

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE – FURG
INSTITUTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E FÍSICA – IMEF
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas

O CONCEITO DE FRAÇÃO E SEUS DIFERENTES SIGNIFICADOS:
uma sequência didática para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental à luz da
Teoria dos Campos Conceituais

LESLLI ADRIANI MENDONÇA PEROZA

SANTO ANTÔNIO DA PATRULHA
2024

LESLLI ADRIANI MENDONÇA PEROZA

**O CONCEITO DE FRAÇÃO E SEUS DIFERENTES SIGNIFICADOS:
uma sequência didática para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental à luz da
Teoria dos Campos Conceituais**

Trabalho de Conclusão do Mestrado
apresentado ao Programa de Pós-
Graduação em Ensino de Ciências Exatas,
da Universidade Federal do Rio Grande –
FURG, como requisito para a obtenção do
grau de Mestre em Ensino de Ciências
Exatas.

Orientadora: Prof. Dr^a Patrícia Ignácio

Coorientador: Prof. Dr. Cristiano Rodrigues Garibotti

SANTO ANTÔNIO DA PATRULHA

2024

Ficha Catalográfica

P453c Peroza, Leslli Adriani Mendonça.

O conceito de fração e seus diferentes significados: uma sequência didática para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental à luz da Teoria dos Campos Conceituais / Leslli Adriani Mendonça Peroza. – 2024.

120 f.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande – FURG, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, Santo Antônio da Patrulha/RS, 2024.

Orientadora: Dra. Patrícia Ignácio.

Coorientador: Dr. Cristiano Rodrigues Garibotti.

1. Frações 2. Sequência didática 3. Ensino de frações 4. Teoria dos Campos Conceituais 5. Ensino de Matemática I. Ignácio, Patrícia II. Garibotti, Cristiano Rodrigues III. Título.

CDU 51:37

Catálogo na Fonte: Bibliotecário José Paulo dos Santos CRB 10/2344

LESLLI ADRIANI MENDONÇA PEROZA

**O CONCEITO DE FRAÇÃO E SEUS DIFERENTES SIGNIFICADOS:
uma sequência didática para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental à luz da
Teoria dos Campos Conceituais**

Trabalho de Conclusão do Mestrado
apresentado ao Programa de Pós-
Graduação em Ensino de Ciências Exatas,
da Universidade Federal do Rio Grande –
FURG, como requisito para a obtenção do
grau de Mestre em Ensino de Ciências
Exatas.

Aprovado em: 18/10/2024

BANCA EXAMINADORA

Prof^ª. Dr^ª. Patrícia Ignácio (Orientadora)
Universidade Federal do Rio Grande (FURG)

Prof. Dr. Cristiano Rodrigues Garibotti (Coorientador)
Universidade Federal do Rio Grande (FURG)

Prof. Dr. Lucas Nunes Ogliari
Universidade Federal do Rio Grande (FURG)

Prof^ª. Dr^ª. Sandra Maria Pinto Magina
Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC)

Prof^ª. Dr^ª. Márcia Rodrigues Notare
Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)

SANTO ANTÔNIO DA PATRULHA

2024

*Dedico esta pesquisa aos meu pais,
Rosemari Mendonça e Adriano Peroza;
À minha família;
E às pessoas que conviveram e
compartilharam esses últimos dois anos
comigo.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha mãe, Rosemari Mendonça, pelo carinho, apoio, conselhos, ensinamentos e pelo exemplo de determinação e força que tenho como mulher. Ao meu pai, Adriano Peroza, pelo incentivo em continuar sempre buscando o melhor para a minha vida acadêmica e profissional.

À minha orientadora, Prof. Dr^a. Patrícia Ignácio, pela orientação, paciência, apoio e confiança durante a escrita deste trabalho. Por ser extremamente dedicada no que faz, tendo sempre um olhar atencioso, que contribuiu com o meu desenvolvimento como pessoa, profissional e pesquisadora.

Aos meus irmãos, Rethiele Sturza e Wesley Peroza, por me incentivarem durante a minha jornada acadêmica.

Ao meu namorado, Guilherme de Abreu, por acreditar no meu potencial, pelo apoio constante, pelo incentivo, pela ajuda em todos os momentos, pelas palavras de acolhimento e carinho, e pelas longas discussões sobre este trabalho.

À minha banca de qualificação, Prof. Dr. Lucas Nunes Ogliari e Prof. Dra. Sandra Maria Pinto Magina, pelas ótimas contribuições dadas a esta pesquisa.

À Universidade Federal do Rio Grande, pelo ensino gratuito e de qualidade.

Por fim, agradeço a todos os professores e pessoas que colaboraram durante a minha formação.

“Ninguém caminha sem aprender a caminhar, sem aprender a fazer o caminho caminhando, refazendo e retocando o sonho pelo qual se pôs a caminhar.”

Paulo Freire

RESUMO

Diversas discussões envolvem o ensino de frações, abrangendo tanto as metodologias de ensino e processos de aprendizagem quanto o próprio conceito. Nesse sentido, é relevante destacar que, por vezes, professores limitam o ensino de frações a apenas um de seus significados, apesar de existirem pelo menos sete possibilidades a serem exploradas. Diante disso, a pesquisa formulou a seguinte pergunta norteadora: quais as contribuições que uma sequência de ensino, pautada na Teoria dos Campos Conceituais, pode trazer para a apropriação do conceito de fração por alunos do 6º ano do Ensino Fundamental? Como objetivo geral, buscou-se investigar as contribuições de uma sequência didática para o ensino do conceito de fração relacionado aos significados de número, medida e razão, à luz da Teoria dos Campos Conceituais, para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. Autores como Silva (2005), Onuchic e Allevato (2008), Merlini (2005), Cavalcanti e Guimarães (2008), Lapa (2013), Moreira (2002; 2011), Garibotti (2019) e Vergnaud (1982; 1993; 2017) forneceram a base teórica que embasa essas discussões. A pesquisa, de caráter qualitativo e quantitativo, adota uma metodologia interventiva, que viabilizou a construção e aplicação da sequência didática, fornecendo os subsídios necessários para as análises. A fundamentação teórica orientou a estruturação da sequência didática, dividida em três fases: pré-teste, ensino do conceito de fração associados aos significados de número, medida e razão, e pós-teste. Essa sequência foi aplicada em uma turma de 14 alunos de uma escola estadual no município de Novo Hamburgo. Os resultados mostram que o ensino de frações, mediado pela Teoria dos Campos Conceituais, de Gérard Vergnaud, favorece significativamente a construção do conceito de fração. As atividades propostas proporcionaram aos alunos situações e representações que facilitaram a compreensão dos significados de razão, número e medida, promovendo uma articulação com o conceito de fração, resultando em uma assimilação menos fragmentada do tema. Além disso, a análise das respostas, questionamentos e discussões em sala deu visibilidade ao processo de construção do conhecimento dos estudantes, permitindo ao professor repensar e reformular o planejamento de acordo com as necessidades que surgem. Isso contribuiu para qualificar a sequência didática em relação às questões abordadas e ao tempo de desenvolvimento, aprimorando a compreensão do assunto. A pesquisa apresenta o produto educacional *Ensino de Frações e seus Diferentes Significados a partir da Teoria dos Campos Conceituais: uma proposta de Sequência Didática para o 6º ano do Ensino Fundamental*, que visa contribuir para o aprofundamento das discussões entre professores da Educação Básica, oferecendo alternativas pedagógicas que possibilitem um aprendizado mais abrangente e significativo para os alunos. Assim, a pesquisa evidencia que a aplicação de uma sequência didática baseada na Teoria dos Campos Conceituais promoveu uma compreensão mais articulada dos significados ao conceito do número fracionário entre os alunos, oferecendo, ainda, um material educacional que amplia as possibilidades pedagógicas no ensino de frações na Educação Básica.

Palavras-chave: Frações. Sequência didática. Ensino de frações. Teoria dos Campos Conceituais. Ensino de Matemática.

ABSTRACT

Several discussions involve the teaching of fractions, covering both teaching methodologies and learning processes as well as the concept itself. In this sense, it is important to highlight that, sometimes, teachers limit the teaching of fractions to only one of their meanings, despite there being at least seven possibilities to be explored. In view of this, the research formulated the following guiding question: what contributions can a teaching sequence, based on the Theory of Conceptual Fields, bring to the appropriation of the concept of fraction by 6th grade elementary school students? As a general objective, we sought to investigate the contributions of a didactic sequence for teaching the concept of fractions related to the meanings of number, measurement and ratio, in light of the Theory of Conceptual Fields, to 6th grade elementary school students. Authors such as Silva (2005), Onuchic and Allevato (2008), Merlini (2005), Cavalcanti and Guimarães (2008), Lapa (2013), Moreira (2002, 2011), Garibotti (2019) and Vergnaud (1982, 1993, 2017) provided the theoretical basis that supports these discussions. The research, of a qualitative and quantitative nature, adopts an interventional methodology, which enabled the construction and application of the didactic sequence, providing the necessary subsidies for the analyses. The theoretical foundation guided the structuring of the didactic sequence, divided into three phases: pre-test, teaching the concept of fraction associated with the meanings of number, measurement and ratio, and post-test. This sequence was applied to a class of 14 students from a state school in the municipality of Novo Hamburgo. The results show that teaching fractions mediated by Gérard Vergnaud's Theory of Conceptual Fields significantly favors the construction of the concept of fraction. The proposed activities provided students with situations and representations that facilitated their understanding of the meanings of ratio, number, and measurement, promoting an articulation with the concept of fraction, resulting in a less fragmented assimilation of the topic. In addition, the analysis of the responses, questions, and discussions in class gave visibility to the students' knowledge construction process, allowing the teacher to rethink and reformulate the planning according to the needs that arise. This contributed to qualifying the didactic sequence in relation to the issues addressed and the development time, improving the understanding of the subject. The research presents the educational product Fractions and their different meanings: materials and activities for Basic Education, which aims to contribute to the deepening of discussions among basic education teachers, offering pedagogical alternatives that enable more comprehensive and meaningful learning for students. Thus, the research shows that the application of a didactic sequence based on the Theory of Conceptual Fields promoted a more articulated understanding of the meanings of the concept of fractional numbers among students, also offering educational material that expands the pedagogical possibilities in teaching fractions in Basic Education.

Keywords: Fractions. Didactic sequence. Teaching fractions. Conceptual Field Theory. Teaching Mathematics.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Frações e significados.....	16
Figura 2 – Esquema sobre a Teoria dos Campos Conceituais	25
Figura 3 – Quadrado dividido em 4 partes iguais	26
Figura 4 – Representação da fração $\frac{1}{4}$	27
Figura 5 – Representação geométrica e simbólica em relação ao significado parte-todo	28
Figura 6 – Recorte da atividade que exemplifica o significado quociente	29
Figura 7 – Recorte da tarefa sobre frações em relação ao significado de operador multiplicativo	30
Figura 8 – Ilustração da tarefa sobre frações em relação ao significado de operador multiplicativo	30
Figura 9 – Recorte de um exemplo do significado de número para as frações.....	31
Figura 10 – Representação do número $\frac{2}{3}$ na reta numérica.....	32
Figura 11 – Representação do número $\frac{2}{3}$ na reta numérica, a partir da divisão da unidade.....	32
Figura 12 – Exemplo de exercício sobre o significado de medida com quantidade discreta.....	33
Figura 13 – Caixa com duas bolinhas azuis e uma branca	33
Figura 14 – Caixa com duas bolinhas azuis e uma branca e a possibilidade de tirar uma bolinha azul	34
Figura 15 – Exemplo de exercício sobre o significado de medida com quantidade contínua.....	34
Figura 16 – Ilustração do exercício sobre o significado de medida com quantidade contínua.....	35
Figura 17 – Exemplo de atividade utilizando o significado de razão	36
Figura 18 – Ilustração do exercício de Moutinho (2005)	37
Figura 19 – Competências específicas da área da Matemática no Ensino Fundamental	39
Figura 20 – Organização da sequência didática	58
Figura 21 – Jogo do site Wordwall sobre frações.....	71
Figura 22 – Diagrama sobre o campo conceitual das frações.....	77

Figura 23 – Resposta do Aluno 4 à questão 1 do pré-teste	80
Figura 24 – Resposta do Aluno 8 à questão 2 do pré-teste	80
Figura 25 – Resposta do Aluno 1 à questão 3 do pré-teste	81
Figura 26 – Resposta do Grupo 1 para a atividade da Aula 2 com as tiras de papel	84
Figura 27 – Resposta do Grupo 2 para a atividade da Aula 2 com as tiras de papel	85
Figura 28 – Resposta do Grupo 1 sobre a relação entre a fita métrica e as tiras de papel	87
Figura 29 – Resposta do Grupo 2 sobre a relação da escrita entre a fita métrica e as tiras de papel.....	87
Figura 30 – Respostas do Aluno 3 para a duplicação da receita do bolo de chocolate	91
Figura 31 – Resposta do Aluno 6 sobre a relação da tarefa com as frações	92
Figura 32 – Resposta dos Aluno 10, sobre a relação da tarefa com as frações	92
Figura 33 – Resposta dos Aluno 8, sobre a relação da tarefa com as frações	92
Figura 34 – Jogo da reta numérica na plataforma WordWall	94
Figura 35 – Questão de verdadeiro ou falso	95
Figura 36 – Questão para medir o comprimento de um objeto	96
Figura 37 – Questão para relacionar o número na reta numérica	97

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Lista de teses e dissertações	45
Quadro 2 – Aula 1: Pré-teste.....	59
Quadro 3 – Atividades sobre frações	59
Quadro 4 – Descrição geral da sequência didática	64
Quadro 5 – Aula 2: Significado de medida	64
Quadro 6 – Atividade sobre o significado de medida	65
Quadro 7 – Aula 3: Significado de razão	67
Quadro 8 – Atividade sobre o significado de razão	67
Quadro 9 – Tabela para os alunos preencherem com o aumento da receita do bolo	68
Quadro 10 – Questões sobre a atividade de bolo de chocolate	69
Quadro 11 – Aula 4: Significado de número.....	70
Quadro 12 – Aula 5: Pós-teste	72
Quadro 13 – Atividades sobre frações	73
Quadro 14 – Resultado do Pré-teste, apresentado por questão	79
Quadro 15 – Sugestão de reorganização para a Aula 1 da SD.....	82
Quadro 16 – Sugestão de reorganização para a Aula 2 da SD.....	88
Quadro 17 – Sugestão de reorganização para a aula 3 da SD	93
Quadro 18 – Sugestão reorganização para a aula 4 da SD	98

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	14
2 TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS COMO POSSIBILIDADE PARA PENSAR O ENSINO DE FRAÇÕES	20
3 ELEMENTOS PARA PENSAR UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA À LUZ DA TCC...	26
3.1 Os significados associados ao conceito de fração	26
3.1.1 Parte-todo.....	26
3.1.2 Quociente	28
3.1.3 Operador multiplicativo.....	30
3.1.4 Número.....	31
3.1.5 Medida.....	33
3.1.6 Razão	35
3.1.7 Probabilidade	36
3.2 As frações na Base Nacional Comum Curricular	38
3.3 Revisão sistemática de literatura.....	42
4 PERCURSO METODOLÓGICO	50
4.1 Abordagem metodológica	50
4.1.1 Instrumentos de coleta de dados	51
4.1.2 Descrição do ambiente escolar	53
4.1.3 Descrição da turma	53
4.2 Sequência didática	54
4.2.1 Pré-teste.....	59
4.2.2 Considerações do pré-teste	61
4.2.3 Conceito de fração em relação aos significados de medida, razão e número..	63
4.2.4 Conceito de fração em relação ao significado de medida	64
4.2.5 Considerações do significado de medida	66
4.2.6 Conceito de fração em relação ao significado de razão	67
4.2.7 Considerações do significado de razão.....	69
4.2.8 Conceito de fração em relação ao significado de número	70
4.2.9 Considerações do significado de número.....	72
4.2.10 Pós-teste	72
4.2.11 Considerações do pós-teste.....	75

5 CONTRIBUIÇÕES DA TCC EM RELAÇÃO AO CONCEITO DE FRAÇÃO A PARTIR DOS SIGNIFICADOS DE MEDIDA, RAZÃO E NÚMERO	77
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	102
REFERÊNCIAS.....	106
APÊNDICE A – TERMO DE ANUÊNCIA.....	112
APÊNDICE B – TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TALE).....	114
APÊNDICE C – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)	117

1 INTRODUÇÃO

A problemática abordada nesta pesquisa foi escolhida com base nas experiências vividas pela professora-pesquisadora durante sua trajetória acadêmica no curso de Licenciatura em Ciências Exatas da Universidade Federal do Rio Grande – FURG, *campus* de Santo Antônio da Patrulha. No contexto da graduação, a disciplina de “Laboratório de Matemática¹” e a participação, enquanto bolsista de ensino do “Projeto de Desenvolvimento da Matemática²”, contribuíram para a escolha da temática de frações como foco investigativo desta dissertação.

Isso porque, durante a aplicação do projeto, que tinha por objetivo revisar conteúdos de Matemática Básica com os alunos ingressantes no *campus* de Santo Antônio da Patrulha, foi-se percebendo dificuldades desses estudantes em resolver conteúdos que necessitavam do uso das frações. A partir dessas percepções, o tema foi pesquisado e discutido no Trabalho de Conclusão do Curso da autora, o qual subsidiou algumas das proposições presentes neste trabalho.

Os estudos dos significados das frações são apontados por Nunes e Bryant (1997) e por vários outros estudos, como Merlini (2005), Santos (2005), Moutinho (2005) e Magina e Campos (2008). À época, o objetivo do trabalho era propor uma sequência didática, envolvendo os diferentes significados atribuídos aos números fracionários para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. De forma geral, a sequência didática desenvolvida no trabalho consistia em abordar os significados de quociente, razão, medida, parte-todo e operador multiplicativo, encontrados para esse conceito, a fim de apresentar essas perspectivas aos alunos, possibilitando uma visão não fragmentada do assunto.

Contudo, no decorrer da experiência profissional docente da professora-pesquisadora, percebeu-se que as atividades pensadas durante o trabalho de conclusão não eram suficientes para o aprendizado dos alunos em relação às frações, podendo causar confusão entre as relações que estavam sendo estabelecidas.

Em relação às dificuldades de aprendizagem das frações, Magina e Campos (2008) referem-se a traduzir o conceito utilizando apenas a exploração de parte-todo, e, ao encontro disso, Lopes (2008, p.7) afirma que há obstáculos de várias naturezas e o primeiro deles é que a fração está “relacionada a muitas ideias e constructos”.

¹ Ofertada no ano de 2017 pela Professora Dra. Raquel Milani.

² Ofertada no ano de 2017 sob coordenação da Técnica Educacional Dr. Patrícia Lima da Silva.

Frente a essa perspectiva, ainda pode-se destacar um excerto, do qual os autores Magina, Bezerra e Spinillo (2009) relatam sobre os diferentes significados e como eles têm sido abordados, bem como o que pode dificultar a noção e a compreensão do número fracionário. Relatam que o ensino de frações parece:

[...] iniciar-se por explicações acerca das relações entre uma quantidade representada por diagramas ou desenhos, e passa, em seguida, a adotar, quase que exclusivamente, a representação simbólica formal associada a situações que requerem resoluções algorítmicas. Esse modo de ensinar ignora outras formas possíveis de representar a fração e a variedade de significados a ela associados, restringindo-se às relações parte-todo. A fração é considerada de forma isolada, sem que sejam feitas as conexões com outros conceitos (divisão, porcentagem, probabilidade, razão, proporção) e noções relevantes para sua compreensão (equivalência, parte-todo) (Magina, Bezerra, Spinillo, 2009, p.414).

A partir das ideias desenvolvidas pelos autores, nota-se que há uma relação da fração com outros conceitos da Matemática, para além do que, geralmente, é abordado pelos professores. Dessa forma, Lima (2014), Magina, Bezerra e Spinillo (2009), Campos e Rodrigues (2007) e Silva (2005) defendem o uso dos diferentes significados associados ao conceito de fração, de forma que os alunos tenham uma visão mais ampla e possam superar dificuldades advindas dessa fragmentação.

É importante destacar que os estudos sobre os significados das frações não se restringem ao contexto brasileiro. Em países como a Suécia, também há discussões relevantes nesse campo da Matemática. Tossavainen (2022), por exemplo, amplia a compreensão sobre o conhecimento dos professores em relação às frações, proporcionando uma análise das semelhanças e diferenças no ensino e na aprendizagem deste conceito. E relata, ainda, que para ter uma compreensão profunda dos números racionais são necessárias diferentes interpretações do número fracionário.

De acordo com os autores Lima (2014), Magina, Bezerra e Spinillo (2009), Campos e Rodrigues (2007) e Silva (2005), há cinco significados associados ao conceito de fração, sendo eles: parte-todo, medida, razão, quociente e operador multiplicativo. Já Merlini (2005) e Cavalcanti e Guimarães (2008) destacam, também, os significados de número e probabilidade. Elencando essas percepções, têm-se um total de sete significados, que podem ser brevemente entendidos pela Figura 1 abaixo.

Figura 1 – Frações e significados

Significado	Definição	Exemplo
Parte/todo	Partição de um todo em n partes iguais, em que cada parte pode ser representada como $1/n$. Um procedimento de dupla contagem, das partes do todo e das partes tomadas, geralmente é o suficiente para solucionar o problema.	Uma jarra com suco foi dividida em três copos. João bebeu um copo. Que fração representa o que ele bebeu da jarra?
Quociente	A fração indica uma divisão e seu resultado. Nas situações de quociente, temos duas variáveis, sendo que uma variável corresponde ao numerador e a outra ao denominador.	Em uma festa foram distribuídos 2 bolos para 6 crianças igualmente. Quanto cada um vai receber?
Probabilidade	A fração representa a chance de um evento ocorrer (número de casos favoráveis dividido pelo número de casos possíveis).	Jogando uma vez um dado que fração representa a possibilidade de tirar o número 3 ou 4?
Operador Multiplicativo	A fração é um valor escalar aplicado a uma quantidade, ou seja, um multiplicador da quantidade indicada.	Numa jarra contendo 900ml de suco, Pedro bebeu $1/3$ do líquido. Quantos mililitros ele bebeu?
Número	A fração é um número em si, não sendo necessário que expresse uma relação ou contexto para ser compreendida numa dada situação.	Onde posso marcar na reta numérica $1/3$?
Medida	Comparação na qual a fração está relacionada à pergunta quantas vezes? Neste caso, uma determinada parte é tomada como referência para se medir uma outra.	Tomando a reta CD como unidade de medida, quanto mede AB? A____B C_____D Outro caso: Quantos copos de $1/3$ litro são necessários para encher um balde de 15 litros?
Razão	A fração refere-se a quantidades intensivas, nas quais as quantidades são medidas pela relação entre duas variáveis.	Para fazer um suco de laranja eu misturo numa jarra 2 copos de água para 1 de concentrado. Que fração de concentrado eu tenho na jarra?

Fonte: Cavalcanti e Guimarães (2008, p.2-3).

A partir desses entendimentos, as pesquisas feitas durante o trabalho de conclusão e os questionamentos e leituras da autora durante o Curso de Mestrado em Ensino de Ciências Exatas, na Universidade Federal do Rio Grande – FURG, percebe-se que as frações estão vinculadas a muitos significados. Por isso, filia-se às

discussões de Gérard Vergnaud, sobre a Teoria dos Campos Conceituais (TCC), pois acredita-se que é preciso ter um campo conceitual para a compreensão de um novo conceito. Compreendendo que os significados vinculados às frações fazem parte de um campo conceitual, a proposta desta pesquisa articula esta teoria ao ensino de frações, para um melhor entendimento deste conceito.

Segundo Vergnaud (1982), o conceito de Campo Conceitual é:

[...] um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos e relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição (ibid.). Campo conceitual é definido também como sendo, em primeiro lugar, um conjunto de situações cujo domínio requer, por sua vez, o domínio de vários conceitos, procedimentos e representações de naturezas distintas (Vergnaud, 1982 *apud* Moreira, 2004, p.8).

Pensando no que dizem os autores sobre o ensino das frações e as considerações feitas sobre a TCC, para que seja possível entender o conceito de fração, é preciso que, a partir do campo conceitual em que está inserida, seja possível compreender os demais significados que a permeiam, dando condições a partir dos problemas, situações, relações e representações que as envolvem.

Desse modo, a relevância deste trabalho está na complexidade do número fracionário, tendo em vista que há muitos significados atribuídos a um mesmo conceito e poucas publicações de assuntos na área, envolvendo a Teoria dos Campos Conceituais e os significados para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, conforme descrito no capítulo 2. Em razão disso, a partir dos entendimentos sobre o processo cognitivo deste número com o auxílio da TCC, a proposta deste trabalho é uma sequência didática que possibilita a compreensão de três significados associados às frações.

Os significados abordados na pesquisa, medida, razão e número, foram escolhidos neste estudo a partir da revisão de literatura e de leituras acerca das dificuldades no ensino de frações, pois, a partir deles, pode-se perceber quais discussões permeiam esse tema e dados que ajudam na elaboração desta pesquisa. Estudos mostram, também, o quanto estes significados são pouco abordados em livros didáticos³. Tendo em vista essas percepções, a escolha dos significados se deu com base nas suas complexidades e importâncias para o desenvolvimento

³ Ver Moutinho (2005) e Freire (2015).

matemático dos sujeitos da pesquisa. O que torna indispensável, a partir da Teoria dos Campos Conceituais, já que se quer um processo cognitivo que dê conta de conceituar o número fracionário.

Com base nessa teoria, é possível compreender como se dá a construção do conceito de fração e refletir sobre a proposição de estratégias de ensino que deem conta do que será proposto. Portanto, a pergunta que se fez é: Quais as contribuições que uma sequência de ensino, pautada na Teoria dos Campos Conceituais, pode trazer para a apropriação do conceito de fração por alunos do 6º ano do Ensino Fundamental?

Partindo de tal questão norteadora, tem-se como objetivo de pesquisa: investigar as contribuições de uma sequência didática para o ensino do conceito de fração relacionado aos significados de número, medida e razão, à luz da Teoria dos Campos Conceituais, para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental.

Os objetivos específicos são:

- a) identificar possíveis contribuições da Teoria dos Campos Conceituais para o ensino das frações;
- b) analisar os resultados do pré e pós-teste para identificar as contribuições da sequência didática no aprendizado dos alunos;
- c) construir uma sequência didática, com atividades que possibilitem aos alunos compreender o conceito de fração, a partir dos significados de número, medida e razão, com o auxílio da TCC; e
- d) desenvolver um aplicativo que permita aos professores da Educação Básica uma consulta rápida e prática sobre o conceito de fração, abordando seus diferentes significados, além de disponibilizar materiais que os auxiliem no ensino de Matemática.

Esta pesquisa se caracteriza como qualitativa e quantitativa e utiliza a metodologia de pesquisa experimental, definida por Campbel e Stanley (1966) como sendo a manipulação de variáveis para observar os efeitos que surgem através dessa manipulação. Com essa metodologia, pode-se chegar no objetivo proposto e investigar as contribuições a partir da aplicação da sequência didática.

Para delinear os aspectos abordados neste estudo, o texto está estruturado em seis capítulos. No primeiro capítulo, *Introdução*, apresenta-se ao leitor as discussões sobre o ensino de frações, indicando os possíveis significados atrelados a elas, bem como os entendimentos sobre a Teoria dos Campos Conceituais, seguidas do objetivo

e da pergunta de pesquisa. O segundo capítulo discute a Teoria dos Campos Conceituais, trazendo informações sobre seus pressupostos e as discussões do trabalho acerca dos entendimentos necessários para a construção do conceito de fração.

O terceiro capítulo aborda as discussões sobre o conceito de fração a partir dos seus sete significados. Relata, na seção 3.2, sobre a revisão sistemática de literatura, a fim de propor discussões sobre o assunto e as possíveis colaborações destas para a elaboração desta pesquisa. Por fim, na seção 3.3, são apresentadas discussões acerca das habilidades e conhecimentos sobre as frações, descritas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), servindo de suporte na elaboração das atividades da sequência didática, com o objetivo de entender o que os documentos legais estabelecem sobre esse tema.

A *Metodologia*, descrita no capítulo quatro, conta com os pressupostos teóricos da abordagem metodológica, assim como a descrição do ambiente escolar onde o estudo foi desenvolvido e dos sujeitos da pesquisa. A sequência didática foi descrita, incluindo uma apresentação das atividades e suas considerações, com o intuito de fornecer uma explicação clara das atividades, revelar os raciocínios empregados e ilustrar as diversas possibilidades para cada questão.

As discussões sobre a aplicação da sequência didática estão descritas no capítulo 5, onde são apresentados os dados obtidos e as reflexões a partir deles, analisando suas contribuições com o auxílio da Teoria dos Campos Conceituais para o ensino e a aprendizagem do conceito de fração para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. Por último, o capítulo 6, refere-se às considerações finais, abordando os aspectos e reflexões que se julgou pertinentes durante a construção da pesquisa, bem como sugestões para novas pesquisas e as contribuições do estudo.

2 TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS COMO POSSIBILIDADE PARA PENSAR O ENSINO DE FRAÇÕES

A Teoria dos Campos Conceituais é uma teoria cognitivista neopiagetiana, elaborada por Gérard Vergnaud, que busca oferecer uma “estrutura e alguns princípios básicos ao estudo do desenvolvimento e da aprendizagem das competências complexas, sobretudo as que dependem da ciência e da técnica” (Vergnaud, 1993, p.1). Dessa forma, permite que possamos compreender as filiações e rupturas, do que o autor chama de conhecimentos das crianças e dos adolescentes. Esta teoria foi desenvolvida a partir das percepções de Piaget e Vygotsky, se aprofundando nas áreas de Matemática e Ciências (Moreira, 2002). Contudo, ela pode ser adaptada a outras áreas, pois trata-se e é advinda de teorias que estudam o funcionamento cognitivo e o funcionamento do pensamento das pessoas.

No que se refere às frações, percebe-se que há diversos significados atribuídos ao seu conceito. Tendo em vista essa compreensão, este estudo se filiou à Teoria dos Campos Conceituais, contribuindo no processo de construção da sequência didática e das análises discutidas adiante. Com isso, a teoria serviu de subsídio à compreensão do conceito de fração e aos processos de ensino e aprendizagem dos alunos do 6º ano do Ensino Fundamental.

