MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL

MODELAGEM COMPUTACIONAL E AVALIAÇÃO GEOMÉTRICA APLICADAS À FLAMBAGEM ELASTO-PLÁSTICA DE PLACAS FINAS DE AÇO PERFURADAS SUBMETIDAS A CARREGAMENTOS COMBINADOS

por

Guilherme Ribeiro Baumgardt

Tese para obtenção do Titulo de
Doutor em Engenharia

Rio Grande, março, 2025

Ficha Catalográfica

B348m Baumgardt, Guilherme Ribeiro.
Modelagem computacional e avaliação geométrica aplicadas à flambagem elasto-plástica de placas finas de aço perfuradas submetidas a carregamentos combinados / Guilherme Ribeiro Baumgardt. – 2025.
205 f.

Tese (doutorado) – Universidade Federal do Rio Grande – FURG, Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional, Rio Grande/RS, 2025.
Orientador: Dr. Liércio André Isoldi.
Coorientador: Dr. Thiago da Silveira.

1. Placas finas 2. Flambagem elasto-plástica 3. Design Construtal 4. Método dos Elementos Finitos 5. TOPSIS I. Isoldi, Liércio André II. Silveira, Thiago da III. Título.

CDU 004

Catalogação na Fonte: Bibliotecário José Paulo dos Santos CRB 10/2344

Guilherme Ribeiro Baumgardt

“MODELAGEM COMPUTACIONAL E AVALIAÇÃO GEOMÉTRICA APLICADAS À FLAMBAGEM ELASTO-PLÁSTICA DE PLACAS FINAS DE AÇO PERFURADAS SUBMETIDAS A CARREGAMENTOS COMBINADOS”

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional da Universidade Federal do Rio Grande - FURG, como requisito parcial para obtenção do Grau de Doutor. Área de concentração: Modelagem Computacional.

Aprovado em: 04/04/2025

BANCA EXAMINADORA

Documento assinado digitalmente
gov.br LIERCIO ANDRE ISOLDI
Data: 04/04/2025 19:44:24-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. Liércio André Isoldi (Orientador - FURG)

Documento assinado digitalmente
gov.br THIAGO DA SILVEIRA
Data: 10/04/2025 12:22:02-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. Thiago da Silveira (Co-orientador - FURG)

Documento assinado digitalmente
gov.br CHARLEI MARCELO PALIGA
Data: 08/04/2025 16:39:31-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. Charlei Marcelo Paliga (UFPel)

Documento assinado digitalmente
gov.br PAULO ROBERTO DE FREITAS TEIXEIRA
Data: 09/04/2025 04:07:07-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Paulo Roberto de Freitas Teixeira (FURG)

Documento assinado digitalmente
gov.br ELIZALDO DOMINGUES DOS SANTOS
Data: 11/04/2025 22:43:11-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. Elizaldo Domingues dos Santos (FURG)

Documento assinado digitalmente
gov.br MAURO DE VASCONCELLOS REAL
Data: 10/04/2025 11:00:28-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. Mauro de Vasconcellos Real (FURG)

Rio Grande - RS
2025

Dedico este trabalho à memória do meu avô Sylvio (In Memorian), cuja presença, mesmo após tantos anos de sua partida, continua viva em meu coração. Seu exemplo de integridade, sabedoria e força silenciosa sempre foi uma inspiração para mim. Gostaria que ele pudesse ver até onde cheguei — muito do que sou hoje se deve aos valores que herdei de sua história.

AGRADECIMENTOS

A realização desta tese representa o encerramento de uma etapa intensa da minha vida acadêmica e pessoal. Ao longo deste percurso, contei com o apoio incondicional de pessoas muito especiais, às quais deixo aqui minha mais profunda gratidão.

Em primeiro lugar, agradeço à minha esposa, Liliane, pelo amor, paciência e apoio constante. Sua presença foi essencial para que eu mantivesse o equilíbrio nos momentos mais difíceis, e sua confiança em mim foi uma das maiores forças que me sustentaram ao longo desta jornada.

Aos meus sogros, João e Maria Ângela, agradeço pelo carinho, incentivo e pelas inúmeras formas de apoio que sempre estiveram presentes, direta ou indiretamente, no meu dia a dia.

Aos meus pais, Alfredo e Sylvia, minha eterna gratidão. Vocês me ensinaram, com exemplo e dedicação, o valor do esforço, da honestidade e da perseverança. Tudo que conquistei até aqui tem raízes no que aprendi com vocês.

Ao meu orientador, professor Liércio, e ao meu coorientador, professor Thiago, agradeço pela orientação técnica, pelas discussões construtivas e pelo apoio acadêmico ao longo de todo o processo. A convivência e os aprendizados com vocês foram fundamentais para o amadurecimento desta pesquisa.

Agradeço às agências de fomento CAPES e CNPq pelo suporte financeiro que possibilitou o desenvolvimento deste trabalho, bem como à Universidade Federal do Rio Grande (FURG) pela oportunidade de crescimento acadêmico e profissional que me foi proporcionada ao longo destes anos.

A todos vocês, meu sincero muito obrigado.

RESUMO

Placas finas são elementos estruturais amplamente utilizados na engenharia, especialmente nos setores aeronáutico, automotivo e naval. Em alguns casos, essas estruturas são submetidas a carregamentos combinados de compressão no plano e pressão lateral, o que pode levar à falha estrutural por flambagem. A flambagem elástica, por si só, não resulta em falha, pois a carga pode ser aumentada além do valor crítico até atingir a tensão última da flambagem elasto-plástica. No entanto, a presença de pressão lateral reduz a resistência estrutural, tornando essencial compreender esse efeito. Além disso, dependendo da aplicação, as placas podem conter perfurações, o que altera seu comportamento mecânico. Este trabalho analisa a flambagem elasto-plástica de placas finas retangulares com furos oblongo longitudinal, oblongo transversal, elíptico, retangular, hexagonal longitudinal e hexagonal transversal, todos centrados na placa. As placas são submetidas a um carregamento combinado: compressão biaxial distribuída, de mesma magnitude, associada a uma carga uniformemente distribuída aplicada transversalmente (pressão lateral). Para a análise, foram consideradas três razões de aspecto (b/a): 1, 1/2 e 1/3, onde a e b representam o comprimento e a largura da placa, respectivamente. O estudo investiga a influência do tipo, formato e tamanho do furo no comportamento mecânico das placas, considerando a variação do grau de liberdade e da fração volumétrica da perfuração. Por meio do Método dos Elementos Finitos, utilizando o software ANSYS®, em conjunto com os métodos Design Construtal, Busca Exaustiva e TOPSIS, foram identificadas as geometrias ótimas para melhor desempenho mecânico considerando a análise multiobjetivo. Para placas retangulares ($b/a = 1/3$ e 1/2), o furo elíptico com fração volumétrica de 0,025 destacou-se ao priorizar a tensão última, enquanto o furo retangular apresentou um melhor equilíbrio entre tensão e deflexão. Já o furo hexagonal longitudinal, com fração volumétrica de 0,20, mostrou-se mais eficiente na minimização das deflexões. Em placas quadradas ($b/a = 1$), os furos elípticos com frações volumétricas de 0,025 e 0,05 demonstraram o melhor desempenho em todos os critérios avaliados.

Palavras-chaves: Placas finas, Flambagem elasto-plástica, Design Construtal, Método dos Elementos Finitos, TOPSIS.

ABSTRACT

Thin plates are structural elements widely used in engineering, especially in the aerospace, automotive, and naval sectors. In some cases, these structures are subjected to combined in-plane compression and lateral pressure loads, which can lead to structural failure due to buckling. Elastic buckling alone does not result in failure, as the load can be increased beyond the critical value until the ultimate stress of elasto-plastic buckling is reached. However, the presence of lateral pressure reduces structural strength, making it essential to understand this effect. Additionally, depending on the application, plates may contain perforations, which alter their mechanical behavior. This study analyzes the elasto-plastic buckling of thin rectangular plates with centrally located perforations of different shapes, including longitudinal oblong, transverse oblong, elliptical, rectangular, longitudinal hexagonal, and transverse hexagonal holes. The plates are subjected to a combined loading condition: biaxial distributed compressive load of equal magnitude, along with a uniformly distributed lateral pressure load. Three aspect ratios (b/a) were considered: 1, 1/2 and 1/3, where a and b represent the plate's length and width, respectively. The study investigates the influence of hole type, shape, and size on the mechanical behavior of the plates, considering variations in the degree of freedom and perforation volume fraction. Using the Finite Element Method through the ANSYS® software, combined with the Constructal Design, Exhaustive Search and TOPSIS methods, the optimal geometries were identified for improved mechanical performance considering the multi-objective analysis. For rectangular plates ($b/a =$ 1/3 e 1/2), the elliptical hole with a volume fraction of 0.025 was the most effective in maximizing ultimate stress, while the rectangular hole provided a better balance between stress and deflection. The longitudinal hexagonal hole, with a volume fraction of 0.20, was the most efficient in minimizing deflections. For square plates ($b/a = 1$), elliptical holes with volume fractions of 0.025 and 0.05 showed the best performance across all evaluated criteria.

Keywords: Thin Plates, Elasto-plastic Buckling, Constructal Design, Finite Element Method, TOPSIS

ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO 17
2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS 31
2.1.1. Hipóteses da Teoria Clássica de Placas 32
2.2.1. Teoria de Reissner 33
2.2.2. Teoria de Mindlin 35
2.2.4. Compressão biaxial e pressão lateral 37
2.4.1. Método dos Elementos Finitos (MEF) 47
3. METODOLOGIA 57
3.1.1. Indicadores de Performance 61
3.4. Verificação e Validação do Modelo Computacional 69
3.4.1. Verificação para Flambagem biaxial elástica 69
3.4.2. Verificação para Flambagem biaxial elasto-plástica 71
3.4.3. Validação para Flambagem biaxial elasto-plástica 72
3.4.4. Verificação para Flambagem uniaxial elasto-plástica com aplicação de pressão lateral 74
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO 80
4.4. Análise via TOPSIS 105
5. CONCLUSÃO 117
5.1. Proposta de Continuidade 118
REFERÊNCIAS 120
APÊNDICE A – Teoria Clássica de Placas. 130
5.1.1. Equações de Equilíbrio 135
5.1.2. Equação Biharmônica Governante 137
5.1.3. Condições de Contorno 137
a) Simplesmente apoiada: 137
b) Borda Engastada: 137
c) Borda Livre: 138
APÊNDICE B – Tabelas com os valores obtidos para cada configuração da placa. 140
APÊNDICE C – Distribuição das tensões de von Mises para cada configuração da placa. 161

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 : Exemplos de uso de perfurações em estruturas de placas, em que ocorrem carregamentos combinados de compressão biaxial com pressão lateral devido à variação de pressão interna e/ou externa. (a) Veículo de Pesquisa de Submersão Profunda SHINKAI 6500 e (b) Airbus A321XLR (Adaptados de JAMSTEC (2022) e AIRBUS (2022)). 17
Figura 2 : Seção transversal definida pela teoria de Reissner (Adaptado de Szilard, 2004). 34
Figura 3 : Placa retangular sujeita a forçamento nas bordas (Adaptado de Szilard, 2004). 39
Figura 4 : Comportamento pós-flambagem em placas elásticas esbeltas (Adaptado de Trahair e Bradford, 1988). 43
Figura 5 : Placa com perfuração centralizada e carregamento biaxial (Adaptada de Shanmugam et al., 1999). 45
Figura 6 : Discretização de um domínio em elementos finitos e extração de elemento finito genérico (Adaptado de Felippa, 2001). 47
Figura 7 : Alguns exemplos de elementos finitos. Elementos finitos: linear (1D), de Área (2D) e de Volume (3D) (Adaptado de Madenci e Guven, 2015). ..48
Figura 8 : Geometria do elemento SHELL281 (Adaptado de ANSYS, 2015). ...49
Figura 9 : Placa com carregamento compressivo biaxial e transversal: (a) de referência, ... 58
Figura 10 : Árvore de simulações para a definição do espaço de busca a partir do método Design Construtal. 59
Figura 11 : Fluxograma da aplicação do DC, do MEF, da BE e do TOPSIS. 60
Figura 12 : Placa com furo quadrado com b/a =1/3. 65
Figura 13 : Placa com furo quadrado com b/a =1/2. 65
Figura 14 : Placa com furo quadrado com b/a =1. 66
Figura 15 : Teste de independência de malha placa com furo quadrado com b/a =1/3. 67
Figura 16 : Teste de independência de malha placa com furo quadrado com b/a =1/2. 68
Figura 17 : Teste de independência de malha placa com furo quadrado com b/a =1. 69
Figura 18 : Placa unitária (Adaptado de Kumar et. al. (2009)). 75
Figura 19 : Adaptado de Yu et al. (2015), em mm. 76
Figura 20 : Diagrama Tensão × Deformação do aço AH-36 para uma temperatura ambiente de 25°C (Adaptado de Adak e Soares, 2014). 79
Figura 21 : Curvas da tensão última normalizada para as placas retangulares (b/a = 1/3), para ϕ = 0,025. 80
Figura 22 : Curvas da tensão última normalizada para as placas retangulares (b/a = 1/3), para ϕ = 0,05. 81
Figura 23 : Curvas da tensão última normalizada para as placas retangulares (b/a = 1/3), para ϕ = 0,10. 81
Figura 24 : Curvas da tensão última normalizada para as placas retangulares (b/a = 1/3), para ϕ = 0,15. 82
Figura 25 : Curvas da tensão última normalizada para as placas retangulares (b/a = 1/3), para ϕ = 0,20. 82

Figura 26 : Distribuição das tensões de von Mises para as placas de $b/a = 1/3$, para $\phi = 0{,}025$. (a)Furo elíptico com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 1,0; e 5,0. (b) Furo hexagonal longitudinal com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 1,0; e 1,9. (c) Furo hexagonal transversal com $b_0/a_0 = 0{,}6$; 2,8 e 5,0. (d) Furo oblongo longitudinal com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,6 e 0,9. (e) Furo oblongo transversal com $b_0/a_0 = 1{,}1$; 3,5 e 5,0. (f) Furo retangular com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 2,6 e 5,0. 84
Figura 27 : Distribuição das tensões de von Mises para as placas de $b/a = 1/3$, para $\phi = 0{,}05$. (a)Furo elíptico com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 1,0; e 5,0. (b) Furo hexagonal longitudinal com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 1,0; e 1,9. (c) Furo hexagonal transversal com $b_0/a_0 = 0{,}6$; 2,0 e 3,6. (d) Furo oblongo longitudinal com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,5 e 0,9. (e) Furo oblongo transversal com $b_0/a_0 = 1{,}1$; 2,7 e 4,0. (f) Furo retangular com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 2,0 e 4,2. 85
Figura 28 : Distribuição das tensões de von Mises para as placas de $b/a = 1/3$, para $\phi = 0{,}10$. (a)Furo elíptico com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 1,0; e 2,7. (b) Furo hexagonal longitudinal com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 1,0; e 1,9. (c) Furo hexagonal transversal com $b_0/a_0 = 0{,}6$; 2,0 e 3,6. (d) Furo oblongo longitudinal com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,5 e 0,9. (e) Furo oblongo transversal com $b_0/a_0 = 1{,}1$; 2,7 e 1,8. (f) Furo retangular com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 1,1 e 2,1. 85
Figura 29 : Distribuição das tensões de von Mises para as placas de $b/a = 1/3$, para $\phi = 0{,}15$. (a)Furo elíptico com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 1,0; e 1,8. (b) Furo hexagonal longitudinal com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,9; e 1,4. (c) Furo hexagonal transversal com $b_0/a_0 = 0{,}6$; 0,8 e 1,2. (d) Furo oblongo longitudinal com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,5 e 0,9. (e) Furo oblongo transversal com $b_0/a_0 = 1{,}05$; 1.10 e 1,15. (f) Furo retangular com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 1,1 e 2,1. 86
Figura 30 : Distribuição das tensões de von Mises para as placas de $b/a = 1/3$, para $\phi = 0{,}20$. (a)Furo elíptico com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,7; e 1,3. (b) Furo hexagonal longitudinal com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,5; e 0,9. (c) Furo hexagonal transversal com $b_0/a_0 = 0{,}6$; 0,8 e 0,9. (d) Furo oblongo longitudinal com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,5 e 0,8. (e) Furo retangular com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,6 e 1,0. 86
Figura 31 : Curvas da tensão última normalizada para as placas retangulares ($b/a = 1/2$), para $\phi = 0{,}025$. 88
Figura 32 : Curvas da tensão última normalizada para as placas retangulares ($b/a = 1/2$), para $\phi = 0{,}05$. 88
Figura 33 : Curvas da tensão última normalizada para as placas retangulares ($b/a = 1/2$), para $\phi = 0{,}10$. 89
Figura 34 : Curvas da tensão última normalizada para as placas retangulares ($b/a = 1/2$), para $\phi = 0{,}15$. 89
Figura 35 : Curvas da tensão última normalizada para as placas retangulares ($b/a = 1/2$), para $\phi = 0{,}20$. 90
Figura 36 : Distribuição das tensões de von Mises para as placas de $b/a = 1/2$, para $\phi = 0{,}025$. (a) Furo elíptico com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,9; e 5,0. (b) Furo hexagonal longitudinal com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,7 e 1,8. (c) Furo hexagonal transversal com $b_0/a_0 = 0{,}6$; 1,0 e 5,0. (d) Furo oblongo longitudinal com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,5 e 0,8 (e) Furo oblongo transversal com $b_0/a_0 = 1{,}1$; 2,1 e 4,9. (f) Furo retangular com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,9 e 5,0. 92
Figura 37 : Distribuição das tensões de von Mises para as placas de $b/a = 1/2$, para $\phi = 0{,}05$. (a) Furo elíptico com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,9; e 5,0. (b) Furo hexagonal longitudinal com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,6 e 1,9. (c) Furo hexagonal transversal com $b_0/a_0 = 0{,}6$; 0,8 e 5,0. (d) Furo oblongo longitudinal com

$b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,6 e 0,9 (e) Furo oblongo transversal com $b_0/a_0 = 1{,}1$; 2,1 e 4,9. (f) Furo retangular com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,6 e 5,0. 93
Figura 38 : Distribuição das tensões de von Mises para as placas de $b/a = 1/2$, para $\phi = 0{,}10$. (a) Furo elíptico com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,6; e 3,9. (b) Furo hexagonal longitudinal com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,4 e 1,9. (c) Furo hexagonal transversal com $b_0/a_0 = 0{,}7$; 1,0 e 2,7. (d) Furo oblongo longitudinal com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,5 e 0,9 (e) Furo oblongo transversal com $b_0/a_0 = 1{,}1$; 2,1 e 2,9. (f) Furo retangular com $b_0/a_0 = 0{,}3$; 0,9 e 3,0. 94
Figura 39 : Distribuição das tensões de von Mises para as placas de $b/a = 1/2$, para $\phi = 0{,}15$. (a) Furo elíptico com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 1,0; e 2,7. (b) Furo hexagonal longitudinal com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,7 e 1,9. (c) Furo hexagonal transversal com $b_0/a_0 = 0{,}6$; 1,0 e 1,8. (d) Furo oblongo longitudinal com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,5 e 0,9 (e) Furo oblongo transversal com $b_0/a_0 = 1{,}1$; 1,4 e 1,8. (f) Furo retangular com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,9 e 2,1. 95
Figura 40 : Distribuição das tensões de von Mises para as placas de $b/a = 1/2$, para $\phi = 0{,}20$. (a) Furo elíptico com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 1,0; e 2,0. (b) Furo hexagonal longitudinal com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,7 e 1,6. (c) Furo hexagonal transversal com $b_0/a_0 = 0{,}6$; 1,0 e 1,4. (d) Furo oblongo longitudinal com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,5 e 0,9 (e) Furo oblongo transversal com $b_0/a_0 = 1{,}1$; 1,2 e 1,3. (f) Furo retangular com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,9 e 1,6. 96
Figura 41 : Curvas da tensão última normalizada para as placas quadradas ($b/a = 1$), para $\phi = 0{,}025$. 97
Figura 42 : Curvas da tensão última normalizada para as placas quadradas ($b/a = 1$), para $\phi = 0{,}05$. 98
Figura 43 : Curvas da tensão última normalizada para as placas quadradas ($b/a = 1$), para $\phi = 0{,}10$. 98
Figura 44 : Curvas da tensão última normalizada para as placas quadradas ($b/a = 1$), para $\phi = 0{,}15$. 99
Figura 45 : Curvas da tensão última normalizada para as placas quadradas ($b/a = 1$), para $\phi = 0{,}20$. 99
Figura 46 : Distribuição das tensões de von Mises para as placas de $b/a = 1$, para $\phi = 0{,}025$. (a) Furo elíptico com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 1,0; e 5,0. (b) Furo hexagonal longitudinal com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,9 e 1,9. (c) Furo hexagonal transversal com $b_0/a_0 = 0{,}6$; 1,2 e 5,0. (d) Furo oblongo longitudinal com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,5 e 0,9 (e) Furo oblongo transversal com $b_0/a_0 = 1{,}1$; 2,0 e 4,9. (f) Furo retangular com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 1,0 e 5,0. 102
Figura 47 : Distribuição das tensões de von Mises para as placas de $b/a = 1$, para $\phi = 0{,}05$. (a) Furo elíptico com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 1,0; e 5,0. (b) Furo hexagonal longitudinal com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,8 e 1,9. (c) Furo hexagonal transversal com $b_0/a_0 = 0{,}6$; 1,2 e 5,0. (d) Furo oblongo longitudinal com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,6 e 0,9 (e) Furo oblongo transversal com $b_0/a_0 = 1{,}1$; 2,1 e 4,9. (f) Furo retangular com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 1,0 e 5,0. 103
Figura 48 : Distribuição das tensões de von Mises para as placas de $b/a = 1$, para $\phi = 0{,}10$. (a) Furo elíptico com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 1,0; e 5,0. (b) Furo hexagonal longitudinal com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,8 e 1,9. (c) Furo hexagonal transversal com $b_0/a_0 = 0{,}6$; 1,2 e 5,0. (d) Furo oblongo longitudinal com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,5 e 0,9 (e) Furo oblongo transversal com $b_0/a_0 = 1{,}1$; 2,1 e 4,9. (f) Furo retangular com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 1,0 e 5,0. 103

Figura 49 : Distribuição das tensões de von Mises para as placas de $b/a = 1$, para $\phi = 0{,}15$. (a) Furo elíptico com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 1,0; e 5,0. (b) Furo hexagonal longitudinal com $b_0/a_0 = 0{,}3$; 0,8 e 1,9. (c) Furo hexagonal transversal com $b_0/a_0 = 0{,}6$; 1,2 e 2,7. (d) Furo oblongo longitudinal com $b_0/a_0 = 0{,}3$; 0,5 e 0,9 (e) Furo oblongo transversal com $b_0/a_0 = 1{,}1$; 2,1 e 4,0. (f) Furo retangular com $b_0/a_0 = 0{,}3$; 1,0 e 4,1. 104
Figura 50 : Distribuição das tensões de von Mises para as placas de $b/a = 1$, para $\phi = 0{,}20$. (a) Furo elíptico com $b_0/a_0 = 0{,}3$; 1,0; e 3,9. (b) Furo hexagonal longitudinal com $b_0/a_0 = 0{,}4$; 0,8 e 1,9. (c) Furo hexagonal transversal com $b_0/a_0 = 0{,}6$; 1,1 e 2,7. (d) Furo oblongo longitudinal com $b_0/a_0 = 0{,}4$; 0,7 e 0,9 (e) Furo oblongo transversal com $b_0/a_0 = 1{,}1$; 2,1 e 2,9. (f) Furo retangular com $b_0/a_0 = 0{,}4$; 1,0 e 3,1. 104
Figura 51 : Proximidade relativa (C_k^*) para cada fração volumétrica e cada tipo de furo com atributos de benefício e custo NUS_m de 0,8 e NMD_m de 0,2, para $b/a = 1/3$. 107
Figura 52 : Proximidade relativa (C_k^*) para cada fração volumétrica e cada tipo de furo com atributos de benefício e custo NUS_m de 0,5 e NMD_m de 0,5, para b/a = 1/3. 107
Figura 53 : Proximidade relativa (C_k^*) para cada fração volumétrica e cada tipo de furo com atributos de benefício e custo NUS_m de 0,2 e NMD_m de 0,8, para $b/a = 1/3$. 108
Figura 54 : Proximidade relativa (C_k^*) para cada fração volumétrica e cada tipo de furo com atributos de benefício e custo NUS_m de 0,8 e NUD_m de 0,2, para $b/a = 1/2$. 109
Figura 55 : Proximidade relativa (C_k^*) para cada fração volumétrica e cada tipo de furo com atributos de benefício e custo NUS_m de 0,5 e NUD_m de 0,5, para $b/a = 1/2$. 110
Figura 56 : Proximidade relativa (C_k^*) para cada fração volumétrica e cada tipo de furo com atributos de benefício e custo NUS_m de 0,2 e NUD_m de 0,8, para $b/a = 1/2$. 110
Figura 57 : Proximidade relativa (C_k^*) para cada fração volumétrica e cada tipo de furo com atributos de benefício e custo NUS_m de 0,8 e NMD_m de 0,2, para $b/a = 1$. 114
Figura 58 : Proximidade relativa (C_k^*) para cada fração volumétrica e cada tipo de furo com atributos de benefício e custo NUS_m de 0,5 e NMD_m de 0,5, para $b/a = 1$. 114
Figura 59 : Proximidade relativa (C_k^*) para cada fração volumétrica e cada tipo de furo com atributos de benefício e custo NUS_m de 0,2 e NMD_m de 0,8, para $b/a = 1$. 115

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 : Tabela de informações do TOPSIS (Tzeng e Huang, 2011). 50
Tabela 2 : Teste de independência de malha placa com furo quadrado com b/a =1/3. 66
Tabela 3 :Teste de independência de malha placa com furo quadrado com b/a =1/2. 67
Tabela 4 : Teste de independência de malha placa com furo quadrado com b/a =1. 68
Tabela 5 : Verificação do modelo de acordo com o trabalho de Piscopo (2010).70
Tabela 6 : Verificação do modelo de acordo com o trabalho de Jayashankarbabu e Karisiddappa (2014). 71
Tabela 7 : Verificação do modelo de acordo com o trabalho de Shanmugam e Narayanan (1998). 72
Tabela 8 : Verificação do modelo de acordo com o trabalho de Shanmugam et al, (1999). 72
Tabela 9 : Validação do modelo de acordo com o trabalho de Shanmugam e Narayanan (1998). 73
Tabela 10 : Validação do modelo de acordo com o trabalho de Narayanan e Chow (1984). 73
Tabela 11 : Teste de independência de malha para a largura de 170 mm. 75
Tabela 12 : Verificação do modelo de acordo com o trabalho de Kumar et al. (2009). 75
Tabela 13 : Teste de independência de malha para a espessura de 5 mm, com carga lateral de $2q_u/3$. 77
Tabela 14 : Verificação do modelo de acordo com o trabalho de Yu, et. al. (2015)77
Tabela 15 : Otimizações em primeiro nível para cada fração volumétrica e cada tipo de furo, para b/a = 1/3. 106
Tabela 16 : Otimizações em primeiro nível para cada fração volumétrica e cada tipo de furo, para b/a = 1/2. 111
Tabela 17 : Otimizações em primeiro nível para cada fração volumétrica e cada tipo de furo, para b/a = 1. 113

LISTA DE ABREVIATURAS

DC	Design Construtal
MEF	Método dos Elementos Finitos
NMD	Máxima Deflexão Normalizada
NUS	Tensão Última Normalizada
TC	Teoria Construtal
TOPSIS	*Technique of Order Preference Similarity to the Ideal Solution*

LISTA DE SÍMBOLOS

a	Comprimento da placa [mm]
a_0	Comprimento do furo [mm]
A_h	Área do furo [mm²]
A_p	Área da placa [mm²]
b	Largura da placa [mm]
b_0	Largura do furo [mm]
c	Comprimento do elemento finito [mm]
C_1, C_2, C_3	Constantes de cálculo
d	Diâmetro do furo [mm]
D	Módulo de rigidez à flexão da placa
det	Determinante
E	Módulo de elasticidade (módulo de Young) [Pa]
$\{F\}$	Vetor Força
$\{F_{NL}\}$	Vetor de forças nodais não lineares
G	Módulo de elasticidade transversal [Pa]
$[K]$	Matriz de rigidez do sistema
$[K_E]$	Matriz de rigidez convencional para pequenas deformações
$[K_G]$	Matriz de rigidez geométrica
$[K_t]$	Matriz de rigidez tangente
k	Coeficiente de flambagem da placa
k_x, k_y, k_{xy}	Curvaturas e empenamento da placa
m	Número de meias-ondas senoidais (direção longitudinal)
M_x, M_y	Momentos Fletores [Nm]
M_{xy}, M_{yx}	Momentos Torçores [Nm]
m_x, m_y	Momentos Fletores por unidade de comprimento [Nm/m]
m_{xy}, m_{yx}	Momentos Torçores por unidade de comprimento [Nm/m]
n	Número de meias-ondas senoidais (direção transversal)
$\overline{n}_{cr}, \overline{N}_{cr}$	Carga crítica de flambagem [N/m]
$\overline{n}_0, \overline{N}_0$	Carga distribuída aplicada à placa [N/m]
$\overline{N}_u$	Carga última de flambagem [N/m]

$\overline{N}_{ur}$	Carga última de flambagem da placa de referência [N/m]
$\{\overline{N}_0\}$	Esforço normal de compressão [N/m]
n_x, n_y	Esforços normais por unidade de comprimento [N/m]
n_{xy}, n_{yx}	Momentos Torçores por unidade de comprimento [N/m]
$\overline{N}_x, \overline{N}_y$	Carregamento coplanar ao plano médio da placa [N/m]
NUS	Tensão última normalizada
p_z	Carga externa aplicada à placa [N]
Q_x, Q_y	Esforços cortantes na direção dos eixos *X* e *Y* [N]
q_x, q_y	Esforços cortantes por unidade de comprimento [N/m]
R_0	Força resultante de canto da placa [N]
S	Grau de esbeltez da placa
t	Espessura da placa [mm]
$\{U\}$	Vetor de incógnitas
$\{\Delta U\}$	Vetor de incrementos de deslocamentos
u	Deslocamento na direção do eixo *X* [m]
v	Deslocamento na direção do eixo *Y* [m]
v_x	Esforço cortante por unidade de comprimento normal ao eixo *X* [N]
v_y	Esforço cortante por unidade de comprimento normal ao eixo *Y* [N]
V	Volume da placa perfurada [mm³]
V_r	Volume da placa de referência [mm³]
V_0	Volume do furo [mm³]
w	Deslocamento na direção do eixo Z [m]
w_0	Valor da imperfeição inicial [mm]

Símbolos gregos

α	Ângulo de inclinação do furo [º]
β	Razão de aspecto da placa
γ	Deformação por cisalhamento
γ_{xy}	Deformação por cisalhamento associada às direções *X* e *Y* [m]
∇^2	Operador Laplaciano
$\varepsilon_x, \varepsilon_y$	Deformações específicas nas direções *X* e *Y*

θ_x, θ_y	Rotações em torno dos eixos *X* e *Y* [rad]
λ	Fator escalar de carga
λ_{cr}	Fator de carga crítica
λ_i	Autovalores
ν	Coeficiente de Poisson
ξ	Razão do carregamento
π	Constante matemática = 3,141516...
σ	Tensão normal [Pa]
σ_{cr}	Tensão crítica [Pa]
σ_u	Tensão última [Pa]
σ_{ur}	Tensão última das placas de referência [Pa]
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	Tensões normais nas direções *X*, *Y* e *Z* [Pa]
σ_Y	Tensão de escoamento do material [Pa]
τ	Tensão de cisalhamento [Pa]
τ_{xy}	Tensão de cisalhamento no plano ortogonal à direção *X* e paralela à *Y* [Pa]
ϕ	Fração volumétrica
φ	Fator de correção de cisalhamento
ω_x, ω_y	Rotações das seções normais à superfície média, nas direções *X* e *Y*
χ	Empenamento da placa
$\{\psi\}$	Vetor de carga fora do equilíbrio [N]

1. INTRODUÇÃO

Na Engenharia, diversas vezes é necessário o uso de chapas finas como estruturas, devido ao seu excelente desempenho mecânico às solicitações, possuindo excelente relação resistência/peso. Geralmente, estas estruturas estão submetidas a carregamentos no plano e/ou carregamentos laterais, que em muitos casos podem causar um fenômeno de instabilidade, indesejado, conhecido como flambagem (El-Sawy et al., 2004).

Esta instabilidade pode ocorrer de duas formas, sendo uma a flambagem elástica, que ocorre quando as placas são esbeltas e a instabilidade ocorre no regime elástico do material. Já a segunda forma é a flambagem elasto-plástica, que se caracteriza quando a placa atinge o estado plástico do material antes que ocorra a flambagem elástica, pois à medida que a carga aumenta, as tensões em todos os pontos da placa aumentarão na mesma taxa, podendo ocorrer o colapso devido à perda de resistência. Se a espessura da placa for muito grande, pode ocorrer falha do material antes que ocorra qualquer flambagem considerável (Birman, 2011; El-Sawy et al., 2004).

Devido a alguns motivos, como para inserir uma janela de observação ou para a redução de peso da estrutura, um projeto estrutural necessita a inserção de furações em componentes do tipo placas, o que acaba modificando suas propriedades mecânicas (Paik, 2007). Alguns casos de perfurações em estruturas podem ser vistos na Fig. 1.



(a) **(b)**

Figura 1: Exemplos de uso de perfurações em estruturas de placas, em que ocorrem carregamentos combinados de compressão biaxial com pressão lateral devido à variação de pressão interna e/ou externa. (a) Veículo de Pesquisa de Submersão Profunda SHINKAI 6500 e (b) Airbus A321XLR (Adaptados de JAMSTEC (2022) e AIRBUS (2022)).

De acordo com Paik e Thayamballi (2007), estruturas aeroespaciais, navais e offshore são projetadas de acordo com sua carga última ($\overline{N}_u$), que levará ao colapso da estrutura devido à flambagem elasto-plástica. Segundo Soares e Gordo (1996), placas sob carga biaxial compressiva e carregamento lateral demostram que a ocorrência dos carregamentos laterais associados ao carregamento biaxial compressivo diminui significativamente a resistência das placas.

Sendo assim, é importante o estudo do efeito das perfurações em placas quando submetidas à flambagem elasto-plástica, devido à ocorrência destes carregamentos combinados, pois a inserção de furo interfere na carga última da estrutura.

Devido ao grande custo de um complexo projeto de engenharia, como por exemplo projetos das engenharias naval e aeroespacial, o conhecimento dos carregamentos presentes no projeto, e do comportamento mecânico da estrutura para cada tipo de carga, é necessário para evitar gastos extras. Assim, é possível ainda buscar a otimização da estrutura através da sua variação geométrica, mantendo o mesmo volume de material.

Este trabalho propõe a análise do comportamento elasto-plástico de placas finas de aço, quadradas e retangulares, perfuradas e sob solicitações combinadas de um carregamento biaxial compressivo e uma pressão lateral, visando avaliar a influência do tipo de furo (elíptico, retangular, oblongo longitudinal, oblongo transversal, losangular, hexagonal longitudinal e hexagonal transversal), da forma (em relação à variação do grau de liberdade b_0/a_0, sendo a_0 e b_0 as dimensões características de cada tipo de perfuração) e do tamanho do furo (em relação à variação da fração volumétrica da perfuração ϕ) no comportamento mecânico das placas. Cabe informar que apenas uma perfuração centralizada é considerada por placa e que as placas são simplesmente apoiadas. Para obtenção dos valores da carga última e da deflexão lateral da placa será utilizada a Modelagem Computacional através do software ANSYS®, baseado no Método dos Elementos Finitos (MEF). O equacionamento resolvido corresponde ao equilíbrio estático do sistema. Para a modelagem da placa, são consideradas as teorias clássicas de flexão. A avaliação da carga última envolve a consideração de não linearidades geométricas, onde a matriz de rigidez depende dos deslocamentos. E para avaliar o efeito do design sobre o sistema e encontrar a geometria da placa e da geometria do furo que permite à estrutura obter o melhor comportamento mecânico, fez-se uso do Design Construtal

(DC) associado com o método TOPSIS (*Technique for Order Preferences by Similarity to an Ideal Solution*).

1.1. Estado da Arte

Visando uma melhor organização, o estado da arte foi subdividido em três tópicos: flambagem de placas devido a carregamento compressivo uniaxial e biaxial, flambagem de placas devido a carregamento combinado e método Design Construtal aplicado à Engenharia Estrutural.

1.1.1. Flambagem de placas devido a carregamento compressivo uniaxial e biaxial

Em se tratando de estudos sobre flambagem de placas perfuradas, Shanmugam et al. (1999) estudaram a compressão uniaxial e biaxial elasto-plástica de placas perfuradas, com diferentes condições de contorno e sujeitas a cargas compressivas. O equacionamento do problema foi desenvolvido com auxílio do software comercial ABAQUS®, o qual foi utilizado para implementar a solução do problema através do MEF em diferentes placas com geometrias e condições de contorno variadas. Foram considerados carregamentos uniaxiais e biaxiais, furos circulares e quadrados e as condições de contorno simplesmente apoiada e engastada. Analisando os resultados obtidos, os autores afirmam haver um erro menor que 10%, sendo aceitável em projetos. Além disso, observaram que a carga última de placas perfuradas é consideravelmente afetada por vários dos parâmetros analisados. Da mesma forma, o comportamento mecânico da placa simplesmente apoiada é inferior ao das placas com bordas engastadas. Por fim notou-se que o formato do furo afeta a carga última da placa visto que, de uma forma geral, o furo circular apresentou maior resistência do que os furos quadrados.

El-Sawy e Nazmy (2001) estudaram a excentricidade de um furo durante uma flambagem elástica e/ou elasto-plástica uniaxial de placas retangulares simplesmente apoiadas. Neste estudo foi utilizado o MEF para determinar a carga crítica de flambagem. Os tipos de furos analisados foram um circular e um retangular com vértices arredondados. Os resultados obtidos demonstraram que o melhor comportamento mecânico foi encontrado em placas com o furo retangular com cantos arredondados, especialmente quando a perfuração apresenta a sua menor dimensão na

direção longitudinal da placa. Sendo necessário ter cuidado, no entanto, uma vez que esta opção pode aumentar as tensões na placa.

El-Sawy et al. (2004) analisaram o efeito do tamanho e da localização de um furo circular na flambagem elástica e/ou elasto-plástica uniaxial de placas quadradas e retangulares. As placas consideradas apresentavam diferentes razões de aspecto, definidas como a/b, onde a é o comprimento e b é a largura da placa, e espessura t. Em suas análises, foi avaliado o comportamento de placas quadradas ($a = b$) com furos circulares concêntricos de diâmetro d, submetidas à compressão uniaxial. Determinou-se que, para perfurações pequenas ($d/b \leq 0{,}3$), a falha por flambagem permanece no regime elástico, desde que a relação de esbeltez da placa (b/t) seja $\geq$ 65 (para aço A36), $\geq$ 55 (para aços A572 Grau 50) e $\geq$ 50 (para aços A572 Grau 60). Além disso, para placas com furos circulares concêntricos, a tensão crítica sempre irá diminuir à medida que b/t aumenta. Porém, esse declínio se torna mais acentuado para grandes valores de b/t, especialmente para tamanhos de orifícios pequenos, onde a falha muda de elasto-plástica para puramente elástica. Por outro lado, para furos de grande tamanho ($d/b = 0{,}6$ e $0{,}7$), a mudança na tensão crítica governante torna-se quase desprezível, pois a falha por flambagem torna-se completamente inelástica. Para as placas retangulares com relação de aspecto $a/b = 2$, foi observado que a placa pode ser dividida em dois painéis quadrados iguais, e quando o orifício circular é concêntrico com qualquer um dos dois painéis quadrados, o comportamento da placa é semelhante ao de uma placa quadrada tendo as mesmas dimensões do painel quadrado da placa retangular, mas com valores ligeiramente maiores das tensões de flambagem críticas. Além disso, a diferença entre as tensões de flambagem críticas em placas retangulares e os valores correspondentes em placas quadradas aumenta à medida que o tamanho do orifício aumenta.

El-Sawy e Martini (2007) estudaram a flambagem elástica e/ou elasto-plástica biaxial de placas retangulares, com perfurações centralizadas. Conseguiram observar que o aumento do tamanho do diâmetro do furo reduziu a estabilidade da placa. Além disso, que quando a razão de aspecto da placa (a/b), onde a é o comprimento e b é a largura da placa, é maior do que dois, as variações do coeficiente de flambagem se tornam relativamente pequenas e o comportamento em flambagem elástica e/ou elasto-plástica é controlado pelo que acontece nas áreas próximas ao furo, especialmente para furos maiores.

El-Sawy e Martini (2010) estudaram a flambagem elástica e/ou elasto-plástica biaxial (compressão-compressão e compressão-tração) de placas quadradas com furos circulares concêntricos com diferentes graus de esbeltez. Foi observado que a carga crítica sempre diminui conforme aumenta a relação a/t, e quando varia do estado de flambagem elasto-plástico para puramente elástico. Além disso, foi observado que nas placas com o carregamento biaxial caracterizado por compressão-compressão a carga crítica diminui conforme o carregamento na direção de y aumenta.

Falkowicz et al. (2015) analisaram a flambagem elástica uniaxial não linear de placas finas retangulares de aço, com furos retangulares de vértices arredondados. Foi observado que com o uso da avaliação numérica, é possível identificar regiões com maior disposição a sofrer deformação plástica. Estas regiões são localizadas próximas aos cantos da perfuração, sendo estas regiões de máxima tensão. Os autores concluíram que o carregamento máximo em uma placa está diretamente relacionado as características da área da perfuração. Além disso, que o aumento da perfuração diminui a carga aplicada necessária para ocorrer a deformação plástica.

Saad-Eldeen et al. (2018) realizaram estudos experimentais de flambagem uniaxial de placas de diferentes materiais, sendo que poderia possuir ou não enrijecedores, com furos centralizados. Foi observado que para placas sem enrijecedores e com diferentes tamanhos de perfurações, o aumento da dimensão do furo causa o aumento da deformação plástica para as placas feitas de aço macio, enquanto que para as placas feitas de aço de alta resistência isso ocorre com uma razão menor. Além disso, para placas em mesmas condições geométricas, porém com e sem enrijecedores, foi observado que a presença de enrijecedores apresenta melhoria estrutural, pois a deflexão lateral da placa é menor entre os enrijecedores do que no caso da placa sem enrijecimento.

Saraçoğlu et al. (2024) investigaram numericamente o efeito da forma e da orientação de perfurações na flambagem de placas quadradas delgadas simplesmente apoiadas. Foram analisadas perfurações circulares, hexagonais e quadradas, todas com a mesma área, sob carregamento uniaxial e biaxial, variando a orientação das perfurações de 0 a 90 graus. Os resultados mostram que perfurações circulares mantêm a carga crítica de flambagem independente da orientação, enquanto perfurações hexagonais e quadradas apresentam variações significativas. Para perfurações quadradas, a carga crítica atinge seu máximo em 45 graus, enquanto para perfurações hexagonais, o pico ocorre em 30 graus, ambos seguindo um

comportamento simétrico dentro do intervalo de análise. Além disso, a influência da razão de esbeltez foi identificada, demonstrando que placas mais delgadas favorecem perfurações quadradas em termos de resistência à flambagem, enquanto placas mais espessas podem apresentar diferentes hierarquias de resistência dependendo da forma da perfuração.

1.1.2. Flambagem de placas devido a carregamento combinado

No que diz respeito a estudos realizados sobre flambagem de placas devido a carregamento combinado, Soares e Gordo (1996) avaliaram a resistência de placas submetidas a cargas compressivas biaxiais, incluindo o efeito de distorções iniciais e tensões residuais. Onde foram utilizados resultados de experimentos e de cálculos numéricos publicados. Através da análise, os autores afirmaram que os métodos existentes na literatura, como os métodos de redução de rigidez, de parâmetros de redução, de abordagens analíticas simplificadas e de métodos numéricos, são imparciais no que diz respeito à esbeltez e à razão de aspecto da placa, quantificando a incerteza do modelo de cada abordagem. Sendo assim, proposto um novo método de avaliação de resistência. Porém, os autores sugerem que a formulação proposta seja utilizada apenas para placas com esbeltez maior que 1,3 e para placas mais encorpadas seja adotada a equação de von Mises. Os resultados obtidos demonstraram que método não são dependentes da esbeltez da placa ou razão de aspecto. Demonstrando um bom desempenho para diferentes razões de aspecto sem necessidade de contabilizar explicitamente as tensões residuais.

