



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE - FURG
CENTRO DE CIÊNCIAS COMPUTACIONAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM COMPUTAÇÃO
CURSO DE MESTRADO EM ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO

Dissertação de Mestrado

Projeto de Controle de pH em Fotobiorreatores Verticais Fechados para Cultivo de Microalgas

Ylanna Bandeira Lima

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Computação da Universidade Federal do Rio Grande - FURG, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia de Computação

Orientador: Prof. Dr. Vinícius Menezes de Oliveira

Rio Grande, 2026

L732p

Lima, Ylanna Bandeira

Projeto de controle de pH em fotobiorreatores verticais
fechados para cultivo de microalgas / Ylanna Bandeira
Lima. – 2026.
97 f.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio
Grande – Programa de Pós-Graduação em Computação,
2026.

Orientador: Dr. Vinícius Menezes de Oliveira.

1. Computação. 2 Fotobiorreatores. 3. Controle de pH. 4.
PI. 5. Injeção de CO₂ I. Oliveira, Vinícius Menezes de.
II. Título.

CDU 004

ATA DE SESSÃO DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Ata nº 02/2026

Aos vinte dias do mês de fevereiro de dois mil e vinte e seis, às nove horas, ocorreu a sessão de Defesa de Dissertação de Mestrado de **Ylanna Bandeira Lima**, que apresentou a dissertação intitulada “**Projeto de Controle de pH em Fotobiorreatores Verticais Fechados para Cultivo de Microalgas**”, realizada sob a orientação do Prof. Dr. Vinicius Menezes de Oliveira. A banca examinadora foi constituída pelos Prof. Dr. Adriano Velasque Werhli (FURG), Prof. Dr. Jorge Alberto Vieira Costa (FURG), Prof. Dr. Leonardo Ramos Emmendorfer (UFSM) e Profa. Dra. Etiele Greque de Moraes (UPC), sob a presidência do orientador. Após a apresentação do trabalho, a banca arguiu o candidato e, a seguir, deliberou pela:

- (x) aprovação da Dissertação
- () aprovação da Dissertação, sugerindo modificações no texto
- () reprovação da Dissertação

Rio Grande, 20 de fevereiro de 2026.

Documento assinado digitalmente
 **ADRIANO VELASQUE WERHLI**
Data: 20/02/2026 14:40:41-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Adriano Velasque Werhli

Documento assinado digitalmente
 **JORGE ALBERTO VIEIRA COSTA**
Data: 20/02/2026 16:15:18-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Jorge Alberto Vieira Costa

Documento assinado digitalmente
 **LEONARDO RAMOS EMMENDORFER**
Data: 20/02/2026 14:21:59-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Leonardo Ramos Emmendorfer

ETIELE GREQUE
DE MORAIS
61000591Z (TCAT)
Assinado de forma digital
por ETIELE GREQUE DE
MORAIS 61000591Z (TCAT)
Dados: 2026.02.20 16:18:05
+01'00'

Profa. Dra. Etiele Greque de Moraes

Prof. Dr. Vinicius Menezes de Oliveira
Orientador

Documento assinado digitalmente
 **VINICIUS MENEZES DE OLIVEIRA**
Data: 20/02/2026 11:42:09-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

*Dedico este trabalho ao meu filho, meu passarinho, razão do meu voo mais corajoso e
da força que me impulsiona a ir além.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço, de forma muito especial, ao Prof. Vinícius Menezes de Oliveira, que foi além do rigor acadêmico e se mostrou, acima de tudo, um ser humano generoso, presente e amigo. Seu apoio, compreensão e escuta foram fundamentais, especialmente nos momentos em que a maternidade trouxe novos desafios. Sua postura foi essencial para que este percurso pudesse ser seguido com mais tranquilidade.

Agradeço ao meu parceiro Matias, pela parceria diária, pelo apoio constante e pela presença firme em todos os momentos deste caminho.

Ao meu filho, agradeço pelo amor que me fortalece e pela motivação que dá sentido a cada etapa desta jornada.

À minha família, Elisene, Antonio, Yanna e Yasmin, que mesmo distante fisicamente, esteve sempre presente, oferecendo apoio, incentivo e carinho. Vocês são minha base e meu ponto de equilíbrio.

Aos meus sogros, Luciane e Cleide, pelo apoio, cuidado e disponibilidade ao longo deste período.

Agradeço também aos integrantes da equipe do Projeto PBR Online, pelas trocas e pelo ambiente de colaboração ao longo do processo, em especial ao Fernando e à Manoela, pela parceria e disponibilidade.

Aos amigos, pelo incentivo, pela compreensão e pela presença, tornando esta trajetória mais leve.

Por fim, agradeço a todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização deste trabalho. Registro ainda um agradecimento especial à Universidade Federal do Rio Grande, pelo acolhimento, pelas oportunidades oferecidas e pelo ambiente de formação que tanto contribuiu para o meu desenvolvimento. Tenho orgulho de fazer parte desta comunidade e de estar construindo minha trajetória acadêmica nesta instituição.

RESUMO

LIMA, Ylanna Bandeira. **Projeto de Controle de pH em Fotobiorreatores Verticais Fechados para Cultivo de Microalgas**. 2026. 96 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Computação. Universidade Federal do Rio Grande - FURG, Rio Grande.

O uso de combustíveis fósseis representa um dos principais desafios ambientais da atualidade, em razão das elevadas emissões de gases de efeito estufa (GEE), especialmente o dióxido de carbono (CO_2), amplamente reconhecido como um dos principais responsáveis pelas mudanças climáticas. Nesse contexto, as microalgas têm despertado crescente interesse científico e tecnológico devido ao seu elevado potencial biotecnológico, com aplicações que incluem a produção de biocombustíveis, a captura e o sequestro de carbono, o tratamento de efluentes, a produção de biofertilizantes, pigmentos, compostos antioxidantes e outros bioprodutos de alto valor agregado. Além disso, apresentam elevada taxa de crescimento, alta eficiência fotossintética e a capacidade de utilizar fontes alternativas de carbono, sem competir com a agricultura por terras aráveis ou recursos hídricos potáveis. Por meio da fotossíntese, as microalgas convertem CO_2 e água em oxigênio e biomassa, reforçando seu papel estratégico em sistemas sustentáveis. Entretanto, a viabilidade do cultivo eficiente em larga escala está diretamente associada ao controle adequado das condições operacionais, especialmente em sistemas fechados como os fotobiorreatores.

Diante desse contexto, este trabalho propõe o projeto e a avaliação de uma estratégia de controle Proporcional-Integral (PI) para a regulação do pH em um fotobiorreator tubular vertical fechado, do tipo coluna de bolhas, aplicado ao cultivo de microalgas. O controle do pH é realizado de forma indireta por meio da manipulação da taxa de injeção de CO_2 , considerando a dinâmica do crescimento microalgal, do carbono inorgânico total (TIC) e do equilíbrio ácido-base do sistema carbonato, bem como os efeitos da transferência de massa gás-líquido e da variação periódica das condições de iluminação em ciclos de dia e noite. Foram realizados testes por meio de simulações numéricas sob ciclos alternados de 12 horas de iluminação e 12 horas de ausência de luz, cujos resultados indicaram que a estratégia de controle PI apresentou comportamento estável e resposta mais suave do pH, contribuindo para a redução de oscilações frente às variações inerentes ao processo biológico.

Palavras-chave: Fotobiorreatores, Controle de pH, PI, Injeção de CO_2 .

ABSTRACT

LIMA, Ylanna Bandeira. **pH Control Design in Closed Vertical Photobioreactors for Microalgae Cultivation**. 2026. 96 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Computação. Universidade Federal do Rio Grande - FURG, Rio Grande.

The use of fossil fuels represents one of the major environmental challenges of the present day, due to the high emissions of greenhouse gases (GHGs), especially carbon dioxide (CO₂), which is widely recognized as one of the main contributors to climate change. In this context, microalgae have attracted increasing scientific and technological interest because of their high biotechnological potential, with applications including biofuel production, carbon capture and sequestration, wastewater treatment, and the production of biofertilizers, pigments, antioxidant compounds, and other high value-added bioproducts. In addition, microalgae exhibit high growth rates, high photosynthetic efficiency, and the ability to utilize alternative carbon sources, without competing with agriculture for arable land or potable water resources. Through photosynthesis, microalgae convert CO₂ and water into oxygen and biomass, reinforcing their strategic role in sustainable systems. However, the feasibility of efficient large-scale cultivation is directly associated with the proper control of operational conditions, particularly in closed systems such as photobioreactors.

Within this context, this work proposes the design and evaluation of a Proportional-Integral (PI) control strategy for pH regulation in a closed vertical tubular photobioreactor of the bubble column type, applied to microalgae cultivation. pH control is performed indirectly through the manipulation of the CO₂ injection rate, considering the dynamics of microalgal growth, total inorganic carbon (TIC), and the acid-base equilibrium of the carbonate system, as well as the effects of gas-liquid mass transfer and the periodic variation of light conditions over day-night cycles. Tests were carried out through numerical simulations under alternating operational cycles of 12 hours of light and 12 hours of darkness, and the results indicated that the PI control strategy exhibited stable behavior and a smoother pH response, contributing to the reduction of oscillations in the presence of variations inherent to the biological process.

Keywords: Photobioreactors, pH control, PI control, CO₂ injection.

LISTA DE FIGURAS

1	Papel das microalgas no desenvolvimento sustentável.	17
2	Aplicações das microalgas em biorrefinarias.	23
3	Cultivo de microalgas em sistemas abertos e sistemas fechados. . . .	24
4	Sistemas de cultivo abertos de microalgas: (a) lagoa aberta sem agitação; (b) lagoa com canal de pás; (c) lagoa sem agitação em ambiente natural; (d) lagoas circulares para produção em larga escala.	26
5	Sistemas de cultivo fechado comumente utilizados na produção de microalgas: (a) reator tubular horizontal; (b) reator tubular vertical do tipo coluna de bolhas; (c) reator tubular com elevação por ar (<i>airlift</i>); (d) fotobiorreator do tipo painel plano; (e) fotobiorreatores de grande escala em sacos plásticos.	27
6	Curva de crescimento típica da microalga em sistema fechado.	30
7	Fatores que impactam o crescimento de microalgas durante o cultivo.	31
8	Função de inibição do pH no crescimento das microalgas.	32
9	Taxa de crescimento das microalgas em relação à temperatura.	33
10	Curva típica de atenuação de luz no cultivo de microalgas. R_i = região de fotoinibição; R_l = região de luz limitada; R_s = região de estagnação.	34
11	Representação do ciclo metabólico dia-noite em microalgas, com fotossíntese durante o período claro e respiração predominante no período escuro.	35
12	Diagrama esquemático de um sistema de controle em malha fechada.	44
13	Representação do controlador PID sob diferentes perspectivas: (a) forma simbólica, destacando as ações proporcional (P), integral (I) e derivativa (D); (b) representação no domínio do tempo.	45
14	Sistema do fotobiorreator.	51
15	Diagrama modelagem dinâmica.	53
16	Simulação da limitação de pH na biomassa.	57
17	Esquema de um sistema em malha fechada.	60
18	Diagrama do sistema em malha fechada.	60
19	Diagrama do sistema dinâmico do fotobiorreator.	62
20	Resposta dinâmica do pH para diferentes condições iniciais utilizando controlador PI sintonizado pelo método de Ziegler-Nichols. . .	71
21	Dinâmica temporal do fotobiorreator sob iluminação constante e controle PI.	73
22	Crescimento da biomassa em regime claro/escuro.	74

23	Concentração de $[TIC]$ ao longo do ciclo circadiano.	75
24	Controle de pH em regime circadiano, destacando a ação do controlador PI.	76
25	Perfil Temporal da Ação do Controlador PI para Regulação de pH. . .	77
26	Diagrama do monitoramento em tempo real e validação de modelo biológico em fotobiorreator.	78
27	Fotobiorreator instrumentado com sensores.	79
28	Evolução temporal da biomassa microalgal durante o período diurno simulado no fotobiorreator.	80
29	Perfil da intensidade luminosa incidente ao longo do período diurno considerado na simulação.	80
30	Evolução do carbono inorgânico total (TIC) ao longo do período diurno simulado, destacando os aumentos associados às injeções de CO_2 e o consumo subsequente pelo crescimento microalgal.	81
31	Comportamento temporal do pH no fotobiorreator durante o período diurno, evidenciando a atuação do controlador por injeção de CO_2 . . .	81
32	Evolução da concentração de biomassa no período noturno.	82
33	Intensidade luminosa no período noturno.	82
34	Evolução do carbono inorgânico total $[TIC]$ no período noturno. . . .	83
35	Desempenho do controle de pH no período noturno.	83
36	Fotobiorreator utilizado nos ensaios experimentais em ambiente real. .	84

LISTA DE TABELAS

1	Comparação entre os sistemas de cultivo de microalgas.	24
2	Vantagens e limitações das principais configurações de fotobiorreatores fechados para cultivo de microalgas.	29
3	Parâmetros utilizados no modelo para o cultivo de <i>Chlorella vulgaris</i>	52
4	Regras de sintonia de Ziegler–Nichols em malha fechada.	65
5	Parâmetros operacionais, geométricos e de controle utilizados na simulação.	72

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

IPCC	Painel Intergovernamental sobre Mudanças Climáticas (<i>Intergovernmental Panel on Climate Change</i>)
GEE	Gases de Efeito Estufa (<i>Greenhouse Gases</i>)
pH	Potencial hidrogeniônico
OD	Oxigênio Dissolvido
CO ₂	Dióxido de carbono
O ₂	Oxigênio
PBR	Fotobiorreator
SISO	Sistema de Entrada Única e Saída Única (<i>Single-Input Single-Output</i>)
PI	Controlador Proporcional–Integral (<i>Proportional–Integral Controller</i>)
PID	Controlador Proporcional–Integral–Derivativo (<i>Proportional–Integral–Derivative Controller</i>)
MPC	Controle Preditivo por Modelo (<i>Model Predictive Control</i>)
FLC	Controlador Lógico Fuzzy (<i>Fuzzy Logic Controller</i>)
RK4	Método de Runge–Kutta de quarta ordem (<i>Fourth-Order Runge–Kutta Method</i>)
X	Biomassa microalgal
TIC	Carbono Inorgânico Total (<i>Total Inorganic Carbon</i>)
μ	Taxa específica de crescimento da biomassa
$\mu_{\max}$	Taxa específica máxima de crescimento
k_d	Taxa específica de decaimento celular
Y_r	Rendimento de biomassa em relação ao consumo de carbono inorgânico
f_{luz}	Termo de limitação por luz
f_{TIC}	Termo de limitação por carbono inorgânico total
f_{pH}	Termo de limitação por pH
I_{in}	Intensidade luminosa incidente
I_{out}	Intensidade luminosa de saída
E	Energia luminosa específica

K_E	Constante de saturação luminosa
K_{CL}	Constante de saturação para carbono inorgânico total
C_1	Parâmetro empírico do modelo de autossombreamento
C_2	Parâmetro empírico do modelo de autossombreamento
K_1	Constante de dissociação do ácido carbônico
K_2	Constante de dissociação do bicarbonato
K_w	Produto iônico da água
ALK	Alcalinidade total do meio
$CO_{2,diss}$	Concentração de dióxido de carbono dissolvido
$CO_{2,eq}$	Concentração de dióxido de carbono em equilíbrio
k_La	Coefficiente volumétrico de transferência de massa gás-líquido
H	Constante de Henry
P_{CO_2}	Pressão parcial de dióxido de carbono
K_p	Ganho proporcional do controlador
K_i	Ganho integral do controlador
e_{pH}	Erro de controle de pH
t	Tempo
Δt	Passo de integração temporal
H^+	Íon hidrogênio
OH^-	Íon hidróxido
H_2CO_3	Ácido carbônico
HCO_3^-	Íon bicarbonato
CO_3^{2-}	Íon carbonato

SUMÁRIO

1	Introdução	16
1.1	Objetivos	19
1.1.1	Objetivos específicos	19
1.2	Estrutura do Trabalho	20
2	Fundamentação Teórica	21
2.1	Microalgas e Potencial Biotecnológico	22
2.2	Modo de Cultivo de Microalgas	24
2.2.1	Sistemas abertos	25
2.2.2	Sistemas fechados	26
2.3	Fatores que Influenciam o Crescimento de Microalgas	28
2.3.1	pH	30
2.3.2	Temperatura	31
2.3.3	Nutrientes	32
2.3.4	Luz	33
2.4	Química de equilíbrio de carbonatos	34
2.5	Transferência de Massa Gás-Líquido em Fotobiorreatores	37
2.6	Formulação Dinâmica por EDOs em Fotobiorreatores	39
2.7	Controle de Sistemas	40
2.7.1	Conceitos e Controlador PID	43
2.7.2	Controle de pH em Fotobiorreatores	46
3	Desenvolvimento	48
3.1	Descrição do Sistema	50
3.2	Parametrização do modelo	52
3.2.1	Parâmetros	52
3.3	Modelagem Dinâmica do Fotobiorreator	53
3.4	Dinâmica do Crescimento Microalgal	54
3.4.1	Modelagem da taxa específica de crescimento	54
3.5	Dinâmica do Carbono Inorgânico Total (TIC)	57
3.5.1	Determinação do pH via Carbono Inorgânico Total (TIC)	58
3.6	Projeto do Sistema de Controle	59
3.6.1	Equações Diferenciais do Processo	61
3.6.2	Formulação em Espaço de Estados	61
3.6.3	Equação de Saída	62
3.6.4	Integração Numérica	63

3.6.5	Projeto do Controlador PI	63
4	Resultados e Discussão	68
4.1	Sintonia do Controlador PI pelo Método de Ziegler–Nichols	70
4.2	Regime sem Alternância de Iluminação: Análise Dinâmica e Desempenho do Controle	72
4.3	Simulação em Regime de Ciclo Circadiano (Claro/Escuro)	74
4.3.1	Crescimento da Biomassa	74
4.3.2	Carbono Inorgânico Total (TIC)	75
4.3.3	Controle de pH	75
4.3.4	Ação do Controlador PI	76
4.4	Ensaaios experimentais em ambiente real	78
5	Conclusão e Considerações Finais	85
5.1	Perspectivas Futuras	86
	Referências	87

1 INTRODUÇÃO

O atual cenário ambiental evidencia que as emissões do efeito estufa (GEE), decorrentes de atividades antropogênicas como processos industriais, matrizes energéticas baseadas em combustíveis fósseis, mudanças no uso do solo e práticas agropecuárias intensivas, ultrapassaram a capacidade de resiliência dos ecossistemas naturais (MIKHAYLOV et al., 2020). Conforme o Sexto Relatório de Avaliação do Painel Intergovernamental sobre Mudanças Climáticas (IPCC, 2023), os impactos das mudanças climáticas já estão sendo sentidos em todas as regiões do planeta, com eventos extremos mais frequentes e intensos, como secas, ondas de calor, elevação do nível do mar e perda acelerada de biodiversidade. Mesmo no cenário mais otimista de redução de emissões, é provável que o limiar de 1,5°C de aquecimento global seja atingido ainda nas próximas décadas. A persistência desses fenômenos está diretamente relacionada à concentração crescente de gases de efeito estufa na atmosfera, sobretudo o dióxido de carbono CO₂ (PENG et al., 2020). Diante desse cenário, soluções baseadas em sistemas biológicos, como o cultivo de microalgas para captura de carbono e produção de biocombustíveis, tornam-se cada vez mais relevantes como parte de uma estratégia global de mitigação.

As microalgas são organismos fotoautotróficos, encontrados em diversos ambientes aquáticos, que desempenham um papel fundamental nos ecossistemas ao capturar luz como fonte de energia e converter dióxido de carbono (CO₂) em oxigênio (O₂) e biomassa por meio da fotossíntese (HUANG et al., 2018). Nos últimos anos, a produção de microalgas tem crescido devido à capacidade de produzir compostos de valor agregado como proteínas, carboidratos, pigmentos e lipídios (ZHOU et al., 2011; HO et al., 2013). A versatilidade desses microrganismos permite sua aplicação em diversos setores industriais, incluindo alimentação, cosméticos, farmácia e energia (DEBOWSKI et al., 2020). Entre essas aplicações, destaca-se o potencial para produção de biocombustíveis, onde sua biomassa serve como matéria-prima renovável para processos de conversão energética (ARROUSSI et al., 2017). A digestão anaeróbica dessa biomassa gera biogás rico em metano, que pode ser usado tanto como biocombustível gasoso quanto para produzir energia elétrica ou substituir o gás natural convencional, oferecendo uma alternativa renovável e sustentável para o setor energético (ZHOU et al., 2022). Na Figura 1, apresenta-

se de forma esquemática o papel central das microalgas no contexto do desenvolvimento sustentável, evidenciando a utilização da luz solar e do dióxido de carbono (CO_2) como insumos para a produção de biomassa e destacando suas múltiplas aplicações nos setores agrícola, ambiental e industrial.

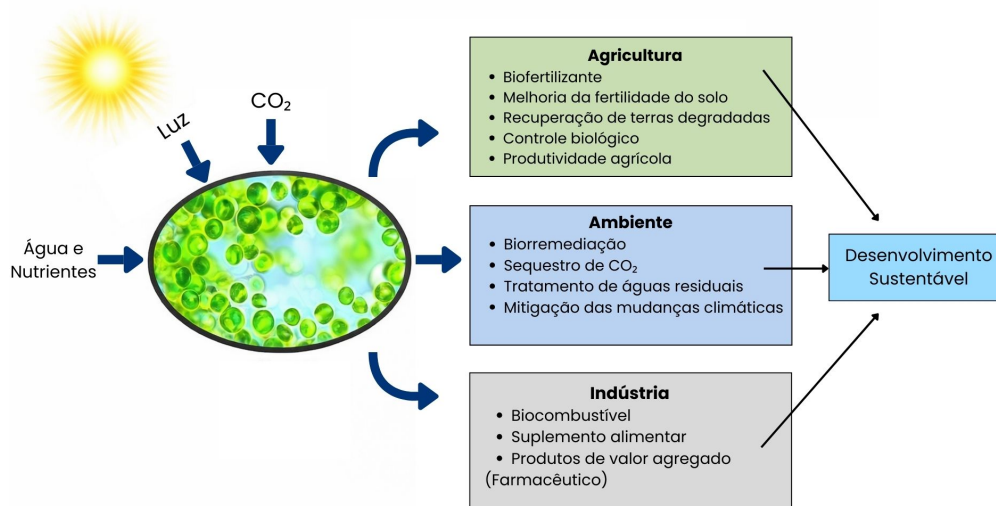


Figura 1: Papel das microalgas no desenvolvimento sustentável.

Fonte: Adaptado de (UDAYAN et al., 2021).

O cultivo das microalgas pode ser conduzido em sistemas abertos ou fechados, a depender da aplicação, da espécie cultivada e dos requisitos de controle do processo (UGWU; AOYAGI; UCHIYAMA, 2008). Os sistemas abertos, como tanques do tipo *raceway*, apresentam custo de implantação relativamente baixo e simplicidade operacional. Sua exposição direta às condições ambientais, contudo, torna o processo suscetível à contaminação por outras espécies, evaporação excessiva, flutuações de temperatura e variações na incidência luminosa, o que compromete a estabilidade e previsibilidade da produção (RAZZAK et al., 2024). Em contrapartida, os sistemas fechados, conhecidos como fotobiorreatores (PBRs), proporcionam um ambiente de cultivo mais controlado, com monitoramento contínuo das variáveis de crescimento (MANU et al., 2024). O uso de fotobiorreatores adequadamente projetados é fundamental para o sequestro eficiente de CO_2 e para o aproveitamento da luz incidente, fatores diretamente relacionados ao desempenho do cultivo microalgal. Entre os modelos mais utilizados destacam-se os tubulares horizontais, que otimizam a exposição à luz ao longo de seu comprimento; os do tipo *flat panel*, que equilibram volume e área de iluminação; e os tubulares de coluna vertical (RAZZAK et al., 2023; SKJANES et al., 2016), como os do tipo coluna de bolhas se inserem como aqueles nos quais a transferência de massa da fase gasosa para a fase líquida, em processos que envolvem microrganismos, constitui um dos fenômenos mais relevantes, podendo determinar o sucesso ou o fracasso do processo biológico (FERREIRA et al., 2013).

No entanto, a produção em larga escala enfrenta desafios econômicos e técnicos significativos, principalmente relacionados à eficiência do processo e aos custos operacionais. O crescimento ideal desses microrganismos depende do controle simultâneo de múltiplos fatores ambientais interligados, como intensidade luminosa, fornecimento de CO₂, temperatura, pH, oxigenação e disponibilidade de nutrientes (YOO et al., 2016). Esses requisitos variam entre espécies e ao longo das diferentes fases de crescimento, enquanto o próprio processo fotossintético modifica continuamente o meio de cultivo, resultando em uma dinâmica complexa e variável.

O controle do cultivo de microalgas tem motivado o desenvolvimento de modelos matemáticos mais precisos para representar o comportamento do sistema. Ainda assim, o projeto de estruturas de controle confiáveis permanece desafiador devido à elevada complexidade dinâmica, à não linearidade e às incertezas associadas às cinéticas biológicas (SHITANAKA et al., 2024a; BERNARD, 2011; MAIRET et al., 2012). Já que as microalgas são organismos vivos cujas características podem variar ao longo do tempo, em função de mutações, formação de biofilmes e condições de estresse. Em aplicações industriais, o controle de biorreatores é, em geral, restrito a malhas simples de regulação, como oxigênio dissolvido, dióxido de carbono dissolvido, pH e temperatura (YANG et al., 2023), o que impõe desafios adicionais ao aprimoramento do desempenho desses processos. Outra dificuldade está relacionada à instrumentação, uma vez que sensores adequados para o monitoramento de variáveis relevantes são frequentemente indisponíveis ou apresentam elevado custo. Essa limitação é particularmente crítica em plantas complexas de tratamento de águas residuais, onde o controle e a supervisão de variáveis biológicas chave são essenciais para a operação segura e eficiente do processo (ARBÓS; LÓPEZ; FERRÉ, 2017; VO et al., 2019).

Entre essas variáveis, o pH destaca-se como uma das mais críticas a serem monitoradas e controladas (PALADINO et al., 2024; PAWLOWSKI et al., 2015). A regulação do pH é realizada predominantemente por meio da injeção de CO₂, que atua como regulador do meio, já que o CO₂ dissolvido reage com a água formando ácido carbônico, promovendo a redução do pH (PAWLOWSKI et al., 2014). No entanto, a eficiência desse mecanismo depende da adequada relação entre a taxa de injeção de CO₂ e a demanda dinâmica da cultura, a qual varia conforme as condições ambientais e a fase de crescimento (PATARO et al., 2023). A ausência de um controle adequado pode resultar em flutuações de pH que comprometem o crescimento microalgal e reduzem a produtividade do sistema.

Diversas abordagens de controle têm sido propostas para o gerenciamento das variáveis críticas em fotobiorreatores, destacando-se controladores Proporcional-Integral (PI), Proporcional-Integral-Derivativo (PID), Controle Preditivo Baseado em Modelo (MPC) e Lógica Fuzzy (FLC). Em (TITICA et al., 2018a), investigou-se o controle simultâneo de pH e oxigênio dissolvido em fotobiorreatores fechados, comparando controladores PID convencionais com uma estratégia que incorpora compensação *feedforward*. Em (IFRIM

et al., 2013), foi aplicada a técnica de linearização por *feedback* ao controle de pH e biomassa em fotobiorreatores cultivando *Chlamydomonas reinhardtii*, a partir de um modelo reduzido. Já o trabalho apresentado em (BERENGUEL et al., 2004) propõe uma estratégia de controle preditivo baseado em modelo para a regulação do pH, visando à minimização das perdas de CO₂.

Assim, o presente trabalho propõe o desenvolvimento de um sistema de modelagem e controle baseado em um controlador Proporcional–Integral (PI) para a manutenção do pH em um fotobiorreator de coluna vertical destinado ao cultivo de microalgas, por meio do ajuste da pressão parcial de CO₂ injetado no sistema. A abordagem adotada fundamenta-se em um modelo dinâmico que descreve a interação entre o crescimento microalgal, o carbono inorgânico total e o equilíbrio ácido–base do meio, permitindo a avaliação do desempenho do controle de pH em diferentes condições operacionais.

1.1 Objetivos

O objetivo deste trabalho é projetar uma estratégia de controle Proporcional–Integral (PI) para a regulação do pH em um fotobiorreator tubular vertical fechado, do tipo coluna de bolhas, aplicado ao cultivo de microalgas. A abordagem de controle é fundamentada em um modelo dinâmico que descreve o crescimento microalgal, a dinâmica do carbono inorgânico total (TIC) e o equilíbrio ácido–base do sistema carbonato, considerando explicitamente os efeitos da transferência de massa gás–líquido e da variação periódica das condições de iluminação ao longo de ciclos de dia e noite. O modelo matemático adotado neste trabalho é fundamentado no modelo proposto por Tebbani *et al.* (TEBBANI et al., 2014a).

O controle do pH é realizado de forma indireta, por meio da manipulação da taxa de injeção de CO₂, a qual afeta a concentração de TIC no meio líquido e, consequentemente, o pH do sistema. As simulações numéricas são conduzidas considerando um regime operacional com ciclos alternados de 12 horas de iluminação e 12 horas de ausência de luz, de modo a reproduzir condições mais realistas de operação de fotobiorreatores em ambientes naturais ou industriais.

1.1.1 Objetivos específicos

Como objetivos específicos, destacam-se:

- Realizar uma revisão bibliográfica sobre a modelagem matemática e o controle de fotobiorreatores para cultivo de microalgas, com ênfase nos fenômenos de crescimento microalgal, na dinâmica do carbono inorgânico, no controle de pH e nos efeitos associados à transferência de massa gás–líquido;
- Desenvolver um modelo matemático dinâmico baseado no modelo proposto por

Tebbani *et al.* (TEBBANI *et al.*, 2014a), incorporando adaptações para a representação do crescimento microalgal;

- Incorporar ao modelo a variação periódica da taxa de crescimento microalgal em função de ciclos de iluminação de 12 horas de dia e 12 horas de noite, de forma a capturar a dinâmica distinta do sistema sob condições fotossintéticas e não fotossintéticas;
- Implementar uma estratégia de controle PI para a regulação indireta do pH, utilizando o TIC como variável intermediária de controle, explorando a relação não linear entre a concentração de carbono inorgânico dissolvido e o pH do meio;
- Avaliar o desempenho do controlador proposto por meio de simulações numéricas, analisando a resposta dinâmica do pH, do TIC e da biomassa microalgal frente a variações de *setpoint*, perturbações no regime de iluminação e efeitos da transferência de massa de CO₂;
- Validar o modelo matemático e a estratégia de controle implementada por meio de comparação com dados experimentais reais de pH, avaliando a capacidade do modelo de reproduzir o comportamento do sistema.