Gérard Vergnaud foi um pesquisador francês que estudava o Ensino da Matemática, tentando compreender como as crianças elaboram esses conhecimentos e a partir deles ensiná-las. À vista disso, desenvolveu a Teoria dos Campos Conceituais, que centraliza suas ideias no desenvolvimento cognitivo da conceitualização (Moreira, 2011). O autor era discípulo de Jean Piaget e, por conta disso, trouxe embasamentos da teoria de seu mentor.

Segundo Moreira (2002) e Garibotti (2019), as principais contribuições de Piaget para a teoria de Vergnaud são os conceitos de: esquema e invariantes operatórios. Segundo Piaget e Inhelder (2012, p.15) esquema é “a estrutura ou a organização das ações, as quais se transferem ou generalizam no momento da repetição da ação, em circunstâncias semelhantes ou análogas”. No que se refere aos invariantes operatórios, Garibotti (2019, p.11) explica que são “os conhecimentos contidos nos esquemas, isto é, elementos cognitivos que fazem com que a ação do sujeito seja operatória para lidar com uma situação”. Sendo assim, Vergnaud organiza esses conceitos dentro da estrutura das TCCs.

Algumas ideias de Lev Vygotsky (1991) também são aplicadas nas teorizações de Vergnaud como base para o desenvolvimento de novas ideias e pensamentos. São dois os conceitos de Vygotsky que integram a teoria de Vergnaud: mediação e Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP). A mediação, segundo Martins e Moser (2012, p.9), “é o processo de intervenção de um elemento intermediário numa relação”, ou seja, o indivíduo fará relação do conceito aprendido através de elementos, que podem ser, por exemplo, palavras ou imagens. A partir disso, ele utilizará desses instrumentos, palavras e imagens, para fazer as relações necessárias com o conceito que está sendo aprendido.

A Zona de Desenvolvimento Proximal, segundo Vygotsky (1991), é a diferença entre dois níveis de desenvolvimento cognitivo, são eles: o real e o potencial. No nível de desenvolvimento real, o indivíduo é independente, ou seja, é capaz de resolver seus problemas. E no nível de desenvolvimento potencial, ele está no processo de maturação, em outras palavras, necessita de auxílio para resolver seus problemas.

Vergnaud elaborou a Teoria dos Campos Conceituais a partir das ideias de Piaget e Vygotsky, focando na área da Matemática, pois o autor se aprofunda no que diz respeito a como os estudantes vêm construindo seus conhecimentos matemáticos. Além disso, contribuiu para o campo da educação, visto que se refere a esses conhecimentos como uma forma essencial para o professor pensar a sua prática de sala de aula.

Para entender como está esquematizada a TCC, primeiramente, precisa-se compreender a definição de campo conceitual, que, segundo Vergnaud (2017), é:

[...] ao mesmo tempo um conjunto de situações e um conjunto de conceitos. O conjunto de situações cujo domínio progressivo implica uma variedade de conceitos, de esquemas e de representações simbólicas em estreita conexão; o conjunto de conceitos que contribuem para dominar estas situações (Vergnaud, 2017, p.42).

Essa definição permite compreender que a ideia principal de campo conceitual é que, para compreender um conceito, é necessário, também, a interpretação e o domínio de outras situações que fazem parte da compreensão deste conceito. Existem alguns exemplos de campos conceituais. Gerardt explicou sobre os campos conceituais das estruturas aditivas e multiplicativas e, como foco desta pesquisa, entende-se as frações como sendo um campo conceitual.

Magina, Merlini e Santana (2013, p.5982) definem as estruturas multiplicativas de Vergnaud como “um conjunto de problemas ou situações, cuja análise e tratamento requerem vários tipos de conceitos, procedimentos e representações simbólicas, os quais se encontram em estreita conexão uns com os outros”. Já o campo aditivo é definido sendo “o conjunto de situações que pedem uma adição, uma subtração ou uma combinação das duas operações para serem resolvidas e, ao mesmo tempo, pelo conjunto dos conceitos e teoremas que permitem analisar essas situações como tarefas matemáticas” (Justo, 2012, p.3). Os autores reforçam o que entendemos pela teoria e salientam o campo de discussão em que Vergnaud se aprofundou, propondo que, para o entendimento desse conceito, precisa-se de relação com os outros conceitos matemáticos.

Vergnaud (2017) define conceitos-chave em sua teoria, como conceito, situações, esquemas e invariantes operatórios, facilitando a sua compreensão. Ainda diz que os campos conceituais não são independentes entre si e que um pode complementar o outro. Mas, reforça que mesmo que isso aconteça pode-se dizer que há campos conceituais distintos, que só precisam estar bem descritos. Partindo desse entendimento, nota-se que é quase impossível trabalhar separadamente com os conteúdos, pois sempre precisa-se de alguns entendimentos para que seja possível dar seguimento à conceitualização. Logo percebe-se que, para ensinar sobre as frações, é necessário ter um conjunto de entendimentos além do que somente o conceito de fração, tais como o conceito de medida, razão e número.

Segundo Vergnaud (2017), as ideias básicas que fundamentam a TCC são:

- a) um conceito adquire sentido em função da multiplicidade de problemas aos quais responde, ou seja, a aprendizagem de um conceito não ocorre com uma única situação;
- b) os conceitos não funcionam isoladamente, mas sim vinculados uns aos outros. Desta forma, uma situação não é resolvida com apenas um conceito;
- c) a aprendizagem das propriedades e relações que envolvem tais conceitos acontecem por uma série de rupturas e filiações durante uma longa história. Ou seja, existe um processo longo até o domínio de um campo conceitual e isto só ocorre a partir das situações que são dadas; e
- d) um conceito não é uma mera definição, ele remete à sua possibilidade de funcionar na resolução de problemas.

É possível perceber que Vergnaud (1993) traz, em sua teoria, uma definição de conceito muito mais ampla do que a que estamos acostumados. Partindo desses pressupostos, o conceito é definido como um triplete de conjuntos:

- a) S: conjunto de situações que dão sentido ao conceito (o referente);
- b) I: conjunto de invariantes (objetos, propriedades e relações) em que se baseia a operacionalidade dos esquemas, ou o conjunto de invariantes operatórios associados ao conceito (o significado); e
- c) R: conjunto de formas de linguagem (ou não) que permitem representar simbolicamente o conceito, suas propriedades, as situações às quais ele se aplica e os procedimentos que dele se nutrem (o significante).

De acordo com o triplete, por exemplo, o conceito de fração, para um determinado sujeito, neste caso, o aluno, é o conjunto de esquemas que ele pode utilizar para lidar com as situações em que é exposto sobre as frações, assim como pode operar com um conjunto de representações que darão sentido a este conceito.

Seguindo o que diz o triplete de conjuntos, é necessário levar em conta, ao longo da aprendizagem, esses conjuntos simultaneamente acionados quando nos referimos ao conceito. Assim como se chega à definição de conceito, leva-se à definição de situação, pois somente as situações dão sentido ao conceito. E isso fica explícito quando Garibotti (2019) explica que um

[...] conceito torna-se significativo através de uma variedade de situações. O sentido é uma relação do sujeito com as situações e com o significante. Mais precisamente, são os esquemas, isto é, os comportamentos e sua organização, evocados no sujeito por uma situação ou por um significante (representação simbólica) que constituem o sentido dessa situação ou desse significante (Garibotti, 2019, p.15).

Partindo dessas ideias de conceito e de situação, percebe-se que as frações terão sentido a partir das situações em que os alunos estão sendo expostos. Com isso, passa-se ao próximo conceito, definido como esquemas. Esquemas, para Vergnaud (1993, p.2) são como “a organização invariante do comportamento para uma classe de situação dada”. Ou seja, é nessa fase da teoria que se observa a organização do comportamento dos sujeitos a uma dada situação. Como exemplo, pode-se pensar em uma situação da pizza, perguntando ao aluno qual a fração da pizza que ele comeu. A partir dessa situação, ele deve ativar conceitos que já conhece e associá-los às frações. Dessa forma, ele organiza as informações que teve a partir

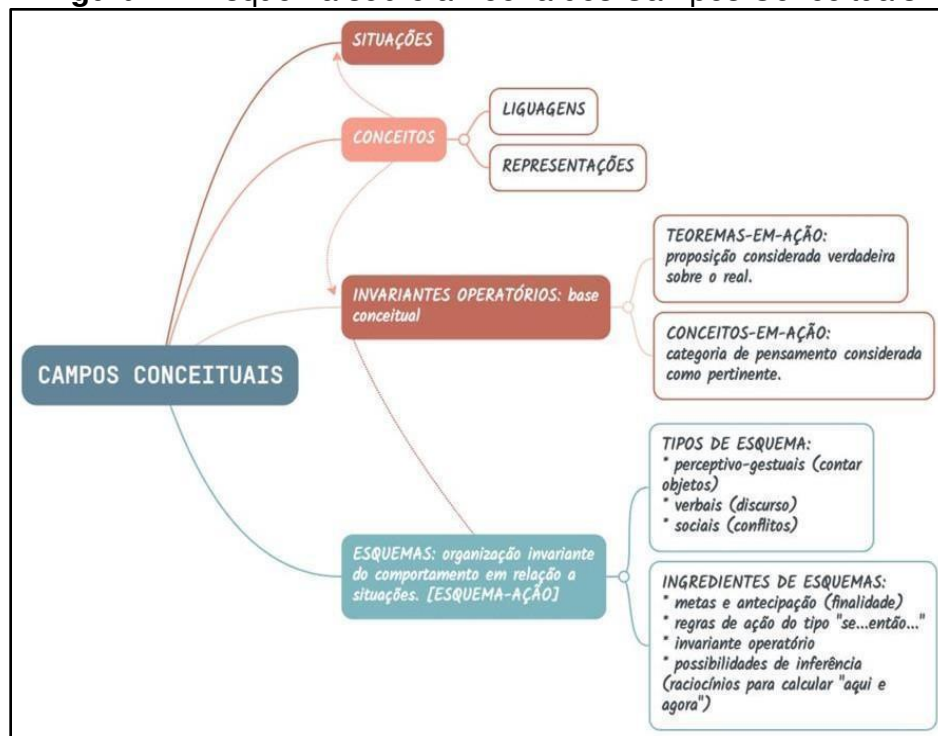
da situação dada, e vai construindo um esquema, que pode ser aplicado, modificado e/ou desenvolvido, à medida que se depara com novas situações.

Moreira (2002, p.14) diz que, de modo geral, esquema “é a forma estrutural da atividade, é a organização invariante do sujeito sobre uma classe de situações dadas e contém conhecimentos-em-ação que são implícitos”. Sendo assim, os esquemas são a forma como o sujeito organizará as situações dadas sobre as frações para compreendê-las e realizar tarefas que necessitem deste entendimento.

A partir da definição de esquemas, evidencia-se o que o autor chama de invariantes operatórios. Os invariantes estão divididos em duas partes: teoremas-em-ação e conceitos-em-ação. Como esquema é a organização da conduta de certas situações, diz-se que os dois termos citados são os invariantes operatórios. O teorema-em-ação é definido como uma proposição tida como verdadeira sobre o real. Já o conceito-em-ação é um objeto, um predicado, ou uma categoria de pensamento tida como pertinente, relevante (Moreira, 2002, 2011; Garibotti, 2019; Vergnaud, 1993). Há uma relação dialética entre os conceitos-em-ação e os teoremas-em-ação, uma vez que os conceitos são ingredientes de teoremas e teoremas são propriedades que dão aos conceitos seus conteúdos.

Os invariantes operatórios coletam e selecionam, segundo Cedran e Kiouranis (2019), as informações relevantes que auxiliam no processo de conceitualização. Dessa maneira, o que havia sido chamado de significados do conceito de fração anteriormente, conclui-se que são os invariantes operatórios. A Figura 2, a seguir, exemplifica a teoria, evidenciando todos os conceitos descritos acima.

Figura 2 – Esquema sobre a Teoria dos Campos Conceituais



Fonte: Passo e Lopes (2022).

Cabe destacar que a teoria auxiliou o desenvolvimento da pesquisa, proporcionando esses entendimentos à professora-pesquisadora e à sua prática docente, da mesma forma como ajudou no desenvolvimento dos objetivos propostos. Considerando as frações como parte de um campo conceitual que exige relações com outros significados, o próximo capítulo explora como esses significados estão vinculados ao conceito de fração e como podem ser abordados. Além disso, discute as diretrizes da BNCC sobre esses significados e as contribuições dos estudos para a compreensão desse conceito matemático.

3 ELEMENTOS PARA PENSAR UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA À LUZ DA TCC

Os elementos utilizados nesta pesquisa para pensar a sequência didática são descritos neste capítulo, incluindo a descrição de cada um dos significados, as considerações da BNCC para o conteúdo de frações e a revisão sistemática de literatura que auxiliou a compreender o que se tem discutido sobre o assunto.

3.1 Os significados associados ao conceito de fração

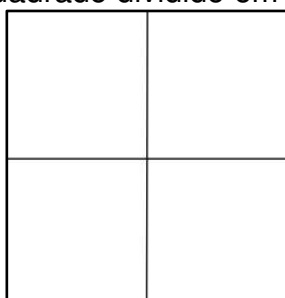
Em relação aos significados que estão associados ao conceito de fração, autores como Silva (2005), Campos e Rodrigues (2007), Magina, Bezerra e Spnillo (2009) e Cavalcanti e Guimarães (2008) referem-se a sete significados, sendo eles: quociente, parte-todo, medida, razão e operador multiplicativo, probabilidade e número

A seguir, são apresentadas explicações sobre cada um dos significados, a partir dos autores Silva (2005), Onuchic e Allevato (2008), Merlini (2005), Cavalcanti e Guimarães (2008) e Lapa (2013).

3.1.1 Parte-todo

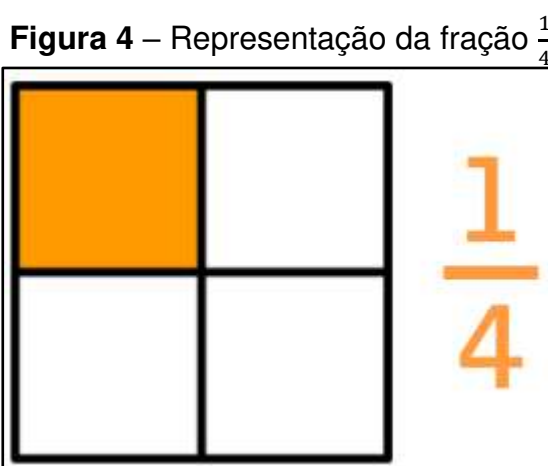
Lapa (2013, p.43) refere-se ao significado de parte todo como um procedimento de dupla contagem que “consiste em identificar que a quantidade total de partes divididas, ou seja, o todo é o denominador e o número de partes tomadas é o numerador”, o que remete aos elementos presentes no nome parte-todo. Assim, ao representar simbolicamente um inteiro, por exemplo, com figuras/desenhos, pode-se fazer um quadrado dividido em partes iguais, ou seja, do mesmo tamanho (Figura 3).

Figura 3 – Quadrado dividido em 4 partes iguais



Fonte: Própria autora (2024).

O quadrado acima está somente dividido em partes iguais, mas, na Matemática, para associá-lo às frações é preciso que se denomine o que é o numerador e denominador. As partes que representam o todo, ou seja, o inteiro/todo, são representadas pela letra b e chama-se de denominador (parte de baixo da fração). Já as partes pintadas são representadas pela letra a e são chamadas de numerador (parte de cima da fração). Com base nessas definições, obtém-se a fração $\frac{a}{b}$. A Figura 4 abaixo é a representação simbólica desta fração.



Fonte: Própria autora (2024).

Nesta representação, o todo é representado pelo quadrado que está dividido em 4 partes, dessas somente 1 está pintada. Para indicar a parte que está pintada, utiliza-se o número 1 como numerador e a parte do todo, que está dividida em 4, para representar o denominador. Assim, tem-se a representação da fração $\frac{1}{4}$.

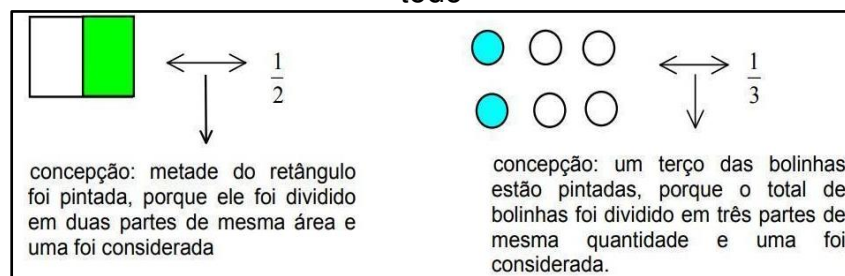
O estudo feito por Freire (2015, p.70-71) analisa duas coleções de livros didáticos. A primeira coleção indica que o significado de parte-todo se manifesta em 49% das questões envolvendo frações, enquanto a segunda coleção indica 60%. Visto isso, percebe-se que este é um dos significados com mais visibilidade entre os livros didáticos. Geralmente, quando os professores introduzem o conceito de fração, utilizam representações e desenhos que remetem a este significado, por isso ele é tão utilizado no ensino das frações.

As atividades destacadas por Freire (2015) em seu estudo, sobre as coleções de livros didáticos para o significado de parte-todo, utilizam representações por meio de desenhos e questões envolvendo chocolates. Esse tipo de representação,

utilizando alimento, é possível pela divisão iguais do inteiro. Por exemplo, geralmente, o chocolate já vem dividido, e é fácil pensar no inteiro dividido em partes iguais para representar o denominador; e a parte que é consumida sendo o numerador. Assim, se o chocolate for dividido em 15 partes e comem-se 7 delas, pode-se representar a fração da seguinte forma: $\frac{7}{15}$.

Já a autora Silva (2005) traz concepções diferentes sobre as divisões do todo, como apresentado na Figura 5 abaixo, as quais podem ampliar as situações-problema acionadas na construção do conceito de fração.

Figura 5 – Representação geométrica e simbólica em relação ao significado parte-todo



Fonte: Silva (2005, p.106).

Nota-se que, na primeira figura, tem-se um retângulo dividido ao meio e uma das metades está pintada, chegando na representação de $\frac{1}{2}$. Já na outra figura, tem-se uma representação simbólica, na qual nota-se um agrupamento de bolinhas. Ou seja, cada duas bolinhas é um agrupamento, como duas dessas bolinhas estão pintadas e elas são do mesmo agrupamento, a representação matemática desta representação é $\frac{1}{3}$.

A fração pode ser escrita da mesma forma, utilizando diferentes significados. Nesta seção, explora-se a ideia de parte-todo, que descreve a relação entre uma parte e o todo. Na seção seguinte, aborda-se o conceito de quociente, que está relacionado à divisão e usa a fração como uma ferramenta para esse cálculo.

3.1.2 Quociente

O significado de quociente está diretamente associado à divisão, pois a fração pode ser interpretada como uma operação de divisão. Para Onuchic e Allevato (2008,

p. 88), essa concepção aparece quando “um número de objetos precisa ser repartido igualmente num certo número de grupos”.

A representação pode estar associada ao significado anterior, porém com definições diferentes para o que chamamos de numerador e denominador. Na divisão, há o divisor (o número que será dividido) e o divisor (o número que divide o dividendo). Assim, associa-se o numerador ao dividendo, que será representado por x , e o denominador ao divisor, que será representado por y . Ou seja, a divisão $x \div y$, pode ser representada por $\frac{x}{y}$.

Um exemplo de atividade utilizando o significado de quociente é descrita por Lapa (2013), como mostra a Figura 6.

Figura 6 – Recorte da atividade que exemplifica o significado quociente

FORAM DIVIDIDOS IGUALMENTE 4 CHOCOLATES PARA 5 CRIANÇAS. QUE FRAÇÃO REPRESENTA O QUE CADA CRIANÇA RECEBEU?

Fonte: Lapa (2013, p.45).

Utilizando este significado para resolver a atividade, pode-se dizer que 4 chocolates é o dividendo e as 5 crianças o divisor. A partir dessa denominação, a fração que representa a quantidade que cada criança recebeu é $\frac{4}{5}$. A resposta dessa questão pode não ser evidente, pois, quando ocorre a divisão, ela não será exata, resultando no número decimal 0,8. Ou a criança ainda poderá recorrer à divisão desses chocolates, voltando ao significado de parte-todo, para compreender o que acontece. Lembrando que são duas grandezas distintas, chocolates e crianças, a representação pelo significado parte-todo não será da mesma forma descrita na seção anterior. Mas ainda é possível fazê-la.

Lapa (2013) e Freire (2015) analisaram livros didáticos em seus estudos, destacando a presença do significado de quociente. Na primeira coleção de Freire (2015), 14% das questões abordam este significado, enquanto na segunda coleção, esse percentual é de 15%. Em contraste, a análise de Lapa (2013) não identificou nenhum item que houvesse relação ao significado de quociente. Com esses estudos, é possível identificar a diferença de abordagens entre as coleções, podendo ser evidenciado ou não os significados atribuídos ao conceito de fração, tornando os livros didáticos com propostas distintas.

O próximo significado refere-se ao operador multiplicativo, descrevendo como uma fração pode ser ampliada ou reduzida ao ser multiplicada ou dividida. Estabelece

conexões com o significado que se acabou de discutir, pois relembra o entendimento da divisão para auxiliar no processo de redução. Assim, reforça a ideia de que o conceito de fração não está desvinculado dos seus significados, podendo sempre ser relacionados.

3.1.3 Operador multiplicativo

O operador multiplicativo é aquele que age sobre o número fracionário. Ou seja, ele transforma alguma quantidade. Segundo Onuchic e Allevato (2008, p.94), o "operador" tem significado semelhante ao de "encolher" ou "esticar", de "reduzir" ou "ampliar". Ao multiplicar um número pela fração, é possível ampliá-la, por exemplo: $2 \cdot \frac{1}{3}$. Ao multiplicar a fração $\frac{1}{3}$ por 2 amplia-se a fração para $\frac{2}{3}$.

Na Figura 7, tem-se um exemplo de como a fração pode operar sobre alguma quantidade.

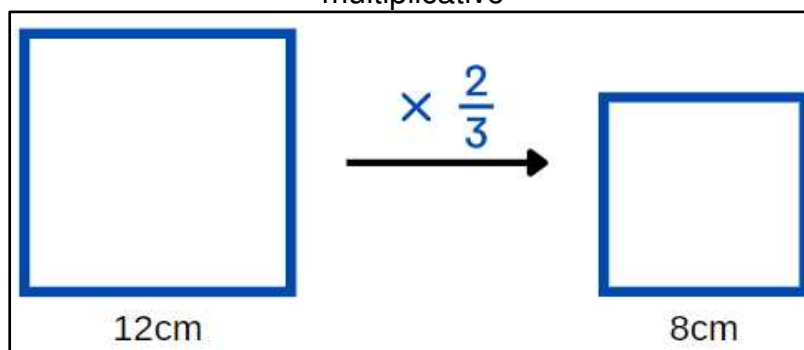
Figura 7 – Recorte da tarefa sobre frações em relação ao significado de operador multiplicativo

Tarefa 1: Construir um quadrado cujo lado tenha $\frac{2}{3}$ da medida do lado do quadrado dado.

Fonte: Silva (2005, p.134).

Na Figura 8 abaixo, mostra-se uma ilustração para a tarefa descrita acima.

Figura 8 – Ilustração da tarefa sobre frações em relação ao significado de operador multiplicativo



Fonte: Própria autora (2024).

Esta tarefa pede para construir um quadrado com novas medidas. Essas medidas precisam ser $\frac{2}{3}$ da medida que já existe. Ou seja, esta fração $\frac{2}{3}$ vai reduzir o lado do quadrado, formando um quadrado menor. Supondo que o quadrado tenha

medida de 12cm , precisamos que o novo quadrado tenha $\frac{2}{3}$ dos 12cm . Para resolver este problema, multiplica-se $\frac{2}{3} \cdot 12 = \frac{24}{3} = 8$. Sendo assim, o novo lado do quadrado medirá 8cm .

Ao falar sobre o operador multiplicativo e como ele age sobre uma determinada grandeza, consegue-se associá-lo à próxima seção, na qual remete-se ao significado de número. Isso porque, entende-se que o operador é um número fracionário que está agindo sobre outro número e o que se entende por significado de número é parecido com isto, pois não se remete a uma representação em si, mas ao número que é formado.

3.1.4 Número

Neste significado, tem-se a fração como um número. Depois de tantos significados, causa estranheza em falar que a fração é um número. Neste caso, não precisa estar associada a nenhum tipo de representação. Segundo Merlini (2005, p.27), ela pode ser representada de duas formas: ordinária e decimal. Ou seja, se considerar a fração como um número, pode-se localizá-lo na reta numérica, tanto na sua forma fracionária quanto na decimal. E, por isso, não será preciso associar este significado a nenhum contexto ou representação (Lapa, 2013).

Um exemplo é o exercício indicado na Figura 9 abaixo:

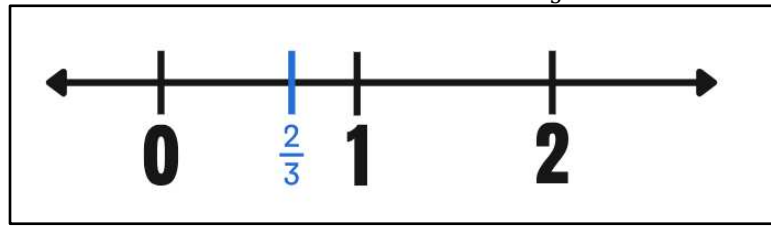
Figura 9 – Recorte de um exemplo do significado de número para as frações

Exemplo: Represente na reta numérica a fração $\frac{2}{3}$.

Fonte: Merlini (2005, p.27).

Para poder-se marcar na reta numérica a fração $\frac{2}{3}$, é preciso que se compreenda que esses numerais não são dois números distintos, mas um só. É preciso compreender, ainda, que todo número tem sua localização na reta numérica e que $\frac{2}{3}$ está entre os números 0 e 1. Pode-se representá-la na forma fracionária ordinal ou, então, na forma decimal. Geralmente, utiliza-se a forma decimal para localizar as frações na reta, ou seja, divide-se o valor do numerador pelo denominador, encontrando seu valor decimal. Neste caso, o valor decimal da fração $\frac{2}{3} \cong 0,66666$, (Figura 10).

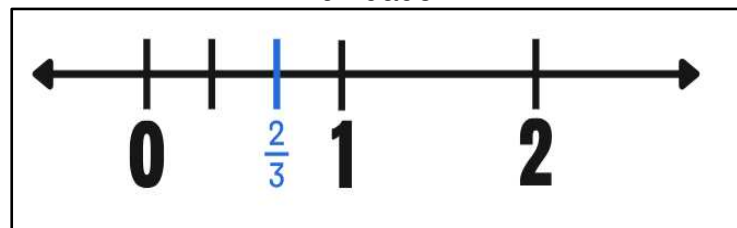
Figura 10 – Representação do número $\frac{2}{3}$ na reta numérica



Fonte: Própria autora (2024).

O número que se quer encontrar é o $\frac{2}{3}$ e como dito anteriormente, podendo-se fazer a divisão do numerador pelo denominador para chegar em um número decimal. Este é mais fácil de localizar na reta do que o próprio número $\frac{2}{3}$, mas, caso não se queira dividir, pode-se utilizar de recursos para encontrá-lo na reta. Por exemplo, dividir a unidade em três partes. Isso significa que como o denominador é 3, o todo está dividido em três partes, logo divide-se cada unidade por 3, como na Figura 11.

Figura 11 – Representação do número $\frac{2}{3}$ na reta numérica, a partir da divisão da unidade



Fonte: Própria autora (2024).

Este tipo de partição, está associado ao significado de parte-todo. Ressalta-se que não tem problema utilizar de outros significados para auxiliar no processo de encontrar o número fracionário na reta numérica. Vergnaud (1993) diz que nenhum conceito é isolado e utiliza-se dos outros conceitos para interpretá-los e resolvê-los. Por esse motivo, mesmo que os significados estejam separados, eles compõem o campo conceitual das frações.

O significado de número é a forma mais abstrata da representação fracionária, colocando o aluno a pensá-lo de outra forma. Na seção seguinte, o significado é sobre medida, que representa a necessidade de utilizar outro tipo de número, sem ser o natural, para representar alguma medida.

3.1.5 Medida

De acordo com Silva (2005), o significado de medida auxilia o entendimento dos alunos para perceberem que precisam de outros tipos de quantificações, além dos números naturais. Isso permite que eles compreendam que é preciso um novo número que dê conta de medir, por exemplo, comprimentos que não são inteiros.

Por isso, será preciso entender que existem dois tipos de quantidades, as discretas e as contínuas. Quantidades discretas são aquelas que podem ser contadas, entre quaisquer valores. Já as quantidades contínuas são aquelas que podem ser mensuráveis e podem ser medidas por algum instrumento, por exemplo, o peso e a altura.

Nas Figuras 12 e 15, a seguir, pode-se ver exemplos de situações em que é utilizado o significado de medida para quantidades discretas e contínuas.

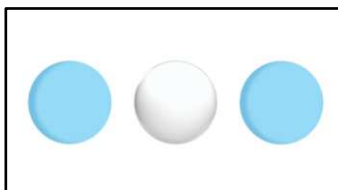
Figura 12 – Exemplo de exercício sobre o significado de medida com quantidade discreta

Exemplo 1 (Quantidade discreta): João terá que passar por uma prova de fogo. Seu amigo colocou dentro de uma caixinha 3 bolas coloridas, duas azuis e uma branca, e apostou com João: se você tirar uma bola dessa caixa sem ver, e ela for azul, você ganha o jogo. Que fração representa a chance de João ganhar o jogo?

Fonte: Merlini (2005, p.29).

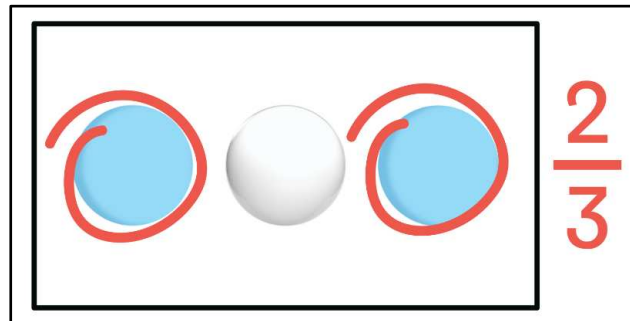
Nesta atividade, como quer-se saber a possibilidade de João tirar uma bolinha azul da caixa, tem-se a probabilidade representada por uma fração. Pois, se na caixa tem 2 bolinhas azuis em um total de 3 bolinhas (Figura 13), a chance de o João ganhar o jogo pode ser expressa pela fração $\frac{2}{3}$. (Figura 14).