Shanmugam e Arockiasamy (1996) realizaram ensaios de tensão última em placas enrijecidas simplesmente apoiadas e submetidas à ação combinada de cargas axiais e laterais. Os autores realizaram entorno de dez ensaios de placas enrijecidas com dois valores diferentes de esbeltez da placa, sendo estas testadas até a falha sob diferentes combinações de cargas axiais e laterais. Os corpos de prova foram analisados utilizando o pacote de elementos finitos elasto-plástico para determinar o comportamento e a capacidade de carga última dos painéis enrijecidos e a comparação destes resultados com os obtidos experimentalmente estabeleceu a precisão da modelagem de elementos finitos. Através dos resultados obtidos, os autores demonstraram que a ação combinada de carregamento axial e lateral reduz significativamente a capacidade de carga final com o aumento da esbeltez da chapa, devido à flambagem local na placa de base sob carga no plano. Os autores afirmam

que os resultados obtidos demonstram que a modelagem de elementos finitos proposta é capaz de predizer com razoável precisão o comportamento e a capacidade de carga final de placas enrijecidas simplesmente apoiadas submetidas à ação combinada de cargas axiais e laterais.

Kumar et al. (2009) analisaram numericamente o comportamento de uma placa enrijecida unitária com abertura central circular, sob carga axial, lateral e combinada. Foram avaliadas a tensão última, o efeito das razões de esbeltez da placa e da coluna na resistência última. Com a definição dos comportamentos das placas, os autores desenvolveram equações para as curvas de interação com base em análise de regressão não linear. De acordo com os resultados obtidos, os autores puderam definir equações de interação com o valor R-quadrado é 0,992, 0,999 e 0,985, o que se encaixaram bem nos dados obtidos usando FEA (*Finite Element Analysis*) não linear obtidos pela análise numérica. Afirmando que o equacionamento desenvolvido é simples, confiável e pode ser usado para a estimativa da resistência máxima por engenheiros práticos.

Kumar et al. (2010) estudaram experimentalmente e numericamente placas enrijecidas ortogonais submetidas à compressão axial e carga lateral, com o intuito de determinar a capacidade de carga última e definir o comportamento interativo das placas enrijecidas. Todos os corpos de prova foram ensaiados até a carga máxima e o modo de ruptura foi determinado com base no escoamento inicial observado na placa e/ou enrijecedor. A análise não linear de elementos finitos dos corpos de prova foi realizada usando o software MEF de propósito geral ANSYS®. Tanto as não linearidades do material quanto as geométricas foram consideradas na análise de Elementos Finitos dos corpos de prova. Através dos dados obtidos os autores concluíram que o aumento da carga lateral superior a dois terços da carga lateral última reduz significativamente a capacidade de carga axial última dos painéis enrijecidos.

Yu et al. (2015) desenvolveram um estudo para análise de tensão última de placas enrijecidas com furo central retangular, submetidas à compressão uniaxial e carregamento lateral. Para tanto, três séries de experimentos bem executados em painéis longitudinais enrijecidos com abertura retangular submetidos à carga combinada foram selecionados como modelos de teste. Mais estudos de casos são executados empregando o método de elementos finitos não lineares para analisar a influência das variáveis de projeto na resistência última do painel enrijecido com furo

sob carregamento combinado. Segundo os autores, o efeito da área de abertura na resistência à compressão uniaxial final é de quase 25%, o que demonstra que o parâmetro da área de abertura normalizada deve ser considerado durante o ajuste da fórmula de projeto da resistência à compressão uniaxial final normalizada.

Silva-Campillo et al. (2022) avaliaram a resistência à flambagem de placas perfuradas, submetidas a cargas combinadas no plano, utilizando análises experimentais e numéricas. As placas, fabricadas em aço AH32, apresentavam aberturas centrais e cortes geométricos projetados para reduzir peso e permitir passagem de reforços longitudinais. Foram investigados diferentes métodos de reforço, condições de carga (compressão longitudinal, compressão transversal, compressão biaxial e cisalhamento no plano) e proporções de esbeltez, com espessuras variando entre 10 mm e 20 mm. Os resultados mostraram que a presença de aberturas geométricas centrais reduziu a resistência à flambagem em até 2,4% em relação aos cortes laterais, enquanto métodos de reforço melhoraram a resistência em até 19%.

Han et al. (2022) investigaram a resistência última de painéis rígidos perfurados por meio de análises não lineares via Método dos Elementos Finitos, utilizando o software ABAQUS. O estudo considerou a influência da localização e do tamanho dos furos, condições de contorno, esbeltez da placa, relação de aspecto e a aplicação de carregamentos combinados. Foram avaliados 8130 casos distintos, envolvendo variações geométricas e de carregamento. O material foi modelado como linearmente elástico, com módulo de elasticidade de 205,8 GPa e tensão de escoamento de 313,6 MPa. Os resultados indicaram que a taxa de redução da resistência última é fortemente dependente da posição e do tamanho dos furos: furos próximos aos reforços longitudinais provocaram uma redução significativa da resistência, enquanto furos localizados no centro da placa exerceram impacto menos pronunciado. Além disso, furos de maior diâmetro reduziram a resistência de forma aproximadamente linear, especialmente quando o diâmetro variou entre 0,3 e 0,75 vezes a distância entre reforços transversais. Observou-se que a esbeltez da placa teve influência marginal na resistência, enquanto placas com razão de aspecto igual a 2,0 apresentaram menor sensibilidade à presença de furos.

Xiong et al. (2022) estudaram a resistência última dinâmica à compressão de painéis reforçados submetidos a impactos axiais. Utilizando o método não linear de elementos finitos, os autores analisaram a influência de diversos parâmetros, como a tensão de escoamento do material, a duração e a forma do impacto, e as proporções

geométricas dos painéis. O estudo revelou que a duração do impacto tem um efeito significativo na resistência última dinâmica não dimensional, enquanto os parâmetros geométricos e a tensão de escoamento também desempenham papéis importantes. No entanto, para a mesma duração, amplitude e impulso, diferentes formas de impacto mostraram pouca influência nos resultados. Com base nas simulações, os autores propuseram uma fórmula empírica para prever a resistência última dinâmica desses painéis, contribuindo para o entendimento e o projeto de estruturas sujeitas a carregamentos de impacto.

1.1.3. Método Design Construtal Aplicado à Engenharia Estrutural

Quanto à Teoria Construtal e a aplicação do Design Construtal**,** Rocha et al. (2013) consideraram três diferentes formatos de furos centrados: elíptico, retangular e em forma de diamante (losango) inseridos em placas retangulares, simplesmente apoiadas, submetidas à flambagem elástica. Com o uso do DC o estudo contempla diversas frações de volume do furo na placa. Um modelo numérico empregando o método de Lanczos é utilizado em paralelo com o MEF, buscando a configuração geométrica que forneça a maior carga crítica de flambagem. A partir de solicitações uniaxiais, os resultados mostram que para frações de volume pequenas (frações menores que 0,20), do furo, a geometria ótima contempla o furo do tipo losangular. Para frações de volume intermediárias (entre 0,20 e 0,30) e grandes (maiores que 0,30), furos elípticos e retangulares apresentam o melhor desempenho, respectivamente.

Helbig et al. (2014) estudaram o comportamento da flambagem linear e não linear, em placas simplesmente apoiadas, submetidas à compressão uniaxial. Utilizaram o método DC para garantir uma comparação consistente dos resultados para placas com perfurações elípticas, retangulares e losangulares. Foram obtidos resultados gráficos para a flambagem linear e não linear, considerando diferentes relações geométricas para cada tipo de perfuração. Essas análises foram realizadas adotando uma fração volumétrica fixa de 0,20, representando a relação entre o volume da perfuração e o da placa. Os resultados indicaram que o melhor desempenho estrutural de cada geometria de perfuração ocorre no ponto de interseção entre as curvas que definem a flambagem elástica e a elasto-plástica, evidenciando a transição entre esses regimes como um fator determinante para a resistência da estrutura.

Lorenzini et al. (2015) analisaram a influência mecânica da forma e do tipo de perfuração, em placas quadradas e retangulares, simplesmente apoiadas e submetidas à flambagem. Utilizaram perfuração elíptica, retangular, losangular hexagonal longitudinal e hexagonal transversal, e com uma fração de 20% para o volume da perfuração. Concluíram que não há uma geometria ótima global, dependendo da relação entre a dimensão vertical e a horizontal da perfuração, tem-se uma geometria ótima local. E que, no geral, as placas quadradas e as retangulares possuem comportamento mecânico similar na flambagem, porém as placas retangulares perfuradas podem suportar tensões mais elevadas, ou seja, possuem maior capacidade de carregamento. Portanto, para placas com o mesmo volume de perfuração, recomendam a utilização de placas retangulares perfuradas.

Helbig et al. (2015), em análise numérica de placas de aço perfuradas submetidas à flambagem elástica e elasto-plástica, utilizando o método Design Construtal, estudaram o comportamento mecânico de placas quadradas e retangulares, perfuradas, utilizando 15% do volume total da placa como volume da perfuração. Utilizaram perfuração elíptica, retangular, losangular e hexagonal, sendo a geometria da perfuração definida em função do método DC. Concluíram que existem intervalos para a relação entre a dimensão vertical e a horizontal da perfuração, onde ocorre a predominância de um tipo de perfuração em relação aos demais. Contudo, no geral, embora as placas quadradas e as retangulares possuam comportamento mecânico similar à flambagem, recomendaram a utilização de placas retangulares perfuradas por possuírem maior capacidade de carregamento.

Lorenzini et al. (2016), através de simulações de flambagem uniaxial de placas de aço pelo MEF aliado ao método DC indicam que para certos valores da relação entre o volume do furo e o volume de material da placa (ϕ) o formato do furo é responsável por determinar se a flambagem será elástica ou elasto-plástica. A mudança do comportamento mecânico é definida pelo ponto de intersecção entre as curvas, as quais representam os comportamentos elástico e elasto-plástico da flambagem, sendo determinada uma curva limite para a ocorrência de qualquer tipo de flambagem na placa.

Helbig et al. (2016) encontram através de simulações de flambagem uniaxial, pelo MEF, em placa de aço perfurada, que a razão de aspecto do furo pode ser determinante para definir se, em caso de flambagem, esta será elástica ou elasto-plástica. Também foram determinadas curvas limites que impedem a ocorrência de

flambagem nas placas perfuradas. Cabe salientar ainda a utilização do DC para avaliação da geometria do furo. Com tal análise, quando comparados os piores valores com os melhores, para uma mesma fração volumétrica do furo, pode-se observar a ótima distribuição das imperfeições.

Da Silva et al. (2019) estudaram o comportamento de placas de aço finas e perfuradas sob condições de flambagem. Para isso, os autores buscam otimizar a geometria das estruturas para melhorar seu desempenho mecânico. A pesquisa envolveu a modelagem numérica dessas placas, considerando diferentes configurações geométricas das perfurações hexagonais centradas, a fim de identificar quais parâmetros geométricos influenciam na resistência à flambagem. A análise numérica revelou que a geometria das perfurações hexagonais centradas impacta significativamente a resistência à flambagem das placas de aço finas. Os resultados permitiram identificar configurações geométricas que otimizam o desempenho estrutural das placas perfuradas, contribuindo para o desenvolvimento de estruturas mais eficientes e seguras.

Helbig et al. (2018) utilizaram o MEF para modelar placas de aço finas com perfurações centrais de diferentes formas geométricas, incluindo oblongas longitudinais e transversais, elípticas, retangulares, losangular e hexagonais longitudinais e transversais. As variáveis de forma de cada tipo de perfuração foram alteradas através da razão H_0/L_0, onde H_0 e L_0 são as dimensões características da perfuração. O método de Design Construtal foi empregado para definir a gama de possíveis geometrias para as placas perfuradas, permitindo uma comparação adequada sobre a distribuição de tensões de von Mises entre os casos estudados. Os resultados mostraram que a variação da forma geométrica, para todos os tipos de perfuração analisados, leva a uma geometria ótima. Especificamente, a configuração geométrica otimizada apresentou uma área maior da placa submetida ao limite de tensão de flambagem, promovendo uma melhor distribuição das imperfeições.

Lima et al. (2020) aplicaram o método DC, aliado à Busca Exaustiva e ao MEF, para determinar a carga última máxima de placas finas de aço com enrijecedores e submetidas à carregamentos compressivos. Segundo os autores, o método DC permitiu o entendimento de como o aspecto geométrico do furo influencia no desempenho estrutural de placas enrijecidas. Os autores ainda advertem que as geometrias ótimas obtidas apresentam, em geral, uma área maior ocupada por

máximas tensões de von Mises quando comparadas com as piores geometrias. Este fato concorda com o princípio da ótima distribuição das imperfeições. Por fim, os autores concluem que a aplicação do DC associado ao MEF foi crucial para determinar o comportamento mecânico em flambagem dos componentes estruturais analisados.

Da Silveira et al. (2021) estudaram o comportamento de uma placa quadrada de aço, com perfuração elíptica, estando simplesmente apoiada, sendo submetida à uma carga compressiva biaxial. Foi aplicado o DC associado ao MEF e à técnica da Busca Exaustiva. Os parâmetros analisados foram a tensão última normalizada e máxima deflexão normalizada da placa perfurada. Neste estudo os autores demonstraram quantitativamente que as configurações geométricas otimizadas das placas quadradas perfuradas, submetidas à flambagem elasto-plástica biaxial, são dadas quando $b_0/a_0 = 1{,}00$ (furo circular). Além disso, comprovaram a efetividade da aplicação da Lei da Construtal para avaliar a influência da configuração geométrica sobre o comportamento mecânico em problemas de Engenharia Estrutural.

Da Silveira et al. (2022) utilizaram o Design Construtal (DC) em conjunto com o Método dos Elementos Finitos (MEF) para analisar a flambagem elástica de placas retangulares de material compósito, com perfurações elípticas e submetidas a carregamentos compressivos biaxiais. Os autores observaram que a aplicação de diferentes tipos de laminação resultou em um aumento de até 10,47% na carga crítica de flambagem de uma placa sem perfurações. Para as placas perfuradas, foi identificada uma redução na carga crítica em comparação com as placas sem furos, embora tenha ocorrido uma melhoria de 16,89% entre as geometrias ótima e pior para as chapas perfuradas. Os resultados indicaram que a laminação das fibras tem um papel fundamental no comportamento mecânico das placas sob carregamento biaxial. Adicionalmente, foi observado que a inserção de perfurações contribui para a diminuição da carga crítica de flambagem biaxial.

Da Silveira et al. (2024) avaliaram diferentes configurações geométricas de placas de aço finas com perfurações elípticas centrais. A técnica de Busca Exaustiva foi empregada para explorar uma ampla gama de possíveis geometrias, enquanto o MEF foi utilizado para simular numericamente o comportamento das placas sob condições de carregamento biaxial. O objetivo principal foi identificar a configuração geométrica que maximiza o desempenho estrutural, avaliando critérios como a tensão última de flambagem e a distribuição de tensões de von Mises. Através das

simulações numéricas, os autores identificaram uma geometria ótima para a perfuração elíptica central que melhora a resistência à flambagem das placas finas de aço sob carregamento biaxial. A configuração geométrica otimizada apresentou uma distribuição mais uniforme das tensões de von Mises, indicando uma melhor capacidade de suportar cargas críticas antes de ocorrer a flambagem.

1.2. Objetivos Geral e Específicos

O objetivo geral do presente trabalho é investigar o comportamento de placas perfuradas de aço AH-36 submetidas a carregamento combinado de compressão biaxial e pressão lateral, com foco na análise da flambagem elasto-plástica, por meio de simulações numéricas. Para isso, serão empregados o Método dos Elementos Finitos, em conjunto com o Design Construtal, a técnica de Busca Exaustiva (BE) e o método TOPSIS, com o intuito de realizar a análise multiobjetivo e otimizar o desempenho mecânico das geometrias analisadas.

1.2.1. Objetivos Específicos

Para que o objetivo geral seja atingido, apresentam-se os seguintes objetivos específicos:

- Realizar simulações numéricas para avaliar o comportamento mecânico de placas de aço AH-36, submetidas à flambagem elasto-plástica sob compressão biaxial combinada com pressão lateral, considerando diferentes tipos de perfuração centrada: elíptica, retangular, oblongo (longitudinal e transversal) e hexagonal (longitudinal e transversal);
- Investigar a influência do grau de liberdade geométrico (relação entre dimensões do furo) e da fração volumétrica (razão entre o volume do furo e o volume total da placa) no desempenho estrutural das placas perfuradas;
- Avaliar o impacto das dimensões e formatos dos furos no comportamento à flambagem das placas, considerando variações nos parâmetros geométricos das perfurações;
- Aplicar os métodos Design Construtal (DC), Busca Exaustiva (BE) e TOPSIS em conjunto com o Método dos Elementos Finitos (MEF) para a otimização geométrica das placas, visando maximizar sua resistência mecânica sob os carregamentos impostos;

- Desenvolver todas as análises para diferentes razões de aspecto da placa (1, 1/2 e 1/3) e para uma ampla gama de combinações entre forma, tamanho e posição das perfurações.

1.3. Contribuição Científica Inédita

Com base na revisão do Estado da Arte e nos objetivos estabelecidos, observa-se que a análise da flambagem elasto-plástica de placas finas perfuradas, submetidas a carregamentos combinados de compressão biaxial e pressão lateral, ainda apresenta lacunas relevantes na literatura técnica e científica. Embora o Método dos Elementos Finitos (MEF) seja amplamente reconhecido como uma ferramenta eficaz na simulação do comportamento estrutural de placas delgadas, sua aplicação integrada ao Design Construtal (DC) e à técnica de Busca Exaustiva (BE) no contexto da flambagem elasto-plástica de placas com diferentes geometrias de perfuração representa uma abordagem inovadora. Ademais, a incorporação do método TOPSIS permite uma análise multiobjetivo mais robusta, considerando simultaneamente a carga última de flambagem e a deflexão máxima associada. Dessa forma, o presente trabalho propõe uma metodologia original e abrangente, que contribui significativamente para o avanço do conhecimento na área de otimização estrutural de placas metálicas sob condições de carregamento complexas.

2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Nesta seção será apresentada a fundamentação teórica que envolve a aplicação de placas finas, o fenômeno de flambagem e pós-flambagem ao qual as placas podem ser sujeitadas, e também a utilização do MEF, do DC, da BE e do TOPSIS para a análise estrutural e geométrica de placas finas.

2.1. Teoria de Placas

Uma placa é um elemento estrutural plano cujas dimensões de comprimento (a) e largura (b) são significativamente maiores do que sua espessura (t). Devido à pequena espessura, muitas vezes não é necessário modelá-la utilizando as equações completas da elasticidade tridimensional. Em vez disso, teorias simplificadas de placas bidimensionais podem ser empregadas para analisar sua deformação e distribuição de tensões (Reddy, 2007).

As placas podem estar sujeitas a diferentes tipos de carregamentos externos, que resultam em deformações por flexão e alongamento. As forças estáticas e dinâmicas aplicadas sobre essas estruturas atuam predominantemente na direção perpendicular à sua superfície, gerando internamente momentos fletores, torções e forças de cisalhamento transversais, os quais influenciam diretamente seu comportamento mecânico (Szilard, 2004; Reddy, 2007).

Segundo Ventsel e Krauthammer (2001), uma placa resiste a cargas transversais por meio de flexão. Sendo que, suas propriedades de flexão dependem muito de sua espessura em comparação com outras dimensões. Assim, elas podem ser classificadas em três grupos de acordo com a razão b/t, onde b é a menor dimensão típica de uma placa em um plano e t é a sua espessura. Esses grupos são:

- Placas grossas ($b/t \leq 8 \ldots 10$): A análise de tais componentes estruturais inclui todos os componentes de tensões, deformações e deslocamentos usando as equações gerais de elasticidade.
- Membranas ($b/t \geq 80 \ldots 100$): Essas placas são desprovidas de rigidez à flexão. As membranas suportam as cargas laterais por forças axiais de tração N (e forças de cisalhamento) atuando na superfície central da placa. Essas forças são chamadas de forças de membrana; eles produzem projeção em um eixo vertical e assim equilibram uma carga lateral aplicada à placa-membrana.

- Placa fina ($8 \ldots 10 \leq b/t \leq 80 \ldots 100$): Dependendo do valor da relação (w/t), relação da deflexão máxima da placa (w) e sua espessura (t), a parte das forças de flexão e membrana aqui pode ser diferente. Portanto, esse grupo, por sua vez, também pode ser subdividido em duas classes distintas:

1. Placas rígidas: Uma placa pode ser classificada como rígida se $w/t \leq 0{,}2$. Placas rígidas são placas finas flexuralmente rígidas, suportando cargas bidimensionais, principalmente por momentos internos de flexão e torção e por forças de cisalhamento transversais. As deformações do plano médio e as forças de membrana são desprezíveis. Na prática de engenharia, o termo placa é entendido como uma placa rígida, a menos que especificado de outra forma. Uma característica fundamental das placas rígidas é que as equações de equilíbrio estático para um elemento de placa podem ser estabelecidas para uma configuração original (não deformada) da placa.
2. Placas flexíveis: Se as deflexões da placa estiverem além de um certo nível, $w/t \geq 0{,}3$; então as deflexões laterais serão acompanhadas pelo alongamento da superfície intermediária. Essas placas representam uma combinação de placas rígidas e membranas e carregam cargas externas pela ação combinada de momentos internos, forças de cisalhamento e forças de membrana (axiais). Quando a magnitude da deflexão máxima é consideravelmente maior que a espessura da placa, a ação da membrana predomina. Assim, se $w/t > 5$, a tensão de flexão pode ser desprezada em comparação com a tensão da membrana. Consequentemente, o mecanismo de carregamento de tais placas torna-se do tipo membrana, ou seja, a tensão é distribuída uniformemente sobre a espessura da placa.

2.1.1. Hipóteses da Teoria Clássica de Placas

A teoria clássica das placas é uma simplificação do problema tridimensional para o bidimensional. Portanto, estas hipóteses eliminam a coordenada em termos de espessura das equações finais; sendo assim, se os deslocamentos, deformações e tensões podem ser encontrados em todos os pontos de um plano de referência, deve ser possível determiná-los em qualquer ponto da estrutura tridimensional (Bhaskar e Varadan, 2013).

O comportamento de placas finas, no regime de pequenas deformações e deslocamentos, pode ser interpretado por diversas teorias de placas finas desenvolvidas com a colaboração de Bernoulli, Navier, Poisson, Lagrange e Saint-Venant. No entanto a contribuição mais relevante, e na qual é baseada a teoria clássica das placas finas, é a de Kirchhoff e Love. Esta teoria é formulada com base nos deslocamentos $w(x, y)$ para fora do plano da placa sendo, estes, regidos por uma equação diferencial de quarta ordem (Szilard, 2004). Maiores detalhes sobre a teoria de Kirchhoff-Love são apresentados no Apêndice A.

2.2. Teorias de Placas utilizadas pelo elemento finito SHELL281

Devido ao uso do elemento SHELL281 do software comercial ANSYS® neste trabalho, é necessário abordar as teorias de placas que contemplam as hipóteses de Reissner e Mindlin. Pois estas duas teorias possuem formulação de elementos finitos confiáveis e eficientes para placas finas. Tendo em vista, que em ambas os deslocamentos e rotações são independentes e a continuidade da inclinação não é necessária, o desenvolvimento de elementos finitos é muito facilitado (Szilard, 2004).

Apesar da teoria clássica de placas (ver Apêndice A) possuir resultados satisfatórios para placas finas, a sua precisão diminui com o aumento na espessura da placa. Sendo necessário, em alguns casos, o uso de teorias mais refinadas para a obtenção de resultados mais precisos no comportamento da placas (Szilard, 2004).

2.2.1. Teoria de Reissner

De acordo com Szilard (2004), as principais limitações da teoria clássica de placas são parcialmente eliminadas pela teoria de Reissner, devido a introdução da influência do cisalhamento transversal e da tensão normal σ_z. A teoria de Reissner assume uma variação linear do campo de deslocamentos ao longo da espessura da placa e que uma vez que a placa fletir, mesmo com as seções transversais permanecendo planas, estas não se manterão perpendiculares ao plano médio. Como pode ser visualizado na Fig. 2.

Assim, as rotações das seções normais ao plano médio agora serão calculadas levando em consideração o efeito da distorção ocasionado pela deformação por cisalhamento. Sendo:

$$\omega_x = -\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{6}{5Gt} q_x \tag{1}$$

$$\omega_y = -\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{6}{5Gt} q_y \tag{2}$$

onde: G é o módulo de elasticidade transversal e t é a espessura da placa.

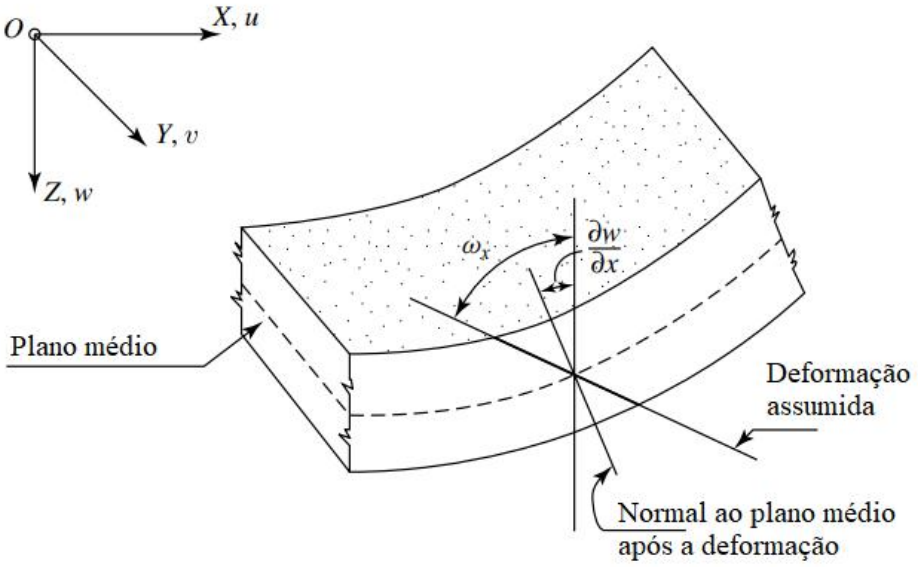


Figura 2: Seção transversal definida pela teoria de Reissner (Adaptado de Szilard, 2004).

$$\omega_x = -\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{6}{5Gt} q_x$$

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

$$\omega_y = -\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{6}{5Gt} q_y$$

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

A teoria Reissner foi formulada através da aplicação do teorema de trabalho mínimo de Castigliano, utilizando as tensões como variáveis. Sendo assim, três equações diferenciais são obtidas:

$$D\nabla^2\nabla^2 w = p_z - \frac{t^2}{10}\frac{2-\nu}{1-\nu}\nabla^2 p_z \tag{3}$$

$$q_x = -D\frac{\partial \nabla^2 w}{\partial x} + \frac{t^2}{10}\nabla^2 q_x - \frac{t^2}{10}\frac{1}{1-\nu}\frac{\partial p_z}{\partial x} \tag{4}$$

$$q_y = -D\frac{\partial \nabla^2 w}{\partial y} + \frac{t^2}{10}\nabla^2 q_y - \frac{t^2}{10}\frac{1}{1-\nu}\frac{\partial p_z}{\partial y} \tag{5}$$

As Eqs. (3), (4) e (5) representam um problema de integração de sexta ordem, sendo necessárias três condições de contorno independentes para cada borda da placa. Em comparação com a teoria clássica de placas, esta utilizaria apenas duas condições

para a solução do problema, pois devido às forças suplementares de Kirchhoff os momentos de torção M_{xy} e M_{yx} são transformados em conjugados equivalentes (Szilard, 2004).

2.2.2. Teoria de Mindlin

Segundo Szilard (2004), a teoria de Mindlin é baseada no deslocamento, sendo amplamente utilizada para placas moderadamente espessas. Sendo fundada na teoria de deformações de primeira ordem, utiliza os seguintes pressupostos cinemáticos para os deslocamentos no plano:

$$u = z\omega_x(x, y) \tag{6}$$

$$v = z\omega_y(x, y) \tag{7}$$

onde $\omega_x(x, y)$ e $\omega_y(x, y)$ representam as rotações no plano médio. Uma vez que os deslocamentos transversais $\omega(x, y)$ são independentes de z, nenhum alongamento de espessura é permitido. O pressuposto transversal da teoria de Mindlin é idêntico ao do pressuposto de Reissner. Como pode-se visualizar na Fig. 2.

Com os elementos da Eqs. (6) e (7) gerando valores constantes para as deformações por cisalhamento transversal e as suas correspondentes distribuições de tensões, e tendo a distribuição real da tensão para a placa um comportamento parabólico, essa suposição seria incorreta e não atenderia à condição de tensão nula nas superfícies superior e inferior da placa (Szilard, 2004). Sendo assim, é necessária a utilização do fator de correção do cisalhamento (k^2). Ao aplicar o teorema da mínima energia potencial, Mindlin obteve as seguintes equações diferenciais de equilíbrio:

$$k^2Gt\left(\nabla^2 w + \varphi\right) + p_z(x, y) = 0 \tag{8}$$

$$\frac{D}{2}\left[(1-\nu)\nabla^2\omega_x + (1-\nu)\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right] - k^2Gt\left(\omega_x + \frac{\partial w}{\partial x}\right) = 0 \tag{9}$$

$$\frac{D}{2}\left[(1-\nu)\nabla^2\omega_y + (1-\nu)\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right] - k^2Gt\left(\omega_y + \frac{\partial w}{\partial y}\right) = 0 \tag{10}$$

onde φ é dado por:

$$\varphi = \frac{\partial\omega_x}{\partial x} + \frac{\partial\omega_y}{\partial y} \tag{11}$$

Assim, os esforços resultantes para a teoria das placas de Mindlin são dadas por:

$$M_x = D\left(\frac{\partial \omega_x}{\partial x} + \nu \frac{\partial \omega_y}{\partial y}\right) \tag{12}$$

$$M_y = D\left(\frac{\partial \omega_y}{\partial y} + \nu \frac{\partial \omega_x}{\partial x}\right) \tag{13}$$

$$M_{xy} = M_{yx} = \frac{(1-\nu)}{2} D\left(\frac{\partial \omega_y}{\partial x} + \frac{\partial \omega_x}{\partial y}\right) \tag{14}$$

$$q_x = k^2 Gt\left(\omega_x + \frac{\partial w}{\partial x}\right) \tag{15}$$

$$q_y = k^2 Gt\left(\omega_y + \frac{\partial w}{\partial y}\right) \tag{16}$$

2.2.3. Teoria de Reissner-Mindlin

Tendo a teoria de Reissner baseada nas tensões impostas, e a teoria de Mindlin definida através dos deslocamentos impostos, busca-se eliminar a inconsistência no contorno da teoria clássica de placas. Com a teoria de Reissner-Mindlin é possível definir para cada ponto da fronteira três condições de contorno ao invés de duas como na teoria de Kirchhoff (Andrade, 2001; Ota, 2016).

Para a análise de placas moderadamente espessas, ambas teorias de placas (de Reissner e de Mindlin) receberam muita atenção, devido à sua formulação de elementos finitos confiáveis e eficientes para placas finas. Como nessas teorias os deslocamentos e as rotações são independentes e a continuidade da inclinação não é necessária, isso facilita o desenvolvimento dos elementos finitos. A aplicação direta dessas teorias de ordem superior a elementos finitos de placas finas, pode acarretar no travamento por cisalhamento (Szilard, 2004).

Segundo Ota (2016), este fenômeno de travamento de cisalhamento ocorre pois o elemento finito torna-se excessivamente rígido, resultando em valores incorretos para as deformações. Este travamento pode ocorrer em formulações desenvolvidas para placas que consideram a deformação por esforços cortantes, tendo como parâmetro dependente a espessura *t*. Para espessuras *t* muito pequenas, tendendo a zero, os efeitos do travamento podem surgir acarretando em baixas taxas de convergência, gerando falsos resultados.

O travamento de cisalhamento ocorre em elementos de baixa ordem com integração completa, como os elementos de placa baseados na teoria de Reissner-Mindlin. Quando a espessura *t* tende a zero, as soluções analíticas dos modelos de placa convergem para a teoria de Kirchhoff, que desconsidera a influência dos

esforços cortantes. Consequentemente, a solução obtida por elementos finitos é forçada a satisfazer as hipóteses dessa teoria, levando à incapacidade do elemento de representar corretamente deformações por cisalhamento nulas, resultando no fenômeno de travamento. Esse efeito ocorre especialmente em formulações baseadas em deslocamentos (Ota, 2016).

Embora o travamento não impeça a convergência para a solução exata, ele pode torná-la significativamente mais lenta, aumentando o tempo de processamento devido à maior rigidez artificial imposta ao modelo. Para mitigar esse problema, recomenda-se o refinamento da malha de elementos finitos ou a utilização de funções de interpolação de ordem mais alta, que permitem uma melhor representação do comportamento estrutural sem comprometer a precisão da solução.

2.2.4. Compressão biaxial e pressão lateral

Segundo Guedes e Gordo (1996), a pressão lateral nos painéis causa deslocamentos fora do plano em um modo de meia onda em ambas as direções. Essas deflexões fora do plano diminuem a resistência da placa sempre que coincidirem com o modo de flambagem principal e aumentarão a resistência da placa caso contrário. Assim, no caso da resistência biaxial de painéis longos, esse tipo de deflexão tende a diminuir a resistência transversal e a aumentar a resistência longitudinal, dependendo da situação específica.

Dier e Dowling (1980) propuseram que a pressão lateral poderia ser representada por um parâmetro não dimensional, sendo apresentada de uma forma normalizada dada por:

$$Q = \frac{p_z E}{\sigma_Y^2} \tag{17}$$

onde p_z é a intensidade da pressão lateral, E é o modulo de elasticidade e σ_{Y} é tensão de escoamento do material.

2.3. Teoria de Flambagem de Placas

Segundo Okumoto et al. (2009), elementos de placa fina são frequentemente submetidos a forças compressivas e de cisalhamento atuando no plano da placa. Se essas forças no plano são suficientemente pequenas, o equilíbrio é estável e as deformações resultantes são caracterizadas pela ausência de deslocamentos laterais. Conforme a intensidade dessas forças no plano aumenta, ocorre uma mudança

marcante no caráter do padrão de deformação, introduzindo-se deslocamentos laterais. A carga que produz essa condição é chamada de carga crítica. A carga crítica inicia um padrão de deflexão que, se a carga for aumentada, rapidamente leva a deflexões laterais muito grandes e, eventualmente, à falha completa da placa (Szilard, 2004).

Portanto, a flambagem é um modo de falha que se observa em estruturas sob compressão devido à instabilidade estrutural. Quando ocorre a flambagem elástica, a carga que determina a sua instabilidade é chamada carga crítica ($\overline{N}_{cr}$) e depende principalmente da esbeltez da placa analisada (Pfeil e Pfeil, 2012; Abed et al., 2016). Segundo El-Sawy e Martini (2010), quando a placa é esbelta a sua flambagem predominante é elástica, caracterizada pelo regime elástico do material. No entanto, se a placa é robusta, a flambagem ocorre no regime plástico, causando a chamada flambagem inelástica, ou elasto-plástica, a qual tem a carga que determina o fenômeno chamado de carga última ($\overline{N}_u$).

De acordo com Jones (2006), um comportamento de pós-flambagem ocorre com cargas acima da carga crítica de flambagem. Este comportamento, de pós-flambagem em placas planas, é de interesse prático, uma vez que, considerando o comportamento pós-flambagem das placas, pode-se obter uma economia de peso considerável (Szilard, 2004).

Segundo Szilard (2004), a análise pós-flambagem de placas é consideravelmente complexa, sendo um problema de carácter não-linear. A não-linearidade pode ser de origem geométrica (grandes deslocamentos) ou de origens físicas (comportamento elasto-plástico do material), sendo necessário o uso de métodos numéricos para a solução do problema. A carga crítica de uma placa pode ser formulada utilizando os seguintes métodos: emprego da equação diferencial de equilíbrio estático da placa sob carregamento no plano; utilização de métodos de energia diferenciados ou ainda abordagens dinâmicas do problema proposto.

2.3.1. Determinação da Carga Crítica de Placas: O Método do Equilíbrio

Conforme desenvolvido por Szilard (2004), a partir da análise de uma placa plana e retangular sujeita a carregamentos, $\overline{n}_x$, $\overline{n}_x$ e $\overline{n}_{xy}$, e à aplicação das condições de contorno no plano médio, como mostrado na Fig. 3.

Ao invés de utilizar os valores absolutos das variáveis, é feita uma análise de valor relativo para as mesmas como:

$$\overline{n}_x = -\lambda \overline{n}_{x0} \quad (18)$$

$$\overline{n}_y = -\lambda \overline{n}_{y0} \quad (19)$$

$$\overline{n}_{xy} = -\lambda \overline{n}_{xy0} \quad (20)$$

sendo que a convenção de sinais adota $(+)$ para forças de tração e $(-)$ para forças de compressão, e λ é o fator de carga. O aumento gradual deste fator acarreta no aumento de cargas coplanares das bordas causando instabilidade no equilíbrio da placa, o que por sua vez faz a placa alcançar o seu equilíbrio neutro. No estado neutro de equilíbrio a placa encontra-se no modo de deformação exatamente no ponto de bifurcação, a partir do qual começam a ocorrer as deflexões w, mesmo sem a existência de nenhuma pressão lateral p_z, causando uma curvatura no plano médio da placa que era plano até então.

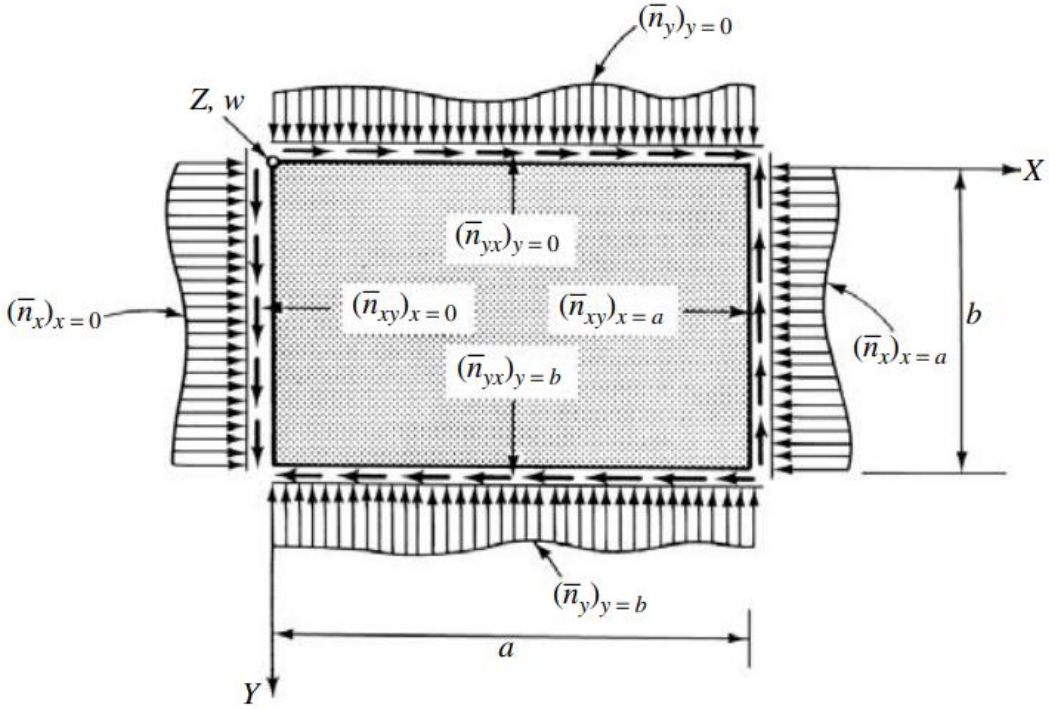


Figura 3: Placa retangular sujeita a forçamento nas bordas (Adaptado de Szilard, 2004).

$\overline{n}_x = -\lambda \overline{n}_{x0}$ MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

$\overline{n}_y = -\lambda \overline{n}_{y0}$ MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

$\overline{n}_{xy}$ MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
$=-\lambda\overline{n}_{xy0}$

Szilard (2004) definiu a seguinte equação diferencial para a obtenção da carga crítica de flambagem de uma placa retangular:

$$D\nabla^2\nabla^2 w(x,y) = p_z(x,y) + n_x\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + n_y\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2n_{xy}\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y} \qquad (21)$$

Substituindo as Eq. (18), (19) e (20) na Eq. (21), uma forma alternativa da equação diferencial governante, da instabilidade elástica de placas, é obtida:

$$\nabla^4 w + \frac{\lambda}{D}\left(\overline{n}_{x0}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \overline{n}_{y0}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2\overline{n}_{xy0}\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}\right) = p_z(x,y) \qquad (22)$$

Para o caso particular, em que a pressão lateral $p_z(x,y)$ é constante para qualquer valor de x e y, a equação diferencial Eq. (22) pode ser reescrita como uma equação diferencial:

$$\nabla^4 w + \frac{\lambda}{D}\left(\overline{n}_{x0}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \overline{n}_{y0}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2\overline{n}_{xy0}\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}\right) - p_z = 0 \qquad (23)$$

Com a aplicação da Eq. (23) ao problema de placas, a determinação da carga crítica consiste em definir o menor valor do fator de carga λ, para o qual a placa atinja o estado de equilíbrio neutro e por consequência o ponto de bifurcação do seu modo de deformação.

A solução do problema se dá através de autovalores, quando se satisfaz a Eq. (23) e as condições de contorno do problema proposto. Ao encontrar o menor autovalor, pode-se determinar a carga crítica, sendo dada por:

$$\overline{N}_{cr} = \lambda_{cr}\overline{n}_0 \qquad (24)$$

sendo $\overline{N}_{cr}$ a carga crítica por unidade de comprimento, λ_{cr} o menor fator de carga que leva à placa ao seu estado de equilíbrio neutro e $\overline{n}_0$ a carga distribuída aplicada à placa.

Assim, para a se obter o resultado em unidade de tensão é necessária a divisão da carga crítica pela espessura da placa, como:

$$\sigma_{cr} = \frac{\overline{N}_{cr}}{t} \qquad (25)$$

onde σ_{cr} é a tensão crítica de flambagem da placa, $\overline{N}_{cr}$ é a carga crítica por unidade de comprimento e *t* é a espessura da placa.

2.3.2. Flambagem em placas com perfurações

A flambagem de placas perfuradas é um fenômeno estrutural complexo que ocorre quando uma placa submetida a esforços compressivos excede sua capacidade crítica de carga, resultando em uma instabilidade caracterizada por grandes deslocamentos transversais. A presença de perfurações altera significativamente o comportamento da flambagem, pois modifica a distribuição de tensões e reduz a rigidez da estrutura, tornando a análise desse problema essencial para aplicações em engenharia naval, aeronáutica e civil.

A teoria clássica da flambagem de placas se baseia nos modelos de Kirchhoff-Love e Reissner-Mindlin, que descrevem a resposta estrutural de placas finas e espessas, respectivamente. Para placas sem perfuração, a carga crítica de flambagem pode ser determinada utilizando a equação clássica de estabilidade de placas finas, conforme estabelecido por Timoshenko e Gere (1961). No entanto, quando há perfurações, a distribuição de tensões na placa é alterada, gerando concentrações de tensões ao redor das bordas dos furos, o que pode reduzir significativamente a carga crítica de flambagem (Bažant & Cedolin, 2010).

A influência das perfurações na resistência à flambagem depende de diversos fatores, incluindo o tamanho, formato, posição e fração volumétrica dos furos. Estudos numéricos e experimentais indicam que furos circulares tendem a minimizar a redução da carga crítica devido à distribuição mais uniforme das tensões ao seu redor (El-Sawy & Nazmy, 2001). Por outro lado, furos alongados ou retangulares podem induzir modos de flambagem localizados, resultando em uma maior redução da resistência da placa. Além disso, a relação entre a razão de aspecto da placa e a razão de aspecto do furo influencia diretamente o comportamento estrutural, conforme demonstrado em análises via Elementos Finitos (Ota, 2016).

Outro aspecto relevante na análise da flambagem de placas perfuradas é a consideração de efeitos não lineares, especialmente em materiais que apresentam comportamento elasto-plástico. A flambagem elasto-plástica ocorre quando as tensões atingem o limite de escoamento do material antes da perda de estabilidade global, o que pode ser agravado pela presença de furos, conforme discutido por Batista et al. (2019). Para lidar com esse problema, abordagens baseadas em análises numéricas, como o método dos elementos finitos (FEM), têm sido amplamente empregadas para prever o comportamento estrutural e otimizar o posicionamento das perfurações, garantindo maior eficiência e segurança estrutural.

Dessa forma, a teoria da flambagem de placas com perfurações continua sendo um campo de grande interesse na engenharia estrutural, exigindo a aplicação de modelos matemáticos avançados e técnicas numéricas para compreender e mitigar os efeitos das perfurações na estabilidade das estruturas. Estudos futuros podem explorar novas metodologias de otimização geométrica e materiais avançados para aprimorar a resistência à flambagem de placas perfuradas em diferentes condições de carregamento.

2.3.3. Comportamento pós-flambagem de placas finas

A análise de flambagem elástica de placas possui maior facilidade de resolução de problemas de limite superior e com parâmetros de referência básica, porém ela não descreve o verdadeiro valor das cargas de flambagem devido à presença do efeito inelástico, exceto se esta placa for muito esbelta, pois o escoamento do material ocorre antes da tensão crítica de flambagem (flambagem inelástica) (Shanmugam e Wang, 2006).