1.2 Estrutura do Trabalho

Esta dissertação está organizada em cinco capítulos, cada um desempenhando um papel essencial para a compreensão e desenvolvimento do trabalho. O Capítulo 1 apresenta o contexto ambiental e tecnológico que motiva o estudo do cultivo de microalgas em fotobiorreatores, destacando os principais desafios associados ao controle do pH nesses sistemas, bem como o problema de pesquisa e os objetivos do trabalho. O Capítulo 2 reúne os fundamentos teóricos necessários para a compreensão do estudo, abordando o potencial biotecnológico das microalgas, os diferentes sistemas de cultivo, as configurações de fotobiorreatores e os fatores que influenciam o crescimento microalgal. Também são discutidos os aspectos relacionados à química do sistema carbonato, à transferência de massa gás-líquido, à modelagem matemática por equações diferenciais ordinárias e aos princípios de controle de processos aplicados ao controle de pH. O Capítulo 3 descreve o desenvolvimento do trabalho, apresentando o sistema analisado, o modelo matemático adotado e o projeto do controlador Proporcional-Integral, além dos procedimentos numéricos utilizados nas simulações. No Capítulo 4 são apresentados e discutidos os resultados obtidos, com foco na análise do comportamento dinâmico do sistema e no desempenho do controlador frente a diferentes condições operacionais. Por fim, o Capítulo 5 é dedicado às conclusões, considerações finais e perspectivas para trabalhos futuros.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo apresenta os fundamentos teóricos relacionados ao cultivo de microalgas, com foco em seu potencial biotecnológico e nas tecnologias empregadas em sistemas controlados. São inicialmente abordadas as principais características desses microrganismos fotossintetizantes, bem como suas aplicações industriais e ambientais, destacando seu papel como fontes de biomassa para a produção de biocombustíveis, insumos farmacêuticos, alimentos e na mitigação de impactos ambientais. Em seguida, discute-se a importância dos fotobiorreatores como sistemas otimizados para o cultivo de microalgas em ambientes controlados, descrevendo-se os principais tipos de reatores, tanto abertos quanto fechados, suas respectivas vantagens e limitações operacionais, além dos fatores que influenciam o crescimento, como luz, temperatura, pH e nutrientes. A modelagem matemática do processo foca na dinâmica do pH, considerando os equilíbrios termodinâmicos do sistema de carbonatos em meio aquoso e a influência do crescimento microalgal. O modelo incorpora a limitação por carbono inorgânico total (TIC) e sua relação com o pH, integrando aspectos biológicos e químicos do sistema. Por fim, são apresentadas estratégias de controle, com destaque para o projeto de controle do pH e a utilização do controlador PI implementado, visando a estabilidade e a eficiência do sistema.

2.1 Microalgas e Potencial Biotecnológico

As microalgas são organismos fotossintetizantes unicelulares que pertencem a um grupo diversificado de microrganismos presentes em ambientes aquáticos marinhos e continentais que crescem rapidamente devido à sua estrutura simples. Por serem fotoautotróficas, utilizam a luz como fonte primária de energia e o dióxido de carbono (CO_2) como fonte de carbono inorgânico, realizando fotossíntese para produzir biomassa rica em compostos de interesse biotecnológico, como lipídeos, carboidratos, pigmentos e proteínas (ONCEL, 2013; LI et al., 2008).

Uma das principais vantagens das microalgas é sua alta produtividade (CHEW et al., 2018). Em comparação com as plantas terrestres, as microalgas apresentam uma eficiência fotossintética superior, permitindo um crescimento mais rápido e uma produção de biomassa até dez vezes mais eficiente. Além disso, diferentemente das culturas tradicionais, as microalgas não competem por terras agrícolas, podendo ser cultivadas em áreas não cultiváveis e em sistemas internos, como os fotobiorreatores (DEBOWSKI et al., 2020).

O uso contínuo de combustíveis fósseis é reconhecidamente insustentável, tanto pela limitação de recursos quanto por seu impacto no acúmulo de CO_2 na atmosfera (LI et al., 2008). Conforme demonstrado por Chisti (CHISTI, 2007), as microalgas representam uma alternativa viável para a produção de biodiesel em larga escala, capazes de substituir os derivados de petróleo. Elas podem ser potencialmente empregadas para a produção de biocombustíveis de forma economicamente eficaz e ambientalmente sustentável. Essa capacidade, somada à possibilidade de cultivo em áreas não agrícolas, posiciona as microalgas como matéria-prima em potencial para produção sustentável de biodiesel e para a transição energética.

A utilização de microalgas para fins energéticos pode ser associada a benefícios ambientais adicionais, como a captura de CO_2 oriundo de emissões industriais e o tratamento simultâneo de efluentes. Além do uso energético, as microalgas têm destaque na biorremediação, especialmente no tratamento de águas residuais (PULZ; GROSS, 2004).

Estudos como o de Abdel-Raouf, Al-Homaidan e Ibraheem (ABDEL-RAOUF; AL-HOMAIDAN; IBRAHEEM, 2012) evidenciam que o uso de microalgas no tratamento de águas residuais pode, ao mesmo tempo, limpar o ambiente e gerar biomassa com compostos valiosos. Isso reforça o potencial das microalgas como uma solução versátil para diferentes setores, ajudando a unir o tratamento de resíduos à produção de produtos úteis, dentro de uma lógica de economia circular.

Além de suas aplicações no campo da biotecnologia e como fonte de biocombustíveis, as microalgas também se destacam pelo seu expressivo potencial como alimento funcional. Os autores Vaz et al. (VAZ et al., 2016) evidenciam seu valor nutricional, ressaltando a capacidade das microalgas de atuar como fonte alternativa de compostos bio-

tivos com benefícios à saúde humana. Espécies dos gêneros *Chlorella* sp. e *Spirulina* sp. destacam-se nesse contexto, pois sua biomassa é rica em proteínas, vitaminas, minerais e antioxidantes, podendo ser incorporada em alimentos naturais, suplementos dietéticos e bebidas funcionais (VÍLCHEZ et al., 2011). Nos Estados Unidos, esses microrganismos já são certificados pela *Food and Drug Administration* (FDA) como “geralmente reconhecidos como seguros” (GRAS) (FOOD et al., 2012), o que viabiliza sua ampla inserção no mercado. Como consequência, grande parte da biomassa seca é comercializada na forma de pó, sendo destinada predominantemente ao setor de nutracêuticos (VIGANI et al., 2015). Os biocompostos da *Chlorella vulgaris*, por exemplo, oferecem diversos benefícios para a saúde (Figura 2). O β -1,3-glucano apresenta propriedades antioxidantes e imunoestimulantes, enquanto os ácidos graxos poli-insaturados, especialmente os ômega-3, contribuem para a prevenção de doenças cardiovasculares e inflamatórias. Além disso, proteínas, pigmentos e outros metabólitos bioativos presentes nessa microalga ampliam seu potencial de aplicação nos setores alimentício, farmacêutico e cosmético, reforçando seu papel como ingrediente funcional de alto valor agregado (SUN et al., 2018; WIJESSEKARA; PANGESTUTI; KIM, 2011). Portanto, o crescente interesse nas microalgas impulsionou o desenvolvimento do conceito de biorrefinaria de algas, baseado no fracionamento integrado da biomassa para múltiplas aplicações, com foco em sustentabilidade e aproveitamento eficiente dos recursos (VISCONTE et al., 2019). Nesse contexto, um dos principais desafios consiste em alcançar elevados rendimentos de biomassa que permitam maximizar o aproveitamento dos biocompostos e reduzir perdas, aspecto fundamental para o equilíbrio entre custos operacionais, produtividade e viabilidade econômica na comercialização e industrialização de biorrefinarias (GIFUNI et al., 2019).



Figura 2: Aplicações das microalgas em biorrefinarias.

Fonte: Adaptado de (CARVALHO et al., 2025).

2.2 Modo de Cultivo de Microalgas

O cultivo eficiente de microalgas depende da compreensão dos princípios que regem os sistemas de produção e dos parâmetros operacionais que influenciam diretamente seu crescimento. A indústria utiliza duas categorias principais de sistemas: os abertos e os fechados, denominados fotobiorreatores (ACIÉN et al., 2017). Além da escolha do tipo de cultivo, entre sistemas abertos e fechados, diversos fatores operacionais determinam a produtividade da biomassa, incluindo o modo de cultivo (batelada, batelada alimentada ou contínuo), o tipo de nutrição (fotoautotrófica, mixotrófica ou heterotrófica), bem como a fonte e disponibilidade de carbono (GUPTA et al., 2019).



Figura 3: Cultivo de microalgas em sistemas abertos e sistemas fechados.

Fonte: Adaptado de (SAMAL; SUKLA, 2025).

A seleção adequada dessas estratégias deve considerar as características fisiológicas da espécie microalgal e os objetivos específicos da aplicação, que podem ser energéticos, alimentares, farmacêuticos ou ambientais (YUN; KIM; YOON, 2021).

Tabela 1: Comparação entre os sistemas de cultivo de microalgas.

Fonte: adaptado de (PENLOGLOU; PAVLOU; KIPARISSIDES, 2024)

Tipo de sistema	Benefícios	Limitações
Sistemas abertos	Custo de instalação mais baixo; facilidade de operação.	Baixo controle das condições de cultivo; alta exposição à contaminação.
Fotobiorreatores fechados (PBR)	Controle rigoroso das variáveis de cultivo; menor risco de contaminação; alta produtividade.	Custo mais elevado de instalação e operação; necessidade de iluminação artificial.

2.2.1 Sistemas abertos

Os sistemas abertos, como o próprio nome indica, são sistemas onde a cultura permanece em contato direto com o meio ambiente, tornando o processo mais suscetível a contaminações e variações climáticas. Embora sejam mais simples, baratos e de fácil manutenção, esses sistemas apresentam dificuldades no controle preciso dos parâmetros ambientais e têm menor eficiência fotossintética devido à baixa captura de CO₂ e penetração de luz (RAZZAK et al., 2023).

A produção de biomassa microalgal em sistemas abertos baseia-se principalmente em diferentes configurações de lagoas, desde corpos d'água naturais até estruturas artificiais especializadas. Embora possuam limitações, as lagoas abertas já representam uma tecnologia consolidada para o cultivo de microalgas em grande escala. Estes sistemas podem ser categorizados em duas modalidades principais: (i) ambientes aquáticos naturais, incluindo lagos e lagoas existentes, e (ii) estruturas artificiais construídas especificamente para cultivo, como tanques, reservatórios planejados, raceways e sistemas inclinados com agitação mecânica por rodas de pás. Dependendo das aplicações, diferentes formatos, tamanhos e tipos de sistemas abertos (agitados, inclinados e outros) têm sido investigados (RICHMOND, 1992).

A Figura 4 apresenta alguns modelos de lagoas documentados na literatura. Entre as configurações disponíveis, as lagoas estáticas destacam-se pela economicidade e simplicidade de gestão. Lagoas comerciais sem agitação são construídas em lagoas de água natural com menos de meio metro de profundidade. No entanto, esse tipo de lagoa tem aplicações muito limitadas, visto que as espécies de algas não conseguem sobreviver em condições de cultivo frequentemente instáveis. Diante dessas limitações, observa-se uma evolução progressiva dos sistemas abertos, resultado de esforços para solucionar problemas relacionados à homogeneização em lagoas, prevenção da sedimentação microalgal e otimização da utilização luminosa. Neste contexto, a agitação representa um fator crítico em lagoas abertas, influenciando diretamente os custos operacionais e a produtividade geral do sistema (CHEW et al., 2018).

Em síntese, embora os sistemas abertos apresentem vantagens em termos de simplicidade construtiva e custos reduzidos de implementação, suas limitações restringem significativamente sua aplicabilidade comercial. Os desafios relacionados ao controle ambiental, eficiência fotossintética e competição microbiana limitam o crescimento comercial viável a apenas algumas espécies microalgais. A evolução para sistemas mais sofisticados, capazes de superar essas limitações, representa uma necessidade para a expansão da biotecnologia microalgal em escala industrial. Nesse contexto, os fotobiorreatores fechados apresentam-se como uma alternativa, ao permitir maior controle das variáveis operacionais e garantir melhores condições de cultivo para uma ampla gama de espécies (QIN; ALAM; WANG, 2019).

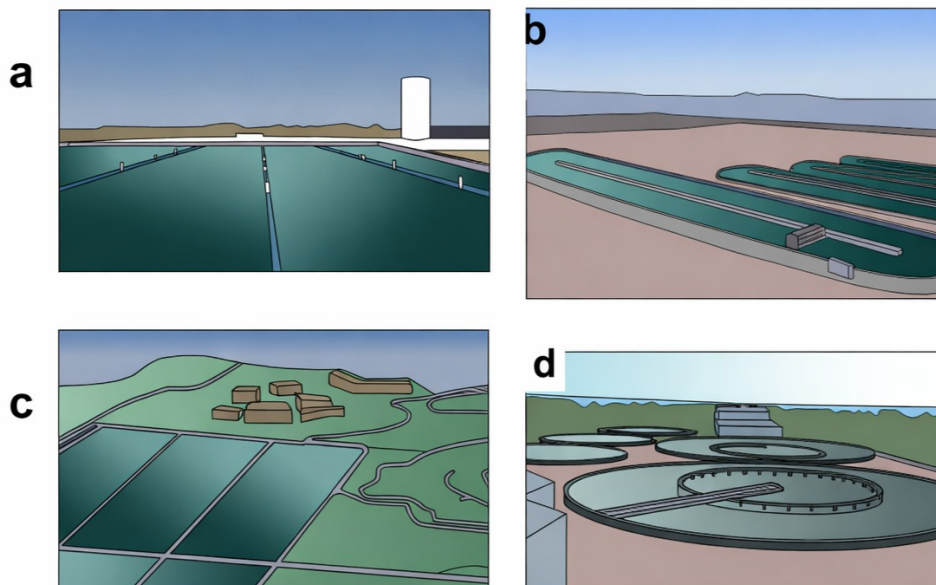


Figura 4: Sistemas de cultivo abertos de microalgas: (a) lagoa aberta sem agitação; (b) lagoa com canal de pás; (c) lagoa sem agitação em ambiente natural; (d) lagoas circulares para produção em larga escala.

Fonte: Adaptado de (RAZZAK et al., 2013)

2.2.2 Sistemas fechados

Os sistemas de lagoas abertas atingiram seu limite de produtividade, e o aumento adicional da produção não se mostra economicamente viável. Em função disso, pesquisadores têm proposto a implementação de fotobiorreatores fechados como alternativa para a produção de biomassa em larga escala. Apesar da ampla aplicação de fotobiorreatores em experimentos laboratoriais com microalgas ao redor do mundo, desafios tecnológicos significativos ainda limitam sua viabilidade comercial. Os elevados custos de produção, influenciados pelos baixos rendimentos, representam obstáculos que necessitam ser superados para permitir a implementação industrial desses sistemas (REZVANI; ROSTAMI, 2023).

Sistemas fechados, chamados de fotobiorreatores ou PBR (*photobioreactor*), apresentam diversas vantagens em relação às lagoas abertas, como o controle do crescimento das microalgas, a prevenção de contaminações externas, a limitação da troca de gases e microrganismos com o ambiente, além de maior possibilidade de manipulação e otimização do cultivo (REZVANI; ROSTAMI, 2023). Os PBRs são especialmente recomendados em situações que exigem crescimento lento e controlado de microalgas, uma vez que possibilitam o cultivo de espécies específicas sob condições precisas. Além disso, os fotobiorreatores fechados apresentam alta eficiência fotossintética e permitem o controle das condições de cultivo (PENLOGLOU; PAVLOU; KIPARISSIDES, 2024). No entanto, esses sistemas têm desvantagens como altos custos, dificuldade de escala industrial e risco de danos às microalgas pela interação com os materiais da estrutura (RAZZAK et al.,

2024).

Espera-se que, com os avanços tecnológicos, os custos associados aos fotobiorreatores fechados diminuam gradualmente, tornando-os predominantes no cultivo de microalgas. Diversos projetos vêm sendo desenvolvidos com o objetivo de aprimorar o controle das condições de cultivo e dos parâmetros operacionais. Atualmente, os principais tipos utilizados em larga escala são os reatores tubulares horizontais, os reatores verticais do tipo coluna de bolhas e os fotobiorreatores de placa plana (RAZZAK et al., 2024). A Figura 5 apresenta um esquema representativo dessas configurações.

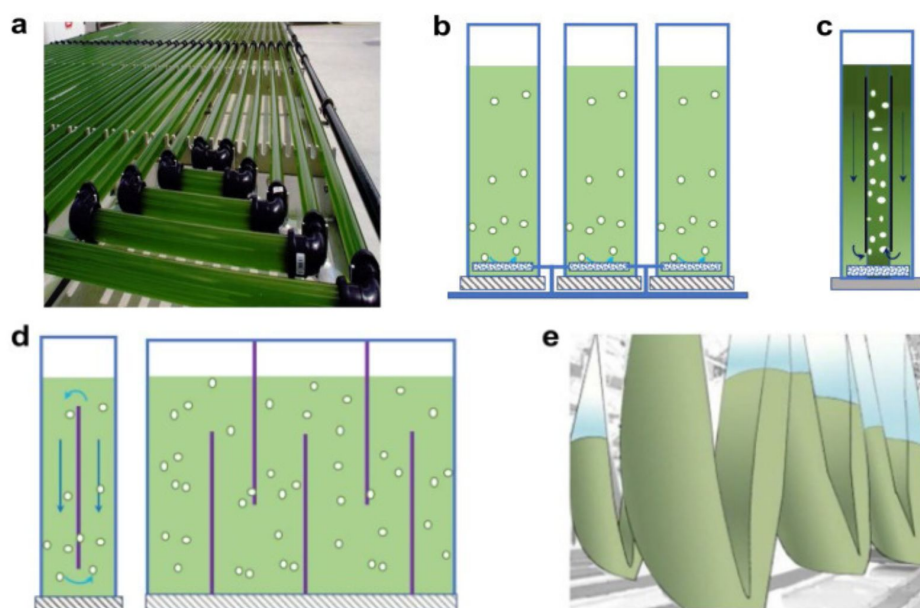


Figura 5: Sistemas de cultivo fechado comumente utilizados na produção de microalgas: (a) reator tubular horizontal; (b) reator tubular vertical do tipo coluna de bolhas; (c) reator tubular com elevação por ar (*airlift*); (d) fotobiorreator do tipo painel plano; (e) fotobiorreatores de grande escala em sacos plásticos.

Fonte: Adaptado de (RAZZAK et al., 2024)

Além da configuração geométrica, os fotobiorreatores fechados podem ser classificados de acordo com o tipo de iluminação empregada, que pode ser natural, artificial ou híbrida. Sistemas que utilizam predominantemente luz solar são caracterizados por elevada área superficial iluminada, como os fotobiorreatores de placa plana, reatores tubulares horizontais, sistemas do tipo *airlift* e fotobiorreatores tubulares inclinados. Essas configurações são projetadas com o objetivo de maximizar a captação de radiação solar, reduzindo a demanda energética associada ao uso de fontes artificiais de iluminação (UGWU; AOYAGI; UCHIYAMA, 2008). Em sistemas fechados operando em escala laboratorial, a utilização de iluminação artificial, aplicada de forma interna ou externa, permite maior homogeneidade na distribuição luminosa e o controle preciso da intensidade de luz e do fotoperíodo, características essenciais para a reprodutibilidade de estudos fisiológicos, cinéticos e metabólicos do crescimento microalgal (MANU et al., 2024). Adicionalmente,

esses sistemas possibilitam o controle térmico do meio de cultivo, fator crucial para a estabilidade metabólica das microalgas, embora fotobiorreatores de maior escala, especialmente os tubulares, apresentem maior complexidade técnica e custo operacional para essa finalidade. Ainda assim, soluções comerciais e configurações avançadas, como fotobiorreatores de parede dupla com circuitos de circulação de água, têm sido desenvolvidas para manter condições térmicas adequadas e aumentar a eficiência do processo (UGWU; AOYAGI; UCHIYAMA, 2008).

Dentre as configurações de sistemas fechados, o fotobiorreator tubular vertical consiste em um tubo transparente disposto verticalmente e geralmente provido de iluminação externa, de modo a assegurar a penetração da luz na cultura ao longo do processo. A mistura do meio é promovida pela injeção de ar enriquecido com dióxido de carbono na base do reator, por meio de um sistema de borbulhamento, formando bolhas que se deslocam até a superfície livre do cultivo (MANU et al., 2024). Esse mecanismo favorece a transferência de massa de células e nutrientes, previne a sedimentação celular, sustenta o ciclo claro-escuro e intensifica a troca gasosa entre o meio de cultivo e a fase gasosa (UGWU; AOYAGI; UCHIYAMA, 2008). Além disso, o borbulhamento contribui para a eliminação da estratificação da cultura. Em comparação aos fotobiorreatores tubulares horizontais, os sistemas verticais têm demonstrado maior produtividade de cultivo, constituindo uma de suas principais vantagens operacionais (CUARESMA et al., 2011). Na Tabela 2, são sintetizados os principais pontos positivos e negativos das configurações mais comuns de fotobiorreatores utilizados em sistemas de cultivo de microalgas.

2.3 Fatores que Influenciam o Crescimento de Microalgas

O cultivo de microalgas configura-se como uma das estratégias biotecnológicas mais relevantes da atualidade, oferecendo um amplo espectro de aplicações industriais, que inclui desde a produção sustentável de biocombustíveis até a síntese de moléculas bioativas com elevado valor agregado (CHISTI, 2007). Esses pequenos organismos fotossintéticos possuem ciclos de reprodução muito rápidos, permitindo produzir grandes quantidades de biomassa em pouco tempo, superando plantas terrestres tradicionais em eficiência produtiva.

Além disso, em sistemas controlados como os fotobiorreatores (PBRs), é possível caracterizar com maior precisão as fases de crescimento microalgal, que seguem um ciclo típico composto por cinco etapas principais (Figura 6), frequentemente representadas em curvas de crescimento: a fase de latência, correspondente ao período de adaptação ao meio, com baixa taxa de crescimento; a fase exponencial, caracterizada pelo rápido aumento da densidade celular; a fase de declínio do crescimento relativo; a fase estacionária, em que ocorre equilíbrio entre crescimento e morte celular; e, por fim, a fase de morte ou lise celular, associada ao esgotamento de nutrientes e ao acúmulo de metabó-

Tabela 2: Vantagens e limitações das principais configurações de fotobiorreatores fechados para cultivo de microalgas.

Fonte: Adaptado de (HUANG et al., 2017)

Configuração do PBR	Vantagens	Limitações
Reator tubular horizontal	Fácil construção; grande área superficial para captação de luz solar.	Fotoinibição; difícil controle de temperatura; baixa eficiência de transferência de gases; altos custos operacionais.
Reator tubular vertical (coluna de bolhas)	Fácil operação e limpeza; boa transferência de massa via aeração; baixo consumo de energia.	Alto custo de capital.
Reator tubular com elevação por ar (air-lift)	Boa mistura e transferência de massa; baixa tensão de cisalhamento; menor consumo energético.	Custo elevado de construção; limpeza mais complexa que na coluna de bolhas.
Fotobiorreator painel plano	Alta área iluminada por volume; bom controle térmico; eficiente desgaseificação.	Alto custo de instalação; construção complexa; baixa retenção de gás.

litos tóxicos (PRICE; FARAG, 2013). A compreensão dessas etapas é essencial para a implementação de estratégias de controle e otimização do processo, uma vez que cada fase apresenta demandas específicas de nutrientes, intensidade luminosa, suprimento de dióxido de carbono e condições físico-químicas do meio, além de favorecer a calibração adequada de sensores, o monitoramento de tendências metabólicas e a realização de experimentos repetitivos com menor influência de fatores externos.

O sucesso no crescimento destes microrganismos depende do controle rigoroso de vários fatores ambientais que afetam diretamente o desenvolvimento celular. Para estabelecer sistemas de cultivo eficazes, é essencial monitorar variáveis como a quantidade e qualidade da luz disponível, temperatura do meio de cultivo, fornecimento adequado de nutrientes essenciais, níveis de CO₂ no ambiente e controle do pH. A produtividade das microalgas é determinada pela combinação desses parâmetros físicos, químicos e biológicos que simulam as condições ideais para a fotossíntese e divisão celular. Além dos aspectos relacionados à transferência de massa e dinâmica de gases dissolvidos, entender e otimizar esses elementos é essencial para aumentar o rendimento do cultivo e assegurar a viabilidade econômica das aplicações biotecnológicas com microalgas (RAZZAK et al., 2024).

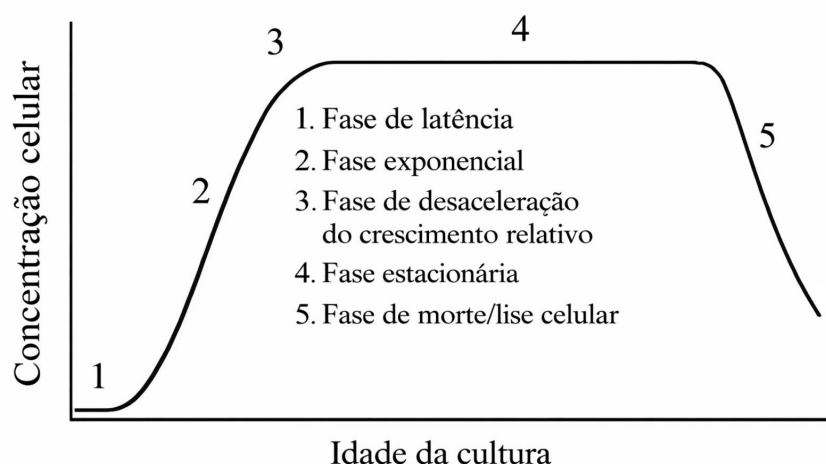


Figura 6: Curva de crescimento típica da microalga em sistema fechado.

Fonte: Adaptado de (PRICE; FARAG 2013)

2.3.1 pH

O potencial hidrogeniônico (pH) é um dos fatores mais críticos no cultivo de microalgas, influenciando diretamente diversos aspectos do desenvolvimento celular. Em sistemas de cultivo, o pH apresenta variações cíclicas estreitamente associadas aos processos metabólicos desses organismos. Durante o dia, quando ocorre a fotossíntese, as microalgas consomem CO_2 da água, fazendo com que o pH aumente. No período escuro, a predominância da respiração celular reverte esse processo: as microalgas respiram, liberando CO_2 , o que provoca uma redução no pH. Essas flutuações naturais refletem o balanço dinâmico entre fotossíntese e respiração, e exercem influência significativa sobre o crescimento das microalgas. O carbono inorgânico, presente nas formas de CO_2 , bicarbonato e carbonato, atua não apenas como substrato essencial para a fotossíntese, mas também como regulador fundamental do equilíbrio químico do meio (BARTLEY et al., 2014).

Além disso, as microalgas apresentam uma dependência em relação ao pH do meio, com diferentes espécies respondendo de maneira distinta às variações desse parâmetro. A maioria das linhagens microalgais atinge seu crescimento ideal em faixas levemente alcalinas, entre pH 6.5 e 8.5. Reduções abruptas do pH podem causar efeitos letais, enquanto elevações graduais tendem a ser melhor toleradas, até certos limites. O controle do pH pode ser realizado por meio do uso de soluções tampão, da injeção de CO_2 ou ainda pela aplicação de ácidos e bases inorgânicos (QIU et al., 2017).

A Figura 8 ilustra a função de inibição do pH no crescimento de microalgas, demonstrando como a variação do pH do meio de cultivo influencia o desenvolvimento celular. À medida que o pH se afasta desta faixa ideal, seja em direção a condições mais áci-

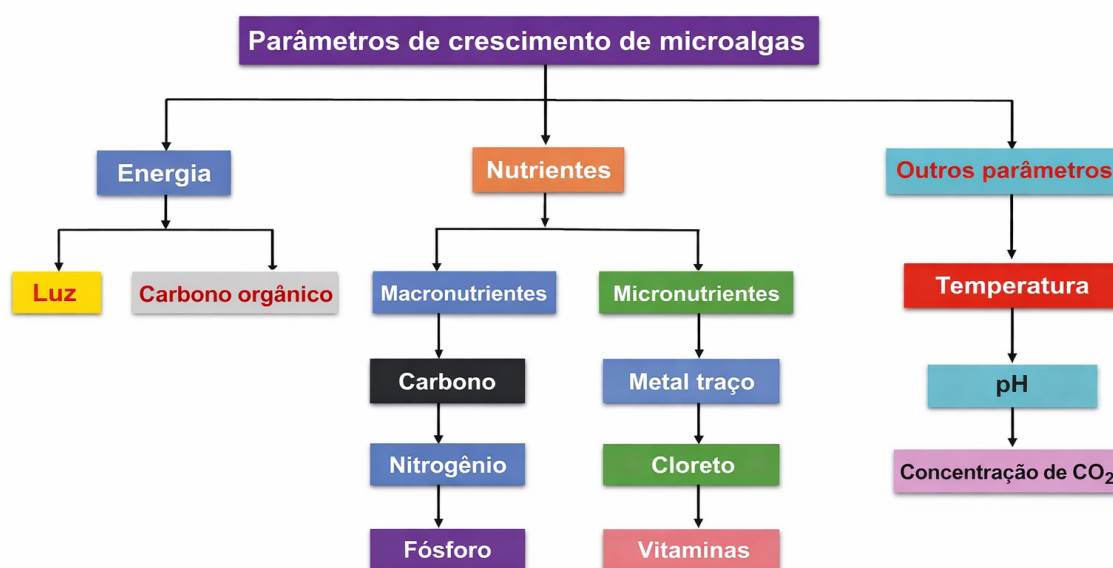


Figura 7: Fatores que impactam o crescimento de microalgas durante o cultivo.

