da seção da armadura passiva comprimida;

A_p - Área da seção da armadura protendida;

A_{pele} - Área da seção da armadura de pele;

d_i - Altura útil, ou seja, distância do centroide da armadura correspondente até a borda comprimida;

b_f - Largura da mesa;

b_w - Largura da alma;

h_f - Espessura da mesa;

4.1.3. Hipóteses fundamentais

Uma vez que a verificação da capacidade resistente de vigas de concreto protendido tem como objetivo a determinação do momento resistente (momento de ruptura), para uma determinada seção, onde se conhece inicialmente as dimensões, armaduras e propriedades dos materiais utilizados, a análise ocorre no Estádio III. Abaixo são apresentadas as hipóteses fundamentais para análise neste estágio.

As seções, à princípio planas e normais ao eixo da peça, assim mantêm-se em relação ao eixo deformado.

Há aderência perfeita entre as armaduras, ativas e passivas, e o concreto que as envolve.

As Figuras 4.10, 4.11 e 4.12 demonstram as relações constitutivas do concreto, da armadura passiva e da armadura protendida, respectivamente.

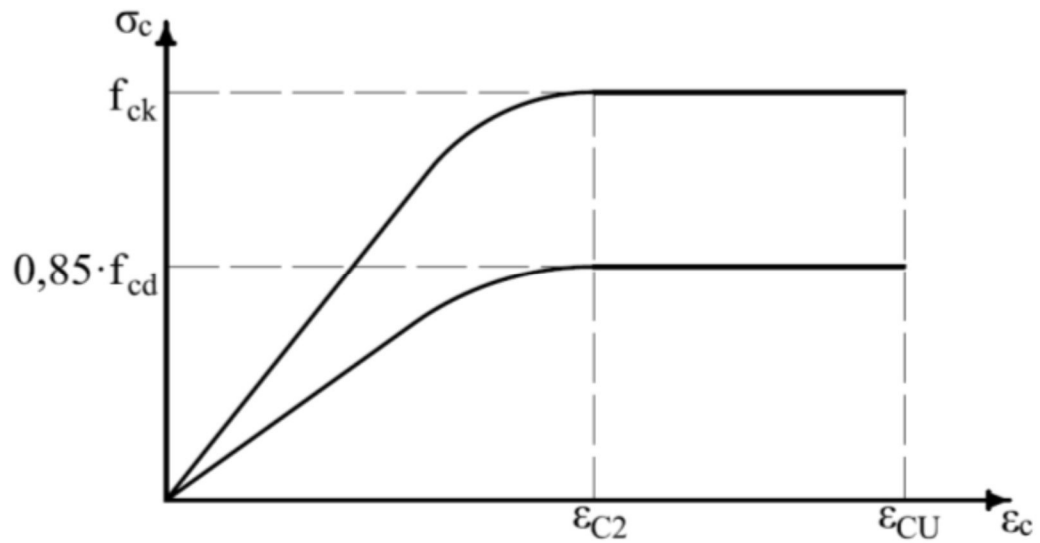


Figura 4.10 - Diagrama tensão-deformação do concreto (MOURA, 2019).

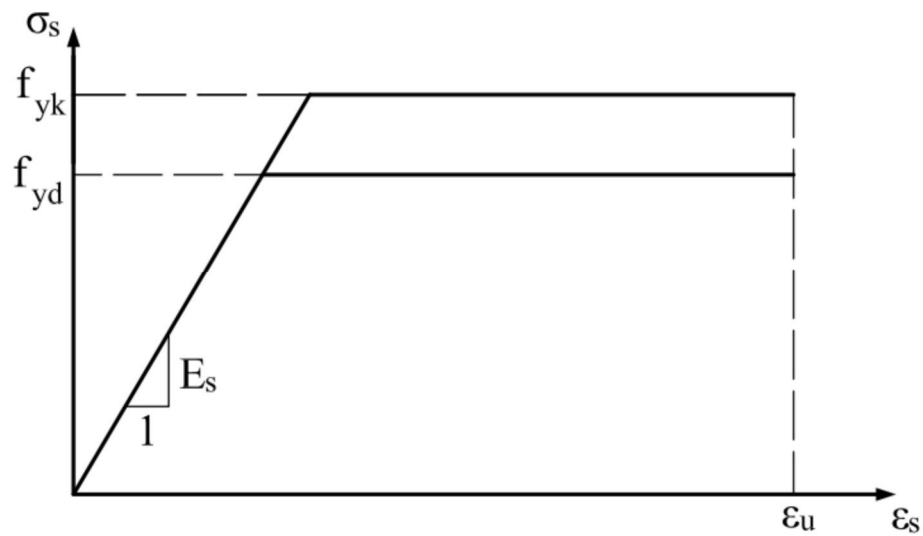


Figura 4.11 - Diagrama tensão-deformação para aços de armaduras passivas (MOURA, 2019)

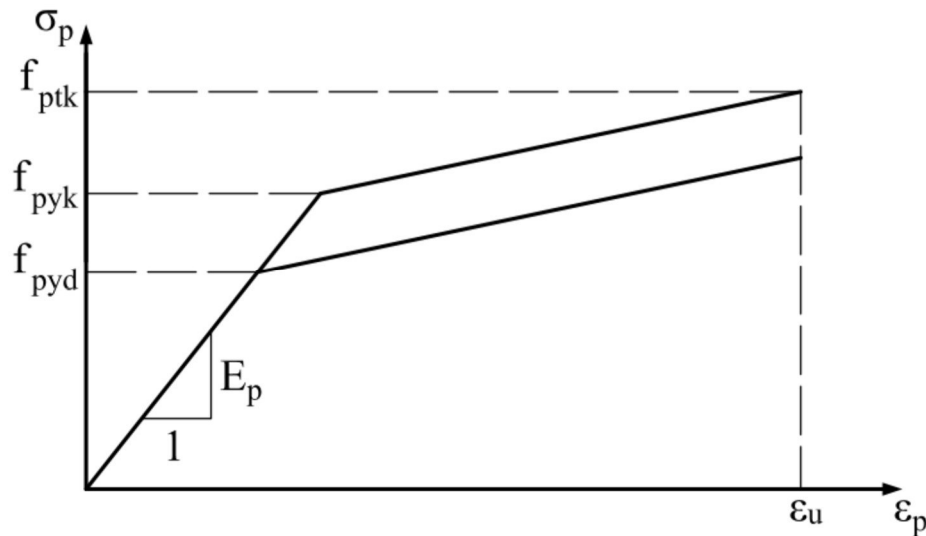


Figura 4.12 - Diagrama tensão-deformação para aços de armadura protendida (MOURA, 2019)

No caso do concreto, para análises no estado limite último, deve ser utilizado o diagrama tensão-deformação idealizado mostrado na Fig. 4.10, onde as tensões de compressão são representadas pela Eq. (4.2).

$$\sigma_c = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^2 \right] \quad (4.2)$$

Os valores utilizados para a deformação específica de encurtamento do concreto no início do estágio plástico, ε_{c2} , e a deformação específica do encurtamento do concreto na ruptura, ε_{cu} , são, para classes de concreto até C50, $\varepsilon_{c2} = 2,0\text{‰}$ e $\varepsilon_{cu} = 3,5\text{‰}$.

Para calcular as dimensões das vigas neste estudo, empregou-se o diagrama retangular simplificado, que pressupõe que a altura do bloco de tensões seja 80% da profundidade da linha neutra. Esse diagrama de tensões foi utilizado mesmo para as vigas dimensionadas dentro do domínio II.

O diagrama tensão-deformação ilustrado na Fig. 4.11 é elasto-plástico perfeito e indicado pela NBR 6118 (ABNT, 2014) para o cálculo nos estados limites de serviço e último. A deformação última ε_u empregada nesse caso para armaduras passivas é igual a 10‰. Para o cálculo nos estados limite último e de serviço, a NBR 6118 (ABNT, 2014) permite utilizar o diagrama tensão-deformação bilinear simplificado de acordo com a Fig. 4.12.

Onde:

f_{pyk} - Valores característicos da resistência de escoamento convencional;

f_{ptk} - Valores característicos da resistência à tração;

ε_u - Alongamento de ruptura das cordoalhas.

4.1.4. Cálculo da capacidade resistente no estado limite último de flexão

A determinação da capacidade resistente da seção de uma viga de concreto protendido com aderência objetiva determinar o momento de ruptura da seção em conformidade com determinadas condições de carregamento. Para tal devem ser conhecidas as dimensões da seção, as propriedades dos materiais empregados e adotadas as hipóteses fundamentais citadas no item 4.1.3.

Com a finalidade de se encontrar uma resposta, aproximada das obtidas por meio de experimentos, neste modelo computacional não são utilizados os coeficientes de segurança e as variáveis são utilizadas com seus respectivos valores médios.

As duas equações de equilíbrio essenciais para o cálculo do momento último de ruptura provêm das hipóteses básicas e das simplificações utilizadas.

Por meio da Figura 4.13 e considerando que a condição de segurança é satisfeita se $M_s = M_u$, é possível fazer as considerações das Eq. (4.3) e Eq. (4.4).

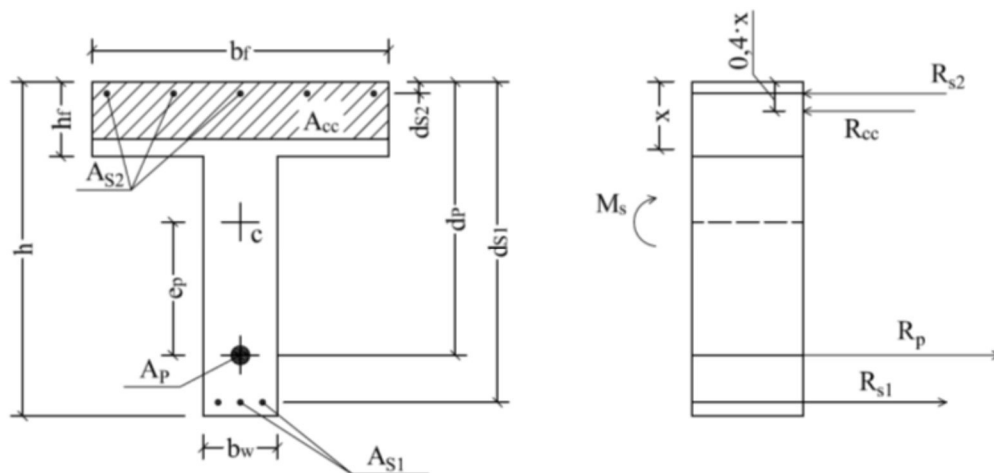


Figura 4.13 - Equilíbrio da seção transversal (MOURA, 2019).

$$\sum F_h = 0 \therefore R_c + R_{s2} - R_p - R_{s1} = 0 \quad (4.3)$$

$$\sum M_{cc} = 0 \therefore R_p \cdot (d_p - 0,4 \cdot x) + R_{s1} \cdot (d_{s1} - 0,4 \cdot x) + R_{s2} \cdot (0,4 \cdot x - d_{s2}) - M_u = 0 \quad (4.4)$$

Onde M_u é o momento resistente de cálculo da seção. Expandindo as Eq. (4.3) e Eq. (4.4) na forma de tensões e realizando algumas simplificações, obtêm-se as Eq. (4.5) e Eq. (4.6).

$$0,8 \cdot f_c \cdot x \cdot b_f + \sigma_{s2} \cdot A_{s2} - \sigma_p \cdot A_p - \sigma_{s1} \cdot A_{s1} = 0 \quad (4.5)$$

$$\sigma_p \cdot A_p \cdot (d_p - 0,4 \cdot x) + \sigma_{s1} \cdot A_{s1} \cdot (d_{s1} - 0,4 \cdot x) + \sigma_{s2} \cdot A_{s2} \cdot (0,4 \cdot x - d_{s2}) - M_u = 0 \quad (4.6)$$

A Eq. (4.5) é utilizada para encontrar a profundidade da linha neutra x e, por consequência, o momento resistente da seção é encontrado na Eq. (4.6). Nestas equações as tensões nos aços são função das suas deformações. Contudo, a profundidade da linha neutra não pode ser determinada diretamente. Logo, deve-se utilizar um processo numérico iterativo que, neste trabalho, é o método da secante para a solução do problema.

A Eq. (4.5) pode ser escrita, de forma genérica, na forma $f(x) = 0$, como na Eq. (4.7).

$$f(x) = 0,8 \cdot f_c \cdot x \cdot b_f + \sigma_{s2}(x) \cdot A_{s2} - \sigma_p(x) \cdot A_p - \sigma_{s1}(x) \cdot A_{s1} \quad (4.7)$$

O método da secante, de acordo com Araújo (2014), é um procedimento iterativo empregado para a solução de raízes de uma equação. Nesta situação, a raiz da Eq. (4.7) deve estar no intervalo $[0, d_{s1}]$, que engloba os domínios da flexão simples. Os limites do intervalo para se determinar a raiz são $x_0 = 0$ e $x_u = d_{s1}$. Portanto, a função $f(x)$ nos extremos vale $f(x_0) = f_0$ e $f(x_u) = f_u$, respectivamente, como ilustrado na Fig. 4.14.

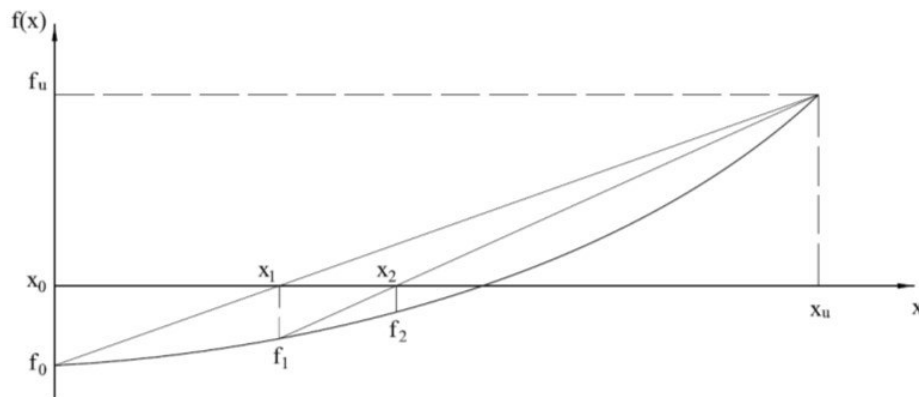


Figura 4.14 - Método da secante (MOURA, 2019).

Como é possível de se observar, a primeira aproximação x_1 para raiz da função é tomada como a intersecção da reta que passa pelos extremos da função e o eixo das abscissas.

O valor de x_1 é dado pela Eq. (4.8).

$$x_1 = \frac{x_0 \cdot f_u - x_u \cdot f_0}{f_u - f_0} \quad (4.8)$$

Logo após é calculado $f_1 = f(x_1)$ e verificada a convergência. Para que a convergência seja satisfeita e se encontre a solução do problema, o valor absoluto da raiz calculada deve ser menor que uma tolerância pré-determinada $|f_1| < tol$. Essa tolerância pode ser tão pequena quanto se deseja.

Para o caso em que a convergência não é alcançada, deve-se reduzir o intervalo de avaliação. Para tal é testado se o produto $f_1 \cdot f_0 > 0$ e caso seja verdadeiro o novo intervalo de avaliação é $[x_1, x_u]$, caso contrário $[x_0, x_1]$.

Com o novo intervalo, menor que o anterior, repete-se o método e determina-se um novo valor de x , agora, x_2 , e, novamente avalia-se a convergência, esses passos são repetidos até a tolerância atingir o valor esperado.

Tendo conhecimento da profundidade da linha neutra, encontra-se o momento resistente da seção empregando a Eq. (4.6).

4.2. Análise de uma viga de concreto armado

De acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014), elementos de concreto armado são aqueles cujo comportamento estrutural depende da aderência entre concreto e armadura, e nos quais não se aplicam alongamentos iniciais das armaduras antes da materialização dessa aderência.

Já elementos de concreto protendido são aqueles nos quais parte das armaduras é previamente alongada por equipamentos especiais de protensão, com a finalidade de, em condições de serviço, impedir ou limitar a fissuração e os deslocamentos da estrutura, bem como propiciar o melhor aproveitamento de aços de alta resistência no estado-limite último (ELU).

Elementos de concreto protendido passam a possuir o mesmo comportamento que elementos de concreto armado ao remover as armaduras ativas (de protensão) da estrutura e permanecendo somente as armaduras passivas.

Sendo assim, o modelo matemático descrito anteriormente é capaz de representar a capacidade resistente de vigas de concreto armado no estado limite último de flexão para estruturas que não possuem armaduras previamente alongadas.

4.3. Validação do modelo de cálculo

A seguir são mostrados resultados experimentais presentes na literatura técnica para o momento último de vigas de concreto armado e concreto protendido com aderência inicial, nomeados como $M_{u,exp}$. Logo após são determinados, por meio do modelo apresentado, os momentos resistentes das vigas, denominados de $M_{u,calc}$. Deste modo foi possível comparar os resultados obtidos e analisar a influência das limitações do modelo.

Esta validação será empregada posteriormente para calcular o erro do modelo computacional que será utilizado nas análises de confiabilidade.

4.3.1. Resultados experimentais para concreto protendido

Foram analisadas quarenta e uma vigas de concreto com protensão aderente que serão apresentadas nas Tab. 4.1 a Tab. 4.8. São 27 vigas de Billet (1953), 6 de Feldman (1954), 3 de Warwaruk (1957), 3 de Tao e Du (1985) e 2 de Mattock (1971), separadas de acordo com seus respectivos pesquisadores.

Para melhor entendimento dos ensaios, são descritos a seguir o que cada parâmetro variado representa.

b : é a dimensão referente à base da viga;

b_f : é a dimensão referente à largura da mesa da viga;

h : é a dimensão referente à altura da viga;

h_f : é a dimensão referente à espessura da mesa da viga;

d_p : é a altura útil da armadura de protensão;

d_s : é a altura útil da armadura passiva;

A_p : é a área de aço da armadura de protensão;

A_s : é a área de aço da armadura passiva;

f_c : é a resistência média à compressão do concreto;

f_{pt} : é a resistência média à tração do aço de protensão;

f_{py} : é a resistência média ao escoamento do aço de protensão;

f_y : é a resistência média ao escoamento do aço da armadura passiva;

E_p : é o módulo de elasticidade do aço de protensão;

E_s : é o módulo de elasticidade do aço da armadura passiva;

f_{se} : é a tensão efetiva aplicada ao cabo de protensão.

Para o cálculo do pré-alongamento da armadura de protensão deve-se utilizar a Eq. (4.9).

$$\varepsilon_{p0} = \frac{f_{se}}{E_p} \quad (4.9)$$

Tabela 4.1 - Dados das vigas ensaiadas experimentalmente por Billet (1953).

Viga	b (cm)	d_p (cm)	A_p (cm ²)	f_c (kN/cm ²)	f_{se} (kN/cm ²)	f_{pt} (kN/cm ²)	f_{py} (kN/cm ²)	$M_{u,exp}$ (kN · m)
B1	15,24	23,14	1,497	3,79	74,33	169,34	142,03	49,98
B2	15,62	24,21	0,748	3,74	80,53	169,27	142,03	29,68
B3	15,24	24,43	0,374	2,59	82,74	169,34	142,03	15,36
B4	15,49	23,34	1,497	2,37	78,53	169,34	142,03	45,16
B5	15,49	23,70	1,606	3,90	78,67	171,68	151,55	55,60
B6	15,39	20,62	2,206	2,03	79,98	171,68	151,55	50,94
B7	15,57	20,55	3,013	4,07	77,77	171,68	151,55	72,94
B8	15,57	20,29	3,013	2,26	77,84	171,68	151,55	67,17
B9	15,39	23,44	1,510	4,36	13,72	165,47	142,51	47,73
B10	15,39	22,89	0,381	2,43	13,10	165,47	142,65	13,31
B11	15,39	23,39	1,510	2,70	14,07	165,47	142,51	47,22
B12	15,39	21,16	2,832	3,83	14,07	165,47	142,65	62,03
B13	15,29	20,70	2,077	2,59	14,62	165,47	142,51	48,02
B14	15,24	20,29	2,832	2,59	13,93	165,47	142,51	53,09
B15	15,32	23,60	1,510	3,94	103,42	165,47	142,65	48,31
B16	15,27	22,86	0,381	2,30	103,63	165,47	142,65	14,14
B17	15,24	23,09	1,510	3,16	104,11	165,47	142,65	45,89
B18	15,24	21,06	2,077	2,83	102,59	165,47	142,51	52,17
B19	15,44	21,01	2,832	4,29	104,32	165,47	142,65	71,56
B20	15,37	23,55	1,006	2,63	81,77	171,68	151,55	31,75
B21	15,44	22,99	1,006	4,52	81,36	171,68	151,55	34,40
B22	15,42	23,19	2,006	5,26	79,43	171,68	151,55	66,94
B23	15,34	20,83	3,013	5,65	80,88	171,68	151,55	79,98
B24	15,42	20,93	2,406	4,22	80,25	171,68	151,55	66,96
B25	15,39	20,35	2,006	2,25	78,94	171,68	151,55	50,17
B26	15,49	23,55	1,606	0,88	80,32	171,68	151,55	38,99
B27	15,42	21,23	3,013	3,16	81,36	171,68	151,55	70,14

O módulo de elasticidade E_p utilizado nos ensaios de Billet (1953) foi igual a $20684,27 \frac{kN}{cm^2}$.

Tabela 4.2 - Dados das vigas ensaiadas experimentalmente por Feldman (1954).

Viga	b (cm)	d_p (cm)	A_p (cm ²)	f_c (kN/cm ²)	f_{se} (kN/cm ²)	f_{pt} (kN/cm ²)	f_{py} (kN/cm ²)	$M_{u,exp}$ (kN · m)
F28	15,62	20,14	1,494	1,72	63,78	128,24	97,91	30,70
F29	15,65	20,50	2,615	2,95	63,91	128,24	97,91	50,63
F30	15,47	20,52	0,561	1,99	69,71	170,99	137,90	17,64
F31	15,44	20,90	1,868	2,38	64,88	170,99	137,90	44,93
F32	15,24	23,67	1,839	4,95	79,50	176,51	169,61	65,31
F33	15,32	23,06	1,103	5,74	80,60	176,85	163,41	43,36

O módulo de elasticidade E_p utilizado nos ensaios de Feldman (1954) tem valores conforme a Tabela 4.3.

Tabela 4.3 - Módulo de elasticidade das vigas ensaiadas por Feldman (1954).

Viga	E_p (kN/cm ²)
F28	20477,43
F29	20477,43
F30	19925,85
F31	19925,85
F32	20408,48
F33	20408,48

Tabela 4.4 - Dados das vigas ensaiadas experimentalmente por Warwaruk (1957).

Viga	b (cm)	d_p (cm)	A_p (cm ²)	f_c (kN/cm ²)	f_{se} (kN/cm ²)	f_{pt} (kN/cm ²)	f_{py} (kN/cm ²)	$M_{u,exp}$ (kN · m)
W34	16,00	23,01	1,361	2,74	78,60	184,09	151,68	40,79
W35	15,27	23,11	0,587	3,64	81,50	184,09	151,68	22,37
W36	15,39	23,06	2,335	3,61	76,67	184,09	151,68	64,29

O módulo de elasticidade E_p utilizado nos ensaios de Warwaruk (1957) foi igual a $20684,27 \frac{kN}{cm^2}$.

Tabela 4.5 - Dados das vigas ensaiadas experimentalmente por Tao e Du (1985).

Viga	b (cm)	d_p (cm)	A_p (cm ²)	f_c (kN/cm ²)	f_{se} (kN/cm ²)	f_{pt} (kN/cm ²)	f_{py} (kN/cm ²)	$M_{u,exp}$ (kN · m)
TD37	16,00	22,00	0,588	3,56	92,40	166,00	136,00	35,00
TD38	16,00	22,00	1,568	3,56	87,90	166,00	136,00	61,60
TD39	16,00	22,00	1,960	3,56	82,50	166,00	136,00	71,40

Tabela 4.6 - Dados adicionais das vigas ensaiadas experimentalmente por Tao e Du (1985).

Viga	E_p (kN/cm ²)	E_s (kN/cm ²)	f_y (kN/cm ²)	A_s (cm ²)	d_s (cm)
TD37	20000,00	20000,00	26,70	1,57	25,00
TD38	20000,00	20000,00	26,70	2,36	25,00
TD39	20000,00	20000,00	26,70	1,00	25,00

Tabela 4.7 - Dados das vigas ensaiadas experimentalmente por Mattock (1971).

Viga	b (cm)	d_p (cm)	A_p (cm ²)	f_c (kN/cm ²)	f_{se} (kN/cm ²)	f_{pt} (kN/cm ²)	f_{py} (kN/cm ²)	$M_{u,exp}$ (kN · m)
M40	15,24	30,48	2,53	2,76	129,76	192,36	175,89	93,44
M41	15,24	30,48	2,53	2,76	125,90	192,36	175,89	109,93

Tabela 4.8 - Dados adicionais das vigas ensaiadas experimentalmente por Mattock (1971).

Viga	E_p (kN/cm ²)	E_s (kN/cm ²)	f_y (kN/cm ²)	A_s (cm ²)	d_s (cm)	b_f (cm)	h_f (cm)
M40	19500,00	21000,00	37,71	Sup: 0,62 Inf: 0,62	Sup: 1,91 Inf: 28,58	-	-
M41	19500,00	21000,00	37,71	Sup: 0,62 Inf: 0,62	Sup: 1,91 Inf: 28,58	96,52	5,08

Por meio do modelo desenvolvido foram determinados os momentos resistentes últimos para as quarenta e uma vigas com a intenção de aferir a capacidade do método em determinar o momento de ruína da seção mais solicitada.

Os resultados são apresentados na Tab. 4.9, na qual $M_{u,exp}$ é o momento resistente obtido dos resultados experimentais e $M_{u,calc}$ o momento obtido pelo modelo numérico.

Para representar a relação entre os momentos de ruptura obtidos experimentalmente e os obtidos através do modelo é utilizada a letra grega η .

Tabela 4.9 - Resultados experimentais e resultados calculados para vigas de concreto protendido.

Viga	$M_{u,exp}$ (kN.m)	$M_{u,calc}$ (kN.m)	Razão η	Viga	$M_{u,exp}$ (kN.m)	$M_{u,calc}$ (kN.m)	Razão η
B1	49,975	46,058	1,085	B22	66,937	65,476	1,022
B2	29,679	25,216	1,177	B23	79,980	82,265	0,972
B3	15,361	12,861	1,194	B24	66,964	66,653	1,005
B4	45,162	43,941	1,028	B25	50,165	47,201	1,063
B5	55,602	53,678	1,036	B26	38,993	30,430	1,281
B6	50,938	46,943	1,085	B27	70,136	73,374	0,956
B7	72,943	77,542	0,941	F28	30,700	26,037	1,179
B8	67,167	54,756	1,227	F29	50,630	46,383	1,092
B9	47,725	47,437	1,006	F30	17,640	15,682	1,125
B10	13,314	12,169	1,094	F31	44,930	45,145	0,995
B11	47,223	45,079	1,048	F32	65,310	68,680	0,951
B12	62,029	67,745	0,916	F33	43,360	41,281	1,050
B13	48,023	45,243	1,061	W34	40,790	44,735	0,912
B14	53,094	48,056	1,105	W35	22,370	21,052	1,063
B15	48,308	47,984	1,007	W36	64,290	71,904	0,894
B16	14,141	12,271	1,152	TD37	35,000	27,741	1,262
B17	45,894	45,846	1,001	TD38	61,600	58,035	1,061
B18	52,172	52,550	0,993	TD39	71,400	60,002	1,190
B19	71,560	73,223	0,977	M40	93,440	94,852	0,985
B20	31,753	33,608	0,945	M41	109,930	105,486	1,042
B21	34,397	33,965	1,013	-	-	-	-

Ao analisar conjuntamente os quarenta e um resultados da relação entre os momentos de ruptura experimentais e os do modelo para as vigas de concreto protendido, foi possível notar que a razão η apresentou uma média igual a 1,053 e desvio padrão igual a 0,095.

Esta diferença de 5,3% entre valores medidos e calculados é pequena e confirma que o modelo computacional empregado demonstra bons resultados.

A Figura 4.15 mostra o histograma obtido para as quarenta e uma vigas analisadas e a Fig. 4.16 apresenta o gráfico de aderência da razão η em relação à distribuição normal de probabilidades.

Ao se submeter os valores de η ao teste de Ryan-Joiner (similar ao Shapiro-Wilk), se pode demonstrar a aderência a curva normal de distribuição, uma vez que a máxima distância da curva de distribuição de probabilidades acumuladas atingida pelos valores calculados foi inferior ao limite, considerando um nível de significância de 95% (Ang e Tang, 1975).

Pode-se notar simetria dos resultados em torno dos valores médios, pois no gráfico se observa valores abaixo e acima dos valores médios, indicando um modelo não tendencioso.

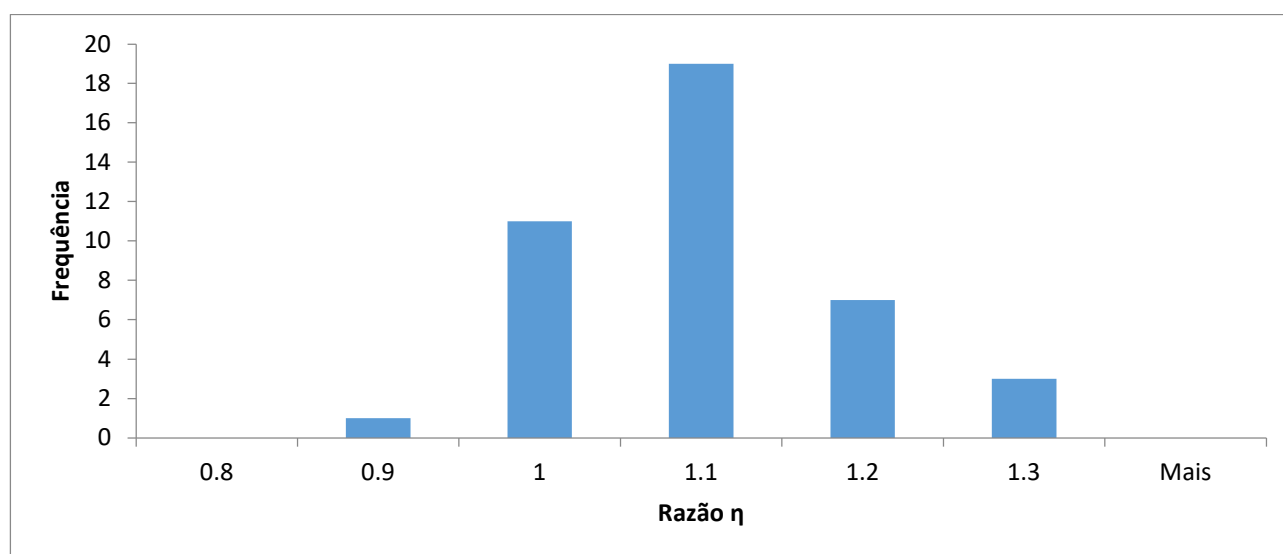


Figura 4.15 - Histograma da razão η para vigas de concreto protendido.