No que se refere a tensões de magnitudes maiores que a tensão crítica de flambagem elástica, e as deformações associadas que ocorrem sob tal carga, estas são denominadas pós-flambagem, podendo ser elásticas ou inelásticas. Sendo assim, a tensão última será o valor máximo de tensão que a placa pode suportar (Ziemian, 2010).

Devido ao comportamento diferenciado das placas, quando se considera o comportamento de colunas, estas suportam apenas um pequeno acréscimo de carga antes que ocorra a deformação excessiva da coluna. A resistência adicional de pós-flambagem de placas finas está relacionada a diversos fatores, no entanto, o principal é que a forma deformada da placa flambada não pode ser desenvolvida a partir da configuração de pré-flambagem, sem que haja uma redistribuição das tensões no plano médio ao longo da placa. Essa redistribuição, que é ignorada na teoria de pequenos deslocamentos para a flambagem elástica, normalmente favorece as regiões menos rígidas da placa, e causa um aumento de eficiência na mesma. Uma das causas mais comuns dessa redistribuição está associada com as condições de contorno no plano das bordas carregadas da placa (Chajes, 1974). Os comportamentos de placas e barra no pós-flambagem podem ser vistos na Fig. 4.

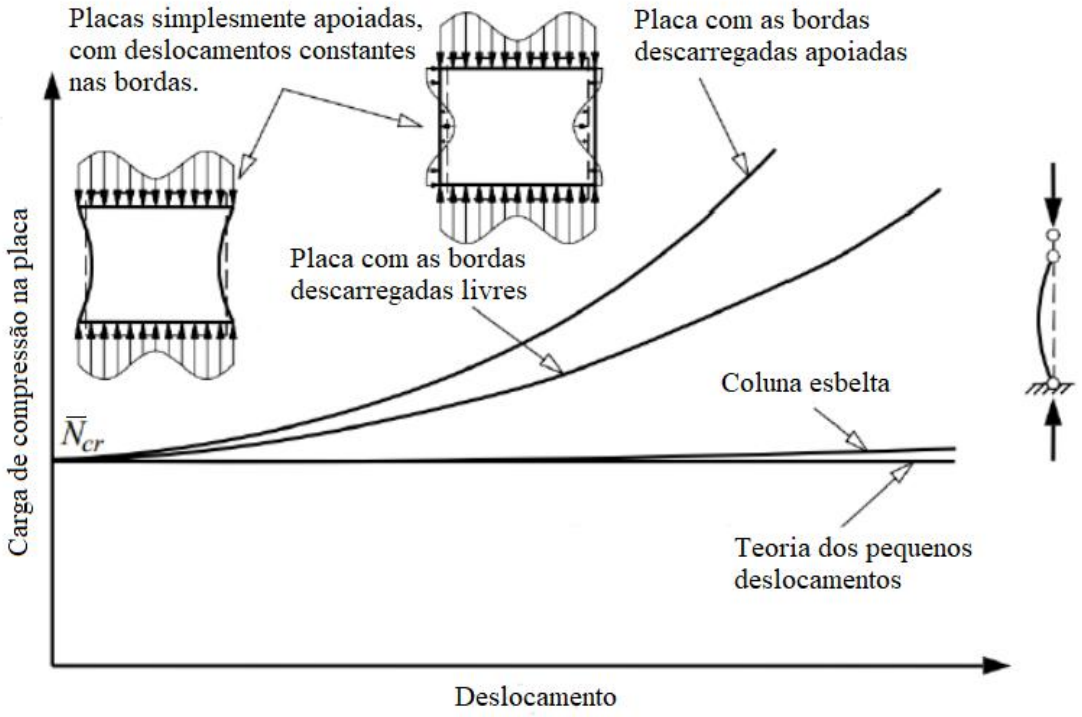


Figura 4: Comportamento pós-flambagem em placas elásticas esbeltas (Adaptado de Trahair e Bradford, 1988).

Segundo Roorda (1980), as pesquisas relacionadas à área aeronáutica (após a década de trinta), possibilitaram a descoberta de que as placas apresentam um comportamento mecânico de pós-flambagem completamente diferente de outras estruturas. Tendo que, o menor acréscimo ao valor da carga crítica em uma barra produzirá a falha dessa estrutura, o que não se verifica para o caso de placas. Tal comportamento se explica através do efeito de grandes deslocamentos que ocorrem na estrutura na fase de pós-flambagem. Para Ventsel e Krauthammer (2001), o fenômeno de pós-flambagem em placas não se caracteriza apenas pelo efeito da flexão, pois ocorre a ação direta das tensões no plano. Pois, as placas possuem uma capacidade de carga pós-flambagem que permite um acréscimo de carga após a ocorrência da deflexão lateral. Portanto, o colapso da placa não ocorre em função do limite definido pela carga crítica de flambagem, mas para uma carga bem superior a este limite.

De acordo com Akesson (2007), a placa possui capacidade de suportar um incremento de carga mesmo após a flambagem elástica e, ainda, presume-se que a placa não sofre colapso no seu ponto de equilíbrio neutro, ou seja, no ponto de bifurcação. A explicação deste comportamento se deve a placa estar submetida ao

carregamento compressivo, havendo a formação de uma membrana que estabiliza a flambagem através de uma faixa de tensão transversal. A carga que define o colapso de uma placa, em seu comportamento elasto-plástico, é denominada de carga última ($\overline{n}_u$).

O fato de grande parte da carga ser transportada para regiões da placa próximas das extremidades, surge então a hipótese de que a tensão máxima na borda age de maneira uniforme ao longo de duas faixas da placa, ou seja, cresce do centro para as bordas apoiadas da placa. Assim, pode-se admitir de forma conservadora, que o colapso da placa ocorrerá quando a tensão máxima (σ_{max}) atuante for igual à tensão de escoamento (σ_Y) do material. Ainda assim, o valor da carga última não é um dado fácil de ser obtido, sendo necessário o conhecimento da forma como é distribuída esta tensão (Maquoi, 1992, Åkesson, 2007).

Shanmugam et al. (1999) aplicaram o MEF para desenvolver equações de projeto para determinar a carga última para placas quadradas, sob flambagem uniaxial e biaxial, e com furos circulares e quadrados posicionados no centro da placa. Para uma placa com carregamento biaxial e simplesmente apoiada, foi utilizada a configuração mostrada na Fig. 5.

A variação de σ_u/σ_Y foi plotada para vários valores de esbeltez (b/t) e da relação de tamanhos de furos (d/b), sendo d o diâmetro do furo, utilizando os resultados obtidos pelo MEF. As análises consideraram ajustes polinomiais quadráticos e cúbicos, os quais combinam os efeitos dos parâmetros citados. Foi observado que o ajuste quadrático tem boa aproximação do valor real da relação σ_u/σ_Y para:

$$\frac{\sigma_u}{\sigma_Y} = C_1\left(\frac{d}{b}\right)^2 + C_2\left(\frac{d}{b}\right) + C_3 \quad ; \quad \text{sendo } C_i = f_i\left(\frac{b}{100t} = S\right) \tag{26}$$

onde d é o diâmetro do furo circular ou o lado do furo quadrado, σ_u é a tensão última, σ_Y é a tensão de escoamento do material da placa, b é a largura da placa quadrada e S é a esbeltez da placa, dada por $S = 0{,}01(b/t)$.

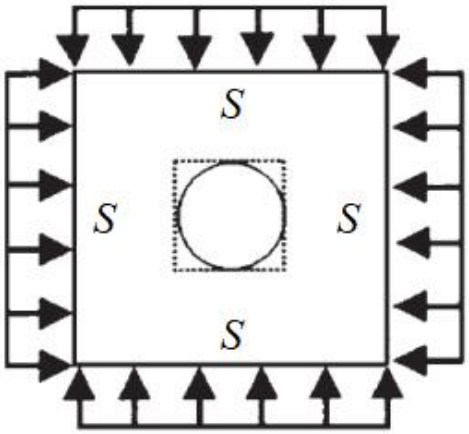


Figura 5: Placa com perfuração centralizada e carregamento biaxial (Adaptada de Shanmugam et al., 1999).

$\frac{\sigma_u}{\sigma_Y}$
$= C_1\left(\frac{d}{b}\right.$
$+ C_2\left(\frac{d}{b}\right.$
$+ C_3$;
$= f_i\left(\frac{}{1(}\right.$
$= S)$

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

Uma vez que o ajuste cúbico não foi encontrado para aumentar significantemente a acurácia da equação, o ajuste quadrático foi adotado. Outras investigações mostraram que os mesmos valores de C_1, C_2 e C_3 podem ser usados para ambos os tipos de furos, circulares e quadrados, se a equação para a tensão última for expressa em termos da área de abertura e da área da superfície da placa:

$$\frac{\sigma_u}{\sigma_Y} = C_1\left(\frac{A_h}{A_p}\right)^2 + C_2\left(\frac{A_h}{A_p}\right) + C_3 \quad (27)$$

onde A_h é a área do furo (apenas circular ou quadrado) e A_p é a área de superfície da placa quadrada (b^2).

Assim, para a placa quadrada simplesmente apoiada, com carregamentos compressivos biaxiais e furo centralizado, circular ou quadrado, o cálculo das constantes é dado por:

$$C_1 = -10S^3 - 14S^2 + 5{,}8S + 0{,}66 \quad (28)$$

$$C_2 = -0{,}1S^2 + 1{,}44S - 1{,}14 \quad (29)$$

$$C_3 = 0{,}6S^2 - 1{,}57S + 1{,}12 \quad (30)$$

2.4. Modelo Computacional

A maioria dos problemas de engenharia estrutural possuem sua solução baseada em equações diferenciais, sendo que estas soluções fornecem resultados com boa precisão. Em geral, para problemas que possuem aspectos geométricos, carregamentos e condições de contorno mais simples, é possível encontrar uma solução através de métodos analíticos. Porém, conforme aumenta complexidade dos problemas, é necessário o uso da Modelagem Computacional, visto que esta oferece boas soluções, ainda que estas soluções resultem de métodos numéricos aproximados (Blaauwendraad, 2010).

A Modelagem Computacional consegue reproduzir os fenômenos físicos de acordo com uma metodologia que envolve áreas da engenharia, da matemática e da ciência da computação. Abordando diferente tipos de fenômenos físicos, sendo eles: estrutural, sistemas de fluidos, circuitos elétricos, etc. A simulação numérica é uma técnica que avalia o comportamento de um determinado sistema por meio de modelos computacionais, reproduzindo na totalidade ou em parte as propriedades e os comportamentos do sistema, permitindo a manipulação e o estudo detalhado do caso (Zienkiewicz, 1971; Kardestuncer e Norrie, 1987; Devloo, 2005).

Sendo assim, quando se recorre à utilização de métodos numéricos para resolver problemas de engenharia, é importante desenvolver a capacidade de identificar as possíveis fontes de erros de aproximação, e também estimar a magnitude destes erros. Em todo o processo de preparação e resolução numérica de um problema de engenharia, é de vital importância dominar todos os procedimentos de modelagem, isto é, de definição de todas as componentes geométricas, das propriedades dos materiais e dos meios envolvidos, das condições de contorno e das solicitações a que o sistema a simular se encontra sujeito. A qualidade e o rigor com que estas etapas são definidas irão influenciar de forma determinante o resultado final a ser obtido (Teixeira Dias et al., 2010).

Para os problemas de flambagem de placas finas, é necessário a representação de um sistema de equações diferenciais parciais através do método de discretização.

Um dos métodos de discretização mais difundidos é o Método dos Elementos Finitos, sendo este muito utilizado na análise estrutural (Blaauwendraad, 2010).

2.4.1. Método dos Elementos Finitos (MEF)

O Método dos Elementos Finitos (MEF) é um dos métodos numéricos mais difundidos no meio acadêmico e científico. Sendo amplamente usado para resolver numericamente problemas estruturais, fluidos e multifísicos (Bathe, 2007). O MEF se caracteriza em dividir ou discretizar um meio contínuo (domínio), podendo ser um sólido ou um fluido, em um número menor de subdomínios (elementos finitos), incluindo os graus de liberdade que descrevem o comportamento do sistema, escrevendo a seguir as equações que definem o comportamento de cada elemento e sua interação com seus vizinhos. Sendo que, a solução aproximada é construída pela aplicação dos métodos residual variacional ou residual ponderado (Kim e Sankar, 2011; Madenci e Guven, 2015). Um exemplo de divisão de domínio em elementos finitos pode ser visto na Fig. 6.

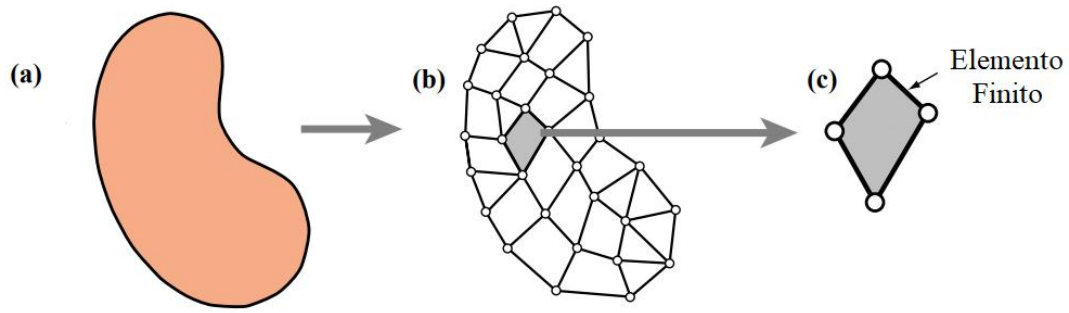


Figura 6: Discretização de um domínio em elementos finitos e extração de elemento finito genérico (Adaptado de Felippa, 2001).

Segundo Madenci e Guven (2015), o método de análise de elementos finitos necessita que algumas etapas, principais, sejam atendidas:

• Discretização do domínio em um número finito de subdomínios (elementos);
• Seleção das funções de interpolação;
• Desenvolvimento da matriz de elementos para o subdomínio;
• Montagem das matrizes de elementos para cada subdomínio para obter a matriz global para todo o domínio;
• Imposição das condições de contorno;
• Solução das equações;

• Cálculos adicionais, quando necessários.

Os elementos utilizados nas análises pelo MEF, podem possuir uma dimensão (1D), duas dimensões (2D) ou três dimensões (3D), como os mostrados na Fig. 7.

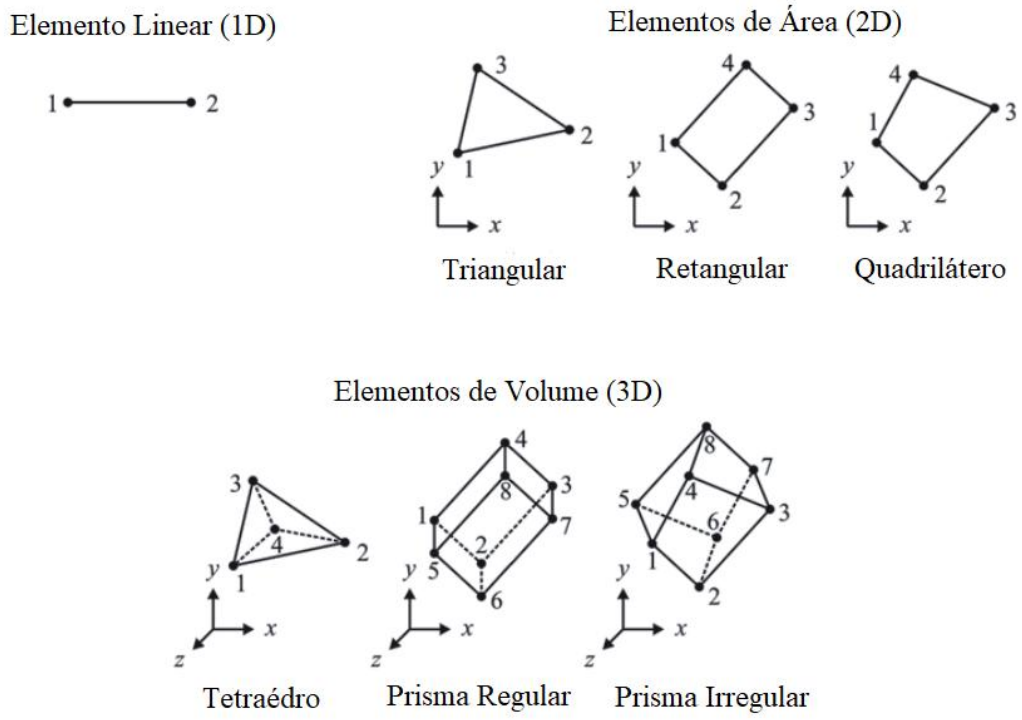


Figura 7: Alguns exemplos de elementos finitos. Elementos finitos: linear (1D), de Área (2D) e de Volume (3D) (Adaptado de Madenci e Guven, 2015).

Ao discretizar uma geometria se cria uma malha, cujos elementos são unidos por nós através da união das bordas de cada elemento. Os graus de liberdade são atribuídos ao elemento na região dos nós. Em um elemento em forma de membrana, por exemplo, têm-se três graus de liberdade por nó: um para o deslocamento, um para rotação sobre o eixo *x* e um para a rotação sobre o eixo *y*. Em sua grande maioria, nas simulações de placas utiliza-se os elementos de área (2D), onde uma das dimensões é muito pequena se comparada com as outras duas, ou seja, a dimensão da espessura da placa é muito menor que a dimensão do comprimento e da altura (Blaauwendraad, 2010).

Na grande maioria das estruturas é necessário utilizar elementos que possuem propriedades tanto de uma membrana quanto de uma placa. Geralmente são utilizados elementos de casca, que possuem seis graus de liberdade em cada nó (Blaauwendraad, 2010).

Nas simulações numéricas de problemas de placas finas, é aconselhável a utilização de elementos do tipo casca, quando realizada através do software ANSYS®. O elemento SHELL281 é um dos elementos finitos disponibilizados pelo software e possibilita resultados satisfatórios para análises de estruturas do tipo placa, podendo ela possuir espessuras finas, até moderadamente espessas. Este elemento possui oito nós e cada um com seis graus de liberdade (translações nos eixos *x, y* e *z*, e rotações em torno de *x, y* e *z*) (ANSYS, 2015).

Na Fig. 8, pode-se visualizar a geometria SHELL281, com os seus nós (*I, J, K, L, M, N, O, P*) no elemento com geometria quadrilátera e triangular. Pode-se observar que o elemento triangular possui a mesma quantidade de nós que o quadrilátero, sendo que, os nós *K, L* e *O* compartilhando a mesma posição.

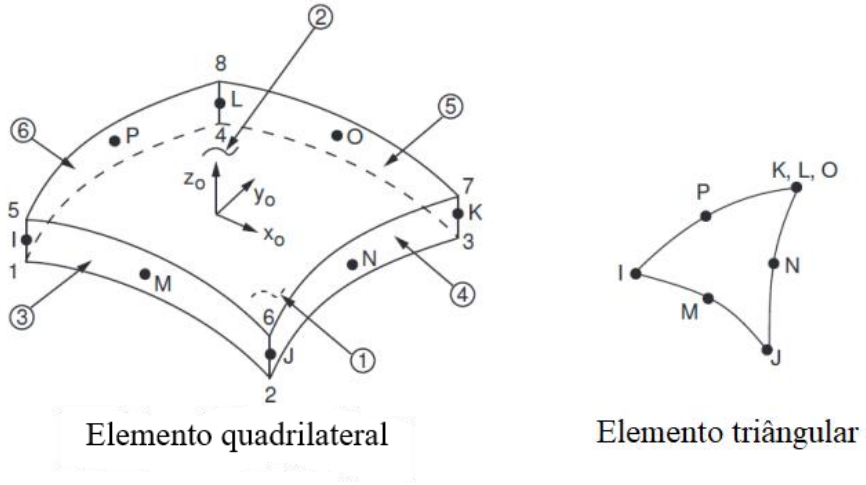


Figura 8: Geometria do elemento SHELL281 (Adaptado de ANSYS, 2015).

A base teórica do MEF é bastante difundida, podendo ser encontrada em Bathe (1982), Zienkiewicz e Taylor (2000), Felippa (2001), Reddy (2006), Przemieniecki (2009) e Blaauwendraad (2010).

2.5. Método TOPSIS

O método TOPSIS (*Technique for Order Preferences by Similarity to an Ideal Solution*) foi introduzido por Hwang e Yoon em 1981. Esse método se baseia no conceito de solução de compromisso, no qual a melhor alternativa é aquela que se encontra mais próxima da solução ideal positiva (ou seja, a mais desejável) e mais distante da solução ideal negativa (a menos desejável). A alternativa mais vantajosa é

então determinada por meio de um processo de ordenação, resultando na escolha da opção mais adequada.

Segundo Tzeng e Huang (2011), esta técnica tem como função determinar a melhor alternativa com base nos conceitos da solução de compromisso. A solução de compromisso pode ser considerada como a escolha da solução com a menor distância euclidiana da solução ideal e a maior distância euclidiana da solução ideal negativa.

2.5.1. Procedimentos do TOPSIS

De acordo com Tzeng e Huang (2011), dado um conjunto de alternativas, $A = \{A_k \mid k = 1, ..., n\}$, e um conjunto de critérios, $C = \{C_j \mid j = 1, ..., m\}$, onde $X = \{x_{kj} \mid k = 1, ..., n;\ j = 1, ..., m\}$ denota o conjunto de classificações de desempenho e $w = \{w_j \mid j = 1, ..., m\}$ é o conjunto de pesos, a tabela de informações $I = (A, C, X, W)$ pode ser representada como mostrado na Tabela 1.

Tabela 1: Tabela de informações do TOPSIS (Tzeng e Huang, 2011).

Alternativas	C_1	C_2	...	C_m
A_1	x_{11}	x_{12}	...	x_{1m}
A_2	x_{kj}	x_{kj}	...	x_{2m}
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
A_n	x_{n1}	x_{n2}	...	x_{nm}
W	w_1	w_2	...	w_m

O primeiro passo do TOPSIS é calcular as classificações normalizadas por:

- Forma 1:

$$r_{kj}(x) = \frac{x_{kj}}{\sqrt{\sum_{k=1}^{n} x_{kj}^2}}, \quad k = 1, ..., n;\ \ j = 1, ..., m \tag{31}$$

- Forma 2:

Para critérios de benefício (maior é melhor), $r_{kj}(x) = (x_{kj} - x_j^-) \,/\, (x_j^* - x_j^-)$, onde $x_j^* = max_k x_{kj}$ e $x_j^- = min_k x_{kj}$ ou configuração x_j^* é a configuração desejada/aspirada e x_j^- é a pior configuração.

Para critérios de custo (menor é melhor), $r_{kj}(x) = (x_j^- - x_{kj}) \,/\, (x_j^- - x_j^*)$, e então para calcular classificações normalizadas ponderadas, tem-se:

$$v_{kj}(x) = w_j r_{kj}(x), \quad k = 1, ..., n; \;\; j = 1, ..., m \tag{32}$$

Após a normalização da matriz, o ponto ideal positivo (*PIS*) e o ponto ideal negativo (*NIS*) são definidos como:

$$\begin{aligned} PIS = A^* &= \{v_1^+(x), v_2^+(x), ..., v_m^+(x)\} \\ &= \left\{\left(max_k v_{kj}(x) \middle| \, j \in J_1\right), \left(min_k v_{kj}(x) \middle| \, j \in J_2\right) \middle| k = 1, ..., n\right\} \end{aligned} \tag{33}$$

$$\begin{aligned} NIS = A^- &= \{v_1^-(x), v_2^-(x), ..., v_m^-(x)\} \\ &= \left\{\left(min_k v_{kj}(x) \middle| \, j \in J_1\right), \left(max_k v_{kj}(x) \middle| \, j \in J_2\right) \middle| k = 1, ..., n\right\} \end{aligned} \tag{34}$$

onde J_1 e J_2 são os atributos de benefício e custo, respectivamente.

O próximo passo é calcular a separação do PIS e do NIS entre as alternativas. Os valores de separação podem ser medidos usando a distância euclidiana, que é dada como:

$$D_k^* = \sqrt{\sum_{j=1}^{m} \left[v_{kj}(x) - v_j^+(x)\right]^2}, \quad k = 1, ..., n \tag{35}$$

$$D_k^- = \sqrt{\sum_{j=1}^{m} \left[v_{kj}(x) - v_j^-(x)\right]^2}, \quad k = 1, ..., n \tag{36}$$

Assim, a proximidade relativa (C_k^*) é definida como:

$$C_k^* = D_k^- / (D_k^* + D_k^-), \quad k = 1, ..., n \tag{37}$$

onde, $C_k^* \in [0,1] \; \forall \; k = 1, ..., n$.

Dessa forma, as alternativas podem ser classificadas em ordem decrescente de acordo com $PIS(C_k^*)$, permitindo a seleção das melhores opções com base nos critérios de desempenho estabelecidos.

A aplicação do método TOPSIS na otimização estrutural tem sido amplamente explorada em diversas áreas da engenharia, como evidenciado pelos estudos de Nikkhah et al. (2017), Pirmohammad e Saravani (2018), Namvar e Vosoughi (2020), Li et al. (2021), Mazaheri et al. (2021) e Razera et al. (2022). Essas pesquisas demonstraram a eficácia do método na seleção de configurações ótimas e no aprimoramento do desempenho estrutural em diferentes cenários, incluindo tubos de paredes finas, estruturas preenchidas com espuma, painéis sanduíche e sistemas de

reparo offshore. No entanto, até o momento, não há registros da aplicação do TOPSIS especificamente para a análise da flambagem de placas perfuradas submetidas a carregamentos combinados, como compressão biaxial e pressão lateral.

A introdução do método TOPSIS nesse contexto representa uma abordagem inovadora, pois permite a avaliação simultânea de múltiplos critérios de desempenho, como tensão última de flambagem, deslocamento máximo e eficiência estrutural. Essa abordagem possibilita a identificação de geometrias de perfuração que otimizam a resistência e a estabilidade das placas, fornecendo uma análise mais abrangente e fundamentada para o projeto de estruturas perfuradas. Além disso, a aplicação do TOPSIS pode contribuir significativamente para a tomada de decisões em projetos estruturais, equilibrando fatores como resistência mecânica, eficiência de fabricação e viabilidade econômica.

Portanto, a incorporação do TOPSIS na análise de flambagem de placas perfuradas submetidas a carregamentos combinados representa uma contribuição inédita para o estudo da estabilidade estrutural. Essa abordagem abre novas possibilidades para a otimização do desempenho de placas perfuradas em diversas condições de serviço, promovendo avanços na engenharia estrutural aplicada a setores como a indústria naval, aeroespacial e civil.

2.6. Fundamentos do Design Construtal

A Teoria Construtal (TC), formulada por Bejan (2000), é um princípio físico que explica como sistemas de fluxo, movimento ou escoamento, quando possuem liberdade para se reorganizar, naturalmente ajustam sua configuração para facilitar o acesso ao fluxo. Esse conceito tem como base a Lei Construtal (LC), proposta em 1997, que estabelece que todos os sistemas de fluxo/escoamento, sejam animados ou inanimados, seguem um princípio físico fundamental. Essa abordagem proporciona uma nova perspectiva sobre a organização e a evolução desses sistemas.

A Teoria Construtal (TC) se baseia em três observações fundamentais para descrever como as formas geométricas são determinadas (Bejan, 2000; Bejan e Lorente, 2008; Bejan e Zane, 2012), são eles:

- A vida é um fluxo/escoamento, ou seja, todos os sistemas de fluxo/escoamento são sistemas vivos, tanto o animado quanto o inanimado;

- Geração de design e a sua evolução são fenômenos da física, baseados em um princípio físico fundamental;
- Os sistemas têm a tendência universal para evoluir ao longo do tempo.

Segundo Lorente et al. (2010), a TC mostra que a geração das formas e a evolução física são fenômenos macroscópicos que surgem naturalmente para fornecer condições de fluxo/escoamento cada vez melhores. Essa evolução ocorre em todas as escalas, tratando-se de uma evolução conjunta de cada componente de um fluxo/escoamento do sistema, como por exemplo, riachos, árvores e ruas. Estes elementos se fundem em estruturas cada vez maiores, formando bacias hidrográficas, florestas e redes de transportes, provocando a emersão de uma hierarquia onde os componentes, com seus mais variados tamanhos, trabalham juntos para que o sistema flua/escoe de forma mais fácil.

De acordo com Bejan e Lorente (2008), o sistema de fluxo/escoamento está destinado a permanecer imperfeito. A direção da evolução do sistema irá no sentido de melhorar a distribuição das imperfeições, possibilitando que o fluxo/escoamento ocorra de maneira mais fácil, mas sempre permitindo a evolução do mesmo. Assim, o fenômeno natural não elimina as imperfeições, mas irá distribuí-las, gerando a geometria ideal do sistema sob determinadas condições.

Sendo assim, a aplicação da Lei Construtal na engenharia é denominada como método Design Construtal (DC). Segundo Bejan (2000) e Bejan e Lorente (2008), o DC define a direção do tempo de todos os fenômenos evolutivos, sendo que, os designs devem evoluir, adquirindo configurações cada vez melhores para dar mais acesso para as correntes que fluem/escoam através deles.

De acordo com o Dos Santos et al. (2017), o DC é um método fundamentado na Lei Construtal, que estabelece: "Para que um sistema de fluxo de tamanho finito persista no tempo (viva/sobreviva), sua configuração deve evoluir de modo a proporcionar acesso mais fácil às correntes que o percorrem."

Para a aplicação do DC na investigação geométrica de um sistema físico, é essencial considerar que seu fluxo ou escoamento é maleável, e sua geometria é determinada a partir de um princípio de melhoria do desempenho global. Assim, a definição da geometria deve atender a restrições globais e permitir variações conforme seus graus de liberdade. A implementação do Design Construtal requer a definição de três parâmetros fundamentais: o indicador de performance, que

corresponde à grandeza a ser maximizada ou minimizada, como a vazão mássica, a potência, o fluxo de tensões ou a energia; os graus de liberdade, que representam os parâmetros variáveis ao longo do processo; e as restrições, que englobam os parâmetros constantes que devem ser mantidos durante a investigação (Bejan, 2000).

Uma configuração de sistema de fluxo/escoamento não existe por si só. Segundo Bejan e Lorente (2008), estas configurações são limitadas e suportadas por estruturas sólidas que proporcionam força e rigidez. Essa é a estrutura que suporta, transforma e se une com a estrutura de fluxo/escoamento. Desta forma, o DC se torna uma ótima ferramenta para combinar os propósitos termo-fluídicos com os objetivos de busca de configuração em componentes estruturais. À princípio, a aplicação da TC na análise de estruturas possui tratamento semelhante ao dado para as configurações de fluxo/escoamento, considerando as estruturas como redes através das quais enfatiza-se um fluxo de tensões.

Segundo Bejan e Lorente (2008), a configuração mecânica deve ser visualizada da mesma forma como se visualizam as configurações de fluxo/escoamento, sendo uma estrutura uma rede através da qual os “fluxos” de esforços passa dos componentes para seus vizinhos. Assim, para componentes estruturais, o melhor desempenho não ocorre quando se possui a concentração máxima de tensões, mas sim quando as tensões máximas admissíveis são distribuídas uniformemente através do material disponível.

Comparando a estrutura interna de um sistema de fluxo e o desempenho térmico e mecânico, a questão fundamental é como selecionar parâmetros que irão maximizar a resistência global para a transferência de calor através de uma estrutura e/ou preservar a resistência mecânica estrutural (Bejan e Lorente, 2008).

Lorente et al. (2010) propõem que as estruturas devem ser configuradas de forma a facilitar o fluxo das tensões. Através da análise do fluxo de tensões, pode-se descobrir a melhor configuração do volume sob tensão. Sendo assim, para cada mecanismo de falha existe uma forma de permitir que o fluxo de tensões possua cargas máximas (tensões mais altas), quando o volume de material da estrutura é mantido constante, ou o volume seja o mínimo quando o carregamento for constante.

De acordo com Young e Budynas (2002), na mecânica dos materiais é possível a obtenção de um entendimento qualitativo da concentração de tensões através da relação com sistemas de fluxo/escoamento, chamado de analogia de fluxo.

Métodos intuitivos como a analogia de fluxo são úteis para o engenheiro que precisa reduzir a concentração de tensões em projetos estruturais.

Segundo Isoldi et al. (2013), as equações governantes para linhas de escoamento irrotacional e ideal de fluidos são bastante similares com as utilizadas para tensões. Desta forma, existe uma analogia entre linhas de escoamento, velocidade e gradientes de pressão, e trajetórias de tensão, magnitude e tensões principais. E, em Da Silveira et al. (2021), foi comprovada a efetividade do Design Construtal para aplicações de Engenharia Estrutural.

Para a avaliação geométrica propõe-se a aplicação do DC para definir as geometrias possíveis dentro de um determinado problema, estabelecendo o espaço de busca no qual as soluções serão avaliadas. A partir dessas configurações, aplica-se a Busca Exaustiva, na qual todas as geometrias propostas são analisadas, fornecendo um conjunto completo de resultados. Para uma avaliação mais abrangente, o método TOPSIS é empregado, permitindo a comparação das soluções obtidas. Com isso, diferentes combinações de pesos podem ser atribuídas aos indicadores de desempenho, possibilitando a escolha da alternativa mais eficiente dentro do espaço de busca definido (Hein et al, 2015; Krohling e Souza, 2011; Lima Júnior e Carpinetti, 2015).

3. METODOLOGIA

Este estudo consiste na Modelagem Computacional, através do Método dos Elementos Finitos (MEF), em associação ao método Design Construtal (DC), ao método de Busca Exaustiva (BE) e ao método TOPSIS (*Technique for Order Preferences by Similarity to an Ideal Solution*). Busca-se avaliar a influência da variação geométrica de uma perfuração na flambagem elasto-plástica de placas de aço, simplesmente apoiadas, submetidas a carregamentos compressivos biaxiais e laterais. Primeiramente é necessário identificar o sistema de fluxo, o tipo de fluxo e a forma de facilitar o fluxo. Após são definidas as restrições e os graus de liberdade para a geometria de placa analisada. Assim, o DC define o espaço de busca, sendo aplicada a Modelagem Computacional para simular numericamente o comportamento mecânico de todos os casos que compõem o espaço de busca, caracterizando uma otimização geométrica através da técnica de Busca Exaustiva. A partir desses resultados, o método TOPSIS foi aplicado, realizando uma análise abrangente do problema. Os resultados foram obtidos para diferentes tipos de furos, sendo comparados aos da placa de referência (sem perfuração), tendo em vista que, as placas comparadas possuem as mesmas dimensões (a, b e t), e foram submetidas ao mesmo carregamento combinado (carga biaxial no plano e carga lateral transversal ao plano) e às mesmas condições de contorno.

3.1. Aplicação do Método Design Construtal

A aplicação do método Design Construtal está condicionada à existência de um ou mais graus de liberdade e de restrições, com o objetivo da melhoria de um ou mais indicadores de performance. Sendo assim, para a aplicação do DC foram considerados o volume total da placa sem perfuração (V_r), a fração volumétrica (ϕ) da perfuração e a espessura t da placa. Os graus de liberdade considerados foram: a razão de aspecto b/a da placa e a relação b_0/a_0 do furo. Sendo, b a largura da placa, a o comprimento da placa, b_0 a largura da perfuração, e a_0 o comprimento da perfuração. Adicionalmente, para as perfurações hexagonais (Figs. 9g e 9h) a dimensão e h é também representada. De acordo com Da Silveira et al. (2021), foram utilizados como indicadores de performance a Tensão Última Normalizada (*NUS - Normalized Ultimate Stress*) e a Deflexão Máxima Normalizada (*NMD - Normalized Maximum Deflection*), sendo estes aplicados posteriormente no método TOPSIS para

determinação do caso ótimo. A Fig. 9 demonstra o modelo de referência e as placas com perfuração que foram analisadas.

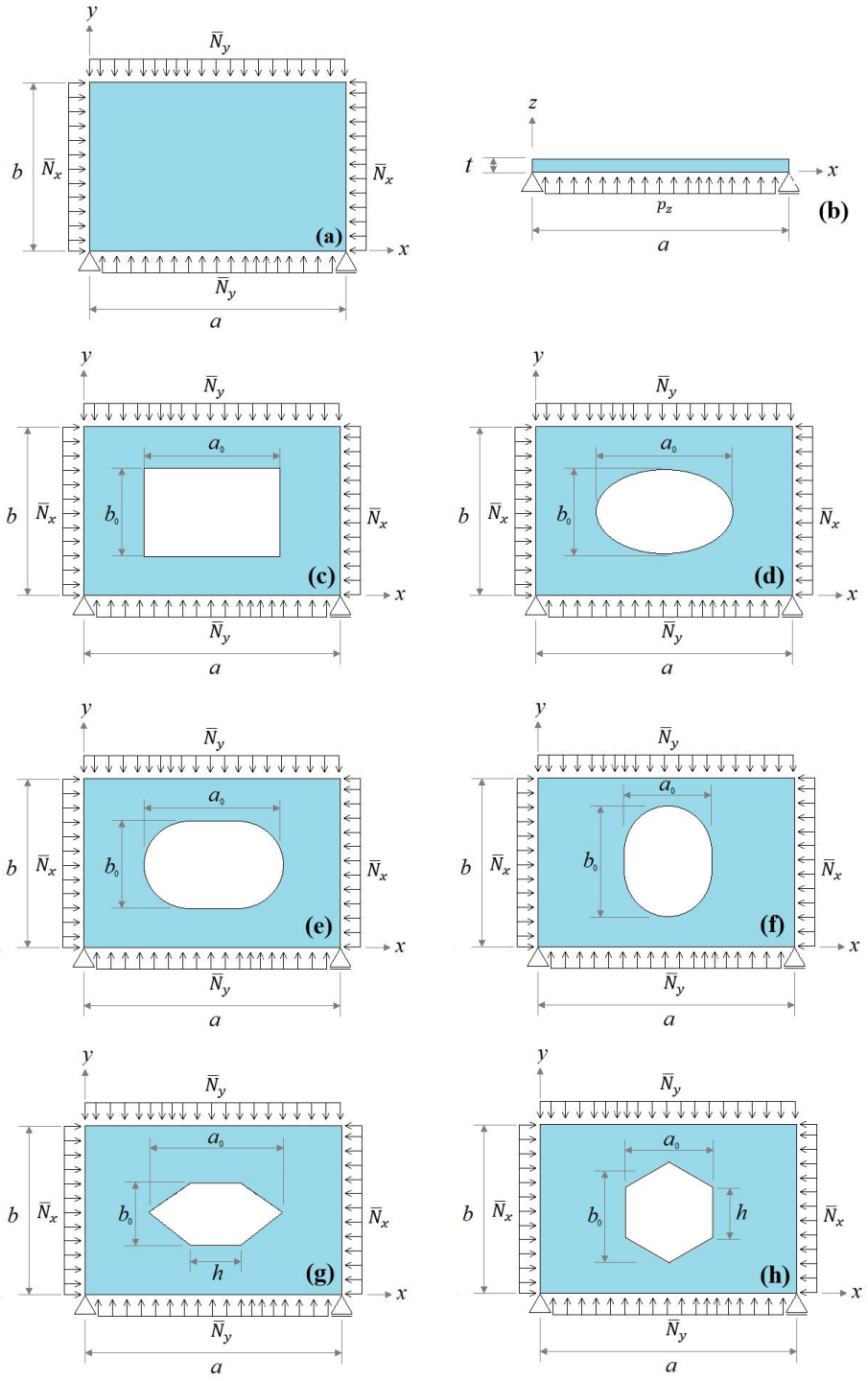


Figura 9: Placa com carregamento compressivo biaxial e transversal: (a) de referência, (b) vista lateral da placa, (c) perfuração retangular, (d) perfuração elíptica, (e) perfuração oblongo longitudinal, (f) perfuração oblongo transversal, (g) perfuração hexagonal longitudinal e (h) perfuração hexagonal transversal.

Nas Figs. 10 e 11 apresentam a árvore de simulações e o fluxograma das etapas para a aplicação do DC, do MEF, da BE e do TOPSIS na solução do problema proposto.

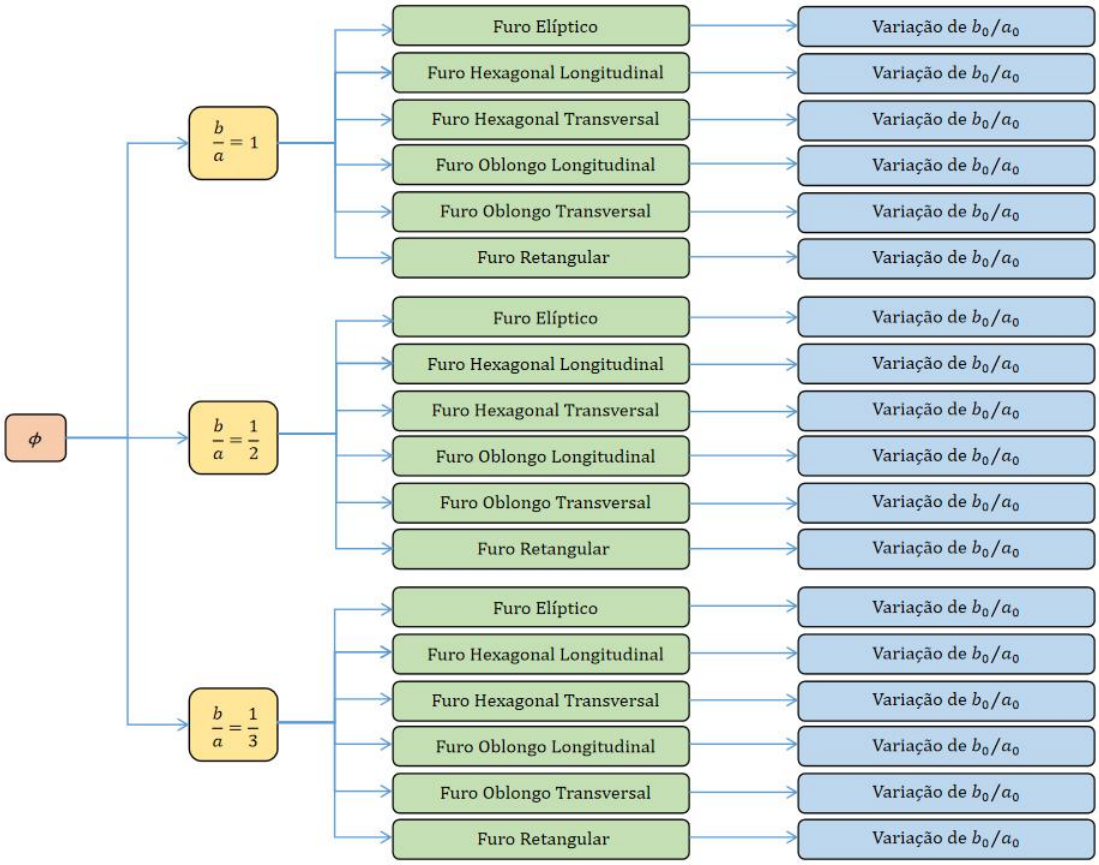


Figura 10: Árvore de simulações para a definição do espaço de busca a partir do método Design Construtal.

A aplicação do DC considera constante a porção volumétrica do furo em relação à placa, alterando-se somente as geometrias. A variação do volume dos furos é definida pela fração volumétrica (ϕ). Sendo este um parâmetro que representa a relação entre o volume do furo (V_0) e o volume total da placa sem furo (V_r) (Helbig et al., 2016). O volume total da placa e o volume total da perfuração equivalem, respectivamente, a:

$$V_r = abt \tag{38}$$

para o furo retangular (ver Fig. 9c):

$$V_0 = a_0 b_0 t \tag{39}$$

para o furo elítico (ver Fig. 9d):

$$V_0 = \frac{\pi}{4} a_0 b_0 t \tag{40}$$

para o furo oblongo longitudinal (ver Fig. 9e):

$$V_0 = \left[(a_0 - b_0)b_0 + \frac{\pi b_0^2}{4}\right]t \tag{41}$$

para o furo oblongo transversal (ver Fig. 9f):

$$V_0 = \left[(b_0 - a_0)a_0 + \frac{\pi a_0^2}{4}\right]t \tag{42}$$

para o furo hexagonal longitudinal (ver Fig 9g):

$$V_0 = \left[(a_0 + h)\frac{b_0}{2}\right]t \tag{43}$$

para o furo hexagonal transversal (ver Fig. 9h):

$$V_0 = \left[(b_0 + h)\frac{a_0}{2}\right]t \tag{44}$$

Assim, a fração volumétrica para uma placa quadrada ou retangular, com perfuração é dada por:

$$\phi = \frac{V_0}{V_r} \tag{45}$$

sendo, ϕ a fração volumétrica, V_0 o volume do furo e V_r o volume total da placa sem furo.