Figura 13 – Caixa com duas bolinhas azuis e uma branca



Fonte: Própria autora (2024).

Figura 14 – Caixa com duas bolinhas azuis e uma branca e a possibilidade de tirar uma bolinha azul



Fonte: Própria autora (2024).

As Figuras 13 e 14 ilustram o que a questão pede. Como há duas bolinhas azuis dentro da caixa e isso é o que fará com que João ganhe o jogo, a possibilidade dele tirar uma bolinha azul é de $\frac{2}{3}$, pois há duas bolinhas no total de 3.

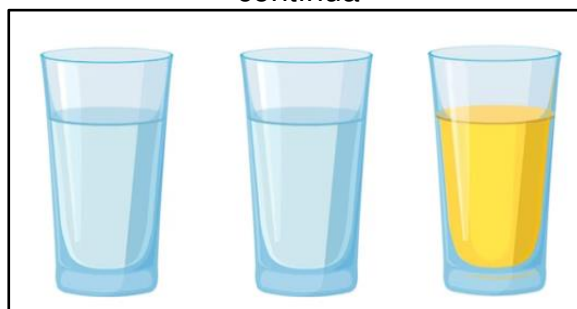
Figura 15 – Exemplo de exercício sobre o significado de medida com quantidade contínua

Exemplo 2 (Quantidade contínua): Para fazer uma certa quantidade de suco são necessários 2 medidas de água para 1 medida de concentrado de laranja. Que fração representa a medida da água em relação ao total de suco?

Fonte: Merlini (2005, p.30).

Já neste exemplo, pode-se representar a fração do que está sendo pedido, que seria a quantidade de suco concentrado para a quantidade de água, ou seja, representa a fração $\frac{1}{2}$. Pode-se, também, representar a fração do que está sendo perguntado, que é a medida de água em relação ao total de suco. Aqui, tem-se três partes, duas medidas de água e uma medida de suco. Sendo assim, a fração é $\frac{2}{3}$, pois o numerador representa a quantidade de água utilizada para fazer o suco e o denominador representa a quantidade total de medidas utilizadas para fazer o suco. Ou seja, as duas medidas de água e uma medida de suco (Figura 16).

Figura 16 – Ilustração do exercício sobre o significado de medida com quantidade contínua



Fonte: Própria autora (2024).

A medida utilizada para representar essa atividade foi a medida de um copo. Dois copos de água e o mesmo copo para o suco concentrado. Destaca-se isso, pois há diversos tipos de medidores, como por exemplo, xícara e colher. Com essas informações, ficam esclarecidas as decisões tomadas e como se interpreta a questão. Logo, a fração que representa a medida de água é $\frac{2}{3}$. Isso porque, das 3 medidas utilizadas, 2 dessas foram de água.

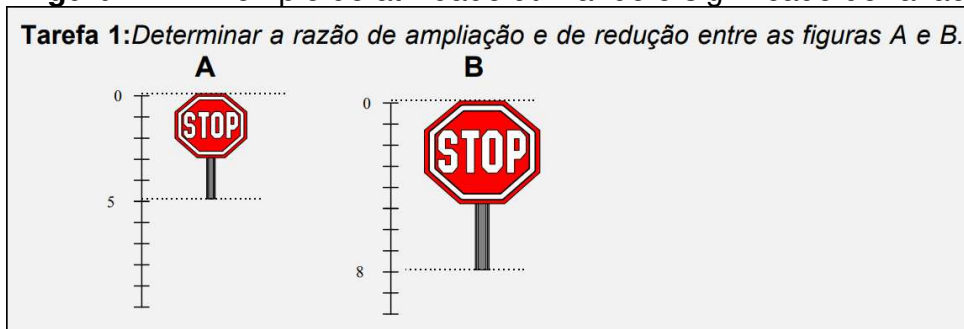
O significado de medida remete à necessidade de outras quantificações, podendo utilizar de instrumentos de medidas, bem como utilizar os números racionais para expressar um número. O próximo significado refere-se à razão, que é uma forma de aplicar e interpretar medidas, fornecendo uma perspectiva adicional sobre a relação entre diferentes quantidades.

3.1.6 Razão

O significado de razão pode ser entendido como a ideia de comparação entre duas grandezas distintas. Autores como Onuchic e Allevato (2008, p.96) descrevem este significado como sendo a “comparação multiplicativa entre duas grandezas denotada por $\frac{a}{b} = a:b$ (a está para b)”. Este significado, envolve o conceito de proporcionalidade.

Para que fique mais clara a explicação, tem-se um exemplo de Silva (2005), na Figura 17 abaixo:

Figura 17 – Exemplo de atividade utilizando o significado de razão



Fonte: Silva (2005, p.125).

Esta situação envolve a ampliação e redução de duas figuras. Para isso, utiliza-se o significado de razão, expressando que a figura A está para a figura B. Como a figura A tem a medida de 5 unidades e a figura B de 8 unidades, diz-se que A está para B, assim como 5 está para 8, para, assim, referir-se à ampliação da placa. Dessa forma, a representação da ampliação é de $\frac{5}{8}$ e, conseqüentemente, a de redução será ao contrário, sendo $\frac{8}{5}$.

Enquanto a razão fornece uma perspectiva comparativa entre quantidades, a probabilidade, discutida na próxima seção, utiliza essa ideia para estimar e quantificar a chance de eventos ocorrerem. A probabilidade nem sempre é vista como um significado do conceito de fração, porém, segundo autores como Cavalcanti e Guimarães (2008), é um dos entendimentos que precisam ser compreendidos no campo conceitual das frações.

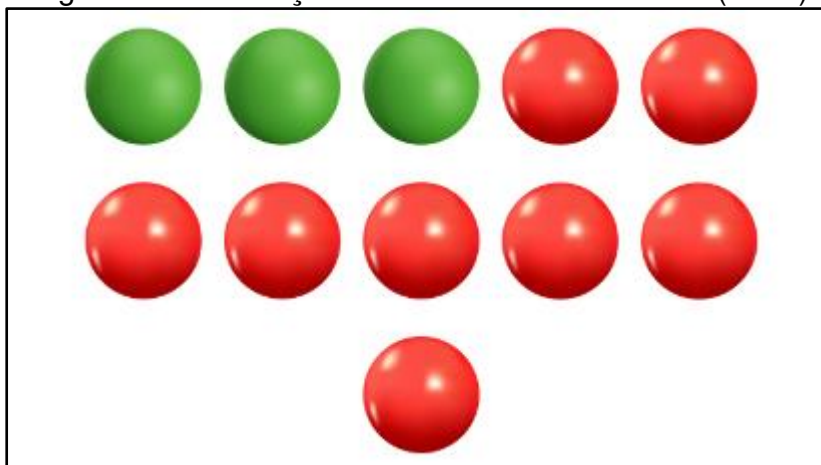
3.1.7 Probabilidade

Neste estudo, o significado de probabilidade baseia-se na definição de Cavalcanti e Guimarães (2008, p.2), os quais afirmam que “a fração representa a chance de um evento ocorrer (número de casos favoráveis dividido pelo número de casos possíveis)”. A partir desse trecho, percebe-se que a probabilidade de algo ocorrer pode também ser representada em forma de fração.

A definição acima pode ser percebida em uma situação problema proposta por Moutinho (2005, p.38): “Em uma caixa há 3 bolas verdes e 8 bolas vermelhas, qual a probabilidade de sortear uma bola verde?” Para responder a essa pergunta, é preciso somar a quantidade de bolinhas que estão dentro da caixa, nesse caso, 11 bolas ao total, somando as verdes e vermelhas. Sabendo que o total é de 11 bolinhas e apenas

3 delas são verdes, pode-se escrever essa situação em uma fração $\frac{3}{11}$. Ou seja, tem-se 3 bolinhas no numerador, representando a possibilidade de casos e no denominador o número total de casos possíveis (Figura 18).

Figura 18 – Ilustração do exercício de Moutinho (2005)



Fonte: Própria autora (2024).

Para representar a probabilidade de retirar uma bolinha verde da caixa, precisa-se contar o total de bolinhas e a quantidade que se tem de bolinhas verdes. Assim como na ilustração, percebe-se que há 11 bolinhas no total e 3 delas são verdes. A partir dessas informações, consegue-se representar a fração $\frac{3}{11}$.

Quando se entende o significado de probabilidade, percebe-se que ele é muito parecido com o de medida, visto que os dois têm exemplos e ilustrações parecidas. Autores como Merlini (2005) retratam a probabilidade como parte do significado de medida. Mas, para este trabalho, acredita-se ser viável compreender essas relações separadas e interligadas, para embasar a discussão sobre o campo conceitual das frações.

Em resumo, a teoria dos campos conceituais de Vergnaud, aplicada ao ensino das frações, enfatiza a importância de expor os alunos a diferentes significados e contextos, permitindo uma construção mais integrada do conceito de fração. Nesse sentido, compreender as frações em seus múltiplos contextos não só aprimora o entendimento dos alunos, mas também facilita a aplicação desse conhecimento na resolução de problemas que envolvem esses significados.

A BNCC é o documento que orienta as instituições de ensino no país. Ao discutir sobre os significados percebe-se a importância de entender o que esta

normativa diz sobre as frações e como devem ser abordadas, contribuindo na construção da sequência didática.

3.2 As frações na Base Nacional Comum Curricular

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é o documento normativo que enuncia o que se deve ensinar nas instituições de ensino no país. Ela foi implementada no final do ano de 2017, com aprovação do Ensino Fundamental. Já a BNCC do Ensino Médio, foi implementada quase um ano depois, no final de 2018. Com todas as etapas homologadas, o Brasil passou a ter uma Base com as aprendizagens previstas à Educação Básica (Brasil, 2018).

A Base é dividida em competências gerais, competências específicas e habilidades. As competências gerais são aquelas que os alunos devem desenvolver durante a Educação Básica. As competências específicas são as que devem ser desenvolvidas nas áreas de conhecimentos específicos, neste caso, a área da Matemática. E, por último, as habilidades são relativas aos conteúdos e aos conceitos aprendidos em cada etapa da Educação Básica (Brasil, 2018).

Visando compreender o que este documento diz sobre as frações e de que forma elas aparecem ao longo dos anos escolares, são descritos, a seguir, aspectos considerados importantes para a pesquisa. Logo, enfatizando a área da Matemática, a BNCC estabelece competências específicas para esta área no Ensino Fundamental, ou seja, tanto nos Anos Iniciais quanto nos Anos Finais do Ensino Fundamental (Figura 19).

Figura 19 – Competências específicas da área da Matemática no Ensino Fundamental



COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS DE MATEMÁTICA PARA O ENSINO FUNDAMENTAL

1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.
2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.
5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).
7. Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.
8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

Fonte: Brasil (2018).

Destaca-se que as competências específicas da Matemática no Ensino Fundamental abordam questões referentes às discussões da Teoria dos Campos

Conceituais. A competência de número 3 diz: “Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática” (Brasil, 2018, p.267). Essa citação pode ser relacionada com a TCC, visto que o campo conceitual é justamente ter o domínio de outros esquemas e teoremas-em-ação para compreender e aplicar as situações dadas sobre o conceito que está sendo aprendido.

Aplicando esses entendimentos em relação às frações, percebe-se que, ao ensiná-las, é preciso que o estudante compreenda as diversas situações em que o número fracionário pode ser relacionado. Os significados fazem esse papel, por exemplo, a ideia de divisão já é trabalhada em anos anteriores ao 6º ano. Ao relacionar as frações com o significado de quociente, o estudante aciona o que já conhece para aprender e conceitualizar as frações.

A competência 6 retrata sobre a utilização de diversas situações-problemas, indo ao encontro do que Vergnaud fala em sua teoria (Brasil, 2018). Ele diz que não é possível formar um conceito apenas com uma situação (Moreira, 2002). Ou seja, é preciso uma diversidade de situações que envolvam diferentes contextos para formar o conceito – neste estudo, as frações. Como possuem uma variedade de contextos em que podem ser aplicadas, é necessário que, ao ensinar o número fracionário, sejam várias situações diferentes.

A partir do que foi visto nas competências específicas da Matemática, percebe-se que, ao pensar no ensino das frações, precisa-se considerar os esquemas e teoremas-em-ação e as relações que os alunos já trazem de anos anteriores. Isso os auxiliam na construção do novo conceito em questão, podendo utilizar o que conhecem sobre esse número em relação ao significado de razão, número e medida.

E, a partir do objetivo de construir uma sequência didática sobre os números fracionários a partir dos significados de número, medida e razão, os elementos presentes na BNCC serviram de norte para a criação das atividades propostas. Ademais, contribuíram para entender quais habilidades já foram vistas em anos anteriores e quais são as que devem ser desenvolvidas no 6º ano sobre frações, discute-se o que o documento diz sobre esse tema.

Com isso, a BNCC faz referência ao número fracionário a partir do 4º ano do Ensino Fundamental, com ideias de frações mais básicas. As habilidades que devem ser desenvolvidas nesta etapa, conforme a BNCC (Brasil, 2018), são:

(EF04MA09) Reconhecer as frações unitárias mais usuais ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$,

1/10 e 1/100) como **unidades de medida** menores do que uma unidade, utilizando a reta numérica como recurso.

(EF04MA10) Reconhecer que as regras do sistema de numeração decimal podem ser estendidas para a **representação decimal** de um número racional e **relacionar décimos e centésimos** com a representação do sistema monetário brasileiro (Brasil, 2018, p.291, grifos do autor).

As frações também são vistas no 5º ano, contudo, neste ano, espera-se que os alunos consigam identificar, representar, relacionar números fracionários com números decimais e associar à porcentagem, estabelecendo as seguintes habilidades (Brasil, 2018, p.294-295):

(EF05MA03) Identificar e representar frações (menores e maiores que a unidade), associando-as ao resultado de uma **divisão** ou à ideia de **parte de um todo**, utilizando a reta numérica como recurso.

(EF05MA04) Identificar frações equivalentes.

(EF05MA05) Comparar e ordenar números **racionais positivos** (representações fracionária e decimal), relacionando-os a pontos na reta numérica.

(EF05MA06) Associar as representações 10%, 25%, 50%, 75% e 100% respectivamente à **décima parte, quarta parte, metade, três quartos e um inteiro**, para calcular **porcentagens**, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros. (Brasil, 2018, p.294-295, grifos do autor).

Os objetos de conhecimento que fazem referência aos números fracionários no 4º e 5º ano do Ensino Fundamental são as noções de escrita, reconhecimento, leitura e representações na reta numérica como medida. Essas habilidades fazem referência ao significado de medida, o qual foi utilizado nesta pesquisa. Também faz referência ao significado de quociente, já que a habilidade EF05MA03 aborda a associação da fração com o resultado de divisão.

As questões de reconhecimento das frações na reta numérica são habilidades que também devem ser desenvolvidas no 5º ano do Ensino Fundamental. Logo, espera-se que no 6º ano, os estudantes apresentem uma familiaridade, mesmo que pequena, quanto à relação de medida e quociente, do mesmo modo que saibam identificar a fração na reta numérica e a porcentagem.

Com base nesse princípio, a BNCC para o 6º ano do Ensino Fundamental menciona diferentes significados associados ao conceito de fração, como parte-todo e quociente. Em outras palavras, aborda alguns significados, assim como as operações de adição e subtração, criando oportunidades de discussões sobre esse número. As habilidades a serem desenvolvidas no 6º ano, conforme a BNCC (Brasil, 2018), incluem:

(EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de **partes de inteiros** e **resultado de divisão**, identificando frações equivalentes.

(EF06MA08) Reconhecer que os **números racionais positivos** podem ser expressos nas formas **fracionária** e **decimal**, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica.

(EF06MA09) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora.

(EF06MA10) Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária (Brasil, 2017, p.301, grifos do autor).

Nota-se que as competências específicas da Matemática no Ensino Fundamental enfocam a resolução de problemas, tanto hipotéticos quanto contextuais, caracterizando as discussões apresentadas por Vergnaud em sua teoria. Além disso, em relação aos diferentes significados das frações, a base curricular destaca a importância de integrar os diversos conceitos e procedimentos das áreas da Matemática, o que estava em consonância com os objetivos da pesquisa.

De certa forma, a teoria de Vergnaud e a BNCC se aproximam quando se referem a expor o aluno a diversas situações e que, para compreender um novo conceito, é preciso relacioná-lo aos que já conhecem. Em relação às frações, segue a mesma perspectiva de raciocínio. A partir das discussões desta pesquisa, é essencial que, ao estudar frações, os estudantes entendam a diversidade de ideias envolvidas, possibilitando a compreensão do conceito de fração.

A revisão de literatura subsequente explora estudos que oferecem suporte teórico e metodológico para a pesquisa, alinhando-se com as diretrizes da BNCC ao enfatizar a necessidade de expor os alunos a diversos contextos e significados para a compreensão de conceitos matemáticos, como as frações.

3.3 Revisão sistemática de literatura

Esta seção apresenta resultados de pesquisas focadas no ensino de frações, contribuindo para o entendimento dessa temática. A revisão sistemática da literatura permitiu identificar elementos que ampliam a discussão sobre os significados das frações, incluindo a forma como são abordadas, as atividades pedagógicas propostas e os resultados obtidos pelas pesquisas. Além disso, considerou-se o contexto da

Teoria dos Campos Conceituais, auxiliando na compreensão da teoria e em como os autores aplicaram essa teoria no desenvolvimento dos números fracionários, oferecendo subsídios importantes para a discussão e os objetivos desta pesquisa.

A seleção das fontes pesquisas selecionadas foi: Catálogo de teses e Dissertações (CAPES), a Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD), a biblioteca virtual de revistas científicas SciELO e o Grupo de Estudos sobre Educação, Metodologia da Pesquisa e Ação (GEEMPA). Os descritores utilizados foram “Teoria dos Campos Conceituais” e “Fração”.

Considerando a relevância dessas instituições: o catálogo de teses e dissertações da Capes é mantido pelo portal do Ministério da Educação (MEC), sendo um sistema que oferece acesso a publicações científicas, bem como o banco de dados de monografias, dissertações e teses (CAPES, 2024). A BDTD foi desenvolvida e é mantida pelo Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia (Ibict), sendo um sistema com o objetivo de disseminar e dar visibilidade às teses e dissertações produzidas nas instituições de ensino superior do Brasil, facilitando o acesso público e promovendo a circulação do conhecimento científico.

A plataforma SciELO, por sua vez, é executada pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), pela CAPES e pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), que tem por objetivo contribuir para o avanço da pesquisa científica e “maximizar a visibilidade dos periódicos que indexa e das pesquisas que estes comunicam considerando os artigos e outros tipos de documentos e objetos de comunicação associados” (SciELO, 2024). O grupo de estudos GEEMPA, fez parte da organização do Colóquio Internacional sobre a Teoria dos Campos Conceituais, aproximando aos objetivos desta pesquisa. A finalidade do grupo é “o estudo e a pesquisa para o desenvolvimento das ciências do aprender e a realização de ações efetivas, visando a melhoria da qualidade do ensino” (GEEMPA, 2024).

Os descritores utilizados em todas as plataformas de pesquisa e nos Anais do Colóquio Internacional sobre Teoria dos Campos Conceituais foram: “frações” e “Teoria dos Campos Conceituais”. Na plataforma Scielo, fez-se uma outra busca, a qual é especificada adiante.

A busca na plataforma CAPES resultou em 10.707 teses e dissertações. Sendo realizada no início de 2023, utilizou-se o filtro “ano de publicação”, restringindo a pesquisa pelos últimos 10 anos, de 2013 a 2023, resultando em um total de 2.066

pesquisas. Após, utilizou-se o filtro “grande área do conhecimento”, no qual foram selecionados os seguintes tópicos: “Ciências Humanas”, “Ciências da Exatas” e “Multidisciplinar”, os quais resultaram em um total de 645 trabalhos. A escolha dos filtros foi feita com o intuito de encontrar somente trabalhos que tinham características semelhantes a este estudo.

Após os refinamentos, os 645 títulos foram lidos a fim de selecionar os que tratavam sobre ensino de frações, a partir dos seus diversos significados, à luz da Teoria dos Campos Conceituais. A pesquisa feita nas plataformas revelou poucos trabalhos voltados a esta temática e, por isso, decidiu-se relacionar somente o tema e a teoria envolvidas. Destaca-se que o foco inicial era selecionar as pesquisas a partir do ano escolar em que se pretendia aplicar a sequência de didática, mas, ao perceber que a quantidade de trabalhos era pequena, optou-se por não estabelecer este critério. Nesse empreendimento, foram selecionados 15 dos 645 trabalhos, cujos títulos eram condizentes com o objetivo desta pesquisa.

Embora quase todos os trabalhos mencionassem frações no título, como o foco era estudos articulados à Teoria dos Campos Conceituais, optou-se pela leitura dos resumos e de partes das teses e dissertações.

Para a seleção das pesquisas, estabeleceram-se critérios de inclusão e exclusão. Foram considerados apenas os estudos que abordavam os significados das frações e sua relação com a Teoria dos Campos Conceituais. Excluíram-se aqueles que não tratam desses temas ou que não exploram o conceito de fração a partir dos seus significados. Muitos trabalhos focaram em frações equivalentes ou em operações com frações, tópicos que não atendem ao propósito desta investigação. Após a aplicação dos critérios, três estudos foram selecionados para a revisão de literatura.

Na plataforma da BDTD, a sistemática foi semelhante à plataforma anterior, resultando em 11 pesquisas. Como eram poucas pesquisas, todos os títulos e resumos foram lidos. Os critérios para selecionar as pesquisas nesta plataforma foram os mesmos utilizados na plataforma CAPES. Porém, na BDTD, acrescentou-se a exclusão de trabalhos repetidos. Assim, selecionou-se somente 1 das 11 pesquisas encontradas. Logo, a revisão sistemática da literatura tem um total de 4 pesquisas, advindas das plataformas CAPES e BDTD.

Por fim, foram selecionados os Anais do II e III Colóquio Internacional sobre as Teorias dos Campos Conceituais, realizados pelo GEEMPA, não contendo nenhuma

publicação que apresentou relação com a presente pesquisa. Na plataforma SciELO, foram realizadas duas pesquisas com os seguintes descritores: “fração” e “Teoria dos Campos Conceituais”, os mesmos utilizados nas demais plataformas, e “fração” e “Vergnaud”. Com nenhum dos descritores foram encontradas pesquisas.

No Quadro 1, abaixo, estão os dados das teses e dissertações encontradas.

Quadro 1 – Lista de teses e dissertações

Nº	BASE DE DADOS	TIPO	TEMA	AUTOR	PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO	ANO
1	BDTD	Dissertação	Fração e seus diferentes significados: um estudo com alunos da 4ª a 8ª séries do Ensino Fundamental	Leonel Valpereiro Moutinho	Mestrado em Educação Matemática – PUC/SP	2005
2	CAPE	Tese	Um estudo das situações parte-todo e quociente no ensino aprendizagem do conceito de fração	Raquel Factori Canova	Doutorado em Educação Matemática – UNIBAN	2013
3	CAPE	Dissertação	Os significados das frações presentes em livros didáticos dos Anos Finais do Ensino Fundamental	Joelma Cruz de Oliveira Freire	Mestrado em Educação Matemática – UNIAN-SP	2015
4	CAPE	Dissertação	O ensino de frações para o 6º ano do Ensino Fundamental utilizando a resolução de problemas a partir da visão de Vergnaud	Izaías Pinheiro de Souza Junior	Mestrado Profissional em Ensino de Matemática – UEPA	2019

Fonte: Própria autora (2024).

Para a análise destas pesquisas, foram elencadas as seguintes categorias: os principais autores que sustentam as discussões em torno dos diferentes significados associados ao conceito de fração; as atividades desenvolvidas para o ensino de frações a partir dos seus significados à luz da Teoria dos Campos Conceituais; e quais as contribuições que os estudos deixaram para as futuras pesquisas. Com isso, analisa-se, a seguir, as pesquisas.

Moutinho (2005), em sua dissertação de mestrado intitulada “*Fração e seus diferentes significados: um estudo com alunos da 4ª a 8ª séries do Ensino Fundamental*”, desenvolvido no Mestrado em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC), discorre sobre as concepções que os alunos de 4ª e 8ª série apresentam sobre os cinco significados associados ao conceito de fração. O estudo apoia-se nos autores Vergnaud (1983; 1988; 1990; 1993), Nunes

e Bryant (1997), Kieren (1988), Ohlsson (1989) e Behr *et al.* (1983). O autor utilizou uma pesquisa qualitativa, abordando um estudo diagnóstico com objetivo de identificar as concepções que alunos da 4ª a 8ª séries do Ensino Fundamental apresentam em relação à fração e a seus diferentes significados. Dentro dessa proposta, o autor aplicou questões sobre as frações e os significados associados ao seu conceito, explorando as quantidades discretas, contínuas e com representações icônicas (uso de figuras no enunciado de um problema) ou não icônicas, sendo que cada uma delas foi associada aos diferentes significados do conceito de fração, que incluíam número, parte-todo, quociente, medida e operador multiplicativo. Concluiu seu trabalho destacando as concepções sobre as frações, sendo elas a inversão do numerador com o denominador, quociente remetendo-se à parte-todo, fração tida como números sobrepostos, e acentuação do significado parte-todo. Por isso, sugere à futuras pesquisas que façam sequências de ensino que abordem as frações com “diferentes níveis de complexidade ao passo que seria iniciada a abordagem dos significados” (*Ibid.*, p.189).

A tese de Canova (2013), “*Um estudo das situações parte-todo e quociente no ensino aprendizagem do conceito de fração*”, apresentada ao Doutorado em Educação Matemática da Universidade Bandeirante Anhanguera de São Paulo, buscou investigar o desempenho da construção do conhecimento de frações, de alunos do 4º, 5º e 6º ano do Ensino Fundamental, a partir de situações dos significados de parte-todo e quociente. Os estudos que embasam a pesquisa da autora são Streefland (1991; 1997) e Nunes e Bryant (2009), Vergnaud (1990; 2001), Rodrigues (2005), Damico (2007), Merlini (2005), Mamede (2007) e Kieren (1988). A pesquisa tem cunho qualitativo e buscou compreender se há mudanças no entendimento dos alunos com relação aos significados de parte-todo e quociente após as abordagens feitas. Para isso, foi aplicado um pré-teste, e os alunos foram separados em 2 grupos: um grupo de controle e um grupo experimental. O grupo experimental passaria por intervenções sobre o significado de parte-todo e de quociente, e o grupo de controle não passaria por nenhuma intervenção, aplicando ao final um pós-teste. A autora conclui seu estudo dizendo que “o conceito de fração é complexo e sua compreensão pressupõe intervenções sistemáticas ao longo da escolaridade” (*Ibid.*, p.165) e sugere a investigação do número fracionário, em longo prazo, abordando os significados “em diferentes conteúdos de ensino e em diferentes momentos” (*Ibid.*, p.166).

A pesquisa de Freire (2015), *“Os significados das frações presentes em livros didáticos dos Anos Finais do Ensino Fundamental”*, desenvolvida no Mestrado de Educação Matemática, da Universidade Anhanguera de São Paulo (UNIAN), analisou de que maneira os livros didáticos desenvolviam as frações em relação aos seus diferentes significados em livros didáticos do 6º e 7º ano aprovados pelo PNLD. Utilizou os autores Merlini (2005), Moutinho (2005), Rodrigues (2005), Silva *et al.* (2013), Quaresma e Ponte (2012), Pinto (2011), Campos *et al.* (2010), Campos (2014) e Pinto e Ribeiro (2013) para embasar seu estudo. É uma pesquisa qualitativa, a qual analisou de que maneira as atividades propostas em 4 livros didáticos relacionavam os significados associados ao conceito de fração. Com isso, encontrou quantidades distintas para cada significado entre as coleções e verificou que o significado com mais visibilidade é o de parte-todo, em ambas as coleções. Assim, a autora sugere “encontros com professores, promovendo estudos sobre o conteúdo dos materiais instrucionais” (*Ibid.*, p.78), pois assim poderá “promover não só a melhora no material utilizado em sala de aula, como o trabalho mais consciente por parte dos educadores” (*Ibid.*, p.78).

A pesquisa *“O ensino de frações para o 6º ano do Ensino Fundamental utilizando a resolução de problemas a partir da visão de Vergnaud”*, desenvolvida por Souza Júnior (2019), no Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, da Universidade do Estado do Pará, possui como foco principal o desenvolvimento de uma sequência didática para o ensino do conceito de fração através dos significados atribuídos a este conceito a partir dos entendimentos da Teoria dos Campos Conceituais. Os autores utilizados para embasar este estudo foram: Nogueira e Rezende (2014), Vergnaud (1981; 1993; 1996), Moreira (2002), Santos, França e Santos (2007) e Magina e Campos (2008). A pesquisa tem cunho qualitativo, visando a aplicação de uma sequência didática com auxílio de pré e pós-testes. As atividades desenvolvidas não utilizaram todos os significados e tinham como objetivo compreender também as operações de soma e subtração das frações. O autor diz que “o objetivo geral de sensibilizar o sistema cognitivo do máximo de alunos com essa sequência didática foi alcançado” (*Ibid.*, p.138) e conclui que, a partir das análises feitas, os professores que tiverem acesso ao seu estudo terão “uma base de cálculo segura para a verificação das movimentações cognitivas de seus alunos” (*Ibid.*, p.140).

Analisando as pesquisas citadas anteriormente, há fontes bibliográficas comuns entre elas, como os estudos de Merlini (2005), Kieren (1988) e Nunes e Bryant (1997), que trazem as contribuições sobre o ensino e a aprendizagem das frações, bem como sobre a construção cognitiva das crianças em relação à Matemática. As pesquisas analisadas de Moutinho (2005), Canova (2013) e Souza Júnior (2019) utilizaram a metodologia qualitativa e propuseram-se a desenvolver atividades que contribuíssem com o ensino das frações atrelados aos seus significados. Para isso, embasaram os seus estudos na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, auxiliando no entendimento de como os alunos constroem os seus conhecimentos. As abordagens variaram em relação aos significados escolhidos, utilizando todos eles ou apenas alguns.

Além disso, todas elas contaram com testes diagnósticos e/ou pré e pós-testes, com o intuito de avaliar como se deu a aprendizagem desses alunos em relação ao tema pesquisado. A pesquisa de Freire (2015) se distancia das demais por não aplicar atividades, mas por analisar livros didáticos que discorrem sobre esse assunto. Baseia-se, também, nos entendimentos de Vergnaud e contribui no entendimento dos materiais didáticos oferecidos pelos ambientes escolares.