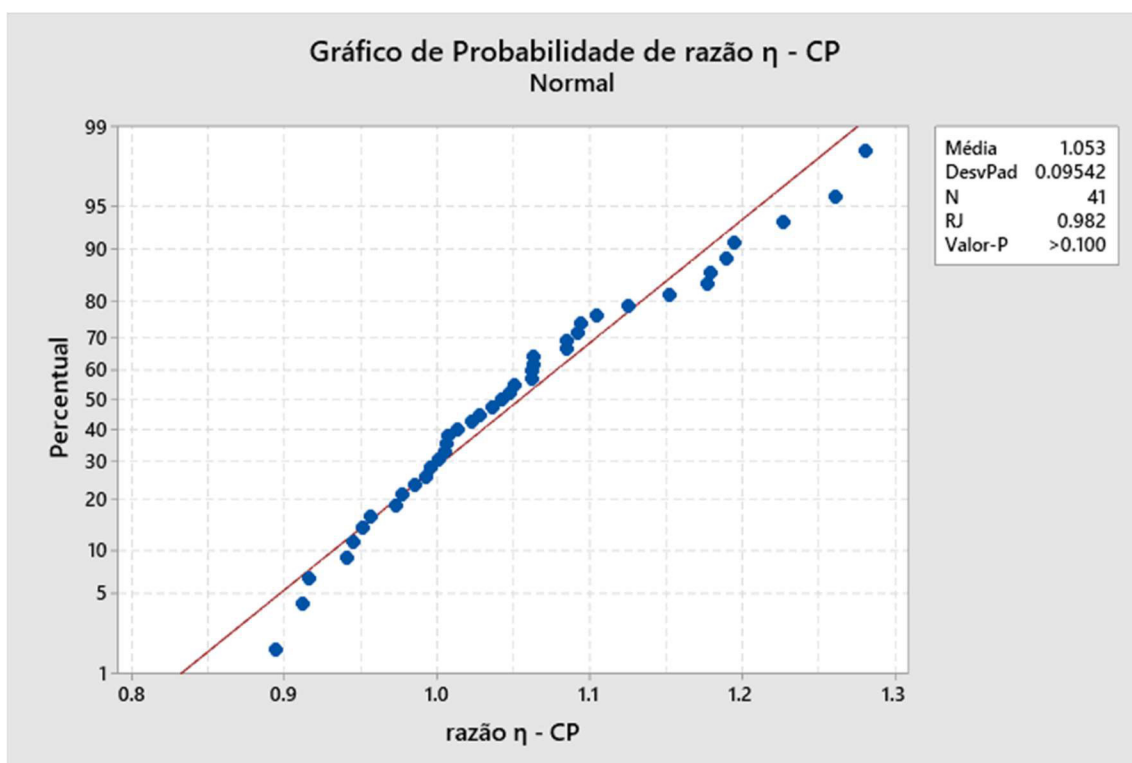


Figura 4.16 - Aderência ao modelo teórico de uma curva normal para vigas de concreto protendido.

4.3.2. Resultados experimentais para concreto armado

Foram analisadas vinte e três vigas de concreto armado que serão apresentadas nas Tab. 4.10 a Tab. 4.17. Sendo 1 viga de Leonhardt e Walther (1962), 3 de Bresler e Scordelis (1963), 9 de Decanini e Grillo (1970), 6 de Ashour (1998), 1 de Beber (1999), 1 de Silva (2001), 1 de Beber (2003) e 1 de Canaval (2016), separadas de acordo com seus respectivos pesquisadores.

Tabela 4.10 - Dados das vigas ensaiadas experimentalmente por Leonhardt e Walther (1962).

Viga	b (cm)	d_s (cm)	A_s (cm ²)	f_c (kN/cm ²)	f_y (kN/cm ²)	E_s (kN/cm ²)	$M_{u,exp}$ (kN · m)
LW1	30,00	Sup: 29,00 Inf: 32,00	Sup: 6,28 Inf: 6,28	2,42	42,80	21000,00	149,60

Tabela 4.11 - Dados das vigas ensaiadas experimentalmente por Bresler e Scordelis (1963).

Viga	b (cm)	d_s (cm)	A_s (cm ²)	f_c (kN/cm ²)	f_y (kN/cm ²)	E_s (kN/cm ²)	$M_{u,exp}$ (kN · m)
BS2	30,70	46,60	38,70	3,51	55,50	21800,00	747,20
BS3	22,90	46,10	32,25	3,88	55,50	21800,00	569,60
BS4	15,50	45,90	25,80	3,51	55,50	21800,00	430,40

Tabela 4.12 - Dados das vigas ensaiadas experimentalmente por Decanini e Grillo (1970).

Viga	b (cm)	d_s (cm)	A_s (cm ²)	f_c (kN/cm ²)	f_y (kN/cm ²)	E_s (kN/cm ²)	$M_{u,exp}$ (kN · m)
DG5	15,30	22,10	2,35	3,11	54,90	21000,00	26,89
DG6	14,90	21,90	2,35	2,82	53,80	21000,00	26,76
DG7	14,60	22,10	2,35	2,96	54,80	21000,00	26,76
DG8	15,00	21,70	3,39	3,22	43,80	21000,00	28,62
DG9	14,60	21,70	3,39	3,40	42,70	21000,00	29,00
DG10	15,00	21,70	3,39	2,74	42,50	21000,00	28,06
DG11	15,00	21,20	6,28	2,64	48,40	21000,00	51,87
DG12	14,80	21,00	6,28	2,96	47,10	21000,00	50,88
DG13	15,20	20,90	6,28	2,40	48,70	21000,00	51,87

Tabela 4.13 - Dados das vigas ensaiadas experimentalmente por Ashour (1998).

Viga	b (cm)	d_s (cm)	A_s (cm ²)	f_c (kN/cm ²)	f_y (kN/cm ²)	E_s (kN/cm ²)	$M_{u,exp}$ (kN · m)
A14	20,00	21,50	5,09	4,861	53,00	21000,00	58,17
A15	20,00	21,50	7,63	4,861	53,00	21000,00	80,60
A16	20,00	21,50	10,18	4,861	53,00	21000,00	99,55
A17	20,00	21,50	5,09	7,85	53,00	21000,00	57,95
A18	20,00	21,50	7,63	7,85	53,00	21000,00	79,91
A19	20,00	21,50	10,18	7,85	53,00	21000,00	103,77

Tabela 4.14 - Dados das vigas ensaiadas experimentalmente por Beber (1999).

Viga	b (cm)	d_s (cm)	A_s (cm ²)	f_c (kN/cm ²)	f_y (kN/cm ²)	E_s (kN/cm ²)	$M_{u,exp}$ (kN · m)
B20	12,00	Sup: 2,445 Inf: 17,47	Sup: 0,62 Inf: 1,01	3,36	56,50	21438,00	18,50

Tabela 4.15 - Dados das vigas ensaiadas experimentalmente por Silva (2001).

Viga	b (cm)	d_s (cm)	A_s (cm ²)	f_c (kN/cm ²)	f_y (kN/cm ²)	E_s (kN/cm ²)	$M_{u,exp}$ (kN · m)
S21	15,00	17,47	1,01	9,03	51,45	20580,00	9,83

Tabela 4.16 - Dados das vigas ensaiadas experimentalmente por Beber (2003).

Viga	b (cm)	d_s (cm)	A_s (cm ²)	f_c (kN/cm ²)	f_y (kN/cm ²)	E_s (kN/cm ²)	$M_{u,exp}$ (kN · m)
B22	15,00	27,245	2,45	3,28	70,65	21000,00	43,72

Tabela 4.17 - Dados das vigas ensaiadas experimentalmente por Canaval (2016).

Viga	b (cm)	d_s (cm)	A_s (cm ²)	f_c (kN/cm ²)	f_y (kN/cm ²)	E_s (kN/cm ²)	$M_{u,exp}$ (kN · m)
C23	12,00	17,875	2,45	2,278	60,10	21000,00	21,48

Por meio do modelo desenvolvido foram determinados os momentos resistentes últimos para as vinte e três vigas com a intenção de aferir a capacidade do método em determinar o momento de ruína da seção mais solicitada. Os resultados são apresentados na Tabela 4.18.

Tabela 4.18 - Resultados experimentais e resultados calculados para vigas de concreto armado.

Viga	$M_{u,exp}$ (kN.m)	$M_{u,calc}$ (kN.m)	Razão η
LW1	149,60	144,05	1,039
BS2	747,20	786,83	0,950
BS3	569,60	644,84	0,883
BS4	430,40	425,45	1,012
DG5	26,89	26,76	1,005
DG6	26,76	25,79	1,038
DG7	26,76	26,54	1,008
DG8	28,62	29,94	0,956
DG9	29,00	29,30	0,990
DG10	28,06	28,74	0,976
DG11	51,87	52,77	0,983
DG12	50,88	52,13	0,976
DG13	51,87	51,10	1,015
A14	58,17	54,12	1,075
A15	80,60	78,22	1,030
A16	99,55	100,47	0,991
A17	57,95	55,06	1,053
A18	79,91	80,34	0,995
A19	103,77	104,24	0,996
B20	18,50	18,89	0,979
S21	9,83	9,15	1,075
B22	43,72	44,11	0,991
C23	21,48	22,35	0,961

Assim como para as vigas de concreto protendido, ao analisar conjuntamente os vinte e três resultados da relação entre os momentos de ruptura experimentais e os do modelo para as vigas de concreto armado, foi possível notar que a razão η apresentou uma média igual a 0,999 e desvio padrão igual a 0,043.

Assim como para as vigas de concreto protendido, o modelo computacional empregado demonstra bons resultados para as vigas de concreto armado, apresentando uma diferença relativamente pequena, de 0,1%, entre valores medidos e calculados.

A Figura 4.17 mostra o histograma obtido para as vinte e três vigas analisadas e a Figura 4.18 apresenta o gráfico de aderência da razão η em relação à distribuição normal de probabilidades.

Submetendo os valores de η ao teste de Ryan-Joiner (similar ao Shapiro-Wilk), foi possível demonstrar a aderência a curva normal de distribuição, assim como o modelo para vigas de concreto protendido.

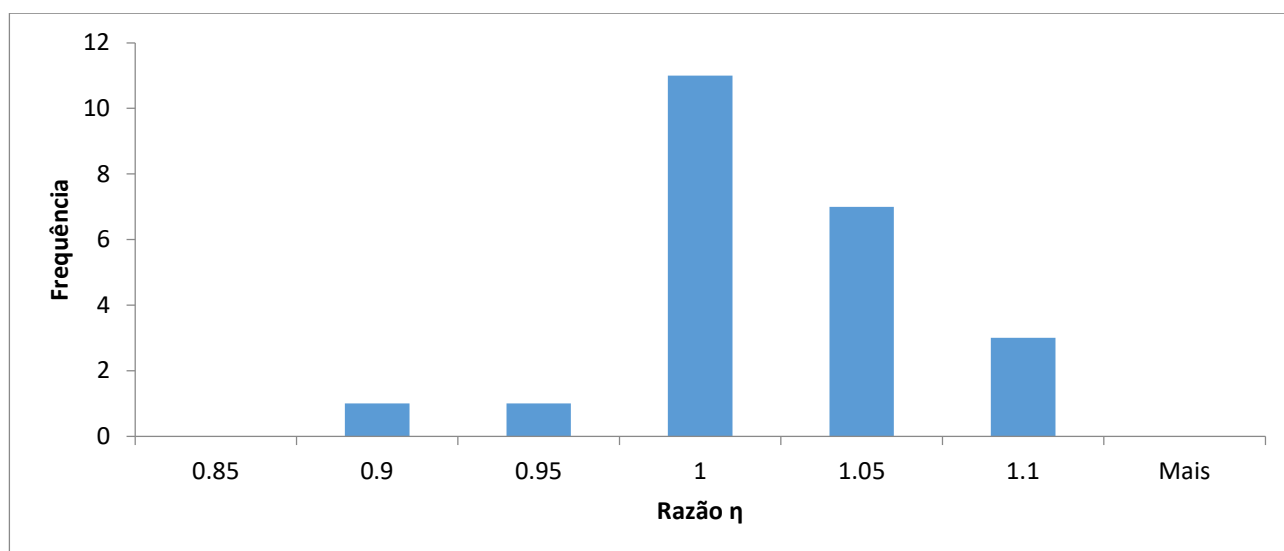


Figura 4.17 - Histograma da razão η para vigas de concreto armado.

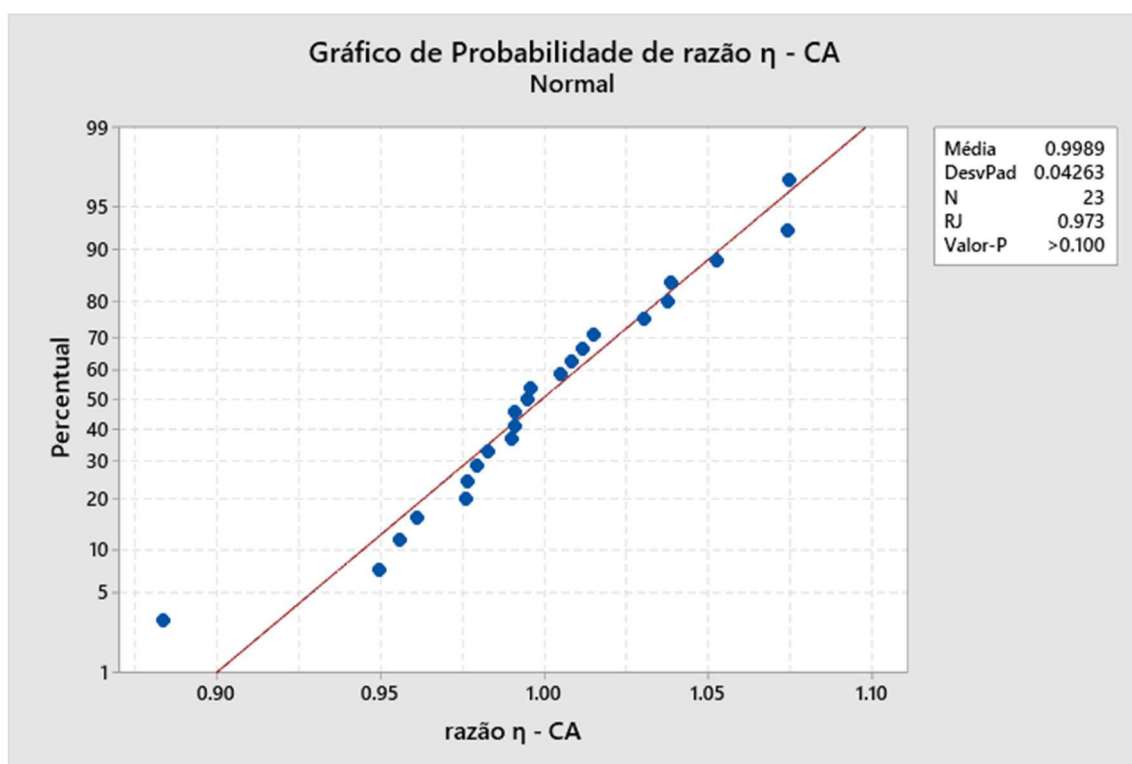


Figura 4.18 - Aderência ao modelo teórico de uma curva normal para vigas de concreto armado.

4.3.3. Estimativa do erro do modelo computacional (θ_r)

Conforme foi apresentado anteriormente, este modelo computacional será empregado para realização das análises probabilísticas. Para as análises de probabilidade, algumas variáveis serão consideradas como variáveis aleatórias. O momento resistente das vigas será uma das variáveis a ser considerado como variável aleatória.

Entretanto, conforme mostrado anteriormente, este modelo apresenta uma diferença entre os valores obtidos nos ensaios e os valores obtidos com a sua utilização. Tal diferença entre os valores medidos e calculados não pode ser desconsiderada.

Portanto, além das variabilidades referentes às resistências dos materiais e aos esforços aplicados às estruturas, devem ser levadas em consideração as incertezas referentes aos modelos numéricos adotados na análise. A estimativa do erro do modelo seguiu as recomendações propostas por Mirza (1982).

A relação entre os resultados obtidos experimentalmente e os obtidos através do modelo computacional é influenciada por inúmeras considerações e simplificações adotadas no modelo computacional, pela variabilidade das variáveis aleatórias do sistema e pela variabilidade inerente ao processo experimental do ensaio, e é caracterizada pela Eq. (4.10).

$$V_{\eta}^2 = V_{modelo}^2 + V_{lote}^2 + V_{ensaio}^2 \quad (4.10)$$

Onde:

V_{η} - Coeficiente de variação da razão η ;

V_{modelo} - Coeficiente de variação do erro proporcionado pelo modelo;

V_{lote} - Coeficiente de variação dos resultados dos ensaios de laboratório das variáveis do sistema, tais como dimensões e resistências;

V_{ensaio} - Coeficiente de variação dos resultados obtidos experimentalmente em ensaios de elementos estruturais.

O coeficiente de variação do erro do modelo computacional é representado pela Eq. (4.11).

$$V_{modelo} = \sqrt{V_{\eta}^2 - V_{lote}^2 - V_{ensaio}^2} \quad (4.11)$$

Os coeficientes de variação da razão η foram determinadas por meio dos resultados experimentais das vigas de concreto protendido e concreto armado e se obteve, respectivamente, os valores de 0,091 e 0,043.

O coeficiente de variação do ensaio foi adotado, conforme Mirza (1982), como sendo igual a 0,03.

O coeficiente de variação do lote foi adotado, conforme Mirza (1982), como sendo igual a 0,027.

Nestas condições, por meio da Eq. (4.11), determinou-se o valor do coeficiente de variação do erro do modelo computacional para vigas de concreto protendido e concreto armado, sendo iguais a 0,081 e 0,014, respectivamente.

A média do erro do modelo pode ser então determinado através da Eq. (4.12).

$$\mu_{\eta} = \mu_{modelo} \cdot \mu_{lote} \cdot \mu_{ensaio} \quad (4.12)$$

Considerando a média do lote e a média do ensaio como valores unitários, chega-se à média do modelo através da Eq. (4.13).

$$\mu_{modelo} = \frac{\mu_{\eta}}{\mu_{lote} \cdot \mu_{ensaio}} \quad (4.13)$$

Obteve-se então os valores de 1,053 e 0,999 para a média do modelo computacional para vigas de concreto protendido e concreto armado, respectivamente.

Em seguida, durante as análises de confiabilidade é necessário considerar este erro do modelo computacional empregando-se o coeficiente de variação do erro do modelo e a média do erro do modelo originários da análise.

Os resultados da capacidade resistente das vigas obtidos por meio do modelo numérico, para as análises de confiabilidade, deverão ser corrigidos pela estimativa de erro do modelo (θ_r) gerada a cada análise, de acordo com a Eq. (4.14).

$$M_{u,cor} = \theta_r \cdot M_{u,mod} \quad (4.14)$$

Logo, estes valores corrigidos são empregados para as análises de confiabilidade.

5. CARREGAMENTO MÓVEL

O desenvolvimento de um modelo de carregamento móvel é essencial na avaliação da confiabilidade de pontes rodoviárias. Esta análise demanda a compreensão das circunstâncias reais do tráfego de caminhões e é empregada na avaliação da confiabilidade estrutural das pontes. A descrição dos dados de pesagem obtidos, suas características e a metodologia que viabiliza sua utilização para o cálculo do índice de confiabilidade estrutural, são apresentados nos itens a seguir.

5.1. Descrição dos dados

Os dados referentes à pesagem de caminhões são os desenvolvidos e utilizados em Portela (2018). O autor utilizou dados de duas estações WIM, uma fica no estado do Rio Grande do Sul, na BR-290 e possui 78 dias de dados coletados. A outra estação fica no estado de São Paulo, na BR-381 e possui 20 meses de dados coletados.

Mesmo com as devidas calibrações, o sistema podia apresentar dados incorretos, por exemplo, pesos maiores que a capacidade máxima de tração ou menores que o peso próprio. Além disso, vários dados eram desnecessários para o estudo de carga móvel em pontes. Veículos de passeio e caminhões leves, por exemplo, podiam ser desprezados, na maioria das análises, devido ao efeito irrelevante da carga na ponte. Portanto, os dados WIM precisaram ser filtrados antes de serem usados. Os critérios de filtragem precisaram ser definidos considerando as características particulares da frota brasileira e poderiam variar de acordo com a necessidade de análise, ou seja, Estado Limite Último, Estado Limite de Serviço ou fadiga.

A análise estatística realizada por Portela (2018) considerou apenas os dados após o processo de filtragem realizado. A lista a seguir apresenta, por ordem, os filtros que foram aplicados às estações consideradas. A configuração dos filtros foi realizada após pesquisa em resoluções do Departamento Nacional de Transportes (DNIT) e catálogos de fabricantes de caminhões. Os veículos que não se encaixaram em qualquer um dos filtros foram excluídos.

- 1- $PBT \leq 62 \text{ kN}$ (PBT é o peso bruto total do veículo);
- 2- $P_i \leq 22 \text{ kN}$, onde “ P_i ” é o peso por eixo;
- 3- $P_d > 320 \text{ kN}$, onde “ P_d ” é o peso do tandem duplo;
- 4- $d_i \leq 0,92 \text{ m}$, sendo “ d_i ” a distância entre eixos;
- 5- $C > 36 \text{ m}$, sendo “ C ” o comprimento total do veículo;
- 6- $C > 15,4 \text{ m}$ e $PBT \leq 104,3 \text{ kN}$;
- 7- $P_i > 180 \text{ kN}$;
- 8- $PBT \geq 1,1 \sum P_i$ ou $PBT \leq 0,9 \sum P_i$, onde “ $\sum P_i$ ” representa a soma dos pesos dos eixos;

- 9- $\Sigma di > C$, onde “ Σdi ” representa a soma da distância entre eixos;
- 10- $C < 5$ m;
- 11- $V > 170$ Km/h, sendo “V” a velocidade do veículo;
- 12- $P1 > 100$ kN, onde “P1” é o peso do primeiro eixo (dianteiro);
- 13- $PBT > 920$ kN.

Na BR-290 a média diária de veículos registrados foi de 11736 antes e 1963 depois da filtragem, já na BR-381 a média diária de veículos registrados foi de 13292 antes e 3632 depois da filtragem. Nas Fig. 5.1 e Fig. 5.2 são mostradas as porcentagens de filtragem de cada estação.

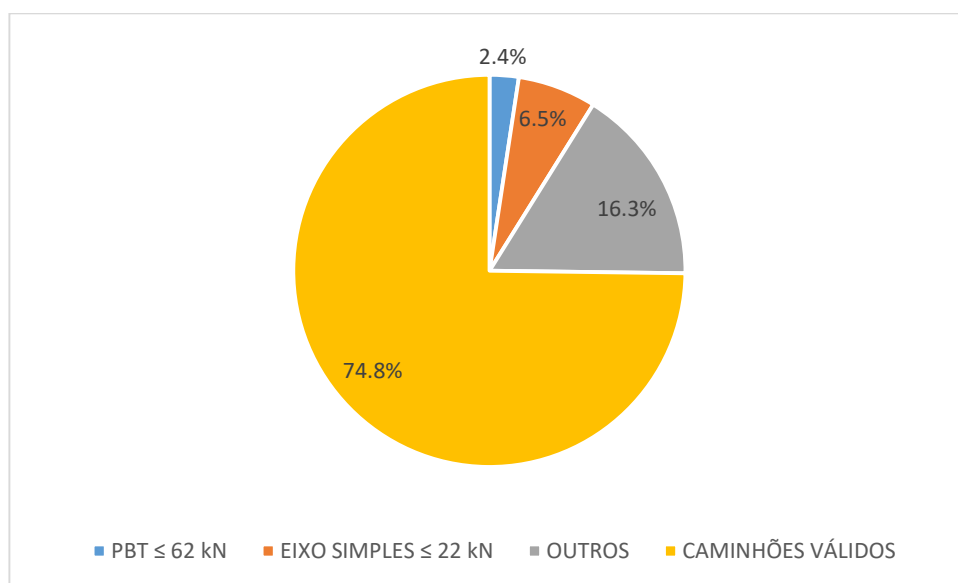


Figura 5.1 - Estatísticas de dados filtrados da BR-290 (Adaptado de Portela, 2018).

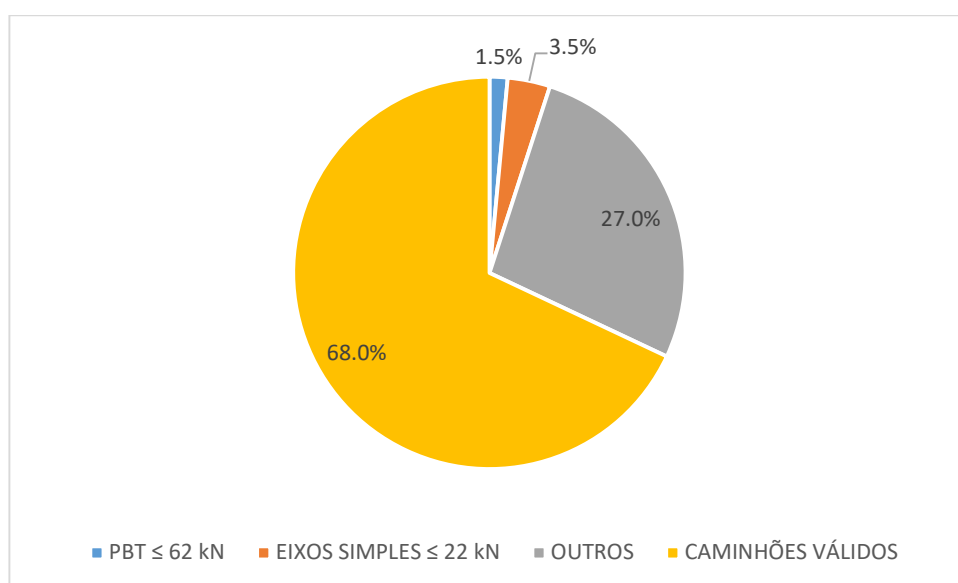


Figura 5.2 - Estatísticas de dados filtrados da BR-381 (Adaptado de Portela, 2018).

A silhueta das cinco classes mais frequentes obtidas nas WIM é apresentada na Fig. 5.3, com sua respectiva nomenclatura e peso máximo permitido em kN. As Tab. 5.1 e Tab. 5.2. apresentam as estatísticas de composição de tráfego para as cinco classes mais frequentes das rodovias.

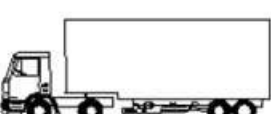
CLASSE	CONFIGURAÇÃO	PBT
2C		160
3C		230
2S2		330
2S3		415
3S3		485

Figura 5.3 - Classes frequentes com os respectivos pesos legais em kN (Adaptado de Carneiro, Portela e Bittencourt, 2020).

Tabela 5.1 - Estatísticas para classes mais frequentes da BR-290 (adaptado de Portela, 2018).

Classes de Caminhões (DNIT)	Frequência (%)	Média PBT (kN)	Desvio Padrão PBT (kN)	Mínimo PBT (kN)	Máximo PBT (kN)
2C	18,21	101,2	31,1	63,0	273,0
3C	23,37	166,2	50,8	67,2	423,0
2S2	7,45	192,1	52,3	100,0	547,0
2S3	10,56	318,5	76,1	121,0	660,0
3S3	15,55	400,4	77,7	154,0	807,0

Tabela 5.2 - Estatísticas para classes mais frequentes da BR-381 (adaptado de Portela, 2018).

Classes de Caminhões (DNIT)	Frequência (%)	Média PBT (kN)	Desvio Padrão PBT (kN)	Mínimo PBT (kN)	Máximo PBT (kN)
2C	15,36	103,6	32,3	62,0	275,1
3C	23,40	173,2	56,0	66,8	416,5
2S2	12,96	199,1	54,4	96,7	585,0
2S3	9,46	337,6	90,2	124,2	712,2
3S3	14,75	430,2	97,0	139,9	899,4

Portela (2018) determinou a distribuição do peso bruto do veículo para os cinco grupos de classes com as frequências mais altas para a estação WIM. Porém, o autor não obteve o modelo probabilístico mais adequado a cada classe, sendo assim, os dados foram submetidos ao teste do Qui-quadrado (HALDAR; MAHADEVAN, 1999) para assim se eleger a curva mais adequada para as informações medidas.

No teste de qualidade de ajuste χ^2 , o intervalo dos n dados observados é dividido em m intervalos, e o número de vezes (n_i) que a variável aleatória é observada no intervalo i -ésimo é contado ($i = 1$ para N). Frequências observadas de $n_1, n_2, \dots, n_N$ da variável aleatória são então comparadas com as frequências teóricas correspondentes $e_1, e_2, \dots, e_N$ de uma distribuição assumida. Pode-se mostrar, conforme a Eq. (5.1) (HOEL, 1962), que a quantidade

$$\sum_{i=1}^N \frac{(n_i - e_i)^2}{e_i} \quad (5.1)$$

aproxima-se da distribuição χ^2 com $f = N - 1 - k$ graus de liberdade à medida que a amostra total de pontos n tende para ∞ . Aqui, N é o número de intervalos e k é o número de parâmetros de distribuição estimados a partir dos dados. O número de graus de liberdade é um parâmetro da distribuição χ^2 . Um nível de significância é selecionado. Níveis de significância entre 1% e 10% são comuns. Um nível de significância de 5% implica que para 5 de um total de 100 elementos de amostras diferentes, a distribuição teórica assumida não pode ser um modelo aceitável. Se $c_{1-\alpha, f}$ for denotado como o valor da distribuição χ^2 com f graus de liberdade na Função distribuição acumulada (CDF) de $(1 - \alpha)$, e se o valor obtido da Eq. (5.1) for menor que esse valor, então a distribuição assumida é aceitável no nível de significância α . Assim, a distribuição assumida será aceitável no nível de significância α conforme a Eq. (5.2).

$$\sum_{i=1}^N \frac{(n_i - e_i)^2}{e_i} < c_{1-\alpha, f} \quad (5.2)$$

O resultado do teste estatístico χ^2 depende do número de intervalos N usados e o nível de significância α selecionado. Ambos precisam ser escolhidos com base em julgamento. É desejável que tanto N quanto o e_i deve ser maior ou igual a 5 para obter resultados satisfatórios. No entanto, isso pode nem sempre ser possível.

Foi considerado um nível de significância de 5% e para cada veículo foram analisadas as distribuições de probabilidade do tipo Normal, Lognormal, e Tipo I de máximos (Gumbel).

As Tabelas 5.3 e 5.4 resumem as distribuições ajustadas que melhor se adequaram ao peso total de cada veículo na BR-290 e BR-381, respectivamente, e nas Fig. 5.4 à Fig. 5.13 são plotadas as frequências observadas e teóricas.

Tabela 5.3 - Distribuições de probabilidades ajustadas ao peso total dos veículos da BR-290.

Classes de Caminhões (DNIT)	Distribuição
2C	Tipo I de máximos (Gumbel)
3C	Tipo I de máximos (Gumbel)
2S2	Tipo I de máximos (Gumbel)
2S3	Lognormal
3S3	Lognormal

Tabela 5.4 - Distribuições de probabilidades ajustadas ao peso total dos veículos da BR-381.