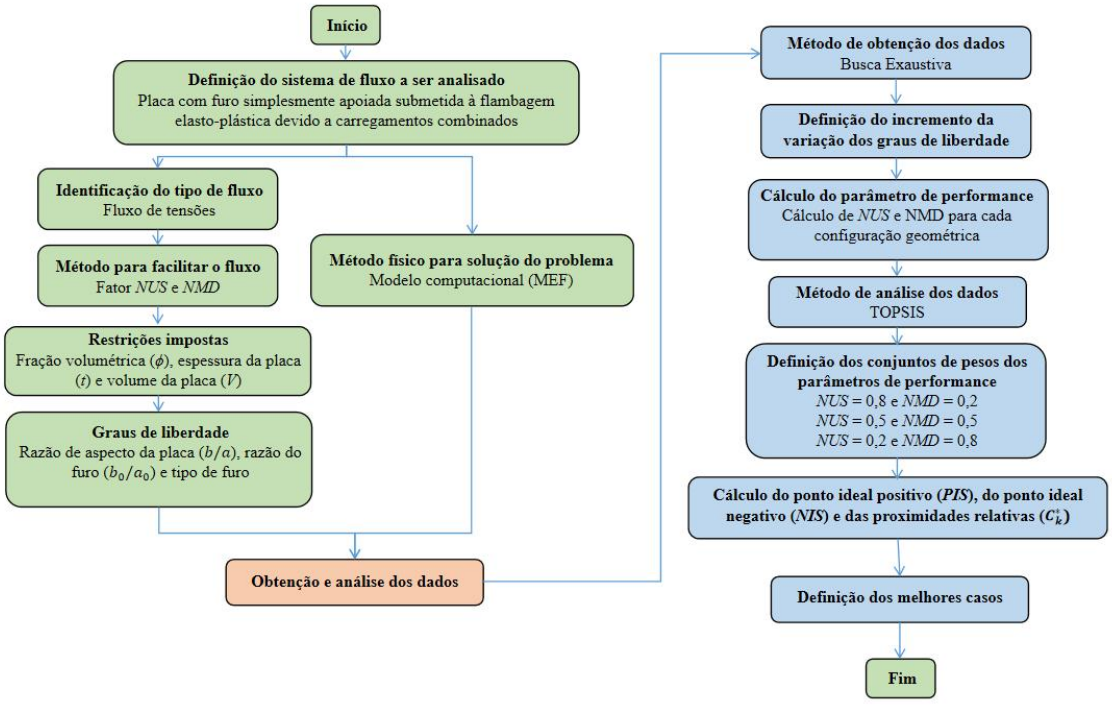


Figura 11: Fluxograma da aplicação do DC, do MEF, da BE e do TOPSIS.

A aplicação do Design Construtal (DC) é realizada por meio da variação do grau de liberdade b_0/a_0, mantendo-se constantes a fração volumétrica (ϕ) e a razão

de aspecto da placa b/a. Nessa abordagem, valores inteiros pré-estabelecidos são atribuídos a a_0, enquanto o valor correspondente de b_0 é calculado de forma a garantir que a fração volumétrica da perfuração permaneça inalterada.

Além disso, para evitar o efeito de bordas na placa, adotou-se um limite da distância entre o contorno do furo e a borda da placa de 10% do comprimento total da placa na mesma direção, como em Da Silveira (2021). Ainda, para que as perfurações respeitem relações máximas e mínimas do grau de liberdade b_0/a_0, evitando assim geometrias com eixos muito alongados, foi adotada uma relação 5:1, tendo:

$$0{,}2 \leq b_0/a_0 \leq 5{,}0 \tag{46}$$

3.1.1. Indicadores de Performance

Os resultados obtidos serão apresentados de forma adimensional, sendo utilizado o processo de normalização destes, sendo esta uma forma adequada de visualização e padronização. Para a normalização foi utilizada como referência uma placa sem furo e com pressão lateral nula. Segundo Da Silveira (2021), a Tensão Última Normalizada (NUS) é definida através da tensão última obtida para a placa de referência sem perfuração (σ_{ur}). Portanto NUS é definida por:

$$NUS = \frac{\sigma_u}{\sigma_{ur}} = \frac{\overline{N}_u/t}{\overline{N}_{ur}/t} = \frac{\overline{N}_u}{\overline{N}_{ur}} \tag{47}$$

sendo $\overline{N}_u$ a carga última da placa com perfuração, $\overline{N}_{ur}$ a carga última da placa de referência, t a espessura da placa, σ_u a tensão última da placa analisada e σ_{ur} a tensão última da placa de referência.

De acordo com Da Silveira (2021), seguindo o mesmo raciocínio, o fator de Máxima Deflexão Normalizada (*NMD*) definirá qual das placas apresentadas possui a menor deflexão lateral quando atingida a tensão última da flambagem elasto-plástica. Consequentemente, o fator *NMD* é definido por:

$$NMD = \frac{u_z}{u_{zr}} \tag{48}$$

sendo u_z a máxima deflexão da placa perfurada e u_{zr} a máxima deflexão da placa de referência.

3.2. Modelo Computacional utilizando o software ANSYS®

Para que se possa realizar uma análise da flambagem elasto-plástica de placas, segundo Wang et al. (2004), é possível realizar inicialmente a análise da flambagem

elástica para a mesma placa. Isso é necessário, devido à configuração do primeiro modo de flambagem elástica ser utilizada para a definição da configuração inicial deformada para a análise elasto-plástica. A solução numérica através do software ANSYS®, para problemas de flambagem elástica de placas, ocorre através do cálculo dos autovalores. Para este tipo de análise, de acordo com Madenci e Guven (2015), as equações de equilíbrio por elementos finitos são analisadas através da solução das equações algébricas homogêneas. O autovalor mais baixo corresponde à carga crítica de flambagem e o autovetor associado representa o primeiro modo de flambagem. Assim, o sistema global de equações para uma malha de elementos finitos pode escrito como:

$$[K]\{U\} = \{F\} \tag{49}$$

onde $[K]$ é a matriz de rigidez do sistema, $\{U\}$ é o vetor de incógnitas e $\{F\}$ é o vetor força. Dependendo da natureza do problema, a matriz $[K]$ pode ser dependente de $\{U\}$, ou seja, $[K] = [K(U)]$ e $\{F\}$ pode ser dependente do tempo, ficando $\{F\} = \{F(t)\}$.

De acordo com Ansys (2009), devido às pressões laterais aplicadas na superfície externa de cada elemento, sendo estas normais às superfícies, o vetor de forças $\{F\}$, pode ser descrito como:

$$\{F\} = \{F_{\mathrm{N}}\} + \{F_{\mathrm{PR}}\} \tag{50}$$

onde $\{F_{\mathrm{N}}\}$ é a força nodal aplicada em cada elemento, e $\{F_{\mathrm{PR}}\}$ é o vetor pressão em cada elemento.

Na formulação do problema da flambagem de placas são considerados os termos lineares e não-lineares, obtendo-se a matriz de rigidez total $[K]$, que é obtida pela soma da matriz de rigidez convencional para pequenas deformações $[K_E]$, com a matriz de rigidez geométrica $[K_G]$. A matriz $[K_G]$ depende da geometria e do esforço normal de compressão $\{\overline{N}_0\}$, existente no início do carregamento. Sendo assim, têm-se:

$$[K] = [K_E] + [K_G] \tag{51}$$

Quando a carga atinge o nível $\{\overline{N}\} = \lambda\{\overline{N}_0\}$, a matriz de rigidez pode ser definida como:

$$[K] = [K_E] + \lambda[K_G] \tag{52}$$

sendo λ um escalar.

Assim, as equações de equilíbrio para uma placa serão dadas por:

$$\big[[K_E] + \lambda[K_G]\big]\{U\} = \lambda\{\overline{N}_0\} \tag{53}$$

onde $\{U\}$ é o vetor de deslocamento total.

O vetor de deslocamento total pode ser determinado por:

$$\{U\} = \left[[K_E] + \lambda[K_G]\right]^{-1}\lambda\{\overline{N}_0\} \tag{54}$$

De acordo com Przemieniecki (1985), na flambagem de placas o elemento estrutural em análise apresenta um grande crescimento nos deslocamentos sem que ocorra um crescimento da carga. Portanto, por definição matemática, determina-se a matriz inversa como a matriz adjunta dividida pelo determinante dos coeficientes, então os deslocamentos $\{U\}$ tendem a infinito quando:

$$det\left[[K_E] + \lambda[K_G]\right] = 0 \tag{55}$$

Resolvendo o problema de autovalores demonstrado na Eq. (55), gerará o menor autovalor (λ_1), correspondente à carga crítica de flambagem dada por:

$$\{\overline{N}_{cr}\} = \lambda_1\{\overline{N}_0\} \tag{56}$$

sendo esta a carga limite onde inicia o fenômeno de flambagem elástica. Além disso, o vetor de deslocamento associado $\{U\}$ define a forma do modo de flambagem elástica. O problema de autovalores é resolvido usando o método numérico de Lanczos (ANSYS User's Manual, 2005).

Visto que a flambagem de placas não se resume apenas ao regime elástico do material, devido a sua não-linearidade, é necessário que seja adotado um pequeno valor inicial de imperfeições. Para este estudo, foi definida a imperfeição inicial a partir do primeiro modo da flambagem elástica. Esta consideração se faz necessária devido à função do problema de pós-flambagem não possibilitar uma análise exata diretamente, tendo problemas de descontinuidades da resposta no ponto de equilíbrio neutro (ponto de bifurcação). El-Sawy et al. (2004) realizaram diversos ensaios com valores pequenos de imperfeições e encontraram que os resultados mais precisos para a tensão última de flambagem elasto-plástica foram obtidos para:

$$w_0 = \frac{b}{2000} \tag{57}$$

sendo w_0 o valor da imperfeição inicial e b a largura da placa.

De acordo com Helbig et al. (2016), a carga última que atua sobre a placa é dada por:

$$P_Y = \sigma_Y t \tag{58}$$

onde σ_Y é a tensão de escoamento do material. Sendo aplicado o método de Newton-Raphson para determinar os deslocamentos que correspondem à configuração de equilíbrio da placa para cada incremento de carga.

Segundo Lima et al. (2020), durante o início da etapa de carregamento $i+1$, existe um vetor de cargas em desequilíbrio $\{\psi\}$, igual ao incremento de carga $\{\Delta\overline{N}\}$, entre o vetor de carregamentos externos, $\{\overline{N}\}_{i+1}$, e o vetor de forças internas não lineares $\{F_{NL}\}$, o qual é igual ao vetor de carregamentos externos precedente, $\{\overline{N}\}_i$. Então, o método de Newton-Raphson é aplicado iterativamente para reduzir o vetor de cargas em desequilíbrio, $\{\psi\}$, a um valor abaixo da tolerância prescrita, utilizando assim as seguintes equações:

$$\{\psi\} = \{\Delta\overline{N}\} = \{\overline{N}\}_{i+1} - \{F_{NL}\} = \{\overline{N}\}_{i+1} - \{\overline{N}\}_i \tag{59}$$

$$\{\psi\}_{r+1} = \{\overline{N}\}_{i+1} - \{F_{NL}\}_r \tag{60}$$

$$\{\psi\}_{r+1} = [K_t]_r\{\Delta U\}_{r+1} \tag{61}$$

$$\{U\}_{r+1} = \{U\}_r + \{\Delta U\}_{r+1} \tag{62}$$

onde $\{\psi\}_{r+1}$ é o vetor de cargas em desequilíbrio atualizado, $\{F_{NL}\}_r$ é o vetor de forças não lineares na iteração r, $[K_t]_r$ é a matriz de rigidez tangente calculada a partir do vetor deslocamento $\{U\}_r$, $\{\Delta U\}_{r+1}$ é o vetor de incremento de deslocamento atualizado e $\{U\}_{r+1}$ é o vetor deslocamento atualizado.

De acordo com Madenci e Guven (2015), Helbig et al. (2016) e Lima et al. (2020), se em um determinado passo de carga não for possível atingir a convergência no processo iterativo, isso caracteriza a obtenção da carga última da flambagem elasto-plástica da placa. Em outras palavras, um incremento finito no vetor de deslocamentos não pode ser determinado de forma que o vetor de cargas em desequilíbrio $\{\psi\}$ seja anulado. A explicação disso é porque independentemente de quão grandes são os deslocamentos e deformações, as tensões e as correspondentes forças internas não atingirão a magnitude necessária para equilibrar o carregamento externo, indicando que o material chegou ao limite de sua resistência.

3.3. Teste de convergência de malha

Segundo Tavares e Padilha (1998), o refinamento da malha de elementos finitos irá melhorar a convergência para uma solução próxima da exata. Porém, ao aumentar o refinamento, irá aumentar o custo computacional, aumentando o tempo para realizar a análise. Tendo em vista que o tamanho do elemento finito influencia na

precisão do resultado do problema analisado, sua performance pode ser avaliada por uma curva, que indica a taxa de convergência do elemento finito (Lo e Lee, 1997). Portanto, o teste de convergência de malha é necessário ser realizado no uso do MEF, tendo a finalidade de definir o tamanho do elemento finito que será adotado para a discretização espacial.

Para a análise de convergência da malha, foram realizados testes de três placas perfuradas com razão de aspecto (b/a) de 1/3, 1/2 e 1, submetidas a flambagem elasto-plástica com carregamento combinado. As propriedades do material utilizado são: módulo de elasticidade de $E =$ 210 GPa, coeficiente de Poisson de $\nu =$ 0,3 e tensão de escoamento de $\sigma_Y =$ 355 MPa. As dimensões da placa para $b/a =$1/3 são $a =$ 2449,49 mm, $b =$ 816,50 mm; para $b/a =$1/2 $a =$ 2000 mm, $b =$ 1000 mm e para $b/a =$1 $a = b =$1414,21 mm; sendo a espessura adotada de $t =$ 12 mm. Os furos utilizados foram um furo quadrado nas três placas, com dimensões $a_0 = b_0 =$223,61 mm. A malha foi gerada com elementos finitos quadrilaterais de tamanhos iguais ao longo da placa, como pode ser visualizada nas Figs. 12, 13 e 14.

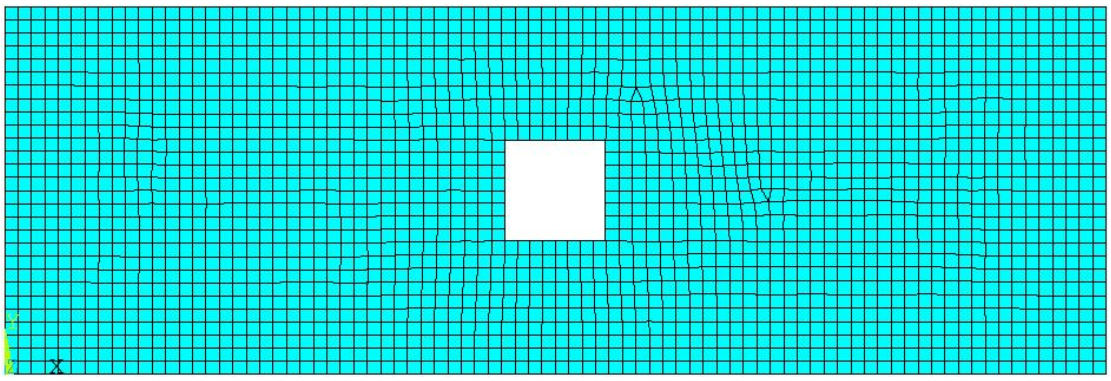


Figura 12: Placa com furo quadrado com $b/a =$1/3.

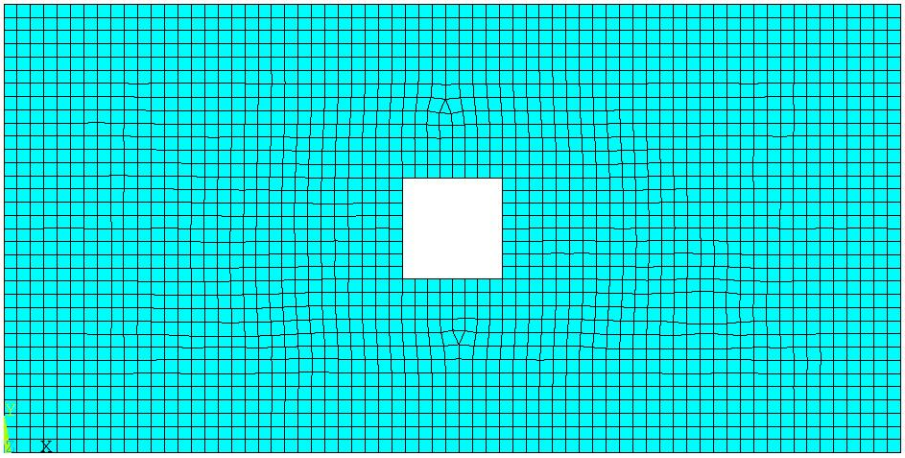


Figura 13: Placa com furo quadrado com $b/a =$1/2.

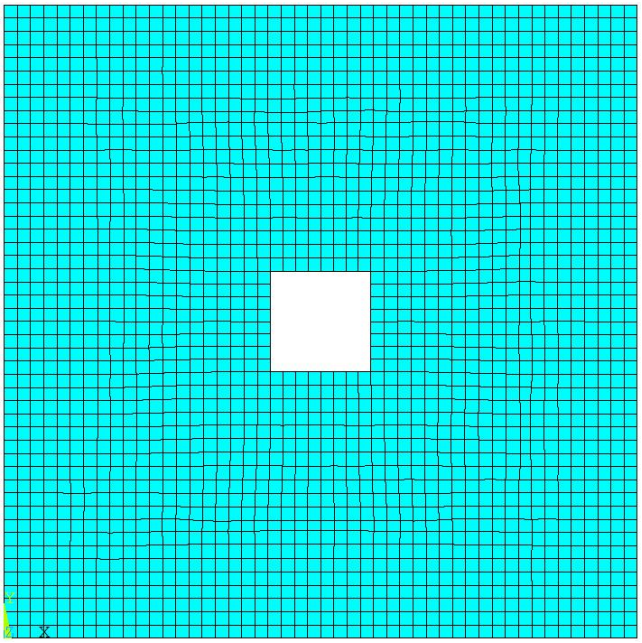


Figura 14: Placa com furo quadrado com b/a =1.

A Tabela 2 e a Fig. 15 apresentam os valores obtidos para o teste de convergência para placa com furo quadrado com b/a =1/3, podendo ser visualizada a curva obtida a partir dos valores da tensão última para cada tamanho de elemento.

Tabela 2: Teste de independência de malha placa com furo quadrado com b/a =1/3.

Tamanho do Elemento (mm)	**Número de Elementos**	**σ_u (MPa)**	**Diferença (%)**
200	68	39,94	0,00
100	228	39,94	-0,44
75	354	39,76	0,45
50	812	39,94	-0,44
40	1295	39,76	0,00
30	2241	39,76	0,00
25	3186	39,76	0,00
20	5005	39,76	

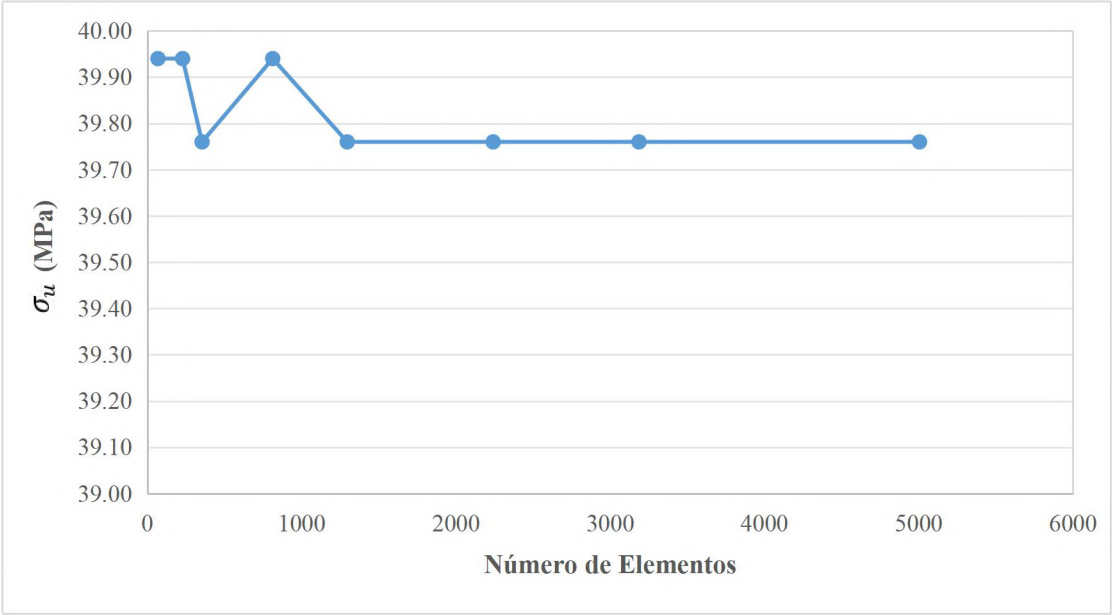


Figura 15: Teste de independência de malha placa com furo quadrado com b/a =1/3.

Para os testes de convergência para a placa com furo quadrado com b/a =1/2 e 1, os resultados obtidos estão apresentados nas Tabs. 3 e 4 e as curvas obtidas, a partir destes, são mostradas nas Figs. 16 e 17, respectivamente.

Tabela 3:Teste de independência de malha placa com furo quadrado com b/a =1/2.

Tamanho do Elemento (mm)	**Número de Elementos**	**σ_u (MPa)**	**Diferença (%)**
200	58	46,86	-3,03
100	217	45,44	-0,39
75	383	45,26	-0,20
50	813	45,17	-0,20
40	1265	45,09	0,00
30	2233	45,09	0,00
25	3185	45,09	0,00
20	5012	45,09	

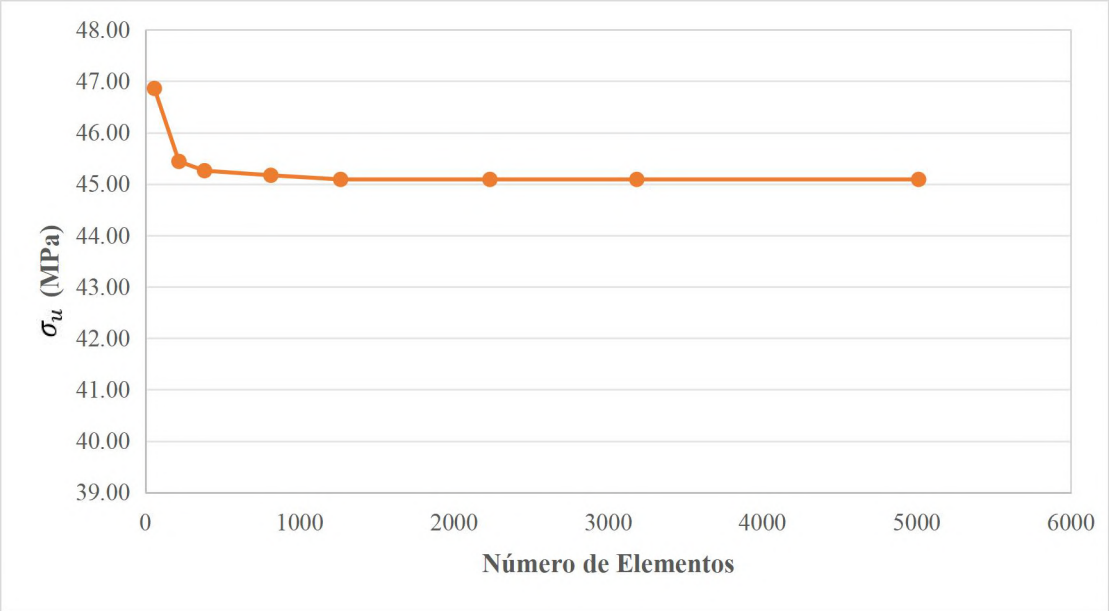


Figura 16: Teste de independência de malha placa com furo quadrado com b/a =1/2.

Tabela 4: Teste de independência de malha placa com furo quadrado com b/a =1.

Tamanho do Elemento (mm)	**Número de Elementos**	**σ_u (MPa)**	**Diferença (%)**
200	60	56,80	-2,97
100	240	55,11	-0,48
75	352	54,85	-0,32
50	816	54,67	-0,32
40	1269	54,49	0,00
30	2240	54,49	0,00
25	3170	54,49	0,00
20	4976	54,49	

Através dos resultados obtidos, pode-se visualizar que para as três razões de aspecto, a convergência encontra-se entre o tamanho do elemento de 40 mm e 20 mm. Portanto, após análise dos resultados para flambagem elasto-plástica com carregamento combinado, definiu-se o elemento de tamanho nominal igual a 30 mm para ser utilizado. Pois o tamanho do elemento de 30 mm apresenta valores estabilizados antes e depois dele, além de não causar um grande esforço computacional, possibilitando um bom tempo de processamento do modelo computacional.

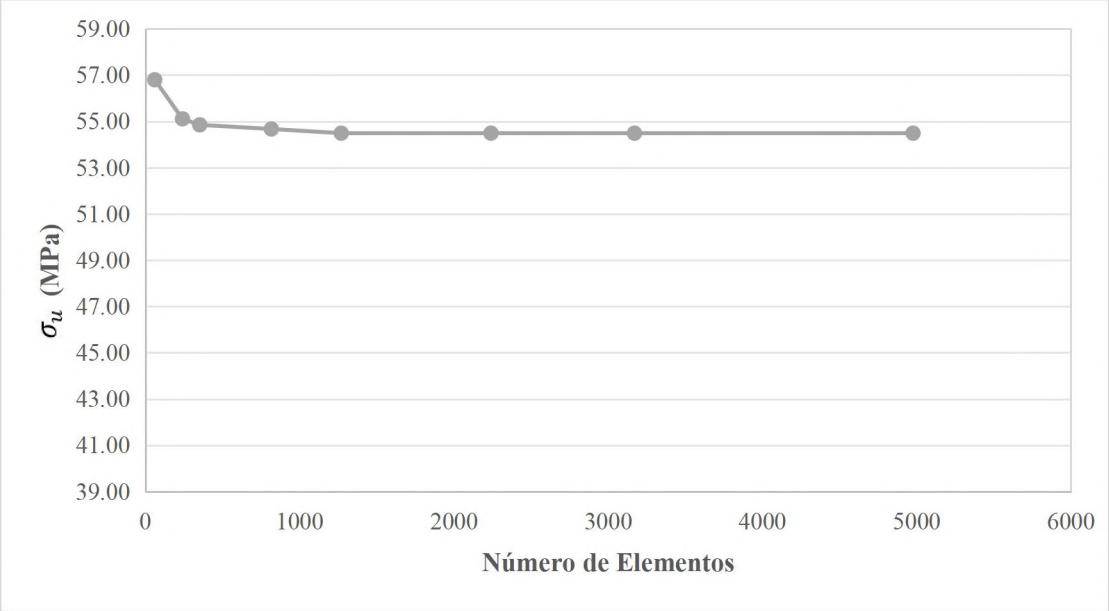


Figura 17: Teste de independência de malha placa com furo quadrado com b/a =1.

3.4. Verificação e Validação do Modelo Computacional

Em qualquer análise numérica é necessária a realização de testes de validação e verificação, independente do processo de modelagem computacional. Essas análises possuem finalidade de passar confiança aos modeladores e às outras pessoas interessadas na área de estudo. Independentemente do modelo proposto ou das técnicas de solução utilizadas. As medidas de desempenho extraídas deste só serão confiáveis, se for uma boa representação do sistema real analisado (ASME, 2024).

3.4.1. Verificação para Flambagem biaxial elástica

Piscopo (2010) realizou a análise analítica e numérica da flambagem elástica de uma placa quadrada simplesmente apoiada e sem perfuração, sob compressão biaxial, com as seguintes dimensões: $a = b = 1000$ mm e $t = 10$ mm (ver Fig. 9a).

As propriedades mecânicas da placa são: módulo de elasticidade $E = 206$ GPa e o coeficiente de Poisson $\nu =$ 0,3. Através do método analítico, a carga crítica de flambagem obtida foi de $\overline{N}_{cr} =$ 372 kN/m, já na análise via MEF utilizando o elemento SHELL181, obteve $\overline{N}_{cr} = 373$ kN/m. O estudo foi reproduzido utilizando o elemento SHELL281 do ANSYS®, onde obteve-se uma carga crítica de $\overline{N}_{cr} =$ 368,89 kN/m. Sendo assim, o modelo sugerido por este trabalho, em comparação com os resultados obtidos por Piscopo (2010), apresenta uma diferença de 0,84% em

relação à análise analítica, e de 1,10% em relação à análise via MEF. Os resultados obtidos podem ser visualizados na Tabela 5.

Tabela 5: Verificação do modelo de acordo com o trabalho de Piscopo (2010).

Tamanho do Elemento (mm)	**Quant. Elem.**	**Carga Crítica (kN/m)**
100	100	368,75
75	196	368,89
50	400	368,89
40	625	368,89
30	1156	368,89
25	1600	368,89

Segundo o estudo de Jayashankarbabu e Karisiddappa (2014), foi realizada uma análise numérica para determinar a carga crítica de flambagem em uma placa quadrada, simplesmente apoiada, contendo uma perfuração quadrada e submetida a carregamento compressivo biaxial. Onde $E = 210924$ MPa, $\nu = 0{,}3$, $a = b = 1000$ mm e $t = 10$ mm. Jayashankarbabu e Karisiddappa (2014) obtiveram carga crítica $\overline{N}_{cr} = 314{,}55$ N/mm para um furo quadrado com $a_0 = b_0 = 250$ mm de lado, e $\overline{N}_{cr} = 295{,}48$ N/mm para um furo quadrado de $a_0 = b_0 = 500$ mm de lado (ver Fig. 9b). Já o modelo computacional proposto apresentou carga crítica de $\overline{N}_{cr} = 314{,}39$ N/mm para o furo quadrado com $a_0 = b_0 = 250$ mm e $\overline{N}_{cr} = 297{,}49$ N/mm para o furo quadrado com $a_0 = b_0 = 500$ mm. As diferenças entre o modelo proposto e a o trabalho de Jayashankarbabu e Karisiddappa (2014) foram de 0,05% e 0,68%, para os furos de 250 mm e 500 mm, respectivamente. Os resultados obtidos podem ser visualizados na Tabela 6.

Tabela 6: Verificação do modelo de acordo com o trabalho de Jayashankarbabu e Karisiddappa (2014).

	500 mm		**250 mm**	
Tamanho do Elemento (mm)	**Quant. Elem.**	**Carga Crítica (kN/m)**	**Quant. Elem.**	**Carga Crítica (kN/m)**
100	92	299,93	101	315,46
75	162	297,89	180	314,52
50	300	297,49	411	314,40
40	524	297,49	633	314,34
30	920	297,49	1116	314,34
25	1200	297,49	1500	314,34

3.4.2. Verificação para Flambagem biaxial elasto-plástica

Para a flambagem elasto-plástica, foi realizada a verificação a partir do estudo de Shanmugam e Narayanan (1998), em que foi realizada a análise analítica da flambagem elasto-plástica de uma placa retangular sem furo simplesmente apoiada.

Sendo que as propriedades do aço utilizado são: módulo de elasticidade $E =$ 205 GPa, coeficiente de Poisson $\nu =$ 0,3 e tensão de escoamento $\sigma_Y =$ 245 MPa, e as dimensões da placa são: $a =$ 720 mm, $b =$ 240 mm e $t =$ 4 mm (ver Fig. 9a). O valor encontrado por Shanmugam e Narayanan (1998) para a tensão última de flambagem foi de $\sigma_u =$ 56,35 MPa. Para o modelo proposto obteve-se um resultado para a tensão última de $\sigma_u =$ 55,13 MPa. Os resultados obtidos podem ser visualizados na Tabela 7.

Outra verificação realizada para flambagem elasto-plástica biaxial, foi a de uma placa quadrada com furo centralizado e simplesmente apoiada, segundo o trabalho de Shanmugam et al. (1999); onde foi feita a análise analítica de uma placa com as dimensões $a = b =$ 125 mm, $t =$ 6,25 mm e $a_0 = b_0 =$ 25 mm.

As propriedades do material utilizado são: módulo de elasticidade $E =$ 205 GPa, coeficiente de Poisson $\nu =$ 0,3 e tensão de escoamento $\sigma_Y = 323{,}3$ MPa . Shanmugam et al. (1999) obteve uma tensão última de $\sigma_u =$ 257,13 MPa, enquanto o modelo computacional proposto obtiveram $\sigma_u =$ 263,49 MPa. A diferença entre os resultados é de 2,47%. Os resultados obtidos podem ser visualizados na Tabela 8.

Tabela 7: Verificação do modelo de acordo com o trabalho de Shanmugam e Narayanan (1998).

Tamanho do Elemento (mm)	Quant. Elem.	Carga Última (kN/m)	Tensão Última (MPa)
100	24	220,50	55,13
75	40	220,50	55,13
50	75	220,50	55,13
40	108	220,50	55,13
30	192	220,50	55,13
25	290	220,50	55,13

Tabela 8: Verificação do modelo de acordo com o trabalho de Shanmugam et al, (1999).

Tamanho do Elemento (mm)	Quant. Elem.	Carga Última (kN/m)	Tensão Última (MPa)
50	8	1737,90	278,06
20	54	1687,20	269,95
10	158	1667,00	266,72
5	600	1656,90	265,10
4	1010	1646,80	263,49
3	1732	1646,80	263,49
2,5	2400	1646,80	263,49

3.4.3. Validação para Flambagem biaxial elasto-plástica

Para a validação do modelo deste trabalho para a flambagem elasto-plástica, foi realizada análise de uma placa quadrada simplesmente apoiada e sem perfuração, de acordo com o estudo de Shanmugam e Narayanan (1998), em que foi realizado um experimento para uma placa de $a = b = 56$ mm e $t = 2{,}032$ mm. O material utilizado foi um aço com as seguintes propriedades: módulo de elasticidade $E =$ 205 GPa, coeficiente de Poisson $\nu =$ 0,3 e tensão de escoamento $\sigma_Y =$ 334,7 MPa, sendo utilizado como critério de falha o método de Beltrami-Haigh (Teoria da energia de deformação total), sendo este um método conservativo limitado ao escoamento. Foi utilizada uma imperfeição inicial medida de $w_0 =$ 0,232 mm. Assim, o experimento

obteve uma tensão última de flambagem de $\sigma_u =$ 203,43 MPa, já o modelo computacional proposto obteve $\sigma_u = 192{,}45$ MPa. Tendo um erro entre o modelo proposto e o experimento realizado por de Shanmugam e Narayanan (1998) de aproximadamente 5,40%. Os resultados obtidos podem ser visualizados na Tabela 9.

Tabela 9: Validação do modelo de acordo com o trabalho de Shanmugam e Narayanan (1998).

Tamanho do Elemento (mm)	**Quant. Elem.**	**Carga Última (kN/m)**	**Tensão Última (MPa)**
20	9	377,46	185,76
10	36	391,06	192,45
7,5	64	391,06	192,45
5	144	391,06	192,45
4	196	391,06	192,45
3	361	391,06	192,45
2,5	529	391,06	192,45

Já para a validação da flambagem elasto-plástica de placas com perfuração, utilizou-se o estudo de Narayanan e Chow (1984) onde foi analisada uma placa quadrada simplesmente apoiada, com furo circular centralizado com as seguintes dimensões $a = b =$ 125 mm e $t =$ 1,625 mm, com um furo circular $a_0 = b_0 =$ 25 mm (ver Fig. 9b). As propriedades do material utilizado são: módulo de elasticidade $E =$ 205 GPa, coeficiente de Poisson $\nu =$ 0,3 e tensão de escoamento $\sigma_Y =$ 323,3 MPa. Narayanan e Chow (1984) obtiveram uma tensão última de $\sigma_u = 73{,}8$ MPa, enquanto o modelo computacional proposto obteve $\sigma_u =$ 77,59 MPa. Tendo um erro entre o modelo proposto e o experimento de aproximadamente 5,14%. Os resultados obtidos podem ser visualizados na Tabela 10.

Tabela 10: Validação do modelo de acordo com o trabalho de Narayanan e Chow (1984).

Tamanho do	**Quant.**	**Carga Última (kN/m)**	**Tensão Última**

Elemento (mm)	Elem.		(MPa)
20	54	128,71	63,34
10	158	126,09	77,59
7.5	301	126,09	77,59
5	600	126,09	77,59
4	1010	126,09	77,59
3	1732	126,09	77,59
2,5	2400	126,09	77,59

3.4.4. Verificação para Flambagem uniaxial elasto-plástica com aplicação de pressão lateral

Kumar et al. (2009) realizaram o estudo numérico de uma placa simplesmente apoiada com enrijecedores e com um furo circular submetidas à flambagem uniaxial devido ao carregamento e a pressão lateral. Neste estudo, os autores consideraram a carga lateral constante atuando nas placas de convés e não a carga hidrostática variável, com intuito de avaliar a redução da resistência à flambagem da placa devido à existência do furo. A análise numérica foi feita com uma placa unitária com enrijecedores, que é constituída por uma porção da chapa de largura a com um reforço centrado na placa, com um furo circular no centro. O comprimento da placa (a) e sua espessura (t) são considerados 1500 mm e 6 mm, respectivamente. As larguras (b) consideradas são de 170 mm, 340 mm e 510 mm. O reforço aplicado no centro da placa possui geometria em "L" com dimensões 70x45 mm e espessura de 6 mm. A resistência de escoamento da placa é assumida como 250 MPa, com módulo de elasticidade como 200 GPa e o coeficiente de Poisson de 0,3. O esquema da placa unitária pode ser visualizado na Fig. 18.

As cargas laterais aplicadas (Q) foram 1/3 da carga última lateral da placa, sendo seus valores correspondentes a 114,04 kN/m^2, 57,22 kN/m^2 e 38,39 kN/m^2, para as larguras de 170 mm, 340 mm e 510 mm, respectivamente. Os resultados foram obtidos através da normalização da carga última, sendo dado pela razão entre a carga última da placa com carregamento lateral e da placa sem o carregamento lateral. A verificação de malha e os resultados obtidos podem ser visualizados nas Tabela 11 e 12.

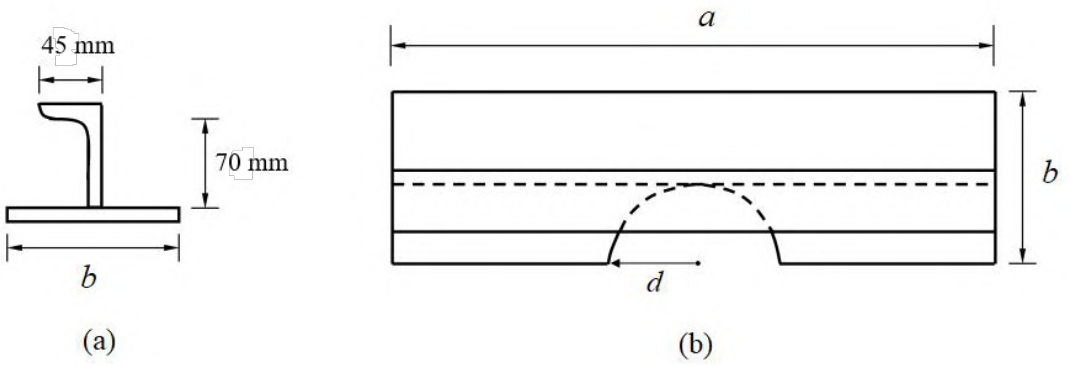


Figura 18: Placa unitária (Adaptado de Kumar et. al. (2009)).

Tabela 11: Teste de independência de malha para a largura de 170 mm.

Tamanho do Elemento (mm)	**Quant. Elem.**	$\bar{N}_{uQ}/\bar{N}_{u0}$ **(presente estudo)**
50	390	0,896
40	646	0,851
30	1050	0,806
20	2280	0,776
17,5	2924	0,776
15	3800	0,776

Tabela 12: Verificação do modelo de acordo com o trabalho de Kumar et al. (2009).

Largura (mm)	$\bar{N}_{uQ}/\bar{N}_{u0}$ **(presente estudo)**	$\bar{N}_{uQ}/\bar{N}_{u0}$ **(Kumar et al., 2009)**	**Diferença (%)**
170	0,776	0,750	3,48
340	0,803	0,766	4,88
510	0,796	0,766	3,96

Os autores obtiveram uma relação entre a carga última quando aplicado o carregamento lateral e quando não aplicado de 0,75; 0,77 e 0,77, para as larguras 170 mm, 340 mm e 510 mm respectivamente. Enquanto este modelo proposto obteve uma relação de 0,78; 0,80 e 0,80 para as larguras definidas. Analisando os dados, pode-se observar que este modelo proposto obteve uma diferença de 3,48%; de 4,88% e de 3,96% em comparação com os autores.

Yu et al. (2015) realizaram o estudo numérico da resistência de uma placa com enrijecedores com um furo quadrado simplesmente apoiada à compressão uniaxial combinado com um carregamento uniforme lateral. As espessuras das placas

estudadas foram de 5 mm e 12 mm e a razão de esbeltez da placa 2,45 e 1,02. A tensão última normalizada foi definida como $\sigma_n = \sigma_u/\sigma_Y$. As cargas laterais consideradas pelos autores foram de $Q = 2q_u/3$ e $5q_u/6$, onde q_u é a carga lateral última do corpo de prova, que é 341,3 MPa. As placas estudadas possuem comprimento de $1160\ mm$, altura de $960\ mm$ e furo quadrado centralizado possui dimensões de 300 x 300 mm. Os enrijecedores possuem formato em "L" e dimensões 50 x 30 x 5 mm. A resistência de escoamento da placa é assumida como $250\ MPa$, com módulo de elasticidade de $200\ GPa$ e o coeficiente de Poisson de $0{,}3$. A placa estudada pode ser visualizada na Fig. 19.

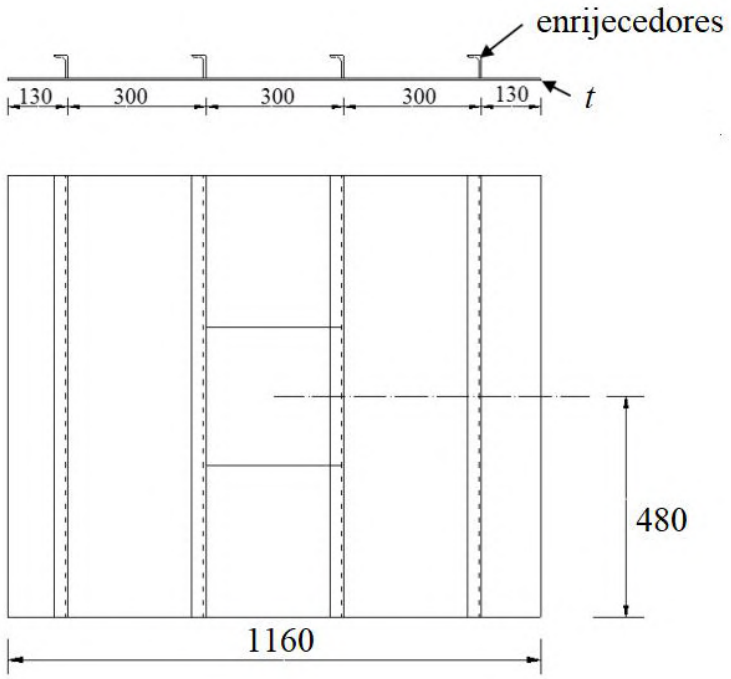


Figura 19: Adaptado de Yu et al. (2015), em mm.

As tensões últimas de flambagem normalizadas que autores obtiveram para a carga lateral de $2q_u/3$ foram de 0,323 para a espessura de 5 mm e de 0,591 para a espessura de 12 mm; já para a carga lateral de $5q_u/6$ foram de 0,244 e 0,546, para as espessuras de 5 mm e 12 mm, respectivamente. Enquanto no modelo proposto, obteve-se para a carga lateral de $2q_u/3$ o valor de 0,335 para 5 mm de espessura e o valor de 0,575 para 12 mm. Para a carga lateral de $5q_u/6$ obteve-se tensões últimas de flambagem normalizadas de 0,244 e 0,546, para as espessuras de 5 mm e 12 mm, respectivamente. Comparando os dados obtidos pelos autores e pelo modelo proposto, pode-se observar que este modelo obteve uma diferença para as espessuras de 5 mm e

12mm, para a carga lateral de $2q_u/3$, de 3,62 e 2,69 %, respectivamente. E para a carga lateral de $5q_u/6$, obteve-se as diferenças de 4,64 e 3,48 %, respectivamente. A verificação de malha e os resultados obtidos podem ser visualizados nas Tabelas13 e 14.

Tabela 13: Teste de independência de malha para a espessura de 5 mm, com carga lateral de $2q_u/3$.