Considerando as pesquisas discutidas, os estudos de Moutinho (2005), Canova (2013) e Souza Júnior (2019) se aproximam desta pesquisa por desenvolverem atividades com estudantes sobre os significados de fração apoiados na Teoria dos Campos Conceituais e utilizarem pré e pós-teste para discussão dos resultados. Moutinho (2005) relata sobre as concepções que os alunos têm sobre cinco significados associados ao conceito de fração, distanciando-se desta pesquisa por retratar apenas três deles. Já Canova (2013), aplicou apenas dois significados, parte-todo e quociente, aproximando-se do desta proposta, mas fazendo aplicações com alunos do 4º ao 6º ano do Ensino Fundamental. A pesquisa de Souza Júnior (2019) também faz relação de apenas alguns significados, trazendo as discussões sobre as operações de soma e subtração com frações, que não é o foco principal desta pesquisa e sim o entendimento dos alunos quanto aos significados de medida, razão e número associados ao conceito de fração. Por fim, Freire (2015) traz apontamentos e discussões sobre livros didáticos, o que se distancia totalmente desta pesquisa, mas se faz importante por discutir quais os significados que mais são retratados nesses materiais didáticos que ficam dentro das escolas, podendo verificar quais são os que

têm mais incidência dentro das escolas, proporcionando uma discussão em relação à escolha dos significados que foram utilizados na pesquisa.

Considerou-se que as discussões realizadas nesta revisão sistemática de literatura foram pertinentes para os próximos passos da pesquisa, oferecendo diferentes perspectivas sobre os significados das frações. Outro fator importante foram os autores e estudos citados pelos trabalhos analisados, que contribuíram para o aporte teórico desenvolvido. Ademais, esses estudos forneceram subsídios para o planejamento da sequência didática e possibilitaram a exploração de significados menos frequentes, para além daqueles que aparecem com mais frequência.

4 PERCURSO METODOLÓGICO

Os aspectos metodológicos utilizados nesta pesquisa são descritos neste capítulo, incluindo a abordagem metodológica adotada, o local de desenvolvimento, os participantes envolvidos, a sequência didática aplicada e os instrumentos de coleta de dados.

4.1 Abordagem metodológica

Com base no objetivo de investigar as contribuições de uma sequência didática para o ensino do conceito de fração relacionado aos significados de número, medida e razão, a partir da Teoria dos Campo Conceituais, esta pesquisa caracteriza-se como qualitativa e quantitativa. Segundo Creswell (2010, p.26), a abordagem qualitativa “é um meio para explorar e para entender o significado que os indivíduos ou grupos atribuem a um problema social ou humano”, possibilitando a compreensão das atividades e os entendimentos dos alunos em relação ao ensino de frações.

Portanto, essa abordagem se preocupa:

[...] nas ciências sociais, com um nível de realidade que não pode ser quantificado. Ou seja, ela trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis (Minayo, 2002, p.21).

Também foi considerada a pesquisa quantitativa, pois, segundo Creswell (2010, p.26), “é um meio para testar teorias objetivas, examinando a relação entre as variáveis” e, a partir disto, “ser medidas tipicamente por instrumentos, para que os dados numéricos possam ser analisados por procedimentos estatísticos”. Compreendeu-se que essa abordagem trouxe subsídios para a análise dos entendimentos dos alunos em relação às aplicações da sequência didática. Nesse contexto, também foram apresentados dados estatísticos sobre a compreensão dos estudantes antes e depois das aplicações.

Fonseca (2002) enfatiza que a combinação das abordagens qualitativa e quantitativa permite reunir um volume maior de informações do que se cada abordagem fosse utilizada isoladamente. Logo, a utilização de ambas as abordagens foi uma estratégia para analisar e entender melhor os objetivos da pesquisa. Ao

definir-se as abordagens, caracteriza-se a pesquisa como interventiva, pois, segundo Teixeira e Megid Neto (2017, p.1056), este tipo é caracterizado por “articularem, de alguma forma, investigação e produção de conhecimento com a ação e/ou processos interventivos”.

A pesquisa interventiva é pertinente a este estudo, pois colabora na investigação dos objetivos propostos, permitindo a implementação e a avaliação direta da sequência didática em sala de aula, observando e analisando de que forma ocorre a compreensão dos alunos em relação aos significados de número, medida e razão. Através desta abordagem, é possível adaptar e ajustar as estratégias de ensino com base nas respostas e no progresso dos alunos. Nesse sentido, os autores Teixeira e Megid Neto (2017) consideram a pesquisa interventiva uma abordagem de investigação que gera:

[...] conhecimentos, práticas alternativas/inovadoras e processos colaborativos. Além disso, podemos testar ideias e propostas curriculares, estratégias e recursos didáticos, desenvolver processos formativos, nos quais, os pesquisadores e demais sujeitos envolvidos, atuam na intenção de resolver questões práticas sem deixar de produzir conhecimento sistematizado (Teixeira, Megid Neto, 2017, p.1056).

A partir do que dizem os autores, a proposta interventiva permite a aplicação da sequência didática como uma estratégia de ensino, visando a compreensão do conceito de fração, corroborando para a investigação de possíveis contribuições no ensino de frações.

Nas seções seguintes, estão descritos os instrumentos de coleta de dados, a caracterização da turma e a caracterização do ambiente escolar, no qual foi aplicada a sequência de atividades.

4.1.1 Instrumentos de coleta de dados

Com o intuito de atingir os objetivos da pesquisa, utilizou-se como instrumentos de coleta de dados, fotos, pré-teste e pós-teste, diário de campo dos estudantes, diário de campo da professora-pesquisadora, folhas das atividades de cada aula da sequência didática e o site *WordWall*⁴.

⁴ <https://wordwall.net/pt>

As fotos dos estudantes não foram utilizadas na pesquisa a fim de preservar a identidade dos alunos, mas serviram como registros para analisar as atividades propostas na sequência didática. Os registros foram feitos com a câmera do telefone celular da professora-pesquisadora.

O pré-teste e o pós-teste foram aplicados com os estudantes, sendo eles iguais. Isso permitiu verificar quais foram as aprendizagens dos alunos e refletir sobre possíveis alterações para chegar nos objetivos propostos. Estes testes foram entregues aos alunos em folhas impressas e devolvidas após a conclusão. Além dos pré e pós-testes, as atividades desenvolvidas em 2 aulas, que tinham por objetivo desenvolver os significados de medida e razão, também foram entregues em folhas impressas e recolhidas ao final. Todas as folhas ficaram de registros das aulas e para a discussão nas análises desta pesquisa.

Os diários de campo dos alunos foram produzidos no decorrer das atividades, permitindo que os alunos, ao final de cada aula, pudessem escrever sobre elas. Logo, para cada aula, foram entregues folhas de ofício cortadas ao meio que serviram para as anotações dos alunos. O papel estava em branco e as questões norteadoras, que acreditava-se ser necessário para auxiliar na escrita dos alunos, eram colocadas no quadro. Assim, os alunos poderiam se sentir livres para escrever e utilizar a folha como achassem melhor, lembrando que elas foram recolhidas junto com as atividades ao final de cada aula.

A professora-pesquisadora tomou como seu diário de campo um caderno, no qual fez as anotações que julgou importantes da aula e apontou as falas dos alunos que a auxiliaram a desenvolver as análises desta pesquisa. A aula em que foi aplicada a atividade do significado de número teve como registro as ferramentas fornecidas pelo site *WordWall*. Esta é uma plataforma que possibilita a criação e execução de jogos pedagógicos, contando com um banco de respostas dos alunos aos jogos realizados. Para isso, os alunos devem somente colocar seu nome antes de realizá-las.

Conhecendo os instrumentos de coletas de dados utilizados na pesquisa, a seção 4.1.2 descreve o ambiente escolar em que a sequência didática foi aplicada.

4.1.2 Descrição do ambiente escolar

A escola em que foram aplicadas as atividades, é uma escola estadual do município de Novo Hamburgo, localizada na Região Metropolitana de Porto Alegre, Rio Grande do Sul. Ela atende a alunos do Ensino Fundamental I, de 1º a 5º ano, do Ensino Fundamental II, de 6º a 9º ano, e de Ensino Médio, 1º a 3º ano. A estrutura da escola conta com 15 salas de aula, dois laboratórios de informática, uma sala de áudio/vídeo, uma sala temática das ciências humanas, um refeitório, um ginásio, uma biblioteca, uma sala dos professores, um depósito, uma sala da direção, duas salas da vice-direção, uma sala de orientação, uma sala de atendimento educacional especializado, uma cozinha, sanitários femininos e masculinos para alunos, sanitários femininos e masculinos para professores, um sanitário de uso comum feminino e masculino para professores e direção, espaço com churrasqueira, sanitários femininos e masculinos no interior do ginásio, um pátio, um campo de futebol, estacionamento de carros para professores e uma mini fazenda, na qual há criação de animais.

Para garantir a conformidade com os aspectos éticos da pesquisa, a pesquisa foi submetida à apreciação da direção da escola, a qual assinou o Termo de Anuência (Apêndice A).

4.1.3 Descrição da turma

A turma participante da pesquisa contém 23 alunos, do sexo feminino e masculino, com faixa etária entre 11 e 13 anos. A maior parte dos alunos vem de escolas municipais de Ensino Fundamental I, migrando para o Ensino Fundamental II na escola estadual. Dos alunos participantes, tem-se um total de 14, sendo 3 meninos e 11 meninas. Essa diminuição de alunos ocorreu pela livre escolha em participar da pesquisa. Cabe destacar que todos os alunos são moradores do bairro onde a escola se localiza.

Em relação às características gerais da turma, em termos de conhecimentos matemáticos, alguns alunos mostram certa dificuldade. Segundo a professora regente da turma, alguns alunos têm dificuldades em relação aos conceitos básicos da Matemática, como as quatro operações. Além disso, nota-se que a turma tem características distintas quanto a questionamentos e envolvimento nas atividades,

pois quase metade deles não fizeram questionamentos ou não se sentiram à vontade com as atividades.

Para atender aos aspectos éticos da pesquisa, apresentou-se aos alunos da turma, o Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE). Esse documento esclareceu o propósito da pesquisa e os direitos dos participantes, garantindo a proteção dos menores (Apêndice B).

É importante destacar que, ao mencionar os alunos participantes da pesquisa, será utilizado o formato Aluno nº ou Grupo nº para preservar suas identidades. Cada aluno foi enumerado de 1 a 14 e, a cada vez que se refere a um mesmo aluno, utiliza-se a mesma numeração, como por exemplo, aluno 1. Ademais, nenhum dado pessoal dos participantes, coletado durante a pesquisa, será divulgado publicamente.

Os responsáveis pelos estudantes assinaram um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), no qual estão claramente descritos os objetivos da pesquisa, os direitos dos alunos e a garantia de que sua participação não resultará em prejuízos ou benefícios pessoais (Apêndice C).

Estas abordagens garantem a confidencialidade dos dados, conforme estipulado no projeto submetido ao Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da Universidade Federal do Rio Grande (FURG), registrado na Plataforma Brasil, sob o Certificado de Apresentação de Apreciação Ética (CAAE) nº 77505524.7.0000.5324, datado de 9 de maio de 2024.

A partir da caracterização da turma e de todos os aspectos que a envolvem, foi desenvolvida uma sequência didática, discutida no próximo capítulo. As atividades sugeridas foram descritas e debatidas com o propósito de esclarecer as propostas e destacar as hipóteses, as quais se esperava que surgissem.

4.2 Sequência didática

No decorrer deste trabalho, discutiu-se sobre o ensino das frações e de que forma poder-se-ia utilizar a Teoria dos Campos Conceituais para auxiliar neste processo. À luz das teorizações que dão suporte a estas discussões, nesta seção, apresenta-se uma proposta detalhada de sequência didática, desenvolvida para viabilizar o ensino das frações, abordando os significados de número, razão e medida. Buscou-se uma abordagem abrangente e eficaz que permitisse alcançar os objetivos estabelecidos nesta pesquisa.

A sequência didática é definida por Zabala (1998, p.18) como “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos”. A articulação das atividades subsidia a prática do professor, podendo oferecer-lhes uma noção do que pode ser acrescentado ou retirado do conjunto de atividades. De tal forma, o professor consegue reestruturar a sua prática visando um ensino e uma aprendizagem que contribuam para os objetivos propostos.

Carvalho (2017, p.47) define sequência didática “pela série ordenada e articulada das atividades. Não só pelas atividades, mas também a maneira de se articular são traços diferenciais que determinam a especificidade de uma proposta didática”. Ou seja, tal concepção vai ao encontro da definição de Zabala (1998), partindo de um conjunto de atividades que, articuladas entre si, podem contribuir no ensino e na aprendizagem em relação a algum conteúdo, para este estudo, as frações e seus significados.

Para construir a sequência didática, seguiu-se as definições apresentadas por Zabala (1998) e Carvalho (2017) e, na sua elaboração, baseou-se nos passos descritos por Carvalho (2017). Dessa forma, acredita-se que o processo de elaboração das atividades atendeu aos objetivos propostos e, após sua aplicação, pôde ser analisado com o intuito de avaliar a construção dos conhecimentos dos alunos sobre o conceito de fração, em relação aos significados de número, medida e razão.

Carvalho (2017) acredita que a sequência didática deve seguir os seguintes passos: escolha do tema a ser trabalhado; questionamentos à escolha do tema; planejamento dos conteúdos; objetivos a serem atingidos nos processos de ensino e de aprendizagem; delimitação da sequência de atividades, levando em consideração a organização dos estudantes, o material didático, o cronograma, a integração entre cada atividade, a etapa e a avaliação dos resultados.

A lista de passos descrita por Carvalho (2017) é extensa, mas, alguns deles, estão interligados e fazem parte do trabalho do professor ao oferecer uma sequência didática. Ter objetivos bem definidos e um planejamento organizado facilita o processo de aplicação e avaliação da sequência. Como pode-se ver, a sequência didática não é um simples apanhado de atividades e, assim como definiu Oliveira (2013), ela consiste em:

[...] um procedimento para a sistematização do processo ensino-aprendizagem, sendo de fundamental importância a efetiva participação dos alunos. Essa participação vai desde o planejamento inicial informando aos alunos o real objetivo da sequência didática no contexto da sala de aula, até o final da sequência para avaliar e informar os resultados (Oliveira, 2013, p.40).

Na próxima seção, descreve-se a proposta de sequência didática que foi elaborada para relacionar o conceito de fração aos significados de número, medida e razão. Todas as atividades propostas foram detalhadas e justificadas com base nos elementos discutidos ao longo deste trabalho, incluindo considerações sobre o ensino das frações e a Teoria dos Campos Conceituais. As descrições e justificativas visam auxiliar o leitor na compreensão das atividades e antecipar possíveis dificuldades ou dúvidas que poderiam surgir durante a prática.

A escolha dos significados de razão, número e medida se deu através das leituras realizadas na revisão de literatura e de outras leituras que foram sendo necessárias para tais escolhas, assim como as percepções que se teve em relação à pesquisa de Canova (2013). A autora relata que, a partir das intervenções que fez, obteve uma melhora significativa em relação ao significado que trabalhou. O que se acredita ser relevante para a escolha de tais significados, pois irá auxiliar no processo de aprendizagem das frações em geral.

Moutinho (2005), por exemplo, ao analisar livros didáticos do 4º ano do Ensino Fundamental, aponta que os significados que aparecem nas duas coleções são: parte-todo, operador multiplicativo e medida. Conclui, ainda, que aparecem questões com o significado de número, para representar nas formas decimais. Já as análises trazidas por Freire (2015), sobre duas coleções de livros didáticos de 6º e 7º anos do Ensino Fundamental, apontam que os livros trazem os significados parte-todo, quociente, razão e operador multiplicativo.

É perceptível, a partir dos autores acima, que alguns significados aparecem com frequência maior do que outros. Atentando-se aos significados de medida, razão e número, as coleções de 6º e 7º ano não fazem referência ao significado de medida. Porém, na coleção analisada do 4º ano, esse significado se manifesta em uma frequência maior.

A partir do que dizem os documentos normativos e das análises de livros didáticos, as frações são desenvolvidas com um maior aprofundamento a partir do 6º ano do Ensino Fundamental. Em vista disso, e como já havia sido discutido

anteriormente, há muitas maneiras de abordar o conceito de fração e, geralmente, elas não são associadas a essas fragmentações que o número fracionário necessita. Por isso, a escolha do significado de medida se justifica pela sua falta nos livros que subsidiam a educação no país.

O significado de razão aparece nos livros didáticos, pelas análises dos autores, mas não são discutidos e abordados com a mesma frequência dos demais. Freire (2015) aponta que, na primeira coleção de livro didático analisada por ela, as questões que tratam sobre o significado de razão são somente 14% e, na segunda coleção, apenas 17%. Na coleção do 4º ano, analisada por Moutinho (2005), não há relação entre o conceito de fração e este significado.

Canova (2013) e Tossavainen (2022) relatam sobre as dificuldades encontradas no ensino e aprendizagem das frações. Tossavainen (2022) afirma que as ideias de razões e proporções são as que têm mais dificuldades a serem ensinadas e as que demoram mais tempo até serem assimiladas, mas que são importantes para o sucesso em Matemática e ciências. Ou seja, por mais que este significado tenha alguma recorrência entre os livros didáticos, o seu entendimento é complexo e importante para o desenvolvimento dos alunos em Matemática. Posto isso, justifica-se a escolha do significado de razão, pois entende-se que o seu processo de aprendizagem é desafiador e, às vezes, não tem a visibilidade necessária para o seu aprendizado.

O último significado escolhido é o de número. A partir do que se viu acima, não há referências do número fracionário quanto ao número nas coleções analisadas, apenas no livro do 4º ano. Este refere-se a número como o resultado de uma divisão, o que também é relevante se tratando de outros significados, mas não a abordagem que se entende no capítulo 3, sobre o significado de número.

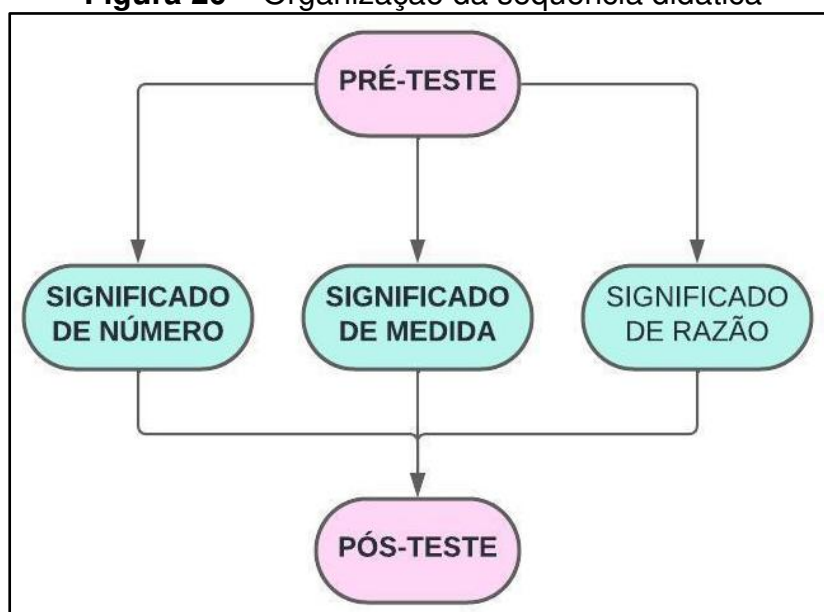
Acredita-se, ainda, que há outras discussões que são pertinentes quanto a este significado. Uma delas é a inversão do numerador com o denominador, ocorrendo por não compreenderem a fração como um número e sim como dois números separados por uma barra. Ou seja, a escolha desse significado partiu das ideias advindas das discussões e pela compreensão das dificuldades envolvidas a ele.

Refletindo a partir da teoria criada por Gérardt Vergnaud, não se pode se desfazer de todos os conceitos, pois, a partir do entendimento das frações como um campo conceitual, entende-se que ele não é aprendido e compreendido sem a interligação dos outros significados que o englobam. Por este motivo, escolheu-se

medida, número e razão para compor uma sequência de atividades que possibilitasse um aprendizado das frações a partir das suas vertentes.

A estrutura da sequência didática foi dividida em três etapas distintas. A primeira etapa foi dedicada à aplicação do pré-teste, com o objetivo de compreender o conhecimento prévio dos alunos e suas concepções sobre frações. Na segunda etapa, foram realizadas atividades para abordar os três significados escolhidos: número, razão e medida. Finalmente, a terceira etapa consistiu na aplicação de um pós-teste, idêntico ao pré-teste, para permitir uma análise quantitativa dos resultados dos alunos antes e após a intervenção da sequência didática. Para as análises da pesquisa, contou-se com o suporte dos registros dos alunos, feitos a partir das atividades desenvolvidas; um diário de campo dos alunos; e um diário de campo do professor para anotações dos momentos considerados importantes para a pesquisa. A Figura 20, a seguir, ilustra o esquema de organização das atividades e aulas da sequência didática.

Figura 20 – Organização da sequência didática



Fonte: Própria autora (2024).

Compreendendo como está estruturada a sequência didática, a próxima seção refere-se à aplicação do pré-teste e de que forma ele está estruturado.

4.2.1 Pré-teste

No Quadro 2 abaixo, estão descritos os conteúdos, objetivos, materiais utilizados e o tempo para a aplicação do pré-teste. Logo após, são descritas as atividades que o compõem.

Quadro 2 – Aula 1: Pré-teste

	DESCRIÇÃO
CONTEÚDO	Representação fracionária dos números racionais: reconhecimento, significados, leitura e representação na reta numérica.
HABILIDADES DA BNCC	(EF04MA09) Reconhecer as frações unitárias mais usuais ($1/2$, $1/3$, $1/4$, $1/5$, $1/10$ e $1/100$) como unidades de medida menores do que uma unidade, utilizando a reta numérica como recurso. (EF04MA10) Reconhecer que as regras do sistema de numeração decimal podem ser estendidas para a representação decimal de um número racional e relacionar décimos e centésimos com a representação do sistema monetário brasileiro. (EF05MA03) Identificar e representar frações (menores e maiores que a unidade), associando-as ao resultado de uma divisão ou à ideia de parte de um todo, utilizando a reta numérica como recurso. (EF05MA05) Comparar e ordenar números racionais positivos (representações fracionária e decimal), relacionando-os a pontos na reta numérica. (EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.
OBJETIVOS	Reconhecer as frações utilizando a reta numérica como recurso. Identificar e representar frações. Comparar números racionais positivos.
MATERIAIS UTILIZADOS	Material de uso diário (lápis, borracha, caderno etc.). Folha fotocopiada com as questões do pré-teste.
TEMPO	1 aula de 50 minutos.

Fonte: Própria autora (2024).

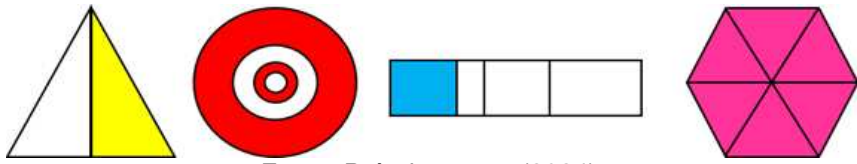
AULA 1 – PRÉ-TESTE:

1º momento: conversa inicial com a turma sobre o funcionamento da primeira aula, assim como as atividades que serão realizadas ao longo da pesquisa. Será entregue uma folha de atividades para cada aluno, de modo que a realização desta seja de forma individual. Também será feita a leitura dos exercícios, em conjunto com a turma, para explicar possíveis dúvidas que possam surgir.

2º momento: Entrega da atividade e solicitação para que eles a resolvam.

Quadro 3 – Atividades sobre frações

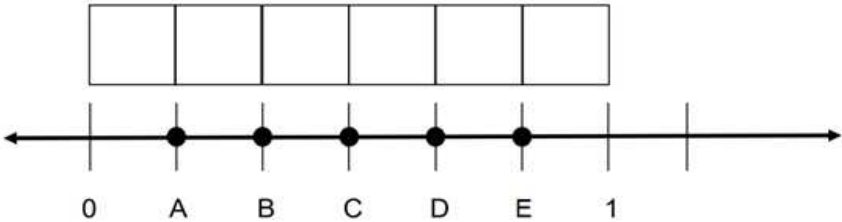
ATIVIDADES SOBRE FRAÇÕES
1. Circule as imagens que estão divididas em partes iguais e escreva quais são essas frações. Figura 1 – Representação geométrica do que pode ou não representar uma fração



Fonte: Própria autora (2024).

2. (KHAN ACADEMY, 2008) Em qual ponto está o número $\frac{2}{6}$ na reta numérica? Justifique sua resposta.

Figura 2 – Reta numérica dividida em seis partes



Fonte: Própria autora (2024).

3. (PARANÁ, 2009 - adaptada) Claudinha saiu com uma amiga e resolveram comer uma pizza, que foi dividida em oito pedaços. Cada uma comeu dois pedaços. Qual a fração que representa a parte que ela comeu? Justifique sua resposta.

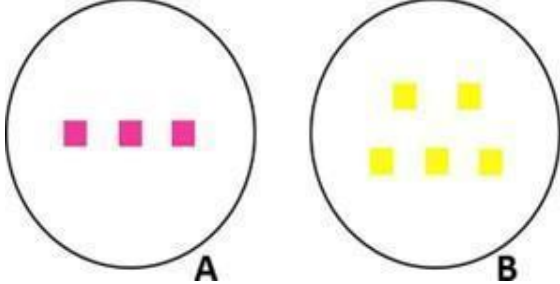
Figura 3 – Pizza dividida em oito pedaços



Fonte: Própria autora (2024).

4. (Silva, 2005 - adaptada) Determine a razão entre a quantidade de elementos do conjunto A com a quantidade de elementos do conjunto B.

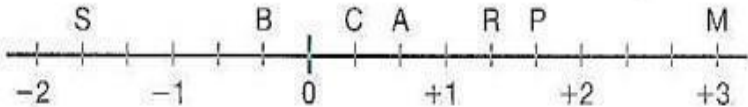
Figura 4 – Representação dos elementos dos conjuntos A e B.



Fonte: Própria autora (2024).

5. Observe a reta numérica racional e indique:

Figura 5 – Reta numérica



Fonte: Lapa (2013, p.40).

- a) O ponto correspondente ao número $\frac{4}{3}$.
- b) O número racional corresponde ao ponto B.
- c) O número racional corresponde ao ponto S.

- d) O ponto que corresponde ao número $\frac{2}{3}$.
 e) E o ponto correspondente ao número 3.

6. Observe a receita abaixo e, depois, determine a razão entre a quantidade de açúcar e de farinha utilizada nesta receita.

Figura 6 – Receita de bolo de chocolate

BOLO DE CHOCOLATE	
Ingredientes:	
1 xícara de leite morno	
3 ovos	
4 colheres de margarina	
1 xícara de açúcar	
1 xícara de chocolate em pó	
2 xícaras de farinha de trigo	
1 colher de fermento em pó para bolo.	

Fonte: Retirada do site Tudo Gostoso.

Fonte: Própria autora (2024).

3º momento: Explicação sobre o diário de campo e dos registros que serão feitos no diário de campo sobre as atividades realizadas. Neste momento, serão utilizadas perguntas norteadoras que poderão auxiliar os estudantes a escreverem, como por exemplo: O que você aprendeu? Sentiu dificuldades em realizar as tarefas? As anotações devem ser feitas ao final de cada aula.

4º momento: Solicitação para que os alunos tragam régua e fita métrica para a próxima aula. Esses materiais serão utilizados para a atividade sobre o significado de medida.

4.2.2 Considerações do pré-teste

O pré-teste contém 5 questões, nas quais são descritas as considerações para cada uma delas, elencando o que se espera que os alunos respondam, assim como qual a finalidade que se objetiva com as questões. Como já citado anteriormente, entender o que os alunos já sabem sobre o assunto irá auxiliar no desenvolvimento dos outros significados. Pois, há situações pelas quais os alunos já passaram com este tema.

A questão número 1 pede para que os alunos interpretem os desenhos do que pode ou não ser uma fração e, a partir do que assinalarem, representá-las. O significado trazido é o de parte-todo. Nesse sentido, a intenção é compreender se os alunos conseguem entender que o todo precisa ser dividido em partes iguais e, com

isso, representar a o numeral. A partir das representações (desenhos) e do que foi pedido (às situações), os alunos têm subsídio para acionar conceitos e significados sobre as frações.

A atividade número 2 retrata o significado de número e verifica se os alunos conseguem representar a fração na reta numérica. No campo conceitual, Vergnaud (1982) diz que, para entender um conceito, precisamos entender e operar com outros conceitos que estão atrelados a este, por isso permite-se que o aluno possa se utilizar do número fracionário para identificar onde a fração está na reta numérica, ou ainda, utilizar do significado de parte-todo. Mesmo não sendo o foco desta questão, dividir a reta em partes pode auxiliar o aluno a compreender melhor o que se pede e, então, realizar a questão.

Mesmo que o objetivo não seja que ele entenda os significados a partir do pré-teste, as questões são situações dadas e as representações, que são os desenhos ou a linguagem utilizada, subsidiam a compreensão desses significados. Por isso, a resposta do aluno irá dizer o que eles compreendem a partir do que está sendo proposto e, nesta questão, podem associar a divisão do numerador pelo denominador, encontrando um número decimal. Ou ainda, utilizar o recurso de divisão já proposto na reta para encontrar a fração $\frac{2}{6}$. Se os alunos dividirem a fração, encontrarão a aproximação do número $\frac{2}{6} \simeq 0,3333$. E, se utilizarem da divisão feita pelos quadrados em cima da reta, deverão entender que o número $\frac{2}{6}$ está no ponto B, pois a unidade de 0 ao 1 está dividida em 6 partes e, para representar 2 dessas 6 partes, precisa-se de 2 quadrados, ficando no ponto B, onde está localizada a fração pedida na questão.

A situação dada na questão 3 refere-se à escrita das frações, podendo utilizar-se do significado de parte-todo ou de medida. Parte-todo, pois é a quantidade de pizzas que Claudinha comeu do total. E, de medida, pois se está utilizando a fatia de pizza como medida, como mostra a representação (desenho da pizza). Mesmo com os dois significados, o importante a saber é o que aluno consegue representar e, neste caso, deve escrever a fração $\frac{2}{8}$, já que Claudinha comeu 2 dos 8 pedaços da pizza.