Fonte: Adaptado de (RAZZAK et al., 2024)

das ($\text{pH} < 6$) ou mais alcalinas ($\text{pH} > 9$), o fator de inibição diminui progressivamente, aproximando-se de zero nos extremos. Esta redução indica que condições de pH muito baixo ou muito elevado exercem efeito inibitório significativo sobre o crescimento, podendo comprometer a viabilidade celular (TITICA et al., 2018a).

2.3.2 Temperatura

A temperatura constitui um parâmetro ambiental fundamental e mensurável que exerce influência significativa sobre o desenvolvimento das microalgas. Além de interferir nas reações celulares, esse fator também modifica a natureza dos processos metabólicos, as necessidades nutricionais e a constituição da biomassa. Cada espécie microalgal possui uma faixa térmica ideal, normalmente situada entre 15 °C e 30 °C, podendo essa faixa variar segundo a espécie. Quando as condições térmicas ficam inferiores a 15 °C, o desenvolvimento celular diminuirá, enquanto temperaturas superiores a 30 °C provocam a interrupção do crescimento microalgal. Conforme destacado por Van Esbroeck (ESBROECK, 2018) a estabilidade térmica é crucial para maximizar a produtividade em cultivos biológicos. Segundo a autora, temperaturas acima do ideal podem levar à desnaturação enzimática e estresse metabólico, enquanto temperaturas ligeiramente abaixo do ótimo tendem a reduzir a taxa de crescimento de forma mais gradual e menos danosa. Na Figura 9 é possível observar a relação entre a temperatura e a taxa de crescimento de um sistema microbiano (ou biológico).

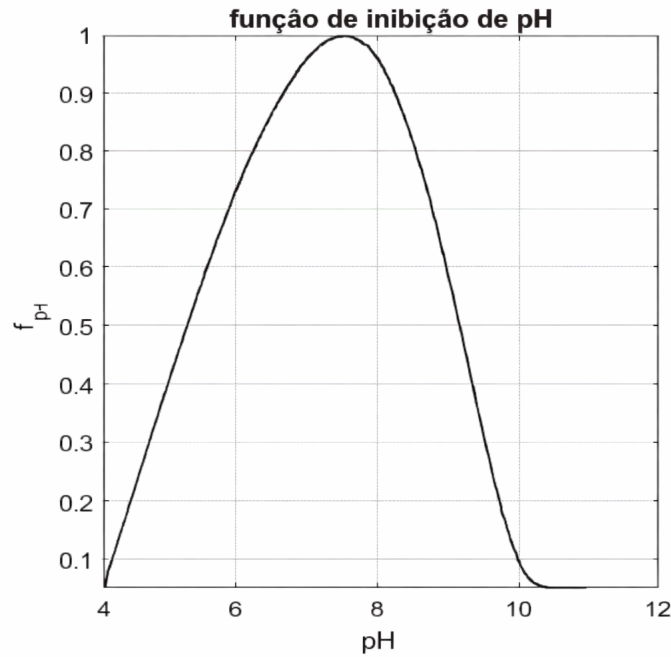


Figura 8: Função de inibição do pH no crescimento das microalgas.

Fonte: Adaptado de (TITICA et al., 2018a)

2.3.3 Nutrientes

O crescimento das microalgas depende diretamente da disponibilidade de nutrientes essenciais, especialmente nitrogênio e fósforo, que são fundamentais para a síntese de biomassa (CAI; PARK; LI, 2013). Os nutrientes influenciam diretamente a taxa de desenvolvimento celular e a constituição bioquímica das células durante o cultivo. Conforme as quantidades demandadas, classificam-se em macronutrientes e micronutrientes. Macronutrientes são aqueles que formam parte das moléculas estruturais das microalgas. Micronutrientes são aqueles que se requerem em quantidades mínimas e formam parte de moléculas essenciais. Manter níveis adequados desses nutrientes é vital para assegurar que as microalgas não sofram limitações que reduzam suas taxas de divisão, nem que sejam submetidas a concentrações excessivas que possam gerar toxicidade ou desperdício. Para prever o crescimento das microalgas sob diferentes condições de nutrientes, utiliza-se frequentemente o modelo Monod, que relaciona a taxa de crescimento da biomassa à concentração do substrato disponível (RAZZAK et al., 2024), conforme a Equação 1:

$$\mu = \mu_{\max} \left(\frac{S}{K_s + S} \right) \quad (1)$$

onde $\mu_{\max}$ representa a taxa máxima de crescimento específica da biomassa, S é a concentração do substrato limitante (nutriente) e K_s é a constante de meia-saturação que indica a afinidade da microalga pelo substrato.

Além disso, estudos de (LI et al., 2019) demonstram que as microalgas podem utilizar nutrientes presentes em águas residuais de forma eficiente, crescendo de modo satisfatório

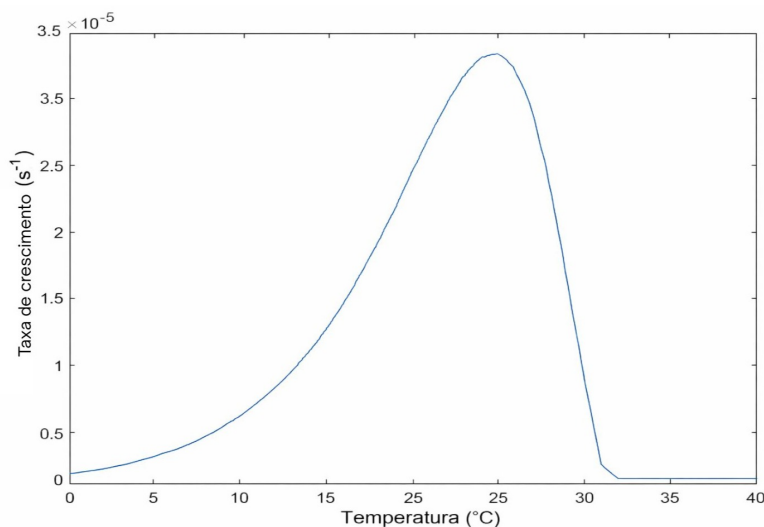


Figura 9: Taxa de crescimento das microalgas em relação à temperatura.

Fonte: Adaptado de (LEE; JALALIZADEH; ZHANG, 2015)

mesmo em ambientes com concentrações variáveis de nitrogênio e fósforo, contribuindo significativamente para a descontaminação desses efluentes. Isso se deve à capacidade dessas microalgas em assimilar esses nutrientes para a síntese de biomassa, utilizando energia solar para realizar a fotossíntese e CO₂ ou matéria orgânica como fontes de carbono.

2.3.4 Luz

No cultivo fotoautotrófico de microalgas, a fonte de luz pode ser fornecida pelo sol ou por uma fonte de luz artificial (WANG et al., 2014). A irradiação luminosa constitui um fator fundamental em todo cultivo de microalgas, representando a fonte energética primária para a fotossíntese, processo pelo qual esses microrganismos convertem energia luminosa em energia química para seu crescimento e produção de biomassa (AL-QASMI et al., 2012). Quando a quantidade de luz é baixa, aumentar a iluminação faz com que a fotossíntese também aumente de forma quase direta. Porém, quando já existe luz suficiente, adicionar mais luz não melhora a fotossíntese. O crescimento de microalgas com luz em excesso pode causar danos ao sistema que realiza a fotossíntese, fazendo com que este processo se torne menos eficiente e mais lento, o que é chamado de fotoinibição (MALTSEV et al., 2021).

Um fotobiorreator pode ser dividido em três zonas principais baseadas na quantidade de luz disponível. Na primeira zona, existe luz demais, o que prejudica o crescimento das microalgas e pode danificar ou matar as células, esse excesso de luz pode levar à fotoinibição (XU; IBRAHIM; HARVEY, 2016). Na segunda zona, a quantidade de luz é ideal e as microalgas crescem no seu máximo potencial. Já na terceira zona, mais distante da luz, existe uma baixa intensidade de luz, fazendo com que o crescimento seja muito

baixa para sustentar o crescimento das células de algas e o crescimento celular estagnará nesta região (WANG et al., 2014).

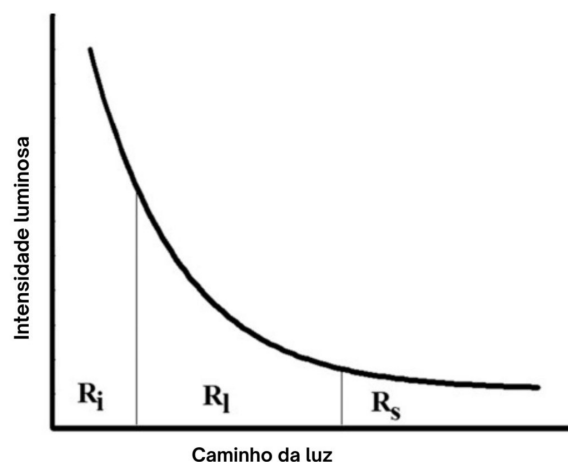


Figura 10: Curva típica de atenuação de luz no cultivo de microalgas. Ri = região de fotoinibição; Rl = região de luz limitada; Rs = região de estagnação.

Fonte: Adaptado de (WANG et al., 2014)

Além da intensidade luminosa, o regime temporal de iluminação, caracterizado pela alternância entre períodos de luz e escuridão, exerce influência significativa sobre o metabolismo e o crescimento das microalgas. Durante a fase iluminada ocorre a conversão da energia luminosa em energia química por meio das reações fotoquímicas da fotossíntese, resultando na produção de ATP e NADPH, que são posteriormente utilizados na fixação de carbono. Já nos períodos de escuro, embora a fotossíntese cesse, as células continuam realizando processos metabólicos essenciais, como respiração, redistribuição de reservas energéticas e reparo de danos fotoquímicos, o que pode contribuir para a recuperação do aparato fotossintético e para a manutenção da viabilidade celular. Assim, regimes de iluminação intermitente ou ciclos controlados de luz e noite têm sido estudados como estratégia para reduzir a fotoinibição, melhorar a eficiência do uso da luz e otimizar a produtividade volumétrica em fotobiorreatores, especialmente em sistemas de alta densidade celular, nos quais a exposição das células à radiação ocorre de forma heterogênea ao longo do tempo (AL-QASMI et al., 2012).

2.4 Química de equilíbrio de carbonatos

Em fotobiorreatores do tipo coluna de bolhas, assume-se que o meio líquido permanece adequadamente misturado, de modo que os perfis de pH obtidos ao longo do tempo representam fielmente a maior parte da cultura de microalgas. Essa característica operacional possibilita utilizar o pH como um indicador indireto da dinâmica do carbono inorgânico dissolvido, uma vez que a concentração de íons hidrogênio está diretamente associada ao equilíbrio entre dióxido de carbono (CO_2), bicarbonato (HCO_3^-) e carbonato

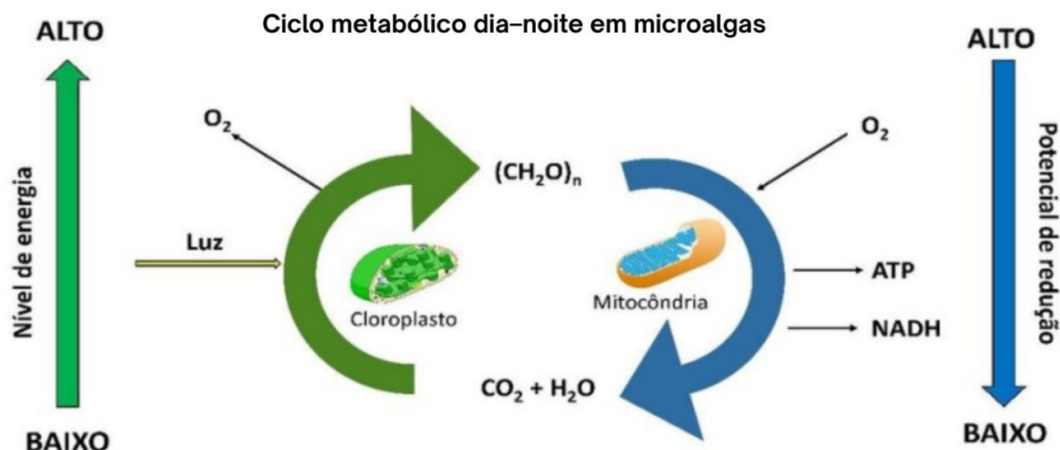
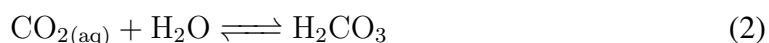


Figura 11: Representação do ciclo metabólico dia-noite em microalgas, com fotossíntese durante o período claro e respiração predominante no período escuro.

Fonte: Adaptado de (KERBAUY, 2008)

(CO_3^{2-}) (VALDÉS et al., 2012). Diversos autores demonstraram que, conhecendo-se a química do sistema carbonato-bicarbonato, é possível estimar o carbono inorgânico total (TIC) a partir do pH através do conceito de alcalinidade total (WOLF-GLADROW et al., 2007; BRUNE; NOVAK, 1981; MILLERO, 1995), permitindo avaliar a taxa de absorção de carbono pelas microalgas.

No cultivo de microalgas, o carbono inorgânico desempenha papel fundamental no processo fotossintético. Em fotobiorreatores fechados, injeta-se CO_2 na fase gasosa para evitar sua limitação como substrato e, ao mesmo tempo, regular o pH. Ao entrar em contato com a água, o CO_2 dissolve-se e participa de uma série de reações de hidratação e dissociação que determinam a acidez do meio (HILL, 2006). As reações podem ser detalhadas da seguinte forma:



$\text{CO}_{2(\text{aq})}$ representa o dióxido de carbono aquoso e H_2CO_3 o ácido carbônico.



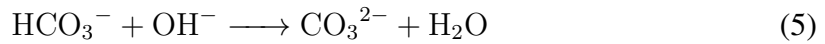
O íon H^+ é o hidrogênio e HCO_3^- é o bicarbonato.



CO_3^{2-} corresponde ao carbonato.

Por outro lado, o consumo fotossintético de bicarbonato pelas microalgas tende a aumentar o pH, pois remove íons hidrogênio. Esse processo pode ser representado de

forma separada como:



OH^- representa o íon hidróxido e H_2O a água.

A compreensão detalhada dessas reações permite construir um modelo químico para descrever o comportamento do pH no reator. A primeira etapa consiste em representar as equações de equilíbrio ácido-base que governam o sistema carbonato (VALDÉS et al., 2012). A seguir, apresentam-se as constantes de dissociação do ácido carbônico utilizadas neste trabalho, expressas em termos de suas relações de equilíbrio.

A primeira dissociação do ácido carbônico é descrita pela constante $K_1 = 10^{-6.3}$:

$$K_1 = 10^{-6.3} = \frac{[\text{H}^+][\text{HCO}_3^-]}{[\text{CO}_2]} \quad (6)$$

A segunda dissociação, que converte bicarbonato em carbonato, possui constante $K_2 = 10^{-10.3}$:

$$K_2 = 10^{-10.3} = \frac{[\text{H}^+][\text{CO}_3^{2-}]}{[\text{HCO}_3^-]} \quad (7)$$

A autodissociação da água, que também contribui para o balanço ácido-base, é representada pela constante $K_w = 10^{-14}$:

$$K_w = 10^{-14} = [\text{H}^+][\text{OH}^-] \quad (8)$$

Com base nessas constantes, define-se o Carbono Inorgânico Total (TIC), variável central na modelagem do sistema:

$$[\text{TIC}] = [\text{CO}_2] + [\text{HCO}_3^-] + [\text{CO}_3^{2-}] \quad (9)$$

O carbono inorgânico total $[\text{TIC}]$ é a soma das espécies CO_2 , bicarbonato e carbonato.

A alcalinidade do meio, que representa sua capacidade tampão contra variações de pH, é expressa de forma simplificada na Equação 10:

$$[\text{ALK}] = [\text{HCO}_3^-] + 2[\text{CO}_3^{2-}] + [\text{OH}^-] - [\text{H}^+] \quad (10)$$

Para calcular diretamente o Carbono Total a partir da alcalinidade e do pH, definem-se os coeficientes:

$$\alpha_1 = \left[1 + \frac{K_2}{[\text{H}^+]} + \frac{[\text{H}^+]}{K_1} \right] \quad (11)$$

$$\alpha_1 = \left[1 + \frac{[\text{H}^+]^2}{K_1 K_2} + \frac{[\text{H}^+]}{K_2} \right] \quad (12)$$

Com esses coeficientes, o Carbono Total é calculado como:

$$[TIC] = \frac{[ALK] - [OH^-] + [H^+]}{(\alpha_1 + 2\alpha_2)} \quad (13)$$

Essas expressões permitem determinar o pH da cultura a partir do Carbono Inorgânico Total (TIC) e da alcalinidade do meio. No presente estudo, considera-se que a alcalinidade do meio de cultura não se altera como resultado da injeção de CO₂ ou do consumo de CO₂ pelas microalgas ou da remoção pelo ar injetado no fotobiorreator (WOLF-GLADROW et al., 2007).

2.5 Transferência de Massa Gás-Líquido em Fotobiorreatores

A transferência de massa gás-líquido é reconhecida como um dos fenômenos fundamentais que governam o desempenho de fotobiorreatores destinados ao cultivo de microalgas. Em sistemas fechados, nos quais a troca gasosa com a atmosfera é limitada, o fornecimento de dióxido de carbono ocorre predominantemente por meio da injeção controlada de gás na fase líquida. A eficiência com que o CO₂ é transferido da fase gasosa para o meio de cultivo influencia diretamente a disponibilidade de carbono para a fotossíntese, a estabilidade do pH e, conseqüentemente, a produtividade do sistema (CHISTI, 2007). Por esse motivo, diversos autores destacam a transferência de massa como um fator limitante em fotobiorreatores operados em diferentes escalas.

Estudos clássicos indicam que a taxa de crescimento celular pode ser severamente limitada quando o fornecimento de CO₂ não acompanha a demanda metabólica das células, especialmente sob alta irradiância e elevada densidade celular (HULATT; THOMAS, 2011). Nessas condições, a resistência à transferência de massa impede que o CO₂ dissolvido atinja concentrações suficientes no meio líquido, resultando em limitação de carbono e aumento do pH devido ao consumo preferencial de espécies bicarbonatadas. Assim, a transferência de massa gás-líquido determina não apenas a taxa de suprimento de carbono, mas também influencia indiretamente o equilíbrio químico do sistema carbonato-bicarbonato, um dos principais mecanismos de tamponamento em cultivos microalgais (FERNÁNDEZ; CAMACHO; CHISTI, 1999).

No sistema de cultivo, a transferência de massa gás-líquido exerce impacto direto sobre a concentração de CO₂ no meio de cultura. Essa influência é descrita por meio do coeficiente de transferência de massa volumétrica, k_{La} (h^{-1}), que quantifica a eficiência com que o dióxido de carbono é transferido da fase gasosa para a fase líquida (YAHAYA; YEO; NANDONG, 2024). Este coeficiente integra globalmente os efeitos da hidrodinâmica, da área interfacial e das propriedades físico-químicas do meio.

O fornecimento eficiente de CO₂ é crucial, uma vez que as microalgas consomem apenas a forma dissolvida do gás. Pesquisas recentes avançaram na compreensão da mistura e da transferência de CO₂ em fotobiorreatores, fornecendo marcos importantes

para estudos de ampliação de escala e aplicações em economia circular, nas quais o cultivo de microalgas pode gerar benefícios ambientais e econômicos (HULATT; THOMAS, 2011). Fatores-chave no projeto de fotobiorreatores, incluindo eficiência fotossintética, ciclos claro-escuro, concentrações de CO₂, transferência de massa, comportamento hidrodinâmico e pH, foram extensivamente investigados para otimizar o cultivo microalgal (JACOB-LOPES et al., 2009).

No caso específico dos fotobiorreatores do tipo coluna de bolhas, a literatura destaca que o valor de k_{La} é fortemente influenciado pelas características do sistema de aeração, como a vazão de gás, o tamanho das bolhas e a geometria do reator (HULATT; THOMAS, 2011). Além dos aspectos hidrodinâmicos, a relação entre a fase gasosa e a fase líquida é frequentemente analisada à luz da Lei de Henry, que estabelece uma proporcionalidade entre a pressão parcial do CO₂ no gás e sua concentração de equilíbrio no líquido. Diversos estudos utilizam esse princípio como base teórica para interpretar o efeito da composição do gás de alimentação sobre a disponibilidade de carbono no meio de cultivo (HULATT; THOMAS, 2011). Embora o equilíbrio completo raramente seja atingido durante a operação contínua de um fotobiorreator, a Lei de Henry fornece um referencial importante para compreender os limites termodinâmicos do processo de absorção de CO₂. Nesse contexto, a concentração de equilíbrio de dióxido de carbono dissolvido no líquido, [CO₂]^{eq}, pode ser estimada a partir da Equação 14:

$$[\text{CO}_2]^{\text{eq}} = \frac{P_{\text{CO}_2}}{H} \quad (14)$$

sendo que H representa a constante de Henry, expressa em atm/(mol L⁻¹), e P_{CO_2} é a pressão parcial do dióxido de carbono na fase gasosa em atm.

As diferentes expressões obtidas a partir dessa relação permitem interpretar os perfis temporais de pH monitorados durante o crescimento das microalgas como um indicativo indireto do balanço entre a absorção de CO₂ pelo meio líquido e o consumo biológico pelas células. Dessa forma, variações no pH podem ser associadas tanto à eficiência de transferência de massa gás-líquido quanto à taxa de assimilação de carbono inorgânico, possibilitando a avaliação da fração de CO₂ efetivamente capturada no fotobiorreator de coluna de bolhas em comparação com as perdas para a fase gasosa (VALDÉS et al., 2012).

A dinâmica da transferência de CO₂ deve ser analisada em conjunto com os processos químicos e biológicos que ocorrem no meio de cultivo. Após sua dissolução, o CO₂ participa de reações ácido-base que resultam na formação de ácido carbônico, bicarbonato e carbonato, afetando diretamente a concentração de íons hidrogênio e, consequentemente, o pH do sistema. Paralelamente, o consumo de carbono pelas microalgas, associado ao crescimento celular, atua como um mecanismo de remoção contínua de carbono inorgânico, alterando o gradiente de concentração responsável pela transferência de massa (YAHAYA; YEO; NANDONG, 2024). Assim, a taxa de absorção de CO₂ é con-

tinuamente modulada pela interação entre transferência de massa, equilíbrio químico e metabolismo microalgal. Modelos matemáticos de fotobiorreatores frequentemente incorporam termos de transferência de massa juntamente com equações que descrevem o crescimento microalgal e a dinâmica do carbono inorgânico. Ainda que abordagens mais detalhadas possam incluir variações temporais de k_{La} ou modelos hidrodinâmicos complexos, muitos estudos adotam valores médios constantes desse parâmetro, especialmente quando o objetivo é analisar tendências globais do sistema e compreender a interação entre os diferentes fenômenos envolvidos (YAHAYA; YEO; NANDONG, 2024).

2.6 Formulação Dinâmica por EDOs em Fotobiorreatores

A modelagem matemática do crescimento de microalgas permite descrever a dinâmica do sistema, prever sua produtividade e definir condições adequadas de cultivo, contribuindo tanto para o aumento da biomassa quanto para a eficiência de captura de CO_2 . A maior parte dos modelos desenvolvidos para fotobiorreatores utiliza equações diferenciais ordinárias (EDOs) para descrever a evolução temporal das variáveis do cultivo. Esses modelos também incorporam relações algébricas que representam processos complementares, como limitações nutricionais, dinâmica da luz e transferência de massa entre as fases do reator, permitindo capturar os principais fenômenos físicos, químicos e biológicos envolvidos (TEBBANI et al., 2016).

Na literatura, diversos modelos desse tipo foram desenvolvidos para simular o comportamento de PBRs, e muitos deles utilizam *Chlorella vulgaris* como organismo de referência (AHMAD et al., 2025; MOUSAVI; SETOODEH; FARSI, 2022), devido à disponibilidade de dados experimentais e à sua relevância biotecnológica. Em geral, essas formulações incluem EDOs associadas ao crescimento celular, às trocas de CO_2 entre as fases gasosa e líquida, à dinâmica da irradiância e aos mecanismos de conversão do carbono inorgânico. Esse conjunto de equações oferece uma estrutura consistente para avaliar estratégias de operação, testar condições de cultivo e orientar melhorias no desempenho de fotobiorreatores.

Tebbani et al. (TEBBANI et al., 2014a) desenvolveram um modelo não linear para o cultivo contínuo de *Chlorella vulgaris* e aplicaram uma estratégia de controle preditivo com o objetivo de aumentar simultaneamente a produtividade de biomassa e a taxa de biofixação de CO_2 em fotobiorreatores. Os autores validaram o modelo por meio de experimentos laboratoriais e observaram que a taxa de fixação de CO_2 variou entre 0,40 e 0,55 g/L·dia quando o sistema operou com aeração contendo 5% de CO_2 (v/v) e intensidade luminosa de 90 $\mu\text{E}/\text{m}^2 \text{ s}$. Nessas condições, o ponto de máxima produtividade celular correspondeu a aproximadamente 7,5 bilhões de células por litro, alcançado para uma taxa de diluição de 0,052 h^{-1} .

Resultados semelhantes foram obtidos por Garzón-Castro et al. (GARZÓN-CASTRO

et al., 2020), que aplicaram um controlador PI inteligente para regular o crescimento de microalgas em um fotobiorreator de bancada. O estudo combinou um modelo dinâmico baseado em balanços de massa com uma arquitetura de controle adaptativa capaz de ajustar automaticamente os parâmetros do controlador diante de perturbações na irradiância e na concentração de carbono inorgânico. Os autores verificaram que a estratégia proposta manteve a biomassa próxima do ponto ótimo mesmo sob variações significativas de iluminação, evidenciando o potencial de métodos de controle avançado para melhorar a estabilidade operacional e o desempenho de PBRs.

Em outro estudo, Abu-Reesh (ABU-REESH, 2025) empregou um modelo matemático baseado em equações diferenciais para otimizar a operação de um fotobiorreator contínuo destinado à produção de *Chlorella* sp. A abordagem considerou simultaneamente a taxa de diluição, a intensidade luminosa e a concentração de carbono disponível, utilizando técnicas de otimização para identificar as condições que maximizam a produtividade de biomassa. A validação do modelo demonstrou boa concordância entre valores simulados e experimentais, reforçando a utilidade de modelos mecanísticos como ferramentas para a análise e o controle de processos fotossintéticos.

No conjunto, esses estudos mostram que modelos matemáticos aliados a estratégias de controle e otimização têm desempenhado um papel crucial no aprimoramento de fotobiorreatores. Apesar dos avanços, desafios importantes ainda persistem, como a obtenção de altas concentrações de biomassa em escala industrial e a redução das perdas de CO₂ durante a aeração. Assim, a modelagem continua sendo uma ferramenta central para o desenvolvimento de estratégias capazes de elevar a eficiência do cultivo e apoiar a consolidação tecnológica dos processos baseados em microalgas.

2.7 Controle de Sistemas

Um sistema pode ser entendido como uma entidade composta por elementos interconectados que interagem entre si para realizar uma determinada função, sendo capaz de processar entradas e gerar saídas observáveis. Essa definição aplica-se a sistemas das mais diversas naturezas — físicas, químicas, biológicas ou matemáticas — desde que possuam comportamento quantificável. De acordo com Ogata (OGATA; SOUZA; TANNURI, 1998), a caracterização de um sistema envolve não apenas os componentes isolados, mas principalmente a forma como eles se relacionam e contribuem para o comportamento global da estrutura. Uma segunda definição é dada por (AGUIRRE, 2007), um sistema pode ser compreendido como uma entidade cujo comportamento é influenciado por variáveis internas, chamadas de estados, que evoluem com o tempo e interagem entre si, produzindo saídas observáveis. Essas variáveis são afetadas tanto por entradas externas controláveis quanto por perturbações não acessíveis à manipulação.

Essa definição ressalta a estrutura fundamental dos sistemas: as entradas $u(t)$, os

estados $x(t)$ e as saídas $y(t)$.

As variáveis de entrada representam sinais externos que influenciam diretamente o comportamento do sistema e podem ser manipuladas para fins de controle. As variáveis de estado, por sua vez, descrevem a condição interna do sistema em determinado instante, sendo essenciais para a sua modelagem e predição. Já as saídas são as respostas observáveis que emergem da dinâmica interna e das influências externas. Em muitos sistemas, as variáveis de estado não são diretamente mensuráveis, o que exige o uso de observadores ou estimadores de estado para obter uma visão completa do sistema (TEBBANI et al., 2016).

A classificação dos sistemas pode incluir características como linearidade, variabilidade temporal, número de entradas e saídas, e natureza contínua ou discreta. Em especial, sistemas biológicos e biotecnológicos, como os fotobiorreatores, frequentemente apresentam não linearidades significativas, dificultando a aplicação direta de técnicas clássicas de controle. Essas não linearidades decorrem de fenômenos complexos como reações bioquímicas e interações entre múltiplas variáveis de estado (BECERRA-CELIS et al., 2008). Dessa maneira, a construção de modelos representativos e a definição criteriosa de estratégias de controle mostram-se fundamentais para o manejo eficiente desses sistemas, cujas dinâmicas envolvem múltiplas variáveis interdependentes e comportamentos não lineares.

O controle de parâmetros operacionais em fotobiorreatores pode ser realizado por diferentes estratégias, que variam quanto ao nível de complexidade, dependência de modelos matemáticos e capacidade de lidar com não linearidades e perturbações externas. Entre as abordagens mais consolidadas, os controladores do tipo Proporcional–Integral–Derivativo (PID) permanecem amplamente utilizados em aplicações envolvendo o controle de pH, oxigênio dissolvido e concentração de CO_2 . A atratividade dessa estratégia está associada à sua estrutura relativamente simples, facilidade de sintonia e comportamento robusto frente a perturbações moderadas, o que explica sua recorrente aplicação em diferentes configurações de fotobiorreatores, tanto em escala laboratorial quanto piloto (TITICA et al., 2018b; IFRIM et al., 2019; SANGREGORIO-SOTO et al., 2020; IFRIM et al., 2023; CHEN et al., 2020; PULIDO-APONTE; SANGREGORIO-SOTO; GARZÓN-CASTRO, 2023). Em sistemas mais complexos, arquiteturas hierárquicas baseadas em PID têm sido propostas com o objetivo de melhorar o desempenho dinâmico e a coordenação entre variáveis acopladas, explorando múltiplos níveis de controle (FERNÁNDEZ et al., 2015).