Classes de Caminhões (DNIT)	Distribuição
2C	Tipo I de máximos (Gumbel)
3C	Tipo I de máximos (Gumbel)
2S2	Lognormal
2S3	Lognormal
3S3	Normal

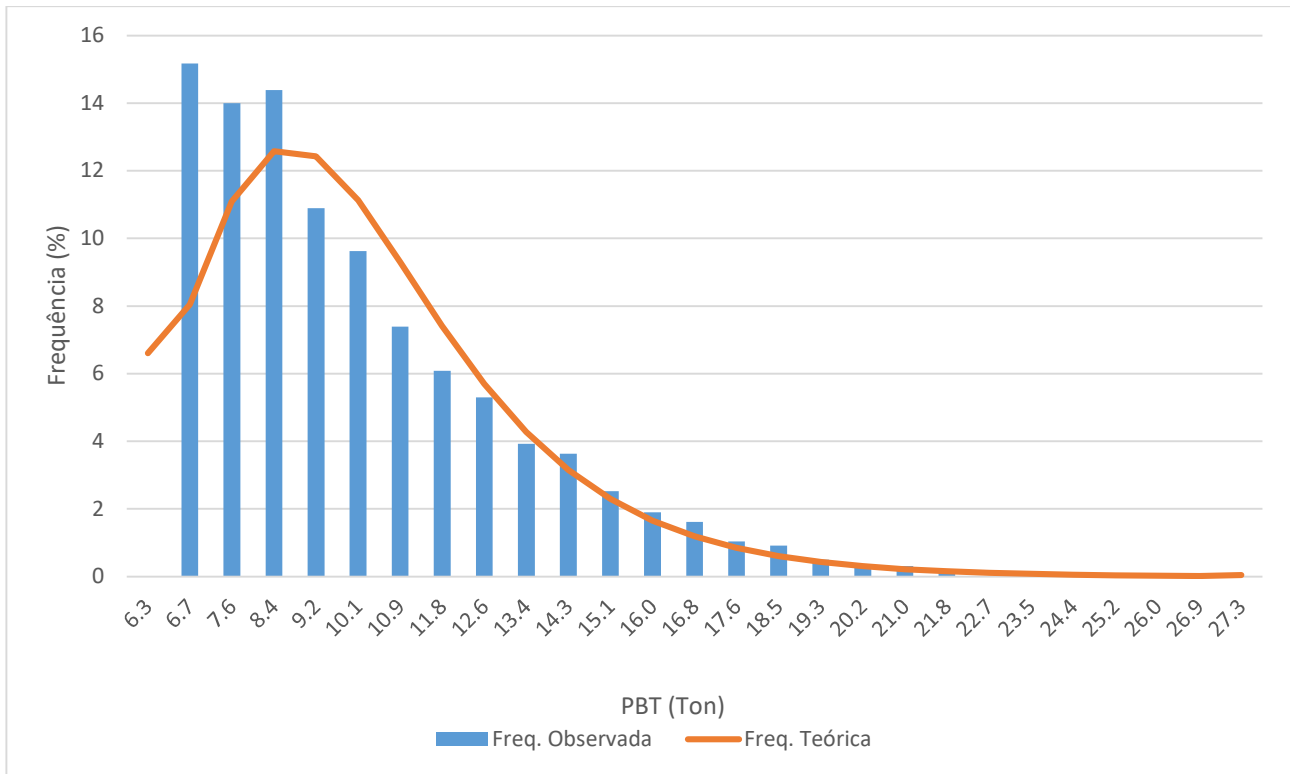


Figura 5.4 – Teste do Qui-quadrado na classe 2C da BR-290 para Distribuição Tipo I de máximos (Gumbel)

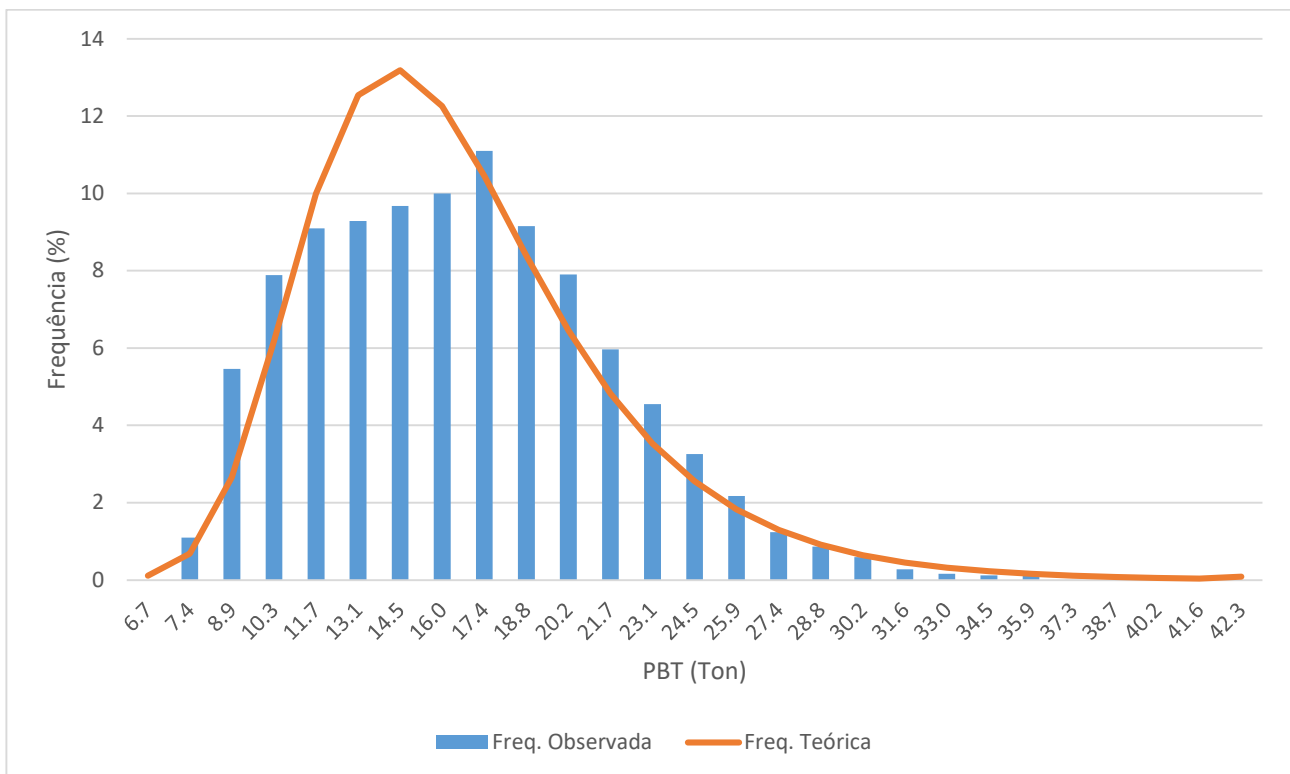


Figura 5.5 – Teste do Qui-quadrado na classe 3C da BR-290 para Distribuição Tipo I de máximos (Gumbel)

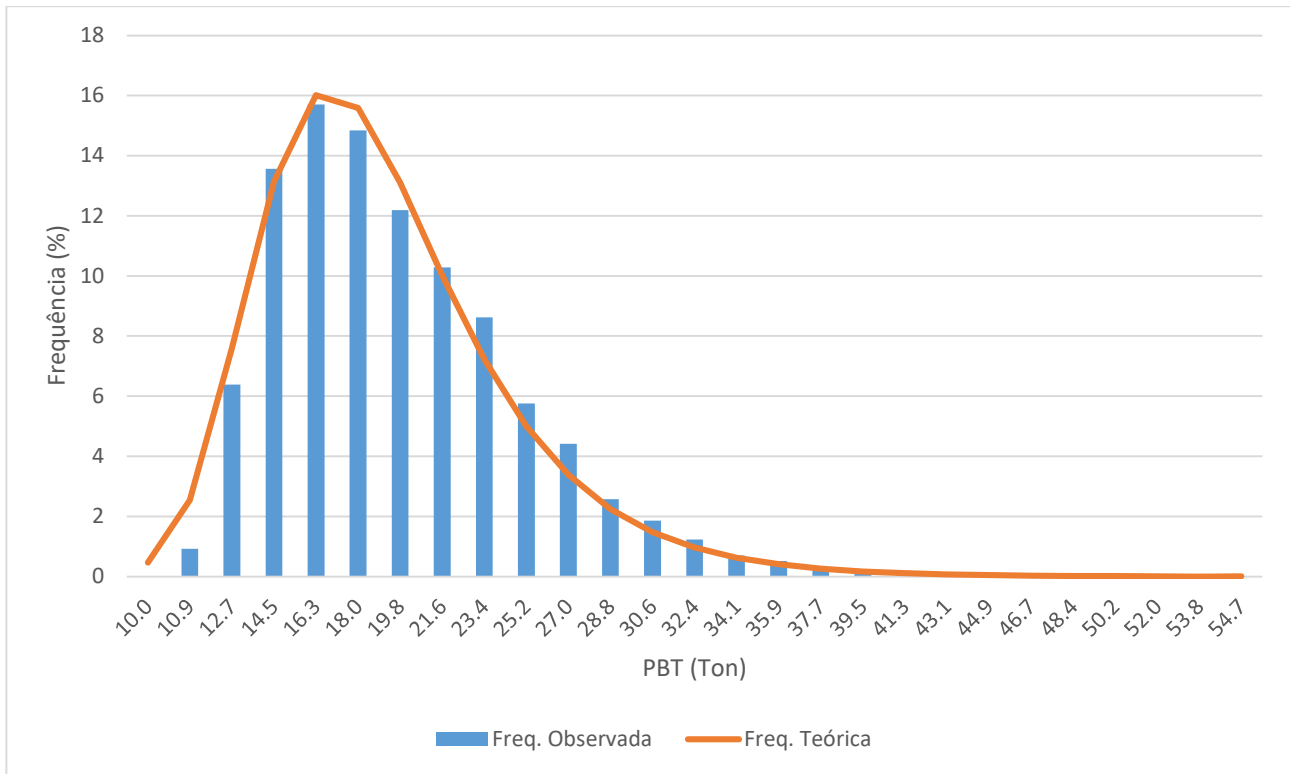


Figura 5.6 - Teste do Qui-quadrado na classe 2S2 da BR-290 para Distribuição Tipo I de máximos (Gumbel)

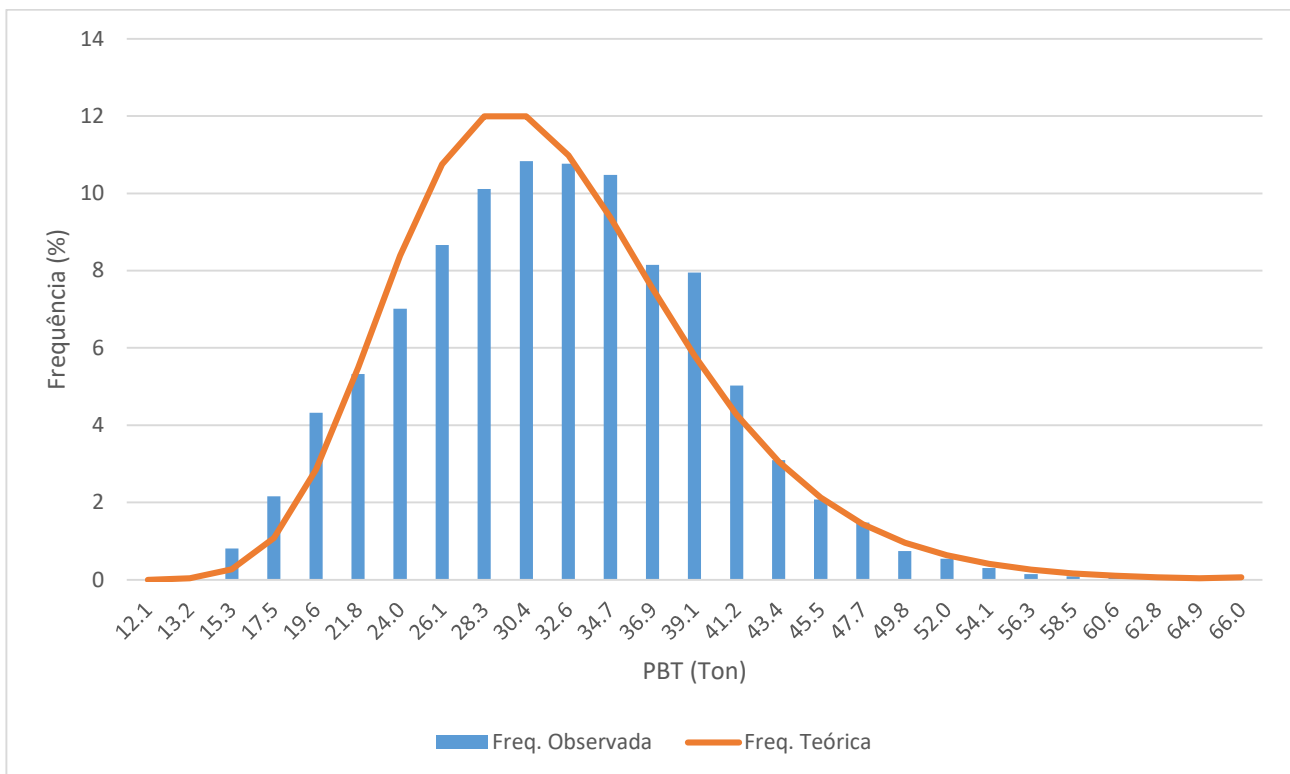


Figura 5.7 - Teste do Qui-quadrado na classe 2S3 da BR-290 para Distribuição Lognormal

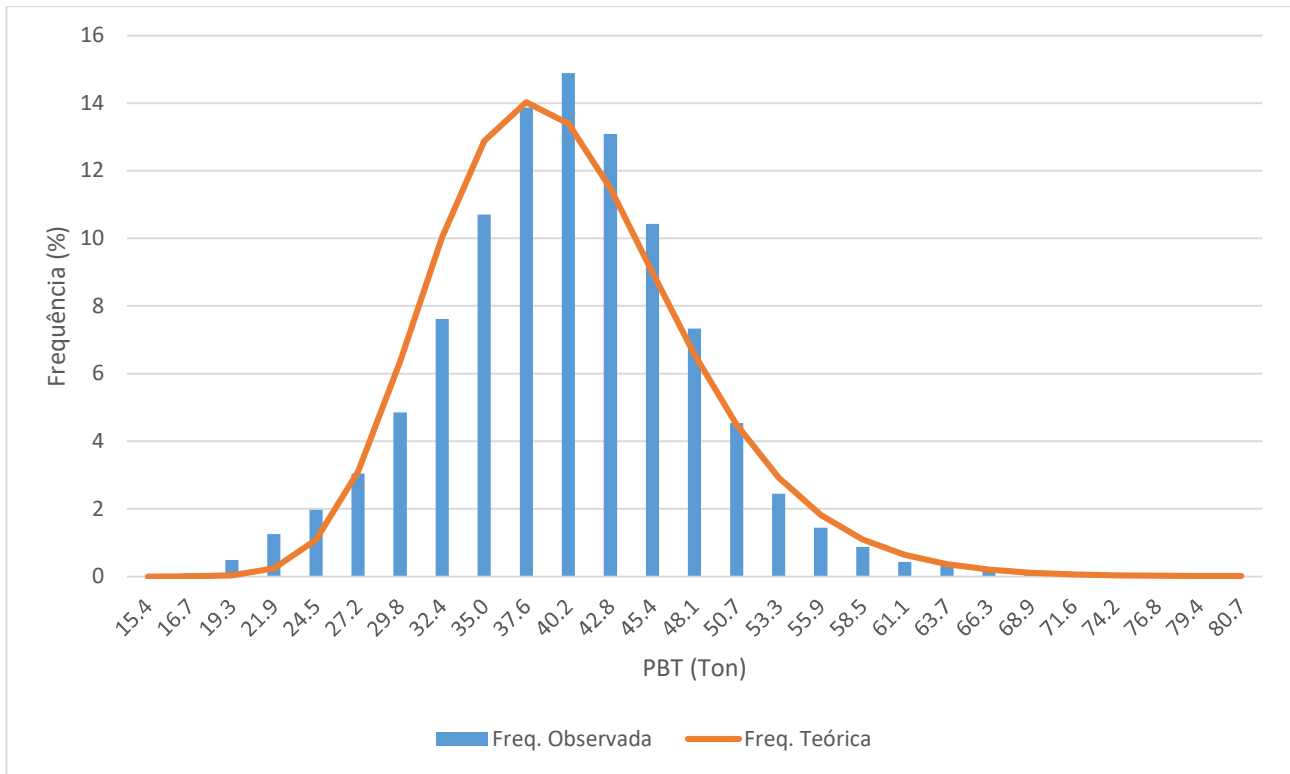


Figura 5.8 - Teste do Qui-quadrado na classe 3S3 da BR-290 para Distribuição Lognormal

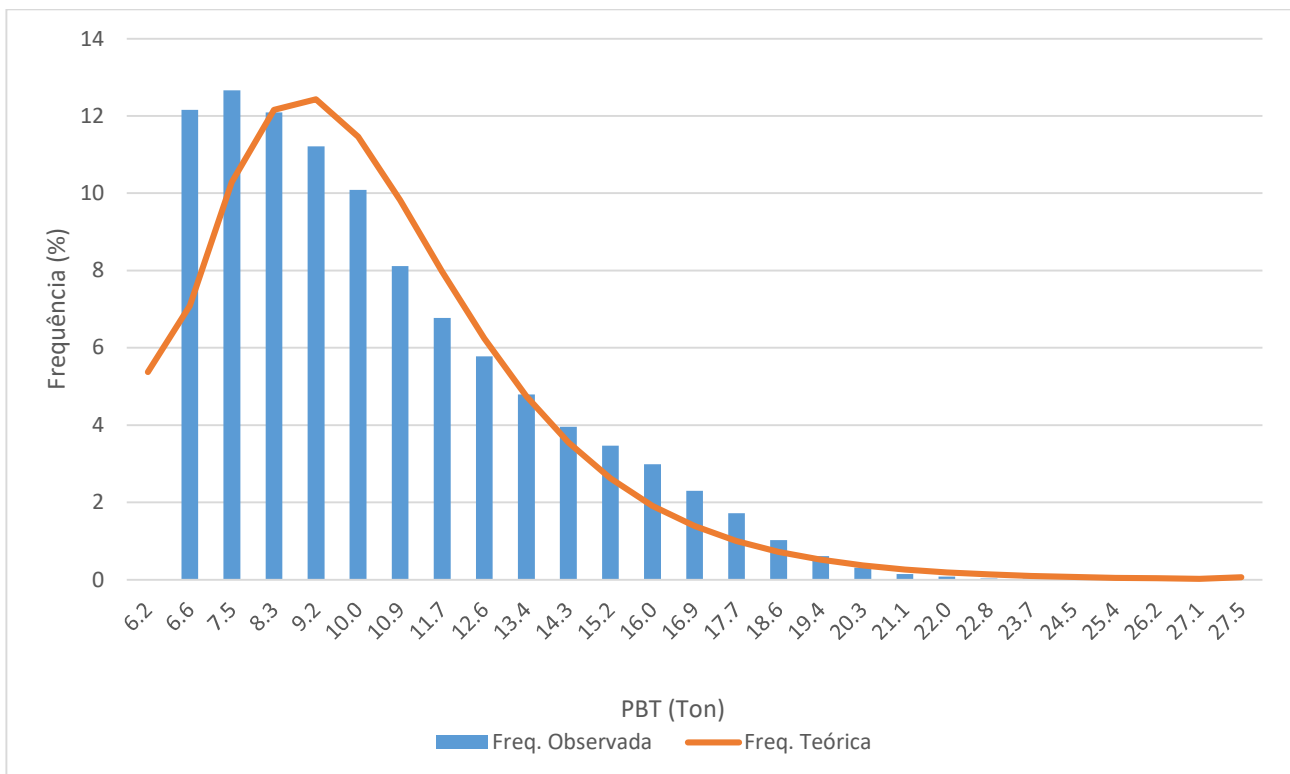


Figura 5.9 – Teste do Qui-quadrado na classe 2C da BR-381 para Distribuição Tipo I de máximos (Gumbel)

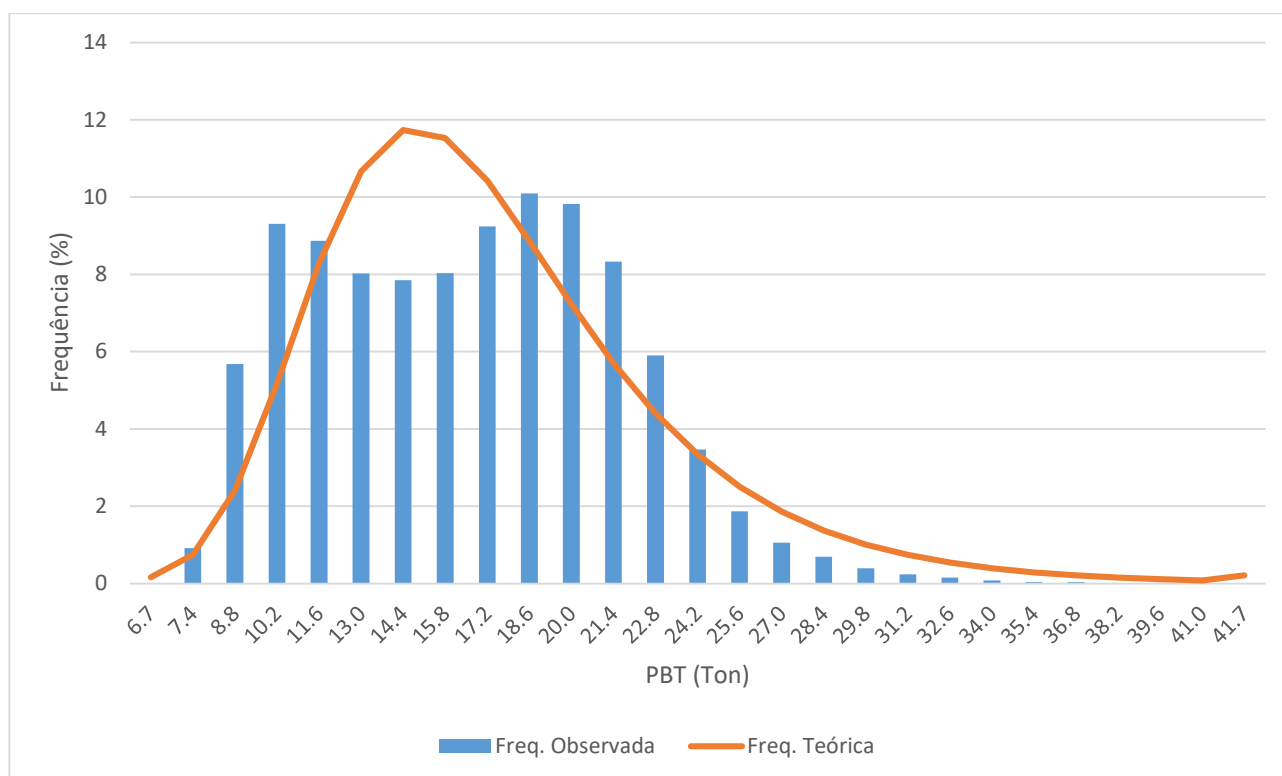


Figura 5.10 – Teste do Qui-quadrado na classe 3C da BR-381 para Distribuição Tipo I de máximos (Gumbel)

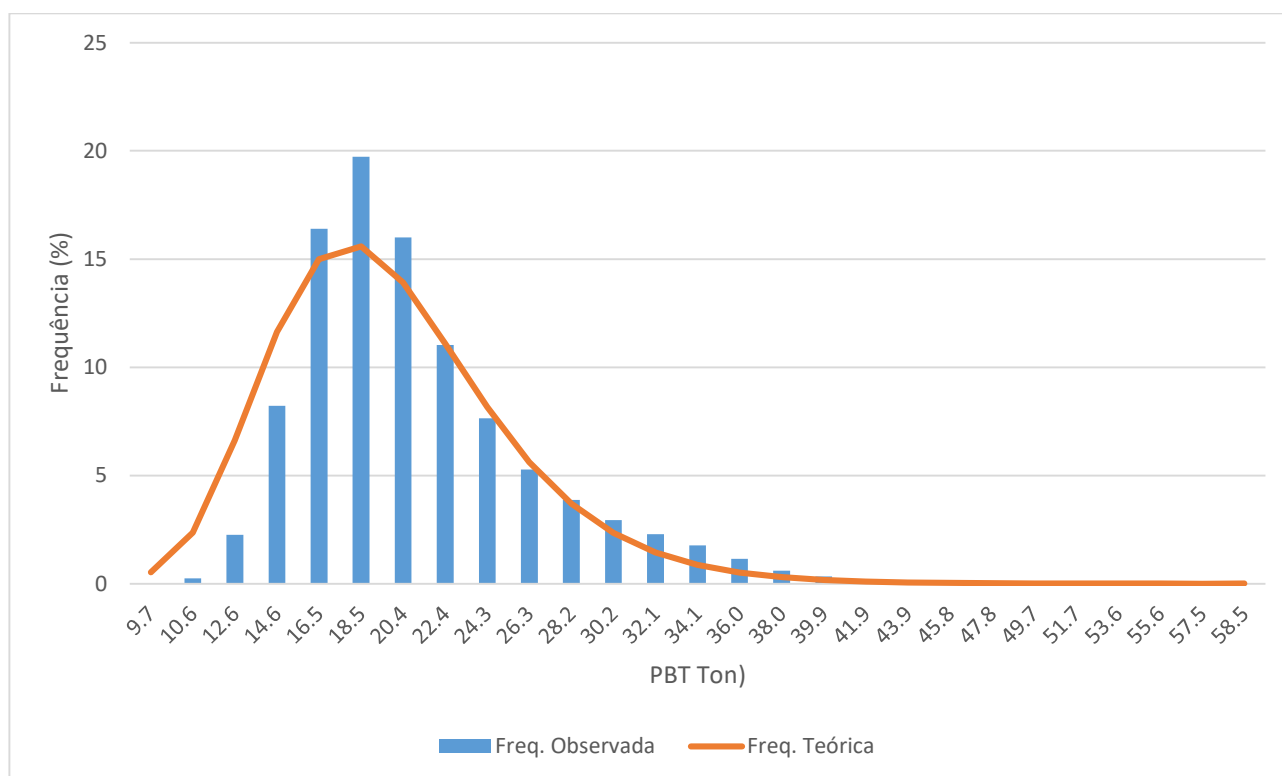


Figura 5.11 – Teste do Qui-quadrado na classe 2S2 da BR-381 para Distribuição Lognormal

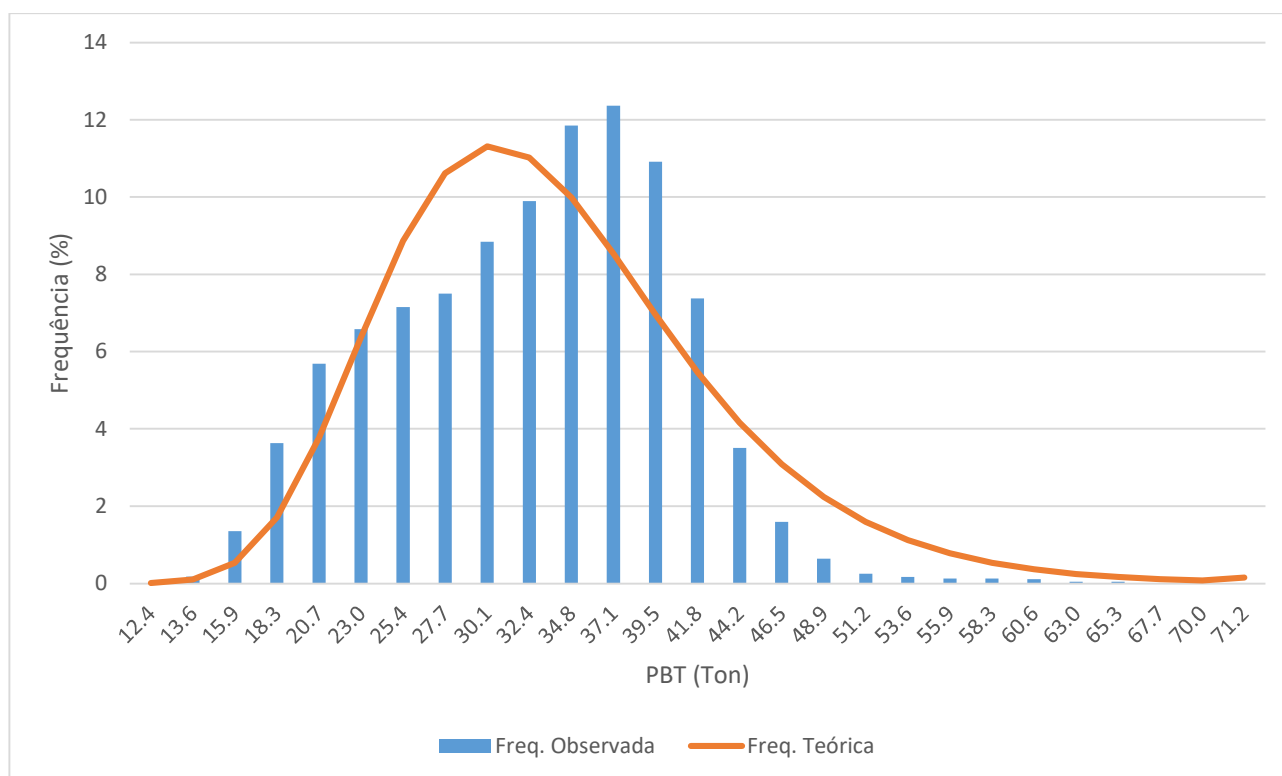


Figura 5.12 – Teste do Qui-quadrado na classe 2S3 da BR-381 para Distribuição Lognormal

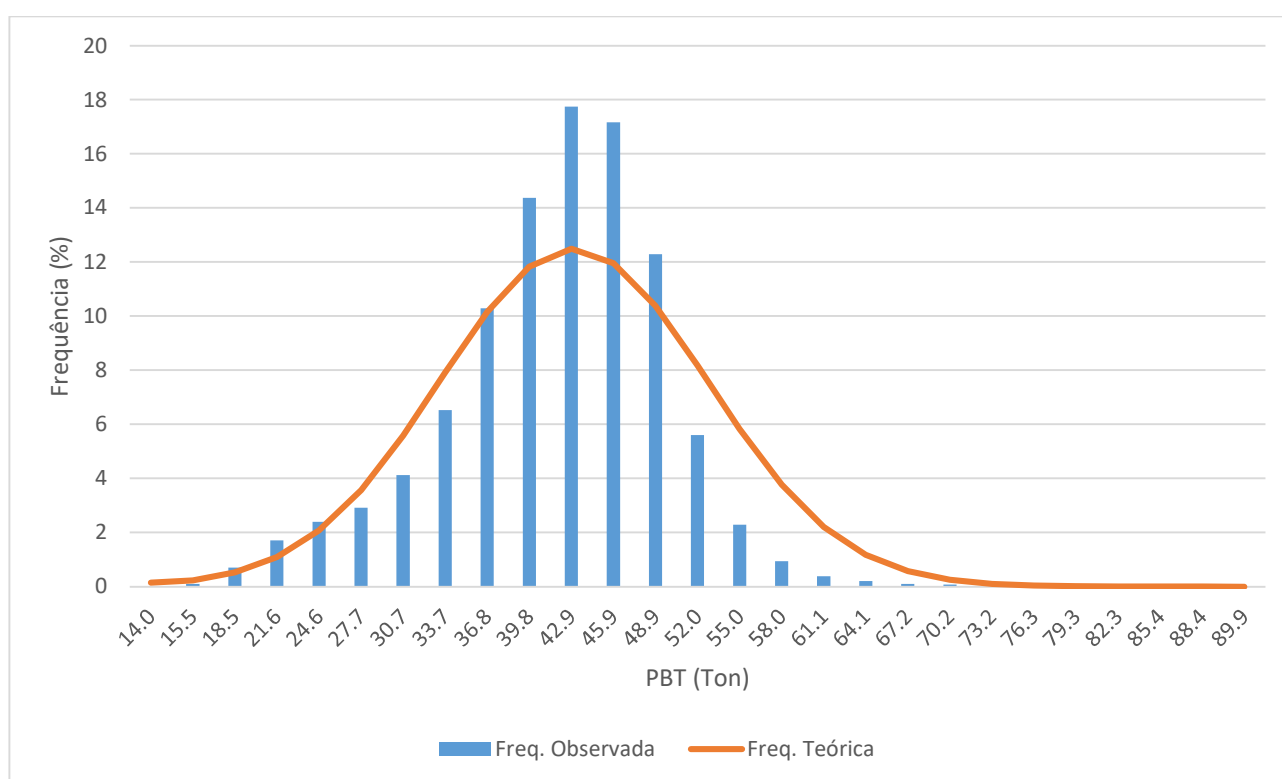


Figura 5.13 – Teste do Qui-quadrado na classe 3S3 da BR-381 para Distribuição Normal

O presente trabalho utiliza como valores determinísticos, para a distância entre eixos dos veículos selecionados, as médias dos dados obtidos em um estudo estatístico do espaçamento do eixo

realizado por Portela (2018). As Tab. 5.5 e Tab. 5.6 mostram a média para cada uma das cinco classes mais frequentes de caminhões na estação WIM da BR-290 e da BR-381, respectivamente.