Tamanho do Elemento (mm)	Quant. Elem.	σ_n (Presente Estudo)
100	222	0,390
80	320	0,370
60	468	0,365
50	604	0,360
40	1080	0,335
30	1564	0,335
25	2416	0,335

Tabela 14: Verificação do modelo de acordo com o trabalho de Yu, et. al. (2015)

Espessura (mm)	Carga lateral	σ_n (Yu et. al., 2015)	σ_n (Presente Estudo)	Diferença (%)
5	$2q_u/3$	0,323	0,335	3,62
	$5q_u/6$	0,244	0,255	4,64
12	$2q_u/3$	0,591	0,575	2,69
	$5q_u/6$	0,546	0,565	3,48

3.5. Problema estudado

Este estudo utiliza a Modelagem Computacional para analisar a flambagem elasto-plástica de placas finas de aço. O objetivo é determinar os fatores *NUS* (*Normalized Ultimate Stress*) e *NMD* (*Normalized Maximum Deflection*) por meio de modelos computacionais previamente validados e verificados com o software ANSYS®. Para isso, placas com perfurações e placas sem furo (placa de referência) foram submetidas a carregamentos compressivos biaxiais no plano da placa e a uma carga uniformemente distribuída transversal ao plano da placa (pressão lateral) de 0,50 atm ($p_z \cong$ 0,0507 MPa). Essa pressão corresponde à pressão hidrostática exercida por uma onda do mar sobre o convés de um navio a uma velocidade média de 9,95 m/s (aproximadamente 19,3 nós), conforme discutido por Faltinsen (1990),

onde são apresentadas estimativas das cargas hidrodinâmicas devido às ondas em estruturas marítimas. (Faltinsen, 1990).

Foram analisadas placas de diferentes proporções, incluindo placas quadradas (b/a =1) e retangulares (b/a =1/2 e 1/3), selecionadas para representar diferentes razões de aspecto comuns em aplicações estruturais e permitir uma análise abrangente dos efeitos da flambagem em geometrias distintas. Os furos foram centralizados e apresentaram diferentes formatos: elíptico, hexagonal horizontal, hexagonal transversal, oblongo horizontal, oblongo transversal e retangular. Todas as configurações atenderam às frações volumétricas ϕ = 0,025; 0,05; 0,10; 0,15; 0,20. As placas quadradas possuem dimensões $a = b$ =1414,21 mm e espessura t =12 mm, mantendo a relação b/a =1. Já as placas retangulares possuem:

- b/a =1/2: a =2000 mm, b =1000 mm, t =12 mm,
- b/a =1/3: a =2449,49 mm, b =816,50 mm, t =12 mm.

Para todas as placas analisadas, a imperfeição inicial de flambagem elasto-plástica segue a formulação proposta por El-Sawy et al. (2004).

O material escolhido, sendo ele isotrópico e possuindo comportamento linear-elástico, foi o aço AH-36, também conhecido como aço naval e que possui módulo de elasticidade de E = 210 GPa, coeficiente de Poisson de ν = 0,3 e tensão de escoamento igual à σ_Y = 355 MPa (Bebon, 2011; Enwegy, 2014). O diagrama Tensão-Deformação do aço AH-36 pode ser visualizado na Fig. 20.

A respeito das condições de contorno da placa, foi utilizada a condição de apoio simples nas quatro bordas da placa, de forma a restringir o movimento ao longo de z (Uz = 0). Para que seja evitado o movimento da placa ao longo de X e Y (Ux = Uy = 0), dois pontos de fixação foram aplicados como mostrado na Fig. 9.

Para a realização da Modelagem Computacional da flambagem elasto-plástica de placas é necessária a definição dos valores a serem utilizados para os incrementos de carga, bem como o valor da carga limite. Os valores para cada incremento de carga são definidos a partir do número de passos de carga escolhidos, determinando assim a precisão da resposta obtida pelo modelo (ANSYS, 2018). Para a carga limite foi utilizado o valor de 4260,00 N/mm, decorrente do produto entre a tensão de escoamento do material e a espessura da placa ($\sigma_Y t$). A respeito dos incrementos de carga definidos a partir da escolha de uma quantidade inicial de passos de carga, pelos quais a carga limite será dividida, bem como de valores mínimos e máximos de

passos de carga, foi definido um número inicial de 100 passos de carga, resultando em 42,60 N/mm para cada passo, havendo um mínimo de 50 passos, relativo a 85,20 N/mm para cada passo e um máximo de 200 passos, o que resultará em 21,30 N/mm para cada passo de carga. A mesma quantidade de passos de carga foi utilizada por Helbig et al. (2016) e Lima et al. (2020).

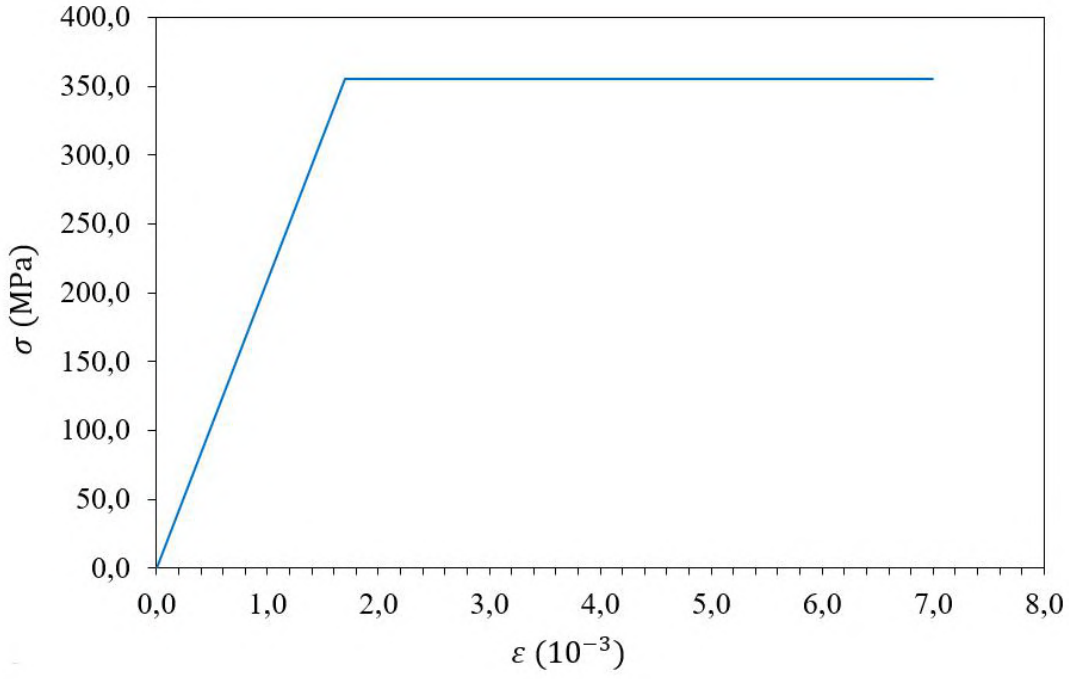


Figura 20: Diagrama Tensão × Deformação do aço AH-36 para uma temperatura ambiente de 25°C (Adaptado de Adak e Soares, 2014).

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Esta seção apresenta os resultados obtidos e as discussões para cada uma das configurações das placas simuladas.

4.1. Placa Retangular (b/a = 1/3)

Foram examinadas placas retangulares com relação $b/a = 1/3$ ($a = 2449{,}49$ mm e $b = 816{,}50$ mm), contendo frações volumétricas (ϕ) de 0,025; 0,05; 0,10; 0,15 e 0,20. A geometria do furo central da placa foi modificada, abrangendo formatos elíptico, hexagonal longitudinal, hexagonal transversal, oblongo longitudinal, oblongo transversal e retangular. Para cada tipo de furo, a relação b_0/a_0 foi ajustada para todos os valores de ϕ, de forma que o volume de material removido na perfuração permanecesse constante. Cada tensão última obtida serviu para o cálculo da tensão última normalizada (*NUS*), conforme dada pela Eq. (47), considerando que a placa retangular de referência possui um valor de tensão última de $\sigma_{ur} = 46{,}15$ MPa. Este processo foi repetido para todas as placas retangulares desta seção. As Figuras 21 a 25 mostram as curvas obtidas para cada fração volumétrica estudada.

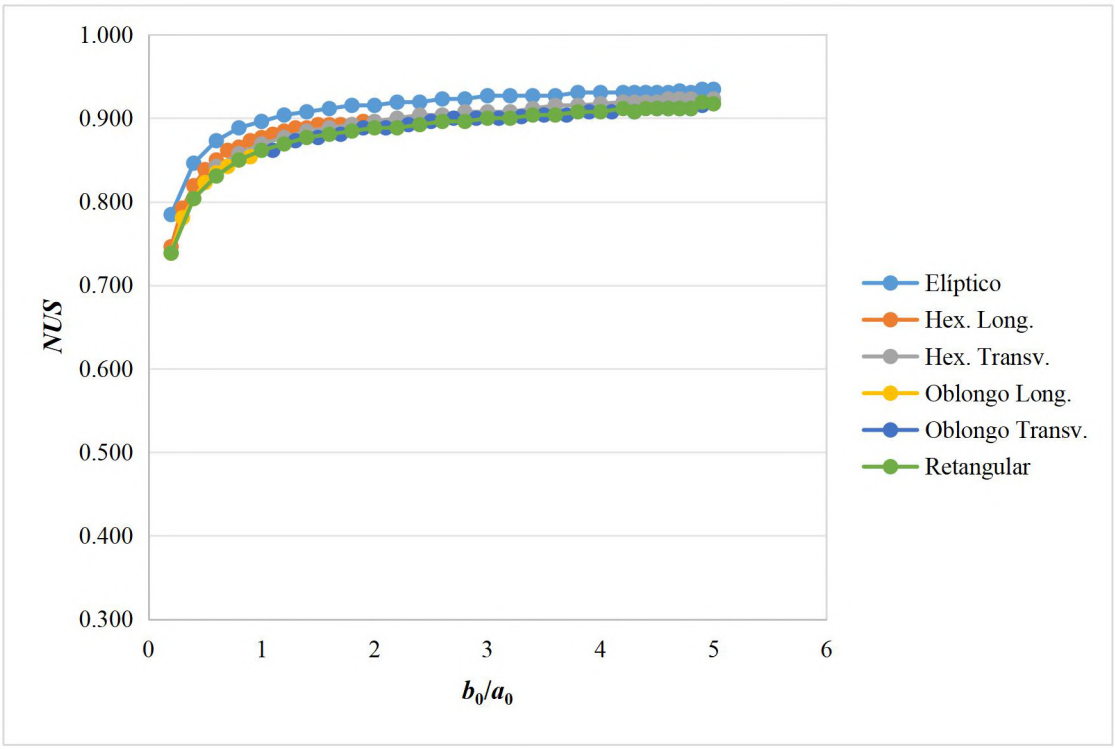


Figura 21: Curvas da tensão última normalizada para as placas retangulares ($b/a = 1/3$), para $\phi = 0{,}025$.

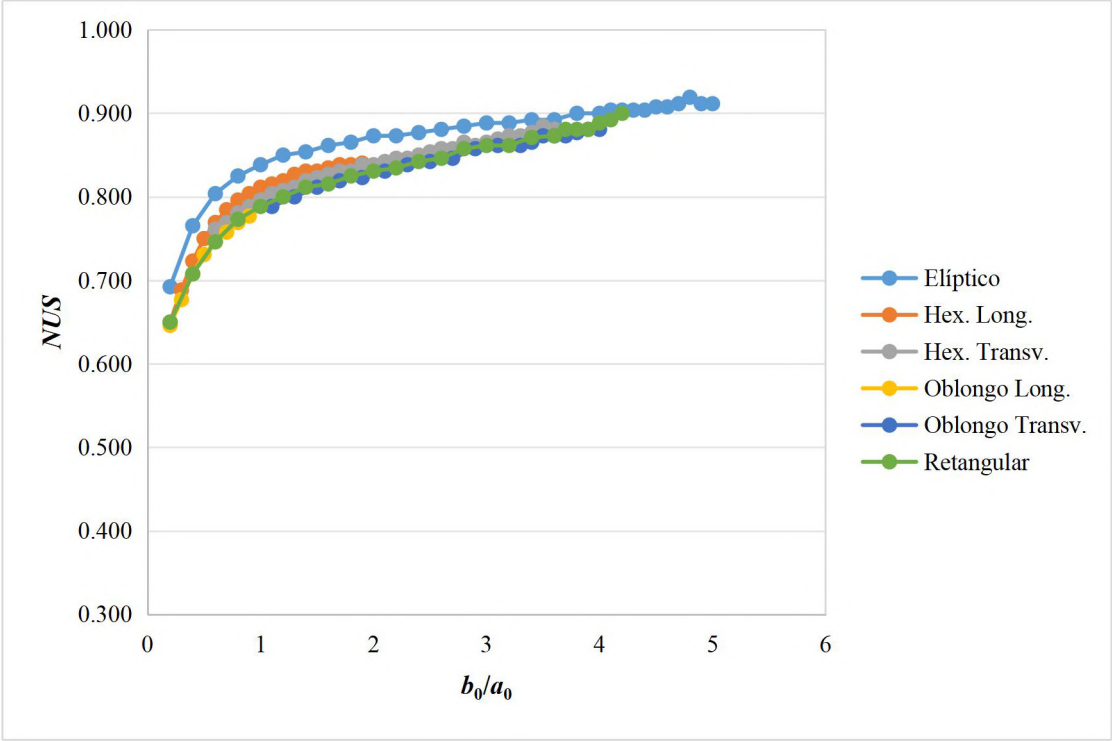


Figura 22: Curvas da tensão última normalizada para as placas retangulares ($b/a = 1/3$), para $\phi = 0{,}05$.

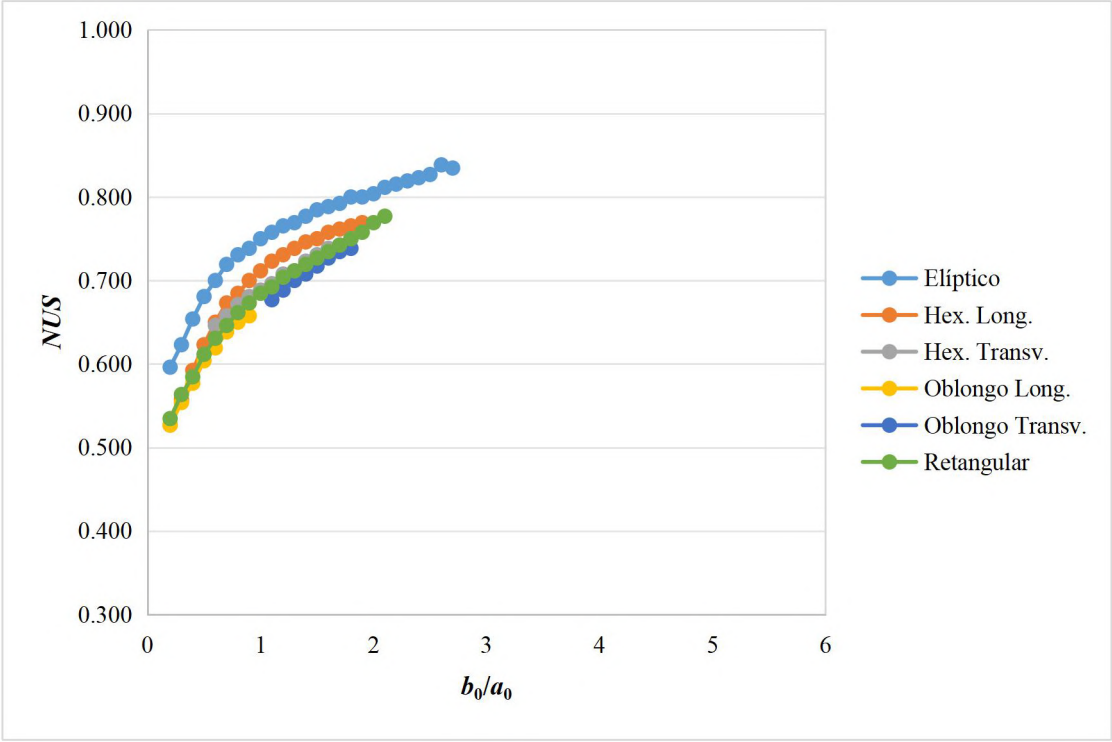


Figura 23: Curvas da tensão última normalizada para as placas retangulares ($b/a = 1/3$), para $\phi = 0{,}10$.

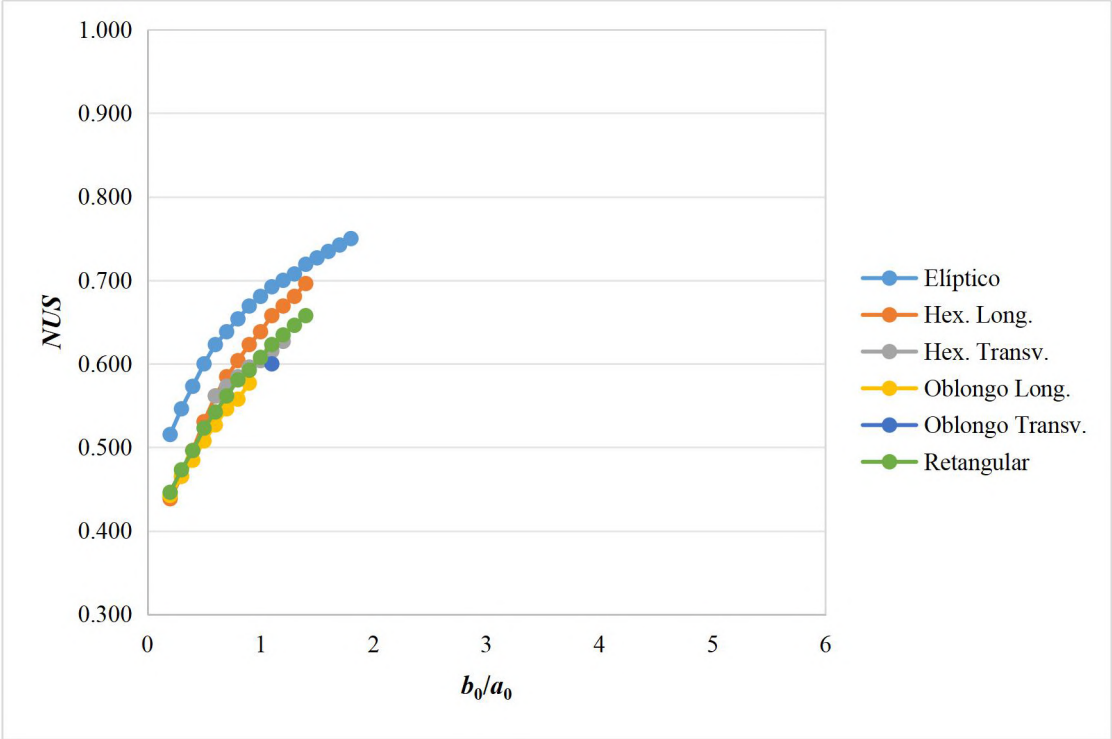


Figura 24: Curvas da tensão última normalizada para as placas retangulares ($b/a = 1/3$), para $\phi = 0{,}15$.

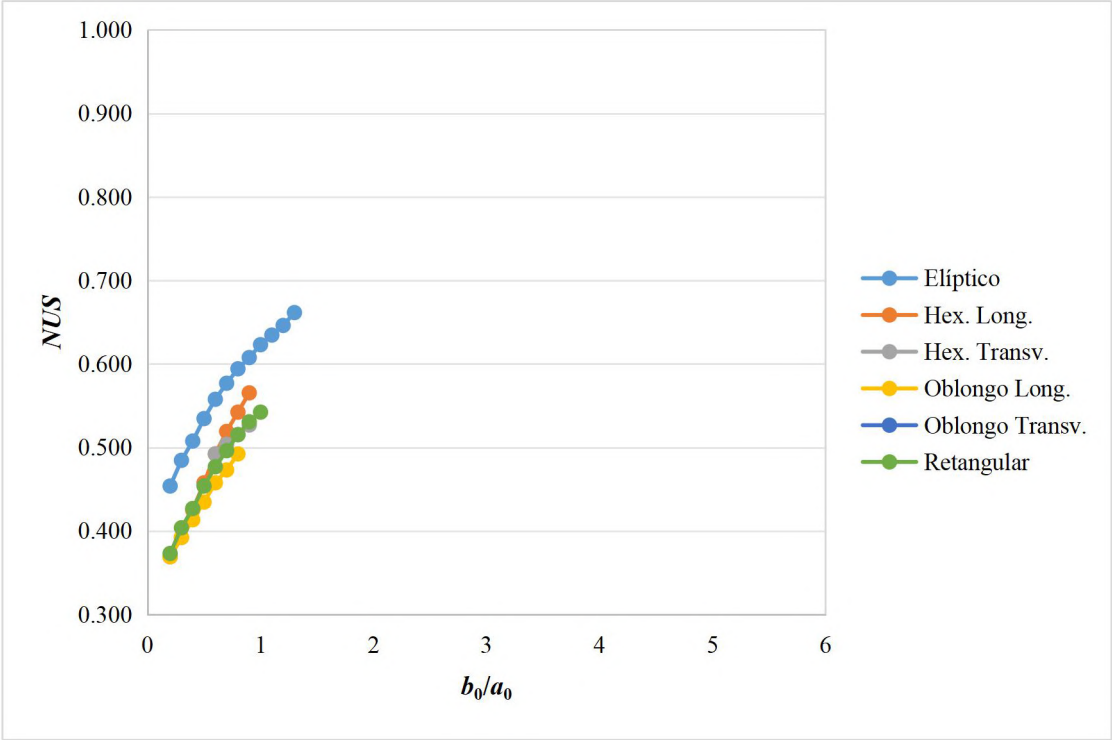


Figura 25: Curvas da tensão última normalizada para as placas retangulares ($b/a = 1/3$), para $\phi = 0{,}20$.

Analisando as curvas apresentadas nas Figs. 21 à 25 é possível inferir que a presença dos furos, independente da geometria, ocasiona uma perda de resistência mecânica da placa. Porém, para valores menores de ϕ, pode-se identificar que para os valores máximos de *NUS* há ocorrência de uma diferença menor que 10% de redução da tensão última em relação a placa de referência. Através disso demonstra-se que para valores menores da fração volumétrica, pode obter valores bem próximos da placa de referência

Para $\phi = 0{,}025$ (ver Fig. 21), os valores de NUS_m em todas as perfurações tendem a obter valores próximos a 0,90. Sendo que o furo elíptico possui melhor comportamento entre os furos analisados, possuindo um valor de NUS_m de 0,935; para valores de b_0/a_0 de 4,9 e 5,0. Já os furos hexagonal longitudinal e oblongo longitudinal possuem os piores valores de *NUS*, obtendo o NUS_m de 0,896 e 0,854; para b_0/a_0 de 1,9 e 0,9, respectivamente.

Ao examinar a Fig. 22, nota-se que, para o valor de $\phi = 0{,}05$, todas as perfurações mostram valores de NUS_m próximos de 0,90; exceto para o furo oblongo longitudinal, que possui valor de *NUS* máximo de 0,777; para b_0/a_0 de 0,9. O furo elíptico se destaca com o melhor desempenho, atingindo um valor máximo de *NUS* de 0,919 para b_0/a_0 de 4,8.

De acordo com a Fig. 23, para $\phi = 0{,}10$, observa-se que para todos os tipos de furo os valores de NUS_m se localizam abaixo do valor de 0,850. Tendo como geometria ótima de furo o elíptico, com NUS_m de 0,838; com b_0/a_0 de 2,6. Tendo como menos eficiente o furo oblongo longitudinal, com NUS_m de 0,658; com b_0/a_0 de 0,9.

Para a fração volumétrica de $\phi = 0{,}15$ (ver Fig. 24), os valores de NUS_m possuem valores redução superiores a 20% em relação à placa de referência. Sendo o furo elíptico o com maior eficiência, obtendo valor de NUS_m de 0,750 para b_0/a_0 de 1,8. Sendo que os outros tipos de furos obtiveram para *NUS* uma perda mínima de 30% em relação à placa de referência.

Para $\phi = 0{,}20$ (ver Fig. 25) ocorreu uma redução superior a 30% do *NUS* em todos os tipos de furo, sendo que, o furo elíptico obteve maior valor de NUS_m de 0,662 para b_0/a_0 de 1,30. Para esta fração volumétrica a geometria oblonga transversal não pode ser considerada, pois as dimensões características da geometria

(conforme apresentada na Eq. 42), impediram uma configuração que se ajustasse nas condições estabelecidas.

Tendo os dados obtidos para placa retangular com b/a =1/3, nota-se que para todos os furos analisados, o valor de *NUS* aumenta conforme ocorre o aumento de b_0/a_0. Tendo para esta geometria de placa, o furo elíptico o mais indicado para todas as frações volumétricas. Tendo este furo uma redução de *NUS* de aproximadamente 34% para ϕ = 0,20; de 25% para ϕ = 0,15; de 16,5% para ϕ = 0,10; de 9% para ϕ =0,05 e de 6,5% para ϕ =0,025.

Além da curva da tensão última normalizada, pode-se realizar a análise das distribuições de tensão de von Mises sobre a superfície das placas, tendo em base o Principio da Ótima Distribuição das Imperfeições. As Figuras 26 à 30 mostram a distribuição das tensões de von Mises para as placas para b/a =1/3.

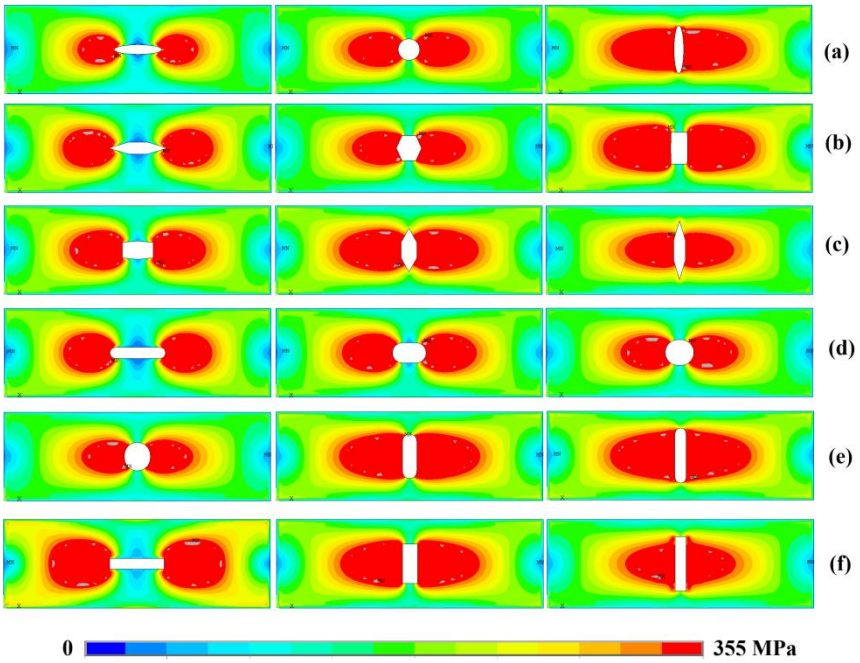


Figura 26: Distribuição das tensões de von Mises para as placas de b/a = 1/3, para ϕ = 0,025. (a)Furo elíptico com b_0/a_0 = 0,2; 1,0; e 5,0. (b) Furo hexagonal longitudinal com b_0/a_0 = 0,2; 1,0; e 1,9. (c) Furo hexagonal transversal com b_0/a_0 = 0,6; 2,8 e 5,0. (d) Furo oblongo longitudinal com b_0/a_0 = 0,2; 0,6 e 0,9. (e) Furo oblongo transversal com b_0/a_0 = 1,1; 3,5 e 5,0. (f) Furo retangular com b_0/a_0 = 0,2; 2,6 e 5,0.

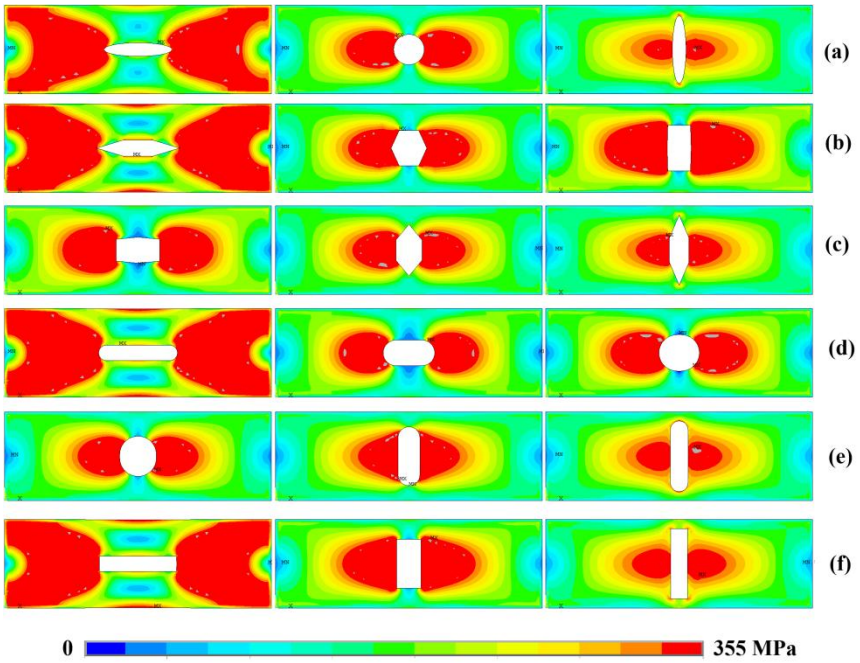


Figura 27: Distribuição das tensões de von Mises para as placas de b/a =1/3, para $\phi =$ 0,05. (a)Furo elíptico com $b_0/a_0 =$ 0,2; 1,0; e 5,0. (b) Furo hexagonal longitudinal com $b_0/a_0 =$ 0,2; 1,0; e 1,9. (c) Furo hexagonal transversal com $b_0/a_0 =$ 0,6; 2,0 e 3,6. (d) Furo oblongo longitudinal com $b_0/a_0 =$ 0,2; 0,5 e 0,9. (e) Furo oblongo transversal com $b_0/a_0 =$ 1,1; 2,7 e 4,0. (f) Furo retangular com $b_0/a_0 =$ 0,2; 2,0 e 4,2.

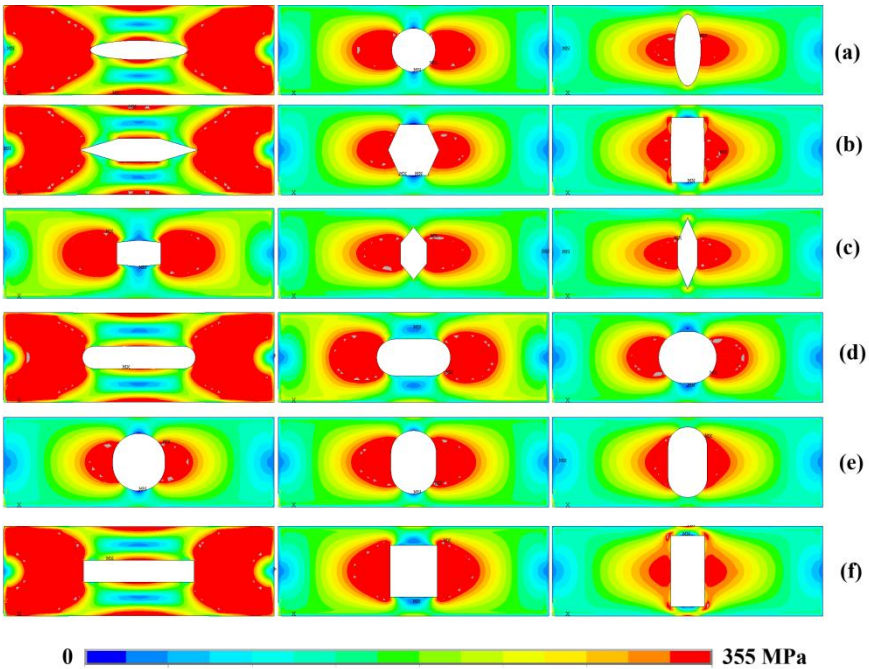


Figura 28: Distribuição das tensões de von Mises para as placas de b/a =1/3, para $\phi =$ 0,10. (a)Furo elíptico com $b_0/a_0 =$ 0,2; 1,0; e 2,7. (b) Furo hexagonal longitudinal com $b_0/a_0 =$ 0,2; 1,0; e 1,9. (c) Furo hexagonal transversal com $b_0/a_0 =$ 0,6; 2,0 e 3,6. (d) Furo oblongo longitudinal com $b_0/a_0 =$ 0,2; 0,5 e 0,9. (e) Furo oblongo transversal com $b_0/a_0 =$ 1,1; 2,7 e 1,8. (f) Furo retangular com $b_0/a_0 =$ 0,2; 1,1 e 2,1.

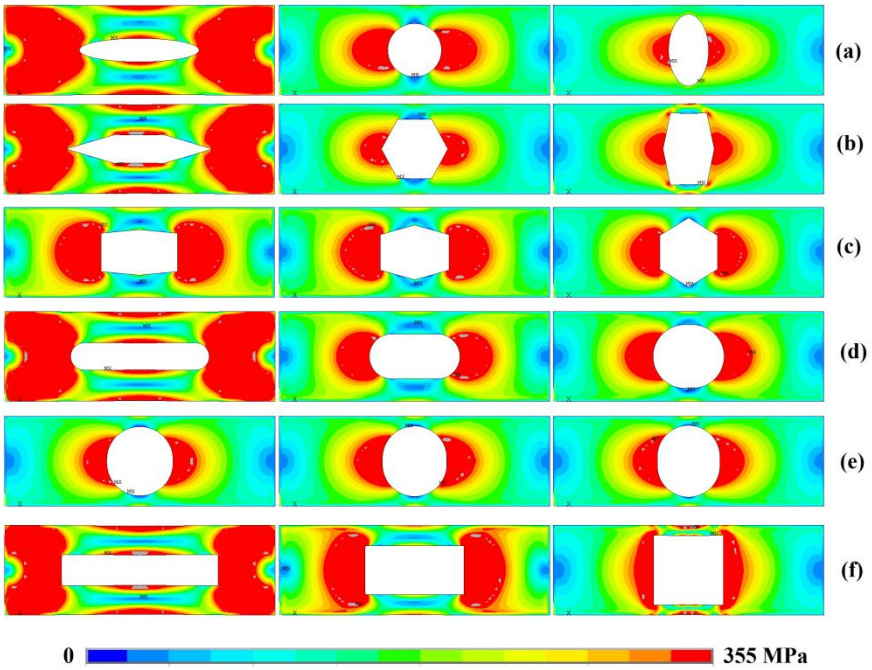


Figura 29: Distribuição das tensões de von Mises para as placas de b/a =1/3, para $\phi =$ 0,15. (a)Furo elíptico com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 1,0; e 1,8. (b) Furo hexagonal longitudinal com $b_0/a_0 =$ 0,2; 0,9; e 1,4. (c) Furo hexagonal transversal com $b_0/a_0 = 0{,}6$; 0,8 e 1,2. (d) Furo oblongo longitudinal com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,5 e 0,9. (e) Furo oblongo transversal com $b_0/a_0 =$ 1,05; 1.10 e 1,15. (f) Furo retangular com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 1,1 e 2,1.

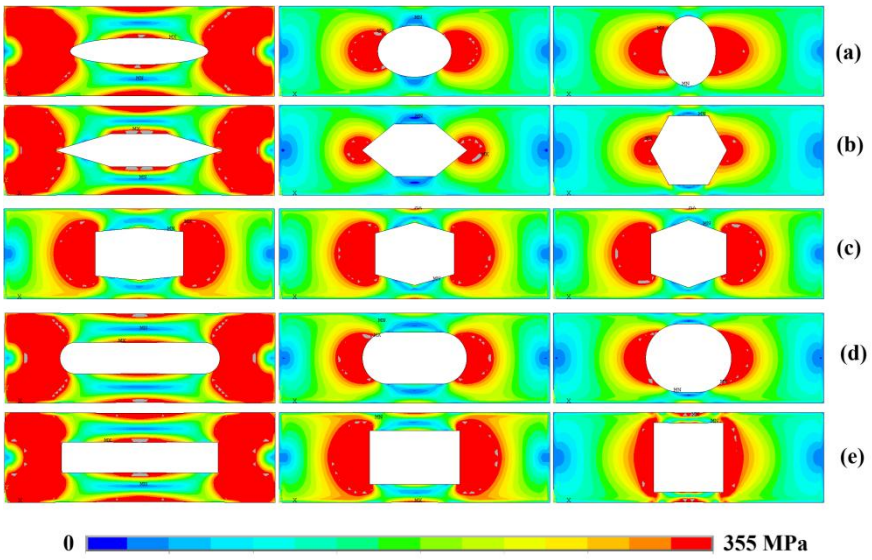


Figura 30: Distribuição das tensões de von Mises para as placas de b/a =1/3, para $\phi =$ 0,20. (a)Furo elíptico com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,7; e 1,3. (b) Furo hexagonal longitudinal com $b_0/a_0 =$ 0,2; 0,5; e 0,9. (c) Furo hexagonal transversal com $b_0/a_0 = 0{,}6$; 0,8 e 0,9. (d) Furo oblongo longitudinal com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,5 e 0,8. (e) Furo retangular com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,6 e 1,0.

Para se analisar o fluxo de tensões nas geometrias investigadas, utiliza-se o Princípio da Ótima Distribuição das Imperfeições baseado na Lei Construtal (Bejan e

Lorente, 2008). Este princípio afirma que a geometria ótima é a que distribui melhor as imperfeições do sistema. Sendo assim, as imperfeições serão consideradas as concentrações de tensões máximas da placa e as geometrias ótimas serão as que demonstram a melhor distribuição destas tensões.

Fazendo uma análise das distribuições de tensões de von Mises, para todos os furos simulados e para os diferentes graus de liberdade, nas Figs. 26 à 30, observa-se que as melhores geometrias de furo possuem os maiores valores de b_0/a_0, possíveis para cada geometria de furo. Esse comportamento se deve que, a presença dos furos altera significativamente a distribuição de tensões e o comportamento da flambagem. A influência do formato do furo é particularmente sensível à relação entre sua razão de aspecto (b_0/a_0) e a razão de aspecto da placa (b/a).

Sendo assim, furos com maiores valores de b_0/a_0 ajudam a redistribuir melhor as tensões ao longo da estrutura, reduzindo a concentração das mesmas e retardando a flambagem local. Se o furo possuir menores valores de b_0/a_0, a região ao redor dele se torna mais suscetível à flambagem, reduzindo a tensão última significativamente.

Portanto, para placas com $b/a = 1/3$, a tensão última de flambagem é maior quando a razão de aspecto do furo é maior, pois a flambagem local é mitigada pela distribuição mais eficiente das tensões.

4.2. Placa Retangular (*b/a* = 1/2)

Placas retangulares com uma relação de $b/a = 1/2$ ($a = 2000{,}00$ mm, $b = 1000{,}00$ mm), o procedimento foi aplicado de forma análoga ao utilizado nas placas com $b/a = 1/3$, tendo como referência a tensão última da placa retangular, que corresponde a 49,52 MPa. Os valores de *NUS* obtidos para cada ϕ são apresentados nas Figs. 31 à 35.

Analisando as curvas das Figs. 31 a 35, observa-se que, a presença dos furos resulta em uma perda de resistência mecânica da placa. Sendo que, para frações volumétricas menores ocorrem os maiores valores de *NUS.* Em seus valores máximos, há uma diferença de menos de 10% na redução da tensão última em comparação à placa de referência. Assim, para frações volumétricas menores, os valores obtidos são bastante próximos aos da placa sem perfuração.

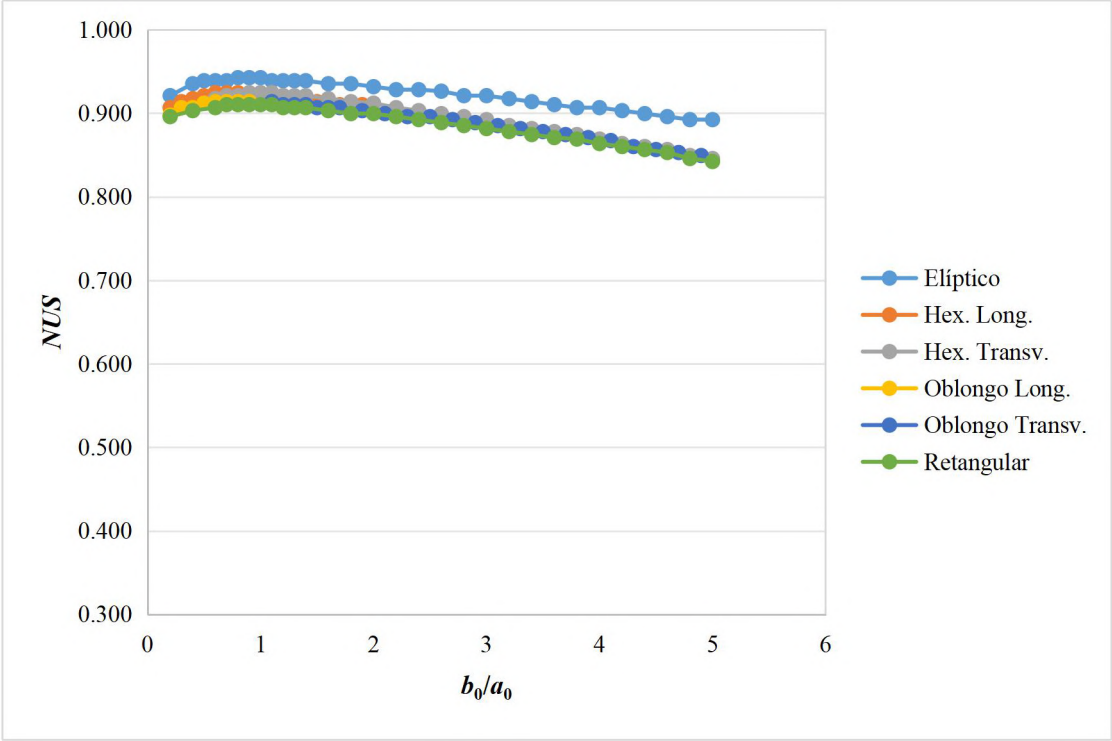


Figura 31: Curvas da tensão última normalizada para as placas retangulares ($b/a = 1/2$), para $\phi = 0{,}025$.

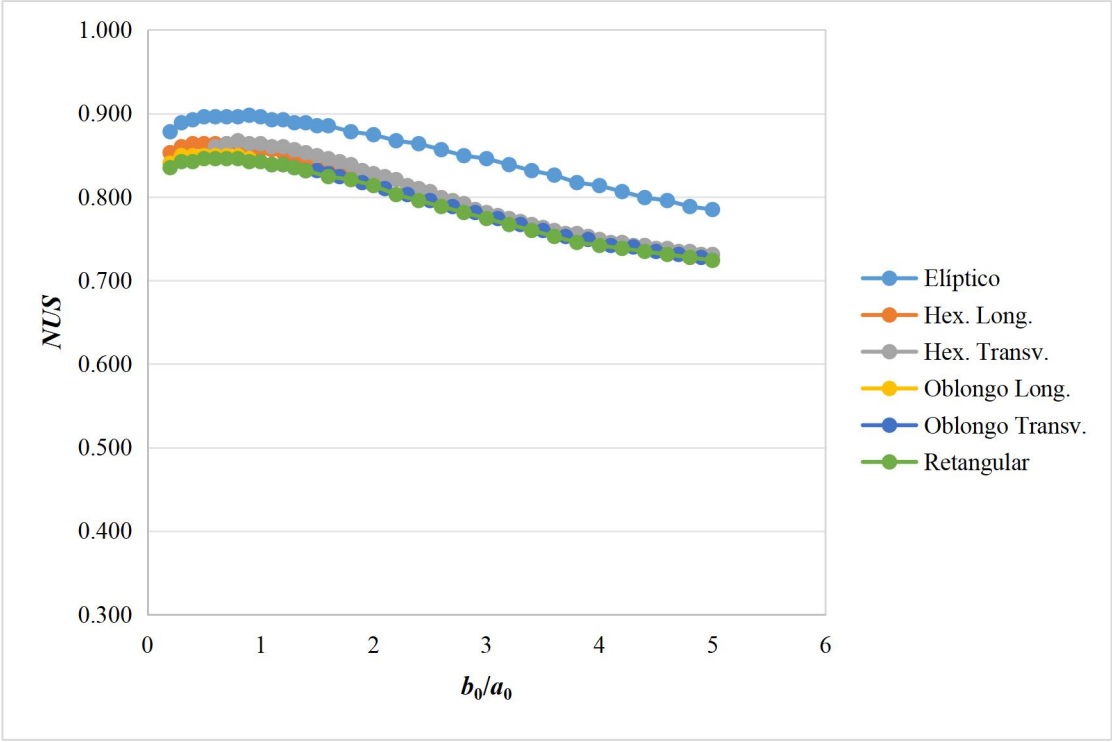


Figura 32: Curvas da tensão última normalizada para as placas retangulares ($b/a = 1/2$), para $\phi = 0{,}05$.