Estratégias clássicas de realimentação também são empregadas para manter variáveis de processo próximas a valores de referência, atuando diretamente sobre o erro entre a variável medida e o *setpoint* desejado. Essas abordagens são particularmente adequadas quando a dinâmica do sistema é bem caracterizada e as interações entre variáveis são limitadas (SEGREDO-MORALES et al., 2024). Em cenários de menor complexidade,

métodos discretos, como o controle do tipo *ON/OFF*, continuam sendo utilizados, sobretudo em sistemas experimentais ou de baixo custo, nos quais a precisão não constitui um requisito crítico.

O controle *feed-forward* se diferencia por sua natureza preditiva, ao atuar sobre perturbações mensuráveis antes que estas impactem o sistema. No contexto de fotobiorreatores, essa abordagem tem sido aplicada para compensar variações de pH relacionadas ao metabolismo do nitrogênio, reduzindo a necessidade de injeção contínua de CO₂ (WANG et al., 2016). A combinação de estratégias *feed-forward* e *feedback* tem se mostrado particularmente eficaz, uma vez que alia antecipação de distúrbios à correção contínua de erros residuais, resultando em maior robustez frente a condições operacionais variáveis (SCHAUM; WEISBARTH; MEURER, 2017).

Abordagens adaptativas têm ganhado destaque devido à sua capacidade de ajustar automaticamente os parâmetros do controlador em resposta a mudanças no processo e incertezas estruturais. Em fotobiorreatores de microalgas, essa característica é relevante para lidar com flutuações de irradiância, variações nas taxas de crescimento celular e alterações nos gradientes de CO₂, permitindo inclusive a formulação de problemas de otimização multiobjetivo (MAIRET; MUÑOZ-TAMAYO; BERNARD, 2015; PETRE; SELİŞTEANU; ROMAN, 2020).

No âmbito das estratégias robustas, o *Active Disturbance Rejection Control* (ADRC) tem sido empregado para estimar e compensar, em tempo real, tanto perturbações externas quanto dinâmicas internas não modeladas, por meio do uso de observadores de estado estendido. Essa abordagem apresenta desempenho satisfatório mesmo na ausência de modelos precisos do processo, característica particularmente relevante em sistemas biológicos complexos (GARZÓN-CASTRO et al., 2018). De forma complementar, o controle por modo deslizante (*Sliding Mode Control* – SMC) explora a definição de superfícies deslizantes para forçar o sistema a seguir uma dinâmica desejada, sendo aplicado com sucesso no controle de pH e carbono inorgânico total em fotobiorreatores tubulares (ANDRADE et al., 2014; ANDRADE et al., 2016).

Métodos baseados em lógica difusa (*fuzzy*) oferecem uma alternativa para o tratamento de sistemas multivariáveis e não lineares, ao permitir a incorporação direta de conhecimento heurístico por meio de regras linguísticas do tipo “se–então”. Em aplicações envolvendo microalgas, esse tipo de controle tem sido utilizado para gerenciar simultaneamente variáveis acopladas, como biomassa, pH e distribuição de luz, apresentando boa tolerância a incertezas e dados imprecisos (LUCA et al., 2018; MORA-SANCHEZ et al., 2024).

O controle Proporcional Inteligente (IP) surge como uma estratégia de baixa complexidade que combina conceitos de métodos livres de modelo com mecanismos de ajuste dinâmico de ganhos proporcionais. Sua aplicação em fotobiorreatores operando em regime de turbidostato demonstrou capacidade de evitar fenômenos como *washout*, mantendo

níveis elevados de produtividade mesmo sem um modelo detalhado da dinâmica de crescimento celular (TEBBANI et al., 2016). A compatibilidade com sensores convencionais favorece sua implementação prática em sistemas reais.

Mais recentemente, abordagens baseadas em inteligência artificial têm sido exploradas para capturar relações complexas entre variáveis ambientais, operacionais e fisiológicas. Algoritmos de aprendizado de máquina possibilitam a previsão do comportamento do sistema e a adaptação das ações de controle em tempo real, superando limitações impostas por modelos determinísticos tradicionais (SHITANAKA et al., 2024b). Em paralelo, métodos orientados a dados propõem a síntese direta de controladores a partir de registros experimentais, empregando técnicas como FRIT e VRFT para o ajuste de controladores PI e PID, sem necessidade de modelagem explícita (IFRIM et al., 2021; IFRIM et al., 2022).

O controle preditivo baseado em modelo (*Model Predictive Control* – MPC) ocupa posição de destaque entre as estratégias avançadas, ao utilizar modelos dinâmicos para prever a evolução futura do sistema e calcular ações de controle ótimas ao longo de um horizonte de predição. Em fotobiorreatores, essa abordagem tem sido amplamente investigada para compensar variações de luz e temperatura, otimizar trajetórias de crescimento e integrar arquiteturas hierárquicas de controle, apresentando desempenho superior em ambientes sujeitos a perturbações significativas (TEBBANI et al., 2014b; BENATTIA; TEBBANI; DUMUR, 2014; BENATTIA; TEBBANI; DUMUR, 2015; JUNEJA; MURTHY, 2018; AMARO et al., 2023a).

Por fim, técnicas de otimização em tempo real, como o *Extremum Seeking Control*, ajustam continuamente os parâmetros operacionais com o objetivo de localizar e manter pontos ótimos de operação em sistemas não lineares, mesmo na ausência de modelos precisos. Essa estratégia tem sido aplicada com sucesso ao aumento da produtividade em fotobiorreatores de microalgas, especialmente em cenários nos quais as relações entre entradas e saídas variam ao longo do tempo (TORRES et al., 2020; DEWASME et al., 2021).

2.7.1 Conceitos e Controlador PID

Sensores e transmissores constituem os elementos responsáveis pela medição das variáveis de processo em sistemas de controle. Sua função principal é medir uma determinada propriedade física, química ou biológica do sistema e convertê-la em um sinal elétrico passível de ser utilizado pelo controlador. Em determinadas aplicações, o sinal gerado pelo sensor não é diretamente compatível com o sistema de controle, sendo necessária a utilização de um transmissor para adequar esse sinal aos padrões exigidos. Em muitos casos, o próprio dispositivo atua simultaneamente como sensor e transmissor. Esses elementos são tipicamente instalados próximos ao processo e, por essa razão, são denominados elementos de campo (FERREIRA, 2009).

Em um sistema de controle automático em malha fechada, o valor de referência desejado da variável de processo, denominado *setpoint* (SP), é comparado com o valor efetivamente medido por meio do elemento de medição. Essa comparação resulta na geração de um sinal de erro, o qual representa a diferença entre o valor desejado e o valor real da variável de processo, sendo matematicamente definido como:

$$e(t) = SP(t) - PV(t) \quad (15)$$

$e(t)$ representa o erro de controle no instante de tempo t ; $SP(t)$ representa o valor de referência (*setpoint*) do sistema e $PV(t)$ representa a variável de processo medida.

O sinal de erro é fornecido ao controlador, responsável por processar essa informação de acordo com a estratégia de controle adotada e gerar um sinal de saída, conhecido como *controller output* (CO) ou variável manipulada. Esse sinal atua sobre o elemento final de controle, que converte a ação de controle em uma intervenção física no processo, como a modulação de uma vazão ou de uma condição operacional (FRANCHI, 2011).

A ação do elemento final de controle altera o comportamento do processo, produzindo uma resposta na variável de processo. Essa variável é continuamente monitorada pelo elemento de medição e realimentada ao ponto de comparação, caracterizando a estrutura de malha fechada. Adicionalmente, o processo pode estar sujeito a perturbações externas, as quais influenciam sua dinâmica e são compensadas, sempre que possível, pela ação corretiva do controlador, com o objetivo de manter o sistema operando próximo ao ponto de operação desejado.

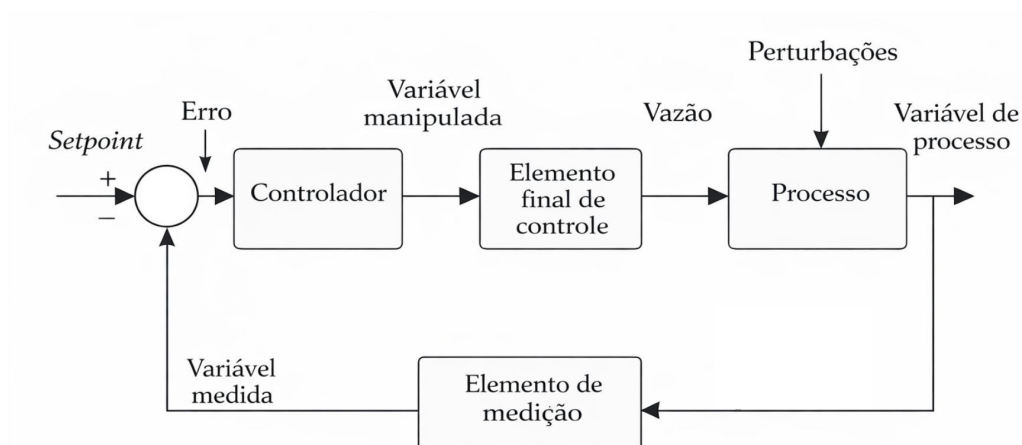


Figura 12: Diagrama esquemático de um sistema de controle em malha fechada.

Fonte: Adaptado de (FRANCHI, 2011).

O desempenho de um sistema de controle pode ser avaliado, de forma qualitativa, pela sua capacidade de manter a variável controlada próxima ao valor de referência, mesmo na presença de perturbações externas. Em aplicações práticas, esse desempenho também pode ser analisado quantitativamente por meio de índices que permitem comparar diferen-

tes configurações de controle e orientar melhorias no ajuste de seus parâmetros (BORASE et al., 2021).

Entre os algoritmos de controle mais empregados em sistemas industriais e científicos encontram-se os controladores proporcional (P), proporcional-integral (PI) e proporcional-integral-derivativo (PID), amplamente utilizados devido à sua estrutura relativamente simples e à capacidade de atender a uma ampla variedade de processos dinâmicos (JOHNSON; MORADI, 2005).

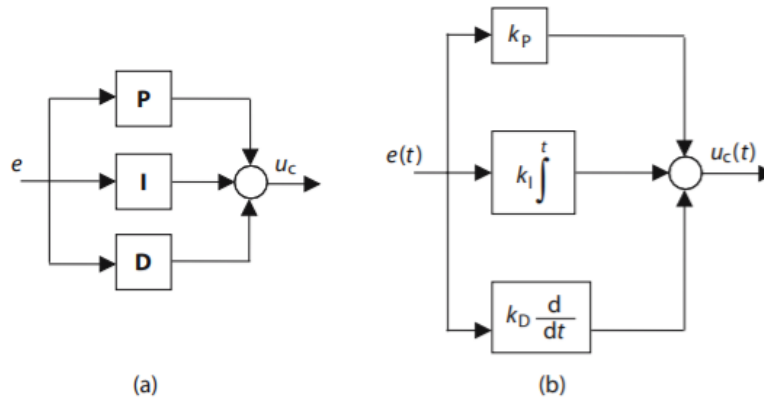


Figura 13: Representação do controlador PID sob diferentes perspectivas: (a) forma simbólica, destacando as ações proporcional (P), integral (I) e derivativa (D); (b) representação no domínio do tempo.

Fonte: Adaptado de (FRANCHI, 2011)

No controlador Proporcional (P), o sinal de controle é diretamente proporcional ao erro. Essa ação proporciona uma resposta rápida às variações da variável controlada, reduzindo o desvio em relação ao ponto de referência. Contudo, uma característica inerente a esse tipo de controlador é a presença de um erro residual em regime permanente, uma vez que a ação de controle diminui à medida que o erro se aproxima de zero. O controlador proporcional (P) é dado por:

$$u(t) = K_p e(t) \quad (16)$$

A adição da ação integral dá origem ao controlador Proporcional-Integral (PI). A ação integral promove o acúmulo do erro ao longo do tempo, possibilitando a correção de desvios persistentes e a eliminação do erro em regime permanente. Essa característica torna o controlador PI adequado para processos que exigem maior precisão no rastreamento de referências constantes, embora a escolha inadequada de seus parâmetros possa afetar a estabilidade do sistema (JOHNSON; MORADI, 2005). O controlador PI é considerado um dos mais empregados na indústria, estando presente em aproximadamente 90% das aplicações de controle industrial (FRANCHI, 2011). O controlador PI é expresso por:

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (17)$$

No controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID), incorpora-se ainda a ação derivativa, que atua com base na taxa de variação da variável de processo ou do erro. Essa ação contribui para a melhoria da resposta transitória do sistema, auxiliando no amortecimento de oscilações. Entretanto, sua aplicação deve ser realizada com cautela, especialmente em sistemas sujeitos a ruídos de medição ou variações abruptas, situações nas quais o desempenho do controle pode ser comprometido.

Os parâmetros associados às ações proporcional, integral e derivativa determinam o comportamento dinâmico do controlador. Ganhos elevados resultam em respostas mais rápidas, enquanto ganhos reduzidos conduzem a uma atuação mais suave. A adequada sintonia desses parâmetros é essencial para garantir um compromisso satisfatório entre rapidez de resposta, estabilidade e precisão em regime permanente, conforme discutido na literatura especializada (KNOSPE, 2006; TITICA et al., 2018a). De forma geral, considerando também a ação derivativa, o controlador proporcional-integral-derivativo (PID) é representado por:

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (18)$$

Em que $u(t)$ é o sinal de controle, $e(t)$ é o erro, e K_p , K_i e K_d são os ganhos proporcional, integral e derivativo, respectivamente.

2.7.2 Controle de pH em Fotobiorreatores

Nesse contexto de avanços em controle moderno, é importante destacar os desafios e particularidades envolvidos no controle de bioprocessos. Diferentemente de processos industriais clássicos, os sistemas biológicos são altamente complexos e não lineares, uma vez que envolvem organismos vivos cujas dinâmicas são difíceis de modelar com precisão. A baixa reprodutibilidade dos experimentos, aliada à imprecisão nas medições, compromete a construção de modelos matemáticos e a identificação confiável de parâmetros. Além disso, os próprios sistemas biológicos podem apresentar alterações metabólicas ou até genéticas ao longo do tempo, dificultando ainda mais a validação dos modelos. Esses obstáculos justificam a busca por métodos de controle mais adaptativos, que consigam lidar com incertezas e variações em tempo real (DOCHAIN, 2013).

Um exemplo claro desses desafios ocorre no controle de pH em fotobiorreatores. O pH do meio é uma variável crucial, pois influencia diretamente a disponibilidade de CO_2 para as microalgas e, conseqüentemente, o seu crescimento e produtividade. No entanto, o controle do pH é particularmente complexo, uma vez que está sujeito a diversas perturbações, como a variação na taxa de fotossíntese das microalgas, a adição de nutrientes e a injeção de CO_2 (PALADINO et al., 2024). A dinâmica do pH em sistemas biológicos é não linear e pode ser afetada por fatores como a acidez do ambiente, a composição dos nutrientes e a atividade metabólica das microalgas.

Para lidar com esses desafios, algumas abordagens de controle foram desenvolvidas para controlar o pH do fotobiorreator, com múltiplas abordagens, como baseadas em Proporcional-Integral (PI), Proporcional-Integral-Derivativo (PID), Controle Preditivo de Modelo (MPC) e Controle Lógico Fuzzy (FLC). Titica et al. (TITICA et al., 2018a) investigaram o controle simultâneo do pH e do oxigênio dissolvido (OD) em um fotobiorreator fechado, utilizando estratégias de controle convencionais baseadas em feedback linear, como PID individual e PID com compensação *feedforward*. O projeto foi realizado com base em aproximações lineares do processo, enquanto a avaliação do desempenho foi feita por simulações com um modelo não linear, que representa de forma mais fiel a complexidade do sistema biológico.

Berenguel et al. (BERENGUEL et al., 2004) apresentaram o desenvolvimento e a aplicação de uma estratégia de controle preditivo (MPC) baseada em um modelo linear com atuação *on-off*, voltada ao controle do pH e à minimização das perdas de CO₂ em um fotobiorreator tubular de microalgas. Considerando que esses sistemas geralmente utilizam válvulas *on-off* e controladores clássicos que desconsideram a dinâmica do processo, foi proposto um modelo linear válido na faixa operacional, apesar das variações na injeção de CO₂ e na radiação solar. A estratégia busca melhorar a regulação do pH e reduzir o desperdício de CO₂, que representa uma fração significativa dos custos operacionais em sistemas de maior escala. O artigo também apresenta resultados obtidos com a aplicação da técnica em um fotobiorreator real.

Amaro et al. (AMARO et al., 2023b) propuseram uma abordagem adaptativa para o controle do pH em fotobiorreatores tubulares em plantas de microalgas, utilizando controle preditivo fuzzy generalizado. O método consiste em identificar um modelo fuzzy Takagi-Sugeno (TS) de forma offline e atualizar seus parâmetros online por meio de um algoritmo adaptativo. Esse modelo é então usado em um controlador preditivo, ajustado também online, para garantir a precisão no controle do pH.

3 DESENVOLVIMENTO

Fotobiorreatores são sistemas dedicados ao cultivo controlado de microalgas, nos quais variáveis como biomassa, irradiância, carbono inorgânico dissolvido e pH devem ser reguladas continuamente para garantir condições ótimas de crescimento. Entre esses fatores, o pH desempenha papel central, pois influencia diretamente o equilíbrio entre CO_2 , HCO_3^- e CO_3^{2-} , espécies químicas responsáveis pela disponibilidade de carbono inorgânico essencial à fotossíntese. Variações no pH podem deslocar o equilíbrio ácido-base do sistema carbonato e alterar a fração de CO_2 , impactando a taxa de crescimento algal.

A regulação do pH em sistemas fechados de cultivo de microalgas representa uma abordagem fundamental para maximizar o desenvolvimento celular e a produtividade da biomassa, especialmente em aplicações voltadas à produção de biocombustíveis, mitigação de CO_2 ou tratamento de águas residuais (ZHOU et al., 2022). A injeção de dióxido de carbono é empregada como variável manipulada para o controle do pH, uma vez que o equilíbrio ácido-base do sistema é sensivelmente influenciado pelas reações de dissolução e dissociação do gás no meio aquoso (TITICA et al., 2018a).

Nesse contexto, torna-se fundamental o desenvolvimento de estratégias de controle capazes de estabilizar o pH mesmo em condições operacionais variáveis, como alterações de irradiância ao longo do tempo. O sistema analisado neste trabalho utiliza um controlador PI (Proporcional-Integral) atuando sobre a injeção de CO_2 , modulando a pressão parcial do gás no topo do reator. O objetivo é compensar oscilações do pH decorrentes da atividade metabólica das microalgas, responsáveis por consumir CO_2 durante a fotossíntese e elevar o pH, especialmente durante os períodos de iluminação.

O modelo implementado neste estudo representa um PBR de coluna de bolhas, considerando explicitamente um regime de iluminação não contínua, baseado em ciclos de 12 horas de luz seguidos de 12 horas de escuro, de modo a simular variações mais próximas às condições naturais. Durante o período claro, a irradiância é mantida constante, enquanto no período escuro a irradiância é nula, interrompendo a atividade fotossintética.

A modelagem desenvolvida integra: (i) cinética fotoautotrófica dependente de irradiância e carbono inorgânico total (TIC) e pH (potencial hidrogeniônico); (ii) balanço

dinâmico de biomassa; (iii) transferência de massa gás-líquido via coeficiente $k_L a$; (iv) sistema de equações do equilíbrio ácido-base do carbonato, utilizado para o cálculo numérico do pH; e (v) um controlador PI com saturação e estratégia de *anti-windup*. A formulação completa é apresentada ao longo deste trabalho, juntamente com sua representação em espaço de estados e tabela dos parâmetros utilizados.

Assim, este trabalho tem como objetivo principal analisar o comportamento dinâmico de um fotobiorreator sujeito a um regime de alternância claro-escuro e avaliar o desempenho do controle de pH baseado na manipulação da injeção de CO_2 . A abordagem proposta permite compreender como a interação entre metabolismo fotossintético, equilíbrio químico e controle automático influencia a estabilidade operacional do PBR.

3.1 Descrição do Sistema

Durante o crescimento fototrófico, as microalgas utilizam a fotossíntese para consumir dióxido de carbono (CO_2), sais inorgânicos e energia luminosa, promovendo a assimilação de carbono e a formação dos compostos orgânicos necessários ao crescimento celular e ao metabolismo. Como subproduto desse processo, ocorre a liberação de oxigênio molecular (O_2) (ABDEL-RAOUF; AL-HOMAIDAN; IBRAHEEM, 2012; CHISTI, 2007).

Por se tratar de um sistema biológico vivo, o cultivo de microalgas em fotobiorreatores fechados apresenta uma dinâmica complexa, regida pela interação entre fenômenos biológicos, químicos e físicos. Nesse contexto, o carbono inorgânico desempenha papel central, sendo fornecido ao sistema predominantemente na forma gasosa, por meio da injeção controlada de CO_2 , a fim de garantir concentrações adequadas de carbono inorgânico dissolvido no meio de cultivo e evitar limitações ao crescimento fotossintético (IFRIM et al., 2013).

Quando o CO_2 é injetado no sistema, ocorre inicialmente sua dissolução na fase líquida ($\text{CO}_2(\text{aq})$), seguida pela hidratação e formação de ácido carbônico (H_2CO_3). Essa espécie química é instável e se dissocia rapidamente, liberando íons hidrogênio (H^+) e bicarbonato (HCO_3^-), conforme o equilíbrio ácido-base do sistema carbonato, apresentado na Equação 19:



A liberação de íons H^+ provoca a diminuição do pH do meio, caracterizando um processo de acidificação. Em contrapartida, durante a fotossíntese, as microalgas consomem espécies de carbono inorgânico dissolvido, especialmente bicarbonato (HCO_3^-), o que resulta na remoção indireta de prótons do meio e na elevação do pH, promovendo sua alcalinização (GARZÓN-CASTRO et al., 2018).

Dessa forma, observa-se uma relação inversa entre a atividade fotossintética e o pH do meio de cultivo: enquanto a assimilação de carbono tende a elevar o pH, a injeção de CO_2 promove sua redução. Assim, a injeção controlada de dióxido de carbono atua simultaneamente como fonte de carbono inorgânico e como mecanismo de regulação do pH, sendo uma das estratégias mais eficientes para o controle do potencial hidrogeniônico em sistemas fechados de cultivo microalgal (TITICA et al., 2018b; IFRIM et al., 2013).

O sistema analisado neste trabalho corresponde a um fotobiorreator do tipo coluna de bolhas, operado em escala piloto e projetado para experimentos em ambiente laboratorial. Esse tipo de reator é amplamente empregado em cultivos microalgais devido à sua simplicidade construtiva, eficiência de transferência de massa gás-líquido e facilidade de operação em diferentes escalas (HUANG et al., 2017). No PBR de coluna de bolhas, a mistura do meio é promovida principalmente pela ascensão das bolhas gasosas, favorecendo a homogeneização das concentrações de biomassa, nutrientes e carbono inorgânico

dissolvido, além de intensificar a transferência de CO_2 da fase gasosa para a fase líquida (MOUSAVI; SETOODEH; FARSI, 2022).

A injeção de CO_2 ocorre de forma acoplada à aeração do sistema, podendo ser contínua ou intermitente, de acordo com a estratégia de controle adotada. O pH do meio é monitorado continuamente por sensores instalados no reator, sendo utilizado como variável de controle para ajustar a taxa de injeção de CO_2 . Essa abordagem permite compensar as variações de pH induzidas pela atividade metabólica das microalgas e pelas condições operacionais do sistema, mantendo o cultivo dentro da faixa adequada ao crescimento celular (TITICA et al., 2018b; BERENGUEL et al., 2004).

O fotobiorreator opera sob regime de iluminação não contínua, caracterizado por ciclos de 12 horas de luz seguidos de 12 horas de escuro, de modo a simular condições mais próximas às variações naturais de iluminação. Durante os períodos iluminados, a intensificação da atividade fotossintética promove maior consumo de carbono inorgânico, resultando em elevação do pH. Por outro lado, nos períodos escuros, a ausência de fotossíntese altera a dinâmica do sistema carbonato, modificando o comportamento do pH ao longo do tempo. Dessa forma, os ciclos claro/escuro influenciam diretamente a estabilidade do pH no cultivo, tornando o controle por injeção de CO_2 um aspecto fundamental para a operação estável do processo (JACOB-LOPES et al., 2009). Uma representação esquemática do sistema estudado é apresentada na Figura 15.

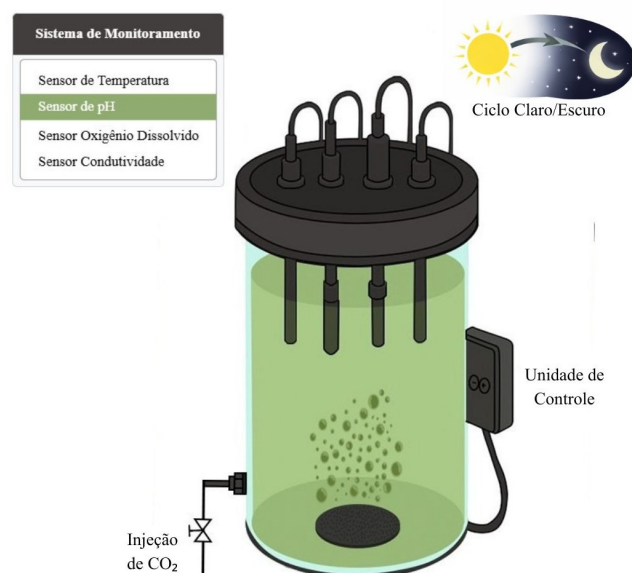


Figura 14: Sistema do fotobiorreator.
Fonte: Elaboração própria (2025)

3.2 Parametrização do modelo

O modelo matemático desenvolvido neste trabalho foi parametrizado para a microalga *Chlorella vulgaris*, uma espécie estudada em sistemas de cultivo fototrófico devido à sua elevada taxa de crescimento (GARZÓN-CASTRO et al., 2020). A parametrização considera a existência de uma faixa ótima de pH para o crescimento microalgal, definida em torno de pH 7,5, valor para o qual a atividade metabólica e a assimilação de carbono são favorecidas. Com base nessa característica fisiológica, o valor de pH ótimo foi adotado como referência para a definição do *setpoint* do sistema, orientando a estratégia de controle implementada com o objetivo de manter o meio de cultivo próximo às condições mais favoráveis ao crescimento da microalga.

3.2.1 Parâmetros

A Tabela 3 apresenta os parâmetros utilizados na simulação do fotobiorreator, incluindo parâmetros biológicos, ópticos, físico-químicos, de transferência de massa e de controle. Os valores foram obtidos da literatura ou definidos com base nas condições experimentais do sistema estudado.

Tabela 3: Parâmetros utilizados no modelo para o cultivo de *Chlorella vulgaris*.

Fonte: Adaptado de (TEBBANI et al., 2014a).

Parâmetro	Descrição	Valor
$\mu_{\max}$	Taxa máxima de crescimento	1.1 h^{-1}
k_d	Taxa de decaimento celular	0.01 h^{-1}
Y_r	Rendimento biomassa/TIC	$1.211 \times 10^9 \text{ cell (mol TIC)}^{-1}$
I_{in}	Irradiância incidente	$100 \mu\text{mol m}^{-2} \text{ s}^{-1}$
K_E	Constante de saturação luminosa	$0.08 \mu\text{E s}^{-1} (10^9 \text{ cell})^{-1}$
C_1, C_2	Parâmetros de autossombreamento	0.49 ; -0.92
K_{CL}	Constante de Monod para TIC	$3.8 \text{ mmol } (10^9 \text{ cell})^{-1}$
$pH_{\min}$	pH mínimo de crescimento	4
$pH_{\max}$	pH máximo de crescimento	11
K_1	Constante de dissociação $\text{H}_2\text{CO}_3/\text{HCO}_3^-$	$10^{-6.35}$
K_2	Constante de dissociação $\text{HCO}_3^-/\text{CO}_3^{2-}$	$10^{-10.33}$
K_w	Produto iônico da água	10^{-14}
ALK	Alcalinidade total	$2.5 \times 10^{-3} \text{ mol L}^{-1}$
$k_L a$	Coeficiente de transferência de massa	1.4 h^{-1}
H	Constante de Henry	$29 \text{ atm L mol}^{-1}$
P_{atm}	Pressão parcial atmosférica de CO_2	$4 \times 10^{-4} \text{ atm}$
pH_{sp}	Setpoint de pH	7.5

3.3 Modelagem Dinâmica do Fotobiorreator

A dinâmica do fotobiorreator é descrita por um sistema de equações diferenciais ordinárias (EDOs) que representam a evolução temporal das principais variáveis de estado do cultivo, como a concentração de biomassa X (10^9 cell/L) e o carbono inorgânico total (TIC, mmol/L). Essas variáveis são diretamente influenciadas pela irradiância incidente, pela cinética fotossintética, pelo balanço ácido-base do meio e pelo controlador PI acoplado ao sistema.

O modelo integra quatro módulos principais: (i) **Crescimento Microalgal**, que descreve a produção de biomassa e as perdas celulares, incorporando a modelagem da taxa específica de crescimento sob limitações de irradiância, carbono inorgânico total (TIC) e pH; (ii) **Balanço de Carbono Inorgânico Total**, responsável por quantificar a assimilação de carbono pela microalga e as variações do TIC no cultivo; (iii) **Modelo de Transferência de Massa**, que descreve o transporte de CO_2 entre a fase gasosa e líquida, fornecendo o carbono disponível para fotossíntese; e (iv) **Equilíbrio Ácido-Base e Cálculo do pH**, utilizado para determinar a concentração de íons hidrogênio e o pH do meio.