Tabela 5.5 - Média para cada uma das cinco classes mais frequentes de caminhões na estação WIM da BR-290 (adaptado de Portela, 2018).

Classes de Caminhões (DNIT)	Espaçamento do primeiro eixo (cm)	Espaçamento do segundo eixo (cm)	Espaçamento do terceiro eixo (cm)	Espaçamento do quarto eixo (cm)	Espaçamento do quinto eixo (cm)
2C	528,4	-	-	-	-
3C	541,8	128,3	-	-	-
2S2	371,3	801,2	136,6	-	-
2S3	383,7	626,1	125,6	123,3	-
3S3	365,5	128,9	571,1	134,7	133,8

Tabela 5.6 - Média para cada uma das cinco classes mais frequentes de caminhões na estação WIM da BR-381 (adaptado de Portela, 2018).

Classes de Caminhões (DNIT)	Espaçamento do primeiro eixo (cm)	Espaçamento do segundo eixo (cm)	Espaçamento do terceiro eixo (cm)	Espaçamento do quarto eixo (cm)	Espaçamento do quinto eixo (cm)
2C	562,3	-	-	-	-
3C	561,0	129,2	-	-	-
2S2	366,6	887,5	126,9	-	-
2S3	379,2	668,5	124,2	124,3	-
3S3	364,8	128,6	602,3	125,3	125,5

5.2. Extrapolação dos máximos pesos brutos

Primeiramente, os resultados da pesagem para cada caminhão são plotados em papel de probabilidade normal. Ainda que as distribuições de probabilidade não acompanhem exatamente uma distribuição normal, essa metodologia é válida, pois possibilita uma visualização geral das amostras e indica tendências para períodos mais longos do que os medidos (vida útil da estrutura). Além do mais, é o método seguido por outros pesquisadores para o desenvolvimento de modelos de carregamento móvel, como Ferreira (2008) e Moura (2019).

De acordo com Nowak (1999), a extrapolação solicita que se tenha conhecimento do número total de veículos que circulam cotidianamente na área onde se obteve as pesagens. Assim sendo, foram obtidas planilhas com o volume médio diário de caminhões na balança.

Conforme a Tabela 5.1, se nota que houve aproximadamente 146 pesagens por dia consideradas para o veículo 2S2 na BR-290, ou seja, $7,45\% \cdot 1.962$. Instituído a vida útil em 100 anos, o número total de veículos 2S2, N , nesse período é $146 \cdot 365 \cdot 100 \cong 5.335.168$.

Tendo conhecimento da quantidade de caminhões de determinado tipo que transitam na rodovia por um período específico, e que o nível de probabilidade equivalente a passagem do caminhão com o maior peso bruto nesse período é $1/N$, sendo $z = \Phi^{-1}(1/N)$ e Φ^{-1} igual ao inverso da distribuição normal padrão acumulada, o valor que a extrapolação deve alcançar está determinado. O conceito é que caso todos os caminhões fossem amostrados durante o período de 100 anos, o caminhão mais pesado estaria na cota z .

Sendo assim, em 100 anos, para o veículo 2S2, se tem:

$$N_{2S2} = 5.335.168$$

$$1/N = 1,8743 \cdot 10^{-7}$$

$$z = \Phi^{-1}(1/N) = z = \Phi^{-1}(1,8743 \cdot 10^{-7})$$

$$z = 5,0813$$

O procedimento pode ser realizado para qualquer período. Valores da cota z para o período de 100 anos são apresentados nas Tab. 5.7 e Tab. 5.8 para as BR-290 e BR-381, respectivamente.

Tabela 5.7 – Valores da cota z para o período de 100 anos (BR-290)

Veículo	Nº de veículos em 100 anos	$z = \Phi^{-1}(1/N)$
2C	13040727	5,2485
3C	16735958	5,2943
2S2	5335168	5,0813
2S3	7562332	5,1472
3S3	11135821	5,2193

Tabela 5.8 – Valores da cota z para o período de 100 anos (BR-381)

Veículo	Nº de veículos em 100 anos	$z = \Phi^{-1}(1/N)$
2C	20351232	5,3299
3C	31003830	5,4058
2S2	17171352	5,2989
2S3	12534027	5,2412
3S3	19543012	5,3225

A extrapolação dos esforços, de acordo com Nowak (1999), é realizada por meio do delineamento de uma linha seguindo a tendência dos três pontos extremos da cauda superior da

distribuição. Neste trabalho, inicialmente, será executada a extrapolação dos pesos brutos para depois determinar os momentos fletores. Este procedimento é semelhante ao proposto por Ferreira (2008) e Moura (2019) que é adaptado do método de Nowak (1999) e de Hwang e Koh (2000).

A simples utilização do método de Nowak (1999) pode gerar valores imprecisos por causa da grande variabilidade da cauda superior da distribuição. De acordo com Ferreira (2008), veículos demasiadamente pesados em relação aos demais são casos atípicos, já que representam extremos da distribuição durante a vida útil. O procedimento mais adequado é a utilização de uma regressão linear ao se considerar um número maior de pontos da cauda superior.

Ao desenvolver um modelo de carga móvel para a Coréia, Hwang e Koh (2000) consideram 10% dos caminhões mais pesados para efetuar esta regressão linear. Já Ferreira (2008) e Moura (2019) levaram em consideração os cem pontos extremos da cauda superior da distribuição.

Portela (2018) examinou diferentes porcentagens (25% a 1%) da cauda superior e verificou que os melhores resultados são obtidos ao considerar os 5% superiores dos dados plotados em um papel de probabilidade normal. Qualquer porcentagem acima de 5% (25%, 20%, 15% e 10%) produziu resultados semelhantes, uma vez que a parte superior dos dados se aproxima de uma linha reta. Qualquer porcentagem abaixo de 5% (3% e 1%) resultou em extrapolação instável.

Devido à grande variação na quantidade de cada tipo de caminhão, se julgou mais coerente para esse trabalho realizar uma regressão linear ao considerar os 5% superiores dos dados plotados em um papel de probabilidade normal dos caminhões mais pesados, metodologia semelhante à usada por Portela (2018).

As pesagens e a extrapolação para diversos caminhões estão nas Fig. 5.14 a Fig. 5.23.

Com base nas Figuras 5.14 a 5.23 é possível determinar o valor da média e do desvio padrão dos pesos brutos totais dos caminhões avaliados para o período de retorno de 100 anos.

O desvio-padrão é fornecido pela inclinação da regressão linear na cota correspondente a 100 anos. O valor da média é dado pela interseção da linha de tendência com o valor de z no período estabelecido.

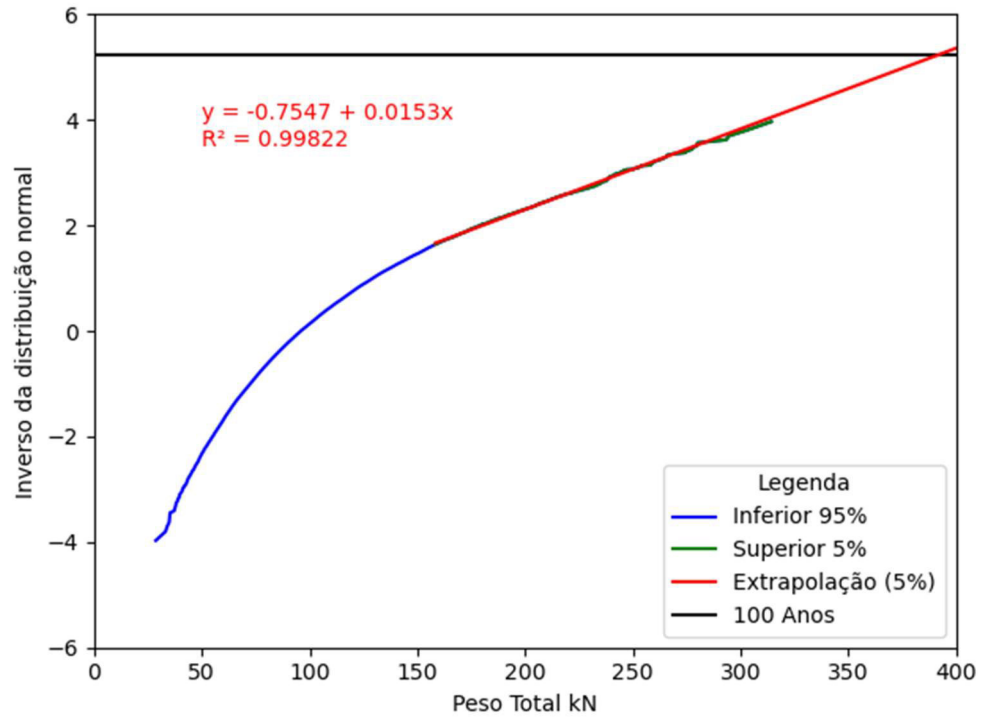


Figura 5.14 - Extrapolação para o veículo 2C na BR-290.

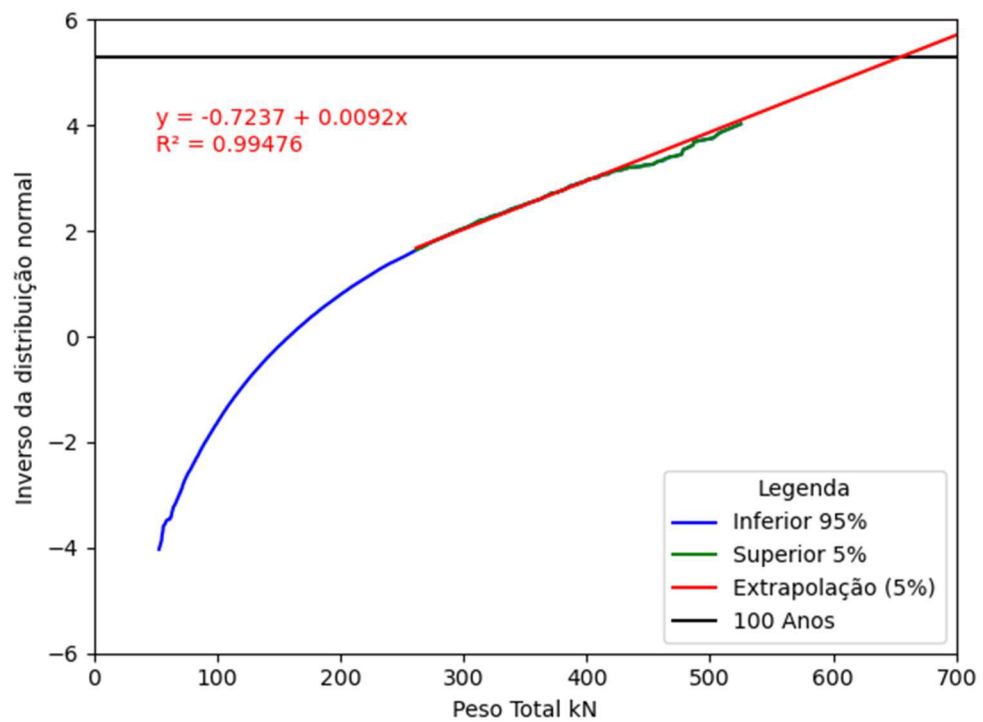


Figura 5.15 - Extrapolação para o veículo 3C na BR-290.

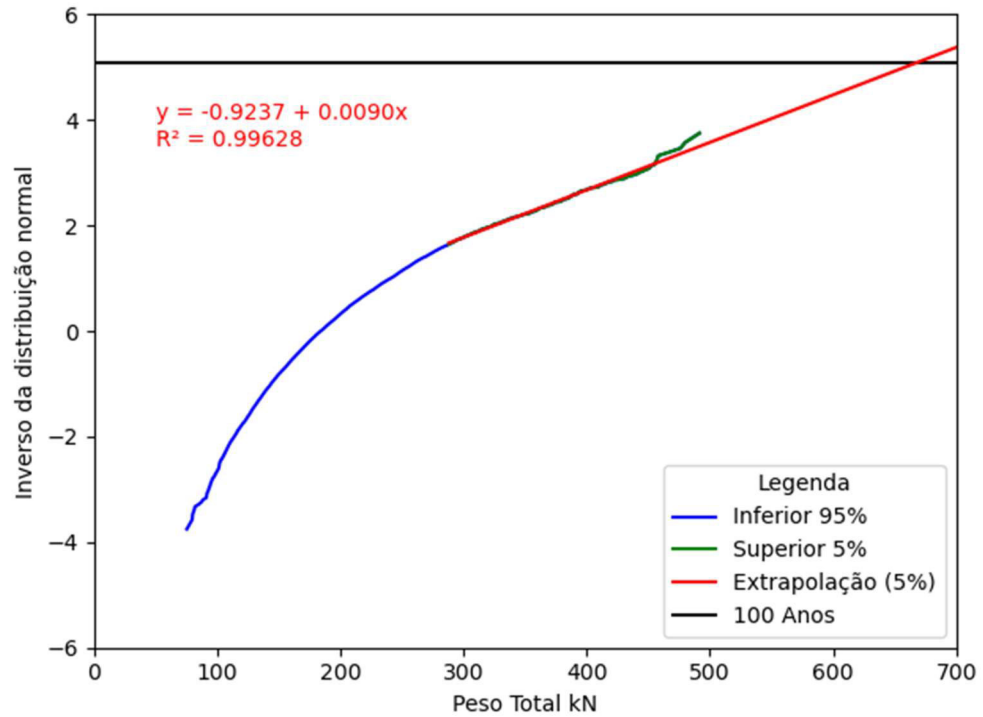


Figura 5.16 - Extrapolação para o veículo 2S2 na BR-290.

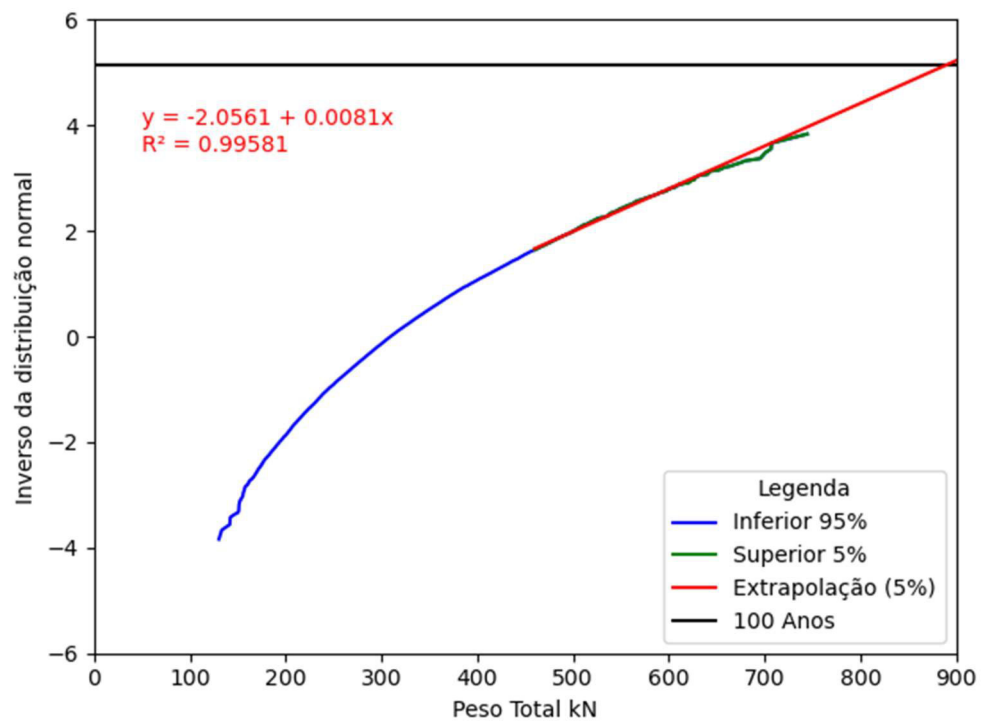


Figura 5.17 - Extrapolação para o veículo 2S3 na BR-290.

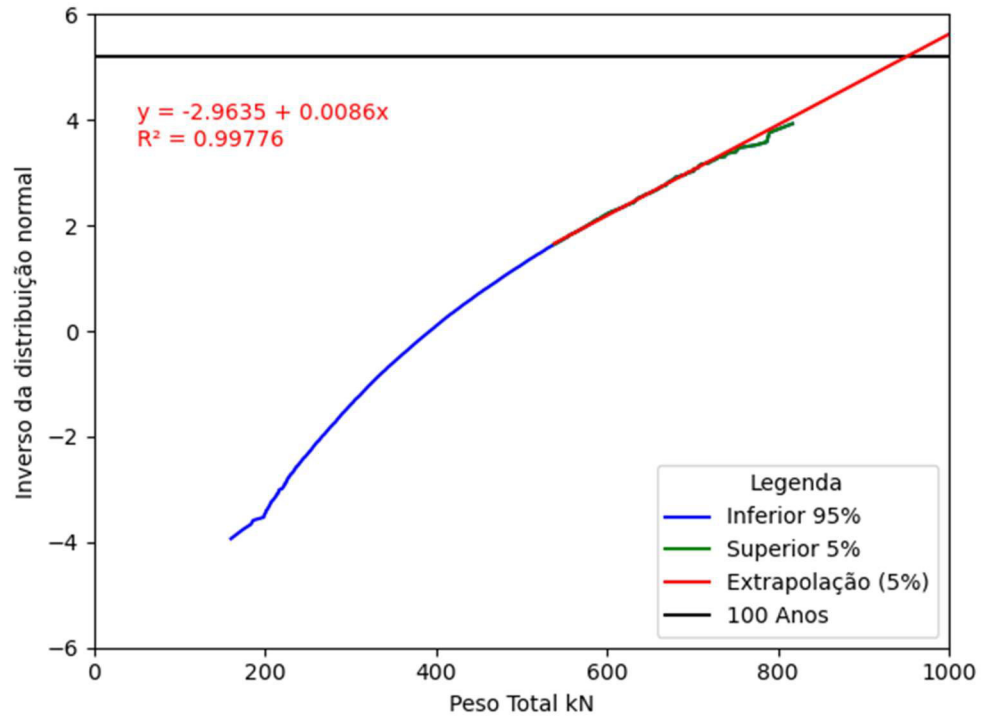


Figura 5.18 - Extrapolação para o veículo 3S3 na BR-290.

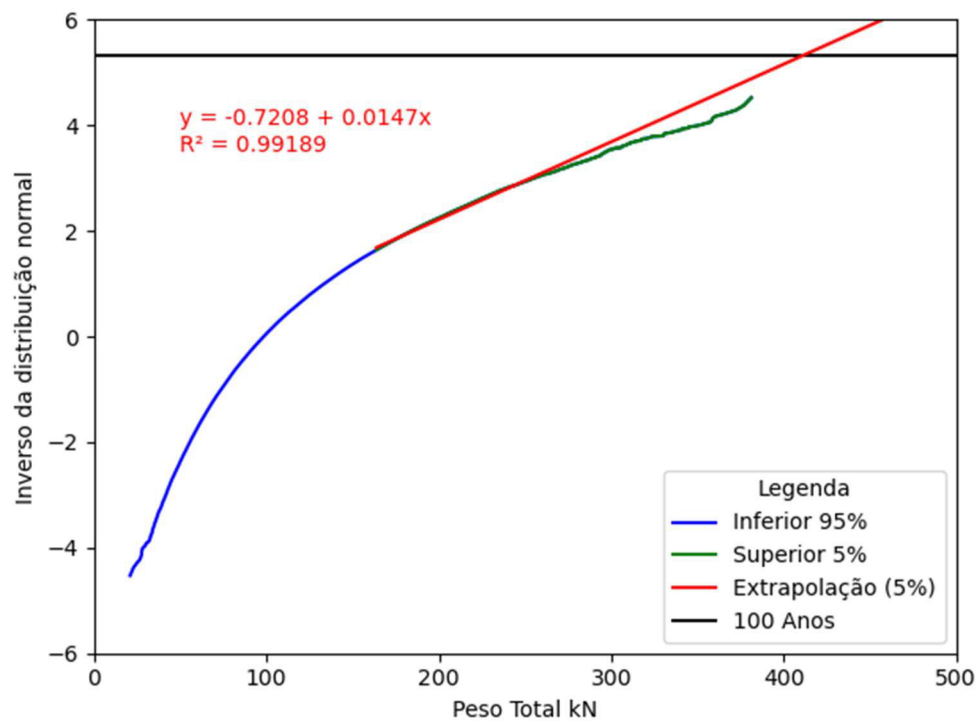


Figura 5.19 - Extrapolação para o veículo 2C na BR-381.

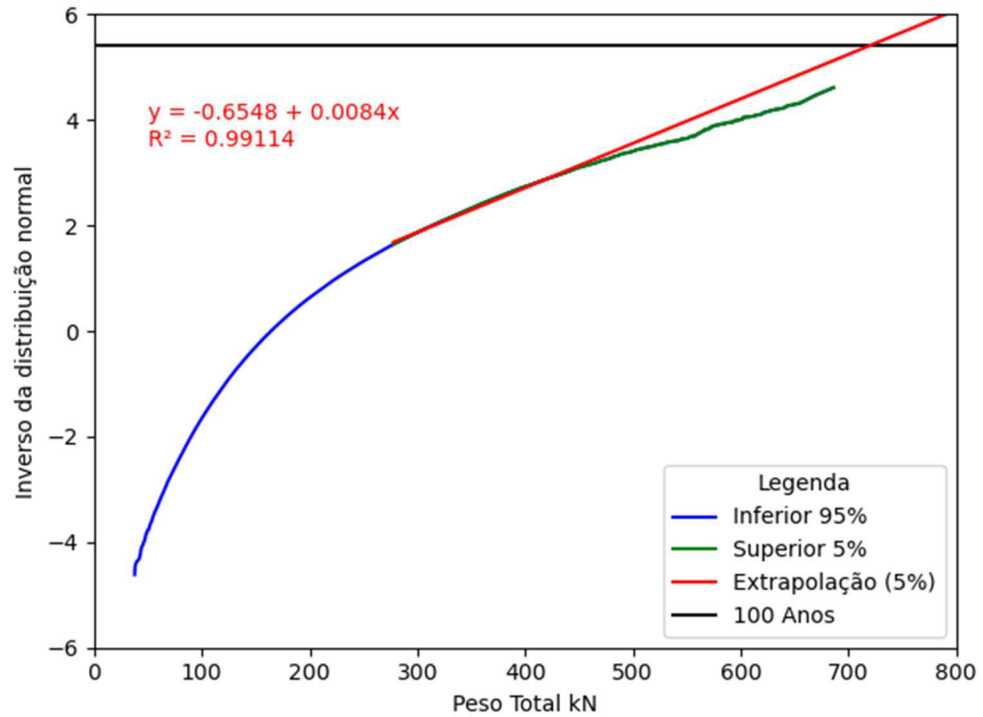


Figura 5.20 - Extrapolação para o veículo 3C na BR-381.

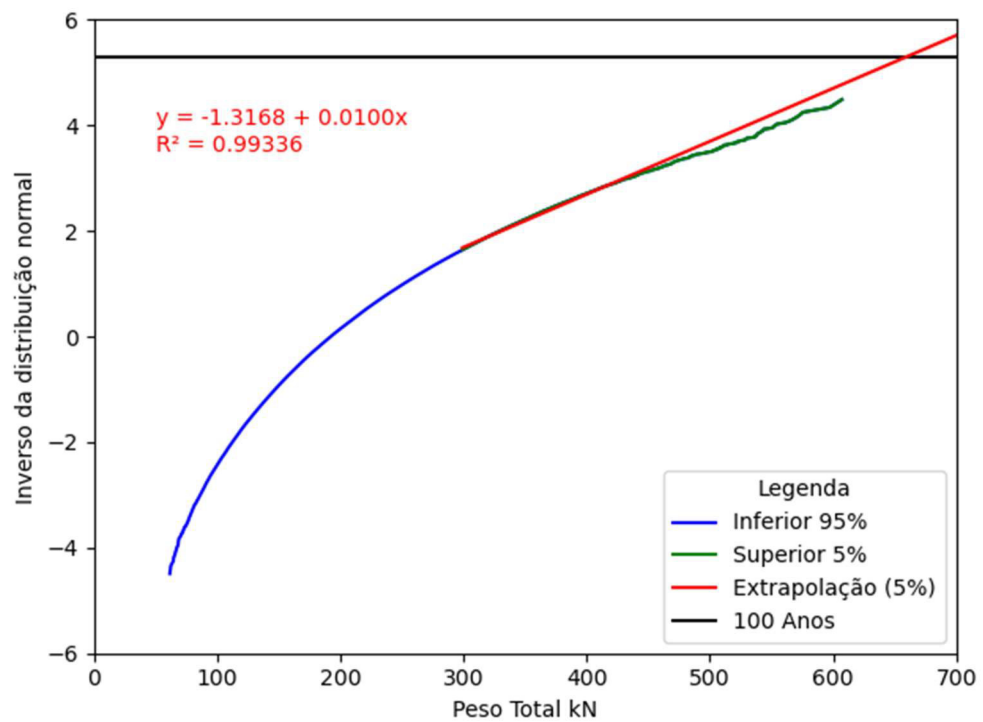


Figura 5.21 - Extrapolação para o veículo 2S2 na BR-381.

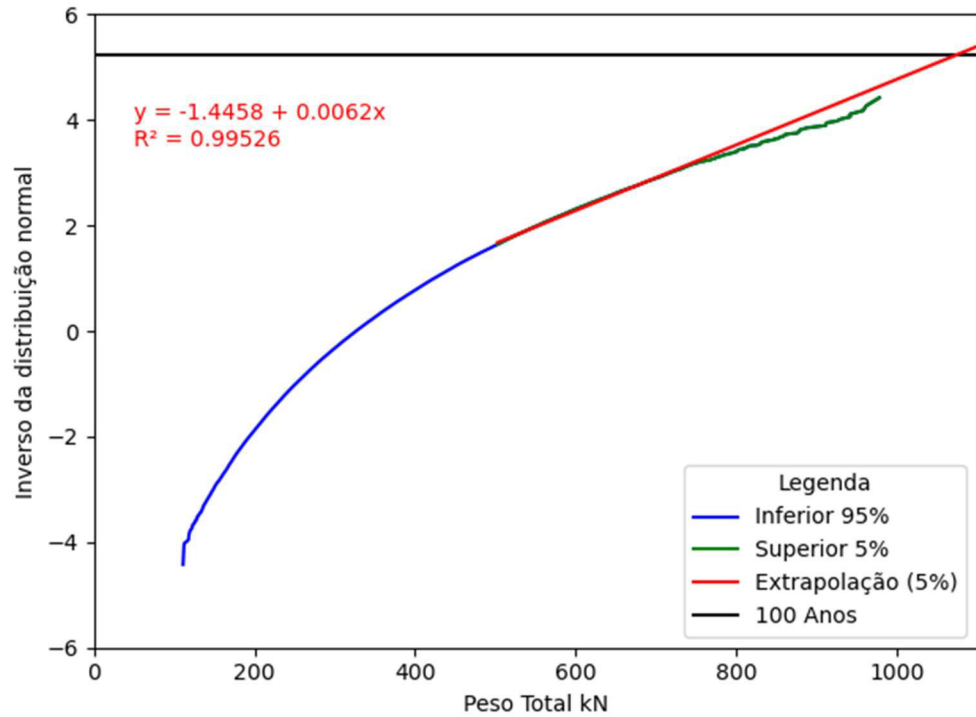


Figura 5.22 - Extrapolação para o veículo 2S3 na BR-381.

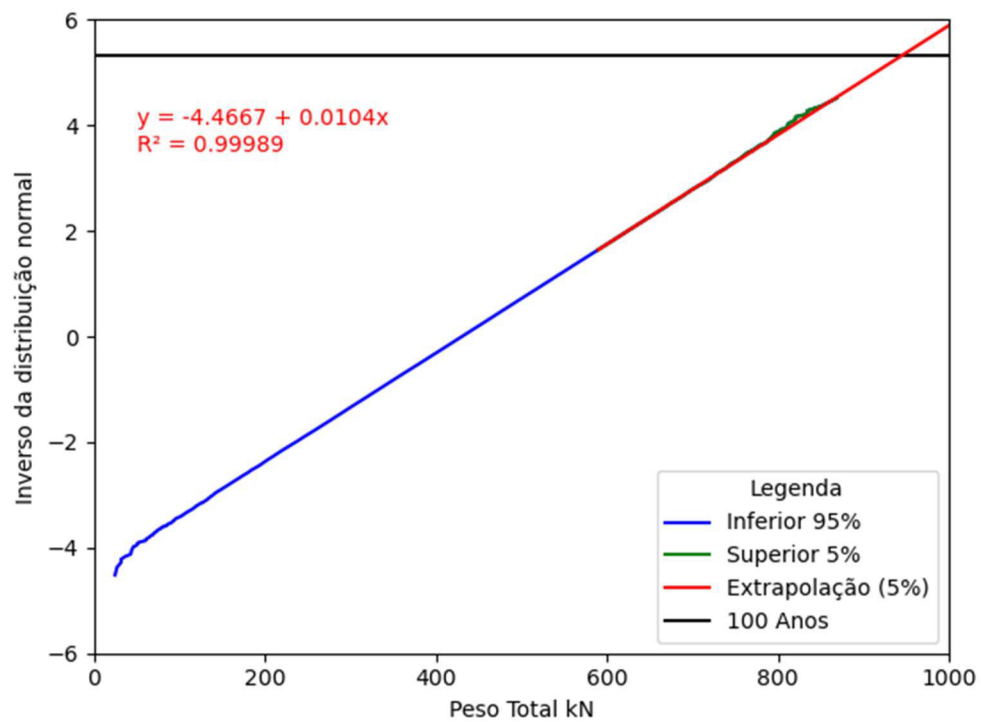


Figura 5.23 - Extrapolação para o veículo 3S3 na BR-381.

Além disso, a cauda superior da distribuição se assemelha a uma linha reta e o ajuste para 5% dos dados tem um coeficiente de regressão R^2 de 0,99. Resultado semelhante também foi relatado por Portela (2018).

Assim sendo, as Tabelas 5.9 e 5.10 apresentam estes valores para os caminhões estudados.

Tabela 5.9 - Parâmetros estatísticos dos veículos da BR-290 avaliados para 100 anos.

Veículo	Média (kN)	D. P. (kN)
2C	392,49	65,38
3C	654,45	108,75
2S2	666,97	111,07
2S3	889,69	123,51
3S3	951,95	116,34

Tabela 5.10 - Parâmetros estatísticos dos veículos da BR-381 avaliados para 100 anos.