O exercício proposto na questão 4 refere-se ao significado de razão. Como este é o pré-teste, o objetivo não é que o estudante saiba distinguir este significado, mas sim, de que maneira ele irá resolvê-lo. A situação proposta é que, a partir da contagem dos elementos de cada conjunto, os alunos possam estabelecer uma relação entre o

conjunto A e B, chegando à interpretação de que, para cada três quadradinhos existentes no conjunto A, há cinco quadradinhos do conjunto B. Neste caso, as figuras, que são as representações simbólicas, auxiliam no processo desse entendimento, fazendo com que os alunos possam visualizar e acessar a situação que lhe é dada para interpretar o que se pede.

O significado de número é novamente acionado na questão 5, a partir das representações na reta numérica e o que se pede em cada alternativa. Porém, dessa vez, não há mais as subdivisões com quadrados em cima para os alunos se guiarem. Compreende-se essa tarefa como difícil, pois eles ainda não têm esses conceitos definidos e irão somente relacionar com o que já conhecem para resolvê-lo. A reta representada na questão está, propositalmente, subdividida em três partes por unidade, porém não é facilmente visualizada. Espera-se que os alunos utilizem da divisão ou dessas subdivisões para representar as respostas das letras (a), (b), (c), (d) e (e). Sendo elas, respectivamente: ponto R, $-\frac{1}{3}$, $-\frac{5}{3}$, ponto A e ponto M.

A última questão, referente à receita de bolo, permite aos alunos acessar o significado de razão, já que a situação problema é sobre ele. Por isso, visualizar a linguagem presente na receita auxilia a compreender a razão pedida. A resposta correta para esta questão seria de $\frac{1}{2}$. Nesta questão também pode-se relacionar o significado de medida, pois utiliza-se das xícaras para ter a razão de açúcar para farinha.

É preciso compreender que as situações-problemas apresentadas no pré-teste são diferentes para acessar, minimamente, o campo conceitual da fração. Isso permite que a compreensão dos conceitos não seja de forma isolada, e arrisca-se dizer, que isso não é possível, visto que se aciona conhecimentos ou até mesmo o entendimento que se tem das palavras para resolvê-los. Por isso, a TCC é importante nesse processo de aprendizagem das frações, pois, é a partir dos seus embasamentos, que se consegue compreender e propor um ensino diferente para o conteúdo de frações.

4.2.3 Conceito de fração em relação aos significados de medida, razão e número

Nesta etapa, são descritas as atividades para cada significado, atribuindo um quadro com as informações necessárias para compô-las. Primeiramente, pensou-se

em um quadro, com os conteúdos, os objetivos e a quantidade de aulas necessárias, em geral, para a realização da sequência por um todo (Quadro 4).

Quadro 4 – Descrição geral da sequência didática

	DESCRIÇÃO
CONTEÚDO	Frações em seus diferentes significados: medida, número e razão.
HABILIDADES DA BNCC	(EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes. (EF06MA08) Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica.
OBJETIVOS	Perceber o significado de fração em relação à razão, medida e número . Comparar as frações em relação aos três significados. Compreender que os números fracionários também podem ser escritos de formas diferentes, como: escala e número decimal. Resolver situações-problemas envolvendo os três significados atrelados ao conceito de fração. Identificar os significados de razão, medida e número separadamente. Entender as relações entre os significados com as frações.
TEMPO	13 aulas de 50 minutos – 11h40min.

Fonte: Própria autora (2024).

Nas seções a seguir, são descritas as atividades separadas por significados, ou seja, os conteúdos, os objetivos, o tempo específico e os materiais utilizados para cada uma das atividades propostas.

4.2.4 Conceito de fração em relação ao significado de medida

Esta seção descreve as proposições para o significado de medida. As informações sobre o conteúdo, os objetivos, os materiais que serão utilizados e o tempo necessário para a atividade estão dispostas em um quadro (Quadro 5). O desenvolvimento das atividades é descrito na sequência.

Quadro 5 – Aula 2: Significado de medida

	DESCRIÇÃO
CONTEÚDO	O conceito de fração, a partir do significado de medida
HABILIDADES DA BNCC	(EF06MA08) Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica.
OBJETIVOS	Perceber o significado de fração em relação à medida . Escrever medidas com número fracionário e decimal. Identificar a necessidade da divisão da unidade que está sendo medida. Perceber que a quantificação do comprimento depende da unidade escolhida.
MATERIAIS UTILIZADOS	Tiras de papel, régua, fita métrica, folha fotocopiada, diário de campo para auxiliar nas anotações.
TEMPO	3 aulas de 50 minutos – 1h30min.

Fonte: Própria autora (2024).

AULA 2 – SIGNIFICADO DE MEDIDA:

1º Momento: Organização da turma em grupos de no máximo 5 alunos.

2º Momento: Entrega do material que será utilizado na atividade. As medidas utilizadas para as tiras de papel serão de $20\text{cm} \times 4\text{cm}$ cada.

3º Momento: Explicação da atividade.

Quadro 6 – Atividade sobre o significado de medida

ATIVIDADE SOBRE O SIGNIFICADO DE MEDIDA

ATIVIDADE: (SILVA, 2005 adaptada) Siga as orientações abaixo e resolva a atividade. Utilize as tiras de papel que o seu grupo recebeu para medir o comprimento da sua classe, o comprimento da superfície da mesa do professor e o comprimento do quadro. Anote as medidas que encontraram na tabela abaixo.

Quadro 1 – Tabela para usar na atividade para medir com tiras de papel

OBJETO	MEDIDA
QUADRO BRANCO	
CLASSE	
SUPERFÍCIE DA MESA DO PROFESSOR	

Fonte: Própria autora (2024).

Agora, usem a régua ou a fita métrica e tire as medidas do comprimento dos mesmos objetos citados na tabela anterior e anotem na tabela abaixo.

Quadro 2 – Tabela para usar na atividade para medir com fita métrica

OBJETO	MEDIDA
QUADRO BRANCO	
CLASSE	
SUPERFÍCIE DA MESA DO PROFESSOR	

Fonte: Própria autora (2024).

Agora, responda:

- 1) De que maneira utilizaram a régua e as tiras de papel para medir os objetos?
- 2) Quais foram as suas percepções, ao usar as tiras de papel? E com a régua ou fita métrica?
- 3) Que relação essas medidas têm com as frações?
- 4) Pense e expresse essas medidas em frações.
- 5) As medidas podem ser escritas de diferentes formas? Quais são elas?
- 6) Essas maneiras diferentes de escrever as medidas podem ser consideradas iguais? Explique.

Fonte: Própria autora (2024).

4º Momento: Realização das atividades pelos grupos.

5º Momento: Socialização das respostas encontradas e das associações feitas com as frações, juntamente com o auxílio da professora, de modo que as explicações acerca desse significado possam ser feitas a partir do que foi realizado.

6º Momento: Registros no diário de campo sobre a atividade realizada. Neste momento, serão utilizadas duas perguntas norteadoras, para analisar as dificuldades dos alunos após o desenvolvimento das atividades, sendo elas: O que você aprendeu? Sentiu dificuldades em realizar as tarefas? As anotações devem ser feitas

ao final de cada aula. Ou seja, se os três períodos previstos para essa atividade forem separados, devem ser feitas três anotações.

4.2.5 Considerações do significado de medida

A partir dessa atividade, pretende-se que os alunos compreendam que as medidas da mesa do professor, do quadro e da classe são diferentes e não são medidas exatas. Com esse objetivo, pode-se utilizar a Teoria dos Campos Conceituais para auxiliar neste processo de construção do conceito de fração, a partir do invariante operatório, que, neste caso, é o significado de medida. Dessa forma, uma situação que dará sentido a esses entendimentos é a própria atividade, pois, ao manipularem as tiras de papéis, a régua e a fita métrica para medir os objetos, é que poderão operar com esse conceito.

Pensando diretamente na aplicação das atividades, pedir para que eles expliquem o que fizeram e de que maneira, os farão refletir sobre a necessidade de números menores e com vírgula. Para medir os objetos com tiras de papel, os alunos terão que fazer dobraduras, podendo fazer referência ao significado de parte-todo. Porém, o que se pretende é que eles pensem em como escrever esse número, utilizando as dobraduras feitas no papel. E, assim, com os outros instrumentos de medidas.

A partir do questionamento 2, pensou-se na possibilidade de relacionar as medidas com números decimais e, aos poucos, ir relacionando às frações. O que acontece nas questões 3 e 4, em que se intenciona instigar os alunos a pensar nessas medidas como números fracionários. O questionamento feito na pergunta número 6 propõe que o aluno perceba que existem maneiras diferentes de escrever medidas, mas que estão representando a mesma medida.

Ao término da atividade realizada pelos grupos, é importante que o professor conduza uma socialização do que foi feito pelos alunos. Posto isso, acredita-se ser possível compreender quais foram os pensamentos dos alunos, quais as hipóteses que criaram em relação à atividade e o que compreenderam ao término dela. Além disso, pode-se fazer correções e utilizar as falas dos estudantes para retomar o que foi visto.

4.2.6 Conceito de fração em relação ao significado de razão

Esta seção descreve as proposições para o significado de razão. As informações sobre o conteúdo, os objetivos, os materiais que serão utilizados e o tempo necessário para a atividade estão dispostas em um quadro (Quadro 7). O desenvolvimento das atividades será descrito na sequência.

Quadro 7 – Aula 3: Significado de razão

	DESCRIÇÃO
CONTEÚDO	Conceito de Fração a partir do significado de razão.
HABILIDADES DA BNCC	(EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes. (EF06MA08) Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica.
OBJETIVOS	Perceber o significado de fração em relação à razão. Realizar a comparação entre números inteiros e as frações, mobilizando o raciocínio proporcional
MATERIAIS UTILIZADOS	Diário de campo, lápis, borracha. Ingredientes para duas receitas de bolo de chocolate. Folha fotocopiada.
TEMPO	7 aulas de 50 minutos – 5h50min.

Fonte: Própria autora (2024).

AULA 3 – SIGNIFICADO DE RAZÃO:

1º momento: Explicação, entrega da atividade e organização com a turma para ir ao refeitório da escola, local onde será realizada a atividade. O material já estará organizado.

2º momento: Questionamento inicial e início da atividade.

Quadro 8 – Atividade sobre o significado de razão

ATIVIDADE SOBRE O SIGNIFICADO DE RAZÃO Questionamento inicial: Será que se fizemos um bolo de chocolate, seguindo essa receita, conseguimos que todos da turma comam um pedaço? Figura 1 – Receita com ingredientes e modo de preparo de bolo de chocolate
--

BOLO DE CHOCOLATE

INGREDIENTES

- 3 ovos
- ½ xícara (chá) de óleo
- 1 ½ xícaras (chá) de açúcar
- 1 xícara (chá) de água
- 1 xícara (chá) de chocolate em pó
- 2 xícaras (chá) de farinha de trigo
- 1 colher (sopa) de fermento

MODO DE PREPARO

Em um recipiente adicione os ovos, o óleo, o açúcar, a água, o chocolate em pó e a farinha de trigo. Mexa tudo até ficar uma massa homogênea. Por último coloque o fermento e misture devagar. Deixe o forno pré aquecido a 180°C e asse o bolo por 40 minutos.



RENDIMENTO: 10 FATIAS

TEMPO DE PREPARO: 50 MINUTOS

Fonte: Receita retirada do site Tudo Gostoso.

Fonte: Própria autora (2024).

4º momento: Como a receita de bolo já coloca a quantidade de fatias que teremos, a resposta para o questionamento deve ser não. Por isso, os alunos devem pensar qual a quantidade necessária de ingredientes para que a receita tenha um rendimento de 20 fatias.

5º momento: Para o registro da atividade, os alunos receberão uma folha fotocopiada para anotarem a nova quantidade de ingredientes.

Quadro 9 – Tabela para os alunos preencherem com o aumento da receita do bolo

INGREDIENTES DO BOLO DE CHOCOLATE	
RECEITA DE 10 FATIAS	RECEITA DE 20 FATIAS
3 ovos	
½ xícara (chá) de óleo	
1 ½ xícaras (chá) de açúcar	
1 xícara (chá) de água	
1 xícara (chá) de chocolate em pó	
2 xícaras (chá) de farinha de trigo	
1 colher (sopa) de fermento	

Fonte: Própria autora (2024).

6º momento: Após esta atividade, os alunos deverão, juntamente com a professora, socializar a resposta, para que a turma entre em um consenso sobre a quantidade correta de ingredientes.

7º momento: Em seguida, os alunos deverão se deslocar até o refeitório da escola, onde irão preparar a receita do bolo de chocolate, juntamente com a professora. Será feito um bolo a partir das quantidades que foram encontradas pelos

alunos, para a receita de 20 fatias. A professora irá produzir a receita, com o auxílio dos alunos, para separar os ingredientes.

8º momento: Quando o bolo estiver pronto, os alunos deverão cortar bolo e distribuir a fatia para cada colega. O intuito é que alunos e professora comam o bolo que produziram.

9º momento: Após todos esses momentos, os alunos deverão responder algumas questões, que irão auxiliá-los no pensamento do que fizeram.

Quadro 10 – Questões sobre a atividade de bolo de chocolate

QUESTÕES SOBRE A ATIVIDADE DO BOLO DE CHOCOLATE

1. Relate como o seu grupo pensou para aumentar a receita do bolo de 10 fatias para 20 fatias.
2. Que relação essa tarefa tem com as frações?
3. Expresse esse aumento dos ingredientes, utilizando as frações, caso necessário.

Fonte: Própria autora (2024).

10º momento: Após a resolução das perguntas, os alunos devem socializar suas respostas, como uma correção em conjunto. E, em seguida, a professora utilizará seus entendimentos para explicar o significado de razão para os alunos.

11º momento: Registros no diário de campo sobre a atividade realizada. Neste momento, serão utilizadas 2 perguntas norteadoras, para analisar as suas dificuldades após o desenvolvimento das atividades, sendo elas: O que você aprendeu? Sentiu dificuldades em realizar as tarefas? As anotações devem ser feitas ao final de cada aula. Ou seja, se os três períodos previstos para essa atividade forem separados, devem ser feitas três anotações.

4.2.7 Considerações do significado de razão

A proposta desta atividade se inicia por explicações acerca do significado de razão, por entender-se que antes de realizarem as tarefas, os alunos precisam ter um conhecimento prévio sobre o assunto. A explicação acerca desse significado pode ser feita a partir do questionamento inicial, que propõe aos alunos uma situação em que o aluno será confrontado, acionando os invariantes operatórios necessários para compreender o significado de razão.

A atividade consiste em preparar e, ainda mais importante do que o preparo, o modo como os alunos irão lidar com a situação proposta. Pois, nesta atividade, quer-se que eles compreendam o significado de razão e de que modo eles poderão utilizá-

la na situação-problema proposta. Como o questionamento inicial tem por objetivo que a receita seja duplicada, as novas medidas serão fáceis de encontrar.

É importante ressaltar que os significados de medida e de operador multiplicativo também estão nesta atividade, mas sem que o enfoque seja para eles. O significado de medida está presente nas xícaras e colheres, pois servem para medir os ingredientes em quantidades contínuas, e o operador multiplicativo, pois pode-se aumentar ou diminuir a quantidade de ingredientes.

Esse tipo de atividade demanda muito tempo de aula e auxílio da professora. Recomenda-se que a organização seja feita anteriormente, facilitando a compreensão do que está sendo proposto. A atividade do significado de número, proposta na próxima seção, utiliza situações diferentes das apresentadas até aqui, apoiando-se em recursos tecnológicos.

4.2.8 Conceito de fração em relação ao significado de número

Esta seção descreve as proposições de atividades envolvendo o conceito de fração a partir do significado de número. As informações sobre o conteúdo, os objetivos, os materiais utilizados e o tempo necessário para a atividade estão dispostas em um quadro (Quadro 11). O desenvolvimento das atividades será descrito na sequência.

Quadro 11 – Aula 4: Significado de número

	DESCRIÇÃO
CONTEÚDO	Fração a partir do significado de número.
HABILIDADES DA BNCC	(EF06MA08) Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica. (EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes. (EF06MA08) Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica.
OBJETIVOS	Perceber o significado de fração em relação ao número. Representar na reta numérica a fração como um número, nas formas ordinária e decimal.
MATERIAIS UTILIZADOS	Diário de campo, lápis, borracha. Jogo da reta. Laboratório de Matemática.
TEMPO	3 aulas de 50 minutos – 1h30min.

Fonte: Própria autora (2024).

AULA 4 – SIGNIFICADO DE NÚMERO:

1º momento: Explicação da atividade: jogo da reta numérica.

O jogo, desenvolvido na plataforma *WordWall*, tem como objetivo encontrar os números decimais e as frações na reta numérica, ligando-os nos pontos adequados da reta, como mostra a Figura 21, exibindo a posição correta de cada número proposto na atividade.

Figura 21 – Jogo do site *Wordwall* sobre frações



Fonte: Própria autora (2024).

2º momento: Deslocamento dos alunos para o laboratório de informática.

3º Momento: Os alunos devem entrar na plataforma *Wordwall* e jogar o jogo proposto.

4º momento: Após a conclusão dessa atividade, eles devem explicar o pensamento que utilizaram para resolver a questão. Assim, a partir do erro ou acerto, a professora deve explicar o que ocorreu ao realizar a questão, dando um *feedback* para os alunos.

5º momento: Explicação sobre fração em relação ao significado de número e considerações da professora quanto ao jogo realizado e às contribuições dos alunos.

6º momento: Registros no diário de campo sobre a atividade realizada. Neste momento, serão utilizadas duas perguntas norteadoras, para analisar as suas dificuldades após o desenvolvimento das atividades, sendo elas: O que você aprendeu? Sentiu dificuldades em realizar as tarefas? As anotações devem ser feitas ao final de cada aula. Ou seja, se os três períodos previstos para essa atividade forem separados, devem ser feitas três anotações.

4.2.9 Considerações do significado de número

Assim como nas atividades anteriores, nesta também pretende-se colocar os alunos em situações que propiciam o entendimento do significado de número. Por isso, pensou-se em um jogo que exija dos estudantes a representação desses números na reta numérica, assim, consegue-se entender de que modo estão pensando para cumprir a atividade.

Os alunos estão sendo confrontados com uma situação, ou seja, a tarefa a ser realizada no jogo. A partir dessa situação, eles conseguem esquematizar os seus conceitos-em-ação, que são as relações feitas e acionadas para a compreensão do significado. Dessa forma, os teoremas-em-ação vão sendo constituídos.

Esses raciocínios foram fundamentais para concluir o jogo e explicar, de fato, o que é o significado de número. Os alunos puderam aplicar seus conhecimentos e o que foi abordado durante as outras etapas da sequência didática para realizar a tarefa. Esses pensamentos foram válidos, pois o objetivo não era que os alunos resolvessem frações de forma fragmentada, mas que utilizassem seus conhecimentos e aprendizagens para resolvê-las de maneira integrada. Por isso, após o jogo, foi importante realizar uma discussão que abordasse as diferentes estratégias, os erros e os acertos observados nas soluções dos alunos.

4.2.10 Pós-teste

No Quadro 12 abaixo, descreve-se conteúdos, objetivos, materiais utilizados e o tempo para a aplicação do pré-teste. Logo após, estão descritas as atividades que o compõem.

Quadro 12 – Aula 5: Pós-teste

	DESCRIÇÃO
CONTEÚDO	Representação fracionária dos números racionais: reconhecimento, significados, leitura e representação na reta numérica
HABILIDADES DA BNCC	EF04MA09) Reconhecer as frações unitárias mais usuais ($1/2$, $1/3$, $1/4$, $1/5$, $1/10$ e $1/100$) como unidades de medida menores do que uma unidade, utilizando a reta numérica como recurso. (EF04MA10) Reconhecer que as regras do sistema de numeração decimal podem ser estendidas para a representação decimal de um número racional e relacionar décimos e centésimos com a representação do sistema monetário brasileiro.

	(EF05MA03) Identificar e representar frações (menores e maiores que a unidade), associando-as ao resultado de uma divisão ou à ideia de parte de um todo, utilizando a reta numérica como recurso. (EF05MA05) Comparar e ordenar números racionais positivos (representações fracionária e decimal), relacionando-os a pontos na reta numérica. (EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.
OBJETIVOS	Reconhecer as frações utilizando a reta numérica como recurso. Identificar e representar frações. Comparar números racionais positivos Resolver situações-problemas envolvendo os três significados atrelados ao conceito de fração. Identificar os significados de razão, medida e número separadamente. Entender as relações entre os significados com as frações.
MATERIAIS UTILIZADOS	Material de uso diário (lápiz, borracha, caderno etc.). Folha fotocopiada com as questões do pré-teste.
TEMPO	1 aula de 50 minutos.

Fonte: Própria autora (2024).

AULA 5 – PÓS-TESTE:

1º momento: Conversa inicial com a turma sobre o funcionamento da última aula, assim como as atividades que serão realizadas. Será entregue uma folha de atividades para cada aluno, sendo a realização de forma individual. Também será feita a leitura dos exercícios, em conjunto com a turma, para esclarecer e sanar dúvidas que possam surgir.

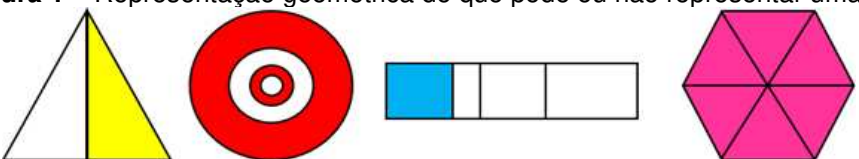
2º momento: Entregar a atividade e pedir para que eles a resolvam.

Quadro 13 – Atividades sobre frações

ATIVIDADES SOBRE FRAÇÕES

1. **Circule** as imagens que estão divididas em partes iguais e **escreva** quais são essas frações.

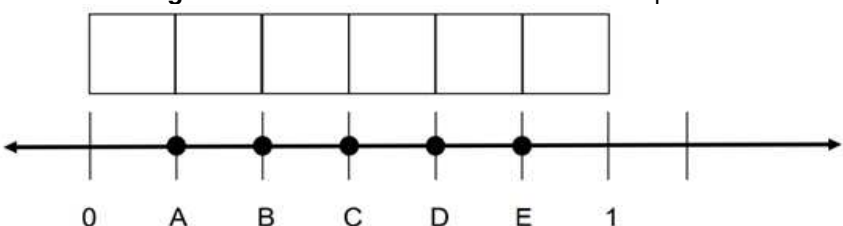
Figura 1 – Representação geométrica do que pode ou não representar uma fração



Fonte: Própria autora (2024).

2. (KHAN ACADEMY, 2008) Em qual ponto está o número $\frac{2}{6}$ na reta numérica? Justifique sua resposta.

Figura 2 – Reta numérica dividida em seis partes



Fonte: Própria autora (2024).

3. (PARANÁ, 2009 - adaptada) Claudina saiu com uma amiga e resolveram comer uma pizza, que foi dividida em oito pedaços. Cada uma comeu dois pedaços. Qual a fração que representa a parte que ela comeu? Justifique sua resposta.

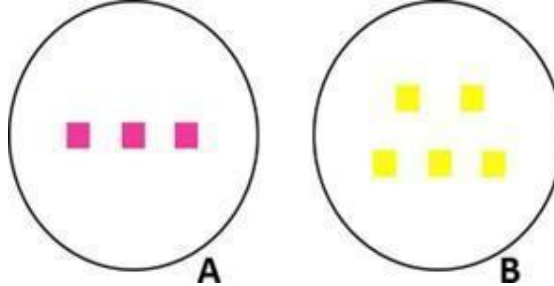
Figura 3 – Pizza dividida em oito pedaços



Fonte: Própria autora (2024).

4. (Silva, 2005 - adaptada) Determine a razão entre a quantidade de elementos do conjunto A com a quantidade de elementos do conjunto B.

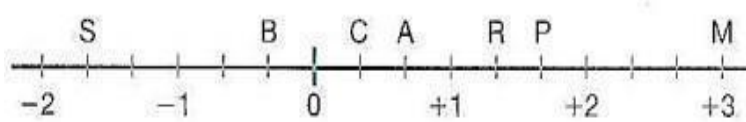
Figura 4 – Representação dos elementos dos conjuntos A e B.



Fonte: Própria autora (2024).

5. Observe a reta numérica racional e indique:

Figura 5 – Reta numérica



Fonte: Lapa (2013, p.40)

- O ponto correspondente ao número $\frac{4}{3}$.
- O número racional correspondente ao ponto B.
- O número racional correspondente ao ponto S.
- O ponto que corresponde ao número $\frac{2}{3}$.
- E o ponto correspondente ao número 3.

6. Observe a receita abaixo e, depois, determine a razão entre a quantidade de açúcar e de farinha utilizada nesta receita.

Figura 6 – Receita de bolo de chocolate

BOLO DE CHOCOLATE	
Ingredientes:	
1 xícara de leite morno	
3 ovos	
4 colheres de margarina	
1 xícara de açúcar	
1 xícara de chocolate em pó	
2 xícaras de farinha de trigo	
1 colher de fermento em pó para bolo.	

Fonte: Retirada do site Tudo Gostoso.

Fonte: Própria autora (2024).

3º momento: Registros no diário de campo sobre a atividade realizada. Neste momento, serão utilizadas duas perguntas norteadoras, para analisar as suas dificuldades após o desenvolvimento das atividades, sendo elas: O que você aprendeu? Sentiu dificuldades em realizar as tarefas? As anotações devem ser feitas ao final de cada aula. Ou seja, se os três períodos previstos para essa atividade forem separados, devem ser feitas três anotações.

4.2.11 Considerações do pós-teste

O pós-teste contém cinco questões, sendo as mesmas do pré-teste. Diferentemente do que se queria entender com o pré-teste, o pós-teste serviu de parâmetro para compreender o que os alunos aprenderam e quais foram os significados que acessaram durante o desenvolvimento da sequência didática. Durante as considerações, não se colocará o que se quer com cada uma das questões, pois isso foi feito no pré-teste, mas sim o que se espera que os alunos tenham feito.

A questão número 1 pede para que os alunos interpretem os desenhos do que pode ou não ser uma fração e, a partir do que assinalarem, representá-las. A partir do que os alunos já viram sobre os demais significados trazidos na sequência didática, espera-se que eles possam escrever e assinalar de maneira correta as representações de uma fração.

A atividade número 2 retrata o significado de número e verifica se os alunos conseguem representar a fração na reta numérica. Como este é um significado que foi visto no desenvolver das atividades, o aluno tem condições, a partir dos invariantes operatórios criados, para responder que a fração $\frac{2}{6}$ está associada ao ponto B da reta.

A situação dada na questão 3 refere-se à escrita das frações, podendo utilizar-se do significado de parte-todo ou de medida. O significado de parte-todo não foi utilizado nas atividades, mas está presente e foi utilizado tanto para explicações quanto nas experiências dos alunos. Por isso, os alunos devem escrever que a fração representada é $\frac{2}{8}$.

O exercício proposto na questão 4 refere-se ao significado de razão. Neste caso, as figuras, que são as representações simbólicas, auxiliam no processo desse

entendimento, fazendo com que o aluno possa acessar o que foi estudado durante as aulas e responder que cada 3 quadradinhos do conjunto A correspondem a 5 quadradinhos do conjunto B.

O significado de número é novamente acionado na questão 5, a partir das representações na reta numérica e o que se pede em cada alternativa. Espera-se que os alunos já tenham compreendido a fração como um número e acionem os demais significados necessários para representar as respostas das letras a), b), c), d) e e). Sendo elas, respectivamente: ponto R, $-\frac{1}{3}$, $-\frac{5}{3}$, ponto A e ponto M. A resposta correta para a última questão seria de $\frac{1}{2}$. Como a atividade da sequência didática para o significado de razão é parecida com a do pós-teste, acredita-se que o aluno consiga relacioná-las, podendo reproduzir o que já foi confrontado por ele em outras situações.

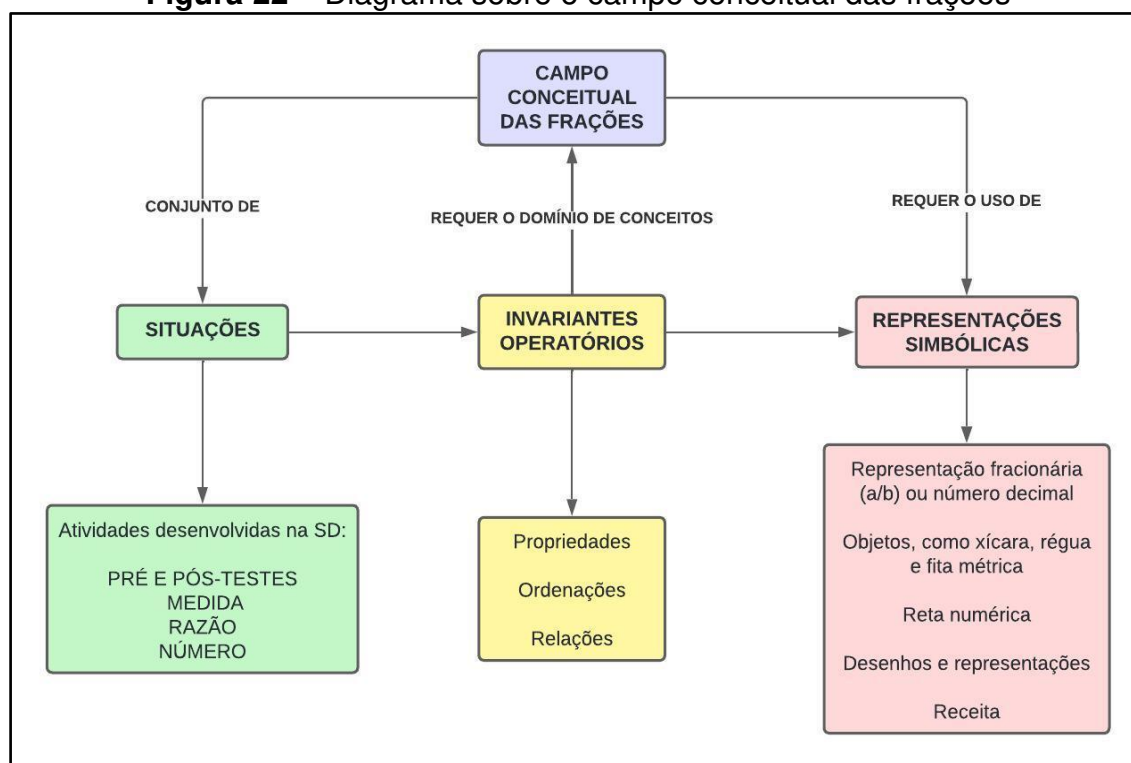
Esta é uma maneira de avaliar o que os alunos compreenderam com a sequência didática, não somente em quantidades de acertos e erros. O que produziram durante as atividades, as falas, as escritas e os questionamentos contam para uma avaliação também. Pois, o que se pretende é que os estudantes possam ser confrontados com diversas situações-problemas a fim de conseguirem esquematizar um conceito de fração acionando os invariantes operatórios de medida, razão e número.