A solução do sistema de EDOs é obtida numericamente utilizando o método de *Runge-Kutta* de 4ª ordem (RK4), permitindo simular a evolução das variáveis ao longo do tempo e capturar as interações dinâmicas entre crescimento microalgal, fotossíntese, disponibilidade de carbono e condições de pH.

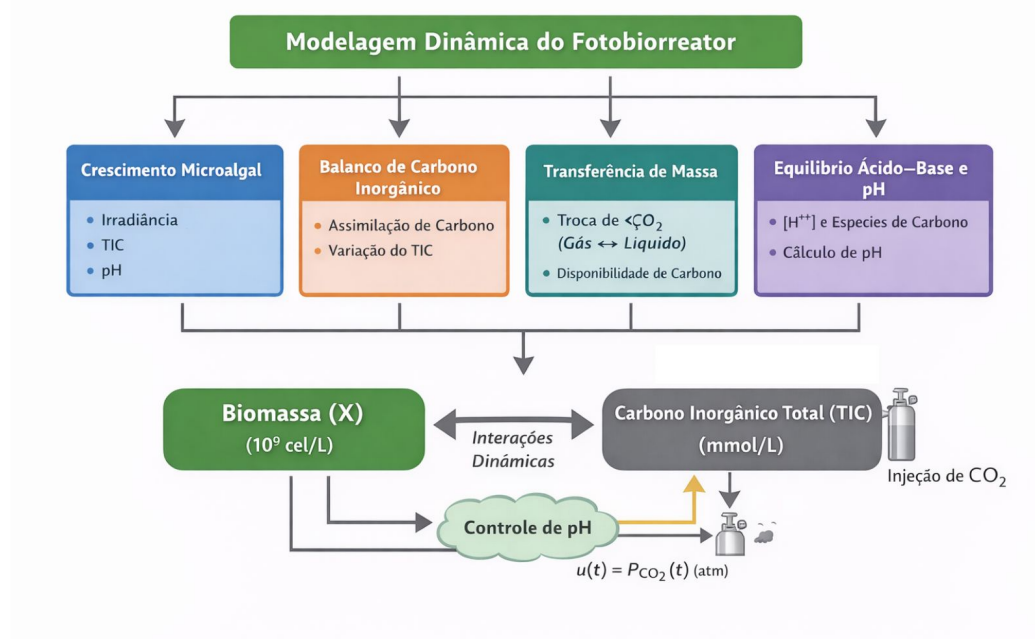


Figura 15: Diagrama modelagem dinâmica.

Fonte: Elaboração própria (2025)

3.4 Dinâmica do Crescimento Microalgal

O modelo de crescimento da microalga *Chlorella vulgaris* adotado neste trabalho baseia-se em formulações amplamente utilizadas na literatura para a descrição de cultivos fototróficos em fotobiorreatores fechados (TEBBANI et al., 2014a; GARZÓN-CASTRO et al., 2018; FILALI et al., 2011). O fotobiorreator é considerado operando em regime de batelada, com volume constante e sob condições de mistura perfeita, de modo que gradientes espaciais de biomassa e de espécies químicas dissolvidas são desprezados.

Nessas condições, o crescimento microalgal é descrito por um balanço de massa global da biomassa, sendo X a variável que representa a densidade celular no meio de cultivo (10^9 cell/L). A evolução temporal de X é expressa pela Equação 20:

$$\frac{dX}{dt} = (\mu - k_d) X \quad (20)$$

O termo μX representa a produção de biomassa, influenciada pela irradiância, pelo pH e pela concentração de carbono inorgânico total, enquanto $k_d X$ corresponde às perdas celulares naturais. Assim, a variação da biomassa reflete o balanceamento entre crescimento e decaimento, aumentando quando $\mu > k_d$, estabilizando quando $\mu = k_d$ e decrescendo quando $\mu < k_d$.

3.4.1 Modelagem da taxa específica de crescimento

A taxa específica de crescimento microalgal, μ , representa a produção de biomassa a partir da assimilação de carbono inorgânico e reflete as condições ambientais do fotobiorreator. Em culturas microalgais, o crescimento não depende de um único fator, mas sim de múltiplos recursos limitantes, incluindo luz, nutrientes e pH, que interagem para determinar a taxa de crescimento efetiva.

Para capturar a co-limitação observada em sistemas microalgais, este trabalho adota um modelo multiplicativo, no qual a taxa específica global μ é descrita como o produto de fatores de limitação adimensionais f_i associados a cada recurso ambiental (LEE; JALIZADEH; ZHANG, 2015):

$$\mu = \mu_{\max} \cdot f_1 \cdot f_2 \cdot \dots \cdot f_n \quad (21)$$

Nos modelos multiplicativos, a fórmula de Monod é comumente utilizada para representar a taxa de crescimento de cada recurso individual. Esse tipo de abordagem tem sido amplamente aplicado para representar a co-limitação por luz, carbono e nutrientes, permitindo uma descrição mais realista do crescimento microalgal em sistemas dinâmicos (DARVEHEI; BAHRI; MOHEIMANI, 2018).

A premissa básica por trás do conceito de co-limitação é que a disponibilidade simultânea de múltiplos recursos controla a produção de biomassa. Dessa forma, a modelagem

da taxa específica de crescimento fornece não apenas estimativas quantitativas do crescimento microalgal, mas também permite compreender a importância relativa de cada fator limitante e suas interações na dinâmica do fotobiorreator.

Neste trabalho, a taxa específica de crescimento μ é considerada dependente de três fatores principais: energia luminosa (E), carbono inorgânico total (TIC) e pH do meio. Assim, a equação multiplicativa da taxa específica de crescimento pode ser escrita como:

$$\mu = \mu_{\max} \cdot f_{\text{luz}} \cdot f_{\text{TIC}} \cdot f_{\text{pH}} \quad (22)$$

onde f_{luz} , f_{TIC} e f_{pH} são fatores de limitação adimensionais.

3.4.1.1 Limitação por Luz

A luz é o fator energético fundamental para o crescimento de microalgas, uma vez que a fotossíntese depende diretamente da radiação luminosa absorvida pelas células. Quando a intensidade de luz disponível é insuficiente, observa-se uma limitação do crescimento microalgal, que pode ser descrita matematicamente por uma cinética do tipo Monod adaptada à irradiância:

$$f_{\text{luz}} = \frac{E}{K_E + E} \quad (23)$$

em que E representa a intensidade de luz disponível por célula ($\mu\text{E s}^{-1} \cdot 10^9 \text{ cell}^{-1}$) e K_E é a constante de semi-saturação para luz (ABU-REESH, 2025). Esta relação indica que, para baixas intensidades de luz, a taxa de crescimento aumenta praticamente de forma proporcional à energia luminosa disponível; à medida que a intensidade de luz se aproxima de valores elevados, a taxa de crescimento tende a $\mu_{\max}$, evidenciando saturação luminosa.

A intensidade de luz disponível por célula, E , depende da distribuição da luz no interior do reator e da concentração de biomassa, sendo calculada a partir da diferença entre a irradiância incidente (I_{in}) e a irradiância transmitida (I_{out}), ajustada pela área superficial iluminada (A_r) e pelo volume da cultura (V):

$$E = \frac{(I_{\text{in}} - I_{\text{out}}) A_r}{V \cdot X(t)} \quad (24)$$

onde $X(t)$ representa a concentração de biomassa (10^9 cell L^{-1}). Com o aumento da biomassa, intensifica-se a atenuação da luz no interior do reator, reduzindo a irradiância disponível por célula e, consequentemente, limitando o crescimento microalgal.

A irradiância transmitida I_{out} não é medida diretamente, sendo estimada por meio de uma expressão empírica que considera o efeito do autossombreamento, dada por:

$$I_{\text{out}} = C_1 I_{\text{in}} X^{C_2}(t), \quad (25)$$

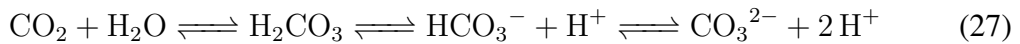
em que C_1 e C_2 são constantes relacionadas à geometria e às características ópticas do fotobiorreator. Esta formulação permite representar de forma quantitativa a limitação por luz, incluindo efeitos de saturação e autossombreamento, sendo fundamental para o dimensionamento, operação e modelagem dinâmica de fotobiorreatores, especialmente em condições de alta densidade celular.

3.4.1.2 Limitação por Carbono Inorgânico Total (TIC)

O crescimento microalgal de *Chlorella vulgaris* é fortemente influenciado pela disponibilidade de carbono inorgânico total (TIC), que representa a soma das espécies de carbono inorgânico presentes no meio de cultivo, incluindo dióxido de carbono dissolvido (CO_2), bicarbonato (HCO_3^-) e carbonato (CO_3^{2-}) (TEBBANI et al., 2014a):

$$[\text{TIC}] = [\text{CO}_2] + [\text{HCO}_3^-] + [\text{CO}_3^{2-}] \quad (26)$$

Essas espécies estão relacionadas pelos equilíbrios químicos:



A concentração de TIC pode ser relacionada à concentração de CO_2 dissolvido considerando os equilíbrios químicos acima, conforme:

$$[\text{TIC}] = [\text{CO}_2] \cdot \left(1 + \frac{K_1}{[\text{H}^+]} + \frac{K_1 K_2}{[\text{H}^+]^2} \right) \quad (28)$$

sendo K_1 ($pK_1 = 6.35$ a 25°C) e K_2 ($pK_2 = 10.3$ a 25°C) são as constantes de dissociação do ácido carbônico e do bicarbonato, respectivamente, e $[\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}}$ representa a concentração de íons hidrogênio no meio.

A limitação por TIC na taxa específica de crescimento microalgal é descrita por uma cinética do tipo *Contois* (ABU-REESH, 2025), considerando a concentração de TIC e a biomassa presente (X):

$$f_{\text{TIC}} = \frac{[\text{TIC}]}{K_{CL} \cdot X + [\text{TIC}]} \quad (29)$$

em que f_{TIC} é um fator adimensional que varia de 0 (TIC insuficiente) a 1 (TIC em excesso), X é a concentração de biomassa e K_{CL} é a constante de semi-saturação de TIC.

3.4.1.3 Limitação por pH

Para *Chlorella vulgaris*, observa-se que a taxa de crescimento apresenta um máximo em torno de pH 7,5, decrescendo rapidamente à medida que o pH se afasta deste valor, em concordância com dados reportados na literatura (TITICA et al., 2018a).

A influência do pH sobre o crescimento é descrita por uma função assimétrica de forma parabólica, que assume valor nulo fora da faixa de pH tolerável, permitindo repre-

sentar de forma contínua a inibição do crescimento em condições subótimas. Esta função é dada por:

$$f_{pH} = \max \left[0, \frac{pH_{\max} - pH}{pH - pH_{\min}} \cdot \exp \left(1 - \frac{pH_{\max} - pH}{pH - pH_{\min}} \right) \right] \quad (30)$$

sendo $pH_{\min}$ e $pH_{\max}$ correspondem aos valores mínimo e máximo de pH nos quais se observa crescimento fotossintético, sendo tipicamente adotados $pH_{\min} = 4$ e $pH_{\max} = 11$. A variável pH representa o valor instantâneo do meio de cultivo, e f_{pH} assume valores entre 0 e 1, atingindo seu máximo próximo ao pH ótimo, como mostrado na Figura 16.

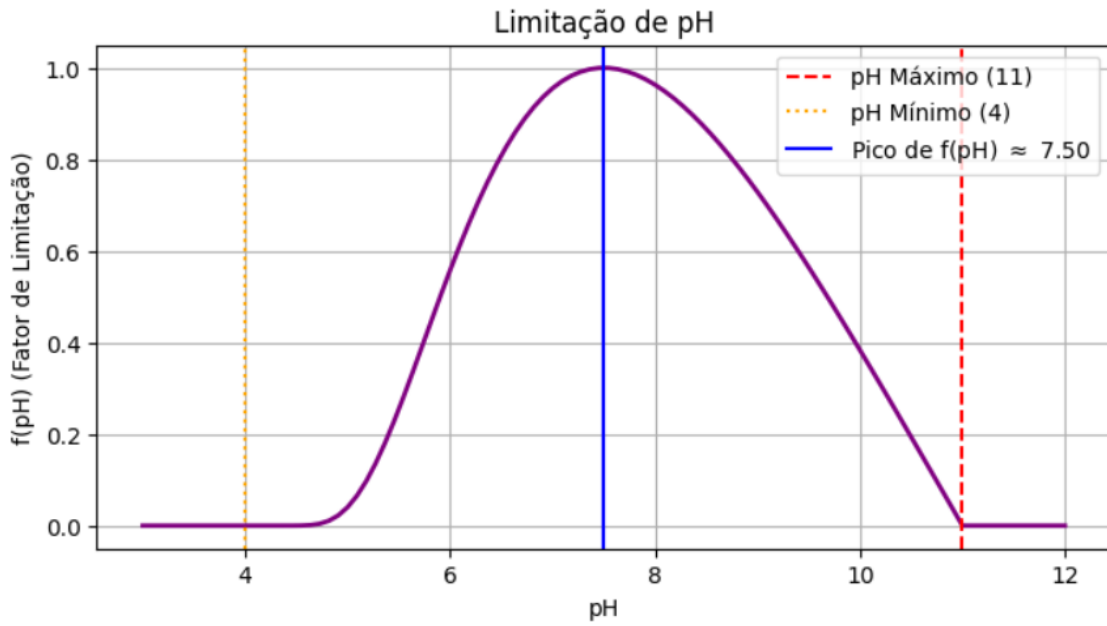


Figura 16: Simulação da limitação de pH na biomassa.
Fonte: Elaboração própria (2025)

3.5 Dinâmica do Carbono Inorgânico Total (TIC)

A dinâmica do carbono inorgânico total (TIC) no fotobiorreator de coluna de bolhas foi modelada considerando tanto a transferência gasosa quanto o consumo pela biomassa microalgal. O TIC varia ao longo do tempo (Equação 31) conforme a seguinte equação diferencial:

$$\frac{dTIC}{dt} = k_{La} ([CO_2]^{eq} - [CO_2]) - \frac{\mu X}{Y_r} \quad (31)$$

nas quais $[TIC]$ (mmol/L) é a concentração total de carbono inorgânico, Y_r (10^9 cell (mol TIC) $^{-1}$) é o rendimento da biomassa em relação ao carbono, $[CO_2]^{eq}$ (mmol/L) é a concentração de CO_2 em equilíbrio com a fase gasosa, $[CO_2]$ (mmol/L) é a concentração real de CO_2 dissolvido e k_{La} (h^{-1}) é o coeficiente global de transferên-

cia de massa gás-líquido do CO_2 .

A concentração de CO_2 em equilíbrio com a fase gasosa é obtida a partir da pressão parcial de CO_2 utilizando a constante de Henry ($H = 29 \text{ atm}\cdot\text{L/mol}$) :

$$[CO_2]^{\text{eq}} = \frac{P_{CO_2}}{H} \quad (32)$$

O CO_2 dissolvido no meio aquoso é determinado pelo equilíbrio ácido-base entre as espécies de carbono inorgânico e os íons hidrogênio, de acordo com:

$$[CO_2] = \frac{TIC}{1 + \frac{K_1}{[H^+]} + \frac{K_1 K_2}{[H^+]^2}} \quad (33)$$

Nessas equações, $[H^+]$ (mol/L) representa a concentração de íons hidrogênio, calculada a partir do TIC e das condições de equilíbrio do meio. A concentração de CO_2 dissolvido é, portanto, determinada pela fração do TIC presente como CO_2 , considerando as espécies de bicarbonato e carbonato. Esta formulação permite que o pH do meio seja calculado de maneira consistente com a distribuição de espécies de carbono inorgânico:

$$pH = -\log_{10}[H^+] \quad (34)$$

O primeiro termo da Equação (31) representa a transferência de CO_2 da fase gasosa para o meio líquido, proporcional à diferença entre a concentração de CO_2 em equilíbrio e a concentração dissolvida, enquanto o segundo termo descreve o consumo de TIC pela biomassa microalgal, considerando a taxa específica de crescimento μ e o rendimento da biomassa Y_r . Dessa forma, a modelagem integra de maneira contínua a evolução do TIC e do pH no fotobiorreator, permitindo simular o efeito combinado da fotossíntese microalgal e da transferência de massa gás-líquido.

3.5.1 Determinação do pH via Carbono Inorgânico Total (TIC)

A determinação do pH no sistema de cultivo foi realizada de forma indireta, fundamentada no equilíbrio termodinâmico do sistema de carbonatos em meio aquoso. O modelo adota como premissa central a conservação da alcalinidade total (ALK), a qual é considerada constante ao longo de todo o processo (VALDÉS et al., 2012). Essa hipótese baseia-se no fato de que tanto os processos de transferência de massa gasosa, associados à injeção e à remoção de CO_2 , quanto o consumo biológico de carbono pelas microalgas envolvem predominantemente espécies eletricamente neutras, não alterando, portanto, o balanço global de cargas do meio de cultura.

A alcalinidade total representa a capacidade do meio em neutralizar prótons e é definida pela contribuição das espécies iônicas de carbono inorgânico e pela dissociação da água (BRUNE; NOVAK, 1981), conforme expresso por:

$$[ALK] = [HCO_3^-] + 2[CO_3^{2-}] + [OH^-] - [H^+] \quad (35)$$

Nesse contexto, o pH atua como a variável de ajuste que relaciona a concentração de Carbono Inorgânico Total (*TIC*) à alcalinidade fixa do sistema. O *TIC* corresponde à soma das espécies de carbono dissolvido (CO_2 , HCO_3^- e CO_3^{2-}), sendo a distribuição entre essas espécies governada pela concentração de íons hidrogênio ($[H^+]$).

Para viabilizar o cálculo do pH, as concentrações de bicarbonato e carbonato são expressas em função do *TIC* por meio das frações de distribuição α_1 e α_2 , dependentes de $[H^+]$ e das constantes de dissociação ácida K_1 e K_2 :

$$\alpha_1 = \frac{K_1[H^+]}{[H^+]^2 + K_1[H^+] + K_1K_2} \quad (36)$$

$$\alpha_2 = \frac{K_1K_2}{[H^+]^2 + K_1[H^+] + K_1K_2} \quad (37)$$

Substituindo essas frações na definição de alcalinidade, obtém-se a relação fundamental que governa o estado químico do sistema:

$$[ALK] = TIC \cdot (\alpha_1 + 2\alpha_2) + \frac{K_w}{[H^+]} - [H^+] \quad (38)$$

Embora a alcalinidade permaneça invariante, o pH do meio varia em resposta às alterações no *TIC*. O consumo de CO_2 pela fotossíntese reduz o *TIC*, deslocando o equilíbrio químico no sentido de menores concentrações de íons hidrogênio e, conseqüentemente, elevando o pH. De modo inverso, a injeção de CO_2 aumenta o *TIC*, promovendo a liberação de íons $[H^+]$ e a acidificação do meio. Dessa forma, o pH é determinado, em cada instante da simulação, a partir da concentração de íons hidrogênio que satisfaz a equação de equilíbrio de cargas.

3.6 Projeto do Sistema de Controle

O projeto do sistema de controle do fotobiorreator fundamenta-se na formulação matemática do processo em regime dinâmico. Essa formulação permite representar, de forma integrada, a interação entre a biomassa, o carbono inorgânico dissolvido e o pH do meio, fornecendo a base necessária para o desenvolvimento e a análise do sistema de controle.

A partir do modelo dinâmico obtido, o sistema é reformulado em representação de espaço de estados, a qual é particularmente adequada para a aplicação de técnicas modernas de controle e para a implementação computacional do problema. Essa abordagem possibilita a análise explícita do acoplamento entre as variáveis de estado e da influência da variável manipulada sobre a variável controlada.

As Figuras [17](#) [18](#) apresentam as arquiteturas de controle em malha fechada adotado

neste trabalho para a regulação do pH no fotobiorreator. O valor desejado corresponde ao *setpoint* de pH definido na simulação, que é continuamente comparado com o valor medido no sistema. O sensor representa o cálculo numérico do pH a partir do carbono inorgânico total (TIC) e da alcalinidade, obtido a cada passo de tempo e utilizado como variável de realimentação.

O controlador, implementado como um controle PI, recebe o erro entre o pH desejado e o pH medido e calcula a ação de controle, expressa pela pressão parcial de CO_2 aplicada ao sistema. Essa ação atua diretamente sobre o fotobiorreator, onde ocorrem os fenômenos biológicos e físico-químicos modelados, como o crescimento microalgal, a transferência de massa gás-líquido e os equilíbrios ácido-base.

A resposta do processo é novamente medida pelo sensor, fechando a malha de controle e permitindo avaliar, por meio da simulação numérica com integração de Runge-Kutta de quarta ordem, o desempenho do controlador e seus efeitos sobre a dinâmica do cultivo.

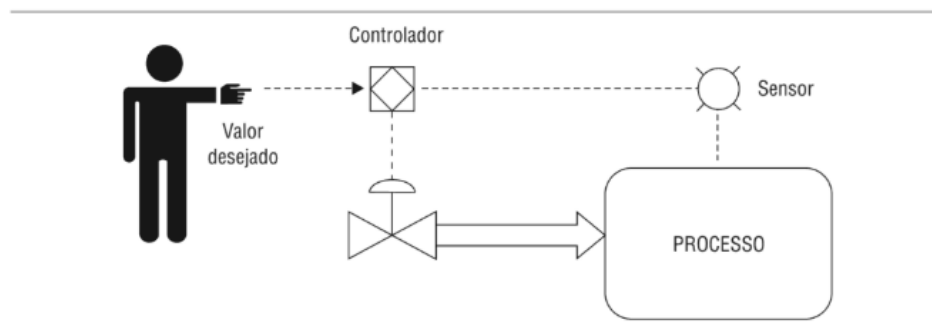


Figura 17: Esquema de um sistema em malha fechada.

Fonte: (CAMPOS; TEIXEIRA 2010)

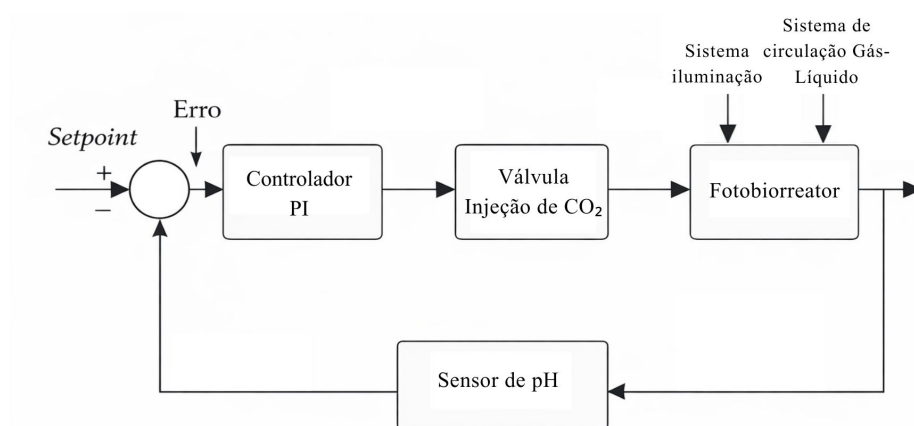


Figura 18: Diagrama do sistema em malha fechada.

Fonte: Elaboração própria.

3.6.1 Equações Diferenciais do Processo

A dinâmica do fotobiorreator é descrita por um conjunto de equações diferenciais ordinárias não lineares, que representam a evolução temporal das principais variáveis do sistema. A variação da concentração de biomassa microalgal é modelada por:

$$\frac{dX}{dt} = (\mu - k_d) X, \quad (39)$$

em que a taxa específica de crescimento μ incorpora os efeitos combinados dos fatores ambientais que limitam o crescimento microalgal, conforme estabelecido na modelagem cinética do processo.

A evolução temporal do carbono inorgânico total dissolvido no meio é descrita por

$$\frac{dTIC}{dt} = k_{La} (C_{CO_2}^{eq} - C_{CO_2}^{diss}) - \frac{\mu X}{Y_r}, \quad (40)$$

equação que expressa o balanço entre a transferência de dióxido de carbono da fase gasosa para a fase líquida e o consumo metabólico associado ao crescimento celular. Essas equações evidenciam o caráter não linear do sistema e o acoplamento direto entre a biomassa microalgal e a disponibilidade de carbono inorgânico.

3.6.2 Formulação em Espaço de Estados

Para fins de análise e projeto do sistema de controle, o modelo dinâmico é reformulado na representação em espaço de estados. De forma genérica, um sistema dinâmico contínuo pode ser descrito por

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)), \quad (41)$$

em que $\mathbf{x}(t)$ representa o vetor de estados do sistema e $\mathbf{u}(t)$ a variável de entrada ou variável manipulada.

No contexto deste trabalho, o vetor de estados é definido como

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X(t) \\ TIC(t) \end{bmatrix}, \quad (42)$$

sendo x_1 a concentração de biomassa microalgal e x_2 o carbono inorgânico total dissolvido no meio de cultivo.

A variável de entrada do sistema corresponde à pressão parcial de dióxido de carbono aplicada ao fotobiorreator,

$$\mathbf{u}(t) = P_{CO_2}(t), \quad (43)$$

a qual atua diretamente sobre a transferência de massa gás-líquido e, consequentemente, sobre a dinâmica do carbono inorgânico e do pH.

Dessa forma, as equações de estado podem ser escritas como

$$\dot{x}_1(t) = (\mu - k_d) x_1(t), \quad (44)$$

$$\dot{x}_2(t) = k_{La} (C_{CO_2}^{eq}(P_{CO_2}) - C_{CO_2}^{diss}(x_2, pH)) - \frac{\mu x_1}{Y_r}. \quad (45)$$

A Figura 19 apresenta um diagrama esquemático do sistema modelado, no qual a pressão parcial de CO_2 atua como variável de entrada, enquanto a biomassa (X) e o carbono inorgânico total ([TIC]) compõem o vetor de estados. O pH é definido como a variável de saída do sistema.

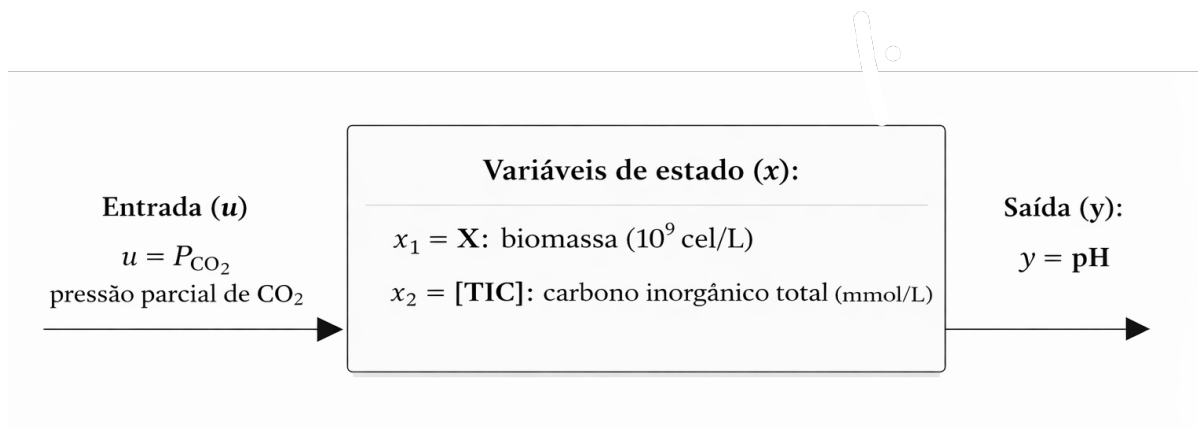


Figura 19: Diagrama do sistema dinâmico do fotobiorreator.

Fonte: Elaboração própria (2025)

3.6.3 Equação de Saída

A saída do sistema é definida como o pH do meio de cultivo, em conformidade com o objetivo principal do sistema de controle. Assim, a equação de saída é expressa por

$$y(t) = pH(t). \quad (46)$$

O pH não é tratado como uma variável de estado dinâmica independente, mas como uma variável algébrica determinada a partir do equilíbrio ácido-base do sistema carbonato, sob a hipótese de alcalinidade total constante. A relação implícita que governa o cálculo do pH pode ser escrita como

$$[ALK] - x_2(\alpha_1 + 2\alpha_2) - \frac{K_w}{[H^+]} + [H^+] = 0, \quad (47)$$

caracterizando o modelo global como um sistema diferencial–algébrico não linear.

3.6.4 Integração Numérica

O sistema dinâmico não linear que descreve o comportamento do fotobiorreator foi integrado numericamente por meio do método de Runge–Kutta de quarta ordem (RK4). O método de Runge–Kutta é provavelmente um dos esquemas numéricos mais difundidos para a obtenção de soluções aproximadas de problemas de valor inicial, sendo a formulação de quarta ordem uma das mais empregadas em aplicações de engenharia e ciências aplicadas (STERZA; BRANDI, 2016).

De modo geral, um método de Runge–Kutta pode ser expresso pela relação recursiva

$$y_{n+1} = y_n + h (\text{Inclinação}), \quad (48)$$

em que h representa o passo de integração e Inclinação corresponde a uma estimativa ponderada da derivada da solução no interior do subintervalo $[x_n, x_{n+1}]$. Essa estimativa é obtida por meio da avaliação da função diferencial em múltiplos pontos intermediários do intervalo considerado.

A ordem do método está diretamente associada ao número de pontos utilizados para determinar essa inclinação: métodos de segunda ordem utilizam duas avaliações da função, métodos de terceira ordem utilizam três pontos, e assim sucessivamente, resultando em maior acurácia conforme se aumenta a ordem do esquema numérico.