Veículo	Média (kN)	D. P. (kN)
2C	411,38	67,99
3C	718,97	118,63
2S2	659,37	99,67
2S3	1074,97	160,76
3S3	944,35	96,47

Apesar de que os dados possibilitassem que fosse realizada uma análise dos pesos por eixo, por causa da sua grande aleatoriedade, a distribuição do peso bruto entre os eixos é dada a partir da Eq. (5.1).

$$P_{eixo} = \frac{\text{Peso máximo permitido por eixo}}{\text{Peso máximo permitido por veículo}} \cdot \text{peso total calculado} \quad (5.1)$$

Para explicar será mostrado o caso do veículo 3S3 de 6 eixos da BR-290.

Os pesos máximos permitidos por eixos para o caso do veículo 3S3 são o eixo dianteiro que possui um peso máximo permitido de 60 kN e os demais cinco eixos 85 kN. O valor da carga média para o período de 100 anos é de 951,95 kN.

Logo, para o eixo dianteiro será encontrado o seguinte valor de carga:

$$P_{eixo} = \frac{60}{(60 + 5 \cdot 85)} \cdot 951,95 = 117,77 \text{ kN}$$

Para os demais eixos será encontrado o valor de 166,84 kN. Totalizando, assim, os 951,95 kN.

As Tabelas 5.11 e 5.12 apresentam a relação entre a média do peso bruto extrapolado para o período de 100 anos e o peso bruto total combinado (PBTC) máximo permitido.

Tabela 5.11 - Relação entre média do peso extrapolado e o PBTC (BR-290).

Veículo	Relação entre média do Peso extrapolado / PBTC	
	PBTC	100 anos
2C	160	2,45
3C	230	2,85
2S2	330	2,02
2S3	415	2,14
3S3	485	1,96

Tabela 5.12 - Relação entre média do peso extrapolado e o PBTC (BR-381).

Veículo	Relação entre média do Peso extrapolado / PBTC	
	PBTC	100 anos
2C	160	2,57
3C	230	3,13
2S2	330	2,00
2S3	415	2,59
3S3	485	1,95

5.3. Situações críticas de carregamento

A situação crítica para a investigação da segurança estrutural de pontes pode ser resultante da passagem de um único veículo ou da presença simultânea de dois ou mais veículos.

5.3.1. Caminhão Isolado

Nessa suposição, se admite que a presença de apenas um caminhão isolado sobre a ponte seja crítica para o cálculo dos momentos fletores em consequência do tráfego real.

Ao considerar os pesos das Tabelas 5.9 e 5.10, os veículos foram inicialmente dispostos nas posições críticas para a determinação do máximo momento fletor nas pontes analisadas. O veículo deve estar posicionado longitudinalmente à ponte no local onde seu carregamento produza o maior momento fletor e transversalmente deve estar com os pneus encostados no guarda-corpo da ponte. Não foi considerada a variabilidade da posição dos veículos e estes sempre foram considerados em suas posições mais críticas. A situação de caminhão isolado na ponte é ilustrada na Fig. 5.24.

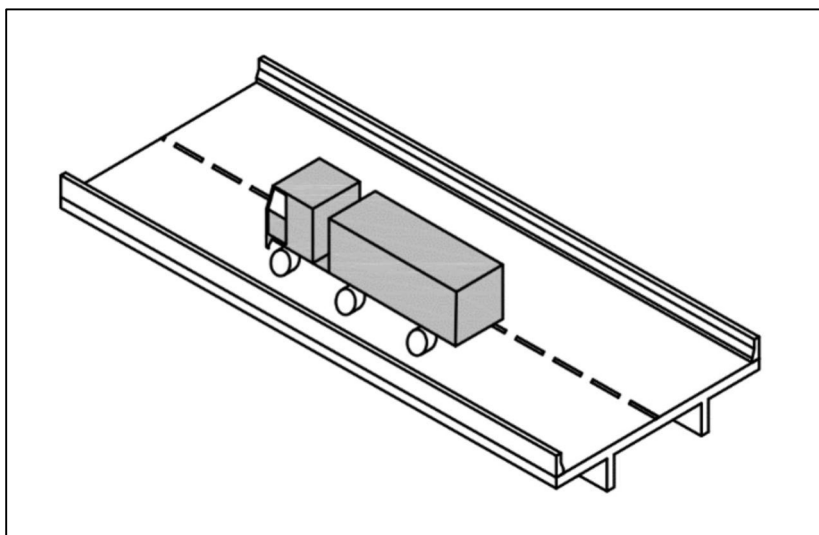


Figura 5.24 - Veículo isolado na ponte (MOURA, 2019).

Como a distância entre os eixos e o peso por eixo serão variáveis consideradas determinísticas, admite-se que o coeficiente de variação do peso do caminhão será o coeficiente de variação do momento fletor.

O coeficiente de variação será calculado ao considerar que o peso bruto máximo em 100 anos de vida útil é o valor médio de uma nova distribuição, de acordo com a indicação de Nowak (1999). Deste modo, no caso do caminhão 3S3 da BR-290, tem-se:

$$CV_{3S3} = \frac{116,34}{951,95} = 0,12$$

5.3.2. Presença Simultânea de 2 Caminhões

A análise de dois caminhões sobre as pontes demanda a determinação de sua posição relativa e da proporção entre seus pesos. Tendo em consideração que a probabilidade da passagem sobre a ponte de caminhões muito próximos e em posições relativas que acarretam em uma situação de máximo momento fletor é menor, em relação a um caminhão isolado (menor número de ocorrências), seus pesos brutos também devem ser inferiores.

Portela (2018) obteve dados estatísticos brasileiros que fornecem qual a probabilidade da ocorrência simultânea sobre as pontes. Ressalta-se que sua obtenção é bastante trabalhosa e foram necessários longos períodos de observação.

Portela (2018) utiliza as probabilidades de ocorrência simultânea, para diferentes vãos de comprimento das estruturas, presentes nas Fig. 5.25 a Fig. 5.28 para os casos de em fila (Following), lado-a-lado (Side-by-side) e escalonado (Staggered) referente tráfego real de caminhões nas BR-290

e BR-381. As diferentes situações de presença simultânea de dois caminhões estudadas pelo autor são ilustradas na Fig. 5.29.

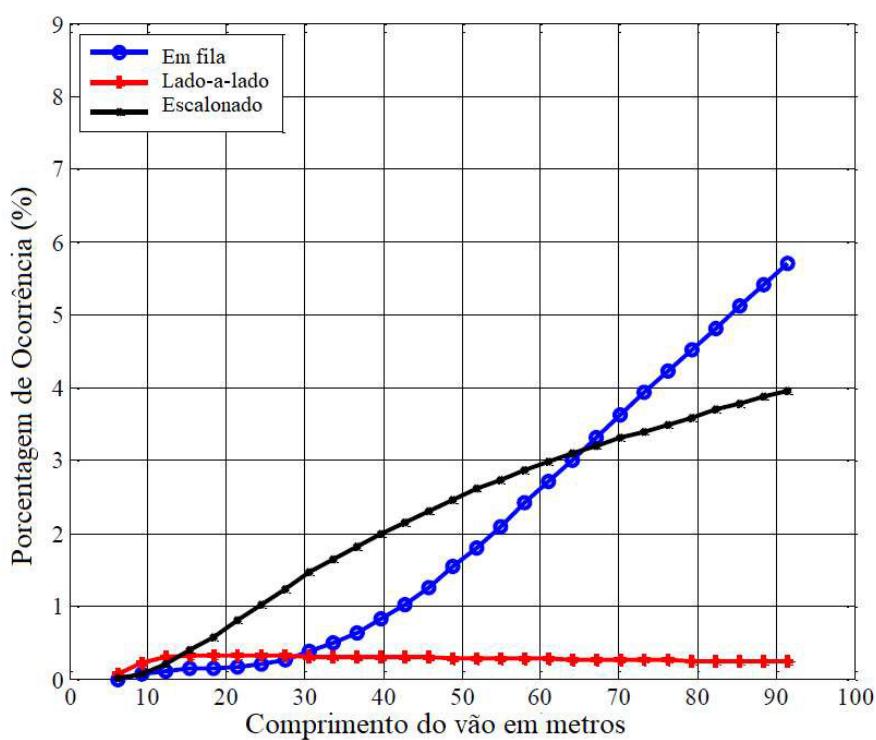


Figura 5.25 - Estatísticas de presença múltipla na BR-290 (Adaptado de Portela, 2018)

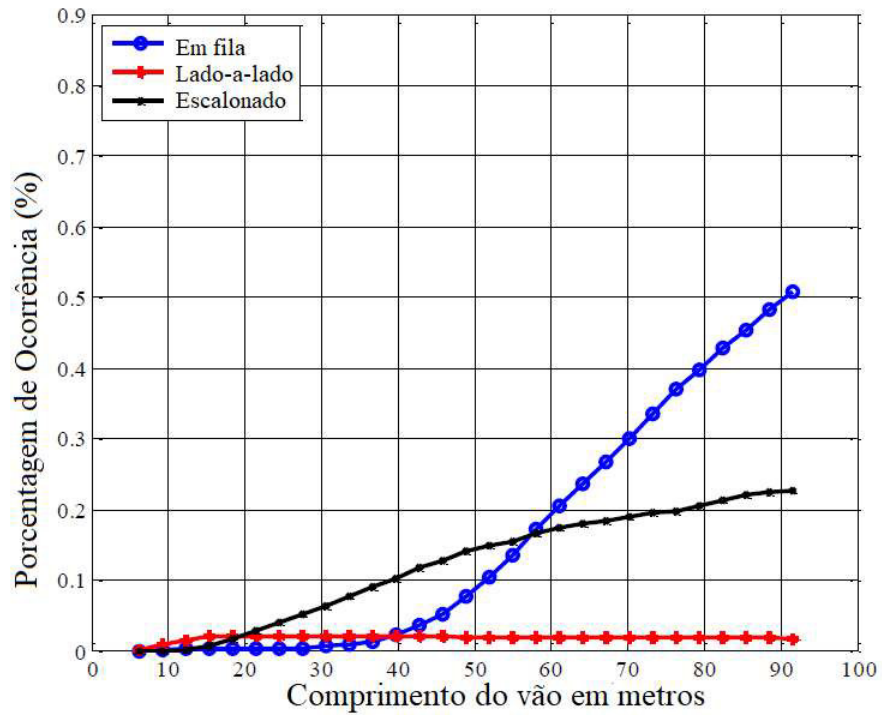


Figura 5.26 - Probabilidade de ocorrência de dois caminhões pesados em relação ao tráfego total de caminhões na BR-290 (Adaptado de Portela, 2018)

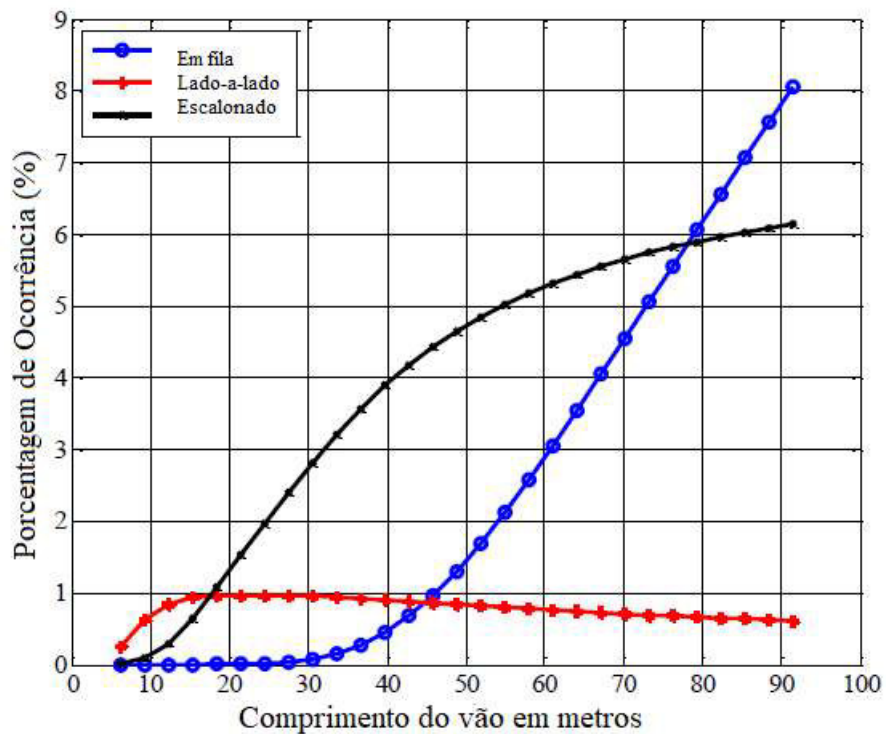


Figura 5.27 - Estatísticas de presença múltipla na BR-381 (Adaptado de Portela, 2018)

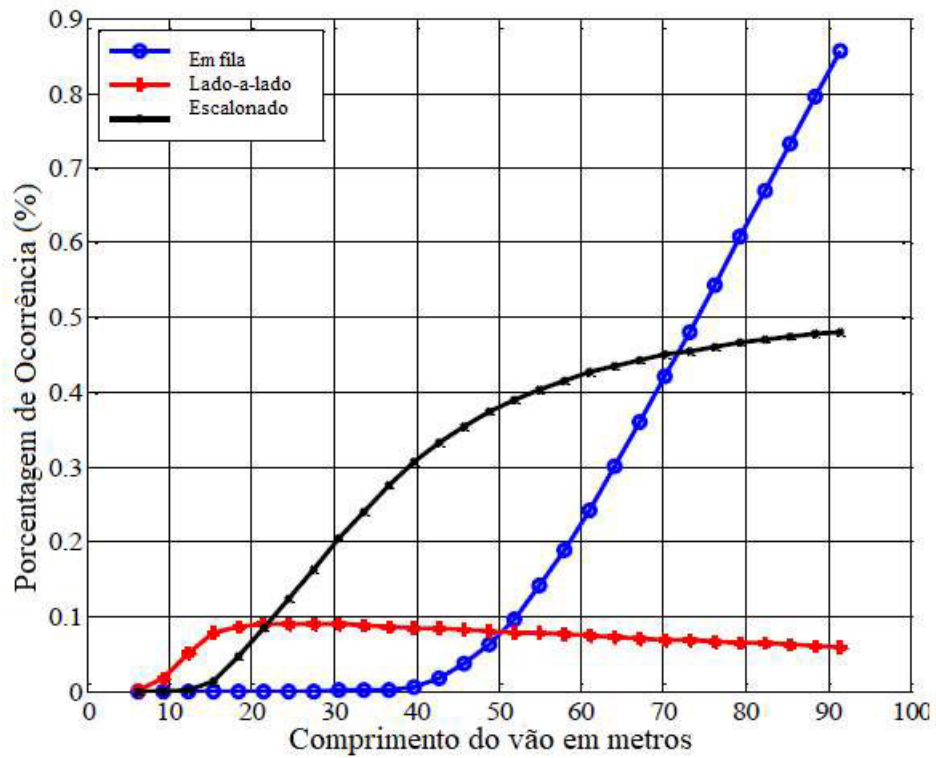


Figura 5.28 - Probabilidade de ocorrência de dois caminhões pesados em relação ao tráfego total de caminhões na BR-381 (Adaptado de Portela, 2018)

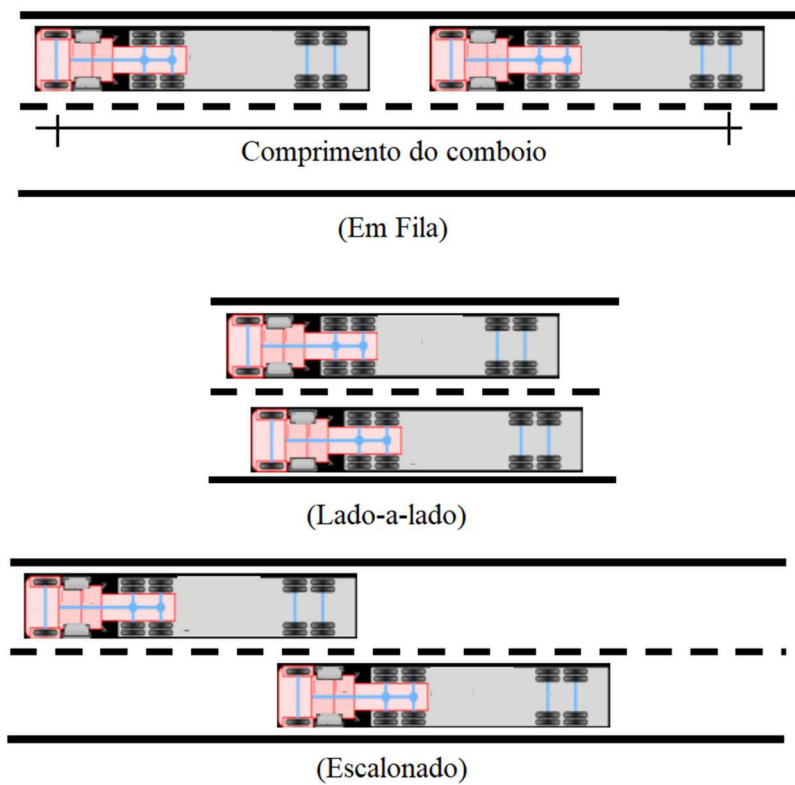


Figura 5.29 - Padrões de tráfego (Adaptado de Portela, 2018)

As duas situações a serem analisadas são modelos de carga móvel adaptados de Ferreira (2008), sendo elas:

- Hipótese 1: dois caminhões com pesos diferentes, sendo um deles com peso médio, fixando-se $z = 0$, e outro com probabilidade de ocorrência baseada nas Fig. 5.25 (BR-290) e Fig. 5.27 (BR-381);
- Hipótese 2: dois caminhões com probabilidade de ocorrência iguais, baseadas nas Fig. 5.26 (BR-290) e Fig. 5.28 (BR-381).

Como em Ferreira (2008), serão analisados os casos de veículos lado-a-lado (Fig. 5.30) e em fila (Fig. 5.31). No caso de caminhões em fila, duas alternativas são verificadas:

- Distância entre os caminhões igual a 5 ou 10 metros, mas sem considerar o coeficiente de impacto;
- Distância entre os caminhões variando entre 15 e 30 metros, de 5 em 5 metros, incorporando a parcela dinâmica.

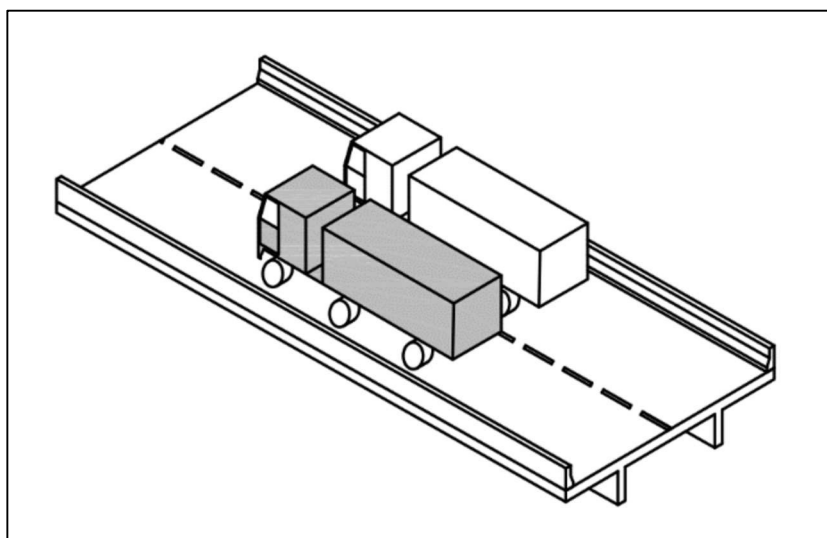


Figura 5.30 - Veículos dispostos lado a lado na ponte (MOURA, 2019).

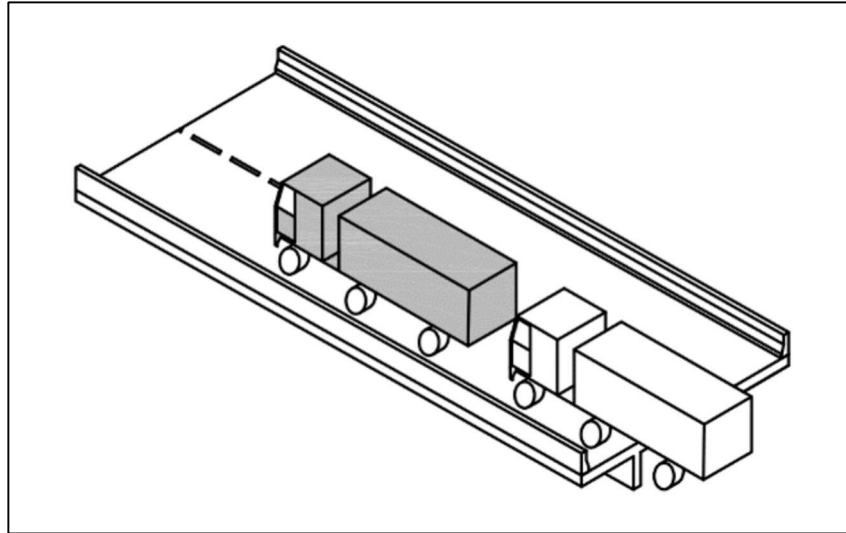


Figura 5.31 - Veículos um na frente do outro (MOURA, 2019).

Como mencionado anteriormente, adota-se para este trabalho um modelo de carga móvel adaptado de Ferreira (2008), ou seja, o caminhão principal será um 3S3 e o caminhão secundário será um 2S3.

Ressalta-se que o caso de veículos lado-a-lado se reporta a caminhões em faixas adjacentes, afastados transversalmente a 120 cm um do outro, e em quaisquer posições longitudinais que acarretem em uma situação de máximo momento fletor.

Os coeficientes de variação para cada caminhão foram calculados de acordo com Ferreira (2008). O coeficiente de variação do momento fletor, resultante da presença simultânea de 2 caminhões sobre a ponte é calculado para cada caso conforme a Eq. (5.2).

$$CV = \frac{\sqrt{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}}{M_{total}} = \frac{\sqrt{((M_1 \cdot CV_1)^2 + (M_2 \cdot CV_2)^2)}}{M_1 + M_2} \quad (5.2)$$

Onde:

M_{total} - Momento fletor devido à presença de dois caminhões sobre a estrutura;

M_1 - Parcela do momento fletor devido ao caminhão principal;

M_2 - Parcela do momento fletor devido ao caminhão secundário;

σ_1 - Desvio-padrão no momento fletor devido ao caminhão principal;

σ_2 - Desvio-padrão no momento fletor devido ao caminhão secundário;

CV_1 - Coeficiente de variação do peso do caminhão principal;

CV_2 - Coeficiente de variação do peso do caminhão secundário.

5.3.3. Coeficiente de Impacto

O coeficiente de impacto médio a ser empregado nas análises é aquele proposto por Nowak (1999). No caso de um caminhão isolado, o fator de amplificação dinâmico (FAD) do momento fletor é considerado igual a 0,15 do momento fletor estático e no caso de dois caminhões, o valor recomendado é 0,10. O coeficiente de variação (V_I) nos dois casos é igual a 80%. Destaca-se que quando os caminhões estão em fila com distância inferior a 15 m não será acrescentada a parcela dinâmica.

Nowak (1999) assumiu que o efeito da carga móvel é uma combinação de dois parâmetros, o valor estático da carga móvel e o fator de análise da carga móvel com média m_P de 1,00 e coeficiente de variação V_P de 0,12. Os parâmetros estatísticos finais da carga móvel são então dados pela Equação (5.3).

$$V_{LP} = \sqrt{V_L^2 + V_P^2} \quad (5.3)$$

Em que V_L é o coeficiente de variação da carga móvel estática obtido dos dados WIM. O parâmetro estatístico do efeito de carga móvel máxima, incluindo o efeito dinâmico pode ser escrito pelas Eq. (5.4) a Eq. (5.6).

$$m_{LP+I} = (1 + FAD) \cdot m_{LP} \quad (5.4)$$

$$\sigma_{LP+I} = \sqrt{\sigma_{LP}^2 + \sigma_I^2} \quad (5.5)$$

$$V_{LP+I} = \frac{\sigma_{LP+I}}{m_{LP+I}} \quad (5.6)$$

Onde $m_{LP} = m_L$ (média da carga estática dos dados WIM calculados conforme descrito anteriormente), $\sigma_{LP} = V_{LP} \cdot m_{LP}$, $\sigma_I = V_I \cdot m_I$ e $m_I = FAD \cdot m_L$. Neste trabalho, o valor combinado da carga móvel e dos efeitos dinâmicos é modelado, conforme Portela (2018), como uma distribuição normal, com média e desvio padrão conforme as Eq. (5.4) e Eq. (5.5), respectivamente.

6. CALIBRAÇÃO DE NORMAS COM BASE EM CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

Nas últimas décadas, os códigos de projeto que se baseiam no método dos estados limites têm calibrado os coeficientes parciais de segurança levando em conta abordagens probabilísticas, com a finalidade de atingir um estabelecido índice de confiabilidade alvo. Existem inúmeras orientações para se realizar o processo de calibração desses coeficientes, de maneira que resultem em um conjunto de valores que satisfaçam todas as estruturas referentes a uma dada classe, definida com base no código (SANTIAGO, 2019).

A Teoria da Confiabilidade vem sendo empregada para tal tarefa, já que a natureza estocástica dos riscos, cargas acidentais, propriedades dos materiais, dimensões dos elementos e outras grandezas demonstram a importância do tratamento probabilístico para a calibração dos coeficientes parciais de segurança (ELLINGWOOD, 2000).

A maior vantagem desse procedimento é que o método dos estados limites, com devidos coeficientes parciais de segurança calibrados baseados em abordagens probabilísticas, tornou a integral clássica que define o problema da confiabilidade estrutural em uma forma prática e direta para o uso em projetos, principalmente para profissionais não familiarizados com os conceitos da teoria da confiabilidade (FREUDENTHAL, 1947).

6.1. Índice de confiabilidade alvo (β_T)

A escolha do índice de confiabilidade alvo representa a segurança das estruturas de acordo com a nova norma. Este índice pode ser determinado avaliando as estruturas projetadas em conformidade com normas de projetos anteriores.

O JCSS (2001) propõe nas Tabelas 6.1 e 6.2 sugestões para os valores dos índices de confiabilidade alvo para estado limite último e suas respectivas probabilidades de falhas.

Para o procedimento de calibração, o índice de confiabilidade alvo escolhido foi o de 3,8 recomendado pelo Eurocode 2 (1989) para estados limites últimos.

Tabela 6.1 - Índice de Confiabilidade Alvo (Adaptado de JCSS, 2001)

Custo relativo da medida de segurança	Consequências de Falha		
	Mínimas	Moderadas	Elevadas
Alta	3,1	3,3	3,7
Normal	3,7	4,2	4,4
Pequena	4,2	4,4	4,7

Tabela 6.2 - Probabilidade de Falha (Adaptado de JCSS, 2001)

Custo relativo da medida de segurança	Consequências de Falha		
	Mínimas	Moderadas	Elevadas
Alta	10^{-3}	$5 \cdot 10^{-4}$	10^{-4}
Normal	10^{-4}	10^{-5}	$5 \cdot 10^{-6}$
Pequena	10^{-5}	$5 \cdot 10^{-6}$	10^{-6}

6.2. Procedimentos de Calibração de Norma

O processo de calibração de norma segue um padrão. De acordo com Beck (2019), os passos fundamentais para a calibração de norma são:

1. Definição do escopo: Como não é possível um formato de norma de projeto estrutural que corresponda a todas as situações de projeto, é cabível determinar o escopo da norma a ser calibrada. Assim, o material e o tipo da estrutura devem ser prescritos.
2. Selecionar os pontos de calibração: O espaço do projeto consiste nas variáveis básicas, por exemplo, comprimento da viga, área da seção transversal e propriedades, tensões nominais admissíveis, variedades e tipos de ações, entre outros. Estes são separados dentro de conjuntos discretos aproximadamente iguais. Em cada ponto discreto são determinados os valores de β_c , índice de confiabilidade da norma existente do ponto.
3. Norma de projeto existente: A norma de projeto existente é usada para projetar o elemento. Refaz-se para todas as combinações de pontos de calibração dentro de cada zona discreta.
4. Definição de estados limites: As funções de estados limites são estabelecidas e expressas em função das variáveis básicas.
5. Determinação das propriedades estatísticas: As propriedades estatísticas adequadas para cada variável básica são essenciais para a determinação do β_c .
6. Avaliação do β_c pela norma existente: Empregando-se um método de análise de confiabilidade adequado, em conjunto com as equações de estados limites e os dados estatísticos, cada projeto obtido no passo três é avaliado para determinação de β_c para cada ponto de calibração incluso em cada zona. Os resultados podem ser organizados de tal forma que as ações empregadas se tornam os parâmetros fundamentais.
7. Seleção do valor de β_T : Após várias análises no passo seis, as alterações no β_c na norma existente tornam-se visíveis. No processo de calibração, seria adequado o uso destas informações para definir-se uma média ponderada do β_c . Esta média pode ser utilizada como índice de confiabilidade alvo (β_T).

8. Observação dos fatores parciais implícitos nas normas existentes: apesar de não ser fundamental, ocasionalmente é usual ver como o formato de estimativa de segurança das normas existentes são convertidos para fatores parciais, sendo que o valor de β_T é fixado. O procedimento para obter estes fatores parciais é basicamente o reverso do procedimento do passo sete. Para um dado ponto de calibração, o valor de β_c é calculado para um estabelecido estado limite, utilizando o formato de avaliação da norma atual para determinar a resistência. Se $\beta_c < \beta_T$ a resistência necessária é devidamente aumentada até que $\beta_c = \beta_T$.
9. Seleção dos fatores parciais: Como exposto no passo anterior, os fatores parciais não são constantes para um dado formato de avaliação de segurança e para um dado valor de β_T . Para um projeto de norma é cômodo que os fatores parciais sejam constantes pelo menos para um grande grupo de situações de projetos, sendo assim alguns desvios são prováveis. Logo, a seleção dos fatores parciais adequados engloba determinada quantidade de julgamentos subjetivos.

A calibração dos coeficientes parciais de segurança é determinada a partir de um problema de otimização baseado em confiabilidade (RBDO). Esses coeficientes são calibrados de tal maneira que a diferença entre o índice de confiabilidade do problema e o índice de confiabilidade de alvo β_T seja a menor possível. O problema de otimização é expresso pela Eq. (6.1).

$$\text{minimizar: } W(\gamma) = \sum_{j=1}^L w_j (\beta_j(\gamma) - \beta_T)^2 \quad (6.1)$$

Onde j é o número de razões de carregamento (situações de projeto), β_T é o índice de confiabilidade alvo, β_j é o índice de confiabilidade obtido para cada situação de projeto j em função de cada coeficiente parcial de ponderação a ser calibrado no processo de otimização e γ é o conjunto de coeficientes parciais de ponderação para cada razão de carga considerada de projeto j a ser calibrado no processo de otimização.

Para cada razão de carga considerada, um peso diferente é utilizado na combinação (w_j na Eq. (6.1)), de acordo com a significância relativa dessa taxa de carga no uso real do código. Tabela 6.3 apresenta os pesos para as tipologias de estruturas avaliadas neste trabalho e quaisquer razões entre a ação variável e a ação permanente (Q_n/G_n), tendo tais pesos sido baseados em Ellingwood et al. (1980).

Tabela 6.3 - Pesos ω_j para diferentes razões Q_n/G_n (ELLINGWOOD et al., 1980)

Q_n/G_n	w_j
0,25	10
0,5	45
1	30
1,5	10
2	5

O problema de otimização na Eq. (6.1) é resolvido através do algoritmo Particle Swarm Optimization (PSO). Este algoritmo meta-heurístico é capaz de identificar o mínimo global em espaços de projeto não convexos (Kennedy e Eberhart, 1995).