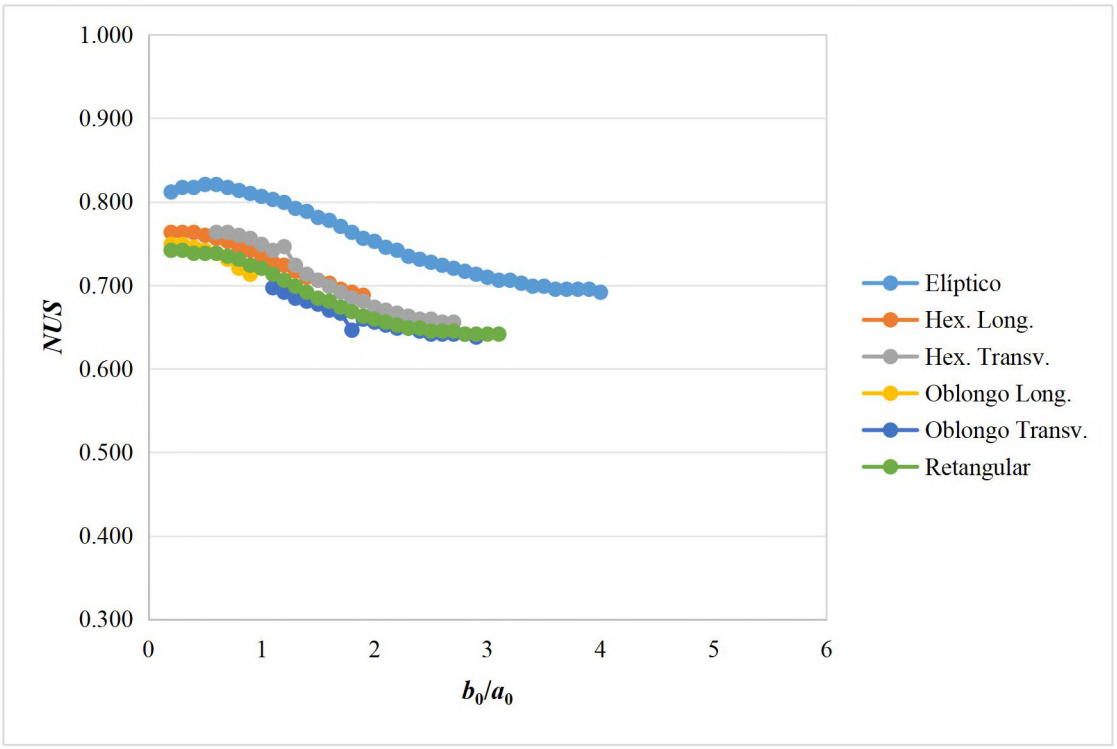


Figura 33: Curvas da tensão última normalizada para as placas retangulares ($b/a = 1/2$), para $\phi = 0{,}10$.

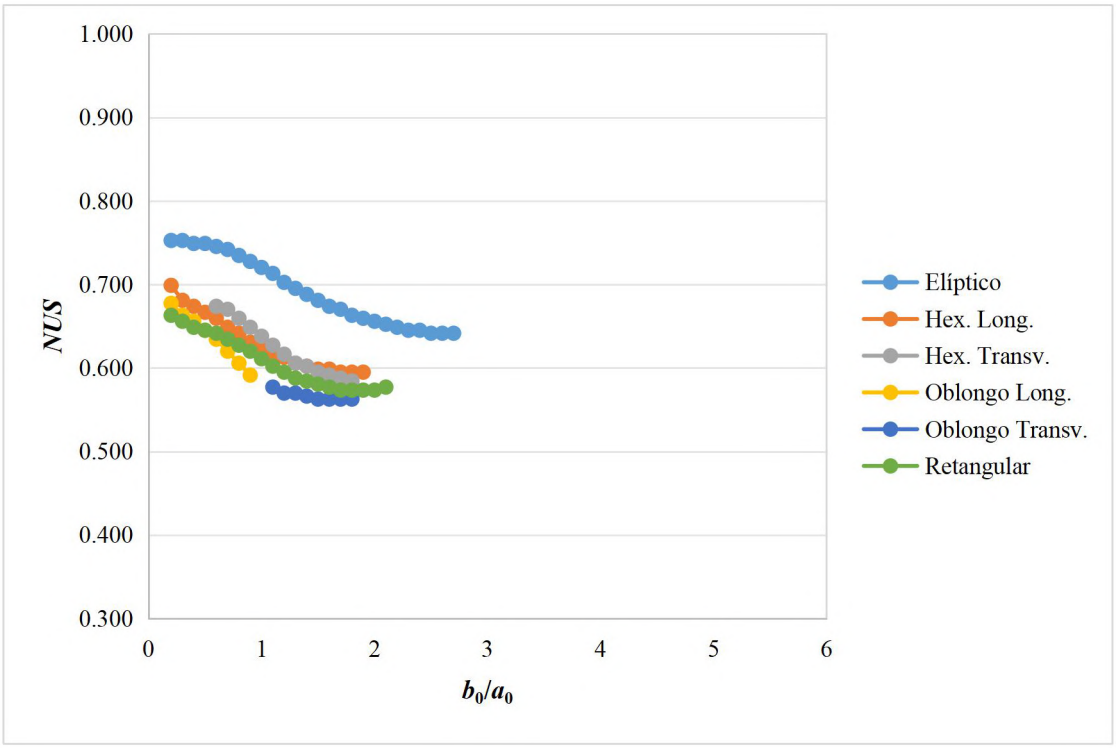


Figura 34: Curvas da tensão última normalizada para as placas retangulares ($b/a = 1/2$), para $\phi = 0{,}15$.

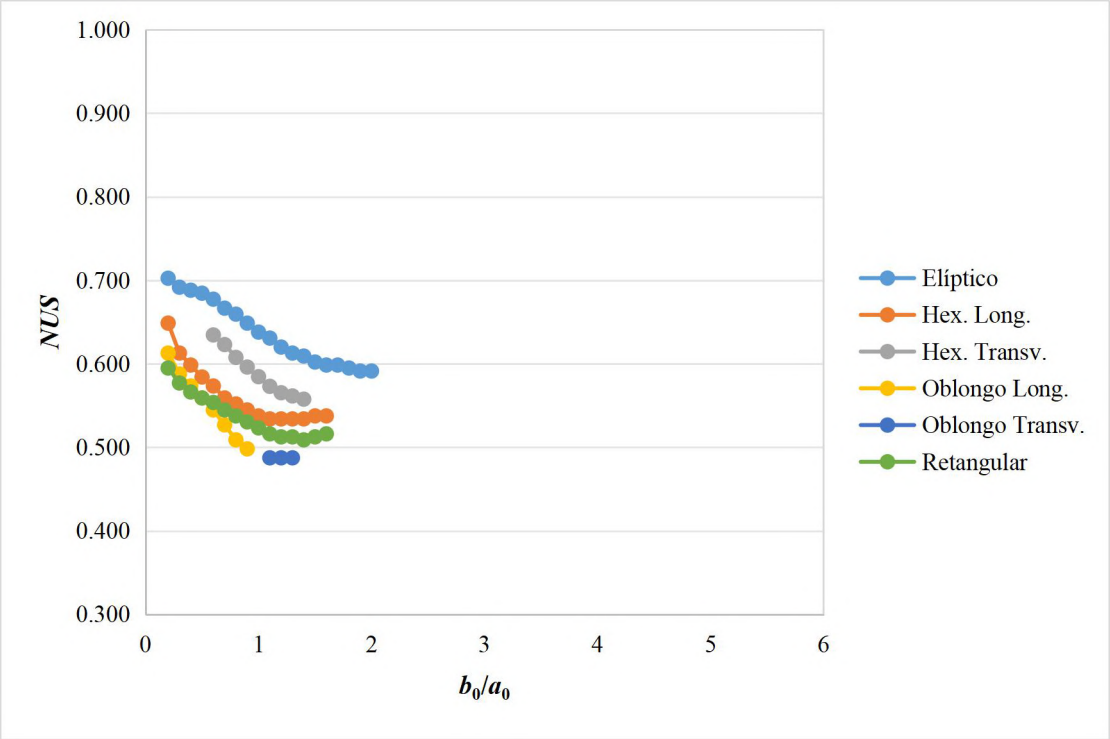


Figura 35: Curvas da tensão última normalizada para as placas retangulares ($b/a = 1/2$), para $\phi = 0{,}20$.

Para $\phi = 0{,}025$ (ver Fig. 31), os valores de NUS_m para todas as perfurações tendem a ficar próximos de 0,90. O furo elíptico apresentou o melhor desempenho, atingindo um valor de NUS_m de 0,943 para valores de b_0/a_0 de 0,8; 0,9 e 1,0. Já os furos hexagonal longitudinal e hexagonal transversal atingem valores iguais para NUS_m, sendo de 0,925. Os valores mais baixos obtidos foram para as geometrias de furo oblongo longitudinal e oblongo transversal com $NUS_m = 0{,}914$; e furo retangular com NUS_m de 0,910

Examinando a Fig. 32, nota-se que, para a fração volumétrica (ϕ) de 0,05, todos os furos apresentaram valores de NUS_m na faixa entre 0,80 e 0,90. O furo elíptico se destacou como o de melhor desempenho, atingindo um valor máximo de NUS de 0,898 para a b_0/a_0 de 0,9. O furo oblongo transversal obteve o comportamento menos eficiente, com NUS_m de 0,839.

Na Fig. 33, observa-se que, para a fração volumétrica (ϕ) de 0,10, todos os tipos de furos apresentaram valores de NUS_m inferiores a 0,850. O furo elíptico foi a geometria com melhor desempenho, obtendo NUS_m de 0,821 para a b_0/a_0 de 0,9; enquanto o furo oblongo longitudinal apresentou o pior resultado, com NUS_m de 0,697 para b_0/a_0 de 1,1.

Para a fração volumétrica (ϕ) de 0,15 (ver Fig. 34), os valores de NUS_m apresentaram uma redução superior a 20% em relação à placa de referência. O furo elíptico mostrou-se o mais eficiente, obtendo NUS_m de 0,753 para b_0/a_0 de 0,2; enquanto os demais tipos de furos apresentaram valores de NUS_m com uma redução de no mínimo de 30% da placa de referência.

Na Fig. 35, para $\phi = 0{,}20$, o furo elíptico apresentou o maior valor de NUS_m, com 0,703 para a $b_0/a_0 = 1{,}30$. Todas as outras geometrias obtiveram tensão última normalizada (NUS_m) inferior a 35% da placa de referência.

Com base nos dados obtidos para a placa retangular ($b/a = 1/2$), nota-se que o valor de *NUS* possui comportamento inverso ao da razão volumétrica, onde vemos que, conforme esperado, o aumento do valor de ϕ para todas as geometrias de furo reduz o valor de NUS_m. Para essa geometria de placa, o furo elíptico foi o mais indicado em todas as frações volumétricas.

Através do Princípio da Ótima Distribuição das Imperfeições, pode-se realizar a análise das distribuições de tensão de von Mises na superfície das placas. As Figuras 36 à 40 mostram a distribuição das tensões de von Mises para as placas para $b/a = 1/2$.

Fazendo uma análise das distribuições de tensões de von Mises, para todos os furos simulados e para os diferentes graus de liberdade, nas Figs. 36 à 40, observa-se que as geometrias que possuem o melhor comportamento mecânico para cada furo, para uma placa de referência $b/a = 1/2$, possuem a tendência de possuir mais regiões de altas concentrações de tensão (regiões vermelhas e laranjas), e menos regiões de baixas concentrações de tensão (regiões azul e verde).

Para $\phi = 0{,}025$ e 0,05, o furo tem menor impacto na rigidez global da placa. Nesses casos, a flambagem ocorre de maneira mais distribuída na placa, propiciando que os furos com b_0/a_0 próximo de 1 promovam uma melhor distribuição das tensões, reduzindo concentrações locais. Como a área do furo é pequena, ele não introduz enfraquecimento excessivo, permitindo que a placa resista melhor à flambagem. Assim, *NUS* é maior quando b_0/a_0 está próxima de 1 para essas condições.

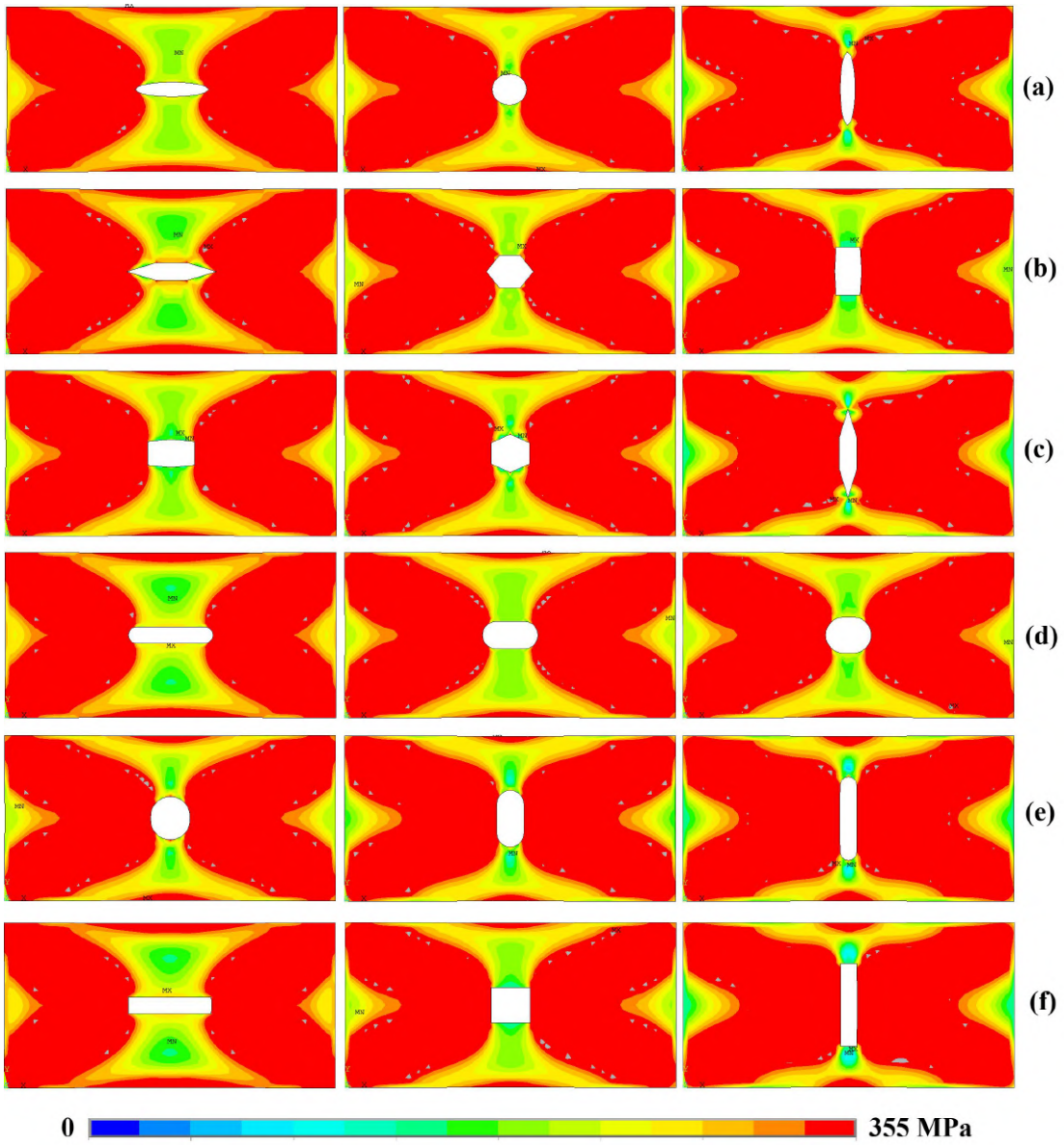


Figura 36: Distribuição das tensões de von Mises para as placas de $b/a =$ 1/2, para $\phi =$ 0,025. (a) Furo elíptico com $b_0/a_0 =$ 0,2; 0,9; e 5,0. (b) Furo hexagonal longitudinal com $b_0/a_0 =$ 0,2; 0,7 e 1,8. (c) Furo hexagonal transversal com $b_0/a_0 =$ 0,6; 1,0 e 5,0. (d) Furo oblongo longitudinal com $b_0/a_0 =$ 0,2; 0,5 e 0,8 (e) Furo oblongo transversal com $b_0/a_0 =$ 1,1; 2,1 e 4,9. (f) Furo retangular com $b_0/a_0 =$ 0,2; 0,9 e 5,0.

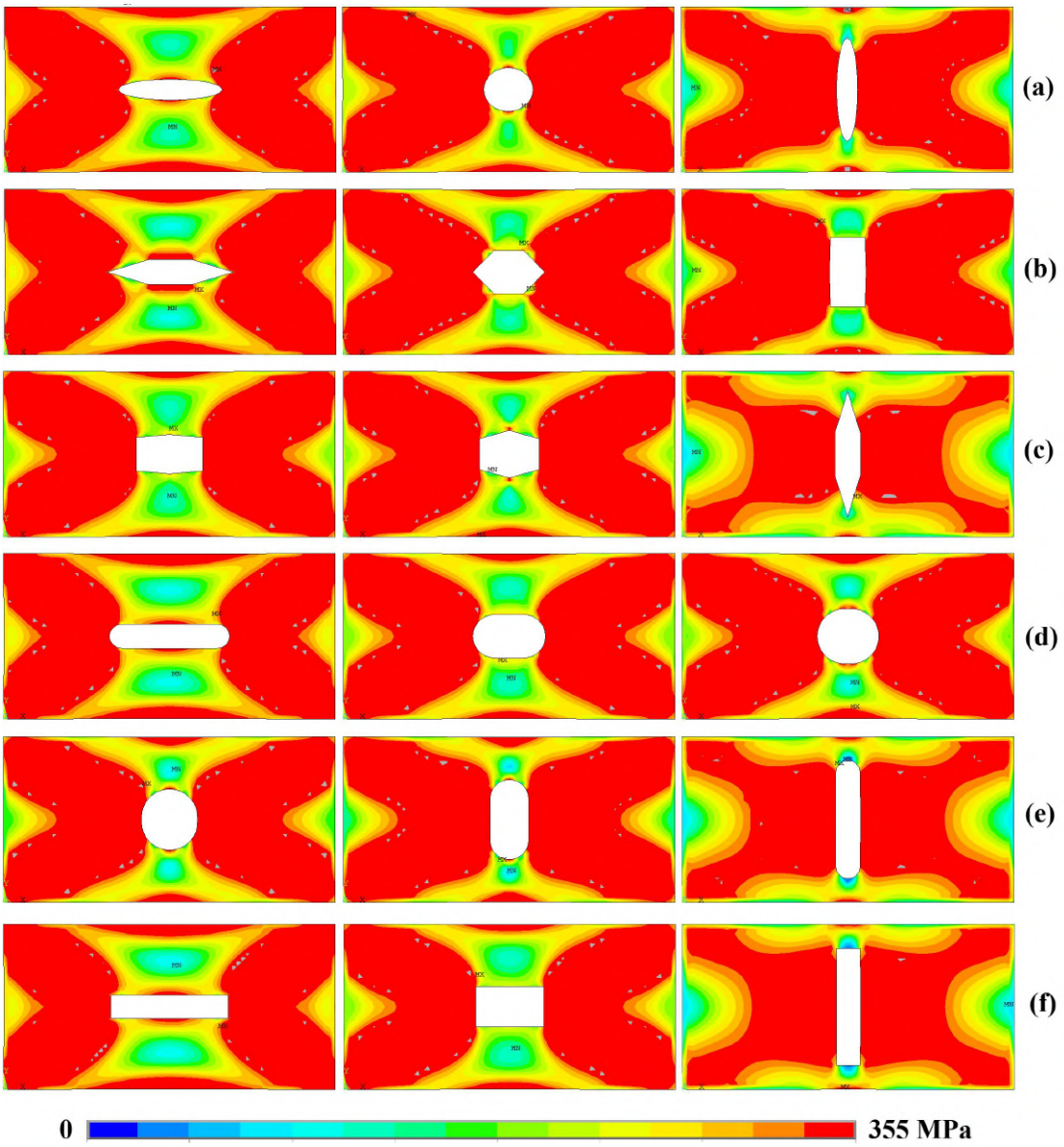


Figura 37: Distribuição das tensões de von Mises para as placas de $b/a = 1/2$, para $\phi = 0{,}05$. (a) Furo elíptico com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,9; e 5,0. (b) Furo hexagonal longitudinal com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,6 e 1,9. (c) Furo hexagonal transversal com $b_0/a_0 = 0{,}6$; 0,8 e 5,0. (d) Furo oblongo longitudinal com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,6 e 0,9 (e) Furo oblongo transversal com $b_0/a_0 = 1{,}1$; 2,1 e 4,9. (f) Furo retangular com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,6 e 5,0.

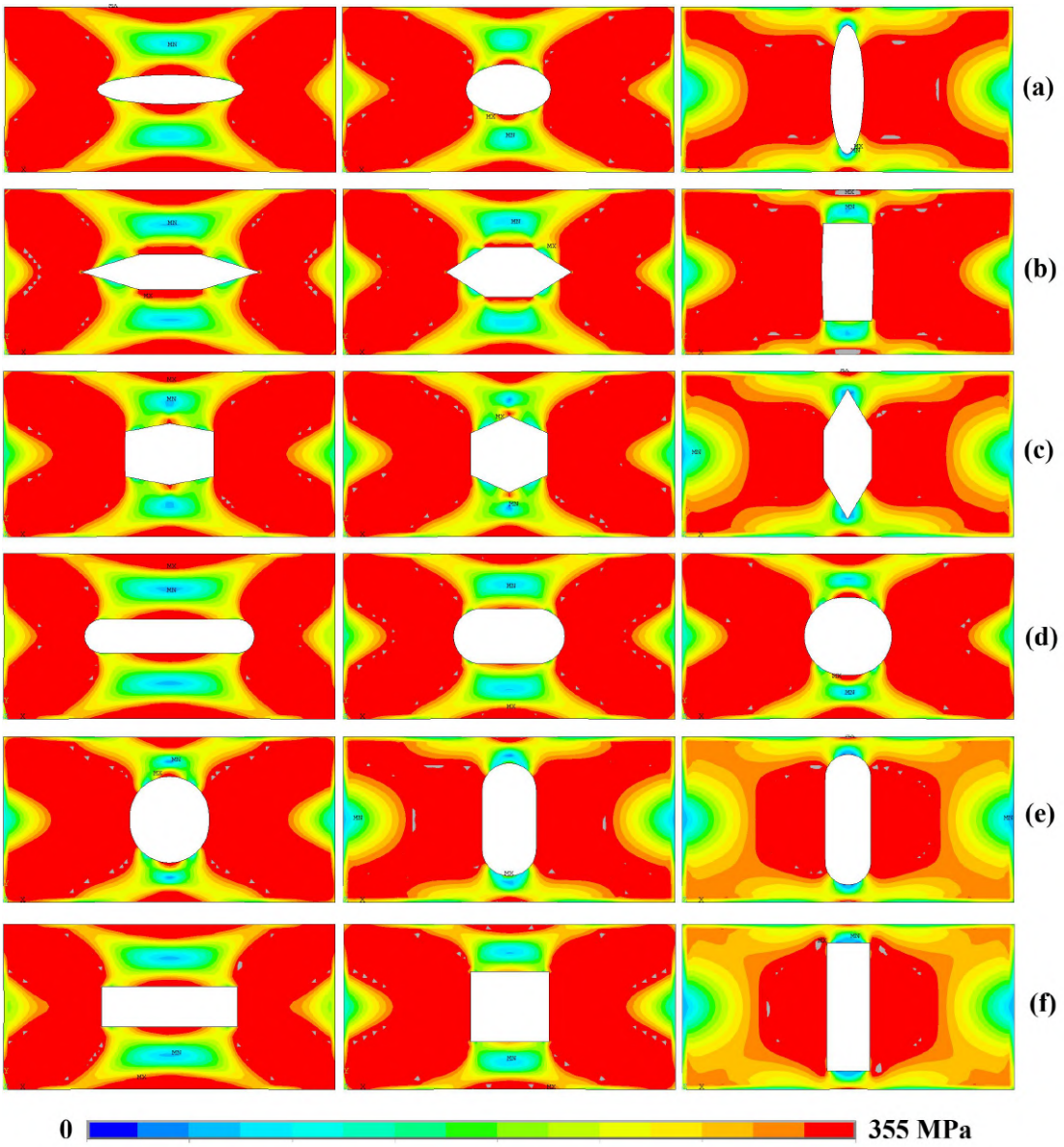


Figura 38: Distribuição das tensões de von Mises para as placas de $b/a = 1/2$, para $\phi = 0{,}10$. (a) Furo elíptico com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,6; e 3,9. (b) Furo hexagonal longitudinal com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,4 e 1,9. (c) Furo hexagonal transversal com $b_0/a_0 = 0{,}7$; 1,0 e 2,7. (d) Furo oblongo longitudinal com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,5 e 0,9 (e) Furo oblongo transversal com $b_0/a_0 = 1{,}1$; 2,1 e 2,9. (f) Furo retangular com $b_0/a_0 = 0{,}3$; 0,9 e 3,0.

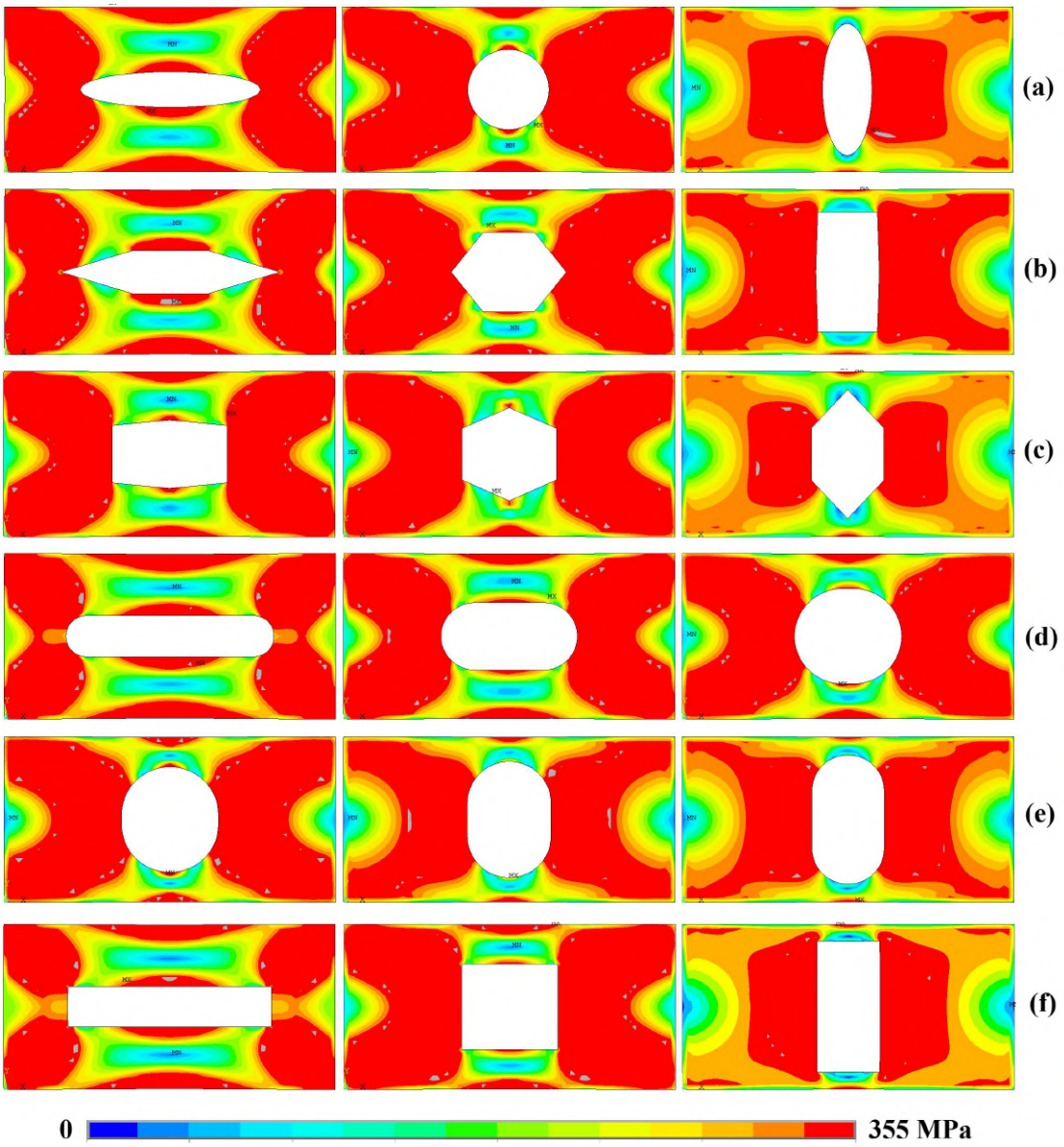


Figura 39: Distribuição das tensões de von Mises para as placas de $b/a = 1/2$, para $\phi = 0{,}15$. (a) Furo elíptico com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 1,0; e 2,7. (b) Furo hexagonal longitudinal com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,7 e 1,9. (c) Furo hexagonal transversal com $b_0/a_0 = 0{,}6$; 1,0 e 1,8. (d) Furo oblongo longitudinal com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,5 e 0,9 (e) Furo oblongo transversal com $b_0/a_0 = 1{,}1$; 1,4 e 1,8. (f) Furo retangular com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,9 e 2,1.

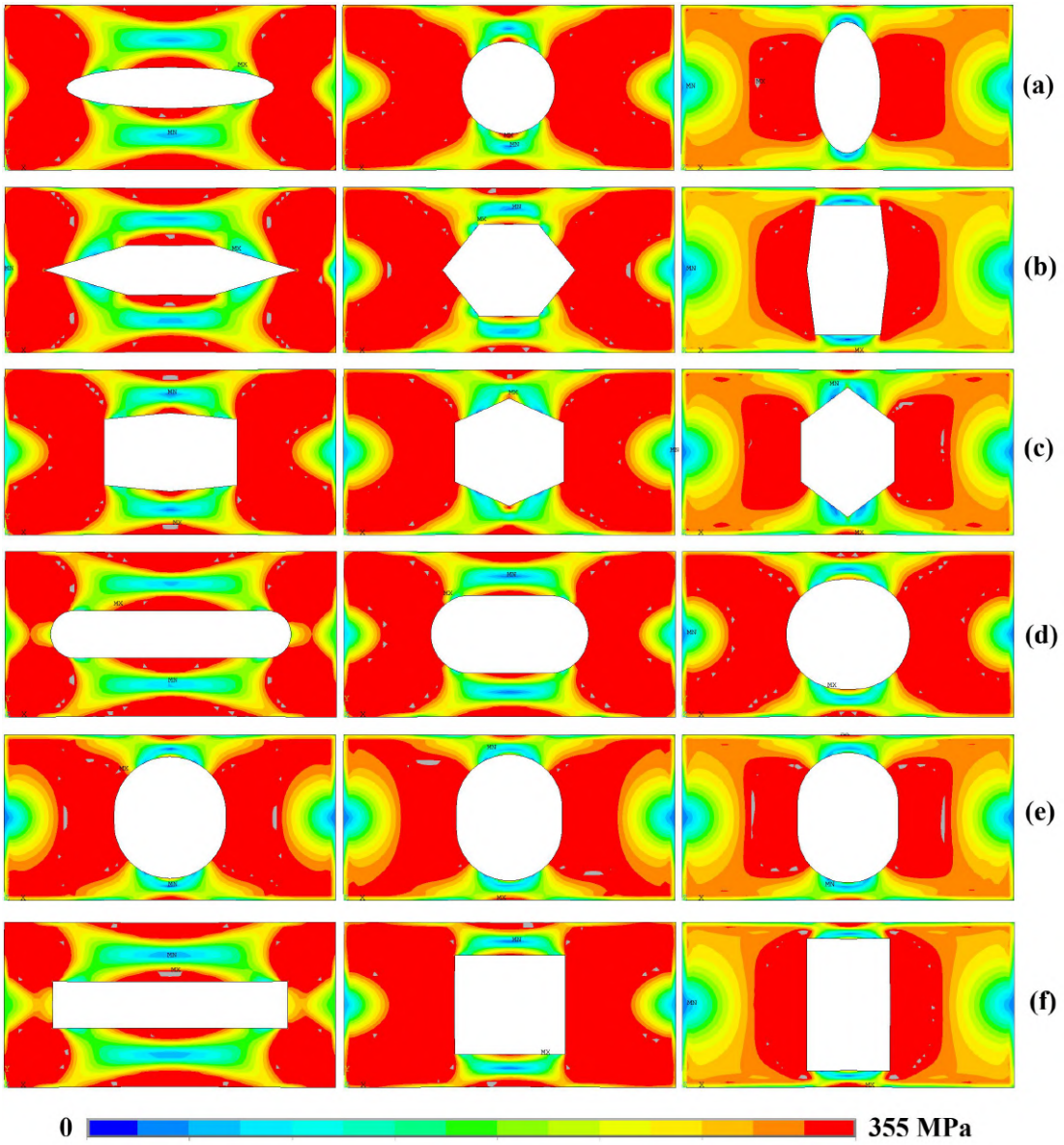


Figura 40: Distribuição das tensões de von Mises para as placas de $b/a = 1/2$, para $\phi = 0{,}20$. (a) Furo elíptico com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 1,0; e 2,0. (b) Furo hexagonal longitudinal com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,7 e 1,6. (c) Furo hexagonal transversal com $b_0/a_0 = 0{,}6$; 1,0 e 1,4. (d) Furo oblongo longitudinal com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,5 e 0,9 (e) Furo oblongo transversal com $b_0/a_0 = 1{,}1$; 1,2 e 1,3. (f) Furo retangular com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,9 e 1,6.

Para $\phi = 0{,}10$; 0,15 e 0,20; à medida que a razão volumétrica aumenta, ou seja, o furo ocupa uma área maior na placa, o impacto da geometria do furo na resistência estrutural cresce. Isso acontece porque, quando o furo se torna muito grande, a sua presença reduz significativamente a rigidez da placa, tornando-a mais propensa à flambagem. Furos com alongados verticalmente passam a atuar como zonas de enfraquecimento, concentrando tensões e antecipando o colapso.

Por outro lado, furos alongados horizontalmente podem aliviar parcialmente essas tensões por redistribuir melhor os esforços ao longo da largura da placa, reduzindo os efeitos locais de concentração de tensões. Por isso, quando a razão volumétrica é alta, a tensão última de flambagem tende a ser menor para furos com menor razão de aspecto (ou seja, furos mais alongados horizontalmente).

4.3. Placa Quadrada ($b/a = 1$)

Foram analisadas placas quadradas ($b/a = 1$), apresentando dimensões de 1414,21 mm e 1414,21 mm. O procedimento foi aplicado de forma análoga ao utilizado nas placas anteriores, tendo como referência a tensão última da placa quadrada, que corresponde a 55,22 MPa. Os valores de *NUS* obtidos para cada ϕ são apresentados nas Figs. 41 à 45.

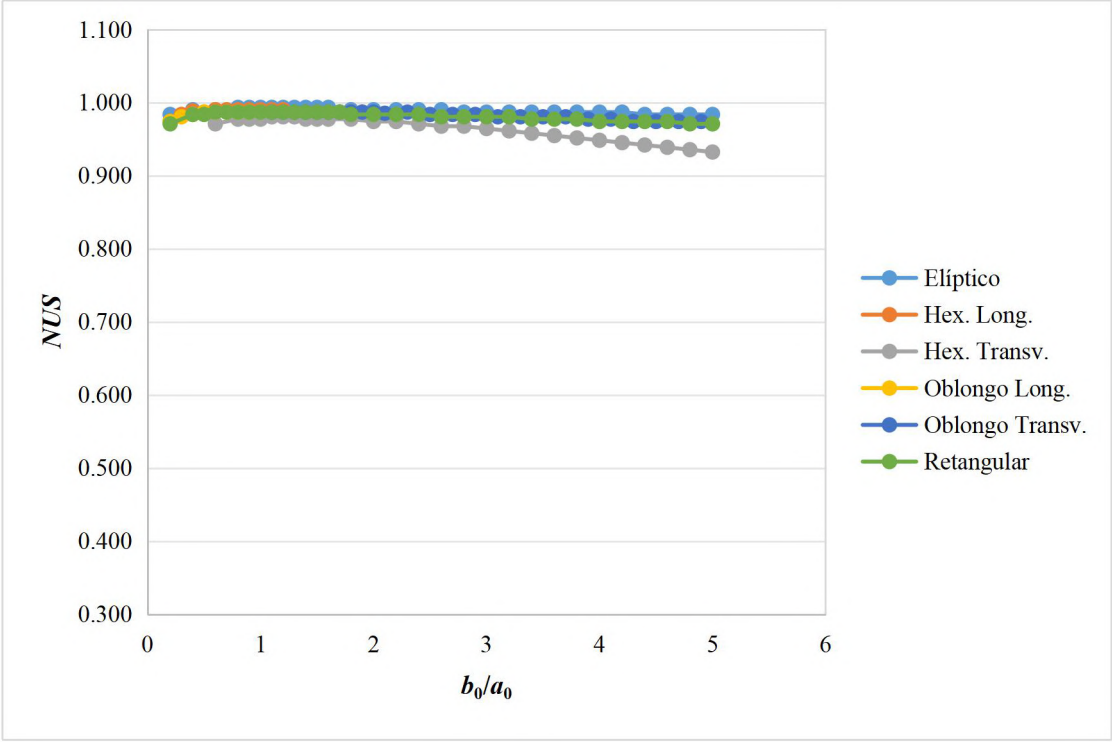


Figura 41: Curvas da tensão última normalizada para as placas quadradas ($b/a = 1$), para $\phi = 0{,}025$.

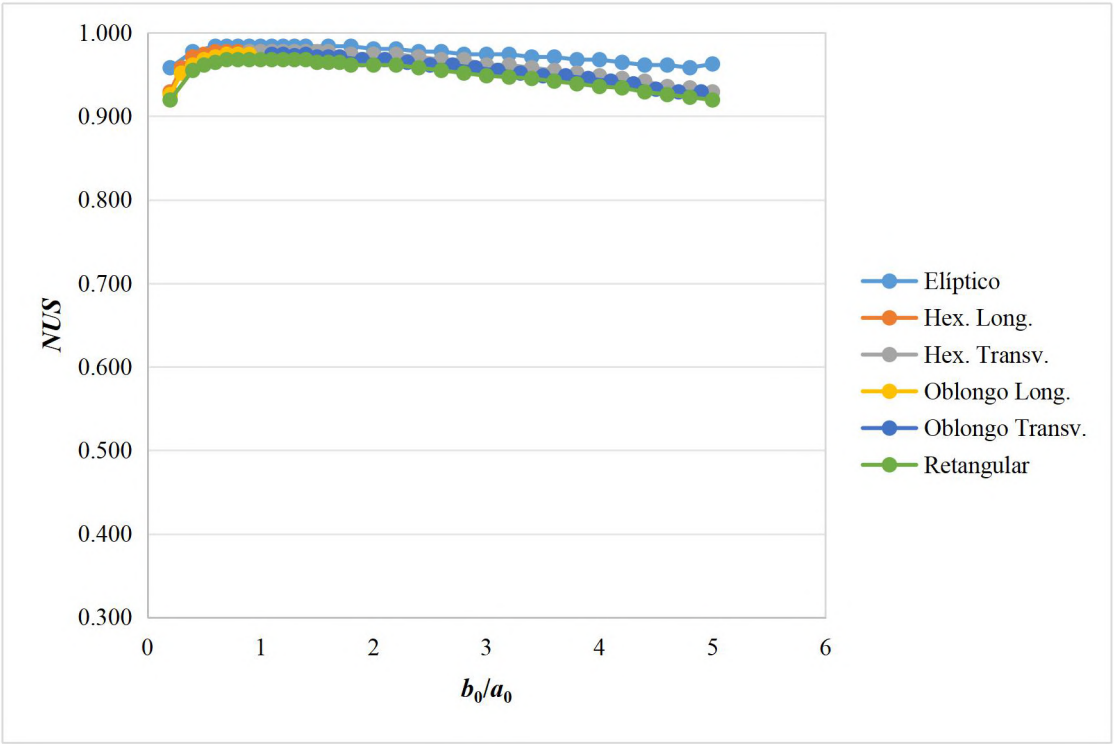


Figura 42: Curvas da tensão última normalizada para as placas quadradas ($b/a = 1$), para $\phi = 0{,}05$.

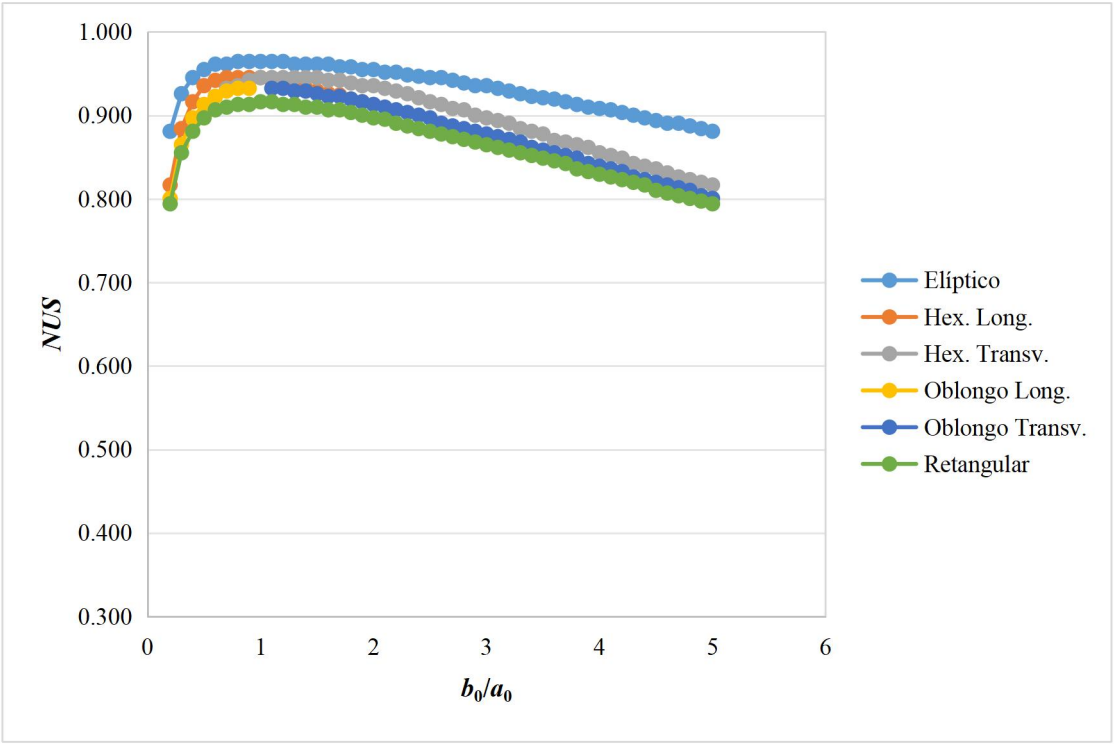


Figura 43: Curvas da tensão última normalizada para as placas quadradas ($b/a = 1$), para $\phi = 0{,}10$.

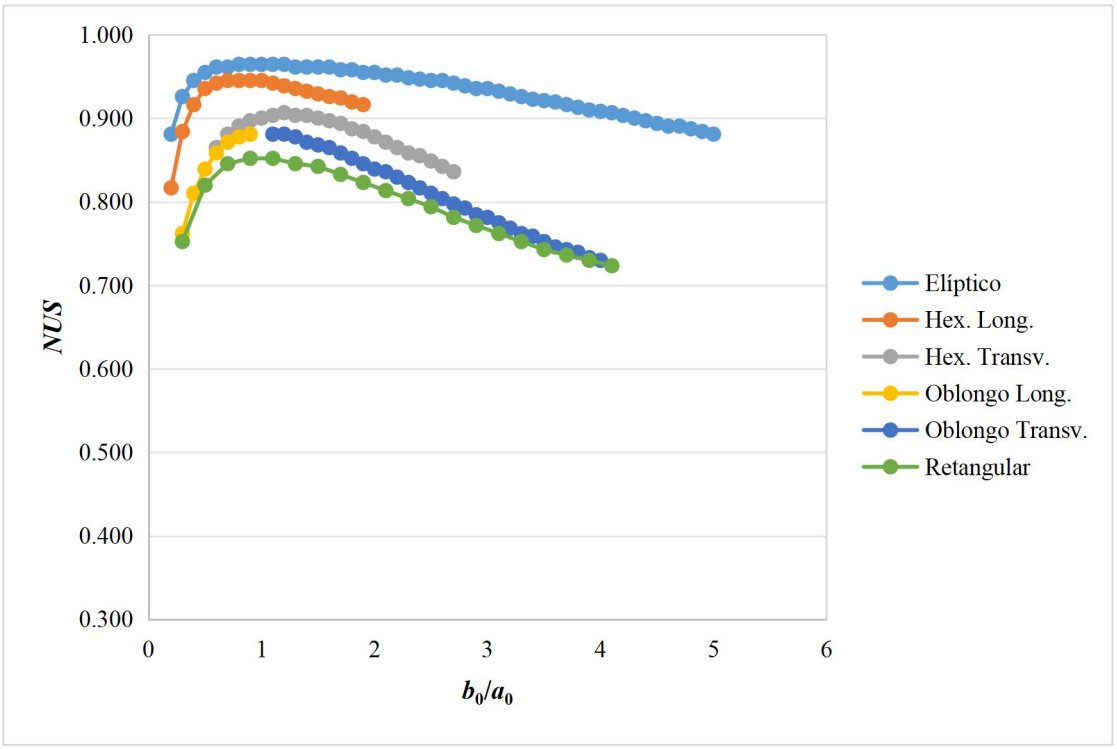


Figura 44: Curvas da tensão última normalizada para as placas quadradas ($b/a = 1$), para $\phi = 0{,}15$.