Considerando um passo de integração Δt , o método de Runge–Kutta de quarta ordem pode ser expresso genericamente por

$$\mathbf{k}_1 = \mathbf{f}(t_k, \mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k), \quad (49)$$

$$\mathbf{k}_2 = \mathbf{f}\left(t_k + \frac{\Delta t}{2}, \mathbf{x}_k + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{k}_1, \mathbf{u}_k\right), \quad (50)$$

$$\mathbf{k}_3 = \mathbf{f}\left(t_k + \frac{\Delta t}{2}, \mathbf{x}_k + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{k}_2, \mathbf{u}_k\right), \quad (51)$$

$$\mathbf{k}_4 = \mathbf{f}(t_k + \Delta t, \mathbf{x}_k + \Delta t \mathbf{k}_3, \mathbf{u}_k), \quad (52)$$

sendo a atualização do vetor de estados dada por

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \frac{\Delta t}{6} (\mathbf{k}_1 + 2\mathbf{k}_2 + 2\mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_4). \quad (53)$$

Nesse contexto, $\mathbf{x}$ representa o vetor de estados do processo, $\mathbf{u}$ o vetor de entradas manipuladas e $\mathbf{f}(\cdot)$ o campo vetorial associado ao modelo dinâmico do fotobiorreator.

3.6.5 Projeto do Controlador PI

O controle do pH no fotobiorreator é realizado por meio de um controlador proporcional–integral (PI), escolhido em função de sua simplicidade estrutural e robustez frente a incertezas paramétricas. Esse tipo de controlador mostra-se particularmente ade-

quando para sistemas nos quais a variável controlada apresenta dinâmica lenta e comportamento fortemente acoplado a variáveis internas do processo, como ocorre no cultivo microalgal, no qual o pH depende simultaneamente da transferência de massa gás-líquido, do equilíbrio químico do sistema carbonato e da assimilação de carbono pelas células.

O objetivo do sistema de controle é manter o pH do meio de cultivo próximo a um valor de referência pré-estabelecido, de modo a garantir condições favoráveis ao crescimento microalgal ao longo do tempo de operação. A variável manipulada é a pressão parcial de dióxido de carbono injetada no fotobiorreator, a qual atua indiretamente sobre o pH por meio da transferência de massa gás-líquido e do equilíbrio químico do sistema carbonato.

Considerando a definição da variável de saída como o pH do meio, o erro de controle é definido por

$$e(t) = pH_{\text{ref}} - pH(t), \quad (54)$$

em que pH_{ref} representa o valor de referência desejado (*setpoint*) para o processo e $pH(t)$ corresponde ao valor instantâneo do pH medido no fotobiorreator no instante t .

A lei de controle proporcional-integral é expressa, de forma contínua, por

$$u(t) = u_0 - \left[K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau \right], \quad (55)$$

na qual $u(t)$ corresponde à variável manipulada, K_p e K_i são, respectivamente, os ganhos proporcional e integral do controlador, e u_0 representa o valor nominal da entrada em regime estacionário, correspondente à pressão parcial atmosférica de dióxido de carbono.

A presença do termo integral permite a eliminação do erro em regime permanente, compensando perturbações externas e incertezas associadas à modelagem do processo. Dessa forma, o controlador PI contribui para a manutenção do pH em torno do valor de referência, mesmo diante da natureza não linear e fortemente acoplada do sistema dinâmico.

3.6.5.1 Sintonia do Controlador pelo Método de Ziegler-Nichols

A determinação dos parâmetros K_p e K_i do controlador foi realizada com base no método clássico de Ziegler-Nichols em malha fechada (FERMINO et al., 2014), amplamente empregado para a obtenção de valores iniciais de sintonia em sistemas dinâmicos. Esse procedimento baseia-se na observação da resposta do processo em regime de realimentação, dispensando a identificação explícita de um modelo linear equivalente da planta.

Na aplicação do método, as ações integral e derivativa do controlador são inicialmente anuladas, mantendo-se apenas a ação proporcional. O ganho proporcional é então

aumentado gradativamente até que a variável controlada apresente oscilações sustentadas, caracterizadas por amplitude aproximadamente constante. O valor do ganho responsável por esse comportamento limite é denominado ganho crítico K_u , enquanto o período das oscilações é definido como período crítico T_u .

Uma vez obtidos esses parâmetros, os ganhos do controlador PI são calculados por meio das correlações empíricas propostas por Ziegler e Nichols, dadas por

$$K_p = 0,45 K_u, \quad (56)$$

$$T_i = \frac{T_u}{1,2}, \quad (57)$$

sendo o ganho integral definido como

$$K_i = \frac{K_p}{T_i}. \quad (58)$$

A Tabela 4 apresenta as regras clássicas do método de Ziegler–Nichols para a sintonia em malha fechada.

Tabela 4: Regras de sintonia de Ziegler–Nichols em malha fechada.

Fonte: Adaptado de (FERMINO et al., 2014).

Controlador	K_p	T_i	T_d
P	$0,5K_u$	–	–
PI	$0,45K_u$	$T_u/1,2$	–
PID	$0,6K_u$	$T_u/2$	$T_u/8$

No presente trabalho, o método foi aplicado ao sistema de controle do pH do fotobiorreator por meio de simulações numéricas do modelo dinâmico completo. Inicialmente, a malha de controle foi operada apenas com ação proporcional, aumentando-se progressivamente o valor do ganho até a obtenção de oscilações sustentadas na resposta do pH. A partir desse ensaio numérico foram estimados os valores do ganho crítico K_u e do período crítico T_u , utilizados no cálculo inicial dos ganhos do controlador PI.

Os parâmetros obtidos foram posteriormente refinados por meio de novas simulações em malha fechada, visando reduzir o sobressinal e limitar variações excessivas na variável manipulada, respeitando as restrições físicas impostas ao processo. Como resultado final do procedimento de sintonia, foram adotados os ganhos

$$K_p = 0,083, \quad K_i = 0,051, \quad (59)$$

os quais proporcionaram desempenho satisfatório na manutenção do pH próximo ao valor de referência ao longo do horizonte de simulação.

Adicionalmente, foram implementados mecanismos de saturação na variável manipulada, impedindo valores negativos da pressão parcial de dióxido de carbono, bem como

uma estratégia simples de *anti-windup*, na qual o termo integral é atualizado apenas quando a ação de controle permanece dentro dos limites físicos admissíveis, aumentando a robustez do controlador frente às não linearidades do processo.

3.6.5.2 Saturação do Atuador e Estratégia de Anti-Windup

A injeção de dióxido de carbono no fotobiorreator constitui a variável manipulada do sistema de controle de pH, sendo fisicamente limitada pela capacidade da válvula de dosagem e por critérios operacionais de segurança microbiológica e estrutural do reator. Dessa forma, a ação de controle foi restringida a um intervalo admissível de pressão parcial,

$$0 \leq P_{\text{CO}_2}(t) \leq P_{\text{max}}, \quad P_{\text{max}} = 0,05 \text{ atm}, \quad (60)$$

correspondente a uma fração volumétrica máxima de aproximadamente 5% de CO_2 no gás de alimentação. Tal limitação previne acidificações abruptas do meio de cultivo, que poderiam comprometer a viabilidade celular (ABU-REESH, 2025).

O controlador proporcional–integral calcula inicialmente uma ação não limitada,

$$u(t) = P_{\text{atm}} - \left[K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau \right], \quad (61)$$

em que $e(t) = pH_{\text{ref}} - pH(t)$ representa o erro de rastreamento. Em seguida, essa ação é submetida à saturação do atuador,

$$P_{\text{CO}_2}(t) = \begin{cases} 0, & u_{\text{calc}}(t) < 0, \\ P_{\text{max}}, & u_{\text{calc}}(t) > P_{\text{max}}, \\ u_{\text{calc}}(t), & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (62)$$

A presença dessa não linearidade pode levar ao fenômeno de *integral windup*, no qual o termo integral continua a crescer mesmo quando o atuador se encontra saturado, resultando em sobre-elevação e aumento do tempo de acomodação após a saída da saturação. Para mitigar esse efeito, adotou-se uma estratégia de *anti-windup* na qual a atualização do termo integral é suspensa sempre que a ação de controle calculada ultrapassa os limites físicos,

$$\frac{d}{dt} \left(\int e(t) dt \right) = 0, \quad \text{se } u_{\text{calc}}(t) \notin (0, P_{\text{max}}). \quad (63)$$

A integração é retomada apenas quando

$$0 < u_{\text{calc}}(t) < P_{\text{max}}. \quad (64)$$

Dessa forma, a ação integral passa a representar somente erros que podem ser efetivamente compensados pelo atuador, reduzindo oscilações no pH e melhorando a resposta transitória do sistema. Além disso, a inclusão dessas restrições torna o modelo computacional mais consistente com condições reais de operação, aspecto essencial para a aplicação futura do simulador em sistemas de monitoramento em tempo real e em arquiteturas de gêmeo digital do processo.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos a partir dos testes numéricos realizados com o modelo matemático do fotobiorreator, implementado em ambiente computacional utilizando a linguagem *Python*, bem como dos ensaios conduzidos em ambiente instrumentado em tempo real para avaliação da estratégia de controle proposta. As simulações foram desenvolvidas com o auxílio das bibliotecas *NumPy*, para manipulação numérica e vetorial, *SciPy*, empregada na resolução de sistemas não lineares e equações algébricas associadas ao equilíbrio químico, e *Matplotlib*, utilizada para a geração e análise gráfica dos resultados.

A simulação do modelo e da estratégia de controle foi conduzida por meio de duas abordagens complementares: (i) um ambiente de simulação numérica desenvolvido para reproduzir a dinâmica acoplada do crescimento microalgal, da transferência de massa gás-líquido, do balanço de carbono inorgânico total (TIC) e do equilíbrio químico responsável pela determinação do pH; e (ii) uma plataforma experimental em tempo real baseada em aquisição de dados via protocolo MQTT e atuação automática sobre a injeção de CO₂, na qual não foi empregado o cultivo da microalga *Chlorella vulgaris*, sendo os ensaios destinados principalmente à verificação da dinâmica do sistema de injeção gasosa e da modelagem baseada no equilíbrio químico entre o carbono inorgânico total (TIC) e o pH. Ambas as implementações empregaram os mesmos parâmetros cinéticos, físico-químicos e de controle, de modo a permitir uma comparação direta entre os comportamentos previstos pelo modelo e aqueles observados no sistema instrumentado.

Como etapa inicial da análise, procedeu-se à sintonia dos ganhos do controlador proporcional-integral (PI) por meio do método clássico de Ziegler-Nichols baseado na oscilação sustentada em malha fechada. Essa etapa teve como objetivo estabelecer valores iniciais consistentes para os parâmetros do controlador, assegurando estabilidade e rapidez na resposta dinâmica do pH antes da realização dos estudos de desempenho em regime transiente e permanente. A partir dessa sintonia preliminar, foram conduzidos testes adicionais considerando diferentes condições iniciais de pH, de modo a investigar a robustez do sistema de controle frente a perturbações e desvios em relação ao ponto de operação desejado.

Em seguida, foram realizadas simulações em dois cenários distintos quanto à iluminação: inicialmente, considerou-se um regime sem variação periódica de luz, com taxa de crescimento microalgal constante ao longo do tempo, a fim de isolar os efeitos da ação de controle sobre a dinâmica ácido–base do sistema; posteriormente, introduziu-se explicitamente o ciclo claro–escuro de 12 horas, característico da operação real do fotobiorreator, permitindo avaliar a influência das flutuações metabólicas associadas à fotossíntese sobre o comportamento do pH e sobre o desempenho do controlador PI.

As simulações e os testes experimentais tiveram como objetivo avaliar o comportamento dinâmico do sistema frente à aplicação da estratégia de controle proporcional–integral para a regulação do pH, bem como analisar os efeitos dessa estratégia sobre o crescimento microalgal e a dinâmica do carbono inorgânico total (TIC).

Os testes numéricos foram conduzidos considerando um fotobiorreator operando em regime batelada, com parâmetros físico–químicos e biológicos representativos do cultivo da microalga *Chlorella vulgaris*. O modelo contempla fenômenos de crescimento celular, transferência de massa gás–líquido, equilíbrio ácido–base do sistema carbonato e variações periódicas de iluminação, reproduzindo ciclos claro–escuro de 12 horas.

A integração numérica das equações diferenciais ordinárias foi realizada por meio do método de Runge–Kutta de quarta ordem (RK4), adotando um horizonte de simulação de 144 horas, com um passo de tempo aproximado de 0,025 h. Esse método foi selecionado para a resolução de sistemas de equações diferenciais ordinárias acopladas, assegurando a convergência numérica das variáveis de estado, em especial a concentração de biomassa (X) e o carbono inorgânico total (TIC).

As condições iniciais do sistema foram definidas com concentração inicial de biomassa igual a $0,1 \times 10^9$ células·L⁻¹ e pH inicial de 6,5, valor inferior ao ponto de operação estabelecido para o controlador, permitindo avaliar a resposta transitória do sistema e a capacidade de correção do pH por meio da injeção controlada de CO₂.

4.1 Sintonia do Controlador PI pelo Método de Ziegler–Nichols

A sintonia inicial do controlador PI foi realizada por meio do método da sensibilidade limite de Ziegler–Nichols, baseado na análise da resposta do sistema em malha fechada sob ação puramente proporcional. Nesse procedimento, o ganho proporcional é progressivamente aumentado até que o sistema apresente oscilações sustentadas, caracterizando a condição de estabilidade marginal. O valor correspondente define o ganho crítico K_u , enquanto o período dessas oscilações define o período crítico T_u .

A partir dos ensaios conduzidos no ambiente de simulação, foram obtidos:

$$K_u \approx 0,184, \quad T_u \approx 1,95 \text{ h.} \quad (65)$$

De acordo com as regras clássicas de projeto para um controlador PI, os parâmetros são calculados como:

$$K_p = 0,45 K_u, \quad T_i = \frac{T_u}{1,2}, \quad K_i = \frac{K_p}{T_i}. \quad (66)$$

Substituindo explicitamente os valores numéricos obtidos experimentalmente, tem-se:

$$K_p = 0,45 \times 0,184 = 0,083, \quad (67)$$

$$T_i = \frac{1,95}{1,2} = 1,627 \text{ h}, \quad (68)$$

$$K_i = \frac{0,083}{1,627} \approx 0,051. \quad (69)$$

Esses valores foram utilizados como ganhos iniciais do controlador nos estudos subsequentes de desempenho dinâmico e análise de robustez.

4.1.0.1 Resposta Dinâmica para Diferentes Condições Iniciais de pH

A Figura 21 apresenta a evolução temporal do pH para diferentes condições iniciais, variando entre valores fortemente ácidos e alcalinos (pH inicial entre 5 e 10), mantendo-se fixo o valor de referência em $pH = 7,5$. Observa-se que todas as trajetórias convergem para o *setpoint*, evidenciando estabilidade assintótica global do sistema em malha fechada.

A simulação foi conduzida utilizando os ganhos do controlador obtidos por meio do método de Ziegler–Nichols, os quais garantiram a convergência do pH para o valor de referência (7,5) em todas as condições iniciais avaliadas. Entretanto, observou-se uma assimetria nas trajetórias de resposta do sistema, associada tanto à natureza não linear do equilíbrio químico quanto às limitações físicas do atuador.

Para condições iniciais alcalinas ($pH = 8, 9$ e 10), o erro inicial é negativo, induzindo

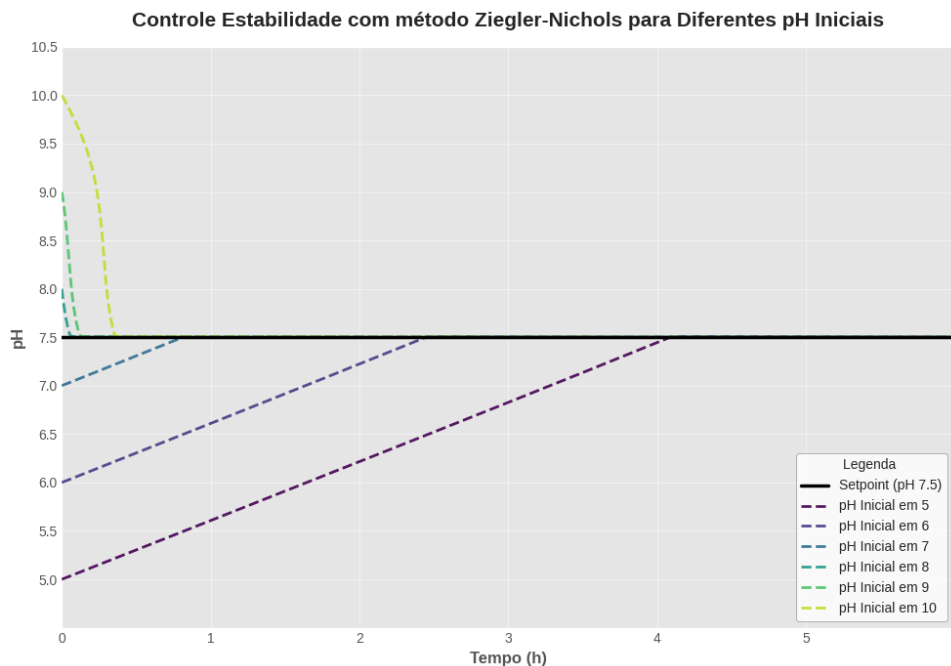


Figura 20: Resposta dinâmica do pH para diferentes condições iniciais utilizando controlador PI sintonizado pelo método de Ziegler–Nichols.

o controlador a aumentar a pressão parcial de injeção de CO_2 . Esse fluxo gasoso promove uma acidificação rápida do meio, resultando em uma elevada taxa de variação temporal do pH (dpH/dt).

Em contrapartida, para valores iniciais ácidos ($pH = 5$ e 6), a estratégia de controle atinge o seu limite inferior ($P_{\text{CO}_2} = 0$), uma vez que o sistema não dispõe de um agente alcalino para atuação direta. Assim, a recuperação do pH passa a ser governada por processos naturalmente mais lentos, como a transferência de massa gasosa com a atmosfera e a assimilação de carbono inorgânico pela atividade metabólica das microalgas. Essa diferença entre a injeção mecânica de gás e os mecanismos naturais de remoção de acidez explica o comportamento mais lento observado nas curvas inferiores do gráfico.

4.2 Regime sem Alternância de Iluminação: Análise Dinâmica e Desempenho do Controle

A simulação do fotobiorreator sob regime de irradiância constante (144 h) permitiu validar a estabilidade do modelo bioquímico e a robustez do controle de pH. Observou-se que biomassa apresentou um crescimento persistente, convergindo para um estado estacionário à medida que o sistema atinge sua capacidade limite, decorrente das limitações cinéticas por f_{luz} , f_{TIC} e f_{pH} .

A concentração de Carbono Inorgânico Total (TIC) exibiu uma oscilação inicial brusca, atingindo o equilíbrio estabilizando-se em 2,65 mmol/L, assim que a injeção de CO_2 compensou a demanda metabólica das microalgas. O controlador PI, equipado com estratégia *anti-windup* por limitação condicional da integral, demonstrou alta eficiência ao mitigar o *overshoot* de pH nas horas iniciais, convergindo rapidamente para o *setpoint* de 7,5.

A ação de controle estabilizou-se em uma mistura gasosa com concentração de aproximadamente 1,2% de CO_2 (0,012 atm). Diferente de estratégias *on-off*, o controlador estabeleceu uma injeção contínua e modulada, sustentando o equilíbrio dinâmico entre o suprimento de carbono e a demanda metabólica da cultura.

Tabela 5: Parâmetros operacionais, geométricos e de controle utilizados na simulação.

Fonte: Adaptado de (TEBBANI et al., 2014a)

Símbolo	Descrição	Unidades	Valor
V	Volume de líquido no reator	L	9,6
A_r	Área iluminada	m^2	0,31
t_{sim}	Tempo total de simulação	h	144
K_p	Ganho proporcional do controlador PI	[—]	0,083
K_i	Ganho integral do controlador PI	h^{-1}	0,051

Iluminação Constante e Controle PI

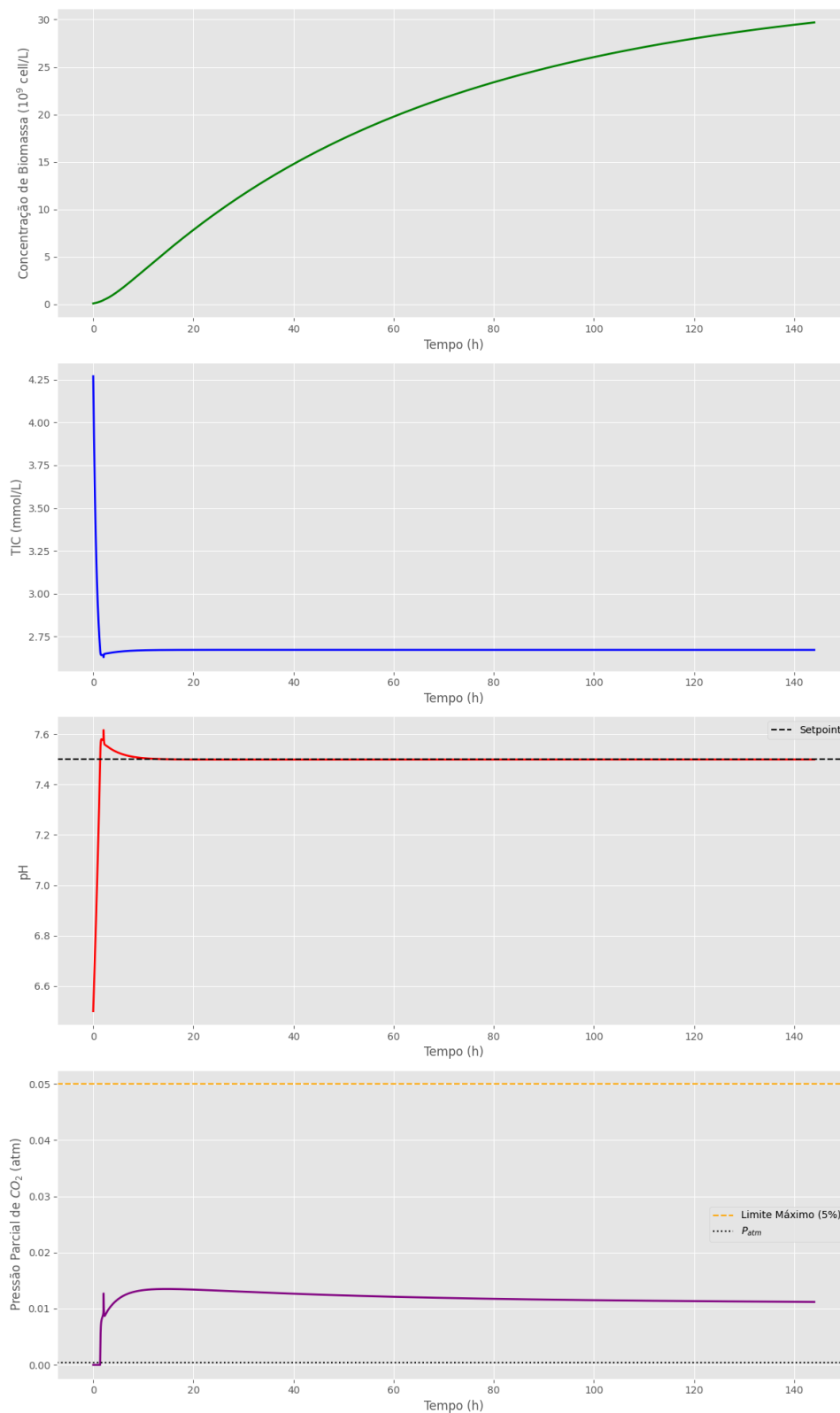


Figura 21: Dinâmica temporal do fotobiorreator sob iluminação constante e controle PI.

Fonte: Elaboração própria.

4.3 Simulação em Regime de Ciclo Circadiano (Claro/Escuro)

Nesta etapa, o modelo foi submetido a uma variação temporal da irradiância para representar o ciclo dia/noite, alternando 12 horas de iluminação constante ($I_{in} = 100 \mu\text{mol m}^{-2}\text{s}^{-1}$) com 12 horas de obscuridade total. Diferentemente do regime estacionário anterior, este cenário introduz perturbações cíclicas na dinâmica do carbono inorgânico e no equilíbrio ácido-base do meio. A simulação foi realizada utilizando os dados de parâmetros apresentados na Tabela 5 (TEBBANI et al., 2014a), mantendo as condições iniciais de biomassa e pH, e considerando o controle PI do pH com *anti-windup*.

O modelo integra a dinâmica de crescimento da biomassa de *Chlorella vulgaris*, o balanço de carbono inorgânico total (TIC), e o controle de pH via controlador proporcional-integral (PI), utilizando integração numérica pelo método de Runge-Kutta de quarta ordem (RK4).

4.3.1 Crescimento da Biomassa

O crescimento da biomassa (X) apresenta forte dependência da disponibilidade de luz, aumentando rapidamente durante os períodos diurnos e estabilizando parcialmente durante os períodos noturnos. Esta variação é modelada pela taxa de crescimento μ :

$$\mu = \mu_{\max} \cdot f_{\text{luz}} \cdot f_{\text{TIC}} \cdot f_{\text{pH}} \quad (70)$$

em que f_{luz} considera a irradiância incidente e o autossombreamento, f_{TIC} reflete a disponibilidade de carbono inorgânico total e f_{pH} representa a influência do pH sobre o crescimento. O gráfico correspondente (Figura 22) evidencia que a biomassa cresce de forma quase exponencial durante o dia, enquanto nos períodos de noite a taxa de crescimento é significativamente reduzida, em função da ausência de luz.

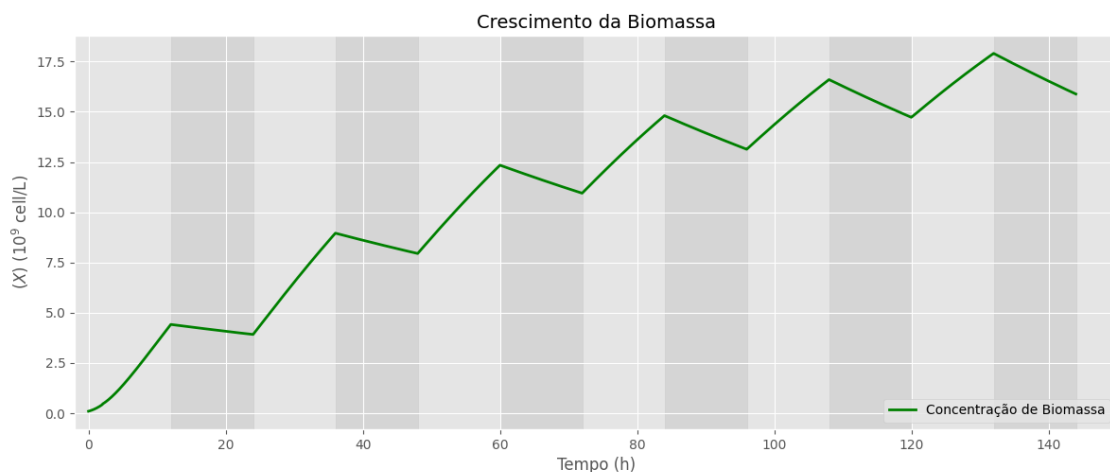


Figura 22: Crescimento da biomassa em regime claro/escuro.

Fonte: Elaboração própria.

4.3.2 Carbono Inorgânico Total (TIC)

A evolução do Carbono Inorgânico Total (TIC) na simulação reflete o equilíbrio dinâmico entre o suprimento físico-químico e a demanda biológica. O TIC, que corresponde à soma das espécies dissolvidas de carbono (CO_2 , HCO_3^- e CO_3^{2-}), constitui a principal fonte de substrato para a fotossíntese da microalga *Chlorella vulgaris*. Observa-se que, inicialmente, o TIC apresenta um patamar elevado, em torno de 4,25 mmol/L, seguido por uma queda acentuada nas primeiras horas de cultivo. Esse comportamento transitente deve-se ao início súbito da fotossíntese, que consome o carbono dissolvido em uma taxa superior à capacidade de transferência de CO_2 do sistema. Após esse período, o TIC estabiliza-se em uma faixa entre 2,6 e 2,7 mmol/L, indicando que o controlador implementado estabelece um fluxo de injeção de CO_2 capaz de compensar exatamente o consumo celular.

A influência do ciclo circadiano também é evidente. Durante os períodos noturnos, representados graficamente por faixas cinzas, observa-se um leve aumento na concentração de TIC. Na ausência de luz, o consumo por fotossíntese é interrompido, e a respiração celular passa a liberar CO_2 metabólico no meio, aumentando a disponibilidade de carbono inorgânico. O gráfico da Figura 23 evidencia pequenas variações no TIC, moduladas pelo fotoperíodo.

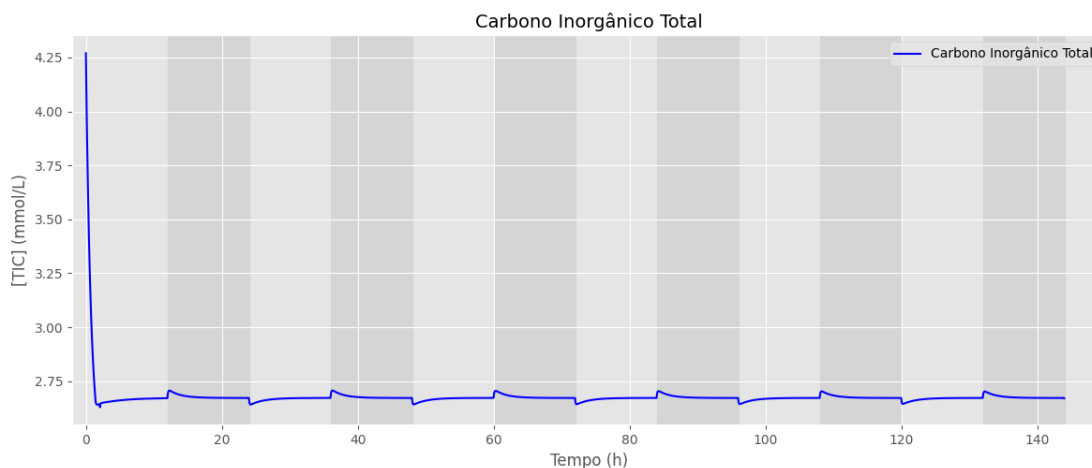


Figura 23: Concentração de $[TIC]$ ao longo do ciclo circadiano.

Fonte: Elaboração própria.