6.3. Método de Otimização Particle Swarm (PSO)

Uma etapa essencial na elaboração de um problema de otimização é a seleção do método a ser empregado para resolvê-lo. Existem vários métodos de otimização, cada um apresenta suas próprias vantagens e desvantagens em concordância com as condições de contorno do problema apresentado. Há métodos muito competentes para tratamento de problemas com variáveis discretas, solução de problemas com função objetivo linear ou não-linear, solução de problemas sem restrições, entre outros. Mas, o objetivo deste trabalho não é a discussão de tais métodos, mas sim a implementação de um método de otimização dentro de um problema típico de engenharia estrutural.

Conforme Rao (2009), o método PSO se inspirou no comportamento de colônias e enxames de insetos, tendo como exemplo as formigas, abelhas, vespas ou cardumes de peixes. A palavra partícula simboliza um indivíduo dentro do conjunto do enxame. Cada indivíduo comporta-se independentemente do outro, porém quando ele descobre um caminho coerente em direção à comida ele avisa os outros indivíduos sobre sua posição, fazendo com que se movam em sua direção.

A analogia mencionada anteriormente pode ser reproduzida para o contexto de otimização quando se imagina que cada partícula retrata um ponto no domínio do problema de otimização, o qual é composto pelas variáveis de projeto. Cada partícula é inicialmente posicionada em uma região aleatória do domínio e contém duas propriedades: posição e velocidade. As partículas andam pelo domínio e armazenam as melhores posições, aquelas cuja função objetivo mostrou menor valor, e comunicam às outras partículas sobre essas posições para que elas atualizem sua posição e velocidade. O ajuste da posição e velocidade de uma partícula são dadas, respectivamente, pelas Eq. (6.2) e (6.3).

$$P_k(i) = P_k(i - 1) + V_k(i); k = 1, \dots, N \quad (6.2)$$

$$V_k(i) = V_k(i - 1) + C_1 r_1 [P_{best,k} - P_k(i - 1)] + C_2 r_2 [G_{best,k} - G_k(i - 1)]; k = 1, \dots, N \quad (6.3)$$

Onde $P_k(i)$ e $V_k(i)$ são, respectivamente, o vetor posição e velocidade da partícula j na i -ésima iteração e $P_k(i - 1)$ e $V_k(i - 1)$ o vetor posição e velocidade respectivos da mesma partícula na iteração precedente. C_1 e C_2 representam, respectivamente, as taxas de aprendizado cognitivo individuais e em grupo das partículas e r_1 e r_2 são números aleatórios distribuídos uniformemente entre 0 e 1. $P_{best,k}$ simboliza a melhor posição descoberta pela partícula j em todas as iterações anteriores e $G_{best,k}$ simboliza o menor valor da função objetivo descoberto em todas as iterações precedentes por qualquer uma das N partículas.

Segundo com Perez (2007), esse método é ótimo para atividades de otimização de estruturas. Vale ressaltar que o método PSO precisa apenas da função objetivo e definir os limites superiores e inferiores para as variáveis de projeto para ser executado, não sendo necessário o cálculo de derivadas para sua implementação. Além disto, não considera, por padrão, restrições de projeto em sua formulação. A Fig. 6.1 apresenta um fluxograma básico do funcionamento de um algoritmo de implementação de PSO.

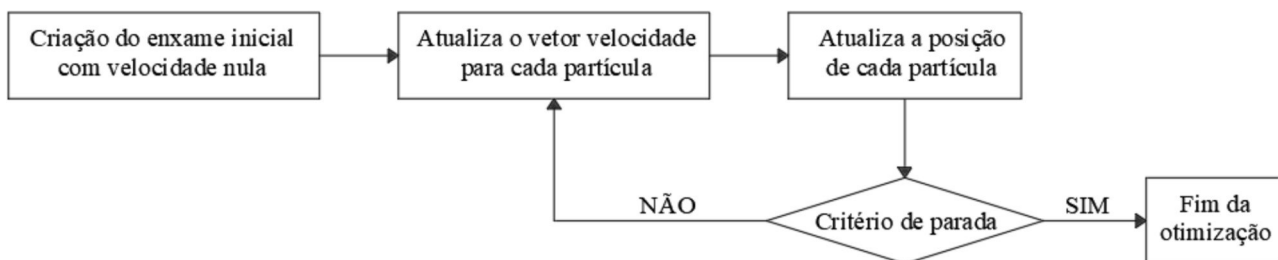


Figura 6.1 - Fluxograma simplificado do funcionamento do PSO (SILVA, 2021)

7. METODOLOGIA

Neste capítulo são apresentadas algumas das demais metodologias empregadas para realização das análises e obtenção dos resultados, tais como, distribuição transversal do carregamento, função performance e variáveis aleatórias.

7.1. Distribuição transversal do carregamento

A análise de distribuição transversal de cargas é feita pelo Método de Fauchart, utilizado para pontes sem transversinas intermediárias. Este método proporciona uma modelagem simples e com resultados muito próximos aos obtidos por um método com maior precisão, como o Método dos Elementos Finitos, de acordo com Ferreira et al. (2016).

O método de Fauchart permite converter um modelo bidimensional em um unidimensional, por meio da consideração da rigidez das longarinas com base na utilização de molas (FONTANA, 2016).

Segundo Heinen (2016), o método de Fauchart é empregado em tabuleiros de várias longarinas sem transversinas intermediárias. As vigas longitudinais devem ser simplesmente apoiadas, possuir inércia constante e se comportarem de acordo com as regras da Resistência dos Materiais (comportamento elástico linear). Neste método é desprezado o comportamento longitudinal da laje.

O método de Fauchart sugere o cálculo de uma estrutura plana que corresponde a um metro de largura da seção transversal da laje. As vigas são substituídas por molas as quais possuem resistência ao deslocamento vertical e à rotação. As constantes das molas são obtidas por meio da aplicação da teoria de Euler-Bernoulli para vigas e de torções elásticas, e a sua resolução é dada pelas séries de Fourier (STUCCHI, 2006), resultando nas Eq. (7.1) e Eq. (7.2).

$$k_v = \left(\frac{\pi}{L}\right)^4 \cdot E_{cs} \cdot I \quad (7.1)$$

$$k_t = \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \cdot G \cdot J \quad (7.2)$$

Onde L é o comprimento do vão em metros, I é o momento de inércia da seção da viga em m^4 , J é a constante de torção da viga em m^4 , E_{cs} é o módulo de elasticidade secante do material que

compõe a viga em kN/m^2 , G é o módulo de elasticidade transversal do material que compõe a viga em kN/m^2 , k_v é o coeficiente da mola vertical em kN/m e k_t é o coeficiente da mola transversal em $kN \cdot m/rad$.

Para se obter as linhas de influência que representam as cargas nas vigas, e obter as solicitações na laje, se resolve a viga sobre apoios elásticos para diversas posições de uma carga que provoca deslocamento unitário, como demonstrado na Fig. 7.2 (HEINEN, 2016).

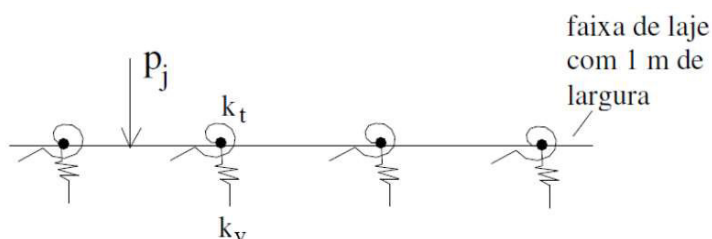


Figura 7.2 - Esquema estrutural transversal para uma faixa unitária (HEINEN, 2016)

7.2. Função performance

A função de performance empregada é definida pela diferença entre capacidade resistente e pelo somatório das ações solicitantes e matematicamente é expressa pela Eq. (7.3).

$$g(x) = R - S = 0 \quad (7.3)$$

Neste trabalho, a capacidade resistente das vigas de concreto protendido e concreto armado é definida pelo seu Momento Resistente, M_r , multiplicado pela estimativa do erro do modelo, θ_r , e as ações solicitantes são representadas pelo somatório dos momentos provenientes da carga permanente, M_g , e carga variável, M_q , multiplicados por um fator devido às incertezas das ações, θ_s , de forma que resulta a Eq. (7.4).

$$g(x) = \theta_r \cdot M_r - \theta_s \cdot (M_g + M_q) = 0 \quad (7.4)$$

O fator de incerteza das ações possui valor médio igual a 1,00, coeficiente de variação igual a 0,10 e curva de distribuição lognormal, conforme JCSS (2001).

Para determinação dos momentos solicitantes procedeu-se o cálculo conforme segue. O momento devido à carga permanente é calculado de acordo com a Eq. (7.5).

$$M_g = \frac{g \cdot l^2}{8} \quad (7.5)$$

Onde l é o vão de cálculo e g é a carga permanente.

O momento devido à carga variável é calculado por meio do Método de Fauchart.

Para as análises de confiabilidade, é utilizado o modelo computacional, desenvolvido no Capítulo 4, para determinar o Momento Resistente (M_r), com bases nas variáveis aleatórias e determinísticas relacionadas a resistência do elemento estrutural estudado.

7.3. Variáveis aleatórias

Inúmeras variáveis estão presentes no estudo de longarinas de pontes rodoviárias, tanto no que se refere aos materiais utilizados nas estruturas, quanto às solicitações aplicadas.

As doze variáveis aleatórias consideradas foram tratadas como independentes. Quando dois veículos cruzam a ponte, simultaneamente, pode haver correlação entre os pesos totais destes veículos, conforme mostrado no Capítulo 5.

A Tabela 7.1 apresenta as variáveis empregadas no cálculo do índice de confiabilidade por meio do Método de Confiabilidade de Primeira Ordem (FORM), as respectivas médias, coeficientes de variação e tipo de distribuição.

Tabela 7.1 - Distribuição e valores das variáveis aleatórias

Variável	Média μ	Desvio Padrão σ	Coeficiente de variação $V = \sigma/\mu$	Tipo de distribuição	Fonte
f_c (C30)	$1,22 \cdot f_{ck}$	-	0,15	Normal	Santiago (2019)
f_c (C40)	$1,16 \cdot f_{ck}$	-	0,11	Normal	Santiago (2019)
f_c (C50)	$1,11 \cdot f_{ck}$	-	0,10	Normal	Santiago (2019)
f_{pt}	$1,07 \cdot f_{ptk}$	-	0,015	Normal	Santiago (2019)
f_y	$1,22 \cdot f_{yk}$	-	0,04	Normal	Santiago (2019)
A_p	$1,03 \cdot A_{p,nom}$	-	0,01	Lognormal	Santiago (2019)
d_p	$d_{p,nom}$	1,00	-	Normal	JCSS (2001)
A_s	$A_{s,nom}$	-	0,015	Normal	Stucchi e Santos (2010)
d_s	$d_{s,nom}$	1,00	-	Normal	JCSS (2001)
θ_r	1,053 ou 0,999	-	0,081 ou 0,014	Normal	Autor
θ_s	1,00	-	0,10	Lognormal	JCSS (2001)
g_1	$1,06 \cdot g_{1,nom}$	-	0,12	Normal	Santiago (2019)
g_2	$g_{2,nom}$	-	0,25	Normal	Nowak (1999)
M_q	$M_{q,nom}$	Método de Nowak	-	Normal	Nowak (1999)

A carga permanente g foi separada em duas parcelas, sendo uma delas devido ao peso próprio dos elementos pré-moldados de concreto (g_1) e outra devido ao peso do pavimento asfáltico (g_2). A carga móvel, isto é, o peso dos veículos sobre a ponte é fundamentado nas metodologias de extrapolação de pesos brutos dos mesmos.

8. ANÁLISE E RESULTADOS

Neste capítulo são apresentadas as análises realizadas para a elaboração do trabalho, como por exemplo, projeto de longarinas de pontes rodoviárias, as análises de confiabilidade estrutural e procedimentos de calibração de norma.

8.1. Projeto de longarinas de pontes rodoviárias

Foram projetadas pontes de concreto protendido com vãos de 20 m, 30 m e 40 m, sempre com quatro vigas longarinas, sem transversinas intermediárias e espessura da laje de 21 cm. Para cada um dos vãos, as pontes foram projetadas com a resistência à compressão característica do concreto variando de 30 MPa, 40 MPa e 50 MPa. Também foram utilizados aços protendidos que possuem tensão de ruptura que varia entre 1900 MPa e 2100 MPa. Assim totalizando as 18 pontes.

Também foram projetadas pontes de concreto armado com vãos de 10 m, 15 m e 20 m, sempre com cinco vigas longarinas e sem transversinas intermediárias. Adotou-se a mesma espessura de laje e os mesmos valores para a resistência à compressão característica do concreto empregado no projeto das pontes de concreto protendido. Foram utilizados aços com tensão ao escoamento equivalente a 500 MPa. Assim totalizando as 9 pontes.

Os critérios de projeto que foram utilizados no dimensionamento das 27 pontes rodoviárias utilizadas no desenvolvimento deste trabalho foram as prescrições das normas NBR 6118 (ABNT, 2014), NBR 8681 (ABNT, 2003), NBR 7187 (ABNT, 2003) e NBR 7188 (ABNT, 2013).

Para o carregamento, quanto às ações permanentes, considerou-se o valor do peso específico para concreto armado ou protendido de 25 kN/m³ e para o peso específico da pavimentação adotou-se o valor de 24 kN/m³, considerando uma camada de asfalto com 7 cm de espessura. Para o recapeamento previu-se uma carga adicional de 2 kN/m².

Já para as cargas móveis, considerou-se o Trem-tipo TB-450 da NBR 7188 (ABNT, 2013), que é definido por um veículo tipo de 450 kN, com seis rodas, cada uma com 75 kN, três eixos de carga distanciados entre si em 1,5 m, com 6,0 m de comprimento por 3,0 m de largura, envolta por uma carga uniformemente distribuída constante $p = 5 \text{ kN/m}^2$. Decidiu-se majorar em 10% os esforços gerados pelo modelo de carga móvel, tendo em vista que os trechos onde foram realizadas as pesagens fazem parte de anéis rodoviários (ABNT NBR 7188:2013).

Foram avaliadas apenas as longarinas externas das pontes, que, geralmente, são as longarinas mais carregadas. Para as estruturas estudadas serão analisados os momentos fletores máximos positivos no meio do vão para vigas simplesmente apoiadas (biapoiadas).

As Figuras 8.1 a 8.5 mostram alguns detalhes do tabuleiro das pontes.

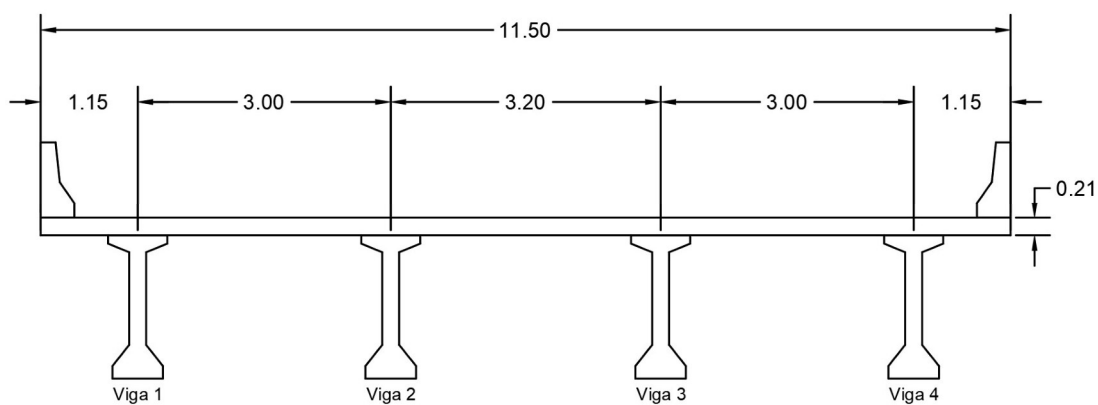


Figura 8.1 - Seção transversal do tabuleiro das pontes de concreto protendido (cotas em metros)

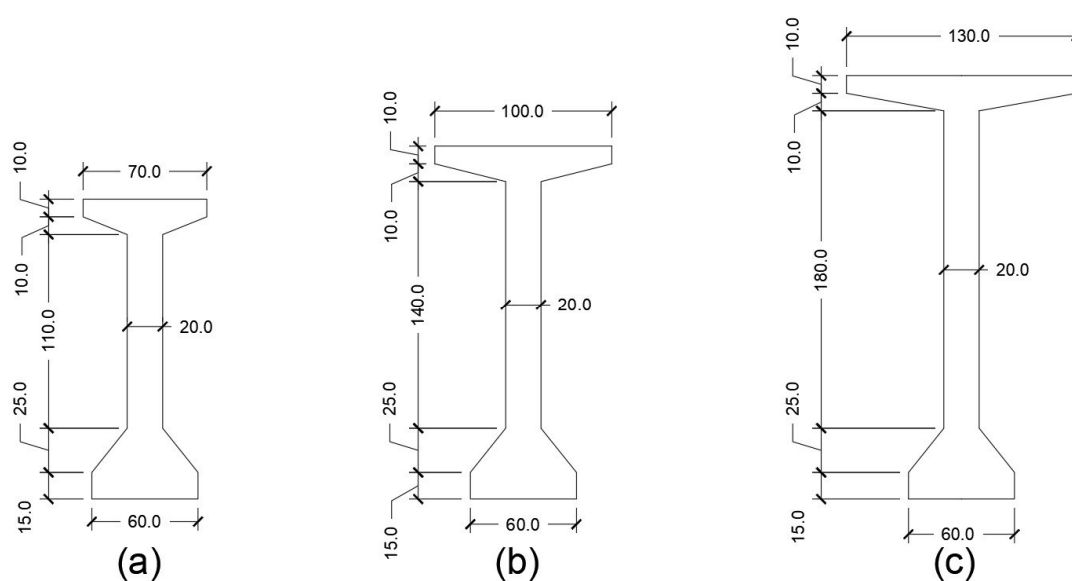


Figura 8.2 - Seção transversal das vigas longarinas de concreto protendido: (a) 20 m de vão, (b) 30 m de vão, (c) 40 m de vão (cotas em centímetros)

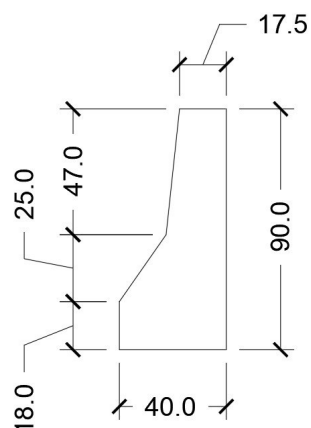


Figura 8.3 - Seção transversal do guarda-corpo (cotas em centímetros)

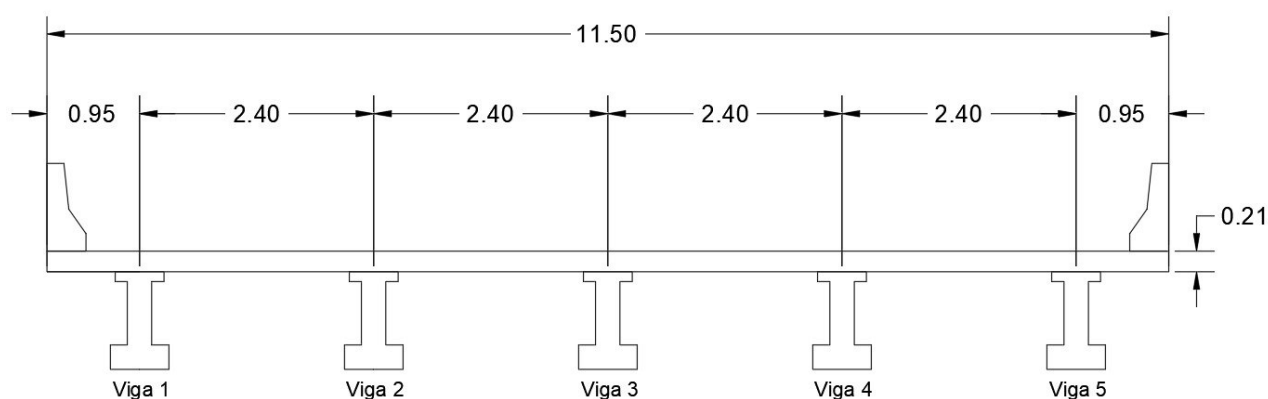


Figura 8.4 - Seção transversal do tabuleiro das pontes de concreto armado (cotas em metros)

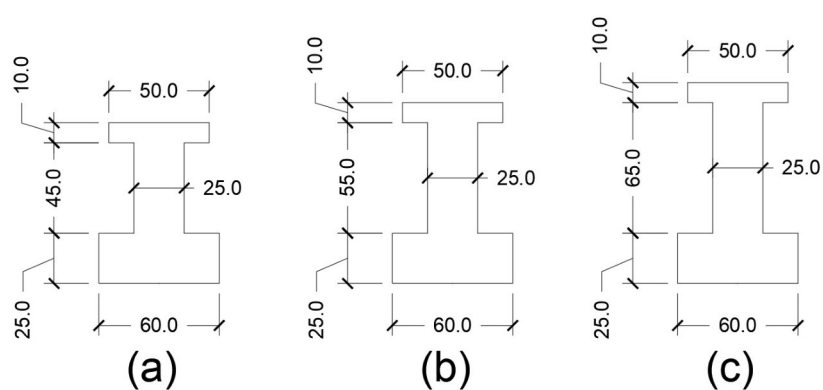


Figura 8.5 - Seção transversal das vigas longarinas de concreto armado: (a) 10 m de vão, (b) 15 m de vão, (c) 20 m de vão (cotas em centímetros)

Foi considerada a colaboração da laje do tabuleiro na resistência dos esforços. Nas pontes de concreto protendido considerou-se que as vigas externas estão acopladas a uma laje com 2,65 m de largura e as vigas internas a uma laje de 3,10 m de largura. Já nas pontes de concreto armado, considerou-se as vigas externas acopladas a uma laje com 2,15 m de largura e as vigas internas a uma laje de 2,40 m de largura.

Nas Tab. 8.1 e 8.2 são apresentadas as armaduras projetadas para as 27 pontes avaliadas.

Tabela 8.1 - Armadura projetada para as 18 pontes de concreto protendido avaliadas

Vão (m)	f_{ck} (MPa)	f_{ptk} (MPa)	A_p (cm ²)	d_p (cm)
20	30	1900	26,26	176
20	30	2100	24,24	176
20	40	1900	26,26	176
20	40	2100	24,24	176
20	50	1900	26,26	176
20	50	2100	24,24	176
30	30	1900	48,48	206
30	30	2100	44,44	206
30	40	1900	44,44	206
30	40	2100	40,40	206
30	50	1900	44,44	206
30	50	2100	40,40	206
40	30	1900	70,70	246
40	30	2100	65,65	246
40	40	1900	65,65	246
40	40	2100	60,60	246
40	50	1900	65,65	246
40	50	2100	60,60	246

Tabela 8.2 - Armadura projetada para as 9 pontes de concreto armado avaliadas

Vão (m)	f_{ck} (MPa)	A_s (cm ²)	d_s (cm)
10	30	54,00	96,50
10	40	54,00	96,50
10	50	54,00	96,50
15	30	78,54	104,00
15	40	78,54	104,00
15	50	78,54	104,00
20	30	117,81	111,50
20	40	117,81	111,50
20	50	112,59	112,95

8.2. Análise de Confiabilidade Estrutural

Para a determinação do índice de confiabilidade β foram adotados os modelos de carregamento móvel apresentados no capítulo 5. Para a situação de presença simultânea de dois caminhões em fila, foram considerados somente os casos de veículos afastados entre si a uma distância de 5, 10 e 15 m, visto que devidos às suas configurações e ao vão da ponte a ser analisada não seria possível a existência de ambos ao mesmo tempo sobre a estrutura com afastamentos superiores aos já adotados.

Para as análises de confiabilidade estrutural neste estudo empregou-se o método de confiabilidade de primeira ordem (FORM), utilizando a classe Reliability (REAL, 2023) implementada por meio da linguagem de programação PYTHON.

Os índices de confiabilidade obtidos para as pontes de concreto analisadas são apresentados nas Tab. 8.3 a 8.20, admitindo as variáveis aleatórias apresentadas na Tab. 7.1 e considerando a variação paramétrica da resistência à compressão do concreto, da resistência à tração do aço de protensão, do comprimento do vão da estrutura e do modelo de carregamento móvel.

Tabela 8.3 – Índice de confiabilidade da ponte de concreto protendido ($f_{ptk} = 1900$ MPa, Dados de pesagem da BR-290) para situação de caminhão isolado

Veículo	$f_{ck} = 30$ MPa			$f_{ck} = 40$ MPa			$f_{ck} = 50$ MPa		
	L = 20 m	L = 30 m	L = 40 m	L = 20 m	L = 30 m	L = 40 m	L = 20 m	L = 30 m	L = 40 m
2C	5,62	6,00	6,04	5,64	5,56	5,67	5,66	5,57	5,69
2S2	5,26	5,45	5,50	5,28	4,99	5,12	5,29	5,01	5,15
2S3	3,96	4,49	4,80	3,98	4,01	4,41	3,99	4,03	4,43
3C	4,03	4,84	5,18	4,06	4,38	4,80	4,07	4,39	4,82
3S3	4,04	4,47	4,74	4,06	3,99	4,36	4,07	4,01	4,38

Tabela 8.4 – Índice de confiabilidade da ponte de concreto protendido ($f_{ptk} = 1900$ MPa, Dados de pesagem da BR-290) para situação de presença simultânea de 2 caminhões (lado a lado)

Situação	$f_{ck} = 30$ MPa			$f_{ck} = 40$ MPa			$f_{ck} = 50$ MPa		
	L = 20 m	L = 30 m	L = 40 m	L = 20 m	L = 30 m	L = 40 m	L = 20 m	L = 30 m	L = 40 m
Hipótese 1	4,52	4,78	4,95	4,54	4,31	4,57	4,55	4,33	4,59
Hipótese 2	4,53	4,67	4,80	4,55	4,20	4,41	4,56	4,21	4,44

Tabela 8.5 – Índice de confiabilidade da ponte de concreto protendido ($f_{ptk} = 1900$ MPa, Dados de pesagem da BR-290) para situação de presença simultânea de 2 caminhões (em fila)

Situação	$f_{ck} = 30$ MPa			$f_{ck} = 40$ MPa			$f_{ck} = 50$ MPa		
	L = 20 m	L = 30 m	L = 40 m	L = 20 m	L = 30 m	L = 40 m	L = 20 m	L = 30 m	L = 40 m
Hipótese 1 (distância de 5 m)	5,34	5,72	5,33	5,36	5,25	4,94	5,37	5,27	4,97
Hipótese 2 (distância de 5 m)	5,48	5,68	5,14	5,50	5,21	4,75	5,51	5,23	4,77
Hipótese 1 (distância de 10 m)	-	5,45	5,40	-	4,98	5,01	-	4,99	5,04
Hipótese 2 (distância de 10 m)	-	5,60	5,44	-	5,14	5,06	-	5,15	5,08
Hipótese 1 (distância de 15 m)	-	-	5,14	-	-	4,76	-	-	4,78
Hipótese 2 (distância de 15 m)	-	-	5,32	-	-	4,94	-	-	4,96

Tabela 8.6 – Índice de confiabilidade da ponte de concreto protendido ($f_{ptk} = 2100$ MPa, Dados de pesagem da BR-290) para situação de caminhão isolado

Veículo	$f_{ck} = 30$ MPa			$f_{ck} = 40$ MPa			$f_{ck} = 50$ MPa		
	L = 20 m	L = 30 m	L = 40 m	L = 20 m	L = 30 m	L = 40 m	L = 20 m	L = 30 m	L = 40 m
2C	5,73	6,07	6,18	5,75	5,58	5,78	5,77	5,59	5,80
2S2	5,37	5,52	5,64	5,39	5,02	5,24	5,41	5,03	5,26
2S3	4,07	4,56	4,94	4,09	4,04	4,52	4,11	4,06	4,55
3C	4,15	4,91	5,33	4,17	4,40	4,91	4,18	4,42	4,93
3S3	4,15	4,54	4,89	4,18	4,02	4,47	4,19	4,03	4,49

Tabela 8.7 – Índice de confiabilidade da ponte de concreto protendido ($f_{ptk} = 2100$ MPa, Dados de pesagem da BR-290) para situação de presença simultânea de 2 caminhões (lado a lado)

Situação	$f_{ck} = 30$ MPa			$f_{ck} = 40$ MPa			$f_{ck} = 50$ MPa		
	L = 20 m	L = 30 m	L = 40 m	L = 20 m	L = 30 m	L = 40 m	L = 20 m	L = 30 m	L = 40 m
Hipótese 1	4,63	4,85	5,09	4,65	4,33	4,68	4,66	4,34	4,70
Hipótese 2	4,64	4,74	4,95	4,66	4,22	4,53	4,67	4,24	4,55

Tabela 8.8 – Índice de confiabilidade da ponte de concreto protendido ($f_{ptk} = 2100$ MPa, Dados de pesagem da BR-290) para situação de presença simultânea de 2 caminhões (em fila)

Situação	$f_{ck} = 30$ MPa			$f_{ck} = 40$ MPa			$f_{ck} = 50$ MPa		
	L = 20 m	L = 30 m	L = 40 m	L = 20 m	L = 30 m	L = 40 m	L = 20 m	L = 30 m	L = 40 m
Hipótese 1 (distância de 5 m)	5,45	5,79	5,48	5,48	5,28	5,06	5,49	5,30	5,08
Hipótese 2 (distância de 5 m)	5,59	5,75	5,29	5,61	5,24	4,86	5,62	5,26	4,89
Hipótese 1 (distância de 10 m)	-	5,52	5,55	-	5,00	5,13	-	5,02	5,15
Hipótese 2 (distância de 10 m)	-	5,67	5,59	-	5,16	5,17	-	5,18	5,19
Hipótese 1 (distância de 15 m)	-	-	5,29	-	-	4,87	-	-	4,89
Hipótese 2 (distância de 15 m)	-	-	5,46	-	-	5,05	-	-	5,07

Tabela 8.9 – Índice de confiabilidade da ponte de concreto protendido ($f_{ptk} = 1900$ MPa, Dados de pesagem da BR-381) para situação de caminhão isolado

Veículo	$f_{ck} = 30$ MPa			$f_{ck} = 40$ MPa			$f_{ck} = 50$ MPa		
	L = 20 m	L = 30 m	L = 40 m	L = 20 m	L = 30 m	L = 40 m	L = 20 m	L = 30 m	L = 40 m
2C	5,54	5,94	5,98	5,56	5,48	5,61	5,57	5,50	5,63
2S2	5,46	5,59	5,59	5,48	5,13	5,21	5,50	5,15	5,23
2S3	3,30	3,91	4,32	3,32	3,44	3,93	3,33	3,46	3,95
3C	3,73	4,59	4,99	3,75	4,13	4,60	3,77	4,14	4,62
3S3	4,14	4,54	4,79	4,16	4,07	4,40	4,17	4,09	4,43

Tabela 8.10 – Índice de confiabilidade da ponte de concreto protendido ($f_{ptk} = 1900$ MPa, Dados de pesagem da BR-381) para situação de presença simultânea de 2 caminhões (lado a lado)

Situação	$f_{ck} = 30$ MPa			$f_{ck} = 40$ MPa			$f_{ck} = 50$ MPa		
	L = 20 m	L = 30 m	L = 40 m	L = 20 m	L = 30 m	L = 40 m	L = 20 m	L = 30 m	L = 40 m
Hipótese 1	4,49	4,75	4,92	4,51	4,28	4,53	4,52	4,30	4,55
Hipótese 2	4,26	4,39	4,53	4,28	3,91	4,13	4,29	3,92	4,15