5 CONTRIBUIÇÕES DA TCC EM RELAÇÃO AO CONCEITO DE FRAÇÃO A PARTIR DOS SIGNIFICADOS DE MEDIDA, RAZÃO E NÚMERO

Este estudo teve como objetivo investigar as contribuições de uma sequência didática para o ensino do conceito de fração relacionado aos significados de número, medida e razão, à luz da Teoria dos Campos Conceituais, para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. Com isso, discute-se, a seguir, os dados que foram obtidos através da proposta descrita no capítulo anterior, com o intuito de salientar os impactos dessa metodologia no desenvolvimento cognitivo dos estudantes, suas implicações pedagógicas e ressaltar as mudanças que se acredita serem necessárias para um melhor aproveitamento das atividades.

Para facilitar a compreensão do leitor sobre o que se considera como campo conceitual das frações, foi elaborado um esquema que reflete o entendimento da professora-pesquisadora sobre esse conceito (Figura 22).

Figura 22 – Diagrama sobre o campo conceitual das frações



Fonte: Elaborado a partir de Moreira (2002).

No diagrama apresentado acima, procurou-se sistematizar a compreensão de cada parte da teoria em relação às frações. Assim, o campo conceitual das frações é definido como um conjunto de "problemas, situações, conceitos, relações, estruturas

e operações de pensamento" (VERGNAUD, 1982, p.40, tradução nossa). Baseado nisso, para que o aluno esquematize e compreenda o conceito de fração, seria preciso se apoiar no que Vergnaud chamou de triplete, a saber: as situações, que representam o conjunto de contextos que conferem sentido ao conceito; os invariantes, que são o conjunto de invariantes (objetos, propriedades e relações) que fundamentam a operacionalidade dos esquemas, ou o conjunto de invariantes operatórios associados ao conceito; e as representações, que se referem ao conjunto de formas de linguagem (ou não) que possibilitam a representação simbólica do conceito, suas propriedades e as situações em que ele se aplica.

Para isso, discute-se os resultados com uma abordagem qualitativa e quantitativa, abrangendo duas perspectivas que qualificam as análises obtidas, aproximando-se das análises de Moutinho (2005) e Canova (2013). Os dados apresentados e analisados nesta seção foram coletados ao longo das cinco aulas, incluindo o pré-teste e o pós-teste.

A discussão inicia-se pelo pré-teste, aproximando-se das pesquisas de Moutinho (2005), Canova (2013) e Souza Júnior (2019), as quais também utilizam estes instrumentos. Este continha seis questões, divididas entre os significados de número, razão e medida. Havia, ainda, uma questão relacionada ao significado de parte-todo. Com base no mapeamento feito pela BNCC e na forma como esse conteúdo, geralmente, é apresentado no 5º ano do Ensino Fundamental, acreditava-se que seria viável incluir uma questão para identificar a parte de um todo e escrever a sua representação. Salienta-se que o pré-teste quis evidenciar o que os alunos já sabiam sobre este conteúdo, portanto, entendeu-se que, talvez, o número de erros para os significados que ainda não tiveram acesso seria maior.

Destaca-se que os alunos tinham um diário, no qual faziam anotações das aulas, escrevendo o que estavam aprendendo e o que estavam sentindo de dificuldade para realizar as tarefas. Ao final da primeira aula, verificou-se que os alunos não escreveram muito sobre a aula, colocando respostas como "não aprendi nada sobre as frações" (Aluno 6) ou "eu senti dificuldade em todas as questões" (Aluno 11). Percebeu-se, a partir das suas respostas, que não havia elementos suficientes para analisar. Por isso, além de colocar questões norteadoras no quadro, como: "Você sentiu dificuldade em realizar as tarefas da aula? Se sim, justifique", "O que você aprendeu na aula hoje?", também se fez necessária uma fala com os alunos do quanto

isso era importante, para que a professora-pesquisadora soubesse como ajudá-los e de que maneira poderia qualificar as atividades.

Com essas explicações, apresenta-se o Quadro 14, abaixo, que mostra a quantidade de acertos dos alunos em relação ao pré-teste. Lembrando que o intuito desta atividade era compreender o que eles já sabiam sobre as frações, pois, assim, permitiria que esses conhecimentos fossem utilizados nas aulas seguintes. A partir das próximas situações que foram propostas, os alunos puderam acionar os teoremas e conceitos-em-ação já existentes.

Quadro 14 – Resultado do Pré-teste, apresentado por questão

DESCRIÇÃO	ACERTOS	TOTAL DE PARTICIPANTES	PERCENTUAL DE ACERTOS
Questão 1 - Parte-todo	5	14	31,7%
Questão 2 - Número	3	14	21,4%
Questão 3 - Medida	1	14	7,1%
Questão 4 - Razão	0	14	0%
Questão 5 - Número	0	14	0%
Questão 6 - Razão	0	14	0%

Fonte: Própria autora (2024).

A análise do pré-teste evidenciou que as questões que obtiveram acertos tinham representações de desenhos e podiam ser relacionadas ao significado de parte-todo. Tal fato explicita a compreensão de que, mesmo associando a outros significados, como descrito na tabela, os alunos poderiam ter elaborado invariantes a partir das situações e representações dadas, relacionando-os ao significado de parte-todo. Isso vai ao encontro do que foi visto na seção 3.2, a qual mostrou a BNCC sobre as frações no 4º e 5º ano do EF, referindo-se a identificar e representar as frações associando a ideia de parte de um todo. As habilidades remeteram à identificação e à representação de frações, identificá-las como parte de um todo e utilizar a reta numérica como recursos, as quais também foram utilizadas no pré-teste.

Como previu-se, as últimas questões, relacionadas aos significados de razão e número foram mais difíceis para os alunos. Neste momento, ao que parece, os estudantes não elaboraram um esquema que permitisse a resolução das atividades. Isso já era esperado, pois, conforme os documentos normativos da educação, as frações só são conceitualizadas a partir do 6º ano do Ensino Fundamental. Ou seja, o que eles veem anteriormente a esse ano, segundo a BNCC (Brasil, 2018), são somente as ideias iniciais, como numeral, associação e representação das frações a partir dos resultados de divisões e da ideia de parte-todo.

Os significados de número e razão trazidos nas atividades 4, 5 e 6, não acionaram esquemas pré-existentes que solucionassem as questões. O que se percebe é que, além desta situação, para que o aluno compreenda e conceitualize o significado de número e razão, é preciso que ele tenha acesso a mais situações e representações para a esquematização destes significados e que tenha mais intervenções ao longo da escolaridade, indo ao encontro do que diz Canova (2013) em sua pesquisa.

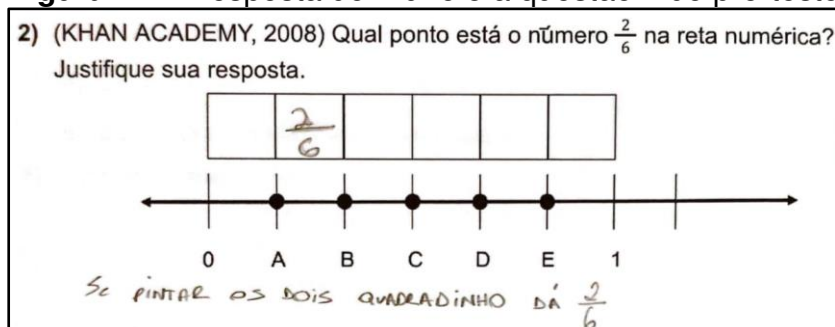
É importante enfatizar que há um conjunto de elementos necessários para a compreensão de um conceito, denominados de triplete na TCC. À vista disso, e a partir dos acertos das questões 1, 2 e 3, percebe-se que alguns alunos são capazes de acionar os seus invariantes operatórios com base nas representações e nas situações dadas pelas atividades. As Figuras 23, 24 e 25 mostram respostas que evidenciam isso. Cabe lembrar que as representações são os tipos de linguagens, podendo ser os desenhos apresentados, e as situações são os contextos dados para que o aluno consiga compreender o conceito. Para exemplificar, as figuras apresentadas na Questão 1 são exemplos de representações. Já a história contada na questão 3 pode servir como um exemplo de situação.

Figura 23 – Resposta do Aluno 4 à questão 1 do pré-teste

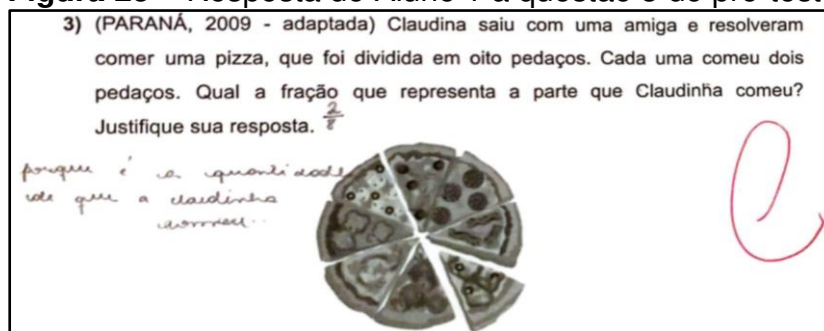


Fonte: Própria autora (2024).

Figura 24 – Resposta do Aluno 8 à questão 2 do pré-teste



Fonte: Própria autora (2024).

Figura 25 – Resposta do Aluno 1 à questão 3 do pré-teste

Fonte: Própria autora (2024).

O Aluno 4, que respondeu a Questão 1, marcou as representações e escreveu as frações de forma correta, mostrando que, a partir dos esquemas elaborados por ele, essa situação conseguiu ser resolvida. Como dito anteriormente, a Questão 2 podia ser remetida ao significado de parte-todo e, pela resposta dada, o Aluno 8 tinha esquematizações sobre este significado, permitindo acioná-lo para respondê-la. A atividade 3 mostra que o Aluno 1 utilizou a contagem da quantidade total de fatias da pizza e explicou em suas palavras que a quantidade que a Claudinha comeu tinha sido apenas 2, o que também retoma o significado de parte-todo, trazendo a ideia da divisão de um todo e selecionando algumas partes, que, neste caso, foram as fatias comidas.

A Questão 1 remete ao significado de parte-todo. Possivelmente, alguns alunos já haviam tido contato com desenhos para representar as frações e, por conta disso, houve um número de acertos maior do que as demais questões. Já a Questão 2 se refere ao significado de número, mas também há uma representação que pode auxiliar os alunos a acionarem os seus invariantes operatórios em relação ao significado de parte-todo.

O significado de medida evidenciado na Questão 3, teve apenas um acerto. Cabe destacar que se acreditava que esta questão seria mais simples que as demais, pois se tratava de representar a quantidade que uma pessoa comeu da pizza. Como visto na literatura que embasa esta pesquisa e sobre os conhecimentos que se tem sobre as frações, as pizzas são exemplos comuns às frações nas escolas. Em razão disso, supunha-se que, talvez, eles não tiveram situações-problemas semelhantes a essa.

Nas anotações feitas no diário de campo, a professora-pesquisadora registrou que os alunos sentiram receio ao realizar o pré-teste, pois entenderam esta atividade como uma avaliação que teria nota. É relevante destacar o entendimento demonstrado pelos alunos, pois, talvez, a realização da atividade os tenha deixado nervosos, o que não contribuiu positivamente para a pesquisa, visto que esse não era o seu intuito. O que poderia ser mudado é a forma como este teste foi abordado, para que os estudantes fiquem mais à vontade com a atividade e foquem em resolvê-la.

O Quadro 15, abaixo, possibilita a comparação do tempo de execução e do tempo previsto para as aulas. A partir dele, pode-se sugerir melhorias para a sequência didática proposta.

Quadro 15 – Sugestão de reorganização para a Aula 1 da SD

ATIVIDADE	TEMPO PREVISTO	TEMPO DE EXECUÇÃO
Pré-teste	1 período (50 minutos)	1 período (50 minutos)

Fonte: Própria autora (2024).

O tempo de execução desta tarefa foi o mesmo previsto, portanto, não são necessárias alterações em relação ao tempo.

Na aula denominada, na sequência, como a de número 2, aplicou-se atividades com o objetivo de fazer com que o aluno percebesse e pudesse compreender o significado de medida. As atividades foram distribuídas em três períodos de 50 minutos. Os períodos na escola em que foram aplicadas as atividades eram juntos, no mesmo dia, o que facilitou o seu desenvolvimento. Diferentemente do que se acreditava, essa atividade demandou muito tempo, pois os alunos se envolveram com as tarefas e, aos poucos, foram precisando de auxílio.

As situações envolvendo o significado de medida podem ser muitas e, talvez, este seja um motivo para ser compreendida. Viu-se durante a revisão de literatura que este significado pode abranger muitas interpretações e uma delas é a de ser necessária para a representação de uma medida ainda não existente dentro dos números naturais (Silva, 2005). Melhor dizendo, pode-se utilizar da fração para expressar essa medida, para, assim, acionar as relações pertinentes ao significado de medida e, conseqüentemente, operando com os conceitos-em-ação criados.

Para Vergnaud (1982), o conceito só é construído a partir das situações, invariantes e as representações, que formam o triplete em que se falou anteriormente, logo, a proposta inicial da atividade tinha como objetivo que os alunos explorassem

as medidas de objetivos da sala de aula. Para tanto, pediu-se que eles medissem objetos da sala de aula, como a classe, o quadro e a mesa do professor, com diferentes instrumentos de medida. Essa atividade é uma situação dada para refletir e pensar sobre o que estava acontecendo com essas medidas e de que forma elas funcionam dentro das frações.

O objetivo era que eles pudessem perceber que o número fracionário iria ser necessário para auxiliá-los na escrita das medidas. Isso porque utilizaram tiras de papéis que tinham 20cm cada e, com elas, teriam de adaptar a escrita para realizarem a tarefa. Essas percepções que eram previstas e que se desejava que os alunos conseguissem elaborar são, na TCC, os esquemas, ou seja, são as conexões e relações que os alunos vão fazendo a partir das situações para alcançarem o domínio daquilo que está sendo desenvolvido.

A partir dos esquemas, acionam-se os invariantes operatórios, que são divididos em conceitos-em-ação e teoremas-em-ação. Os conceitos-em-ação são os entendimentos captados pelos alunos sobre aquela situação, então, o aluno vai compreender e criar o seu entendimento sobre. Já os teoremas-em-ação, pode-se dizer que são as definições, o que é considerado verdadeiro. Então, para que os alunos elaborem os seus conceitos-em-ação, eles precisam acionar os teoremas-em-ação que já foram consolidados e ir elaborando o teorema-em-ação sobre as frações. Neste caso das medidas, as situações dadas foram a partir dos objetos que mediram e dos instrumentos de medida que utilizaram. Esses instrumentos permitiram o acionamento dos teoremas-em-ação já conhecidos pelos alunos. Neles, alguns alunos perceberam que podiam dobrar as tiras de papel e relacioná-las às frações e, a partir disso, desenvolver conceitos-em-ação que elaborem teoremas-em-ação sobre o significado de medida.

Para exemplificar e mostrar como foram acionados os invariantes operatórios pelos alunos, são mostradas algumas respostas que apareceram no preenchimento da tabela dos objetos que mediram com as tiras de papel (Figura 26), evidenciando como cada grupo pensou e operou ao realizá-la. Os alunos foram divididos em dois grupos, pois, assim, conseguiriam auxiliar uns aos outros durante as medições. Os dois grupos foram nomeados como: Grupo 1 e Grupo 2.

O Grupo 1 utilizou dobraduras em tira de papel para expressar as respostas mostradas na Figura 26. As tiras foram colocadas uma ao lado da outra para medir a largura da mesa do professor, do quadro e da classe. Ao perceber que as medidas

não dariam respostas exatas, utilizaram como estratégia a dobradura dos papéis em tamanho adequado à medida que tinham, mostrando que utilizaram os invariantes já conhecidos para resolver essa situação.

Figura 26 – Resposta do Grupo 1 para a atividade da Aula 2 com as tiras de papel

ATIVIDADE: (SILVA, 2005 adaptada) Siga as orientações abaixo e resolva a atividade.

Utilizem as tiras de papel que receberam, para medir o comprimento da sua classe, o comprimento da mesa do professor e o comprimento do quadro. Registre as medidas que você encontrar na tabela abaixo.

OBJETO	MEDIDA
QUADRO BRANCO	10 TIRAS e $\frac{6}{7}$
CLASSE	2 TIRAS e $\frac{24}{25}$
MESA DO PROFESSOR	3 TIRAS e $\frac{9}{10}$

Fonte: Própria autora (2024).

Na primeira figura, os alunos registraram as suas medidas utilizando frações. Este era o registro que se queria que os alunos atingissem, de modo que conseguissem perceber que, ao dobrarem as tiras de papel, eles poderiam chegar a uma resposta mais exata das medidas. Nesse caso, foi o que fizeram. Os alunos mediram as superfícies e, cada vez que o papel não cabia por inteiro para terminarem de medir seus objetos, dobravam os papéis do tamanho que ficava para fora da superfície e, a partir disso, contavam as dobraduras que ficaram dentro da superfície.

Durante as medições, os alunos do Grupo 1 realizaram perguntas como: “Profe, como vamos escrever as medidas, se as tiras não encaixam certinhas no quadro?” (Aluno 5, Diário de Campo da Pesquisadora, 2024). Essa pergunta já indica que eles estavam sentindo necessidade de um outro método para representar a medida do quadro, um dos objetos medidos. O que evidencia o quanto essa situação-problema os fez repensar sobre novos teoremas e esquemas que precisam ser constituídos. A resposta dada a eles foi com outro questionamento, pois foi-lhes perguntado como fariam para marcar a medida da tira que não encaixou. Um dos alunos do Grupo 1 respondeu: “Podemos dobrar a tira no lugar em que acaba o quadro” (Aluno 3, Diário de Campo da Pesquisadora, 2024). E foi-se respondido a eles que essa era uma possibilidade. Após essa dobradura, um dos alunos percebeu que poderia dobrar o restante da tira do mesmo tamanho da primeira dobra. Com isso, eles esquematizaram, ou seja, acionaram os conceitos-em-ação, do que já haviam aprendido sobre fração em relação ao significado de parte-todo e a utilizaram para

descrever as medidas dos objetivos. Os outros objetos foram medidos da mesma forma, pois os estudantes conseguiram compreender isso durante a primeira medição.

A medida do quadro para o Grupo 1, foram 10 tiras inteiras de papel e mais $\frac{6}{7}$ de outra tira. Essas 6 partes dobraduras foram as que ficaram dentro da medida da superfície, e, neste caso, $\frac{1}{7}$ foi o que sobrou fora da superfície. Logo, os alunos conseguiram criar esquemas com os teoremas-em-ação que já tinham para formar um conceito-em-ação sobre a atividade, compreendendo que as frações também podem ser utilizadas para representar medidas (Moutinho, 2005).

O Grupo 2 registrou as suas medidas das tiras de papéis de outro modo, como mostra a Figura 27, acionando outros conceitos-em-ação.

Figura 27 – Resposta do Grupo 2 para a atividade da Aula 2 com as tiras de papel

ATIVIDADE: (SILVA, 2005 adaptada) Siga as orientações abaixo e resolva a atividade.

Utilizem as tiras de papel que receberam, para medir o comprimento da sua classe, o comprimento da mesa do professor e o comprimento do quadro. Registre as medidas que você encontrar na tabela abaixo.

OBJETO	MEDIDA
QUADRO BRANCO	10 tiras e 4 dedos
CLASSE	2 tiras e menos 1 dedo
MESA DO PROFESSOR	4 tiras e mais de 2 dedos

Fonte: Própria autora (2024).

A segunda tabela propunha aos alunos medir os mesmos objetos utilizando outra ferramenta, desta vez, a fita métrica. Durante a realização das atividades, os alunos questionaram menos do que na tarefa com as tiras de papéis. Segundo as anotações feitas durante as aulas, notou-se que muitos dos alunos, tanto do Grupo 1 quanto do Grupo 2, sabiam manusear a fita métrica. Quando questionados sobre como sabiam utilizar a fita, prontamente responderam: “Minha avó é costureira” (Aluno 1, Diário de Campo da Pesquisadora, 2024) ou “Meu pai usa para fazer artesanato” (Aluno 2, Diário de Campo da Pesquisadora, 2024). Isso reflete muito nos conceitos-em-ação que já foram criados por eles a partir das situações às quais foram expostos ao longo dos seus cotidianos, pois, dessa forma, organizaram os seus esquemas conforme o que já sabiam sobre o assunto.

Ao analisar o restante das respostas dessa atividade, percebeu-se que os alunos não conseguiram fazer relações entre as medidas com a fita métrica e as tiras de papel. Desejava-se que respondessem relacionando o número decimal, utilizado

na fita métrica, com a representação fracionária empregada pelas tiras de papel. Como isso não ocorreu, entende-se que as situações e as representações propostas não foram suficientes, indo ao encontro do que Vergnaud traz em sua teoria. Ele diz que não é apenas uma situação que irá criar esses esquemas. Como a atividade propôs somente uma situação, não chegou-se ao resultado esperado.

Então, dessa forma, os alunos estão pensando errado? Ou, então, não entenderam a atividade? A resposta é não. Os alunos utilizaram como medida as tiras e como submedida os dedos, ou seja, outros entendimentos para chegarem a uma conclusão. Compararam as tiras com a medida dos dedos, relacionando isso a uma medida, assim, eles utilizam conceitos-em-ação já criados para comparar medidas e resolver a atividade. Por isso, é importante que o professor dê o suporte necessário, confrontando os alunos com mais situações que os direcionam para a construção do teorema-em-ação, ou seja, que possibilite a construção da definição deste conceito. As atividades de fixação podem ser aliadas neste processo, fornecendo mais situações-problemas que subsidiem o entendimento deste significado, como utilizou Souza Júnior (2019) em sua pesquisa.

Os elementos da TCC auxiliam o professor a pensar o seu planejamento, pois dessa forma é possível compreender como o aluno aprende e poderá conceitualizar um determinado conteúdo, trazendo atividades, com situações-problemas e representações, que façam os alunos acionar os invariantes necessários até esquematiza-los para o objetivo que se quer. Assim, a partir das respostas, questionamentos e discussões em sala, o professor pode repensar o seu planejamento e reformulá-lo de acordo com as necessidades que surgirem.

A partir do que o professor proporciona aos alunos, com elementos da TCC, é possível que não seja o suficiente para que ele compreenda a atividade, como evidenciam as Figuras 28 e 29, que, para os alunos, os números decimais não podem ser escritos como uma fração e vice-versa. Assim sendo, entende-se que as situações vivenciadas não foram suficientes para elaborar um teorema-em-ação que oportunizasse a esquematização do significado de medida em relação aos números decimais e fracionários.

Figura 28 – Resposta do Grupo 1 sobre a relação entre a fita métrica e as tiras de papel

6) Essas maneiras diferentes de escrever as medidas podem ser consideradas iguais? Explique.

Não. Por que a fita métrica tem centímetros e metros e as tiras de papel não.

Fonte: Própria autora (2024).

Figura 29 – Resposta do Grupo 2 sobre a relação da escrita entre a fita métrica e as tiras de papel

6) Essas maneiras diferentes de escrever as medidas podem ser consideradas iguais? Explique.

Não, por que uma é inteira e a outra é em pedaços.

Fonte: Própria autora (2024).

Nota-se nas respostas que não houve relações estabelecidas entre as duas formas de escrita em ambos os grupos. Portanto, é fundamental que o professor se atente aos objetivos que orientaram a atividade e à importância de, ao final, promover uma discussão com os alunos sobre o tema. É necessário, também, confrontar o aluno com mais situações e, conseqüentemente, propor mais relações sobre este significado, além de discutir, retomar e registrar tudo que está sendo feito.

Ao final desta aula, fez-se uma discussão sobre a atividade, perguntando o que os alunos compreenderam, compartilhando as suas respostas da atividade para cada questão, como pensaram e as justificativas que os levaram a esses registros. As respostas dos alunos a esses questionamentos foram: “Profe, eu achei legal a parte de medir os objetos, mas não consegui entender o que precisava fazer com as tiras de papéis” (Aluno 14, Diário de Campo da Pesquisadora, 2024), “Não entendi as perguntas que tinha na folhinha” (Aluno 6, Diário de Campo da Pesquisadora, 2024), “Achei a atividade muito difícil, não consegui responder as questões da folhinha” (Aluno 4, Diário de Campo da Pesquisadora, 2024), “Eu gostei da atividade” (Aluno 10, Diário de Campo da Pesquisadora, 2024), “Gostei de medir as coisas da sala com as tiras de papéis e fiquei feliz de fazer a atividade em grupo” (Aluno 12, Diário de Campo da Pesquisadora, 2024).

As respostas condizem com o que foi explicitado na atividade e refletem quais as melhorias que podem ser feitas a partir das reflexões trazidas pelos alunos. Percebe-se, de maneira geral, que alguns alunos conseguiram elaborar conceitos-em-

ação sobre o significado de medida, mas outros ainda estão na Zona de Desenvolvimento Proximal. Com isso, acredita-se que mais tempo para desenvolver atividades como essas, mais uma pessoa auxiliando os alunos nas medições e colocando-os em situações que façam eles operar com os seus teoremas e conceitos em ação, auxiliem a uma melhor aplicação e contribuam com o entendimento desse significado.

Para explicitar uma proposta de ajuste da SD quanto ao tempo de execução, criou-se o quadro abaixo:

Quadro 16 – Sugestão de reorganização para a Aula 2 da SD

ATIVIDADE	TEMPO PREVISTO	TEMPO DE EXECUÇÃO
Medição dos objetos	1 período (50 minutos)	2 períodos (50 minutos)
Resolução das atividades propostas na folhinha	1 período (50 minutos)	1 período (50 minutos)
Sistematização da aula e registros	1 período (50 minutos)	2 períodos (50 minutos)
Atividades de fixação e exploração	Não computado	2 períodos (50 minutos)
Total	3 períodos (50 minutos)	7 períodos (50 minutos)

Fonte: Própria autora (2024).

O total de períodos utilizados para realizar a Aula 2 foi de cinco períodos, ou seja, dois períodos a mais do que o previsto. Durante o planejamento, acreditava-se que a atividade demandaria menos tempo. No entanto, para garantir que as atividades possam ser realizadas com mais tranquilidade e discutidas com maior aprofundamento, propõe-se que a atividade seja prevista para no mínimo sete períodos. Com esse tempo programado, será possível alcançar um melhor desenvolvimento das atividades, pois, a partir dos resultados que foram obtidos no pós-teste, verifica-se que houve a elaboração de esquemas para este significado, mesmo com o tempo reduzido.

O significado medida, proposto na Aula 2, e representado na questão número 3 do pós-teste, teve um crescimento significativo em relação ao pré-teste, evidenciando que as situações-problemas expostas para esse significado foram relativamente suficientes para que eles compreendessem o que foi pedido na questão. E, mais uma vez, fica evidente que, através dos outros significados e das relações que os estudantes fazem com os seus teoremas-em-ação, os significados estão se esquematizando à aprendizagem dos alunos, contribuindo com o entendimento do conceito de fração.

Com o intuito de aprimorar a sequência didática, indica-se, ainda, a elaboração e a inserção de mais situações-problemas que propiciem a esquematização desse significado. Ao final da atividade, trazer exercícios para fixação e exploração do teorema que está sendo criado em relação ao significado de medida, pode ser outro ajuste importante.

Antes de iniciar a discussão sobre a terceira aula, sobre o significado de razão, relembra-se o conceito dado por Onuchic e Allevato (2008), os quais acreditam que este significado se refere à comparação multiplicativa entre duas grandezas. Com o intuito de criarem um teorema-em-ação para este significado, propôs-se aos alunos que produzissem um bolo de chocolate. O questionamento feito a eles foi: “Será que se fizermos um bolo de chocolate, seguindo essa receita, conseguimos que todos da turma comam um pedaço?” (Diário de Campo da Pesquisadora, 2024).

A resposta dos alunos deveria ser negativa, já que a receita informava que, para aquela quantidade de ingredientes, o bolo renderia 10 fatias. A quantidade de alunos participantes era maior que este número, portanto, o intuito era que os alunos conseguissem, através dessa situação-problema, elaborar um esquema que os auxiliasse a dobrar a receita de tamanho, para 20 fatias. Considerando a demanda dessa atividade, a professora-pesquisadora optou por realizá-la em conjunto, planejando um total de 7 períodos de 50 minutos para a execução da tarefa.

Surgiram respostas como: “Tem que somar as quantidades de cada ingrediente” (Aluno 1, Diário de Campo da Pesquisadora, 2024), e “Precisamos multiplicar por dois cada ingrediente” (Aluno 2, Diário de Campo da Pesquisadora, 2024). Respostas corretas, já que o objetivo da atividade era a duplicação da receita. Ingredientes como ovos, água e farinha não foram difíceis de resolver, porque estavam trabalhando com o conhecido. Ou seja, os alunos já tinham um teorema-em-ação consolidado sobre a multiplicação com números inteiros. Agora, deveriam pensar nos ingredientes como o óleo e o açúcar, que eram números mistos, ou seja, um número inteiro e um número fracionário.

Com o objetivo de duplicar a receita e pensando em como os estudantes poderiam fazer a resolução com os números mistos, a professora-pesquisadora confrontou os alunos com os seguintes questionamentos: “O que significam esses números ao lado do açúcar e do óleo? Como podemos ler esse numeral? O que

significa $\frac{1}{2}$? Como fazemos para calcular o dobro desses números?” (Diário de Campo da Pesquisadora, 2024).

Essas indagações mobilizaram os alunos a novas situações, colaborando com as relações e os conceitos-em-ação que estavam acionando para duplicar a quantidade de ingredientes do bolo. Essas questões levaram a questionamentos por parte dos alunos. O Aluno 3 perguntou: “O que significa $\frac{1}{2}$?” (Aluno 3, Diário de Campo da Pesquisadora, 2024). Logo, o grupo conseguiu perceber que se tratava da metade da quantidade, haja vista que outro aluno falou: “Quer dizer metade” (Aluno 4, Diário de Campo da Pesquisadora, 2024).