4.3.3 Controle de pH

O pH constitui a variável central de controle do processo, sendo determinado implicitamente pelo modelo por meio do balanço de alcalinidade (VALDÉS et al., 2012). A robustez da simulação decorre da capacidade de calcular o pH a partir das variações do TIC. Para tanto, o modelo utiliza uma alcalinidade fixa e resolve a equação de eletroneutralidade para determinar a concentração de íons H^+ a cada passo de tempo, por meio da integração numérica RK4. Esse ajuste permite que pequenas flutuações de TIC sejam

convertidas em variações de pH com alta sensibilidade, possibilitando que o controlador PI reaja rapidamente a desvios mínimos.

Os resultados indicam que, após o ajuste inicial a partir de $pH_0 = 6,5$, a variável converge rapidamente para o *setpoint* de 7,5. Durante os ciclos de claro-escuro, o pH apresenta pequenas oscilações: ele aumenta ao amanhecer devido ao consumo de CO_2 na fotossíntese e diminui ao anoitecer em função da respiração celular, demonstrando que o controlador mantém o pH próximo do valor desejado durante o período luminoso, fase crítica para a produtividade.

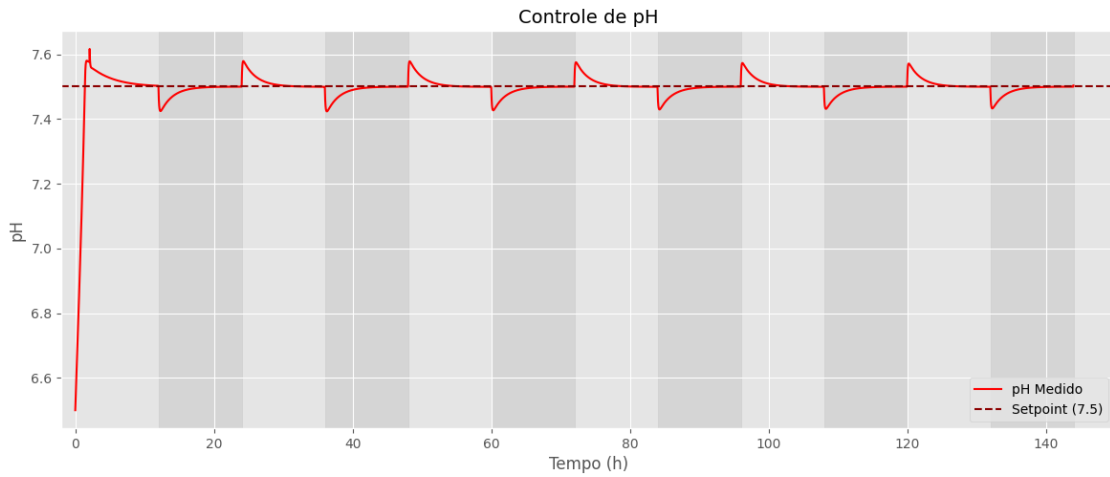


Figura 24: Controle de pH em regime circadiano, destacando a ação do controlador PI.

Fonte: *Elaboração própria.*

4.3.4 Ação do Controlador PI

A influência da ação de controle sobre a dinâmica do carbono inorgânico total é descrita pelo balanço

$$\dot{x}_2(t) = k_{La}(C_{CO_2}^{eq}(P_{CO_2}) - C_{CO_2}^{diss}(x_2, pH)) - \frac{\mu x_1}{Y_r}. \quad (71)$$

A evolução da variável manipulada $u(t)$, correspondente à pressão parcial de injeção de CO_2 (P_{CO_2}), é apresentada em função do tempo de cultivo. Observa-se que a ação de controle é restringida ao domínio de 0% a 5% de CO_2 (0 a 0,05 atm), conforme indicado pela linha tracejada superior, visando garantir a segurança biológica e evitar a inibição do crescimento microalgal por acidificação excessiva do meio.

Durante as fases diurnas (áreas claras), o controlador eleva a injeção gasosa para patamares próximos a 1,3% de CO_2 ($\approx 0,013$ atm), de modo a compensar o consumo fotossintético de carbono pela *Chlorella vulgaris* e manter o pH estável no *setpoint* de 7,5.

Nas fases noturnas (áreas sombreadas), com a interrupção da fotossíntese ($\mu \approx 0$), o controlador reduz sua atuação para um nível de manutenção da ordem de 0,5% de CO_2 ($\approx 0,005$ atm). Esse valor permanece superior à pressão atmosférica ($\approx 4 \times 10^{-4}$ atm),

para compensar a perda de carbono para a atmosfera e manter o pH estável durante todo o cultivo.

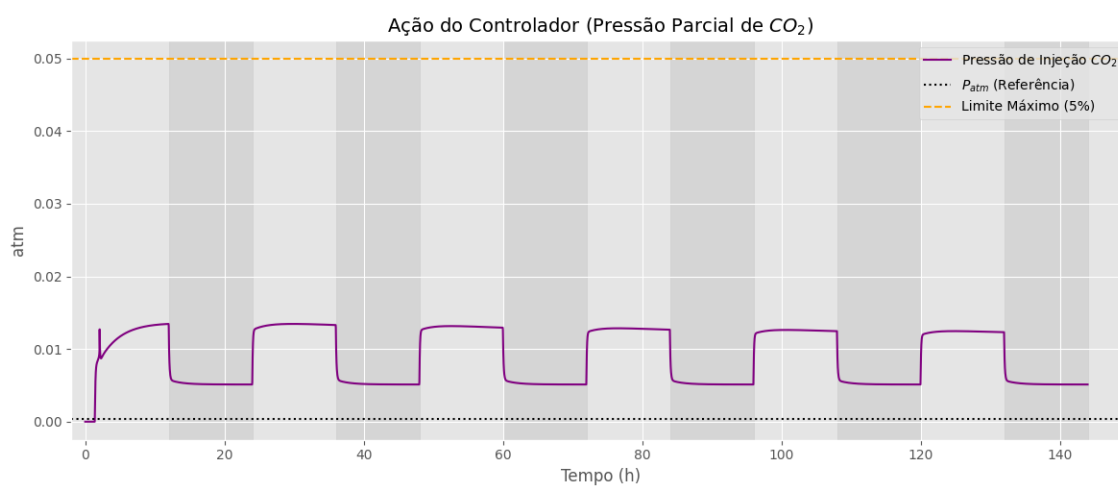


Figura 25: Perfil Temporal da Ação do Controlador PI para Regulação de pH.

Fonte: Elaboração própria.

4.4 Ensaios experimentais em ambiente real

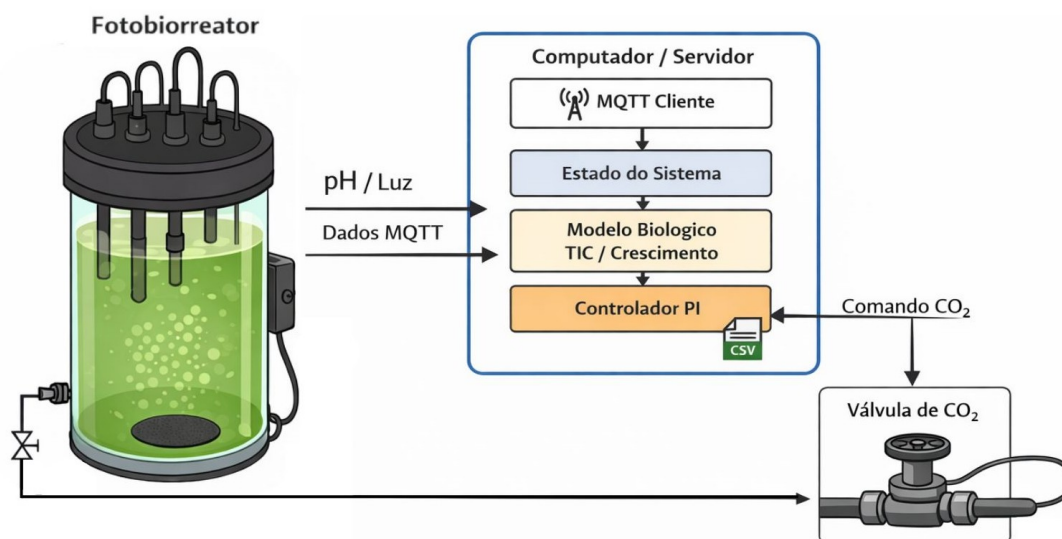


Figura 26: Diagrama do monitoramento em tempo real e validação de modelo biológico em fotobiorreator.

Fonte: Elaboração própria.

Foram realizados ensaios experimentais em ambiente real, em fase inicial de validação, com o objetivo de validar a estratégia de controle e a formulação matemática desenvolvidas a partir da modelagem e do projeto do sistema. Esses testes trouxeram contribuições relevantes para o trabalho, ao permitir a verificação prática do desempenho do controlador no fotobiorreator.

Para esse fim, foram utilizados sensores para a aquisição das variáveis do processo, cujos dados foram transmitidos em tempo real por meio do protocolo MQTT para a plataforma de supervisão e controle. Essa comunicação possibilitou o processamento imediato das medições e a atuação automática sobre o sistema, por meio da injeção controlada de CO_2 .

A estrutura computacional empregada manteve a mesma base conceitual utilizada nas simulações, contemplando: (i) a modelagem da dinâmica de crescimento microalgal por meio de uma equação diferencial para a biomassa, cuja taxa específica depende da disponibilidade luminosa, do pH e do carbono inorgânico total; (ii) a estimação algébrica do TIC a partir das equações de equilíbrio ácido-base do sistema carbonato, considerando-se alcalinidade total constante durante os ensaios; e (iii) a aplicação de um controlador proporcional-integral para regulação do pH via injeção de CO_2 .

Ressalta-se ainda que, como os dados experimentais não correspondem ao cultivo da espécie *Chlorella vulgaris* e que os parâmetros do modelo biológico utilizados nas simulações computacionais não foram identificados a partir dos ensaios em ambiente real, podem existir discrepâncias quantitativas entre os resultados simulados e experimentais.

Essas diferenças decorrem, principalmente, das particularidades do sistema físico empregado, da espécie microalgal presente no reator e das condições operacionais durante os testes.

Apesar disso, os experimentos cumpriram seu propósito principal de avaliar a estratégia de injeção de CO_2 , a coerência da modelagem química associada ao sistema carbonato e o comportamento dinâmico do controlador de pH em fotobiorreator piloto.

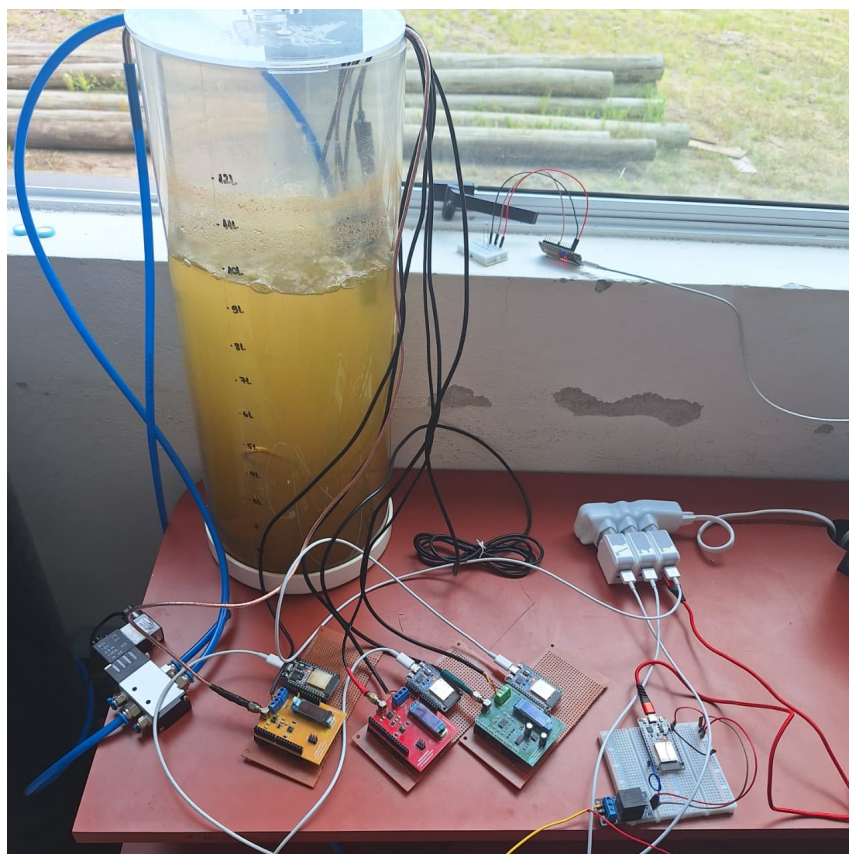


Figura 27: Fotobiorreator instrumentado com sensores.

Fonte: Elaboração própria.

O fotobiorreator foi instrumentado com sensores de pH e de irradiância fotossinteticamente ativa (Figura 27), cujos sinais eram transmitidos continuamente por meio de tópicos MQTT dedicados. Em cada novo pacote de dados recebido, o valor medido de pH era comparado ao ponto de operação especificado, e o erro resultante alimentava o controlador PI, responsável por calcular a ação de controle associada à abertura da válvula de injeção de CO_2 . Paralelamente, o carbono inorgânico total era estimado a partir das constantes de dissociação do ácido carbônico e do balanço de alcalinidade do sistema, permitindo analisar em tempo real a evolução química do meio e a coerência das respostas obtidas frente às perturbações impostas pela atuação do controlador.

Nas Figuras 28, 29, 30 e 31 são apresentados os perfis temporais, medidos em alguns horários do dia, de biomassa estimada, intensidade de luz, TIC, pH e do sinal de controle da válvula de CO_2 .

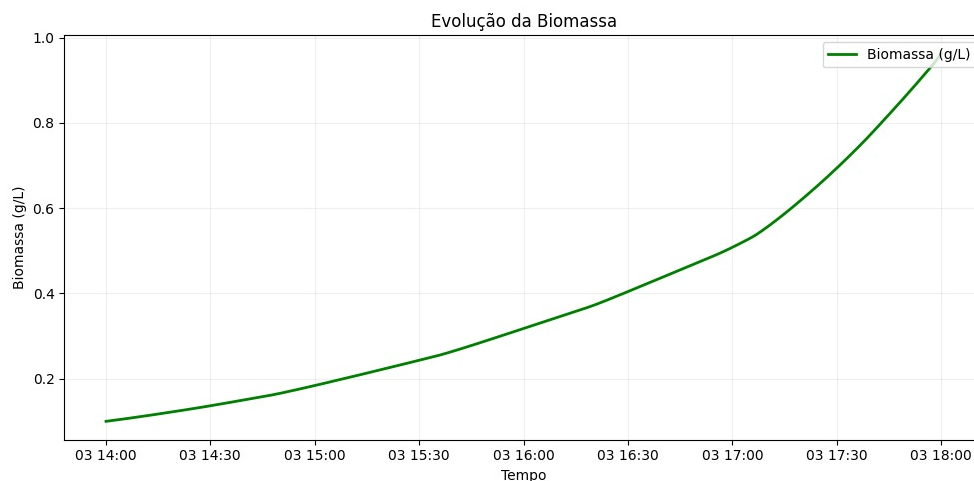


Figura 28: Evolução temporal da biomassa microalgal durante o período diurno simulado no fotobiorreator.

Fonte: Elaboração própria.

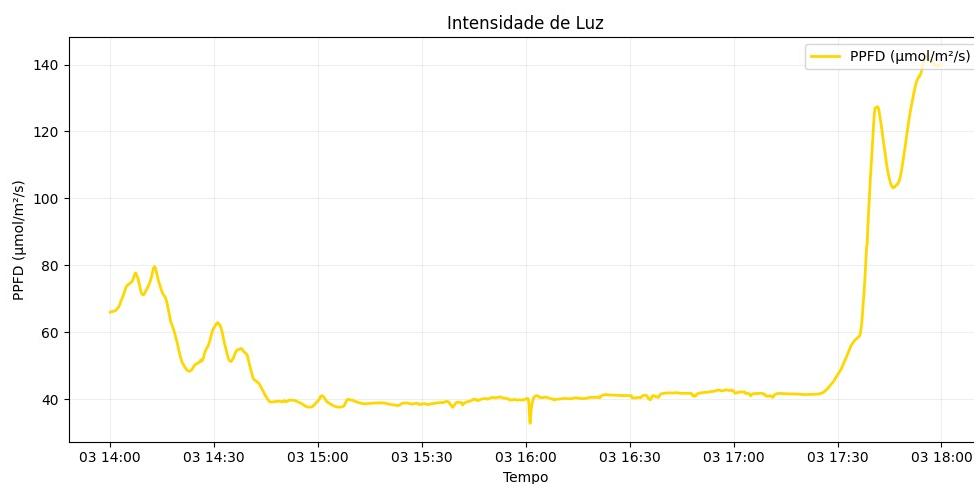


Figura 29: Perfil da intensidade luminosa incidente ao longo do período diurno considerado na simulação.

Fonte: Elaboração própria.

Durante o período diurno simulado, observou-se crescimento contínuo da biomassa microalgal. Esse comportamento reflete a influência direta da disponibilidade luminosa sobre a taxa específica de crescimento, uma vez que a intensidade de luz fotossinteticamente ativa apresentou variações ao longo do tempo, com níveis moderados durante a maior parte do período e um aumento mais pronunciado nas horas finais, favorecendo a aceleração do crescimento celular.

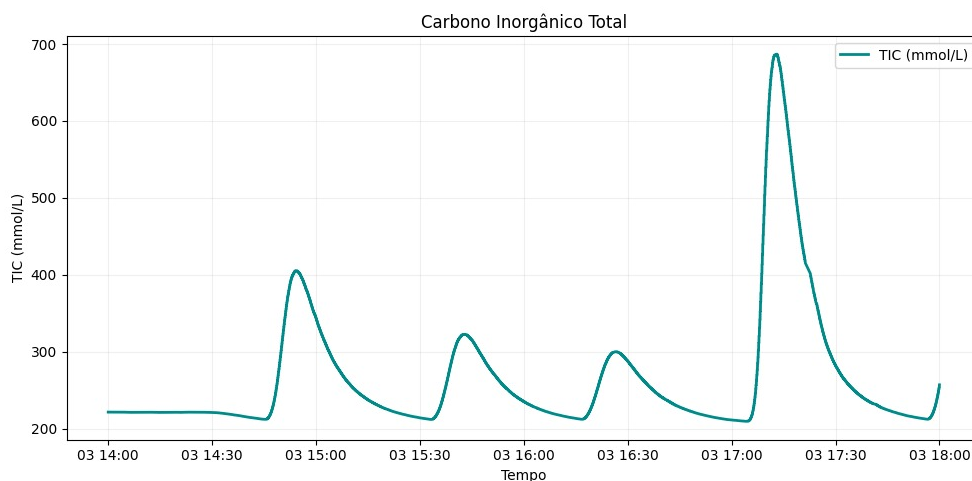


Figura 30: Evolução do carbono inorgânico total (TIC) ao longo do período diurno simulado, destacando os aumentos associados às injeções de CO_2 e o consumo subsequente pelo crescimento microalgal.

Fonte: Elaboração própria.

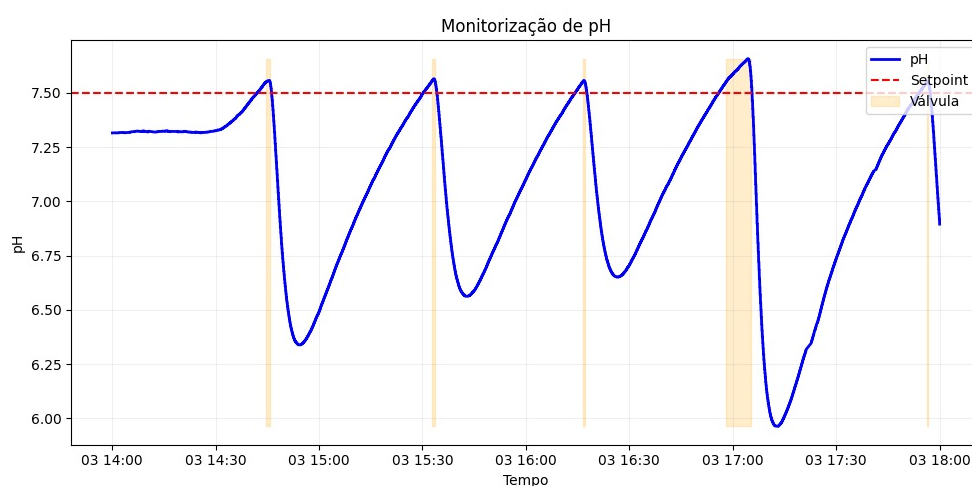


Figura 31: Comportamento temporal do pH no fotobiorreator durante o período diurno, evidenciando a atuação do controlador por injeção de CO_2 .

Fonte: Elaboração própria.

A dinâmica do pH evidencia a atuação do sistema de controle por injeção de CO_2 . Sempre que o pH se aproximou ou ultrapassou o valor de referência estabelecido, a válvula de injeção foi acionada, provocando reduções abruptas do pH associadas ao aumento da concentração de carbono dissolvido no meio. Em seguida, observa-se uma recuperação gradual do pH, resultante do consumo de carbono inorgânico pela fotossíntese e dos processos de equilíbrio químico do sistema carbonato.

Em contrapartida ao comportamento observado durante o período diurno, a operação noturna do fotobiorreator é marcada pela interrupção da fotossíntese devido à ausência de luz, o que se reflete diretamente na dinâmica da biomassa, do carbono inorgânico total e

do pH do meio. Nessas condições, a concentração celular deixa de crescer e passa a diminuir de forma gradual ao longo do tempo, em razão do consumo das reservas energéticas pelas microalgas por meio da respiração celular.

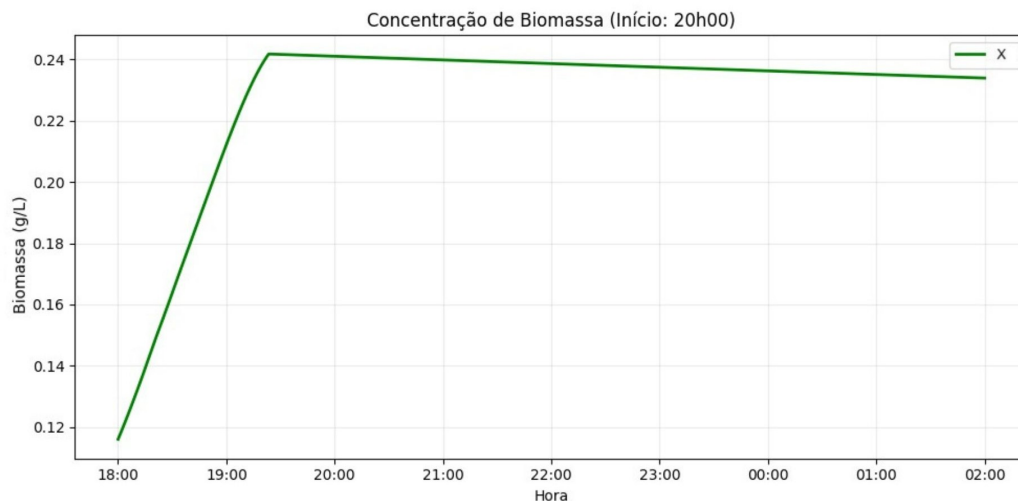


Figura 32: Evolução da concentração de biomassa no período noturno.

Fonte: Elaboração própria.

A intensidade luminosa, por sua vez, cai rapidamente com o fim da fase clara e permanece nula durante todo o período noturno, eliminando a principal fonte de energia para a assimilação de carbono.

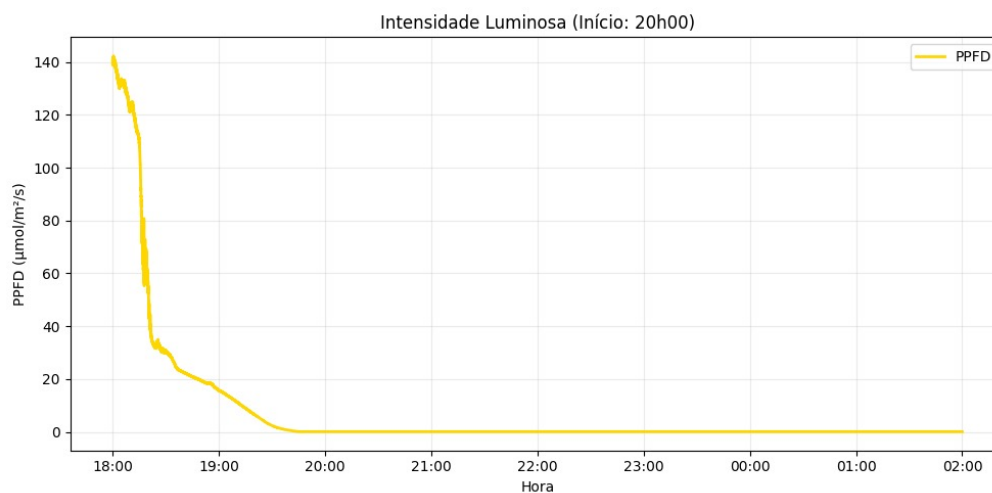


Figura 33: Intensidade luminosa no período noturno.

Fonte: Elaboração própria.

Do ponto de vista químico e do controle, o carbono inorgânico total passa a apresentar oscilações associadas às injeções de CO_2 . Entre essas adições, observa-se redução da concentração de carbono dissolvido por efeito do equilíbrio químico e da perda de gás. Ao mesmo tempo, o pH tende a aumentar ao longo da noite, exigindo a atuação frequente

do controlador para manter as condições desejadas. Cada injeção provoca quedas rápidas no pH, seguidas por recuperação gradual, formando ciclos repetidos de correção, o que evidencia a diferença entre os regimes diurno e noturno.

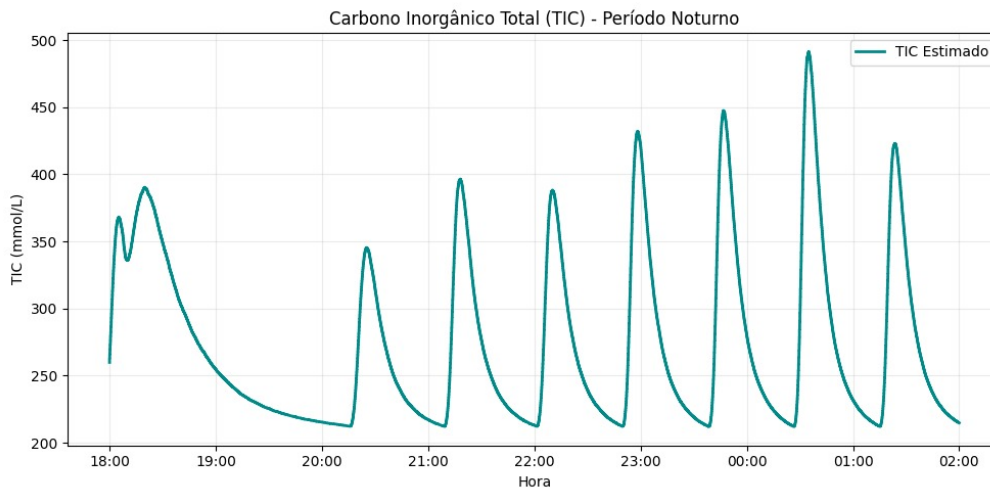


Figura 34: Evolução do carbono inorgânico total [TIC] no período noturno.

Fonte: Elaboração própria.

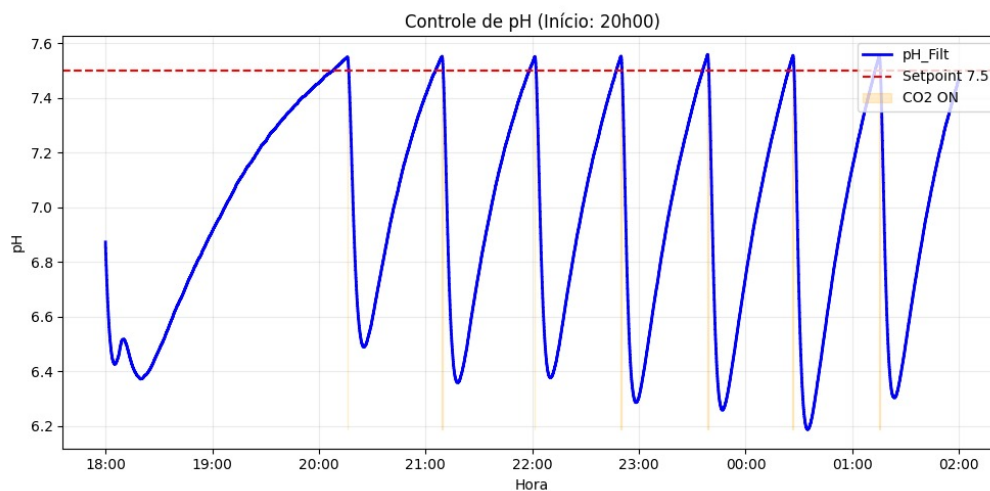


Figura 35: Desempenho do controle de pH no período noturno.

Fonte: Elaboração própria.

Mesmo com tempo limitado de operação e considerando a realização de testes com modulação por largura de pulso (*PWM*) no acionamento da válvula de injeção de CO_2 , observou-se que o pH apresentou quedas significativas durante os períodos de injeção. Ainda assim, o sistema respondeu de forma adequada, demonstrando que a estratégia de acionamento é funcional e capaz de reagir às variações do processo. Esses resultados indicam que, embora o pH não seja mantido exatamente no *setpoint*, a abordagem adotada captura a dinâmica dominante do sistema e é suficiente para manter a variável dentro de uma faixa operacional aceitável durante a operação do fotobiorreator.



Figura 36: Fotobiorreator utilizado nos ensaios experimentais em ambiente real.

Fonte: Elaboração própria.

As imagens obtidas nos ensaios experimentais permitem visualizar a configuração do fotobiorreator, os sensores instalados e a operação do sistema sob ação do controlador PI. Esses registros complementam a análise apresentada e indicam o potencial da abordagem adotada para a regulação automática do pH. Apesar de diferenças numéricas, o modelo representa de forma satisfatória a atuação do controlador e as tendências gerais do processo, fornecendo base para interpretações consistentes do regime de operação e para futuras melhorias da estratégia adotada.