Tabela 8.11 – Índice de confiabilidade da ponte de concreto protendido ($f_{ptk} = 1900$ MPa, Dados de pesagem da BR-381) para situação de presença simultânea de 2 caminhões (em fila)

Situação	$f_{ck} = 30$ MPa			$f_{ck} = 40$ MPa			$f_{ck} = 50$ MPa		
	L = 20 m	L = 30 m	L = 40 m	L = 20 m	L = 30 m	L = 40 m	L = 20 m	L = 30 m	L = 40 m
Hipótese 1 (distância de 5 m)	5,42	5,42	5,35	5,44	4,94	4,96	5,45	4,96	4,98
Hipótese 2 (distância de 5 m)	5,90	5,47	5,13	5,92	5,00	4,74	5,93	5,01	4,76
Hipótese 1 (distância de 10 m)	-	5,48	5,42	-	5,00	5,04	-	5,02	5,06
Hipótese 2 (distância de 10 m)	-	5,72	5,46	-	5,25	5,08	-	5,27	5,10
Hipótese 1 (distância de 15 m)	-	-	5,16	-	-	4,77	-	-	4,79
Hipótese 2 (distância de 15 m)	-	-	5,36	-	-	4,98	-	-	5,00

Tabela 8.12 – Índice de confiabilidade da ponte de concreto protendido ($f_{ptk} = 2100$ MPa, Dados de pesagem da BR-381) para situação de caminhão isolado

Veículo	$f_{ck} = 30$ MPa			$f_{ck} = 40$ MPa			$f_{ck} = 50$ MPa		
	L = 20 m	L = 30 m	L = 40 m	L = 20 m	L = 30 m	L = 40 m	L = 20 m	L = 30 m	L = 40 m
2C	5,65	6,00	6,12	5,67	5,51	5,72	5,68	5,53	5,74
2S2	5,57	5,66	5,73	5,59	5,16	5,32	5,60	5,17	5,34
2S3	3,41	3,99	4,47	3,43	3,47	4,05	3,45	3,49	4,07
3C	3,84	4,67	5,13	3,87	4,15	4,72	3,88	4,17	4,74
3S3	4,25	4,62	4,94	4,28	4,09	4,52	4,29	4,11	4,54

Tabela 8.13 – Índice de confiabilidade da ponte de concreto protendido ($f_{ptk} = 2100$ MPa, Dados de pesagem da BR-381) para situação de presença simultânea de 2 caminhões (lado a lado)

Situação	$f_{ck} = 30$ MPa			$f_{ck} = 40$ MPa			$f_{ck} = 50$ MPa		
	L = 20 m	L = 30 m	L = 40 m	L = 20 m	L = 30 m	L = 40 m	L = 20 m	L = 30 m	L = 40 m
Hipótese 1	4,60	4,83	5,06	4,63	4,30	4,64	4,64	4,32	4,66
Hipótese 2	4,37	4,46	4,67	4,39	3,93	4,25	4,40	3,95	4,27

Tabela 8.14 – Índice de confiabilidade da ponte de concreto protendido ($f_{ptk} = 2100$ MPa, Dados de pesagem da BR-381) para situação de presença simultânea de 2 caminhões (em fila)

Situação	$f_{ck} = 30$ MPa			$f_{ck} = 40$ MPa			$f_{ck} = 50$ MPa		
	L = 20 m	L = 30 m	L = 40 m	L = 20 m	L = 30 m	L = 40 m	L = 20 m	L = 30 m	L = 40 m
Hipótese 1 (distância de 5 m)	5,53	5,49	5,49	5,56	4,97	5,08	5,57	4,99	5,10
Hipótese 2 (distância de 5 m)	6,01	5,54	5,28	6,03	5,02	4,85	6,04	5,04	4,87
Hipótese 1 (distância de 10 m)	-	5,55	5,57	-	5,03	5,15	-	5,04	5,17
Hipótese 2 (distância de 10 m)	-	5,79	5,61	-	5,28	5,19	-	5,30	5,21
Hipótese 1 (distância de 15 m)	-	-	5,30	-	-	4,89	-	-	4,91
Hipótese 2 (distância de 15 m)	-	-	5,51	-	-	5,09	-	-	5,11

Tabela 8.15 – Índice de confiabilidade da ponte de concreto armado (Dados de pesagem da BR-290) para situação de caminhão isolado

Veículo	$f_{ck} = 30$ MPa			$f_{ck} = 40$ MPa			$f_{ck} = 50$ MPa		
	L = 10 m	L = 15 m	L = 20 m	L = 10 m	L = 15 m	L = 20 m	L = 10 m	L = 15 m	L = 20 m
2C	8,37	6,98	7,06	8,41	7,04	7,13	8,43	7,06	6,94
2S2	7,42	6,65	6,57	7,46	6,70	6,65	7,48	6,73	6,46
2S3	5,38	4,79	4,93	5,42	4,84	5,01	5,43	4,87	4,83
3C	5,58	4,63	5,00	5,62	4,68	5,07	5,64	4,71	4,90
3S3	6,04	5,17	5,05	6,08	5,22	5,13	6,10	5,25	4,94

Tabela 8.16 – Índice de confiabilidade da ponte de concreto armado (Dados de pesagem da BR-290) para situação de presença simultânea de 2 caminhões (lado a lado)

Situação	$f_{ck} = 30$ MPa			$f_{ck} = 40$ MPa			$f_{ck} = 50$ MPa		
	L = 10 m	L = 15 m	L = 20 m	L = 10 m	L = 15 m	L = 20 m	L = 10 m	L = 15 m	L = 20 m
Hipótese 1	6,93	5,81	5,56	6,97	5,87	5,64	6,99	5,89	5,45
Hipótese 2	7,15	5,82	5,45	7,19	5,87	5,53	7,21	5,90	5,35

Tabela 8.17 – Índice de confiabilidade da ponte de concreto armado (Dados de pesagem da BR-290) para situação de presença simultânea de 2 caminhões (em fila)

Situação	$f_{ck} = 30 \text{ MPa}$			$f_{ck} = 40 \text{ MPa}$			$f_{ck} = 50 \text{ MPa}$		
	L = 10 m	L = 15 m	L = 20 m	L = 10 m	L = 15 m	L = 20 m	L = 10 m	L = 15 m	L = 20 m
Hipótese 1 (distância de 5 m)	-	7,34	6,76	-	7,39	6,84	-	7,42	6,65
Hipótese 2 (distância de 5 m)	-	7,42	6,92	-	7,47	7,00	-	7,50	6,81

Tabela 8.18 – Índice de confiabilidade da ponte de concreto armado (Dados de pesagem da BR-381) para situação de caminhão isolado

Veículo	$f_{ck} = 30 \text{ MPa}$			$f_{ck} = 40 \text{ MPa}$			$f_{ck} = 50 \text{ MPa}$		
	L = 10 m	L = 15 m	L = 20 m	L = 10 m	L = 15 m	L = 20 m	L = 10 m	L = 15 m	L = 20 m
2C	8,13	6,88	6,94	8,17	6,93	7,02	8,19	6,96	6,83
2S2	7,57	6,77	6,85	7,60	6,82	6,93	7,62	6,85	6,74
2S3	4,30	3,88	4,11	4,34	3,93	4,19	4,36	3,96	4,01
3C	5,09	4,24	4,63	5,12	4,29	4,70	5,14	4,32	4,52
3S3	6,13	5,35	5,19	6,17	5,41	5,27	6,19	5,43	5,08

Tabela 8.19 – Índice de confiabilidade da ponte de concreto armado (Dados de pesagem da BR-381) para situação de presença simultânea de 2 caminhões (lado a lado)

Situação	$f_{ck} = 30 \text{ MPa}$			$f_{ck} = 40 \text{ MPa}$			$f_{ck} = 50 \text{ MPa}$		
	L = 10 m	L = 15 m	L = 20 m	L = 10 m	L = 15 m	L = 20 m	L = 10 m	L = 15 m	L = 20 m
Hipótese 1	6,86	5,84	5,55	6,90	5,89	5,63	6,92	5,92	5,44
Hipótese 2	6,81	5,51	5,09	6,85	5,56	5,17	6,87	5,59	4,98

Tabela 8.20 – Índice de confiabilidade da ponte de concreto armado (Dados de pesagem da BR-381) para situação de presença simultânea de 2 caminhões (em fila)

Situação	$f_{ck} = 30 \text{ MPa}$			$f_{ck} = 40 \text{ MPa}$			$f_{ck} = 50 \text{ MPa}$		
	L = 10 m	L = 15 m	L = 20 m	L = 10 m	L = 15 m	L = 20 m	L = 10 m	L = 15 m	L = 20 m
Hipótese 1 (distância de 5 m)	-	7,73	6,92	-	7,79	7,00	-	7,82	6,80
Hipótese 2 (distância de 5 m)	-	8,07	7,50	-	8,12	7,58	-	8,15	7,38

Tomando como índice de confiabilidade esperado o valor de 3,8, conforme Eurocode 2 (1989), a maioria das pontes superaram este valor, com exceção de alguns casos, como do veículo 2S3 baseado nos dados da pesagem da BR-381 (Tab. 8.9 e Tab. 8.12).

Pode-se notar que, no caso de caminhão isolado, o veículo 2S3 fornece os menores valores de índice de confiabilidade, com exceção de alguns casos, baseados nos dados da pesagem da BR-290, onde os veículos 3S3 (Tab. 8.3 e Tab. 8.6) ou 3C (Tab. 8.15) são os que refletem as maiores probabilidades de falhas. Nota-se que os veículos 2S3 e 3C não possuem maior peso bruto total combinado (PBTC) em relação ao 3S3, mas quando seus pesos são extrapolados para o período de 100 anos, possuem um desvio padrão maior.

Para as situações de presença simultânea de 2 caminhões, os casos de veículos lado a lado geram menores valores de índice de confiabilidade em relação aos casos de veículos em fila. Isto deve-se ao fato de que nos casos de veículos em fila os esforços gerados são menores devido às distâncias longitudinais entre eles, e nos casos de veículos lado a lado, por estarem situados praticamente na mesma posição transversal, geram esforços maiores.

Como já mencionado anteriormente, para cada um dos vãos avaliados foram projetadas pontes diferentes alterando a resistência à compressão do concreto, para as vigas de concreto armado e protendido, e a resistência do aço de protensão, para as vigas de concreto protendido. É possível observar que ao alterar parâmetros de projeto na faixa considerada não acarretam em alterações importantes no valor do índice de confiabilidade do elemento estrutural.

Os resultados do índice de confiabilidade, para os vãos de 20 m de comprimento, mostram que a probabilidade de falha para pontes de concreto protendido é maior do que para pontes de concreto armado, em termos de estado limite último, resultados opostos aos de Portela (2018). Acredita-se que isso se deve ao fato de que, para estruturas de concreto armado, o parâmetro estatístico da incerteza do modelo computacional (θ_r) varia menos em relação às estruturas de concreto protendido.

8.3. Calibração

Com o objetivo de se analisar a influência das ações variáveis sobre a segurança das vigas longarinas, foram levadas em consideração várias razões de carga (R_c), definidas pelo quociente entre os momentos fletores nominais originários das ações variáveis ($M_{q,nom}$) e das ações permanentes ($M_{g,nom}$). A razão de cargas assumiu os seguintes valores: 0,25; 0,50; 1,00; 1,50 e 2,00.

Em seguida, foram realizadas as análises de confiabilidade para seção transversal da viga longarina analisada. Nesta etapa, os momentos fletores solicitantes foram definidos a partir do momento resistente da viga, conforme a Eq. (8.1).

$$M_r(\gamma_c, \gamma_s) = \gamma_g \cdot M_{g,nom} + \gamma_q \cdot M_{q,nom} \quad (8.1)$$

Onde M_r é o momento fletor resistente de cálculo da seção transversal; $M_{g,nom}$ e $M_{q,nom}$ são respectivamente os momentos fletores nominais solicitantes referentes às cargas permanente e variável; γ_g e γ_q são, por essa ordem, os coeficientes parciais de segurança majoradores dos momentos fletores permanente e variável, adotados na devida ordem como 1,35 e 1,5; γ_c e γ_s são os coeficientes parciais de segurança da resistência do concreto e do aço, respectivamente, sendo adotados os valores de 1,4 e 1,15, na devida ordem (ABNT NBR 6118, 2014). Para as vigas de concreto protendido foi considerado, na verificação no Estado-Limite Último, o valor de cálculo da força de protensão com o coeficiente de ponderação γ_p igual a 0,9 para efeito favorável.

Uma vez que a razão de cargas é dada por $R_c = M_{q,nom}/M_{g,nom}$, os valores de solicitação foram obtidos conforme as Eq. (8.2) e Eq. (8.3).

$$M_{g,nom} = \frac{M_r(\gamma_c, \gamma_s)}{(\gamma_g + \gamma_q \cdot R_c)} \quad (8.2)$$

$$M_{q,nom} = R_c \cdot M_{g,nom} \quad (8.3)$$

As variáveis aleatórias consideradas foram as mesmas apresentadas na seção 7.2.2, com exceção do momento fletor originário da ação variável, onde se adotou a recomendação de Nowak e Collins (2000), ou seja, o valor da média equivalente ao valor nominal, coeficiente de variação igual a 0,18 e uma distribuição de probabilidade da classe Valores Extremos do Tipo I (Gumbel).

No processo de calibração, a carga permanente foi considerada como um todo, ou seja, não houve separação entre as parcelas devido ao peso do concreto e do pavimento asfáltico, conforme prescrito na NBR 8681 (ABNT, 2003). Sendo assim, adotou-se para o carregamento gerado pelo pavimento asfáltico (g_2) os mesmos parâmetros estáticos ocasionados pelo peso próprio dos elementos pré-moldados de concreto (g_1).

Para esta calibração optou-se por utilizar um valor fixo para os coeficientes parciais de segurança correspondente a resistência, uma vez que estes não são exclusivos para o tipo de estrutura estudada. Com isso serão adotados os valores de $\gamma_c = 1,4$, $\gamma_s = 1,15$ e $\gamma_p = 0,9$, sendo este último somente para estruturas de concreto protendido.

O conjunto dos coeficientes parciais de segurança foi obtido a partir da formulação de um problema de otimização baseado em confiabilidade (RBDO) e resolvido por meio da abordagem de enxame de partículas (PSO). Com base nos resultados, os coeficientes parciais de ponderação obtidos através do procedimento de calibração proposto são $\gamma_g = 1,35$ e $\gamma_q = 1,65$ para vigas de pontes de concreto protendido, e $\gamma_g = 1,15$ e $\gamma_q = 1,55$ para vigas de pontes de concreto armado. Tais coeficientes parciais de ponderação minimizam a expressão dada na Eq. (6.1), sendo solução do problema de minimização proposto para um valor do índice de confiabilidade alvo de 3,8 (β_T).

Os índices de confiabilidade obtidos para as vigas analisadas, antes à após a calibração, são apresentados nas Tab. 8.21 a 8.26, admitindo as variáveis aleatórias apresentadas anteriormente e considerando a variação paramétrica da resistência à compressão do concreto ($f_{ck} = 30; 40; 50$ MPa), tensão de ruptura aço protendido ($f_{ptk} = 1900; 2100$ MPa), do comprimento do vão ($L = 10; 15; 20; 30; 40$ m) e da razão de carregamento ($R_c = 0,25; 0,50; 1,00; 1,50; 2,00$).

Tabela 8.21 – Índices de confiabilidades obtidos para as vigas de concreto protendido antes da calibração ($f_{ptk} = 1900$)

R_c	$f_{ck} = 30$ MPa			$f_{ck} = 40$ MPa			$f_{ck} = 50$ MPa		
	$L = 20$ m	$L = 30$ m	$L = 40$ m	$L = 20$ m	$L = 30$ m	$L = 40$ m	$L = 20$ m	$L = 30$ m	$L = 40$ m
0.25	3,52	3,54	3,91	3,51	3,52	3,53	3,50	3,50	3,51
0.50	3,65	3,67	4,01	3,63	3,65	3,65	3,63	3,63	3,64
1.00	3,55	3,57	3,86	3,54	3,55	3,55	3,53	3,53	3,54
1.50	3,43	3,44	3,71	3,41	3,42	3,43	3,41	3,41	3,42
2.00	3,34	3,36	3,61	3,33	3,34	3,35	3,32	3,33	3,33

Tabela 8.22 – Índices de confiabilidades obtidos para as vigas de concreto protendido após a calibração ($f_{ptk} = 1900$)

R_c	$f_{ck} = 30$ MPa			$f_{ck} = 40$ MPa			$f_{ck} = 50$ MPa		
	$L = 20$ m	$L = 30$ m	$L = 40$ m	$L = 20$ m	$L = 30$ m	$L = 40$ m	$L = 20$ m	$L = 30$ m	$L = 40$ m
0.25	3,65	3,67	4,03	3,64	3,65	3,66	3,63	3,63	3,65
0.50	3,85	3,87	4,21	3,84	3,85	3,86	3,83	3,83	3,85
1.00	3,80	3,82	4,10	3,79	3,80	3,80	3,78	3,79	3,80
1.50	3,70	3,71	3,98	3,69	3,70	3,70	3,68	3,69	3,70
2.00	3,63	3,64	3,90	3,62	3,63	3,63	3,61	3,62	3,63

Tabela 8.23 – Índices de confiabilidades obtidos para as vigas de concreto protendido antes da calibração ($f_{ptk} = 2100$)

R_c	$f_{ck} = 30 \text{ MPa}$			$f_{ck} = 40 \text{ MPa}$			$f_{ck} = 50 \text{ MPa}$		
	$L = 20 \text{ m}$	$L = 30 \text{ m}$	$L = 40 \text{ m}$	$L = 20 \text{ m}$	$L = 30 \text{ m}$	$L = 40 \text{ m}$	$L = 20 \text{ m}$	$L = 30 \text{ m}$	$L = 40 \text{ m}$
0.25	3,52	3,54	4,04	3,51	3,52	3,53	3,50	3,50	3,51
0.50	3,65	3,67	4,14	3,63	3,65	3,65	3,62	3,63	3,64
1.00	3,55	3,56	3,96	3,53	3,54	3,55	3,53	3,53	3,54
1.50	3,43	3,44	3,81	3,41	3,42	3,43	3,41	3,41	3,42
2.00	3,34	3,36	3,71	3,33	3,34	3,34	3,32	3,33	3,33

Tabela 8.24 – Índices de confiabilidades obtidos para as vigas de concreto protendido após a calibração ($f_{ptk} = 2100$)

R_c	$f_{ck} = 30 \text{ MPa}$			$f_{ck} = 40 \text{ MPa}$			$f_{ck} = 50 \text{ MPa}$		
	$L = 20 \text{ m}$	$L = 30 \text{ m}$	$L = 40 \text{ m}$	$L = 20 \text{ m}$	$L = 30 \text{ m}$	$L = 40 \text{ m}$	$L = 20 \text{ m}$	$L = 30 \text{ m}$	$L = 40 \text{ m}$
0.25	3,65	3,67	4,17	3,63	3,65	3,66	3,63	3,63	3,64
0.50	3,85	3,87	4,34	3,84	3,85	3,86	3,83	3,83	3,84
1.00	3,80	3,82	4,21	3,79	3,80	3,80	3,78	3,78	3,79
1.50	3,70	3,71	4,08	3,69	3,70	3,70	3,68	3,68	3,69
2.00	3,63	3,64	3,99	3,62	3,62	3,63	3,61	3,61	3,62

Tabela 8.25 – Índices de confiabilidades obtidos para as vigas de concreto armado antes da calibração

R_c	$f_{ck} = 30 \text{ MPa}$			$f_{ck} = 40 \text{ MPa}$			$f_{ck} = 50 \text{ MPa}$		
	$L = 20 \text{ m}$	$L = 30 \text{ m}$	$L = 40 \text{ m}$	$L = 20 \text{ m}$	$L = 30 \text{ m}$	$L = 40 \text{ m}$	$L = 20 \text{ m}$	$L = 30 \text{ m}$	$L = 40 \text{ m}$
0.25	4,39	4,40	4,43	4,37	4,38	4,40	4,35	4,36	4,37
0.50	4,40	4,42	4,44	4,38	4,39	4,41	4,37	4,38	4,38
1.00	4,08	4,09	4,11	4,06	4,07	4,08	4,05	4,06	4,06
1.50	3,87	3,89	3,90	3,86	3,87	3,88	3,85	3,86	3,86
2.00	3,75	3,76	3,78	3,74	3,74	3,75	3,73	3,73	3,74

Tabela 8.26 – Índices de confiabilidades obtidos para as vigas de concreto armado após a calibração

R_c	$f_{ck} = 30 \text{ MPa}$			$f_{ck} = 40 \text{ MPa}$			$f_{ck} = 50 \text{ MPa}$		
	$L = 20 \text{ m}$	$L = 30 \text{ m}$	$L = 40 \text{ m}$	$L = 20 \text{ m}$	$L = 30 \text{ m}$	$L = 40 \text{ m}$	$L = 20 \text{ m}$	$L = 30 \text{ m}$	$L = 40 \text{ m}$
0.25	3,56	3,58	3,61	3,54	3,56	3,57	3,53	3,54	3,54
0.50	3,85	3,87	3,89	3,83	3,84	3,86	3,82	3,83	3,83
1.00	3,80	3,81	3,83	3,79	3,79	3,80	3,77	3,78	3,78
1.50	3,71	3,72	3,74	3,70	3,70	3,71	3,69	3,69	3,69
2.00	3,65	3,66	3,67	3,64	3,64	3,65	3,63	3,63	3,63

As Figuras 8.6 a 8.14 ilustram o comportamento paramétrico dos índices de confiabilidade em função da variação da razão de carregamento para diferentes combinações de f_{ck} e L para as vigas de concreto protendido e concreto armado.

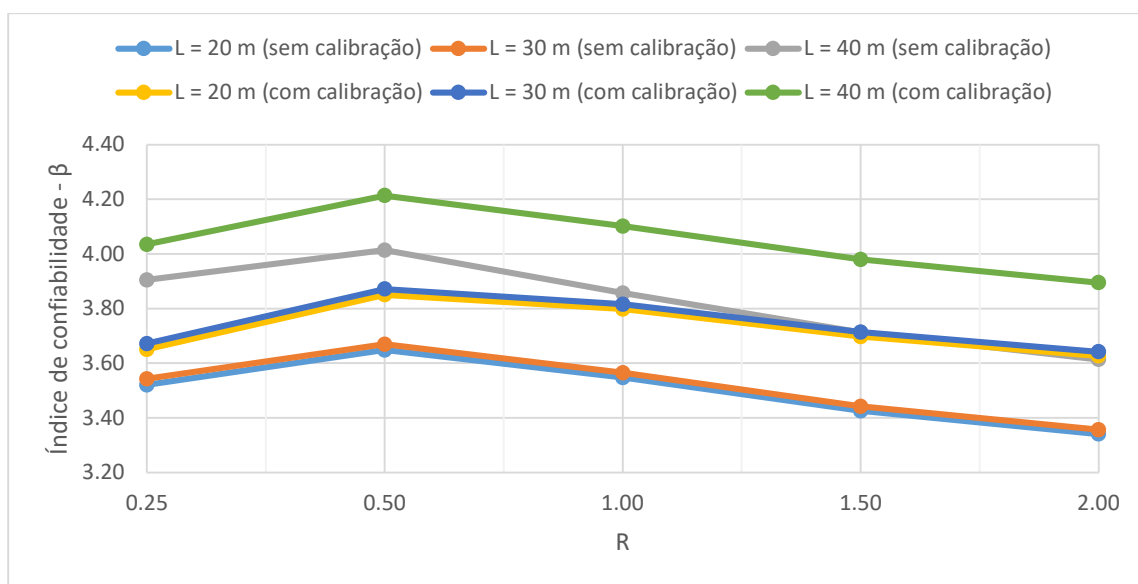


Figura 8.6 - Variação dos índices de confiabilidade para vigas de concreto protendo, $f_{ck} = 30$ MPa e $f_{ptk} = 1900$ MPa

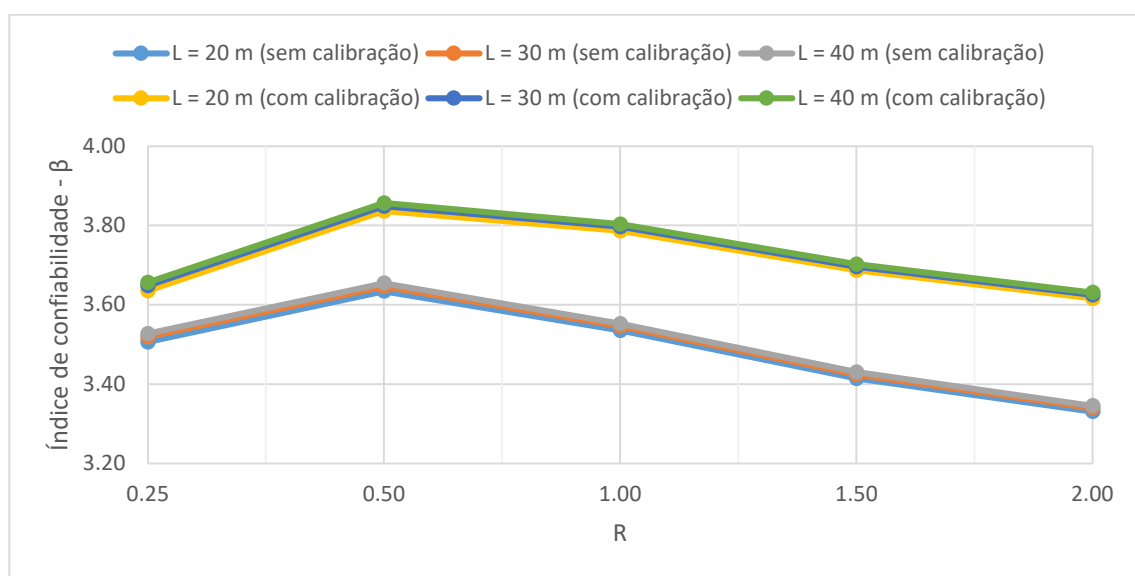


Figura 8.7 - Variação dos índices de confiabilidade para vigas de concreto protendido, $f_{ck} = 40$ MPa e $f_{ptk} = 1900$ MPa

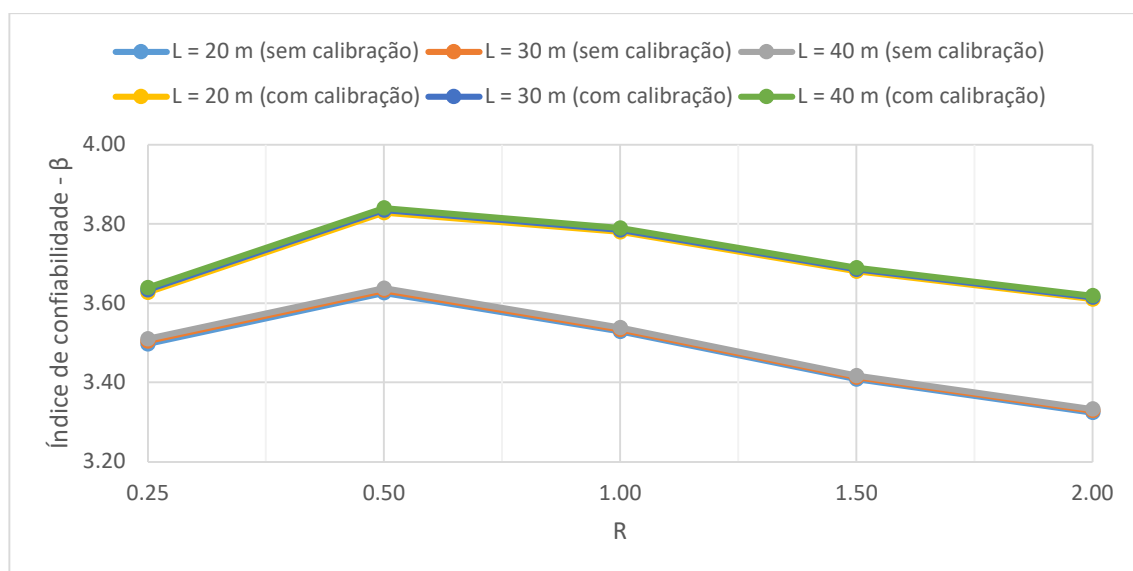


Figura 8.8 - Variação dos índices de confiabilidade para vigas de concreto protendido, $f_{ck} = 50$ MPa e $f_{ptk} = 1900$ MPa

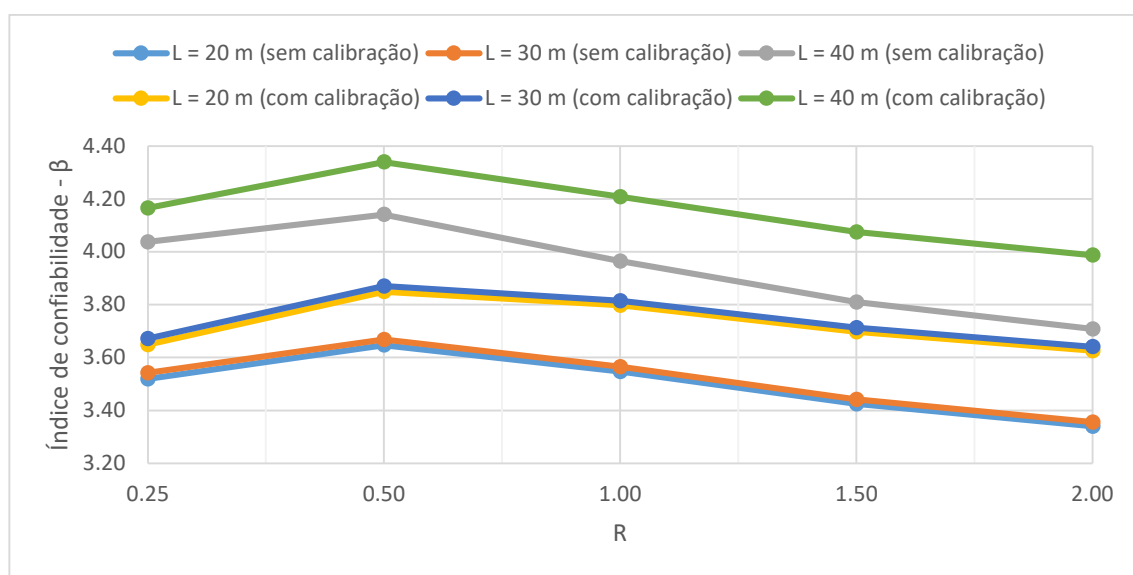


Figura 8.9 - Variação dos índices de confiabilidade para vigas de concreto protendido, $f_{ck} = 30$ MPa e $f_{ptk} = 2100$ MPa