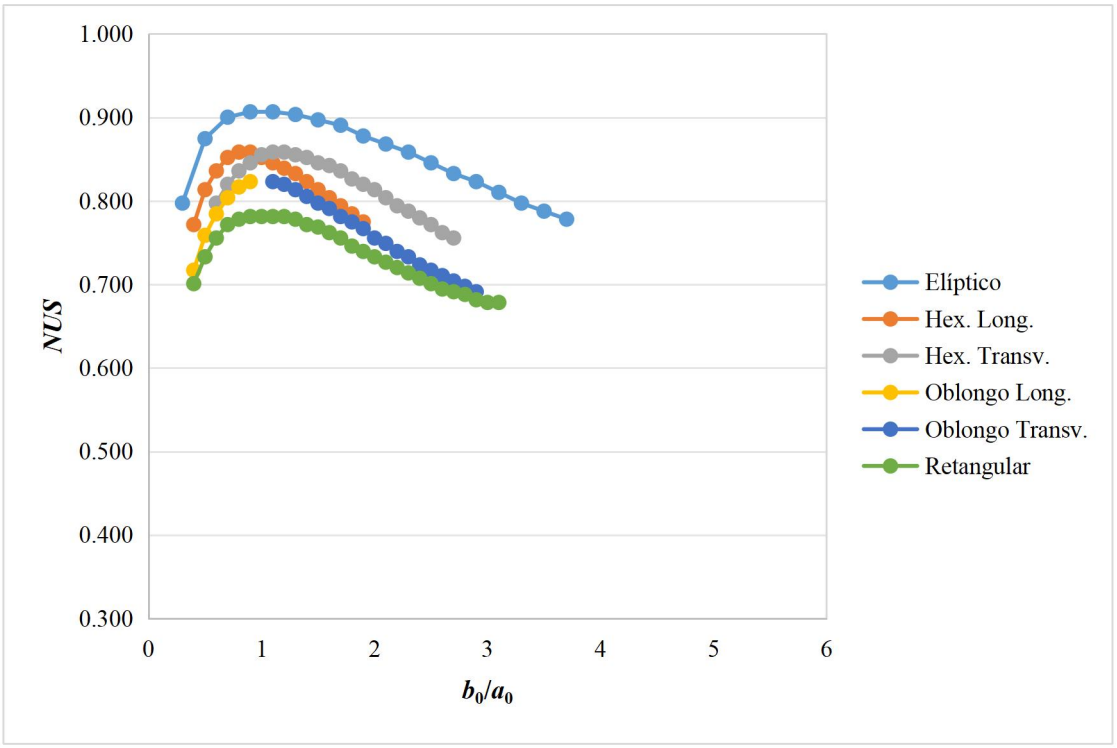


Figura 45: Curvas da tensão última normalizada para as placas quadradas ($b/a = 1$), para $\phi = 0{,}20$.

De acordo com a Fig. 41, para $\phi = 0{,}025$, pode-se observar a relação entre o parâmetro b_0/a_0 e o valor de *NUS* (Tensão Última Normalizada) para diferentes geometrias de furos em uma placa com $b/a = 1$. O furo elíptico, demonstra os valores de *NU*S próximos a 1, indicando um desempenho relativamente estável e alto, com pouca variação ao longo do aumento da razão geométrica b_0/a_0. Os furos hexagonal longitudinal e hexagonal transversal mantêm valores elevados de *NUS*, com pequenas diferenças. No entanto, o hexagonal transversal apresenta uma leve diminuição comparado ao longitudinal. Os furos oblongo longitudinal e oblongo transversal mantêm valores próximos a 1, mas o oblongo longitudinal apresenta uma leve queda para valores maiores de b_0/a_0, enquanto o oblongo transversal mostra uma variação mais consistente. Já o furo retangular, apresenta comportamento semelhante às demais geometrias, com valores de *NUS* ligeiramente abaixo de 1.

As diferentes geometrias de furos mantêm valores de *NUS* elevados, variando entre aproximadamente 0,95 e 1, com destaque para o furo elíptico, que possui o melhor desempenho entre os analisados. A curva de *NUS* demonstra que, independentemente da geometria, a perda de resistência mecânica devido aos furos é relativamente pequena, e a estabilidade dos valores de *NUS* indica que o volume removido não impacta significativamente a resistência da placa para as razões geométricas analisadas.

Para $\phi = 0{,}05$ (ver Fig. 42), o furo elíptico apresenta valores de *NUS* mais elevados e estáveis, próximos a 1, mostrando ser a geometria mais eficiente para a manutenção da resistência da placa. Os furos hexagonais longitudinal e transversal mantêm valores de *NUS* elevados e próximos aos do furo elíptico, indicando bom desempenho na resistência da placa, embora ligeiramente inferiores ao elíptico. Já os furos oblongos longitudinal e transversal, também apresentam valores de *NUS* relativamente altos, mas com uma leve queda em comparação ao elíptico e aos hexagonais. Ainda assim, os valores permanecem superiores a 0,90, demonstrando boa eficiência. Entretanto, o furo retangular apresenta os valores de *NUS* mais baixos entre todas as geometrias, com uma redução gradativa conforme a razão geométrica aumenta, indicando menor eficiência na preservação da resistência.

As diferentes geometrias de furos mantêm valores de *NUS* acima de 0,90, o que sugere que a presença dos furos não reduz drasticamente a resistência da placa. O furo elíptico destaca-se como o mais eficaz, enquanto o furo retangular apresenta o

pior desempenho. Com base na TC, é possível inferir que as placas com perfurações elípticas e hexagonais possibilitam uma melhor distribuição de tensões o que conduz aos maiores valores de *NUS*.

Analisando a Fig. 43 (ϕ =0,10), observa-se que a geometria com furo elíptico apresentou os maiores valores de *NUS* ao longo de toda a variação da razão geométrica, iniciando com um valor de 0,881, aumentando até um valor máximo (NUS_m) de 0,965 e, em seguida, sofrendo uma leve redução à medida que a razão aumenta. Isso indica que essa geometria apresenta o melhor desempenho em termos de resistência, mesmo com o aumento da razão geométrica. As geometrias com furos hexagonal longitudinal e hexagonal transversal apresentaram valores de *NUS* ligeiramente inferiores aos da elíptica, mas ainda próximos de 0,90. À medida que a razão geométrica aumenta, os valores de *NUS* dessas geometrias diminuem gradualmente, mantendo, entretanto, um comportamento estável em comparação aos demais tipos de furos.

Por outro lado, as geometrias com furos oblongo longitudinal e oblongo transversal demonstram uma redução mais acentuada nos valores de *NUS* à medida que a razão aumenta. Embora apresentem valores próximos de 0,80, as quedas são mais expressivas que nas geometrias elípticas e hexagonais, indicando menor eficiência na preservação da resistência. Já a geometria com furo retangular apresentou os menores valores de *NUS* em toda a faixa analisada da razão geométrica, com valor inicial ligeiramente inferior ao dos demais tipos de furos, iniciando próximo a 0,80 e decrescendo continuamente, evidenciando um desempenho menos eficiente na manutenção da resistência da placa.

Observando o comportamento de ϕ =0,15 (ver Fig. 44), para o furo elíptico a curva apresenta os maiores valores de *NUS*, possuindo valor de NUS_m de 0,939. Esta geometria demonstra o melhor desempenho geral, mantendo a resistência da placa superior às demais geometrias, mesmo com o aumento da razão geométrica. O furo hexagonal longitudinal apresenta valores de *NUS* ligeiramente inferiores aos do furo elíptico, mas ainda elevados, chegando ao valor de NUS_m de 0,907.

Já os furos oblongo longitudinal e oblongo transversal, ambas as geometrias possuem valores de *NUS* inferiores, obtendo valor de NUS_m de 0,881 e mostrando uma diminuição consistente conforme b_0/a_0 aumenta. Comparadas ao furo elíptico e aos hexagonais, essas geometrias apresentam um desempenho menos eficiente na preservação da resistência da placa. O furo retangular apresenta os menores valores de

NUS desde o início, chegando ao valor de NUS_m de 0,852 e caindo continuamente conforme a razão geométrica aumenta. A curva indica que o furo retangular é a opção menos eficiente, resultando em uma maior perda de resistência comparada às demais geometrias de furos para fração volumétrica de 0,15.

A Fig, 45 apresenta a relação entre a razão geométricab_0/a_0 e o valor de *NUS* para $\phi = 0{,}20$. Analisando o gráfico, a curva do furo elíptico tem os maiores valores de *NUS*, começando abaixo de 0,9 e atingindo um valor máximo 0,907. Posteriormente, ocorre uma queda gradual à medida que b_0/a_0 aumenta. Os furos hexagonal longitudinal e hexagonal transversal apresentam um comportamento muito semelhante, com valores máximos próximos a 0,85, possuindo desempenhos ligeiramente inferiores ao furo elíptico. Os furos oblongo longitudinal e oblongo transversal apresentam valores de *NUS* um pouco inferiores, atingindo um valor de NUS_m abaixo de 0,85. Já o furo retangular possui o pior desempenho entre todas as geometrias analisadas, atingindo um valor máximo abaixo de 0,8. Para $\phi = 0{,}20$; o furo elíptico é a opção mais eficaz, enquanto o furo retangular mostra a maior redução da resistência.

Através do Princípio da Ótima Distribuição das Imperfeições, pode-se realizar a análise das distribuições de tensão de von Mises na superfície das placas. As Figuras 46 à 50 mostram a distribuição das tensões de von Mises para as placas para $b/a = 1$.

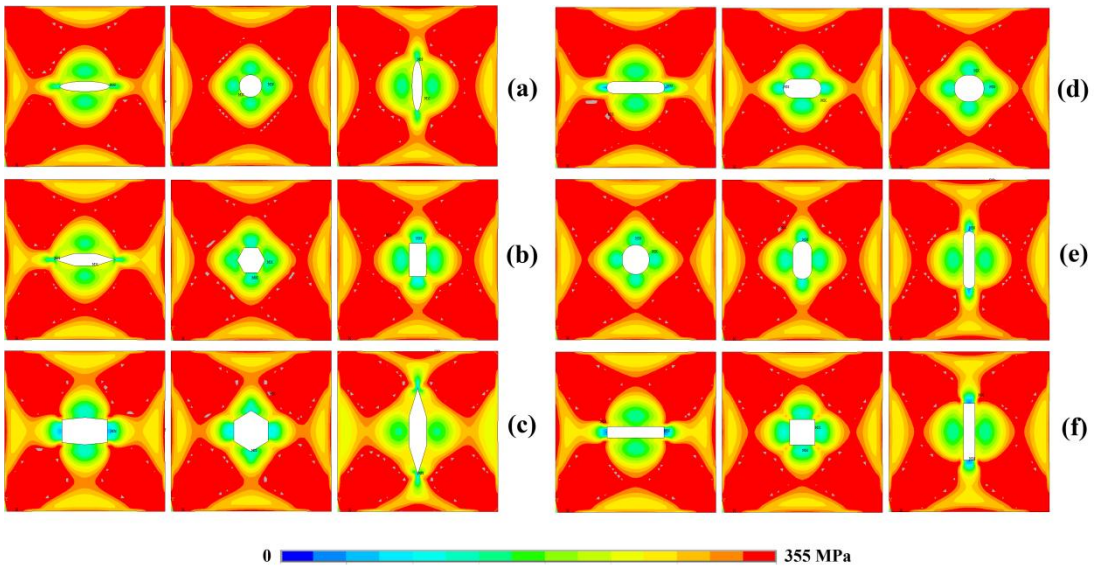


Figura 46: Distribuição das tensões de von Mises para as placas de $b/a = 1$, para $\phi = 0{,}025$. (a) Furo elíptico com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 1,0; e 5,0. (b) Furo hexagonal longitudinal com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,9 e 1,9. (c) Furo hexagonal transversal com $b_0/a_0 = 0{,}6$; 1,2 e 5,0. (d) Furo oblongo

longitudinal com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,5 e 0,9 (e) Furo oblongo transversal com $b_0/a_0 = 1{,}1$; 2,0 e 4,9. (f) Furo retangular com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 1,0 e 5,0.

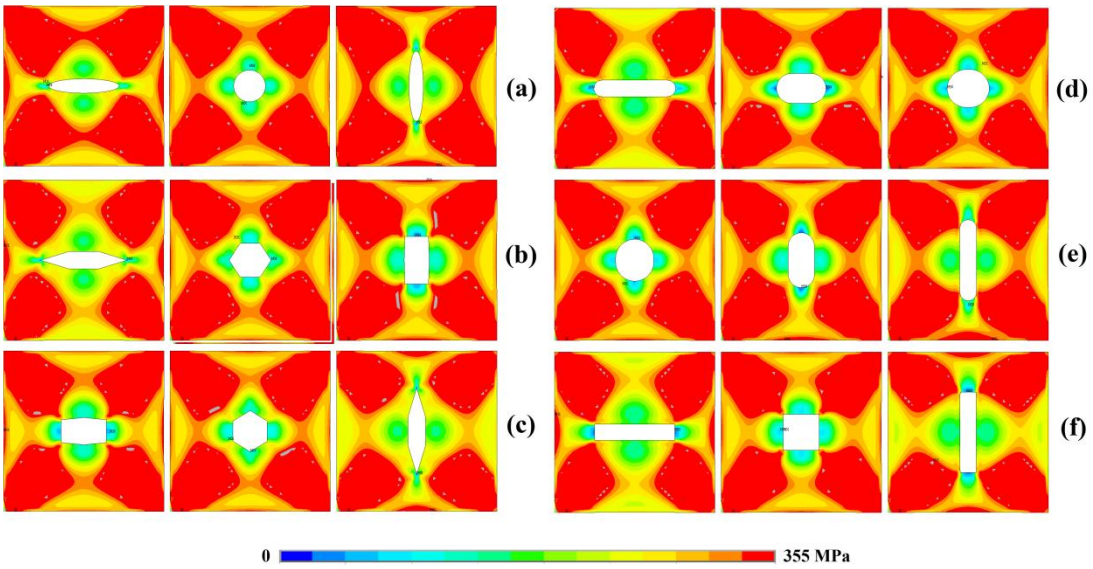


Figura 47: Distribuição das tensões de von Mises para as placas de $b/a = 1$, para $\phi = 0{,}05$. (a) Furo elíptico com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 1,0; e 5,0. (b) Furo hexagonal longitudinal com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,8 e 1,9. (c) Furo hexagonal transversal com $b_0/a_0 = 0{,}6$; 1,2 e 5,0. (d) Furo oblongo longitudinal com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,6 e 0,9 (e) Furo oblongo transversal com $b_0/a_0 = 1{,}1$; 2,1 e 4,9. (f) Furo retangular com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 1,0 e 5,0.

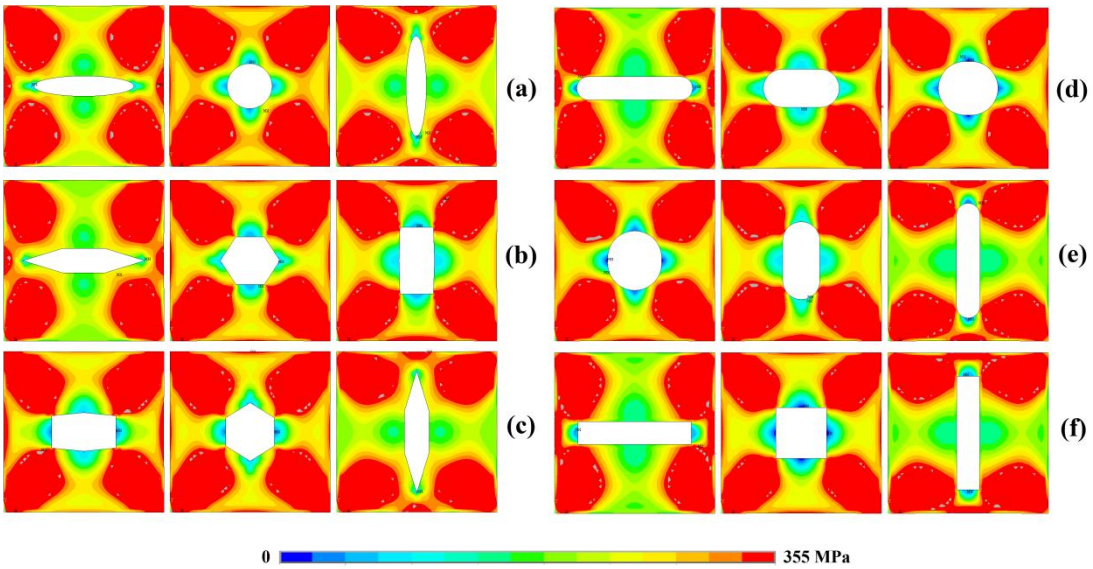


Figura 48: Distribuição das tensões de von Mises para as placas de $b/a = 1$, para $\phi = 0{,}10$. (a) Furo elíptico com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 1,0; e 5,0. (b) Furo hexagonal longitudinal com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,8 e 1,9. (c) Furo hexagonal transversal com $b_0/a_0 = 0{,}6$; 1,2 e 5,0. (d) Furo oblongo longitudinal com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 0,5 e 0,9 (e) Furo oblongo transversal com $b_0/a_0 = 1{,}1$; 2,1 e 4,9. (f) Furo retangular com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 1,0 e 5,0.

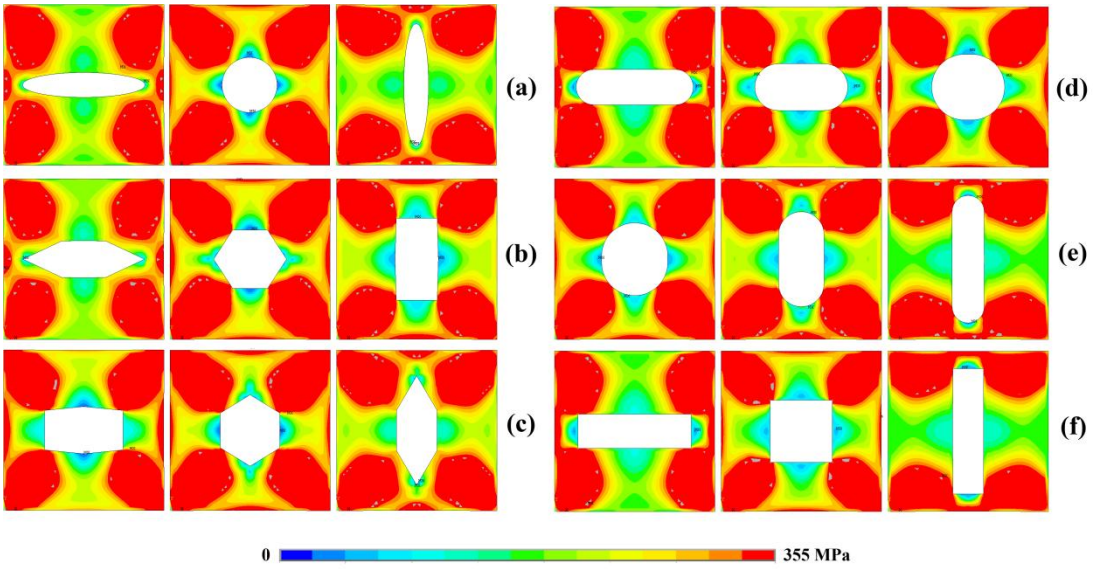


Figura 49: Distribuição das tensões de von Mises para as placas de $b/a = 1$, para $\phi = 0{,}15$. (a) Furo elíptico com $b_0/a_0 = 0{,}2$; 1,0; e 5,0. (b) Furo hexagonal longitudinal com $b_0/a_0 = 0{,}3$; 0,8 e 1,9. (c) Furo hexagonal transversal com $b_0/a_0 = 0{,}6$; 1,2 e 2,7. (d) Furo oblongo longitudinal com $b_0/a_0 = 0{,}3$; 0,5 e 0,9 (e) Furo oblongo transversal com $b_0/a_0 = 1{,}1$; 2,1 e 4,0. (f) Furo retangular com $b_0/a_0 = 0{,}3$; 1,0 e 4,1.

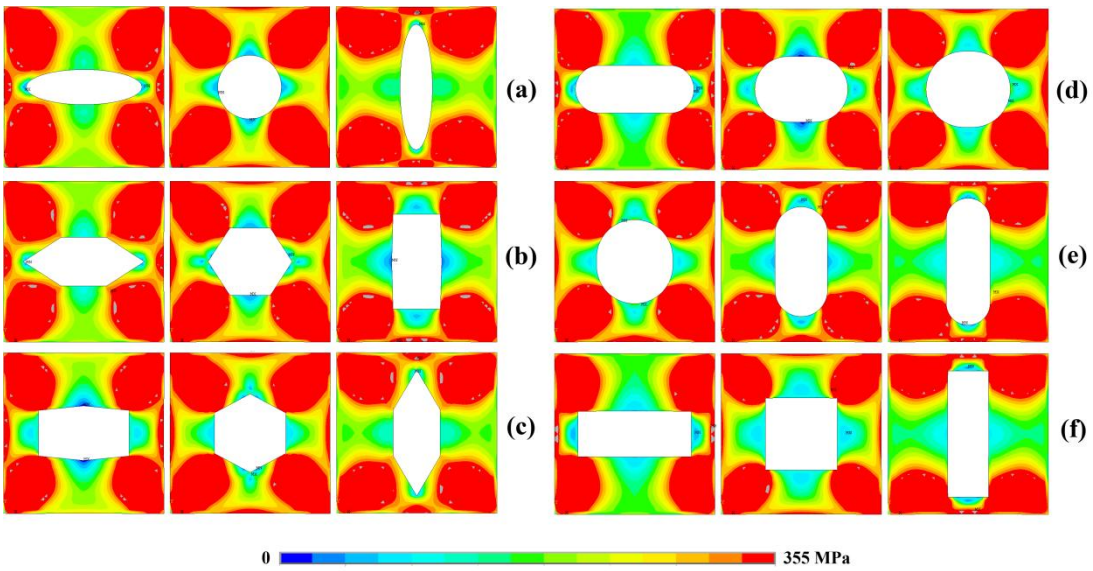


Figura 50: Distribuição das tensões de von Mises para as placas de $b/a = 1$, para $\phi = 0{,}20$. (a) Furo elíptico com $b_0/a_0 = 0{,}3$; 1,0; e 3,9. (b) Furo hexagonal longitudinal com $b_0/a_0 = 0{,}4$; 0,8 e 1,9. (c) Furo hexagonal transversal com $b_0/a_0 = 0{,}6$; 1,1 e 2,7. (d) Furo oblongo longitudinal com $b_0/a_0 = 0{,}4$; 0,7 e 0,9 (e) Furo oblongo transversal com $b_0/a_0 = 1{,}1$; 2,1 e 2,9. (f) Furo retangular com $b_0/a_0 = 0{,}4$; 1,0 e 3,1.

Ao analisar as Figs. 46 a 50, observa-se que as placas com furos cuja razão de aspecto se aproxima de 1,0 apresentam uma distribuição de tensões mais favorável. Nessas configurações, verifica-se uma predominância de regiões com elevada

concentração de tensões (representadas pelas cores vermelha e laranja), enquanto as áreas submetidas a tensões mais baixas tornam-se menos expressivas.

Sendo assim, em placas com $b/a = 1$, a flambagem ocorre de maneira mais uniforme em ambas as direções principais (horizontal e vertical). Isso significa que, se o furo possuir b_0/a_0 próximo de 1, as tensões se distribuem de maneira mais homogênea ao redor do furo. Isso evita concentrações excessivas de tensões e permite que a placa suporte uma carga maior antes da flambagem. Por outro lado, se o furo for muito alongado em uma direção (horizontal ou vertical), a distribuição de tensões se torna irregular, o que pode antecipar o colapso.

Além disso, para furos com b_0/a_0 próximo de 1, a transição de tensões entre a placa e o furo é mais suave, reduzindo a probabilidade de flambagem prematura. Para furos alongados (b_0/a_0 muito diferente de 1), há concentração intensa de tensões nas extremidades alongadas do furo, tornando essas regiões vulneráveis à instabilidade.

4.4. Análise via TOPSIS

A Análise via TOPSIS é uma metodologia multicritério amplamente utilizada para a tomada de decisão em problemas complexos. Baseia-se no conceito de selecionar a alternativa que esteja mais próxima de uma solução ideal e mais distante de uma solução não ideal, considerando múltiplos critérios simultaneamente. Essa técnica é particularmente eficaz em cenários onde é necessário comparar diferentes opções com características conflitantes, permitindo uma avaliação objetiva e sistemática.

Então, visando definir as melhores geometrias, foi adotado o parâmetro de performance Máxima Deflexão Normalizada (*NMD*), definido pela Eq. 48. O fator *NMD* foi aplicado apenas em configurações geométricas que maximizaram o fator *NUS*. Sendo assim, o fator *NMD* deve ser minimizado, sendo a geometria ótima a que possibilitar o menor valor para este fator. Para o cálculo do *NMD* foram utlizados os valores para a máxima deflexão da placa de referência é -26,822 mm; -45,745 mm e -46,087 mm; para as placas com $b/a = 1/3$, 1/2 e 1, respectivamente. No contexto deste estudo, realizou-se a comparação entre o fator NUS_m (ver Eq. (47)) e o NMD_m (ver Eq. (48)), para cada relação de ϕ e para cada geometria de furo.

4.4.1. Placa Retangular ($b/a = 1/3$)

Com os dados das simulações, foram calculadas as tensões últimas normalizadas maximizadas e as deflexões máximas normalizadas minimizadas (veja a Tabela 15). Com esses valores em mãos, o método TOPSIS foi aplicado para três combinações de atributos de benefício e custo, relacionadas a NUS_m e NMD_m, respectivamente: 0,8 e 0,2; 0,5 e 0,5; e 0,2 e 0,8. Os resultados podem ser conferidos nas Figs. 51 à 53.

Tabela 15: Otimizações em primeiro nível para cada fração volumétrica e cada tipo de furo, para $b/a = 1/3$.

ϕ	Furo	b_0/a_0	NUS_m	NMD_m
0,025	elíptico	5,0	0,935	0,911
	hexagonal longitudinal	1,8	0,892	0,873
	hexagonal transversal	4,7	0,923	0,702
	oblongo longitudinal	0,9	0,854	0,850
	oblongo transversal	4,9	0,915	0,962
	retangular	4,9	0,919	0,702
0,05	elíptico	4,8	0,919	0,770
	hexagonal longitudinal	1,9	0,840	1,069
	hexagonal transversal	3,5	0,885	0,719
	oblongo longitudinal	0,9	0,777	0,977
	oblongo transversal	4,0	0,881	0,731
	retangular	4,2	0,900	0,739
0,10	elíptico	2,6	0,838	0,758
	hexagonal longitudinal	1,9	0,769	0,743
	hexagonal transversal	1,8	0,750	0,665
	oblongo longitudinal	0,9	0,658	0,879
	oblongo transversal	1,8	0,738	0,745
	retangular	2,1	0,777	0,727
0,15	elíptico	1,8	0,750	0,668
	hexagonal longitudinal	1,4	0,696	0,708
	hexagonal transversal	1,2	0,627	0,868
	oblongo longitudinal	0,9	0,577	0,886
	oblongo transversal	1,1	0,600	0,873
	retangular	1,4	0,658	0,787
0,20	elíptico	1,3	0,662	0,894
	hexagonal longitudinal	0,9	0,565	0,697
	hexagonal transversal	0,9	0,527	1,113
	oblongo longitudinal	0,8	0,492	0,821
	oblongo transversal	----	----	----
	retangular	1,0	0,542	0,827

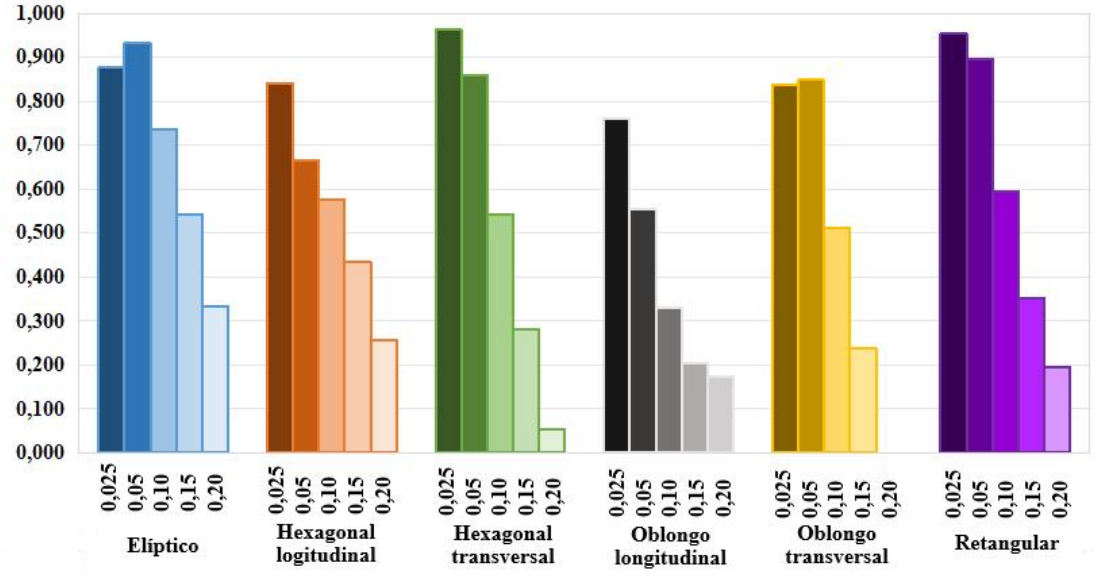


Figura 51: Proximidade relativa (C_k^*) para cada fração volumétrica e cada tipo de furo com atributos de benefício e custo NUS_m de 0,8 e NMD_m de 0,2, para $b/a = 1/3$.

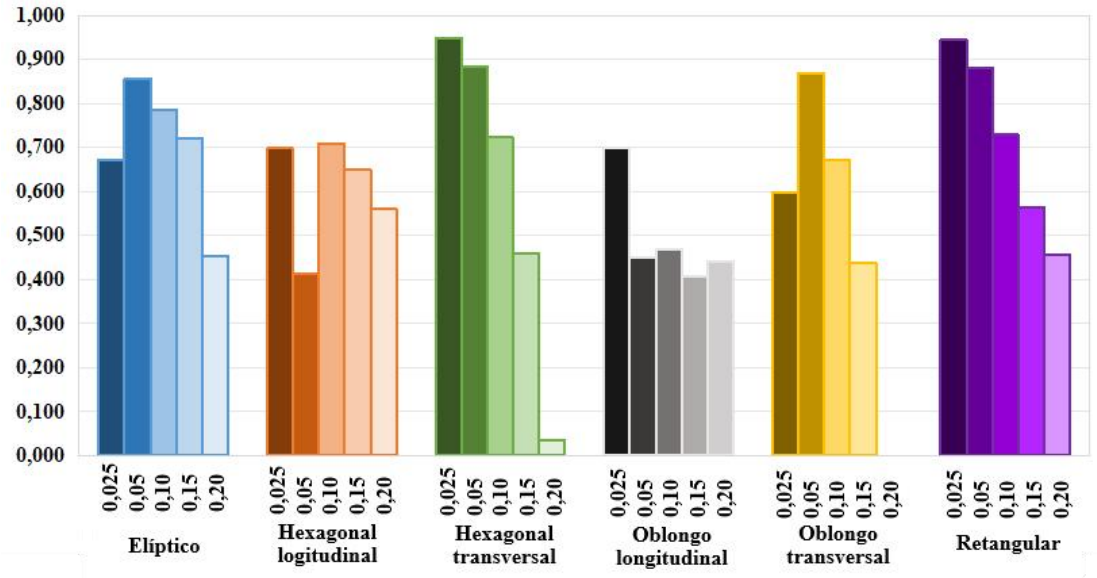


Figura 52: Proximidade relativa (C_k^*) para cada fração volumétrica e cada tipo de furo com atributos de benefício e custo NUS_m de 0,5 e NMD_m de 0,5, para b/a = 1/3.

Analisando a Tabela 15 e as Figs 51, 52 e 53, observa-se que, para uma placa retangular com razão de aspecto b/a = 1/3, diferentes pesos atribuídos aos critérios de NUS_m e NMD_m impactam significativamente o desempenho das geometrias avaliadas. Para aplicações em que a tensão última da placa apresenta maior influência na escolha em relação à deflexão última (atributos de benefício e custo representados por NUS_m

de 0,8 e NMD_m de 0,2), a configuração com furo hexagonal transversal e fração volumétrica de 0,025 apresenta o melhor desempenho dentre os casos maximizados.

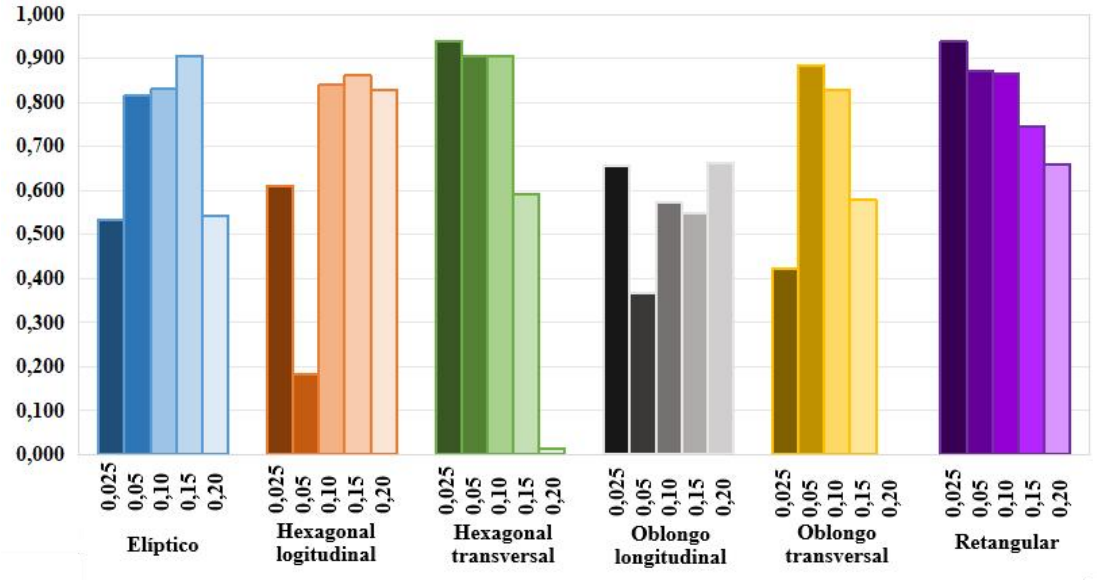


Figura 53: Proximidade relativa (C_k^*) para cada fração volumétrica e cada tipo de furo com atributos de benefício e custo NUS_m de 0,2 e NMD_m de 0,8, para $b/a = 1/3$.

Em situações onde a tensão última normalizada e a deflexão máxima normalizada possuem pesos iguais no processo de escolha (NUS_m de 0,5 e NMD_m de 0,5), o furo hexagonal transversal com fração volumétrica de 0,025 também se destaca como a configuração de melhor desempenho.

Por outro lado, para aplicações em que a deflexão máxima normalizada assume maior importância na escolha em relação à tensão última normalizada (NUS_m de 0,2 e NMD_m de 0,8), o furo hexagonal transversal com fração volumétrica de 0,025 permanece como a opção com o melhor comportamento mecânico dentre os casos analisados.

Em comparação dos valores de NUS_m e NMD_m do furo hexagonal transversal com os do furo elíptico com $\phi = 0{,}025$, o qual obteve valor de NUS_m mais alto para uma placa com razão de aspecto b/a = 1/3, pode-se visualizar que o furo hexagonal obteve um valor de NUS_m 1,23% inferior ao do furo elíptico ($\phi = 0{,}025$), sendo uma diferença tão pequeno que pode ser um ganho irrelevante. Porém, comparando-se os valores de NMD_m, nota-se que o furo hexagonal obteve uma redução de 23% em relação ao furo elíptico.

Comparando os valores de NUS_m e NMD_m do furo hexagonal transversal que apresentou o melhor desempenho em termos de NMD_m (menor deflexão máxima), observa-se que a configuração com razão geométrica 0,025 resultou em uma deflexão última mais de 5% maior em relação à configuração com razão 0,10. No entanto, ao analisar a tensão última (NUS_m), verificou-se um ganho de 18,5%, indicando melhor desempenho estrutural nessa configuração.

Esses resultados destacam que o furo hexagonal transversal com fração volumétrica de 0,025 apresenta um desempenho superior em todos os cenários avaliados para uma placa com razão de aspecto b/a = 1/3, independentemente da ponderação entre os critérios de tensão última e deflexão última.

4.4.2. Placa Retangular ($b/a = 1/2$)

Os dados obtidos por meio das simulações permitiram o cálculo das tensões últimas normalizadas maximizadas e das deflexões máximas normalizadas minimizadas, conforme apresentado na Tabela 16. Esses valores foram utilizados na aplicação do método TOPSIS, considerando três cenários distintos de atributos de benefício e custo, conforme realizado para $b/a =$ 1/3. Os resultados podem ser conferidos nas Figs. 54 à 56.

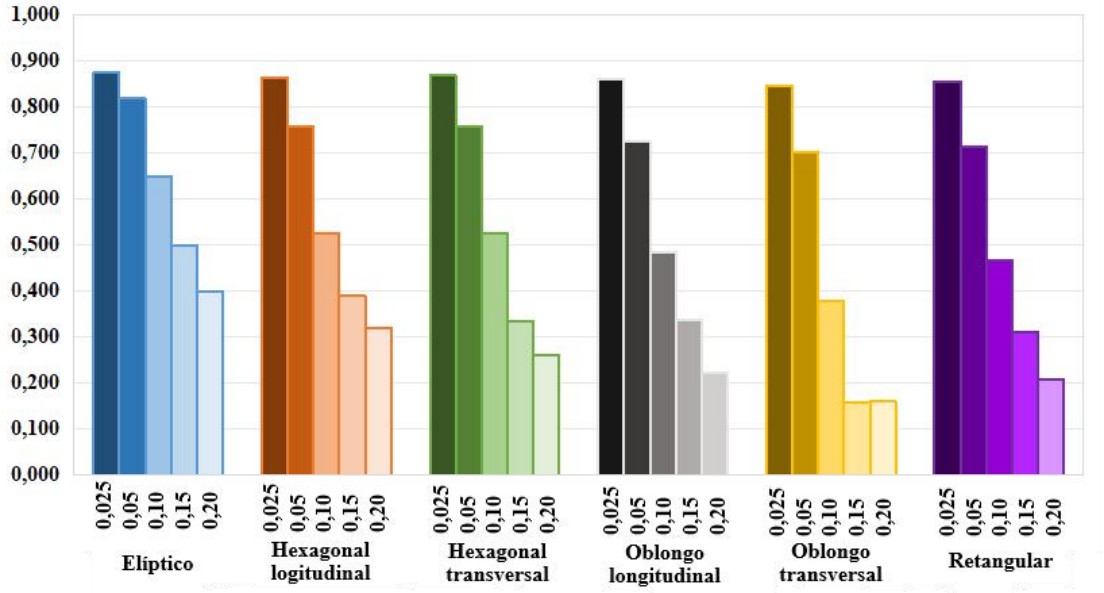


Figura 54: Proximidade relativa (C_k^*) para cada fração volumétrica e cada tipo de furo com atributos de benefício e custo NUS_m de 0,8 e NUD_m de 0,2, para $b/a = 1/2$.

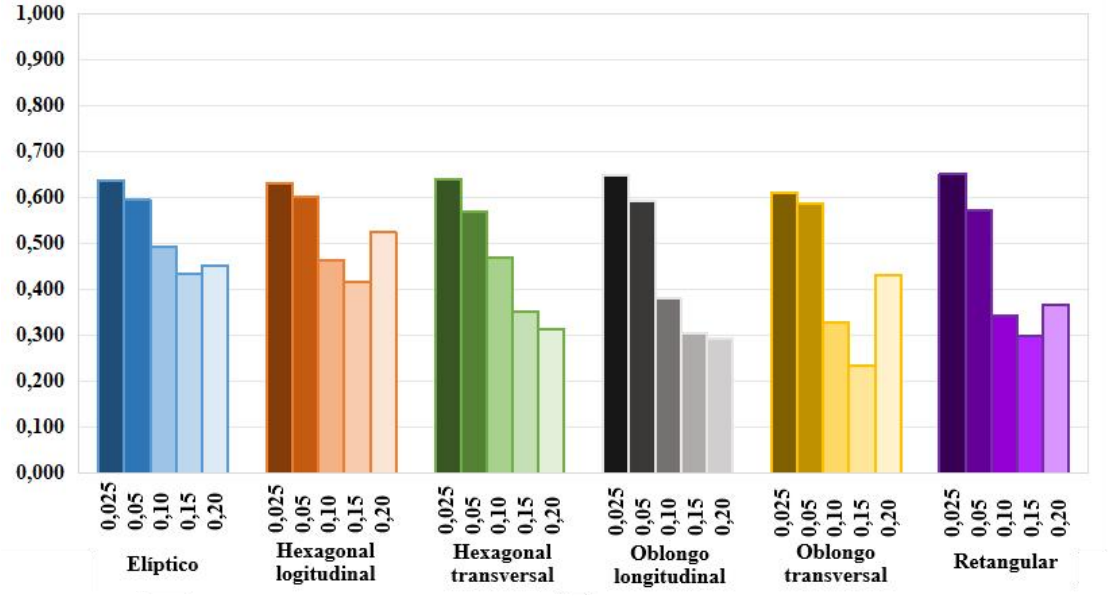


Figura 55: Proximidade relativa (C_k^*) para cada fração volumétrica e cada tipo de furo com atributos de benefício e custo NUS_m de 0,5 e NUD_m de 0,5, para $b/a = 1/2$.

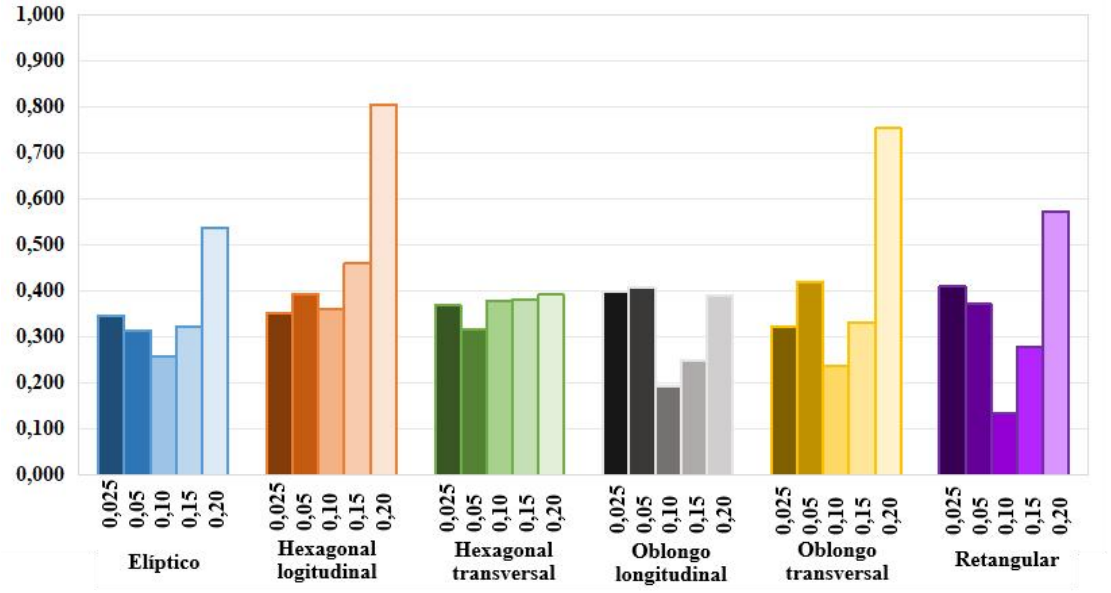


Figura 56: Proximidade relativa (C_k^*) para cada fração volumétrica e cada tipo de furo com atributos de benefício e custo NUS_m de 0,2 e NUD_m de 0,8, para $b/a = 1/2$.

Tabela 16: Otimizações em primeiro nível para cada fração volumétrica e cada tipo de furo, para b/a = 1/2.