5 CONCLUSÃO E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho apresentou o desenvolvimento e a aplicação de uma modelagem matemática integrada para descrever o crescimento da microalga *Chlorella vulgaris* em um fotobiorreator, bem como a implementação de uma estratégia de monitoramento e controle do pH em tempo real por meio da injeção de CO₂. A utilização de uma mesma base teórica tanto na etapa de simulação quanto na aplicação experimental permitiu avaliar previamente o comportamento dinâmico do sistema e demonstrar a viabilidade da integração entre modelos matemáticos e a operação de fotobiorreatores em ambiente de laboratório.

Os resultados obtidos demonstram que o sistema de modelagem e controle proposto foi capaz de representar adequadamente a dinâmica do pH e de manter essa variável próxima ao valor de referência estabelecido, mesmo diante das variações inerentes ao processo biológico. A estratégia de controle proporcional-integral apresentou desempenho satisfatório, garantindo estabilidade do sistema e resposta adequada às perturbações simuladas, evidenciando sua aplicabilidade em sistemas de cultivo de microalgas.

A consistência entre as equações biológicas, químicas e de controle empregadas tanto na simulação quanto na implementação experimental reforça a relevância da modelagem matemática como ferramenta de apoio à tomada de decisão, à análise de desempenho e à operação segura de fotobiorreatores. Dessa forma, o trabalho contribui para o avanço de estratégias automatizadas de controle em bioprocessos, com potencial aplicação em sistemas destinados a fins biotecnológicos e ambientais.

Ressalta-se, contudo, que a validação experimental do modelo foi realizada em ambiente de laboratório sem a condução de um cultivo real de *Chlorella vulgaris*. Além disso, os parâmetros cinéticos e físico-químicos utilizados foram obtidos a partir de dados reportados na literatura, em especial de Tebbani *et al.* (TEBBANI *et al.*, 2014a), o que pode introduzir incertezas quando se considera a aplicação do sistema em condições específicas de operação e em diferentes configurações de fotobiorreatores. Ainda assim, os resultados alcançados indicam que a metodologia proposta é consistente e adequada como base para estudos experimentais mais aprofundados.

5.1 Perspectivas Futuras

Como continuidade deste trabalho, pretende-se realizar o cultivo efetivo de *Chlorella vulgaris* no fotobiorreator experimental, possibilitando a obtenção de dados reais para a calibração do modelo e o ajuste fino dos parâmetros cinéticos e físico-químicos. Esses dados permitirão avaliar com maior precisão o desempenho do controlador PI em condições reais de operação.

Adicionalmente, estudos futuros poderão comparar o desempenho do controlador proporcional-integral com outras estratégias de controle, em especial abordagens adaptativas e preditivas baseadas em modelos ou em dados, visando maior robustez frente a incertezas e perturbações do processo.

Por fim, a ampliação da instrumentação e das rotinas de monitoramento poderá contribuir para um acompanhamento mais detalhado do cultivo, apoiando o desenvolvimento de técnicas de controle mais avançadas e viabilizando a aplicação da metodologia proposta em escalas maiores de produção.

REFERÊNCIAS

- ABDEL-RAOUF, N.; AL-HOM Aidan, A.; IBRAHEEM, I. Microalgae and wastewater treatment. *Saudi journal of biological sciences*, Elsevier, v. 19, n. 3, p. 257–275, 2012.
- ABU-REESH, I. M. Mathematical model-based optimization of continuous flow photobioreactor operating at steady state using matlab optimization function. *Arabian Journal for Science and Engineering*, Springer, v. 50, n. 6, p. 3779–3792, 2025.
- ACIÉN, F. et al. Photobioreactors for the production of microalgae. In: *Microalgae-based biofuels and bioproducts*. [S.l.]: Elsevier, 2017. p. 1–44.
- AGUIRRE, L. A. *Enciclopédia de automática, v. 3: controle e automação*. [S.l.]: Editora Blucher, 2007.
- AHMAD, I. et al. Efficient pollutant and nutrient removal from restaurant wastewater using chlorella vulgaris in a bubble column photobioreactor. *Environmental Technology and Innovation*, Elsevier, v. 38, 2025.
- AL-QASMI, M. et al. A review of effect of light on microalgae growth. In: *Proceedings of the world congress on engineering*. [S.l.: s.n.], 2012. v. 1, n. 2, p. 1–7.
- AMARO, M. et al. adaptive fuzzy generalized predictive control of ph in tubular photobioreactors on microalgae plant. *2023 IEEE 2nd Industrial Electronics Society Annual On-Line Conference (ONCON)*, 2023 IEEE 2nd Industrial Electronics Society Annual On-Line Conference (ONCON), p. 1–6, 2023.
- AMARO, M. et al. Adaptive fuzzy generalized predictive control of ph in tubular photobioreactors on microalgae plant. In: IEEE. *2023 IEEE 2nd Industrial Electronics Society Annual On-Line Conference (ONCON)*. [S.l.], 2023. p. 1–6.
- ANDRADE, G. A. et al. boundary control of an industrial tubular photobioreactor using sliding mode control. *IFAC Proceedings Volumes*, IFAC Proceedings Volumes, v. 47.0, p. 4903–4908, 2014.
- ANDRADE, G. A. de et al. distributed sliding mode control of ph in tubular photobioreactors. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, IEEE Transactions on Control Systems Technology, v. 24.0, p. 1160–1173, 2016.
- ARBÓS, R. V. i; LÓPEZ, I. S.; FERRÉ, C. P. Control and operation of wastewater treatment plants: Challenges and state of the art. *Revista iberoamericana de automática e informática industrial (RIAI)*, Comité Español de Automática (CEA-IFAC), v. 14, n. 4, p. 329–345, 2017.

ARROUSSI, H. E. et al. Screening of marine microalgae strains from moroccan coasts for biodiesel production. *Renewable Energy*, Elsevier, v. 113, p. 1515–1522, 2017.

BARTLEY, M. L. et al. ph effects on growth and lipid accumulation of the biofuel microalgae *nannochloropsis salina* and invading organisms. *Journal of applied phycology*, Springer, v. 26, p. 1431–1437, 2014.

BECERRA-CELIS, G. et al. Nonlinear predictive control for continuous microalgae cultivation process in a photobioreactor. In: IEEE. *2008 10th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision*. [S.l.], 2008. p. 1373–1378.

BENATTIA, S.; TEBBANI, S.; DUMUR, D. nonlinear model predictive control for regulation of microalgae culture in a continuous photobioreactor. *22nd Mediterranean Conference on Control and Automation*, 22nd Mediterranean Conference on Control and Automation, p. 469–474, 2014.

BENATTIA, S. E.; TEBBANI, S.; DUMUR, D. hierarchical predictive control strategy of microalgae culture in a photobioreactor. *2015 19th International Conference on System Theory, Control and Computing (ICSTCC)*, 2015 19th International Conference on System Theory, Control and Computing (ICSTCC), p. 231–236, 2015.

BERENGUEL, M. et al. Model predictive control of ph in tubular photobioreactors. *Journal of Process Control*, Elsevier, v. 14, n. 4, p. 377–387, 2004.

BERNARD, O. Hurdles and challenges for modelling and control of microalgae for co₂ mitigation and biofuel production. *Journal of Process Control*, Elsevier, v. 21, n. 10, p. 1378–1389, 2011.

BORASE, R. P. et al. A review of pid control, tuning methods and applications. *International Journal of Dynamics and Control*, Springer, v. 9, p. 818–827, 2021.

BRUNE, D.; NOVAK, J. The use of carbonate equilibrium chemistry in quantifying algal carbon uptake kinetics. *European journal of applied microbiology and biotechnology*, Springer, v. 13, n. 2, p. 71–76, 1981.

CAI, T.; PARK, S. Y.; LI, Y. Nutrient recovery from wastewater streams by microalgae: status and prospects. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Elsevier, v. 19, p. 360–369, 2013.

CAMPOS, M. C. M. M. D.; TEIXEIRA, H. C. G. *Controles típicos de equipamentos e processos industriais*. [S.l.]: Editora Blucher, 2010.

CARVALHO, J. de S. et al. Digital transformation of microalgae production: A review of potential optimization strategies for *chlorella vulgaris* through intelligent control. *Algal Research*, Elsevier, p. 104216, 2025.

CHEN, M. et al. study on decoupling control system of temperature and ph concentration in photoreactive biological apparatus. *2020 IEEE 5th Information Technology and Mechatronics Engineering Conference (ITOEC)*, 2020 IEEE 5th Information Technology and Mechatronics Engineering Conference (ITOEC), p. 1405–1408, 2020.

CHEW, K. W. et al. Effects of water culture medium, cultivation systems and growth modes for microalgae cultivation: A review. *Journal of the Taiwan Institute of Chemical Engineers*, Elsevier, v. 91, p. 332–344, 2018.

CHISTI, Y. Biodiesel from microalgae. *Biotechnology advances*, Elsevier, v. 25, n. 3, p. 294–306, 2007.

CUARESMA, M. et al. Horizontal or vertical photobioreactors? how to improve microalgae photosynthetic efficiency. *Bioresource technology*, Elsevier, v. 102, n. 8, p. 5129–5137, 2011.

DARVEHEI, P.; BAHRI, P. A.; MOHEIMANI, N. R. Model development for the growth of microalgae: A review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Elsevier, v. 97, p. 233–258, 2018.

DEBOWSKI, M. et al. Microalgae cultivation technologies as an opportunity for bioenergetic system development—advantages and limitations. *Sustainability*, MDPI, v. 12, n. 23, p. 9980, 2020.

DEWASME, L. et al. maximum-likelihood extremum seeking control of microalgae cultures. *IFAC-PapersOnLine*, IFAC-PapersOnLine, v. 54.0, p. 336–341, 2021.

DOCHAIN, D. *Automatic control of bioprocesses*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2013.

ESBROECK, E. van. Temperature control of microalgae cultivation under variable conditions. *Wageningen, Netherlands: Wageningen University & Research*, 2018.

FERMINO, F. et al. *Estudo comparativo de métodos de sintonia de controladores PID*. Tese (Doutorado) — UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO, 2014.

FERNÁNDEZ, F. A.; CAMACHO, F. G.; CHISTI, Y. Photobioreactors: light regime, mass transfer, and scaleup. In: *Progress in industrial microbiology*. [S.l.]: Elsevier, 1999. v. 35, p. 231–247.

FERNÁNDEZ, I. et al. hierarchical non-linear control of a tubular photobioreactor. *IFAC-PapersOnLine*, IFAC-PapersOnLine, v. 48.0, p. 224–229, 2015.

FERREIRA, A. et al. ph influence on oxygen mass transfer coefficient in a bubble column. individual characterization of kl and a. *Chemical Engineering Science*, Elsevier, v. 100, p. 145–152, 2013.

FERREIRA, C. Estudo comparativo entre as técnicas de controle fuzzy, pi e adaptativo aplicado ao processo de fabricação de papel reciclado utilizando a ferramenta delta tune. *Universidade Estadual de Londrina*, 2009.

FILALI, R. et al. Growth modeling of the green microalga *chlorella vulgaris* in an air-lift photobioreactor. *IFAC Proceedings Volumes*, Elsevier, v. 44, n. 1, p. 10603–10608, 2011.

FOOD, U. et al. Gras notices. 2012.

FRANCHI, C. M. Controle de processos industriais. *São Paulo: Érica*, 2011.

GARZÓN-CASTRO, C. L. et al. Intelligent pi controller for microalgae growth in a closed photobioreactor. In: IEEE. *2020 IEEE ANDESCON*. [S.l.], 2020. p. 1–5.

GARZÓN-CASTRO, C. L. et al. Performance of an active disturbance rejection control on a simulated continuous microalgae photobioreactor. *Computers & Chemical Engineering*, Elsevier, v. 117, p. 129–144, 2018.

GARZÓN-CASTRO, C. L. et al. performance of an active disturbance rejection control on a simulated continuous microalgae photobioreactor. *Computers & Chemical Engineering*, Computers & Chemical Engineering, v. 117.0, p. 129–144, 2018.

GIFUNI, I. et al. Current bottlenecks and challenges of the microalgal biorefinery. *Trends in biotechnology*, Elsevier, v. 37, n. 3, p. 242–252, 2019.

GUPTA, S. et al. Outdoor microalgae cultivation in airlift photobioreactor at high irradiance and temperature conditions: effect of batch and fed-batch strategies, photoinhibition, and temperature stress. *Bioprocess and biosystems engineering*, Springer, v. 42, p. 331–344, 2019.

HILL, G. A. Measurement of overall volumetric mass transfer coefficients for carbon dioxide in a well-mixed reactor using a ph probe. *Industrial & engineering chemistry research*, ACS Publications, v. 45, n. 16, p. 5796–5800, 2006.

HO, S.-H. et al. Bioethanol production using carbohydrate-rich microalgae biomass as feedstock. *Bioresource technology*, Elsevier, v. 135, p. 191–198, 2013.

HUANG, G. et al. Biodiesel production by microalgal biotechnology. In: *Renewable Energy*. [S.l.]: Routledge, 2018. p. Vol3_378–Vol3_395.

HUANG, Q. et al. Design of photobioreactors for mass cultivation of photosynthetic organisms. *Engineering*, Elsevier, v. 3, n. 3, p. 318–329, 2017.

HULATT, C. J.; THOMAS, D. N. Productivity, carbon dioxide uptake and net energy return of microalgal bubble column photobioreactors. *Bioresource technology*, Elsevier, v. 102, n. 10, p. 5775–5787, 2011.

IFRIM, G. et al. data-driven multivariable control of a microalgae growth process. *2021 25th International Conference on System Theory, Control and Computing (ICSTCC)*, 2021 25th International Conference on System Theory, Control and Computing (ICSTCC), p. 321–326, 2021.

IFRIM, G. et al. pid control based biomass algae production profile in batch photobioreactor. *2023 IEEE 28th International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation (ETFA)*, 2023 IEEE 28th International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation (ETFA), p. 1–4, 2023.

IFRIM, G. et al. fictitious reference iterative tuning control of the ph in a photobioreactor. *2022 26th International Conference on System Theory, Control and Computing (ICSTCC)*, 2022 26th International Conference on System Theory, Control and Computing (ICSTCC), p. 519–523, 2022.

IFRIM, G. A. et al. Multivariable feedback linearizing control of chlamydomonas reinhardtii photoautotrophic growth process in a torus photobioreactor. *Chemical Engineering Journal*, Elsevier, v. 218, p. 191–203, 2013.

IFRIM, G. A. et al. multivariable control strategy for the photosynthetic cultures of microalgae. *2019 23rd International Conference on System Theory, Control and Computing (ICSTCC)*, 2019 23rd International Conference on System Theory, Control and Computing (ICSTCC), p. 218–223, 2019.

IPCC. *Relatórios do IPCC*. [S.l.]: Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovações (MCTI), 2023. Disponível em: <https://www.gov.br/mcti/pt-br/acompanhe-o-mcti/sirene/publicacoes/relatorios-do-ipcc>. Acesso em: 14 abr. 2025.

JACOB-LOPES, E. et al. Effect of light cycles (night/day) on co₂ fixation and biomass production by microalgae in photobioreactors. *Chemical Engineering and Processing: Process Intensification*, Elsevier, v. 48, n. 1, p. 306–310, 2009.

JOHNSON, M. A.; MORADI, M. H. *PID control*. [S.l.]: Springer, 2005.

JUNEJA, A.; MURTHY, G. S. model predictive control coupled with economic and environmental constraints for optimum algal production. *Bioresource Technology*, Bioresource Technology, v. 250.0, p. 556–563, 2018.

KERBAUY, G. B. *Fisiologia vegetal*. 2008.

KNOSPE, C. Pid control. *IEEE Control Systems Magazine*, IEEE, v. 26, n. 1, p. 30–31, 2006.

LEE, E.; JALALIZADEH, M.; ZHANG, Q. Growth kinetic models for microalgae cultivation: A review. *Algal research*, Elsevier, v. 12, p. 497–512, 2015.

LI, K. et al. Microalgae-based wastewater treatment for nutrients recovery: A review. *Bioresource technology*, Elsevier, v. 291, p. 121934, 2019.

LI, Y. et al. Biofuels from microalgae. *Biotechnology progress*, Wiley Online Library, v. 24, n. 4, p. 815–820, 2008.

LUCA, L. et al. fuzzy control of a microalgae growth process in photobioreactors. *2018 22nd International Conference on System Theory, Control and Computing (ICSTCC)*, 2018 22nd International Conference on System Theory, Control and Computing (ICSTCC), p. 480–485, 2018.

MAIRET, F. et al. Three-reaction model for the anaerobic digestion of microalgae. *Biotechnology and Bioengineering*, Wiley Online Library, v. 109, n. 2, p. 415–425, 2012.

MAIRET, F.; MUÑOZ-TAMAYO, R.; BERNARD, O. adaptive control of light attenuation for optimizing microalgae production. *Journal of Process Control*, Journal of Process Control, v. 30.0, p. 117–124, 2015.

MALTSEV, Y. et al. Influence of light conditions on microalgae growth and content of lipids, carotenoids, and fatty acid composition. *Biology*, MDPI, v. 10, n. 10, p. 1060, 2021.

MANU, L. et al. Photobioreactors are beneficial for mass cultivation of microalgae in terms of areal efficiency, climate implications, and metabolites content. *Journal of Agriculture and Food Research*, Elsevier, p. 101282, 2024.

MIKHAYLOV, A. et al. Global climate change and greenhouse effect. *Entrepreneurship and Sustainability Issues*, v. 7, n. 4, p. 2897, 2020.

MILLERO, F. J. Thermodynamics of the carbon dioxide system in the oceans. *Geochimica et Cosmochimica Acta*, Elsevier, v. 59, n. 4, p. 661–677, 1995.

MORA-SANCHEZ, J. F. et al. towards optimisation of microalgae cultivation through monitoring and control in membrane photobioreactor systems. *WATER, WATER*, v. 16.0, p. 155, 2024.

MOUSAVI, M.; SETOODEH, P.; FARSI, M. Theoretical study of flue gas CO_2 conversion to microalgae *Chlorella vulgaris* biomass in a bubble column photobioreactor: tanks-in-series approach, kinetic modeling, and dynamic optimization. *Journal of Environmental Chemical Engineering*, Elsevier, v. 10, n. 3, p. 107868, 2022.

OGATA, K.; SOUZA, H. C. d.; TANNURI, E. A. *Engenharia de controle moderno*. 1998.

ONCEL, S. S. Microalgae for a macroenergy world. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Elsevier, v. 26, p. 241–264, 2013.

PALADINO, O. et al. Prediction of pH and microalgae growth in mixotrophic conditions by nonlinear black-box models for control purposes. *Biomass Conversion and Biorefinery*, Springer, v. 14, n. 22, p. 27967–27987, 2024.

PATARO, I. M. et al. A learning-based model predictive strategy for pH control in raceway photobioreactors with freshwater and wastewater cultivation media. *Control Engineering Practice*, Elsevier, v. 138, p. 105619, 2023.

PAWLOWSKI, A. et al. Effective utilization of flue gases in raceway reactor with event-based pH control for microalgae culture. *Bioresource technology*, Elsevier, v. 170, p. 1–9, 2014.

PAWLOWSKI, A. et al. Selective pH and dissolved oxygen control strategy for a raceway reactor within an event-based approach. *Control Engineering Practice*, Elsevier, v. 44, p. 209–218, 2015.

PENG, L. et al. Biofuel production from microalgae: a review. *Environmental Chemistry Letters*, Springer, v. 18, p. 285–297, 2020.

PENLOGLOU, G.; PAVLOU, A.; KIPARISSIDES, C. Recent advancements in photo-bioreactors for microalgae cultivation: a brief overview. *Processes*, MDPI, v. 12, n. 6, p. 1104, 2024.

PETRE, E.; SELIȘTEANU, D.; ROMAN, M. control schemes for a complex biorefinery plant for bioenergy and biobased products. *Bioresource Technology*, Bioresource Technology, v. 295.0, p. 122245, 2020.

PRICE, K.; FARAG, I. H. Resources conservation in microalgae biodiesel production. *International Journal of Engineering and Technical Research*, v. 1, n. 8, p. 49–56, 2013.

PULIDO-APONTE, Á.; SANGREGORIO-SOTO, V.; GARZÓN-CASTRO, C. L. monitoring and control system for closed microalgae cultures at pilot scale. *2023 13th International Symposium on Advanced Topics in Electrical Engineering (ATEE)*, 2023 13th International Symposium on Advanced Topics in Electrical Engineering (ATEE), p. 1–6, 2023.

PULZ, O.; GROSS, W. Valuable products from biotechnology of microalgae. *Applied microbiology and biotechnology*, Springer, v. 65, p. 635–648, 2004.

QIN, L.; ALAM, M. A.; WANG, Z. Open pond culture systems and photobioreactors for microalgal biofuel production. *Microalgae biotechnology for development of biofuel and wastewater treatment*, Springer, p. 45–74, 2019.

QIU, R. et al. Effects of pH on cell growth, lipid production and CO₂ addition of microalgae *Chlorella sorokiniana*. *Algal research*, Elsevier, v. 28, p. 192–199, 2017.

RAZZAK, S. A. et al. Microalgae cultivation in photobioreactors: sustainable solutions for a greener future. *Green Chemical Engineering*, Elsevier, 2023.

RAZZAK, S. A. et al. Microalgae cultivation in photobioreactors: Sustainable solutions for a greener future. *Green Chemical Engineering*, Elsevier, v. 5, n. 4, p. 418–439, 2024.

RAZZAK, S. A. et al. Integrated CO₂ capture, wastewater treatment and biofuel production by microalgae culturing—a review. *Renewable and sustainable energy reviews*, Elsevier, v. 27, p. 622–653, 2013.

REZVANI, F.; ROSTAMI, K. Photobioreactors for utility-scale applications: effect of gas–liquid mass transfer coefficient and other critical parameters. *Environmental Science and Pollution Research*, Springer, v. 30, n. 31, p. 76263–76282, 2023.

RICHMOND, A. Open systems for the mass production of photoautotrophic microalgae outdoors: physiological principles. *Journal of Applied Phycology*, Springer, v. 4, p. 281–286, 1992.

SAMAL, D. K.; SUKLA, L. B. Unveiling the dual potential of microalgae and seaweed biomass for sustainable biofuel production: a review. *RSC advances*, Royal Society of Chemistry, v. 15, n. 41, p. 34160–34175, 2025.

SANGREGORIO-SOTO, V. et al. proportional-integral controller assisted by GPI observer for microalgal continuous culture. *2020 Argentine Conference on Automatic Control (AADECA)*, 2020 Argentine Conference on Automatic Control (AADECA), p. 1–6, 2020.

SCHAUM, A.; WEISBARTH, H.; MEURER, T. robust adaptive feedforward output-feedback tracking control for microalgae cultures. *IFAC-PapersOnLine*, IFAC-PapersOnLine, v. 50.0, p. 12667–12672, 2017.

SEGREDO-MORALES, E. et al. novel vertical upflow multi-column configured membrane photobioreactor with a filtration control system for outdoor microalgae-bacteria cultivation, harvesting and wastewater reclamation. *Chemical Engineering Journal*, Chemical Engineering Journal, v. 482.0, p. 148799, 2024.

SHITANAKA, T. et al. Recent advances in microalgal production, harvesting, prediction, optimization, and control strategies. *Bioresource Technology*, Elsevier, v. 391, p. 129924, 2024.

SHITANAKA, T. et al. recent advances in microalgal production, harvesting, prediction, optimization, and control strategies. *Bioresource Technology*, Bioresource Technology, v. 391.0, p. 129924, 2024.

SKJANES, K. et al. Design and construction of a photobioreactor for hydrogen production, including status in the field. *JOURNAL OF APPLIED PHYCOLOGY*, v. 28, n. 4, p. 2205–2223, AUG 2016.

STERZA, R. de L.; BRANDI, A. C. Comparação entre métodos numéricos: Runge-kutta de quarta ordem e previsor-corretor. *CQD-Revista Eletrônica Paulista de Matemática*, 2016.

SUN, H. et al. High-value biomass from microalgae production platforms: strategies and progress based on carbon metabolism and energy conversion. *Biotechnology for biofuels*, Springer, v. 11, n. 1, p. 227, 2018.

TEBBANI, S. et al. Nonlinear predictive control for maximization of co2 bio-fixation by microalgae in a photobioreactor. *Bioprocess and biosystems engineering*, Springer, v. 37, n. 1, p. 83–97, 2014.

TEBBANI, S. et al. control of the light-to-microalgae ratio in a photobioreactor. *2014 18th International Conference on System Theory, Control and Computing (ICSTCC)*, 2014 18th International Conference on System Theory, Control and Computing (ICSTCC), p. 393–398, 2014.

TEBBANI, S. et al. model-based versus model-free control designs for improving microalgae growth in a closed photobioreactor: some preliminary comparisons. *2016 24th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED)*, 2016 24th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED), p. 683–688, 2016.

TITICA, M. et al. Simultaneous control of ph and dissolved oxygen in closed photobioreactor. In: IEEE. *2018 22nd International Conference on System Theory, Control and Computing (ICSTCC)*. [S.l.], 2018. p. 372–378.

TITICA, M. et al. simultaneous control of ph and dissolved oxygen in closed photobioreactor. *2018 22nd International Conference on System Theory, Control and Computing (ICSTCC)*, 2018 22nd International Conference on System Theory, Control and Computing (ICSTCC), p. 372–378, 2018.

TORRES, I. et al. extremum seeking control based on the super-twisting algorithm*. *IFAC-PapersOnLine*, IFAC-PapersOnLine, v. 53.0, p. 1621–1626, 2020.

UDAYAN, A. et al. Emerging industrial applications of microalgae: challenges and future perspectives. *Systems Microbiology and Biomanufacturing*, Springer, v. 1, n. 4, p. 411–431, 2021.

UGWU, C.; AOYAGI, H.; UCHIYAMA, H. Photobioreactors for mass cultivation of algae. *Bioresource technology*, Elsevier, v. 99, n. 10, p. 4021–4028, 2008.

- VALDÉS, F. et al. Estimation of co₂ stripping/co₂ microalgae consumption ratios in a bubble column photobioreactor using the analysis of the pH profiles. application to nannochloropsis oculata microalgae culture. *Bioresource technology*, Elsevier, v. 119, p. 1–6, 2012.
- VAZ, B. da S. et al. Microalgae as a new source of bioactive compounds in food supplements. *Current opinion in food science*, Elsevier, v. 7, p. 73–77, 2016.
- VIGANI, M. et al. Food and feed products from micro-algae: Market opportunities and challenges for the eu. *Trends in Food Science & Technology*, Elsevier, v. 42, n. 1, p. 81–92, 2015.
- VÍLCHEZ, C. et al. Marine carotenoids: biological functions and commercial applications. *Marine drugs*, Molecular Diversity Preservation International, v. 9, n. 3, p. 319–333, 2011.
- VISCONTE, G. Schiano di et al. The microalgae biorefinery: a perspective on the current status and future opportunities using genetic modification. *Applied Sciences*, MDPI, v. 9, n. 22, p. 4793, 2019.
- VO, H. N. P. et al. Identification of the pollutants' removal and mechanism by microalgae in saline wastewater. *Bioresource technology*, Elsevier, v. 275, p. 44–52, 2019.
- WANG, J. et al. a preliminary implementation of metabolic-based pH control to reduce co₂ usage in outdoor flat-panel photobioreactor cultivation of *nannochloropsis oceanica* microalgae. *ALGAL RESEARCH-BIOMASS BIOFUELS AND BIOPRODUCTS*, ALGAL RESEARCH-BIOMASS BIOFUELS AND BIOPRODUCTS, v. 18.0, p. 288–295, 2016.
- WANG, S.-K. et al. Microalgae cultivation in photobioreactors: An overview of light characteristics. *Engineering in Life Sciences*, Wiley Online Library, v. 14, n. 6, p. 550–559, 2014.
- WIJESEKARA, I.; PANGESTUTI, R.; KIM, S.-K. Biological activities and potential health benefits of sulfated polysaccharides derived from marine algae. *Carbohydrate polymers*, Elsevier, v. 84, n. 1, p. 14–21, 2011.
- WOLF-GLADROW, D. A. et al. Total alkalinity: The explicit conservative expression and its application to biogeochemical processes. *Marine Chemistry*, Elsevier, v. 106, n. 1-2, p. 287–300, 2007.
- XU, Y.; IBRAHIM, I. M.; HARVEY, P. J. The influence of photoperiod and light intensity on the growth and photosynthesis of *dunaliella salina* (chlorophyta) ccap 19/30. *Plant Physiology and Biochemistry*, Elsevier, v. 106, p. 305–315, 2016.
- YAHAYA, E.; YEO, W. S.; NANDONG, J. Process modeling and 3-stage photobioreactor design for algae cultivation and co₂ capture: A case study using palm oil mill effluent. *Biochemical Engineering Journal*, Elsevier, v. 212, p. 109532, 2024.
- YANG, Z.-Y. et al. Efficient microalgal lipid production driven by salt stress and phytohormones synergistically. *Bioresource Technology*, Elsevier, v. 367, p. 128270, 2023.

YOO, S. J. et al. Optimization of microalgal photobioreactor system using model predictive control with experimental validation. *Bioprocess and biosystems engineering*, Springer, v. 39, p. 1235–1246, 2016.

YUN, H.-S.; KIM, Y.-S.; YOON, H.-S. Effect of different cultivation modes (photoautotrophic, mixotrophic, and heterotrophic) on the growth of chlorella sp. and biocompositions. *Frontiers in Bioengineering and Biotechnology*, Frontiers Media SA, v. 9, p. 774143, 2021.

ZHOU, N. et al. Hydrolysis of chlorella biomass for fermentable sugars in the presence of hcl and mgcl₂. *Bioresource Technology*, Elsevier, v. 102, n. 21, p. 10158–10161, 2011.

ZHOU, Y. et al. Algal biomass valorisation to high-value chemicals and bioproducts: Recent advances, opportunities and challenges. *Bioresource technology*, Elsevier, v. 344, p. 126371, 2022.