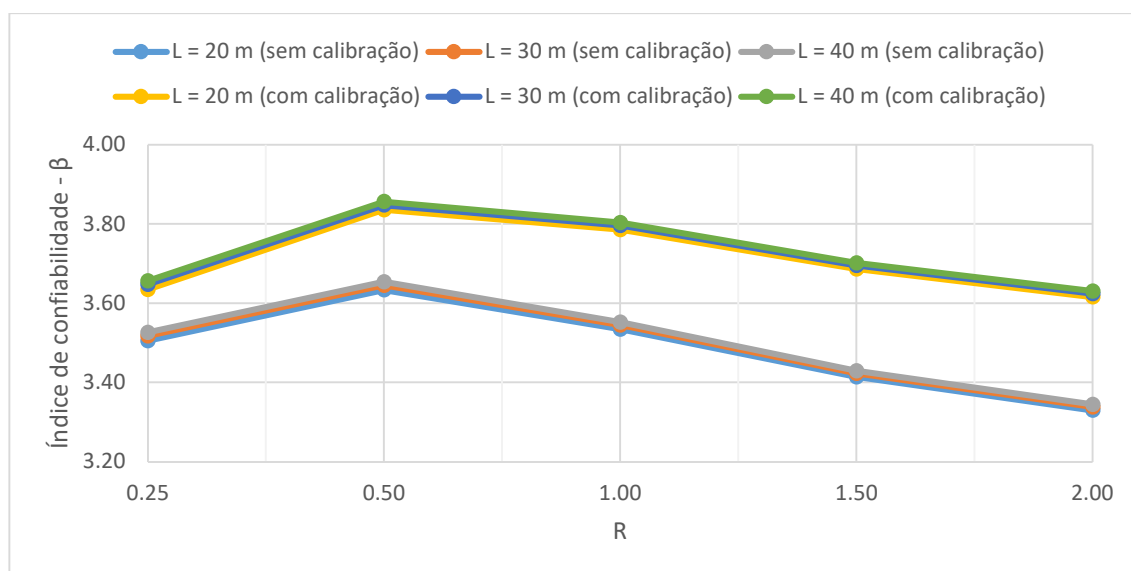


Figura 8.10 - Variação dos índices de confiabilidade para vigas de concreto protendido, $f_{ck} = 40$ MPa e $f_{ptk} = 2100$ MPa

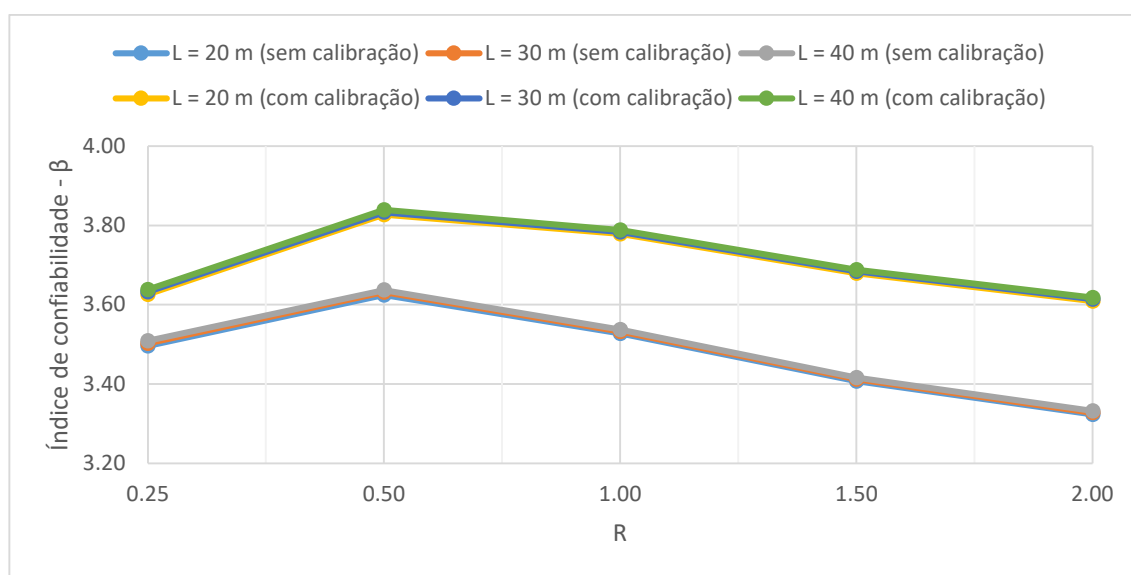


Figura 8.11 - Variação dos índices de confiabilidade para vigas de concreto protido, $f_{ck} = 50$ MPa e $f_{ptk} = 2100$ MPa

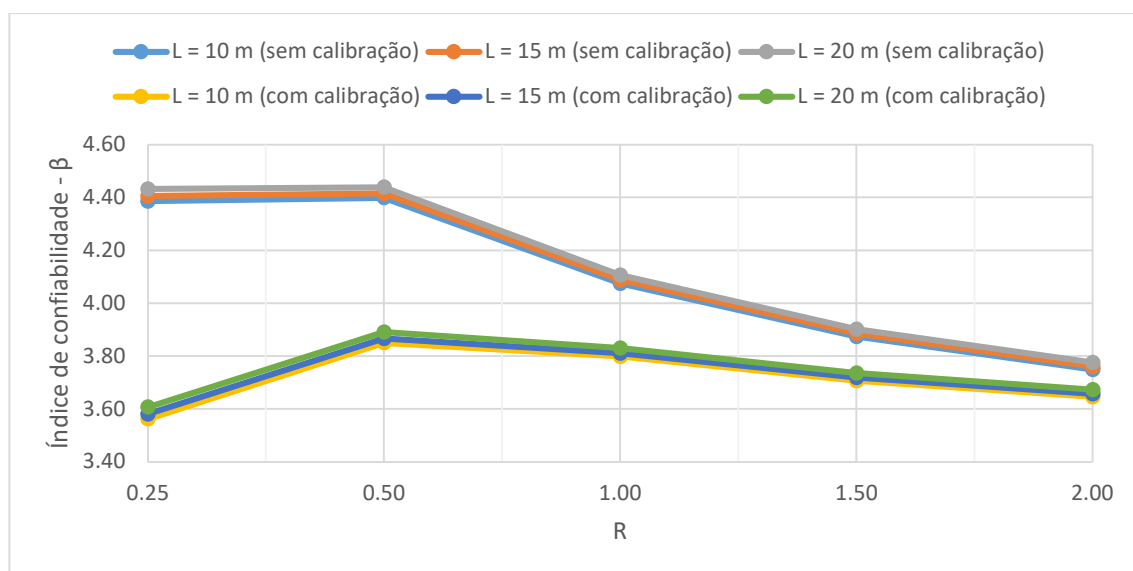


Figura 8.12 - Variação dos índices de confiabilidade para vigas de concreto armado e $f_{ck} = 30$ MPa

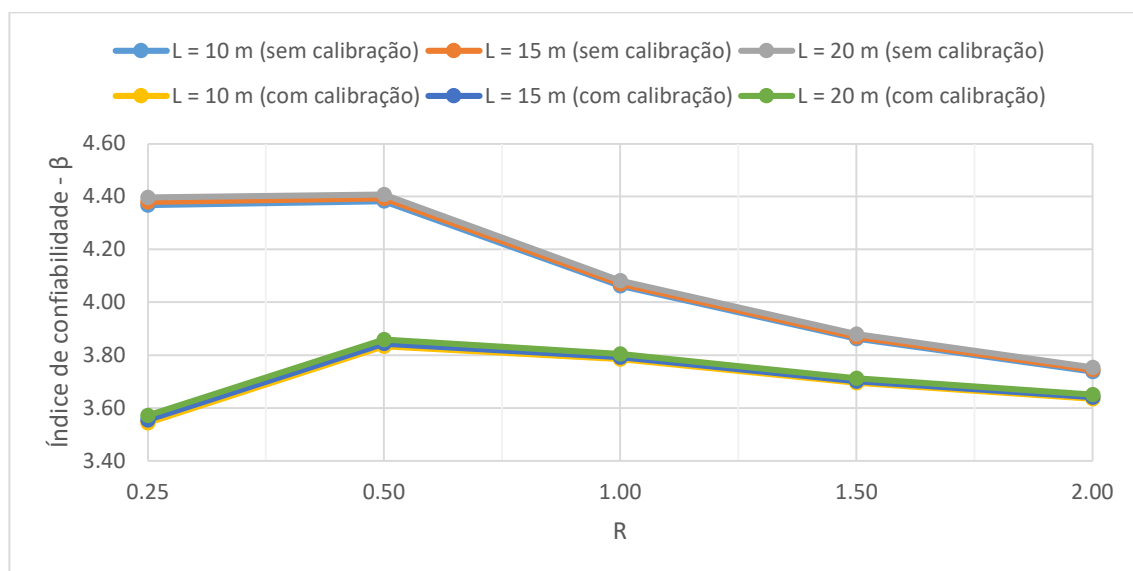


Figura 8.13 - Variação dos índices de confiabilidade para vigas de concreto armado e $f_{ck} = 40$ MPa

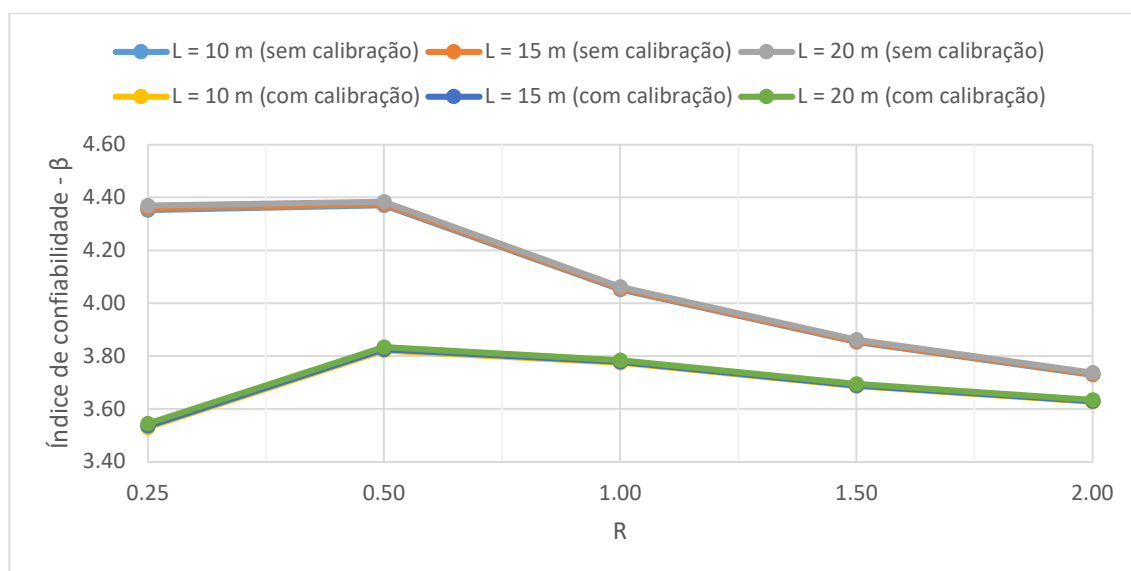


Figura 8.14 - Variação dos índices de confiabilidade para vigas de concreto armado e $f_{ck} = 50$ MPa

A calibração baseada em confiabilidade resultou em uma diminuição no valor do coeficiente γ_g , para as vigas de concreto armado, que foi compensada pelo aumento nos valores do coeficiente γ_q , para ambas as vigas de concreto armado e protendido. Comportamento similar também foi reportado por Santiago, Kroetz e Beck (2019).

Dentro da faixa de pontos de projeto considerado ($R_c = 0,25$ a $R_c = 2,00$), o procedimento de calibração uniformizou os índices de confiabilidade, estando estes, ainda, muito próximos ao índice alvo $\beta_T = 3,8$. É possível observar um maior afastamento de β em relação a β_T para os casos extremos da faixa de calibração ($R_c = 0,25$ e $R_c = 2,00$), o qual pode ser explicado pelo menor peso de calibração concedido a estas situações de projeto.

Quanto a uniformidade dos novos valores de β , o coeficiente de variação dos índices de confiabilidade, das vigas de concreto armado, na faixa de calibração proposta ($R_c = 0,25$ a $R_c = 2,00$) apresentou uma redução de 6,5%, antes da calibração, para 2,9%, após a calibração. Já para as vigas de concreto protendido essa redução foi de aproximadamente 0,6%. Os resultados indicam que tal procedimento estreita a variabilidade dos níveis de segurança obtidos no projeto.

Para as vigas de concreto protendido de $L = 40$ m, $f_{ck} = 30$ MPa, $f_{ptk} = 1900$ MPa e $f_{ptk} = 2100$ MPa, os resultados das análises demonstraram valores superiores dos índices de confiabilidade em relação aos demais casos. Isso se dá devido ao aumento do número de cordoalhas utilizado no elemento estrutural por causa da verificação em serviço, tornando assim um dimensionamento mais conservador.

9. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho abordou a avaliação do índice de confiabilidade e calibração dos coeficientes parciais de segurança relativos às solicitações de vigas longarinas rodoviárias no que se refere ao estado limite último de ruptura por flexão.

O estudo de confiabilidade de vigas longarinas de concreto é justificado pelo crescente emprego desse tipo de elemento estrutural nas construções de pontes, associado a necessidade de se descobrir e atingir um determinado nível de segurança em projetos realizados de acordo com as normas brasileiras NBR 6118 (ABNT, 2014), NBR 7187 (ABNT, 2021) e NBR 7188 (ABNT, 2013).

Foi exposto no capítulo 3 o procedimento utilizado para obtenção do índice de confiabilidade β . O método de confiabilidade de primeira ordem (First Order Reliability Method – FORM) foi utilizado e se mostrou bastante rápido e eficiente para determinação do índice de confiabilidade das vigas.

Foi implementado um modelo computacional, apresentado no capítulo 4, que demonstrou ser apropriado para avaliar a capacidade resistente de vigas longarinas, pois os resultados analisados acompanharam aos dados obtidos nos ensaios experimentais prévios. A determinação do erro médio e do desvio padrão do modelo serviu como fundamento para ajustar o momento de resistência determinado nas análises de confiabilidade.

Foram apresentados no capítulo 5 os cinco veículos empregados no estudo, junto com seus parâmetros estatísticos medidos, isto é, média do peso dos veículos, desvio padrão de peso dos veículos e as curvas de distribuição correspondentes. Com base nesses dados foram desenvolvidos modelos de carregamento móvel representando o atual tráfego rodoviário nacional, considerando situações críticas para a investigação da segurança estrutural de pontes.

Foram encontrados os índices de confiabilidade β das vigas longarinas submetidas ao carregamento móvel o qual representa o tráfego real das rodovias. Considerando o índice de confiabilidade alvo (β_T) de 3,8, conforme Eurocode 2 (1989), a maioria das pontes obtiveram valores superiores, com exceção de alguns casos, como do veículo 2S3 baseado nos dados da pesagem da BR-381.

Concluiu-se que as normas nacionais vigentes garantem um nível de segurança satisfatório para as vigas longarinas de pontes rodoviárias, mesmo em situações severas do tráfego.

O veículo que forneceu os menores valores de índice de confiabilidade foi o caminhão 2S3, de cinco eixos, seguido pelos veículos 3S3, de seis eixos ou do 3C, de três eixos. Para as situações de presença simultânea de 2 caminhões, os casos de veículos lado a lado geraram menores valores de índice de confiabilidade em relação aos casos de veículos em fila.

Foi possível observar que alterar parâmetros de projeto nas faixas consideradas não acarretam em alterações importantes no valor do índice de confiabilidade do elemento estrutural.

Os resultados do índice de confiabilidade, para os vãos de 20 m de comprimento, mostraram que a probabilidade de falha para pontes de concreto protendido é maior do que para pontes de concreto armado, em termos de estado limite último, resultados opostos aos de Portela (2018).

O conjunto dos coeficientes parciais de segurança relativos às solicitações obtidos através do procedimento de calibração, para um valor do índice de confiabilidade alvo de 3,8 (β_T), foram $\gamma_g = 1,35$ e $\gamma_q = 1,65$ para vigas de pontes de concreto protendido, e $\gamma_g = 1,15$ e $\gamma_q = 1,55$ para vigas de pontes de concreto armado. O novo conjunto de coeficientes parciais de segurança uniformizou os índices de confiabilidade, os aproximando ao índice alvo pré-estabelecido.

Uma das contribuições desta pesquisa é o desenvolvimento de modelos de carregamento móvel, capaz de simular o tráfego real nas rodovias nacionais. Tais modelos favorecem estudos futuros quanto a segurança de pontes rodoviárias de concreto, devido ao seu embasamento em dados atuais e a sua fácil aplicação em análises de confiabilidade.

Outra contribuição é a avaliação de projetos de pontes rodoviárias, baseados nas normas em vigor. Os resultados indicam bons níveis de segurança fornecidos pelas prescrições normativas, e ao mesmo tempo, reforçam a iniciativa de estudos futuros sobre esta área, devido as grandes diferenças entre os índices de confiabilidade obtidos e o índice de confiabilidade alvo (β_T), para situações mais extremas da faixa de pontos de projeto considerado (R_c).

Por fim, o presente trabalho também contribui para o processo de calibração de normas nacionais que tratam de pontes rodoviárias de concreto, já que, até o momento, não há indícios de estudos sobre este tipo de elemento estrutural para concreto armado, e o que se tem registrado para concreto protendido ainda é muito pouco e tratam de avaliações simplificadas.

Nesta pesquisa não foram realizados estudos relacionados à fadiga e aos efeitos dinâmicos. O cálculo desses dois efeitos de carga precisa ser considerado ao desenvolver um modelo de carga móvel. O efeito dinâmico considerado nesta tese, embora válido, ainda é básico e não foi desenvolvido com base em pontes brasileiras. Trabalhos futuros devem estimar índices de confiabilidade para fadiga e efeitos dinâmicos.

Outro aspecto importante que deve ser abordado em trabalhos futuros são os cálculos de índices de confiabilidade para estados limites de serviço. Nesta pesquisa, apenas o estado limite último foi considerado.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AASHTO. “**LRFD bridge design specifications**”, American Society of State Highway and Transportation Officials (AASHTO), Washington, D.C. 2012.

ANG, A. H. S.; TANG, W. H.. **Probability concepts in engineering**. Nova York: John Wiley, 2007.

ANG, A. H.; TANG, W. H.. **Probability concepts in engineering planning and design. Volume I: basic principles**. John Wiley & Sons, 1975.

ARAÚJO, J. M. **Curso de concreto armado, Volume I, II, III e IV**. Editora Dunas, 2014.

ASHOUR, Samir A.. Effect of compressive strength and tensile reinforcement ratio on flexural behavior of high-strength concrete beams. **Engineering Structures**, [S.L.], v. 22, n. 5, p. 413-423, maio 2000. Elsevier BV. [http://dx.doi.org/10.1016/s0141-0296\(98\)00135-7](http://dx.doi.org/10.1016/s0141-0296(98)00135-7).

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2014. 238 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7187**: Projeto de pontes de concreto armado e de concreto protendido - Procedimento. Rio de Janeiro, 2021. 72 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7188**: Carga móvel rodoviária e de pedestres em pontes, viadutos, passarelas e outras estruturas. Rio de Janeiro, 2013. 14 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8681** Ações e segurança nas estruturas - Procedimento. Rio de Janeiro, 2003. 18 p.

BEBER, A. J. **Reforço de Estruturas de Concreto com Compósitos de Fibra de Carbono**. 1999. 37 f. Caderno Técnico, CPGEC/UFRGS, Porto Alegre.

BEBER, Andriei José. **Comportamento Estrutural de Vigas de Concreto Armado Reforçadas com Compósitos de Fibra de Carbono**. 2003. 317 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003.

BECK, André Teófilo. **Confiabilidade e Segurança das Estruturas**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2019.

BECK, André Teófilo; SOUZA JUNIOR, Antônio C. de. A first attempt towards reliability-based calibration of Brazilian structural design codes. **Journal Of The Brazilian Society Of Mechanical Sciences And Engineering**, [S.L.], v. 32, n. 2, p. 119-127, jun. 2010. Springer Science and Business Media LLC. <http://dx.doi.org/10.1590/s1678-58782010000200004>.

BILLET, D. F. **Study of prestressed concrete beams failing in flexure**. 1953. Thesys, University of Illinois.

BOTELHO, Thaís de Oliveira. **Modelagem Computacional de Tabuleiros de Pontes de Concreto**. 2016. 123 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Modelagem Computacional, Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, 2016.

Bresler, B.; Scordelis, A. C. Shear strength of reinforced concrete beams. **Journal of the American Concrete Institute**. v. 60. n. 1. Jan. 1963.

CANAVAL, Júnior Henrique. **Estudo Experimental do Comportamento de Vigas de Concreto Armado Reforçadas à Flexão por Meio De Graute, Armaduras e Conectores**. 2016. 149 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2016.

CARNEIRO, Anselmo Leal; PORTELA, Enson de Lima; BITTENCOURT, Túlio Nogueira. Development of Brazilian highway live load model for unlimited fatigue life. **Revista Ibracon de Estruturas e Materiais**, [S.L.], v. 13, n. 4. 2020. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/s1983-41952020000400007>.

COSTA, Luis Gustavo Lopes; SANTIAGO, Wagner Carvalho; BECK, André Teófilo. Probabilistic models for live loads in buildings: critical review, comparison to brazilian design standards and calibration of partial safety factors. **Revista Ibracon de Estruturas e Materiais**, [S.L.], v. 16, n. 2, p. 1-21, 2023. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/s198341952023000200004>.

DECANINI, L.; GRILLO, F. Comunicación sobre ensayos de vigas de hormigón armado con acero de alta adherencia. **Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural, XIV**. Buenos Aires. v.3. p. 126-156. 1970.

DINIZ, S.M.C. A confiabilidade estrutural e a evolução das normas técnicas. In: VI SIMPÓSIO EPUSP SOBRE ESTRUTURAS DE CONCRETO, **Anais...** São Paulo, 2006.

Ellingwood, B.; Galambos, T.V.; MacGregor, J.G.; Cornell, C.A., 1980. **Development of a Probability Based Load Criterion for American National Standard A58**. Us National Bureau of Standard Special Publication 577. Washington, D.C, 1980.

ELLINGWOOD, Bruce R. LRFD: implementing structural reliability in professional practice. **Engineering Structures**, [S.L.], v. 22, n. 2, p. 106-115, fev. 2000. Elsevier BV. [http://dx.doi.org/10.1016/s0141-0296\(98\)00099-6](http://dx.doi.org/10.1016/s0141-0296(98)00099-6).

EUROCODE 2. **Design of concrete structures**. Part 1: general rules and rules for buildings. Brussels: CEN, 1989.

FELDMAN, A. **Bonded and unbonded prestressed concrete beams failing in flexure**. University of Illinois, 1954.

FERREIRA, L. M.; NOWAK, A. S.; DEBS, M. K. El. Desenvolvimento de equações para a limitação do peso de veículos de carga em pontes de concreto através da teoria de confiabilidade. **Revista Ibracon de Estruturas e Materiais**, [S.L.], v. 1, n. 4, p. 421-450, dez. 2008. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/s1983-41952008000400005>.

FERREIRA, M. W.; SANTOS, G. C.; MOURA, M. W.; REAL, M. V.. **Comparação do método de Fauchart e do método dos Elementos Finitos na avaliação da distribuição de esforços transversais em pontes rodoviárias**. In: IX Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas, 2016, Rio de Janeiro. Anais. Rio de Janeiro: ABECE, 2016. v. 1. p. 1-10.

FONTANA, Patrícia. **Análise de modelos de distribuição transversal de cargas em superestruturas de viga em seção caixão de pontes e viadutos alargados**. 2016. 151 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2016.

FREUDENTHAL, Alfred M.. The Safety of Structures. **Transactions Of The American Society Of Civil Engineers**, [S.L.], v. 112, n. 1, p. 125-159, jan. 1947. American Society of Civil Engineers (ASCE). <http://dx.doi.org/10.1061/taceat.0006015>.

GOMES, H. M. **Técnicas de avaliação da confiabilidade de estruturas de concreto armado**. 2001. 231 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2001.

HALDAR, A.; MAHADEVAN, S. **Probability, Reliability, and Statistical Methods in Engineering Design**. New York: JohnWiley & Sons, 1999.

HEINEN, Sabrina Kalise. **Efeito da distribuição transversal das cargas na Obtenção de linhas de influência reais usando um sistema de pesagem em movimento em pontes**. 2016. 148 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2016.

HOEL, P.G. **Introduction to MathematicalStatistics**. 3. ed. New York: Wiley, 1962.

HWANG, E. S.; KOH, H. M. **Simulation of Bridge Live Load Effects**. 16th Congress of IABSE, Lucerne, 2000.

JCSS, 2001. **Probabilistic Model Code**, Joint Committee on Structural Safety, disponível em http://www.jcss.byg.dtu.dk/Publications/Probabilistic_Model_Code.aspx , acessado em 29/09/2021.

KENNEDY, J.; EBERHART, R.. Particle swarm optimization. **Proceedings Of Icn95 - International Conference On Neural Networks**, [S.L.], v. 4, p. 1942-1948, nov. 1995. IEEE. <http://dx.doi.org/10.1109/icnn.1995.488968>.

Leonhardt, F.; Walther, R. Beiträge zur behandlung der Schubprobleme im Stahlbetonbau. **Beton und Stahlbetonbau**. v. 57. n. 7. Jul.1962.

LUCHI, Lorenzo Augusto Ruschi e. **Reavaliação do trem-tipo à luz das cargas reais nas rodovias brasileiras**. 2006. 282 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.

MADSEN, H. O.; EGELAND, T. Structural reliability – Models and Applications. **JSTOR**. Great Britain. v. 57. n. 3. p. 185-203. 1989.

MARCHETTI, Osvaldemar. **Pontes de Concreto Armado**. São Paulo: Blucher, 2008.

MATTOCK, A. H.; YAMAZAKI, J.; KATTULA, B. T. **Comparative study of concrete prestressed beams, with and without bond**. ACI Journal, February, 1971.

MIRZA, Sher Ali; MACGREGOR, James G.. Probabilistic study of strength of reinforced concrete members. **Canadian Journal Of Civil Engineering**, [S.L.], v. 9, n. 3, p. 431-448, 1 set. 1982. Canadian Science Publishing. <http://dx.doi.org/10.1139/182-053>.

MOURA, M. W.; REAL, M. V.; LORIGGIO, D. D.. Ultimate flexural strength of prestressed concrete beams: validation and model error evaluation. **Revista Ibracon de Estruturas e Materiais**, [s.i.], v. 11, n. 2, p. 307-330, abr. 2018. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/s1983-41952018000200006>.

MOURA, Márcio Wrague. **Avaliação da confiabilidade de longarinas de concreto protendido de pontes rodoviárias em relação ao estado limite último de flexão**. 2019. 209 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2019.

NOVA, S. J. S.; SILVA, M. C. A. T.. Cálculo dos coeficientes parciais de segurança para pontes de concreto protendido sob solicitações normais com base na teoria da confiabilidade. In: **59º Congresso Brasileiro do Concreto, Bento Gonçalves**. 2017.

NOWAK, A. S. **Calibration of LRFD Bridge Design Code**. National Cooperative Highway Research Program. Report 368. 1999.

NOWAK, Andrzej S.; COLLINS, Kevin R.. **Reliability of Structures**. Michigan: McGraw-Hill, 2000. 338 p.

OLIVEIRA, E. [et al.] – Calibração dos Coeficientes Parciais de Segurança Para Vigas Curtas de Concreto Armado por meio da Análise de Confiabilidade. **Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas**. Ed. LNEC. Série III. n.º 10. ISSN 2183-8488. (julho 2019) 75-84.

PALIGA, C.M. **Análise probabilística de vigas de concreto armado recuperadas à flexão, através do Método de Monte Carlo utilizando um modelo de elementos finitos**. 2008. 249 p. Tese (Doutorado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

PEREZ, R. Particle swarm approach for structural design optimization. **Computer & Structures**, Toronto, v. 85, n. 19-20, p. 1579-1588, 2007. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045794907000399>. Acesso em 4 de abril de 2023.

PFEIL, Walter. **Pontes em concreto armado**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1985.

PORTELA, Enson de Lima. **Analysis and Development of a Live Load Model for Brazilian Concrete Bridges Based on WIM data**. 2018. 166 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Estrutural, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2018.

RAO, S. **Engineering Optimization: Theory and Practice**. 4ª Edição. New Jersey. John Wiley & Sons Inc, 2009.

REAL, M.V. Reliability. **A Python class for Reliability analysis including Monte Carlo and FORM methods**. Disponível em: <https://github.com/mvreal/Reliability>. Acesso em 14/06/2022.

ROCHA, Rafael Gonzales. **Análise de Confiabilidade de Vigas Portuárias de Concreto Protendido**. 2014. 120 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Oceânica, Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, 2014.

ROSSIGALI, C. E.; PFEIL, M. S.; BATTISTA, R. C.; SAGRILO, L. V.. Towards actual brazilian traffic load models for short span highway bridges. **Revista Ibracon de Estruturas e Materiais**, [S.L.], v. 8, n. 2, p. 124-139, abr. 2015. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/s1983-41952015000200005>.

SAN MARTINS, Diego Angelus. **Confiabilidade de Vigas Pré-Tracionadas de Concreto Protendido**. 2014. 155 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2014.

SANTIAGO, W. C.; KROETZ, H. M.; BECK, A. T.. Reliability-based calibration of Brazilian structural design codes used in the design of concrete structures. **Revista Ibracon de Estruturas e Materiais**, [S.L.], v. 12, n. 6, p. 1288-1304, dez. 2019. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/s1983-41952019000600004>.

SANTIAGO, Wagner Carvalho. **Calibração baseada em confiabilidade dos coeficientes parciais de segurança das principais normas brasileiras de projeto estrutural**. 2019. 181 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Civil, Unioversidade de São Paulo, São Carlos, 2019.

SCHERER, M.; MORSCH, I. B.; REAL, M. V.. Reliability of reinforced concrete beams designed in accordance with Brazilian code NBR-6118: 2014. **Revista Ibracon de Estruturas e Materiais**, [S.L.], v. 12, n. 5, p. 1086-1125, out. 2019. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/s1983-41952019000500007>.

SCHERER, Mailson. **Avaliação da confiabilidade de vigas de concreto armado pelo método dos elementos finitos**. 2018. 180 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande, Porto Alegre, 2018.

SILVA JÚNIOR, Francisco Eudázio Suriano da. **Estudo da Confiabilidade de Vigas de Concreto Armado Reforçadas com Fibra de Carbono Através de Modelo Computacional**. 2019. 117 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Modelagem Computacional, Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, 2019.

SILVA, A. O. B.. **Reforço à Flexão de Vigas de Concreto de Elevada Resistência por Meio da Colagem de Manta Polimérica Reforçada com Fibras de Carbono**. 2001. 405 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2001.

SILVA, Leonardo José Lopes. **APLICAÇÃO DE MÉTODOS HEURÍSTICOS NO DIMENSIONAMENTO OTIMIZADO DE UMA ESTRUTURA DE AÇO APORTICADA COM PERFIS DE SEÇÃO VARIÁVEL**. 2021. 75 f. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2021.

STUCCHI, F.R.; SANTOS, S.H.C. **Evaluation of the Safety Criteria of Brazilian Standard NBR 6118 Based on Reliability Analyses**. In: Joint IABSE fib Conference: Codes in Structural Engineering, Dubrovnik, 2010.

STUCCHI, Fernando Rebouças. **PEF - 2404 Pontes e Grandes Estruturas (Notas de Aula)**. Universidade de São Paulo - Escola Politécnica - Departamento de Estruturas e Fundações. São Paulo, p. 100. 2006.

TAO, X.; DU, G. **Ultimate stress of unbonded tendons in partially prestressed concrete beams**. Journal of Building Structures, December, 1985.

TITELLO, Eduardo Pagnussat. **Análise da confiabilidade de vigas em concreto armado reforçado com fibras de aço em relação aos esforços transversais**. 2020. 161 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2020.

VITÓRIO, José Afonso Pereira. **Um Estudo Comparativo sobre Métodos de Alargamento de Pontes Rodoviárias de Concreto Armado, com a utilização das normas brasileiras e Eurocódigos**. 2013. 296 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade do Porto, Porto, 2013.

WARWARUK, J. **Strength in flexure of bonded and unbonded prestressed concrete beams**. University of Illinois, 1957.