Como a tarefa era coletiva, os alunos foram auxiliando os colegas no processo do entendimento do que representa a fração $\frac{1}{2}$. Ao compreenderem essas relações de metade e da fração $\frac{1}{2}$, o resultado para a duplicação dos ingredientes açúcar e óleo foi rápido. Uma das respostas sobre a duplicação do óleo foi: “Então, se a gente quiser duplicar, precisamos somar metade, mais metade, que vai dar uma xícara” (Aluno 2, Diário de Campo da Pesquisadora, 2024). Dessa forma, ele acionou suas operações de pensamentos em relação à soma e à multiplicação para dizer a resposta de uma xícara, relacionando esses conceitos até chegar em uma resposta.

Os pensamentos para a duplicação do ingrediente açúcar foram bem parecidos. O que diferencia as respostas é que o açúcar tinha uma quantidade mista, utilizando o número natural e as frações. Nesse processo, os próprios alunos, após os questionamentos iniciais, conseguiram concluir esta tarefa. A fala em questão partiu do Aluno 5: “Então, para o açúcar, temos meia xícara, mais meia xícara, que dá 1 xícara. E se tem uma xícara inteira, então, precisamos de mais uma, que dá 2 xícaras. Então, vamos ter que usar 3 xícaras de açúcar para fazer o bolo” (Aluno 5, Diário de Campo da Pesquisadora, 2024).

Tal fala evidencia que o Aluno 5 utilizou os seus teoremas-em-ação sobre multiplicação e soma para chegar à resposta de 3 xícaras de açúcar. Nota-se que o aluno esquematizou a duplicação do açúcar em partes, realizando os cálculos das metades de xícara e das xícaras inteiras. Somente no final, ele fez a soma das quantidades encontradas. Vale ressaltar que os alunos não realizaram a operação de somar $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ formalmente, mas acionaram o pensamento de juntar duas metades. Isso

também é válido e os ajudou a relacionar os conhecimentos que já tinham, conceitos-em-ação, com o que estavam aprendendo, teoremas-em-ação.

Na Figura 30, mostra-se como foi preenchida a tabela pelo Aluno 3. Todos os ingredientes estavam duplicados de forma correta, pois discutiu-se antes de realizar a tarefa, como dito anteriormente.

Figura 30 – Respostas do Aluno 3 para a duplicação da receita do bolo de chocolate

INGREDIENTES DO BOLO DE CHOCOLATE	
RECEITA DE 10 FATIAS	RECEITA DE 20 FATIAS
3 ovos	6 OVOS
½ xícara (chá) de óleo	1 XÍCARA DE ÓLEO
1 ½ xícaras (chá) de açúcar	3 XÍCARA DE AÇÚCAR
1 xícara (chá) de água	2 ÁGUA
1 xícara (chá) de chocolate em pó	2 CHOCOLATE EM PÓ
2 xícaras (chá) de farinha de trigo	4 FARINHA
1 colher (sopa) de fermento	2 COLHERES DE FERMENTO

Fonte: Própria autora (2024).

De maneira geral, essa atividade envolveu os alunos. Eles ficaram empolgados com a possibilidade de produzirem o bolo e isso tornou a atividade mais prazerosa para eles. A etapa de produção do bolo resultou em uma certa desorganização e um pouco de sujeira. Logo, é preciso que o professor esteja disposto a propor essa tarefa e, ao fazê-la, também ir relacionando o que foi discutido anteriormente com o que os estudantes estão fazendo. Isso lhes permitirá ter uma representação do que fizeram, acionando os invariantes operatórios para consolidar o significado.

A última parte da tarefa pedia aos alunos para que respondessem questões que sistematizasse o que haviam discutido e realizado em aula. Mesmo que a duplicação tenha sido realizada no coletivo e que a sistematização do que é esse significado tenha sido produzida em conjunto, os alunos resolveram as atividades individualmente e tiveram vários tipos de resposta ao questionamento “qual a relação das frações com a tarefa?”, tais como a medida utilizada para os ingredientes, o cálculo que fizeram para a duplicação e associação da fração $\frac{1}{2}$ como metade. Esta última resposta remete-se aos teoremas-em-ação que elaboraram nos anos

anteriores, já que, segundo a BNCC (Brasil, 2018), no 4º ano do Ensino Fundamental, eles devem reconhecer esse tipo de frações.

O objetivo era que os alunos percebessem que as frações podem ser aumentadas e diminuídas (Moutinho, 2005; Canova 2013; Souza Júnior, 2019; Silva, 2005; Cavalcanti e Guimarães, 2008) e que elas servem como medida para os ingredientes. Mas, os esquemas criados pelos alunos para essa situação do significado de razão, foram principalmente para medir, como se vê nas Figuras 31, 32 e 33.

Figura 31 – Resposta do Aluno 6 sobre a relação da tarefa com as frações

b) Que relação essa tarefa tem com as frações?

de medidas por exemplo: $\frac{1}{2}$ xícara de óleo, $\frac{1}{2}$ significa: meia xícara de óleo resumindo para medir a quantidade dos ingredientes.

Fonte: Própria autora (2024).

Figura 32 – Resposta dos Aluno 10, sobre a relação da tarefa com as frações

b) Que relação essa tarefa tem com as frações?

Para calcular QUANTOS DE INGREDIENTES VAI NO Bolo.

Fonte: Própria autora (2024).

Figura 33 – Resposta dos Aluno 8, sobre a relação da tarefa com as frações

b) Que relação essa tarefa tem com as frações?

As medidas são $\frac{1}{2}$ = Não mesmo metade das coisas da receita exemplo - $\frac{1}{2}$ de óleo

Fonte: Própria autora (2024).

Nota-se que o significado que se sobressaiu nesta atividade foi o de medida. Essa incidência pode ter se acentuado pelo fato da atividade anterior ter sido sobre medida ou pelos utensílios utilizados, como a xícara, que é um medidor. Ou seja, os esquemas necessários para a elaboração do teorema-em-ação não foram suficientes, mas, de toda forma, acredita-se que eles tenham criado outras situações em que os alunos compreendessem melhor o significado de medida. Este esquema foi recentemente acionado, e relacioná-lo com outros significados não invalida o

aprendizado. Este é um significado que é pouco utilizado no ensino das frações (Moutinho, 2005; Freire, 2015; Canova, 2013; Tossavainen, 2022), mas compõem o seu conceito, por isso é importante trabalhá-lo. Contudo, após as atividades desenvolvidas com a turma, os resultados obtidos no pós-teste tiveram um aumento significativo, percebendo a elaboração de esquemas para o significado de razão.

As questões 4 e 6 abordam o significado de medida, propondo situações-problemas e representações semelhantes às da Aula 3, sobre o significado de razão. Assim como nas atividades realizadas, essas questões remetem-se a situações com receita de bolo e conjunto de elementos. Diferentemente das análises que obtivemos sobre o desenvolvimento da Aula 3, nestas questões, os alunos construíram conceitos-em-ação relacionados a este significado, pois as respostas tiveram um aumento significativo entre pré e pós-teste. Conclui-se, a partir destas observações, que os estudantes estão construindo invariantes relacionados ao significado de razão, a partir das situações-problemas propostas.

As modificações sugeridas ao realizar esta proposta de aula é que seria necessário maior tempo para explicar para os alunos sobre o que, de fato, está acontecendo na atividade. Pois, a partir dessas discussões e das situações a que são expostos, é que os estudantes serão auxiliados no processo de construção do significado de razão.

O Quadro 17, abaixo, ajuda a entender o que poderia ser modificado.

Quadro 17 – Sugestão de reorganização para a aula 3 da SD

ATIVIDADE	TEMPO PREVISTO	TEMPO DE EXECUÇÃO
Questionamento inicial e duplicação da receita	2 períodos (50 minutos)	2 períodos de (50 minutos)
Produção do bolo com os alunos em aula	3 períodos (50 minutos)	4 períodos (50 minutos)
Resolução das atividades propostas na folhinha	1 período (50 minutos)	2 períodos (50 minutos)
Registros e sistematização	1 período (50 minutos)	2 períodos (50 minutos)
Atividades de fixação e exploração	Não computado	2 períodos (50 minutos)
Total	7 períodos (50 minutos)	12 períodos de (50 minutos)

Fonte: Própria autora (2024).

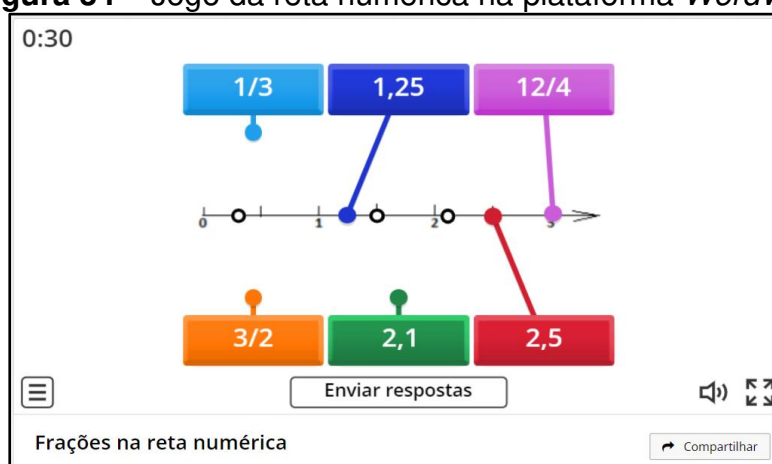
O quadro mostra que foram utilizados 3 períodos a mais do que o previsto no planejamento. Além desses, propõe-se que, em próximas aplicações, assim como na aula anterior, sejam realizadas atividades de fixação e de exploração. Estas propiciarão aos alunos novas situações em que eles precisarão esquematizar os conceitos e os teoremas-em-ação que construíram nas atividades propostas.

Tal como as discussões exigem tempo, a produção do bolo também requer paciência. Isso é essencial para que os alunos possam discutir, observar e, sobretudo, "colocar a mão na massa". A ideia é que eles realizem a tarefa por si mesmos, com o professor apenas supervisionando, sem intervir em excesso. Esse processo facilita que os alunos façam conexões e estabeleçam relações com a primeira parte da atividade.

O significado de número pode ser entendido em sua forma decimal ou fracionária (Silva, 2005; Moutinho, 2005; Canova, 2013). A forma decimal provém da divisão do numerador pelo denominador e a forma fracionária vem da escrita do numeral $\frac{a}{b}$, na qual a e b são números e b precisa ser diferente de zero (Merlini, 2005; Lapa, 2013).

Esta tarefa visava promover atividades que desenvolvessem os entendimentos necessários para que os alunos compreendessem as frações como números. Isso porque, geralmente, elas são remetidas a significados com representações simbólicas, como os desenhos. Partindo desse entendimento, inseriu-se situações diferentes das demais aulas, iniciando as tarefas com um jogo na plataforma *WordWall*. A atividade consistia em duas partes, ou seja, dois jogos. O primeiro deles era uma reta numérica, na qual os alunos poderiam ligar os números à posição destes na reta, como mostra a Figura 34.

Figura 34 – Jogo da reta numérica na plataforma *WordWall*



Fonte: Própria autora (2024).

Esse jogo tinha por objetivo que os alunos conseguissem relacionar os números com os seus respectivos lugares na reta numérica. Ele continha tanto números decimais, quanto números fracionários. O intuito da atividade era que os

alunos percebessem que podiam utilizar essas duas versões para relacionar os números na reta. Como já apresentado anteriormente, ao realizar a divisão do numerador com o denominador, o número obtido é um número decimal. Isso pode ser evidenciado a partir do exemplo $\frac{12}{4}$, que, ao ser dividido, resulta em 3.

Neste jogo, havia 6 números que deveriam ser colocados corretamente em seus lugares. A partir da análise dos resultados, o que se percebeu foi que nenhum deles conseguiu relacionar todos os números nos lugares corretos, obtendo uma pontuação máxima de 4 acertos por aluno. Ou seja, os alunos não conseguiram fazer essas relações, nem acessar os esquemas que já haviam criado sobre os outros significados.

Os números que foram melhor associados foram: 1,25 e 2,5. Isso mostra que a maioria dos alunos conseguiu identificar e relacionar os números decimais na reta numérica proposta. Ou seja, já estão construindo e acessando conceitos-em-ação sobre o significado de número.

A segunda parte da tarefa consistia em um questionário com questões variadas, em relação ao tamanho de uma reta, à associação do número fracionário com a reta numérica, à relação entre divisão e fração, além de questões de verdadeiro ou falso. Os resultados desta segunda parte tiveram um maior aproveitamento, haja vista que as respostas dos alunos estavam, na maioria, corretas. Abaixo, na Figura 35, mostra-se a questão de verdadeiro ou falso que teve 13 acertos dos 14 alunos.

Figura 35 – Questão de verdadeiro ou falso

0:05 ✓ 0

Nesta reta não é possível representar a fração $12/2$, porque não há o número 6.

0 1 2 3 4 5

A Falso.

B Verdadeiro.

2 de 5

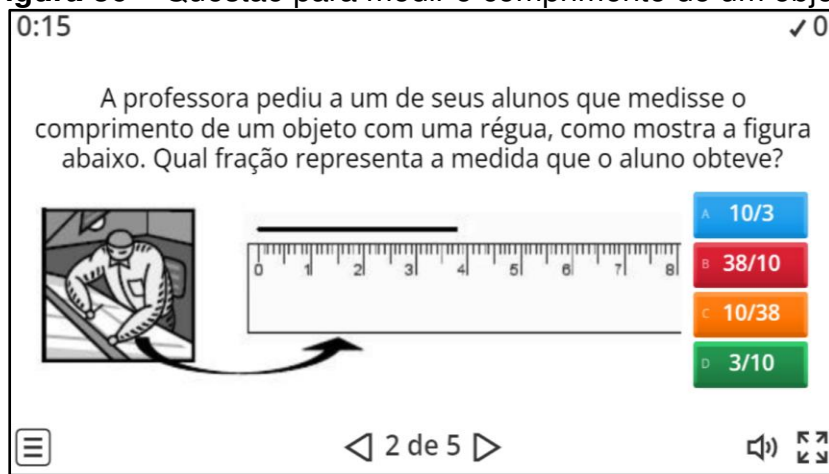
Frações na Reta Numérica Compartilhar

Fonte: Própria autora (2024).

Acredita-se que essa pergunta possa ter sido a de melhor aproveitamento por alguns motivos: uma tentativa espontânea, já que eram somente duas alternativas; a segunda porque os alunos entenderam que $\frac{12}{2} = 6$, já que, nesse momento, tinha um resultado possível para a questão, o que também realizaram nas atividades do significado de razão. Na outra tarefa, a maioria não conseguiu associar o número na reta, como Moutinho (2005) também evidencia em suas análises. Com isso, os alunos podem ter acionado os significados já vistos nas tarefas anteriores, pois já tinham elaborado invariantes para metade de algo, utilizando das situações propostas pelas atividades para elaborar novos esquemas sobre o significado de número e de medida.

A questão sobre a medida da régua, representada na Figura 36 abaixo, teve somente 7 acertos.

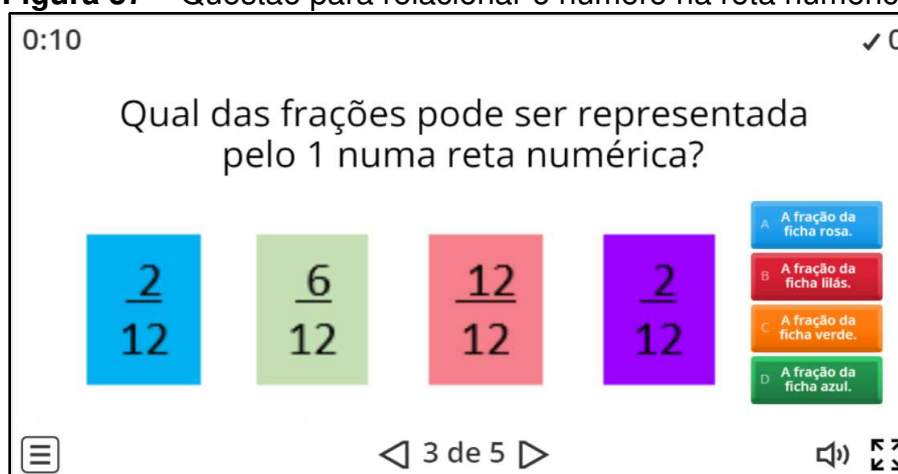
Figura 36 – Questão para medir o comprimento de um objeto



Fonte: Própria autora (2024).

Nesta atividade, envolvendo a medida na régua, observou-se que metade dos alunos teve dificuldade em acionar teoremas-em-ação e utilizar esquemas adequados para contar os números na reta. Isso pode acontecer porque os alunos não têm relação com a régua tanto quanto com a fita métrica. Ou seja, não acionaram nenhum invariante operatório para solucionar a questão. Não conseguiram enxergar onde estava marcando a medição na régua. Ou, ainda, não conseguiram associar a quantidade de graduações que marcam os centímetros na régua com a fração.

A questão que relacionava a fração com a divisão, conforme representado na Figura 37 a seguir, obteve apenas 7 acertos.

Figura 37 – Questão para relacionar o número na reta numérica

Fonte: Própria autora (2024).

Esta questão tinha por objetivo a associação da fração com a divisão, ou com o todo, se referindo ao significado parte-todo. Ela questionava sobre qual fração que podia ser representada pelo número 1 e tinha como resposta correta a ficha rosa, a fração $\frac{12}{12}$. Em outros momentos, os alunos já tiveram acesso a situações parecidas a esta, podendo contribuir para o entendimento e resolução da atividade. Contudo, nem todos os alunos conseguiram acessar os conceitos-em-ação e esquemas da outra atividade. Entende-se que eles possam ter elaborado outros tipos de conceitos-em-ação, estando na Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP).

Após a análise, nota-se, também, uma falha no planejamento, pois o jogo da plataforma pode ser respondido quantas vezes necessário. E nisso, os alunos podem ter feito várias tentativas até que conseguissem acessar a resposta correta. Por isso, a dica para realizar esta tarefa é que a questão seja limitada para ser realizada apenas uma vez. Cabe destacar que a tentativa e o erro também os ajudariam a colocar em suspense os teoremas que eles foram construindo, pois permite que testem até encontrarem a resposta correta relacionando ao conceito-em-ação elaborado. Mas, como se queria analisar as respostas dos alunos, a realização apenas em uma vez é a melhor opção, pois permite verificar a potencialidade das situações-problemas com os invariantes operatórios construídos pelos alunos a partir de suas respostas.

Depois que os alunos jogaram, fez-se o mesmo processo das outras aulas, que foi sistematizar e discutir o que entenderam das atividades. Neste momento, a professora-pesquisadora pode apresentar outras situações para que internalizem o significado. O Quadro 18, abaixo, sintetiza o tempo de execução e de planejamento.

Quadro 18 – Sugestão reorganização para a aula 4 da SD

ATIVIDADE	TEMPO PREVISTO	TEMPO DE EXECUÇÃO
Explicação e aplicação do jogo	2 períodos (50 minutos)	2 períodos de (50 minutos)
Sistematização da aula e registros com explicações	1 período (50 minutos)	2 períodos (50 minutos)
Total	3 períodos (50 minutos)	4 períodos (50 minutos)

Fonte: Própria autora (2024).

Em relação ao tempo utilizado nas aulas sobre o significado de número, não houve uma diferença significativa. No entanto, é necessário que o professor organize o tempo especificamente, podendo utilizar a sugestão de reorganização apresentada, que dependerá do desenvolvimento da aula e do perfil da turma. Ademais, as discussões sobre esse significado foram desafiadoras, pois ficou evidente que os alunos enfrentam dificuldades para compreendê-lo. Percebeu-se, ainda, que as situações propostas não foram suficientes para conseguir acionar os alunos de maneira a esquematizar os seus pensamentos, refletindo no pós-teste, no qual as questões referentes a esse significado não tiveram nenhum acerto. Logo, será preciso ampliar o tempo, em função dos resultados alcançados.

No pós-teste, as questões 2 e 5 abordam o significado de número, propondo situações-problemas e representações semelhantes às atividades realizadas na Aula 4, utilizando a reta numérica e a relação das frações com os números decimais. Os teoremas acionados na execução da atividade foram números decimais, escrita de frações e a reta numérica. O que se pode perceber é que os alunos não construíram nenhum conceito-em-ação diferente dos que já tinham, pois as respostas permanecem iguais durante o pré e pós-teste.

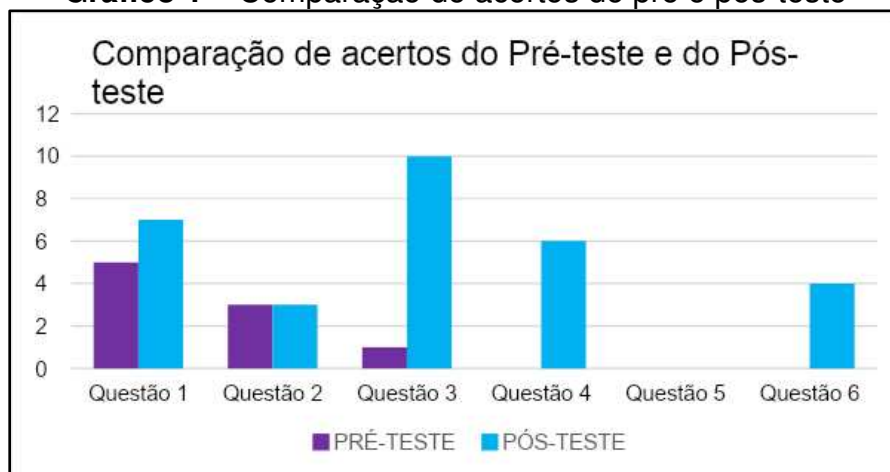
Moutinho (2005), em sua pesquisa, teve resultados parecidos a estes, após a aplicação do pós-teste, com menor índice de acertos. Isso não significa que não se obteve resultados, pois, nos testes, considerou-se apenas as respostas totalmente corretas. Mas sim, que as respostas dadas pelos estudantes estão na Zona de Desenvolvimento Proximal. Ou seja, não conseguem realizar as atividades sozinhos, de maneira independente, mas, com auxílio e utilizando novas representações e situações, o aluno terá êxitos em suas respostas.

Assim sendo, ficou-se com o sentimento de falha nesta atividade, podendo ser repensada, tanto nas questões trazidas nos jogos, quanto na maneira pela qual foi sistematizada. As sugestões para qualificar a proposta deste significado é utilizar material concreto ou até mesmo criá-lo. Por exemplo, utilizar a régua como ferramenta

em atividades para medir objetos, construir figuras geométricas ou margens. Com isso, serão criados conceitos-em-ação sobre as medidas e a régua, auxiliando na compreensão das situações que estão sendo propostas nas atividades da sequência didática. Outra sugestão é criar a reta numérica em grande escala, proporcionando aos alunos a divisão dela pelas unidades e relacionando os números fracionários nela. Isso fará com que os alunos sejam expostos a outra situação, dessa vez de elaboração, para criar um esquema para o significado de número. Talvez a construção do material coloque os alunos em situações que acionem esquemas mais significativos para o processo de aprendizagem do significado de número.

A fim de comparar os dois testes, apresenta-se o gráfico de barras abaixo, que permite comparar os resultados obtidos (Gráfico 1).

Gráfico 1 – Comparação de acertos do pré e pós-teste



Fonte: Própria autora (2024).

O gráfico permite uma visualização mais clara da comparação entre os acertos obtidos no pré e no pós-teste. Dessa forma, pode-se perceber que houve um aumento significativo de acertos no pós-teste, em relação ao pré-teste. Pontos importantes que se consegue evidenciar a partir dos dados, são de que, a questão 2, proposta para o significado de número, ficou igual em ambos os testes, ou seja, não houve evolução desse tipo de avaliação que fizemos. Já a questão número 5, caracterizada pelo significado de número, não houve nenhum acerto, em ambos os testes.

Não havendo diferenças, é preciso repensar a atividade, dando suporte em relação à quantidade de situações e de representações necessárias para a compreensão deste significado. Acrescentar atividades, usar situações diferentes das que já estão propostas e mudar a metodologia utilizada são sugestões de melhorias.

Essas mudanças podem contribuir com o processo de esquematização dos sujeitos em relação a este significado.

Analisando os dados obtidos através da Teoria dos Campos Conceituais, pode-se constatar que os estudantes elaboraram alguns esquemas sobre os significados de razão, medida e número para a construção do conhecimento do conceito de fração, mas que ainda há esquemas a serem construídos. Entende-se que o campo conceitual, que envolve as frações, perpassa pelos significados que discutimos ao longo da pesquisa, além de outros mais. Ou seja, para obter a compreensão do conceito de fração, os alunos devem ser expostos a mais situações de cada significado. Situações essas que podem retomar invariantes operatórios que os alunos têm, como a divisão, multiplicação, os números decimais, as representações por meio de desenhos e da reta numérica, a fim de criar esquemas que sejam capazes de lidar com este conceito, a partir do que já conhecem.

Acredita-se que, embora não de forma completa, o conhecimento prévio dos significados e o acesso a esses conceitos facilitaram a compreensão dos alunos no estudo das frações. Nesse sentido, a sequência didática desempenhou um papel importante no processo de aquisição do conceito de fração. Os significados de medida e razão foram construídos de maneira genérica, podendo ser aprimorado. Já o significado de número ainda precisa ser retomado, pois não foram construídos os esquemas necessários para tal aprendizado.

As atividades propostas proporcionaram aos alunos situações e representações que facilitaram a compreensão dos significados de razão, número e medida, promovendo uma articulação entre esses conceitos e as frações. Isso resultou em uma visão menos fragmentada do tema e deu visibilidade ao processo de construção do conhecimento dos estudantes, permitindo uma análise mais aprofundada de suas respostas e atividades. Além disso, essas atividades contribuíram para a qualificação da sequência didática, tanto em termos de questões propostas quanto do tempo de desenvolvimento, favorecendo uma compreensão mais sólida do assunto.

Nesse contexto, a Teoria dos Campos Conceituais tem um papel central ao contribuir para o ensino de frações, oferecendo um arcabouço teórico que organiza o conhecimento de forma estruturada. A fração só será plenamente conceitualizada quando seus diversos significados forem compreendidos, e a TCC auxilia no processo

de construção do conhecimento facilitando a conexão entre as frações e seus diferentes significados.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa teve como objetivo investigar as contribuições de uma sequência didática para o ensino do conceito de fração, articulado aos significados de número, medida e razão, com base na TCC, para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. Foram discutidas as relações entre os diferentes significados associados ao conceito de fração, identificando-os como sete: número, medida, razão, quociente, operador multiplicativo, parte-todo e probabilidade. Com o intuito de promover um ensino que integrasse esses significados, a TCC foi utilizada para orientar o desenvolvimento do estudo, proporcionando uma compreensão sobre como os alunos constroem e organizam seus conhecimentos.

A Teoria dos Campos Conceituais, desenvolvida por Gérard Vergnaud, é uma teoria de aprendizagem que permite compreender-se o processo de aprendizagem dos estudantes. Apoiado nas teorizações de Piaget e Vygotsky, Vergnaud (1993) retrata que o aprendizado de um conceito é um processo dinâmico definido como um triplete de conjuntos, no qual são as situações que dão sentido ao conceito; os invariantes operatórios que são as relações feitas entre os conceitos-em-ação e os teoremas-em-ação; e, por fim, as representações, das quais permitem por meio de formas de linguagem (ou não) representar o conceito. Partindo desse entendimento, compreendeu-se que a Teoria dos Campos Conceituais auxilia no processo de ensino e no acompanhamento do processo de aprendizagem das frações a partir dos diversos significados existentes.

Esses entendimentos permitiram que a professora-pesquisadora desenvolvesse uma sequência de atividades baseadas no aprendizado do conceito de fração a partir dos significados de número, medida e razão, com o auxílio da teoria de Vergnaud. E, dessa forma, construir uma sequência de atividades que permitisse aos alunos do 6º ano do Ensino Fundamental ter acesso às ferramentas necessárias para tal aprendizado.

Cabe destacar que esta pesquisa interventiva possibilitou à professora-pesquisadora desenvolver e aplicar uma sequência didática com 14 alunos de uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental. Esse processo permitiu discutir e refletir sobre sua prática pedagógica, visando promover mudanças no ensino e aprimorar o aprendizado dos alunos em relação ao conceito de fração. Além disso, a coleta de dados foi fundamental para avaliar a eficácia da sequência didática, especialmente

em relação aos significados de medida, razão e número. Os pré e pós-testes foram ferramentas essenciais para analisar os resultados e verificar a articulação entre os pressupostos teóricos e a prática da pesquisa.

Com relação aos objetivos específicos propostos:

Em relação ao primeiro objetivo específico, *Identificar possíveis contribuições da Teoria dos Campos Conceituais para o ensino das frações*, percebeu-se, através das leituras feitas na revisão sistemática de literatura e nos demais referenciais encontrados, que a teoria de Vergnaud tem grande importância na área da educação e destaque na Matemática, pois discute sobre o campo conceitual das estruturas aditivas e multiplicativas. O autor discute, em sua teoria, sobre o processo de conceitualização, o qual permite compreender a complexidade do desenvolvimento cognitivo e da aprendizagem dos alunos. Assim, a TCC contribui para os objetivos da pesquisa por auxiliar a construção e desenvolvimento do processo cognitivo dos alunos em relação às frações.

O segundo objetivo específico, *Construir uma Sequência Didática, com atividades que possibilitem aos alunos compreender o conceito de fração, a partir dos significados de número, medida e razão, com o auxílio da TCC*, foi alcançado com base no referencial teórico e da revisão sistemática de literatura. Com esses estudos, compreendeu-se como a sequência didática poderia ser estruturada, contribuindo para as atividades sobre cada significado e sua articulação com a TCC. Além disso, ajudou na escolha dos significados de razão, medida e número, que têm menor visibilidade em livros didáticos e apresentam maior complexidade.

Os resultados obtidos através da aplicação da sequência didática, permitiu o entendimento do quão difícil é propor uma sequência de atividade que possam dar conta de propor os significados de número, medida e razão relacionados ao conceito de fração, mostrando que o processo de ensino e a aprendizagem pode ser muito mais complexo do que se imagina e que, de certa forma, não é tão simples ensinar o conceito de fração, sabendo que este tem, no mínimo, sete relações possíveis dentro da Matemática. Por isso, entende-se que a TCC contribuiu para a articulação das situações, representações e dos invariantes operatórios necessários para esquematizar os significados de medida, número e razão em relação ao conceito de fração. Isso porque a sequência didática permitiu que os alunos construíssem alguns invariantes operatórios em relação ao conceito de fração.

Não se pode dizer que todos os invariantes foram elaborados e esquematizados pelos alunos, mas contribuíram para o seu aprendizado de frações com relação aos significados de número, medida e razão. Tal fato evidencia que o terceiro objetivo específico da pesquisa, *Analisar os resultados do pré e pós-teste para identificar as contribuições da sequência didática no aprendizado dos alunos*, foi contemplado.

A partir das reflexões surgidas ao longo da pesquisa, o quarto objetivo específico, *Desenvolver um aplicativo que possibilite a consulta mais rápida e prática dos professores da Educação Básica aos significados das frações e a materiais que os possibilitem trabalhá-los*, se concretizou. Este produto educacional está diretamente ligado à pergunta e aos objetivos da pesquisa, visto que o aplicativo intitulado *Ensino de Frações e seus Diferentes Significados a partir da Teoria dos Campos Conceituais: uma proposta de Sequência Didática para o 6º ano do Ensino Fundamental*, propõe que os professores da rede básica de ensino do país tenham acesso aos referenciais teóricos e às atividades propostas nesta pesquisa.

Como sugestões para futuras pesquisas, seria interessante explorar outras sequências didáticas para o ensino de frações com significados diferentes dos utilizados nesta pesquisa, bem como a utilização de todos eles. Como outra possibilidade, entende-se ser importante investigar as dificuldades dos alunos do Ensino Médio sobre as frações e em relacionar esses significados com as frações.

A sequência didática foi utilizada como metodologia para o ensino de frações, relacionando-se com os significados de razão, medida e número, e baseando-se na Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud. Ela possibilitou a compreensão do conceito de fração, mas ele ainda não foi conceitualizado em sua amplitude e, para isso, é necessário que se ampliem as discussões acerca deste tema. O aplicativo voltado para os professores é uma forma prática de encontrar materiais e discussões para o ensino do número fracionário, trazendo possibilidades para a sala de aula da Educação Básica.

O ensino de frações tem muitos desafios a serem superados, com a gama de significados associados a ele, é possível elencar alguns, tais como: a complexidade da relação dos significados com o conceito de fração, o uso excessivo de representações e a associação da representação $\frac{a}{b}$ como sendo dois números diferentes e não a representação de um número racional. Por isso, acredita-se que a

presente pesquisa agregou conhecimento e reflexões acerca deste ensino e das relações feitas com a Teoria dos Campos Conceituais à professora-pesquisadora. Espera-se, também, que traga possibilidade de discussões e de aplicações aos professores da Educação Básica, promovendo um ensino de frações a partir dos significados que o compõem.

REFERÊNCIAS

BDTD. **Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações**: BRASIL. Disponível em: <<http://bdtd.ibict.br/>>. Acesso em: 7 set. 2024.

BEHR, M. J. *et al.* Rational number, ratio and proportion. *In*: GROUWS, D. A. **Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning**. New York: Macmillan, 1983. p.296-333.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: Ministério da Educação, 2018.

CAMPBELL, Donald T.; STANLEY, Julian C. **Experimental and Quasi-Experimental Designs for Research**. Chicago: Rand McNally, 1966.

CAMPOS, Tânia Maria Mendonça. Sobre ensino e aprendizagem de frações. **Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática**, San José, n.11, p.239-246, 2014.

_____. *et al.* Sobre a pesquisa e o ensino de números racionais na sua representação fracionária. **Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática**, Salvador, 2010.

CAMPOS, Tânia Maria Mendonça; RODRIGUES, Wilson Roberto. A ideia de unidade na construção do conceito do número racional. **REVEMAT**, Florianópolis, v.2.4, p.68-93, 2007.

CANOVA, Raquel Factori. **Um estudo das situações parte-todo e quociente no ensino e aprendizagem do conceito de fração**. 2013. 196f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirante Anhanguera, São Paulo, 2013.

CARVALHO, Euvaldo de Souza. **Sequência didática: uma proposta para o ensino do conceito de fração**. 2017. 106f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal do Tocantins, Arraias, 2017.

CAPES. Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior. **Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES**. Disponível em: <<https://catalogodeteses.capes.gov.br/>>. Acesso em: 7 set. 2024.

CAVALCANTI, Érica Michelle Silva; GUIMARÃES, Gilda Lisboa. Diferentes significados de frações: análise de livros didáticos das séries iniciais. *In*: **II Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática-SIPEMAT**, Recife, 2008.

CEDRAN, Débora Piai; KIOURANIS, Neide Maria Michellan. Teoria dos campos conceituais: visitando seus principais fundamentos e perspectivas para o ensino de ciências. **ACTIO: Docência em Ciências**, Curitiba, v.4, n.1, p.63-86, 2019.

CRESWELL. John W. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto**. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2010.

DAMICO, Alecio. **Uma investigação sobre a formação inicial de professores de Matemática para o ensino de números racionais no Ensino Fundamental**. 2007. 316f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

FONSECA, João José Saraiva da. **Metodologia da pesquisa científica**. 1. ed. Fortaleza: UEC, 2002.

FREIRE, Joelma Cruz de Oliveira. **Os significados das frações presentes em livros didáticos dos Anos Finais do Ensino Fundamental**. 2016. 80f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2015.

GARIBOTTI, Cristiano Rodrigues. **A Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud como ferramenta para o mapeamento do campo conceitual do cálculo: um estudo dos conhecimentos matemáticos de alunos ingressantes nos cursos de Engenharias Agroindustriais**. 2019. 69f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) – Universidade Federal do Rio Grande, Santo Antônio da Patrulha, 2019.

GEEMPA. **Grupo de Estudos sobre Educação, Metodologia da Pesquisa e Ação**. Disponível em: <<http://www.geempa.org.br/>>. Acesso em: 7 set. 2024.

Justo, Jutta Cornelia Reuwsaat. Problemas matemáticos aditivos no Ensino Fundamental. **Em Teia**, Recife, v.3, n.2, p.1-18, 2013.

KIEREN, T. Personal knowledge of rational numbers: Its intuitive and formal development. In: HIEBERT, J.; BEHR, M. (orgs.). **Number concepts and operations in the middle-grades**. Reston (VA): National Council of Teachers of Mathematics, 1988.

LAPA, Clésia Maria dos Santos. **O ensino de frações e seus diferentes significados: um estudo a partir do livro didático A conquista da Matemática e dos registros dos cadernos de alunos do 7º ano da rede municipal de Aracaju/SE**. 2013. 137f. Dissertação (Mestrado de Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Universidade Federal do Sergipe, São Cristóvão, 2013.

LIMA, Rafael Pontes. **O ensino e a aprendizagem significativa das operações com frações: sequência didática e o uso de tecnologias digitais para alunos do Ensino Fundamental**. 2014. 232f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) – Universidade Federal do Pará, Belém, 2014.

LOPES, Antonio José. O que nossos alunos podem estar deixando de aprender sobre frações, quando tentamos lhes ensinar frações. **Revista Bolema**, Rio Claro, v.21, n.31, p.1-22, 2008.

MAGINA, Sandra; BEZERRA, Francisco; SPINILLO, Alina. Como desenvolver a compreensão da criança sobre fração? Uma experiência de ensino. **RBEP**, Brasília, v. 90, n. 225, p.411-432, mai./ago. 2009.

MAGINA, Sandra; CAMPOS, Tânia. A fração nas perspectivas do professor e do aluno dos dois primeiros ciclos do Ensino Fundamental. **Revista Bolema**, Rio Claro, v.21, nº 31, p.23-40, 2008.

MAGINA, Sandra; MERLINI, Vera Lucia; SANTANA, E. Situações-problema das estruturas multiplicativas sob a ótica do professor que ensina Matemática. In: **Anais do VII Congresso Ibero-Americano de Educação Matemática**, Montevideo, p.5980-5987, 2013.

MAMEDE, E. **The effects of situations on children's understanding of fractions**. Oxford: Oxford Brookes University, 2007.

MARTINS, Onilza Borges; MOSER, Alvino. Conceito de mediação em Vygotsky, Leontiev e Wertsch. **Intersaberes**, Curitiba, v.7, n.13, p.8–28, 2012.

MERLINI, Vera Lucia. **O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico com alunos de 5º e 6ª série do Ensino Fundamental**. 2005. 238f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

MINAYO, Maria Cecília de Souza (org.). **Pesquisa social: teoria, método e criatividade**. 21. ed. Petrópolis: Vozes, 2002.

MOREIRA, Marco Antônio. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. **Investigações em Ensino de Ciências**, Porto Alegre, v.7, n.1, p.7-29, jan./mar. 2002.

_____. **A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de Física e a investigação nesta área**. 1. ed. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, 2004.

_____. **Teorias de aprendizagem**. 1. ed. São Paulo: EDU, 2011.

MOUTINHO, Leonel Valpereiro. **Fração e seus diferentes significados: um estudo com alunos das 4ª e 8ª séries do Ensino Fundamental**. 2005. 218f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

NOGUEIRA, Cléia Maria Ignatius. REZENDE, Veridiana. A Teoria dos Campos Conceituais no ensino de números irracionais: implicações da Teoria Piagetiana no Ensino de Matemática. **SCHÈME: Revista Eletrônica de Psicologia e Epistemologia Genéticas**, Marília, v.6, n.1, p.46-63, jan./jul. 2014.

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter. **Crianças fazendo Matemática**. 1. ed. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

OHLSSON, S. Mathematical meaning and applicational meaning in the semantics of fractions and related concepts. In: HIEBERT, J.; BEHR, M. (orgs.). **Numbers concepts and operations in the middle grades**. Reston: National Council of Teachers of Mathematics, 1989.

OLIVEIRA, Maria Marly de. **Sequência didática interativa no processo de formação de professores**. 1. ed. Petrópolis: Vozes, 2013.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. As diferentes “personalidades” do número racional trabalhadas através da resolução de problemas. **Revista Bolema**, Rio Claro, v.21, n.31, p.79-102, 2008.

PASSOS, Alessandra. LOPES, Catiane. **A Teoria dos Campos Conceituais: Gérard Vergnaud**. 2022. Disponível em: <<https://drive.google.com/file/d/1YNO6UqWWF5hbqVtraWptZ47Ydg1jCMRz/view?usp=drivesdk>>. Acesso em: 12 dez. 2023.

PIAGET, Jean; INHELDER, Bärbel. **A psicologia da criança**. 6 ed. Rio de Janeiro: Difel, 2012.

PINTO, Hélia Gonçalves. **O desenvolvimento do sentido da multiplicação e divisão de números racionais**. 2011. 593f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de Lisboa, Lisboa, 2011.

_____; RIBEIRO, C. Miguel. Diferentes significados das frações – conhecimento mobilizado por futuros profissionais dois primeiros anos. In: CADIMA, R., et al. (orgs.). **Anais da Conferência Internacional de Pesquisa, Práticas e Contextos em Educação**. Leiria: ESECS, 2013.

QUARESMA, Marisa; PONTE, João Pedro da. Compreensão dos números racionais, comparação e orientação: o caso de Leonor. **Interacções**, Lisboa, n.20, p.37-69, 2012.

RODRIGUES, Wilson Roberto. Números racionais: um estudo das concepções de alunos após o estudo formal. 2005. 247f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Orientada pela Profa. Dra. Tânia Maria Mendonça Campos, 2005.

SANTOS, Aparecido dos. **O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico junto a professores que atuam no Ensino Fundamental**. 2005. 203f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

SANTOS, Josiel Almeida; FRANÇA, Kleber Vieira; SANTOS, Lúcia Silveira Brum dos. Dificuldades no Ensino de Matemática. 2007. 41f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Centro Universitário Adventista de São Paulo, São Paulo, 2007.

SCIELO. Scientific Electronic Library Online. **Scientific Electronic Library Online - Brasil**. Disponível em: <<https://www.scielo.org/>>. Acesso em: 7 set. 2024.

SILVA, Maria José Ferreira. **Investigando saberes de professores do Ensino Fundamental com enfoque em números fracionários para a quinta série**. 2005. 302f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

SILVA, Angélica da Fontoura Garcia; *et al.* Situação quociente: limites e possibilidades. **Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática**, Curitiba, p.1-14, 2013.

SOUZA JÚNIOR, Izaias Pinheiro. **O ensino de frações para o 6º ano do Ensino Fundamental utilizando a resolução de problemas a partir da visão de Vergnaud**. 2019. 153f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2019.

STREEFLAND, Leen. **Fractions in realistic mathematics education: a paradigm of developmental research**. Norwell: Kluwer Academic Publishers, 1991.

_____. “Charming fractions or fractions being charmed?” *In*: NUNES, T.; BRYANT, P. (orgs); **Learning and teaching mathematics: an international perspective**. Reino Unido: Psychology Press, 1997.

TEIXEIRA, Paulo Marcelo Marini; MEGID NETO, Jorge. Uma proposta de tipologia para pesquisas de natureza interventiva. **Ciência e Educação**, Bauru, v.23, n.4, p.1055-1076, dez. 2017.

TOSSAVAINEN, Anne. Conhecimento de conteúdo comum de professores estagiários para resolver tarefas de frações de rotina. **LUMAT**, Helsínquia, v.10, n.2, p.256–280, 2022.

TUDO GOSTOSO. **Bolo de chocolate de liquidificador**. Disponível em: <<https://www.tudogostoso.com.br/receita/9614-bolo-de-chocolate-de-liquidificador.html>>. Acesso em: mai. 2024.

_____. **Bolo de chocolate**. Disponível em: <<https://www.tudogostoso.com.br/receita/139701-bolo-de-chocolate.html>>. Acesso em: mai. 2024.

VERGNAUD, Gerard. **L'enfant, la mathématique et la réalité: problèmes de l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire**. Berne: Lang, 1981.

_____. A Classification of Cognitive Tasks and Operations of Thought Involved in Addition and Subtraction Problems. *In*: CARPENTER, T.; ROMBERG, T.; MOSER, J. (orgs.). **Addition and subtraction: a cognitive perspective**. New Jersey: Lawrence Erlbaum, 1982.

_____. Multiplicative structures. *In*: LESH, R.; LANDAU, M. (orgs.). **Acquisitions of mathematics concepts and procedures**. New York: Academic Press, 1983.

_____. Multiplicative structures. *In*: HIEBERT, H.; BEHR, M. (orgs.). **Research agenda in mathematics education: number concepts and operations in the Middle Grades**. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum, 1988.

_____. La théorie des champs conceptuels. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v.10, n.23, p. 133-170, 1990.

_____. Teoria dos campos conceituais. *In*: NASSER, Lilian (org.) **Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro**, Rio de Janeiro, p.1-26, 1993.

_____. A Teoria dos Campos Conceituais. *In*: BRUN, J. **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996.

_____. A Teoria dos Campos Conceituais. *In*: BRUN, J. **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 2001.

_____. A didática é uma provocação: ela é um desafio. *In*: GROSSI, Esther Pillar (org.). **Piaget e Vygotsky em Gérard Vergnaud**. 1. ed. Porto Alegre: GEEMPA, 2017.

VYGOTSKY, Lev Semenovich. **Pensamento e linguagem**. 4 ed. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa: como ensinar**. 1. ed. Porto Alegre: Artmed, 1998.

APÊNDICE A – TERMO DE ANUÊNCIA**TERMO DE ANUÊNCIA**

Coordenadora Ileana Bravo da 02 CRE, São Leopoldo/RS.

Esclarecimentos:

Esta é uma solicitação para a realização da pesquisa intitulada “**O CONCEITO DE FRAÇÃO E SEUS DIFERENTES SIGNIFICADOS: uma sequência didática para alunos do 6º do Ensino Fundamental à luz da Teoria dos Campos Conceituais**”, a ser desenvolvida no Instituto Estadual Seno Frederico Ludwig, localizado no município de Novo Hamburgo/RS, pela pesquisadora **Prof.ª Leslli Adriani Mendonça Peroza**, mestranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas da Universidade Federal de Rio Grande – FURG, orientado pela **Prof.ª Dr.ª Patrícia Ignácio** e pelo **Prof. Dr. Cristiano Garibotti**. A pesquisa se utilizará da aplicação de uma sequência didática para o ensino de frações, com o objetivo de contribuir com o ensino e a aprendizagem na disciplina de Matemática, para os alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, necessitando, portanto, da concordância e da autorização institucional para a realização do desenvolvimento das atividades.

Ressaltamos que os dados coletados serão mantidos em absoluto sigilo, de acordo com as Resoluções nº 510/16 – Conselho Nacional de Saúde/Ministério da Saúde, que tratam da Pesquisa envolvendo Seres Humanos.

Salientamos ainda que tais dados serão utilizados tão somente para a realização deste estudo.

Profª Leslli Adriani Mendonça Peroza

CPF 041.018.010-61

TERMO DE ANUÊNCIA

Consentimento:

Por ter sido informada verbalmente e por escrito sobre os objetivos e a metodologia da pesquisa intitulada **“O CONCEITO DE FRAÇÃO E SEUS DIFERENTES SIGNIFICADOS: uma sequência didática para alunos do 6º do Ensino Fundamental à luz da Teoria dos Campos Conceituais”**, eu _____, Coordenadora da Educação da 2ª CRE, concordo em autorizar a realização da pesquisa nesta Instituição que represento.

Esta Instituição está ciente de suas corresponsabilidades como instituição coparticipante do presente projeto de pesquisa, dispondo de infraestrutura necessária para a realização das etapas supracitadas.

Esta autorização está condicionada à aprovação prévia da pesquisa acima citada por um Comitê de Ética em Pesquisa e ao cumprimento das determinações éticas da Resolução nº 510/2016.

O descumprimento desses condicionamentos assegura-me o direito de retirar minha anuência a qualquer momento da pesquisa.

Novo Hamburgo/RS, _____ de _____ de 2024.

Nome do representante: _____

CNPJ/CPF: _____

APÊNDICE B – TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TALE)*Universidade Federal do Rio Grande - FURG**Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas - PPGECE**TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO***TALE**

Você está sendo convidado a participar da pesquisa **“O CONCEITO DE FRAÇÃO E SEUS DIFERENTES SIGNIFICADOS: uma sequência didática para alunos do 6º do Ensino Fundamental à luz da Teoria dos Campos Conceituais”**, coordenada pela pesquisadora **Leslli Adriani Mendonça Peroza**, mestrande do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas da Universidade Federal de Rio Grande – FURG, orientada pela Prof.^a Dr.^a **Patrícia Ignácio** e pelo Prof. Dr. **Cristiano Rodrigues Garibotti**.

Queremos contribuir com o ensino de frações para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, a partir dos diferentes significados associados ao seu conceito. Para isso, utilizaremos uma sequência didática, com atividades em grupo e individuais, com o objetivo de possibilitar a aprendizagem do conceito de fração, através dos significados de medida, razão e número.

Com isso, você só participará da pesquisa se quiser. É um direito seu e não terá nenhum problema se desistir. As crianças que irão participar desta pesquisa têm de 11 a 13 anos de idade.

Portanto, você irá participar de 16 (dezesesseis) períodos, com duração de 50 (cinquenta) minutos cada, onde serão desenvolvidas atividades em sala de aula, utilizando jogos online, produção de uma receita culinária e exercícios. Durante esse período, as atividades poderão ser gravadas/filmadas/fotografadas e utilizadas na pesquisa. Por meio de análise do material colhido, serão produzidos textos acadêmicos sobre os resultados alcançados.

Durante a execução da pesquisa, o aluno pode se sentir desconfortável ao responder as questões, participar das aulas ou ao ser filmado/fotografado. Entretanto, não é obrigatório e não existe penalidade se não quiser participar. Para isso, todas as imagens serão editadas para minimizar o risco de identificação. A pesquisa não necessita de materiais físicos ou ações físicas que necessitem do uso de EPI (Equipamento de Proteção Individual). Por isso, em caso de complicações ou danos

à sua saúde que estejam relacionados com a pesquisa, compete aos pesquisadores responsáveis garantir o direito à assistência imediata, integral e gratuita.

Como benefícios da pesquisa, ela poderá propiciar ao menor uma melhor aprendizagem de conteúdos Matemáticos, além de contribuir para a melhoria dos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática em um contexto geral, bem como para a coleta de dados relevantes para a produção acadêmica.

Durante todo o período da pesquisa, você poderá tirar suas dúvidas ligando para Leslli Adriani Mendonça Peroza, contato: (51) 9 985021132 ou enviando e-mail para o endereço perozaleslli98@gmail.com.

Você tem o direito de não autorizar ou retirar o seu consentimento da participação do menor em qualquer fase da pesquisa, sem nenhum prejuízo para o mesmo.

Os dados resultantes dessa investigação (impressos e digitais) serão mantidos na Universidade Federal do Rio Grande, no Campus Santo Antônio da Patrulha, sob a guarda e responsabilidade da orientadora desta pesquisa. Os dados coletados serão utilizados exclusivamente para a execução desta pesquisa e serão guardados pelo período mínimo de 5 anos, sendo de responsabilidade do pesquisador fazer o *download* dos dados coletados para um dispositivo eletrônico local, apagando todo e qualquer registro de qualquer plataforma virtual, ambiente compartilhado ou "nuvem". Isso também será feito com os registros de consentimento livre e esclarecido e com as gravações de áudio.

As informações geradas somente serão divulgadas de forma anônima, não sendo usadas iniciais ou quaisquer outras indicações que possam identificar os participantes da pesquisa e a Instituição. Dessa forma, garante-se o anonimato, a confidencialidade das informações, a privacidade dos participantes, o sigilo e a proteção de sua identidade. E ainda, asseguramos a garantia de acesso aos resultados da pesquisa pelos participantes e a Instituição de Ensino.

Não haverá despesas nem compensações financeiras ao aluno participante da pesquisa. Caso houver alguma despesa, será garantido aos participantes o ressarcimento de despesas decorrentes da participação na pesquisa.

Se o menor sofrer qualquer dano decorrente desta pesquisa, sendo ele imediato ou tardio, previsto ou não, o menor será indenizado.

Qualquer dúvida sobre a ética desta pesquisa, você deverá ligar para o Comitê de Ética em Pesquisa FURG (CEP – FURG) – instituição que avalia a ética das

pesquisas antes que elas comecem e fornece proteção aos participantes das mesmas – da Universidade Federal do Rio Grande, nos telefones (53) 3237-3013 ou e-mail cep@furg.br. Você ainda pode ir pessoalmente à sede do CEP, no prédio das Pró-Reitorias segundo andar – Propes, Universidade Federal do Rio Grande (FURG), Avenida Itália, Km 08 – Campus Carreiros – Caixa Postal 474 – Rio Grande/RS – CEP: 96203-900.

Este documento foi impresso em duas vias. Uma ficará com você e a outra com o pesquisador responsável **Leslli Adriani Mendonça Peroza**.

=====

CONSENTIMENTO PÓS INFORMADO

Eu _____ aceito participar da pesquisa **“O CONCEITO DE FRAÇÃO E SEUS DIFERENTES SIGNIFICADOS: uma sequência didática para alunos do 6º do Ensino Fundamental à luz da Teoria dos Campos Conceituais”**.

Entendi as coisas ruins e as coisas boas que podem acontecer.

Entendi que posso dizer “sim” e participar, mas que, a qualquer momento, posso dizer “não” e desistir e que ninguém vai ficar com raiva de mim.

Os pesquisadores tiraram minhas dúvidas e conversaram com os meus responsáveis.

Recebi uma via deste termo de assentimento. A outra via ficará com a pesquisadora responsável Leslli Adriani Mendonça Peroza. Li o documento e concordo em participar da pesquisa.

Novo Hamburgo, ____ de _____ de 2023.

Assinatura do menor

Assinatura do pesquisador

APÊNDICE C – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)



Universidade Federal do Rio Grande - FURG

Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas - PPGECE

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO



TCLE (Res.510/2016-CNS)

Para os responsáveis legais dos menores de 18 anos.

Esclarecimentos:

Você está sendo convidado a participar da pesquisa **“O CONCEITO DE FRAÇÃO E SEUS DIFERENTES SIGNIFICADOS: uma sequência didática para alunos do 6º do Ensino Fundamental à luz da Teoria dos Campos Conceituais”**, coordenada pela pesquisadora **Leslli Adriani Mendonça Peroza**, mestranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas da Universidade Federal de Rio Grande – FURG, orientada pela Prof.^a Dr.^a **Patrícia Ignácio** e pelo Prof. Dr. **Cristiano Rodrigues Garibotti**.

Queremos contribuir com o ensino de frações para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, a partir dos diferentes significados associados ao seu conceito. Para tanto, utilizaremos uma sequência didática, com atividades em grupo e individuais, com o objetivo de possibilitar a aprendizagem do conceito de fração, através dos significados de medida, razão e número.

Com isso, a criança que está sob a sua responsabilidade só participará da pesquisa se quiser. É um direito seu e dele e não terá nenhum problema se desistir. As crianças que irão participar desta pesquisa têm de 11 a 13 anos de idade.

Portanto, ele irá participar de 16 (dezesesseis) períodos, com duração de 50 (cinquenta) minutos cada, onde serão desenvolvidas atividades em sala de aula, utilizando jogos online, produção de uma receita culinária e exercícios. Durante esse período, as atividades poderão ser gravadas/filmadas/fotografadas e utilizadas na pesquisa. Por meio de análise do material colhido, serão produzidos textos acadêmicos sobre os resultados alcançados.

Durante a execução da pesquisa, poderão ocorrer pequenos desconfortos e riscos à integridade moral, intelectual e emocional. O aluno pode se sentir desconfortável ao responder as questões, participar das aulas ou ao ser filmado/fotografado. Entretanto, não é obrigatório e não existe penalidade quanto a não participação. Para isso, todas as imagens serão editadas para minimizar o risco

de identificação. A pesquisa não necessita de materiais físicos ou ações físicas que necessitem do uso de EPI (Equipamento de Proteção Individual). Por isso, em caso de complicações ou danos à saúde que o menor possa ter relacionados com a pesquisa, compete aos pesquisadores responsáveis garantir o direito à assistência imediata, integral e gratuita.

Como benefícios da pesquisa, ela poderá propiciar ao menor uma melhor aprendizagem de conteúdos matemáticos, além de contribuir para a melhoria dos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática em um contexto geral, bem como para a coleta de dados relevantes para a produção acadêmica.

Durante todo o período da pesquisa, você poderá tirar suas dúvidas ligando para Leslli Adriani Mendonça Peroza, contato: (51) 9 985021132 ou enviando e-mail para o endereço perozaleslli98@gmail.com.

Você tem o direito de não autorizar ou retirar o seu consentimento da participação do menor em qualquer fase da pesquisa, sem nenhum prejuízo para o mesmo.

Os dados resultantes dessa investigação (impressos e digitais) serão mantidos na Universidade Federal do Rio Grande, no Campus Santo Antônio da Patrulha, sob a guarda e responsabilidade da orientadora desta pesquisa. Os dados coletados serão utilizados exclusivamente para a execução desta pesquisa e serão guardados pelo período mínimo de 5 anos, sendo de responsabilidade do pesquisador fazer o *download* dos dados coletados para um dispositivo eletrônico local, apagando todo e qualquer registro de qualquer plataforma virtual, ambiente compartilhado ou "nuvem". Isso também será feito com os registros de consentimento livre e esclarecido e com as gravações de áudio.

As informações geradas somente serão divulgadas de forma anônima, não sendo usadas iniciais ou quaisquer outras indicações que possam identificar os participantes da pesquisa e a Instituição. Dessa forma, garante-se o anonimato, a confidencialidade das informações, a privacidade dos participantes, o sigilo e a proteção de sua identidade. E ainda, asseguramos a garantia de acesso aos resultados da pesquisa pelos participantes e a Instituição de Ensino.

Não haverá despesas nem compensações financeiras ao aluno participante da pesquisa. Caso houver alguma despesa, será garantido aos participantes o ressarcimento de despesas decorrentes da participação na pesquisa.

Se o menor sofrer qualquer dano decorrente desta pesquisa, sendo ele imediato ou tardio, previsto ou não, o menor será indenizado.

Qualquer dúvida sobre a ética desta pesquisa, você deverá ligar para o Comitê de Ética em Pesquisa FURG (CEP – FURG) – instituição que avalia a ética das pesquisas antes que elas comecem e fornece proteção aos participantes das mesmas – da Universidade Federal do Rio Grande, nos telefones (53) 3237-3013 ou e-mail cep@furg.br. Você ainda pode ir pessoalmente à sede do CEP, no prédio das Pró-Reitorias segundo andar – Propes, Universidade Federal do Rio Grande (FURG), Avenida Itália, Km 08 – Campus Carreiros – Caixa Postal 474 – Rio Grande/RS – CEP: 96203-900.

Este documento foi impresso em duas vias. Uma ficará com você e a outra com o pesquisador responsável **Leslli Adriani Mendonça Peroza**.

Declaração do pesquisador responsável

Como pesquisador responsável pelo estudo **“O CONCEITO DE FRAÇÃO E SEUS DIFERENTES SIGNIFICADOS: uma sequência didática para alunos do 6º do Ensino Fundamental à luz da Teoria dos Campos Conceituais”**, declaro que assumo a inteira responsabilidade de cumprir fielmente os procedimentos metodológicos e garantir os direitos que foram esclarecidos e assegurados ao participante desse estudo, assim como manter sigilo e confidencialidade sobre a identidade do mesmo. E garantir o acesso dos resultados da pesquisa aos participantes.

Declaro ainda estar ciente de que na inobservância do compromisso ora assumido infringirei as normas e diretrizes propostas pela Resolução 466/12 do Conselho Nacional de Saúde – CNS, que regulamenta as pesquisas envolvendo o ser humano.

Consentimento Livre e Esclarecido

Este documento é uma autorização para que a criança que está sob sua responsabilidade participe da pesquisa intitulada **“O CONCEITO DE FRAÇÃO E SEUS DIFERENTES SIGNIFICADOS: uma sequência didática para alunos do 6º do Ensino Fundamental à luz da Teoria dos Campos Conceituais”**. Participando de 16 (dezesesseis)

períodos, dos quais participarão de atividades com jogos online, produção de uma receita culinária e exercícios.

Dessa forma, li e concordo em participar da pesquisa

Novo Hamburgo/RS, _____ de _____ de 2024

Assinatura do responsável legal

Assinatura do pesquisador responsável