ϕ	Furo	b_0/a_0	*NUS*m	*NMD*m
0,025	elíptico	0,9	0,943	1,160
	hexagonal longitudinal	0,7	0,925	1,155
	hexagonal transversal	1,0	0,925	1,146
	oblongo longitudinal	0,8	0,914	1,132
	oblongo transversal	1,1	0,914	1,166
	retangular	0,9	0,910	1,127
0,05	elíptico	0,9	0,898	1,166
	hexagonal longitudinal	0,6	0,864	1,127
	hexagonal transversal	0,8	0,867	1,159
	oblongo longitudinal	0,6	0,849	1,119
	oblongo transversal	1,1	0,839	1,114
	retangular	0,6	0,846	1,133
0,10	elíptico	0,6	0,821	1,177
	hexagonal longitudinal	0,4	0,763	1,128
	hexagonal transversal	0,7	0,763	1,122
	oblongo longitudinal	0,2	0,749	1,191
	oblongo transversal	1,1	0,697	1,166
	retangular	0,3	0,742	1,231
0,15	elíptico	0,2	0,753	1,141
	hexagonal longitudinal	0,2	0,699	1,086
	hexagonal transversal	0,6	0,674	1,113
	oblongo longitudinal	0,2	0,677	1,160
	oblongo transversal	1,1	0,577	1,125
	retangular	0,2	0,663	1,149
0,20	elíptico	0,2	0,703	1,058
	hexagonal longitudinal	0,2	0,649	0,904
	hexagonal transversal	0,6	0,635	1,107
	oblongo longitudinal	0,2	0,613	1,106
	oblongo transversal	1,3	0,487	0,894
	retangular	0,2	0,595	1,035

Com base na Tabela 16 e nas Figuras 54, 55 e 56, verifica-se que, para uma placa retangular com razão de aspecto b/a = 1/2, os diferentes pesos atribuídos aos critérios de *NUS* e *NMD* influenciam de forma significativa o desempenho das geometrias analisadas. Quando a tensão última assume maior relevância na decisão em comparação com a deflexão última (NUS_m de 0,8 e NMD_m de 0,2), a configuração com furo elíptico e fração volumétrica de 0,025 destaca-se como a mais eficiente entre os casos maximizados.

Quando a tensão última normalizada e a deflexão máxima normalizada possuem igual relevância no processo de decisão (NUS_m de 0,5 e NMD_m de 0,5), a

configuração com furo retangular e fração volumétrica de 0,025 destaca-se como a alternativa de melhor desempenho mecânico.

Adicionalmente, para aplicações nas quais a deflexão última normalizada assume maior peso em relação à tensão última normalizada (NUS_m de 0,2 e NMD_m de 0,8), o furo hexagonal longitudinal com fração volumétrica de 0,20 possui a configuração mais eficiente dentre as analisadas.

Para a placa com razão de aspecto b/a = 1/2, observou-se que, tanto no caso em que a tensão última (*NUS*) tem maior relevância quanto no caso em que a deflexão máxima (*NMD*) é mais significativa, os furos que apresentaram o melhor desempenho também foram os mais bem avaliados pelo método TOPSIS. Especificamente, o furo elíptico destacou-se com o maior valor de NUS_m, enquanto o furo hexagonal longitudinal apresentou o menor valor de NMD_m.

Quando comparados os valores de NUS_m e NMD_m do furo retangular com o furo que apresentou o melhor comportamento de NUS_m (furo elíptico e fração volumétrica de 0,025), o furo retangular possui um valor de NUS_m 3,4% menor que o do furo elíptico, e um valor de NMD_m 2,9% menor. Apresenta, portanto, um desempenho menos eficiente em relação à tensão última normalizada, mas ligeiramente melhor quanto à deflexão máxima normalizada. No entanto, como essa diferença é pequena, pode ser considerada irrelevante do ponto de vista prático.

Já em relação ao furo hexagonal longitudinal com fração volumétrica de 0,20 (melhor comportamento de NMD_m), o furo retangular possui um comportamento melhor em 40,3%, em relação ao valor de NUS_m. Comparando o valor de NMD_m o furo retangular apresenta um valor 24,5% maior que o do furo hexagonal longitudinal.

Esses resultados demonstram que para uma placa com razão de aspecto b/a = 1/2, em casos que existe uma necessidade de maximizar a tensão última da estrutura, os furos elíptico ($\phi = 0{,}025$) e retangular ($\phi = 0{,}025$) serão os mais indicados. Para obter o melhor benefício equilibrando *NUS* e *NMD*, o furo retangular é o mais indicado. E em casos em que a deflexão última deverá possuir o menor valor possível, o furo hexagonal longitudinal ($\phi = 0{,}20$) possui o melhor comportamento esperado.

4.4.3. Placa Quadrada ($b/a = 1$)

A partir dos resultados das simulações, calcularam-se as tensões últimas normalizadas maximizadas e as deflexões máximas normalizadas minimizadas, como

apresentado na Tabela 17. Esses dados foram então utilizados no método TOPSIS, considerando três combinações distintas de atributos de benefício e custo, conforme realizado para os casos anteriores.Os resultados podem ser conferidos nas Figs. 57 à 59.

Tabela 17: Otimizações em primeiro nível para cada fração volumétrica e cada tipo de furo, para $b/a = 1$.

ϕ	Furo	b_0/a_0	*NUS*m	*NMD*m
0,025	elíptico	1,0	0,994	1,030
	hexagonal longitudinal	0,9	0,990	1,030
	hexagonal transversal	1,2	0,981	1,054
	oblongo longitudinal	0,9	0,987	1,019
	oblongo transversal	1,1	0,987	1,018
	retangular	1,0	0,987	1,041
0,05	elíptico	1,0	0,984	1,006
	hexagonal longitudinal	0,8	0,977	1,026
	hexagonal transversal	1,2	0,977	1,024
	oblongo longitudinal	0,6	0,974	1,111
	oblongo transversal	1,1	0,974	1,030
	retangular	1,0	0,968	1,049
0,10	elíptico	1,0	0,965	1,027
	hexagonal longitudinal	0,8	0,945	1,027
	hexagonal transversal	1,2	0,945	1,026
	oblongo longitudinal	0,9	0,932	1,012
	oblongo transversal	1,1	0,932	1,010
	retangular	1,0	0,916	1,072
0,15	elíptico	1,0	0,939	1,034
	hexagonal longitudinal	0,8	0,907	1,068
	hexagonal transversal	1,2	0,907	1,068
	oblongo longitudinal	0,9	0,881	1,005
	oblongo transversal	1,1	0,881	1,003
	retangular	1,1	0,852	1,081
0,20	elíptico	1,0	0,908	1,018
	hexagonal longitudinal	0,8	0,859	1,043
	hexagonal transversal	1,1	0,859	1,050
	oblongo longitudinal	0,9	0,823	1,025
	oblongo transversal	1,1	0,823	1,018
	retangular	1,0	0,781	1,011

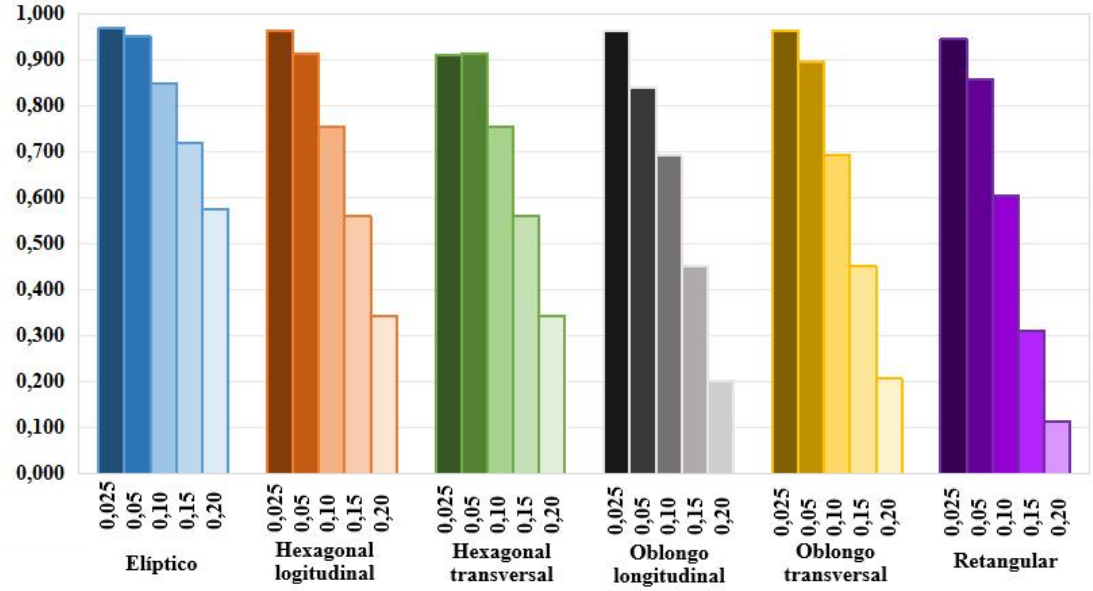


Figura 57: Proximidade relativa (C_k^*) para cada fração volumétrica e cada tipo de furo com atributos de benefício e custo NUS_m de 0,8 e NMD_m de 0,2, para $b/a = 1$.

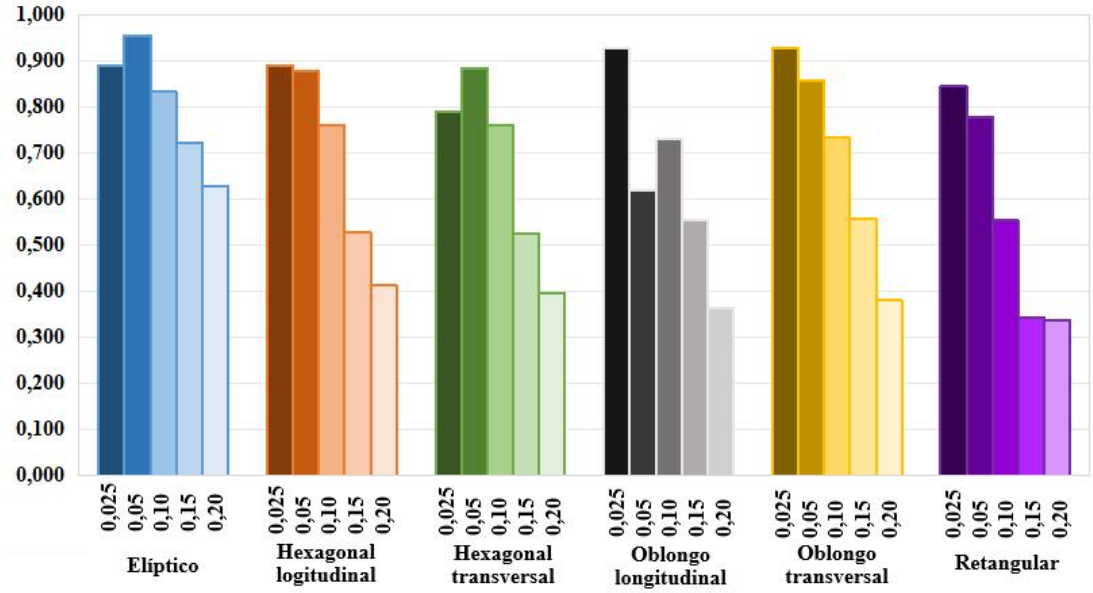


Figura 58: Proximidade relativa (C_k^*) para cada fração volumétrica e cada tipo de furo com atributos de benefício e custo NUS_m de 0,5 e NMD_m de 0,5, para $b/a = 1$.

Com base na Tabela 17 e nas Figuras 57, 58 e 59, constata-se que, para uma placa quadrada com razão de aspecto b/a = 1, os diferentes pesos atribuídos aos critérios de *NUS* e *NMD* exercem influência significativa sobre o desempenho das geometrias avaliadas. Quando a tensão última apresenta maior relevância no processo decisório em relação à deflexão última (NUS_m de 0,8 e NMD_m de 0,2), o furo elíptico

com fração volumétrica de 0,025 destaca-se como a configuração mais eficiente dentre as analisadas.

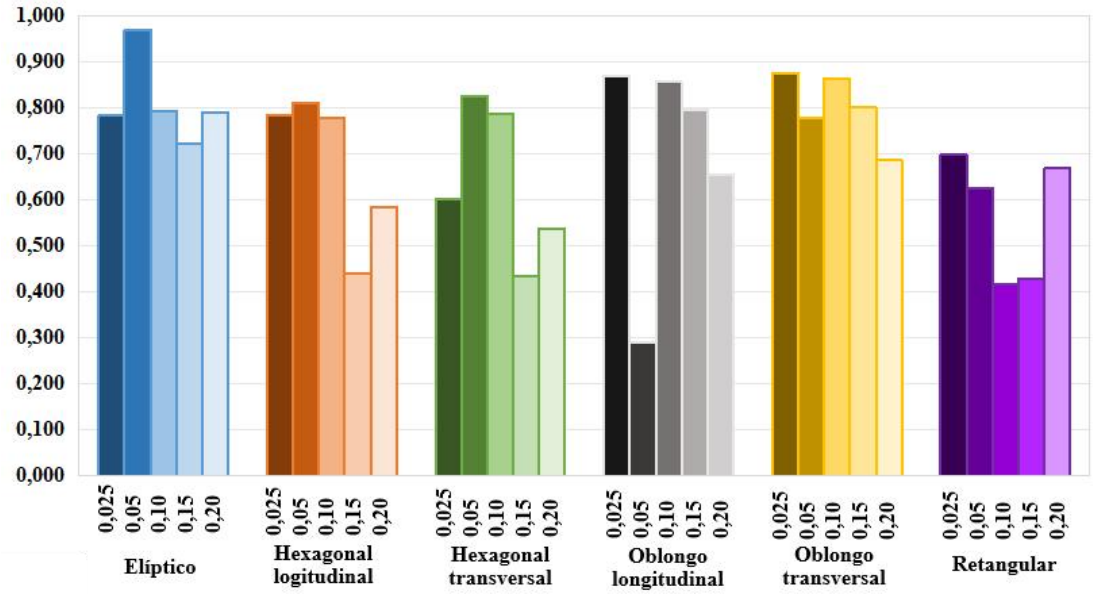


Figura 59: Proximidade relativa (C_k^*) para cada fração volumétrica e cada tipo de furo com atributos de benefício e custo NUS_m de 0,2 e NMD_m de 0,8, para $b/a = 1$.

Por outro lado, quando procura-se cenários onde a tensão última normalizada e a deflexão máxima normalizada possuem pesos iguais na decisão (NUS_m de 0,5 e NMD_m de 0,5) e, a configuração com elíptico com fração volumétrica de 0,05 apresentou o melhor desempenho mecânico. Adicionalmente, para aplicações onde a deflexão máxima normalizada assume maior importância em relação à tensão última (NUS_m de 0,2 e NMD_m de 0,8), o furo elíptico com fração volumétrica de 0,05 mostrou-se como a solução mais eficiente.

Visto que o furo elíptico com fração volumétrica de 0,025 possui o melhor valor de NUS_m, ao comparar os resultados obtidos com o furo oblongo transversal com fração volumétrica de 0,15 (melhor valor de NMD_m), observa-se um aumento de 2,8% na deflexão máxima normalizada (NMD_m), sendo um valor insignificante. Porém ao comparar a tensão última normalizada (NUS_m), o furo elíptico ($\phi = 0{,}025$) possui valor 12,7% maior que o furo oblongo transversal ($\phi = 0{,}15$).

Já o furo elíptico com fração volumétrica de 0,05 possui NUS_m 1% inferior ao do furo elíptico ($\phi = 0{,}025$), porém o valor de NMD_m é 2,4% melhor. Sendo que ambos valores possuem diferença inferior a 2,5%, pode-se definir como insignificante

essas diferenças. Em comparação com o furo oblongo transversal ($\phi = 0{,}15$), o furo elíptico ($\phi = 0{,}05$) obteve um valor de NUS_m 11,7% melhor, e de NMD_m 0,3%.

Portanto, o furo elíptico com frações volumétricas de 0,025 e 0,05 demonstrou ser a configuração mais eficiente para uma placa quadrada com razão de aspecto *b/a* = 1, atendendo a diferentes critérios de priorização entre tensão última normalizada e deflexão máxima normalizada. Essas configurações se destacam por sua capacidade de equilibrar desempenho estrutural e eficiência mecânica, oferecendo soluções otimizadas para aplicações específicas.

5. CONCLUSÃO

Neste estudo, foi analisado o comportamento de placas finas de aço submetidas à flambagem elasto-plástica sob carregamento biaxial e pressão lateral, com o objetivo de compreender a influência da geometria do furo na resistência estrutural. A modelagem computacional, realizada no software ANSYS®, permitiu avaliar a tensão última normalizada (*NUS*) e a máxima deflexão normalizada (*NMD*) para diferentes razões de aspecto e frações volumétricas.

Os resultados obtidos demonstraram que a presença de furos inevitavelmente reduz a resistência da placa, mas essa redução pode ser minimizada pela escolha adequada da geometria e da razão de aspecto do furo. Em placas retangulares com razão de aspecto 1/3 e 1/2, observou-se que furos alongados na direção vertical, como os elípticos, proporcionam uma melhor redistribuição das tensões, retardando a flambagem e resultando em menor perda de resistência mecânica. Esse comportamento ocorre porque essas geometrias favorecem um fluxo mais homogêneo das tensões ao longo da estrutura, reduzindo concentrações locais que poderiam atuar como pontos de início da instabilidade.

Para placas quadradas, em que a flambagem ocorre de maneira mais equilibrada nas direções horizontal e vertical, foi constatado que a resistência máxima é alcançada quando a razão de aspecto do furo é próxima de 1. Isso se deve ao fato de que furos aproximadamente circulares distribuem melhor as tensões ao seu redor, evitando picos de concentração e permitindo que a placa suporte uma carga maior antes da ocorrência da flambagem. Quando a fração volumétrica do furo aumenta, a tendência geral observada foi a de que a tensão última de flambagem diminui, devido à maior perda de material resistente. No entanto, para valores elevados de fração volumétrica, furos alongados na direção horizontal passaram a apresentar um desempenho mais favorável, uma vez que auxiliam na redistribuição dos esforços ao longo da largura da placa e reduzem a sensibilidade à flambagem localizada.

Além das análises baseadas na tensão última, a metodologia TOPSIS foi aplicada para identificar as geometrias mais eficientes em diferentes cenários, equilibrando resistência à flambagem e deflexão máxima. Os resultados mostraram que a escolha do furo ideal depende da prioridade dada a cada critério, sendo que, para maximizar a resistência estrutural, furos elípticos foram os mais indicados,

enquanto, para minimizar a deflexão, furos hexagonais e retangulares apresentaram melhor desempenho em algumas configurações.

Dessa forma, este estudo fornece diretrizes relevantes para o projeto de estruturas sujeitas a cargas combinadas, permitindo otimizar a resistência mecânica de placas perfuradas em aplicações navais e industriais.

5.1. Proposta de Continuidade

Diante dos resultados obtidos neste estudo, diversas direções podem ser exploradas para aprofundar a compreensão do comportamento de placas perfuradas submetidas à flambagem sob carregamentos combinados. Algumas das principais propostas para trabalhos futuros incluem a análise da convergência de passos de carga, a investigação do impacto de diferentes quantidades de furos, a influência da não centralização das perfurações, e a inclusão de tensões de cisalhamento no modelo estrutural.

A convergência de passos de carga é um aspecto essencial para garantir a precisão dos resultados em análises não-lineares. Estudos futuros podem explorar diferentes estratégias de incremento de carga, avaliando como a escolha do tamanho do passo influencia a estabilidade da solução e o tempo computacional. Essa abordagem pode contribuir para aprimorar a confiabilidade das análises numéricas e otimizar a eficiência dos cálculos.

Outra frente de investigação é a consideração de diferentes quantidades de furos na geometria da placa. O presente estudo focou em placas com uma única perfuração centrada, mas a análise de múltiplos furos distribuídos ao longo da estrutura pode revelar padrões de resistência e instabilidade distintos. A variação no número de furos pode modificar significativamente a redistribuição de tensões e a capacidade de carga da placa, tornando essa análise fundamental para aplicações práticas.

Além disso, a não centralização das perfurações pode impactar significativamente a flambagem, alterando a simetria do campo de tensões e modificando os modos de instabilidade estrutural. Estudos futuros podem avaliar como diferentes posicionamentos das perfurações influenciam a resistência da placa, permitindo o desenvolvimento de diretrizes mais abrangentes para o projeto de estruturas perfuradas.

Por fim, a adição de tensões de cisalhamento representa uma etapa crucial para aproximar as condições de estudo às situações reais de carregamento. Enquanto a presente análise se concentrou em carregamentos biaxiais e pressão lateral, a inclusão de tensões de cisalhamento pode introduzir novos modos de instabilidade, exigindo abordagens mais complexas para previsão da flambagem. O estudo desses efeitos permitirá uma avaliação mais completa da resistência estrutural e contribuirá para o desenvolvimento de modelos mais robustos para aplicações industriais e de engenharia civil.

Dessa forma, a continuidade deste trabalho, incorporando essas novas variáveis, pode ampliar significativamente o entendimento sobre o comportamento estrutural de placas perfuradas, proporcionando bases mais sólidas para o desenvolvimento de soluções otimizadas em engenharia estrutural.

REFERÊNCIAS

ABED, F. H.; MEGAHED, M.; AL-RAHMANI, A. On the improvement of buckling of pretwisted universal steel columns. Structures, v. 5, p. 152-160, 2016.

ADAK, M.; SOARES, C. G. Effects of different restraints on the weld-induced residual deformations and stresses in a steel plate. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, v. 71, p. 699-710, 2014.

AIRBUS. Airbus' first A321XLR has successfully accomplished its first flight. Disponível em: <https://www.airbus.com/en/a321xlr-first-flight#>. Acesso em 16/06/2022.

ÅKESSON, B. Plate Buckling in Bridges and Other Structures. London, UK: Taylor & Francis, 2007.

ANDRADE, R.C. Uma Análise das Soluções Fundamentais Aplicáveis as Placas Espessas pelas Teorias de Reissner e Mindlin e suas Relações com a Teoria Clássica para o Uso no Método dos Elementos de Contorno, 2001. Dissertação de Mestrado. Campinas, SP, Brasil: Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP.

ANSYS MECHANICAL APDL. Version 15.0 – User's Guide, ANSYS Inc. 2015.

ANSYS MECHANICAL APDL. Version 15.0 – User's Guide, ANSYS Inc. 2018.

ANSYS. Theory Reference for the Mechanical APDL and Mechanical Applications. ANSYS Inc. 2009.

ASME (The American Society of Mechanical Engineers). Verification, Validation and Uncertainty Quantification (VVUQ), 2024. https://www.asme.org/codes-standards/publications-information/verification-validation-uncertainty

BATHE, K. J. Computational Fluid and Solid Mechanics. New York: Elsevier, 2007.

BATHE, K. J. Finite Element Procedures in Engineering Analysis. Prentice Hall, 1982.

BEBON, H. AH36 Shipbuilding steel plate. Manufacturer's catalogue of materials, 2011. http://www.shipbuildingsteel.com/Products/AH36.html

BEJAN, A. Shape and Structure, From Engineering to Nature. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2000.

BEJAN, A.; LORENTE, S. Design with constructal theory. New Jersey: John Wiley Sons, 2008.

BEJAN, A.; ZANE, J. P. Design in Nature. How the Constructal Law Govern Evolution in Biology, Physics, and Social Organization. New York, USA: Doubleday, 2012.

BHASKAR, K., VARADAN, T.K. Plates: Theories and Applications. Ane Books Pvt. Ltd., Índia, 2013.

BIRMAN, V. Plates Structures. New York, USA: Springer, 2011.

BLAAUWENDRAAD, J. Plates and FEM: Surprises and Pitfalls. London, UK: Springer, 2010.

CHAJES, A. Principles pf Structural Stability Theory. New Jersey, USA: Prentice-Hall, 1974.

DA SILVA, C. C. C. Simulação numérica e método Constructal Design aplicados ao estudo de flambagem de placas com furos hexagonais utilizadas em estruturas navais e oceânicas, 2015. Dissertação de Mestrado. Rio Grande, RS, Brasil: Universidade Federal do Rio Grande – FURG.

DA SILVA, C. C. C. ; HELBIG, D. ; CUNHA, M. L. ; DOS SANTOS, E. D. ; ROCHA, L. A. O. ; REAL, M. V. ; ISOLDI, L. A. . Numerical buckling analysis of thin steel plates with centered hexagonal perforation through constructal design method. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering (online), v. 41, p. 309-1-309-18, 2019.

DA SILVEIRA, T.; PINTO, V.T.; NEUFELD, J.P.S.; PAVLOVIC, A.; ROCHA, L.A.O.; DOS SANTOS, E.D.; ISOLDI, L.A. Applicability Evidence of Constructal Design in Structural Engineering: Case Study of Biaxial Elasto-Plastic Buckling of Square Steel Plates with Elliptical Cutout. Journal of Applied and Computational Mechanics, v. 7, n. 2, p. 922-934, 2021.

DA SILVEIRA, T. Simulação numérica e Design Construtal aplicados à flambagem biaxial elasto-plástica de placas perfuradas, 2021. Tese de Doutorado. Rio Grande, RS, Brasil: Universidade Federal do Rio Grande – FURG.

DA SILVEIRA, T. ; BAUMGARDT, G. R. ; ROCHA, L. A. O. ; DOS SANTOS, E. D. ; ISOLDI, L. A. . Numerical Simulation and Constructal Design Applied to Biaxial Elastic Buckling of Plates of Composite Material used in Naval Structures. COMPOSITE STRUCTURES, p. 115503, 2022.

DA SILVEIRA, T., FRAGASSA, C., ROCHA, L. A. O., DOS SANTOS, E. D., ISOLDI, L. A. Geometric investigation of thin perforated steel plates under biaxial elasto-plastic buckling by using Constructal Design. Reports in Mechanical Engineering, 2024.

DE SOUZA, E.Q. Método dos Elementos Finitos e Design Construtal aplicados à Flambagem Biaxial Elasto-plástica de Placas Retangulares com furo oblongo, 2021. Trabalho de Conclusão de Curso em Engenharia Mecânica. Alegrete, RS, Brasil: Universidade Federal do Pampa – UNIPAMPA.

DEVLOO, P. R. B. Simulação Numérica. Revista Multiciência, v. 4, n. 4, p. 1-13, 2005.

DIER, A.F., DOWLING, P.J. Plates under combined lateral loading and biaxial compression, CESLIC Report SP8, Imperial College, Dept of Civil Eng., London, 1980.

EL-SAWY, K. M.; MARTINI, M. I. Elastic Stability of Bi-Axially Loaded Rectangular Plates with a Single Circular Hole. Thin-Walled Structures, v. 45, p. 122-133, 2007.

EL-SAWY, K. M.; MARTINI, M. I. Stability of biaxially loaded square plates with single central holes. Ship and Offshore Structures, v. 5, n.4, p. 283-293, 2010.

EL-SAWY, K. M.; NAZMY, A. S. Effect of Aspect Ratio on The Elastic Buckling of Uniaxially Loaded Plates with Eccentric Holes. Thin-Walled Structures, v. 39, n. 12, p. 983-998, 2001.

EL-SAWY, K. M.; NAZMY, A. S.; MARTINI, M. I. Elasto-Plastic Buckling of Perforated Plates under Uniaxial Compression. Thin-Walled Structures, v. 42, n. 8, p. 1083-1101, 2004.

ENWEGY, H. M. Modeling repair patches of ship hull and studying the effect of their orientation on stresses, Masters Thesis. Florida, USA: University of Central Florida, 2014.

FALTINSEN, O. M. Sea Loads on Ships and Offshore Structures, Cambridge University Press, 1990.

FALKOWICZ, K.; FERDYNUS, M.; DEBSKI, H. Numerical Analysis of Compressed Plates with a Cut-Out Operating in the Geometrically Nonlinear Range. Maintenance and Reliability, v. 17, n. 2, p. 222-227, 2015.

FELIPPA, C. A. Introduction to finite element methods. Department of Aerospace Engineering Sciences and Center for Aerospace Structures University of Colorado Boulder, Colorado, USA 2001.

HAN, P.; PAK, C.; YUN, C.; RI, K.; CHOE T. Empirical formulations for estimation of the ultimate strength of the perforated stiffened panels under the combined lateral pressure and in-plane compression. Ocean Engineering, v. 266, n. 112620, 2022.

HEIN, N.; DEGENHART, L.; VOGT, M.; KROENKE, A.; CAMPESTRINI, I.M. Método TOPSIS na avaliação das empresas listadas no IBrX-100: uma avaliação multicritério dos impactos ambientais. In: V CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, Ponta Grossa, PR, 2015.

HELBIG, D. Estudo numérico de placas finas de aço com perfuração, submetidas à flambagem elástica e elasto-plástica, aplicando-se o método Design Construtal, 2016. Tese de Doutorado, Porto Alegre, RS, Brasil: Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS.

HELBIG, D.; DA SILVA, C. C. C.; REAL, M. D. V.; DOS SANTOS, E. D.; ROCHA, L. A. O.; ISOLDI, L. A. Numerical analysis of perforated steel plates subjected to elastic and elasto-plastic buckling by means the constructal design method. 23rd ABCM International Congress of Mechanical Engineering. Rio de Janeiro. 2015.

HELBIG, D.; DA SILVA, C. C. C.; REAL, M. de V.; DOS SANTOS, E. D.; ISOLDI, L. A.; ROCHA, L. A. O. Study About Buckling Phenomenon in Perforated Thin Steel Plates Employing Computacional Modeling and Constructal Design Method. Latin American Journal of Solids and Structures, v. 13, p. 1912-1936, 2016.

HELBIG, D.; ROCHA, L. A. O.; DA SILVA, C. C. C.; DOS SANTOS, E. D.; REAL, M. D. V.; ISOLDI, L. A. Numerical Simulation an Constructal Design Method Applied to the Study of the Cutout Shape Influence in the Mechanical Behavior of Perforated Plates Subject to Buckling. XXXV Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, 2014.

HELBIG, D.; SILVA, C. C. C.; REAL, M. V.; dos SANTOS, E. D.; Isoldi, L. A.; ROCHA, L. A. O. Study About Buckling Phenomenon in Perforated Thin

Steel Plates Employing Computational Modeling and Constructal Design Method. Latin American Journal of Solids and Structures, v. 13, p. 1912-1936, 2016.

HELBIG, D. ; CUNHA, M. L. ; DA SILVA, C. C. C. ; DOS SANTOS, E. D. ; ITURRIOZ, I. ; REAL, M. V. ; ISOLDI, L. A. ; ROCHA, L. A. O. Numerical study of the elasto-plastic buckling in perforated thin steel plates using the constructal design method. Research on Engineering Structures and Materials, v. 4, p. 169-187, 2018.

HWANG, C.L., YOON, K. Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications a State-of-the-Art Survey. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems (LNE), v. 186, 1981.

ISOLDI, L. A.; REAL, M. V.; CORREIA A. L. G.; VAZ, J.; DOS SANTOS, E. D.; ROCHA, L. A. O. Flow of Stresses: Constructal Design of Perforated Plates Subjected to Tension or Buckling. In: Constructal Law and the Unifying Principle of Design. p. 195-217. Springer Science, 2013.

JAMSTEC – Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology. Deep Submergence Research Vehicle SHINKAI 6500. Disponível em: <https://www.jamstec.go.jp/e/about/equipment/ships/shinkai6500.html>. Acesso: 16/06/2022.

JAYASHANKARBABU, B. S.; KARISIDDAPPA. Stability of Square Plate with Concentric Cutout. World Academy of Science, Engineering and Technology International Journal of Civil and Environmental Engineering v. 8, n. 3, p. 259-267, 2014.

JONES, R. M. Buckling of bars, plates and shells. Blacksburg, USA: Bull Ridge Publishing, 2006.

KARDESTUNCER, H.; NORRIE, D. H. Finite Element Method Handbook. London, UK: McGraw-Hill, 1987.

KIM, N. H.; SANKAR, B. V. Introdução à Análise e ao Projeto em Elementos Finitos. Ed. LTC, 2011.

KOREAN AIR. Dicas de viagem de cabine. Disponível em: < https://www.koreanair.com/br/pt-br/in-flight/onboard-service/travel-tips/cabin-environment>. Acesso em 16/06/2022.

KROHLING, R. A.; SOUZA, T. T. M. Dois exemplos da aplicação da técnica TOPSIS para Tomada de Decisão. Revista de Sistemas de Informação da FSMA, Visconde de Araújo, n. 8, p. 31-35, 2011.

KUMAR, M.S., ALAGUSUNDARAMOORTHY, P., SUNDARAVADIVELU, R. Interaction curves for stiffened panel with circular opening under axial and lateral loads. Ships and Offshore Structures, v. 4, n. 2, p.133–143, 2009.

KUMAR, M.S., KUMAR, C.L., ALAGUSUNDARAMOORTHY, P., SUNDARAVADIVELU, R. Ultimate Strength of Orthogonal Stiffened Plates Subjected to Axial and Lateral Loads. KSCE Journal of Civil Engineering, v. 14, n. 2, p. 197-206, 2010.

LI, Z., MA, W., YAO, S., XU, P. Crashworthiness performance of corrugation- reinforced multicell tubular structures. International Journal of Mechanical Sciences, v. 190, p. 106038, 2021.

LIMA JÚNIOR, F. R.; CARPINETTI, L. C. R. Uma comparação entre os métodos TOPSIS e Fuzzy - TOPSIS no apoio à tomada de decisão multicritério para seleção de fornecedores. Gestão e Produção, São Carlos, v. 22, n. 1, p. 17-34, 2015.

LIMA, J. P. S.; CUNHA, M. L.; DOS SANTOS, E. D.; ROCHA, L. A. O.; REAL, M. V.; ISOLDI, L. A. Constructal Design for the ultimate buckling stress improvement of stiffened plates submitted to uniaxial compressive load. Engineering Structures, v. 203, n. 109883, 2020.

LIMA, J. P. S.; CUNHA, M. L.; DOS SANTOS, E. D.; ROCHA, L. A. O.; REAL, M. V.; ISOLDI, L. A. Constructal Design for the ultimate buckling stress improvement of stiffened plates submitted to uniaxial compressive load. Engineering Structures, v. 203, n. 109883, 2020.

LO, S. H.; LEE, C. K. Selective regional refinement procedure for adaptive finite element analysis, Comput Struct, Hong Kong, v, 68, p,325-341, 8 Jan, 1997.

LORENTE, S.; LEE, J.; BEJAN, A. The “flow of stresses” concept: the analogy between mechanical strength and heat convection. International Journal of Heat and Mass Transfer, v.53, n. 15, p. 2963-2968, 2010.

LORENZINI, G.; HELBIG, D.; L. A. O. ROCHA; C. C. C. DA SILVA; E. D. DOS SANTOS; M. DE V. REAL; ISOLDI, L. A. Constructal Design Method Applied to the Analysis of the Cutout Type and Cutout Shape Influences in The Mechanical Behavior of Thin Steel Plates Subjected to Buckling. Constructal Law & Second Law Conference, Parma, Itália, 2015.

LORENZINI, G.; HELBIG, D.; REAL, M.V.; DOS SANTOS, E.D.; ISOLDI, L.A.; ROCHA, L.A.O. Computational modeling and constructal design method applied to the mechanical behavior improvement of thin perforated steel plates subject to buckling. Journal of Engineering, 2016.

MADENCI, E., GUVEN, I. The Finite Element Method and Applications in Engineering Using ANSYS. New York, USA: Springer, 2015.

MAQUOI, R. Plate Girders. Chapter 2.6 in Constructal Steel Design – Na International Guide, London, UK: Elsevier Applied Science, 1992.

MAZAHERI, P., ASGARIAN, B., GHOLAMI, H. Assessment of strengthening, modification, and repair techniques for aging fixed offshore steel platforms. Applied Ocean Research, v. 110, p. 102612, 2021.

MINDLIN, R. D. Influence of rotatory inertia and shear on flexural motions of isotropic, elastic plates. ASME Journal of Applied Mechanics, v. 18, p. 31-38, 1951.

NAMVAR, A.R., VOSOUGHI, A.R. Design optimization of moderately thick hexagonal honeycomb sandwich plate with modified multi-objective particle swarm optimization by genetic algorithm (MOPSOGA). Composite Structures, v. 252, p. 112626, 2020.

NARAYANAN, R.; CHOW, F. Strength of Biaxially Compressed Perforated Plates. In: International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures. p. 55-73. Missouri S&T, 1984.

NIKKHAHA, H., GUOB, F., CHEWC, Y., BAIC, J., SONGC, J., WANGC, P. The effect of different shapes of holes on the crushing characteristics of aluminum square windowed tubes under dynamic axial loading. Thin-Walled Structures, v. 119, p. 412–420, 2017.

OKUMOTO, Y.; TAKEDA, Y.; MANO, M.; OKADA, T. Design of Ship Hull Structures: A Practical Guide for Engineers. Springer Science & Business Media, 2009.

OTA, N. S. N. O elemento finito T6-3i na análise de placas e dinâmica de cascas, 2016. Dissertação de Mestrado. São Paulo, SP, Brasil: Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

PAIK J.K. Ultimate strength of perforated steel plates under combined biaxial compression and edge shear loads. Thin-Walled Structures, v. 46, n. 2, p. 207-213, 2007.

PAIK, J.K.; THAYAMBALLI, A. K. Ship-shaped offshore structures: Design, building, and operation. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2007.

PFEIL, W.; PFEIL, M. Estruturas de Aço: Dimensionamento Prático. Rio de Janeiro, Brasil: LTC, 2012.

PINTO, L.W.B. Simulação Numérica e Design Construtal aplicados à Flambagem Elasto-plástica Biaxial de Placas Retangulares com Perfurações Retangulares, 2021. Trabalho de Conclusão de Curso em Engenharia Mecânica. Alegrete, RS, Brasil: Universidade Federal do Pampa – UNIPAMPA.

PIRMOHAMMADA, S., SARAVANIB, S.A. Crashworthiness Performance of Stiffened Foam-filled Tapered Structures under Axial and Oblique Dynamic Loads. Latin American Journal of Solids and Structures, v. 15, n. 5, p. 52, 2018.

PISCOPO, V. Refined Buckling Analysis of Rectangular Plates Under Uniaxial and Biaxial Compression. World Academy of Science, Engineering and Technology International Journal of Mechanical and Mechatronics Engineering v. 4, n. 10, p. 1018-1025, 2010.

PRZEMIENIECKI, J. S. Theory of Matrix Structural Analysis. Courier Corporation, United States of America, 1985.

RAZERA, A.L., DA FONSECA, R.J.C., ISOLDI, L.A., DOS SANTOS, E.D., ROCHA, L.A.O., BISERNI, C. A constructal approach applied to the cooling of semi-elliptical blocks assembled into a rectangular channel under forced convection. International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 184, p. 122293, 2022.

REDDY, J.N. Theory and Analysis of Elastic Plates and Shells. CRC Press, 2007.

REISSNER, E. The Effect of Transverse Shear Deformation on the Bending of Elastic Plates. Journal of Applied Mechanics, v. 3, p. 69-77, 1945.

ROCHA, L.A.O.; ISOLDI, L.A.; REAL, M.V.; SANTOS, E.D.; CORREIA, A.L.G., LORENZINI, G.; BISERNI, C. Constructal design applied to the elastic buckling of thin plates with holes. Central European Journal of Engineering, v. 3, p. 475-483, 2013.

ROORDA, J. Buckling of Elastic Structures. Solid Mechanics Division, University of Waterloo, 1980.

SAAD-ELDEEN, S.; GARBATOV, Y.; SOARES, C. G. Structural capacity of plates and stiffened panels of different materials with opening. Ocean Engineering, v. 167, 45-54, 2018.

SARAÇOĞLU, M. H., USLU, F., & ALBAYRAK, U. Buckling analysis of perforated square plates with different oriented various shaped polygon holes. Gümüşhane Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi, v. 14, n. 1, p. 149-163, 2024.

SILVA-CAMPILLO, A.; SUÁREZ-BERMEJO, J.C.; HERREROS-SIERRA, M.A. An experimental and numerical investigation on buckling strength assessment of perforated plates under combined in-plane loads. Ocean Engineering, v. 259, n. 111919, 2022.

SHANMUGAM, N. E.; NARAYANAN, R. Ultimate Strength of Biaxially Loaded Plates. In: Stability and Ductility of Steel Structures. Pergamon, 1998.

SHANMUGAM, N. E.; THEVENDRAN, V.; TAN, Y. H. Design formula for axially compressed perforated plates. Thin-Walled Structures, v. 34, p. 1-20, 1999.

SHANMUGAM, N. E.; WANG, C. M. Analysis and design of plated structures – Volume1: Stability. New York, USA: CRC Press, 2006.

SHANMUGAM, N.E.; AROCKIASAMY, M. Local Buckling of Stiffened Plates in Offshore Structures. J. Construct. Steel Res. v. 38, n. 1, p. 41-59, 1996.

SOARES, C.G.; GORDO, J.M. Compressive Strength of Rectangular Plates Under Biaxial Load and Lateral Pressure. Thin-Walled Structure, v. 24, p.231-259, 1996.

SZILARD, R. Theories and Applications of Plate Analysis: Classical Numerical and Engineering Methods. New Jersey, USA: John Wiley & Sons, 2004.

TEIXEIRA DIAS, F.; DA CRUZ, J.; VALENTE, R.; DE SOUSA, R. Método dos Elementos Finitos-Técnicas de Simulação Numérica em Engenharia. ETEP, Lisboa, 2010.

TRAHAIR, N. S.; BRADFORD, M. A. The behavior and design of steel structures. New York, USA: Springer, 1988.

TZENG, G., HUANG, J. Multiple Attribute Decision Making Methods and Applications. CRC Press, Taylor and Francis Group, A Chapman & Hall Book, Boca Raton, 2011.

VENTSEL, E., KRAUTHAMMER, T. Thin Plates and Shells: Theory, Analysis, and Applications. 1st Edition, CRC Press, 2001.

WANG, C. M.; WANG, C. Y.; REDDY, J. N. Exact Solutions for Buckling of Structural Members. Boca Raton, USA: CRC press, 2004.

XIONG, Y., LI, C., CAI, S., & WANG, D. The dynamic ultimate strength of stiffened panels under axial impact loading. Ships and Offshore Structures, v. 18, n. 5, p. 707–720, 2022.

YOUNG, W. C.; BUDYNAS, R. G. Roark's formulas for stress and strain. New York: McGrawHill. 2002.

YU, C.L., FENG, J.C., CHEN, K. Ultimate uniaxial compressive strength of stiffened panel with opening under lateral pressure. Int. J. Nav. Archit. Ocean Eng., v. 7, p. 399-408, 2015.

ZIEMIAN, R. D. Guide to stability design criteria for metal structures. New Jersey, USA: John Wiley & Sons, 2010.

ZIENKIEWICZ, O. C. The Finite Element Method in Engineering Science. London, UK: McGraw-Hill, 1971.

ZIENKIEWICZ, O.C., TAYLOR, R.L. The Finite Element Method: Solid mechanics. Butterworth-Heinemann, 2000.

APÊNDICE A – Teoria Clássica de Placas.

Para o desenvolvimento da teoria, algumas simplificações são feitas para que o problema seja tratado como bidimensional (Szilard, 2004):

- Deve-se considerar o material da placa homogêneo, isotrópico e linear-elástico;
- A placa deve ser inicialmente plana e o plano médio não deve sofrer deformação durante a flexão;
- A espessura da placa deve ser constante e concomitantemente ter a menor dimensão lateral da placa (b) com no mínimo dez vezes a espessura (t);
- Os deslocamentos transversais $w(x,y)$ são pequenos quando comparados à t, sendo considerada como deflexão máxima o valor de um décimo de t;
- As inclinações do plano médio da placa são pequenas quando comparadas com a unidade;
- As seções planas e normais ao plano médio da placa, antes da deformação, permanecem planas e normais ao plano médio após a deformação;
- A tensão normal σ_z, transversal ao plano da placa, pode ser desconsiderada.

Segundo Reissner (1945) e Mindlin (1951) as equações da elasticidade, quando aplicadas, possibilitam que sejam encontradas as tensões e a equação de governo que relacionará os deslocamentos com as forças externas. Para isso devem ser obtidas as deformações através de um conjunto de hipóteses cinemáticas sobre a deformação de uma placa com deslocamento para fora do plano, podendo assim relacionar as deformações com os deslocamentos.

De acordo com Bhaskar e Varadan (2013), para a análise de placas finas utiliza-se a teoria da elasticidade, que se baseia no uso dos conceitos de equilíbrio, contínuo e relação constitutiva do material para analisar uma estrutura, ou seja, obter os deslocamentos, deformações e tensões em qualquer ponto dentro dela quando as cargas e condições de apoio são especificadas. A teoria pode ser formulada em uma forma matemática em termos de equações de campo, sendo dadas com referência aos eixos cartesianos $x - y - z$ para um corpo isotrópico linearmente elástico sofrendo pequenas deformações na ausência de forças de corpo. Sendo estas complementadas pelas condições de contorno.

As equações estão em termos das variáveis de campo, sendo: os três deslocamentos u, v e w, ao longo das direções x, y e z, respectivamente; os nove componentes do tensor de deformação; e os nove componentes do tensor de tensão.

As tensões e deformações normais são definidas por σ_i e ε_i, enquanto as tensões e deformações de cisalhamento são denotadas por τ_{ij} e γ_{ij}, com $i, j = x, y, z$. O índice i indica a direção da normal ao plano, e o índice j indica a direção da tensão ou deformação. Na Fig. A1 pode-se visualizar a distribuição da tensões ; uma convenção de sinais correspondente é válida para as deformações.

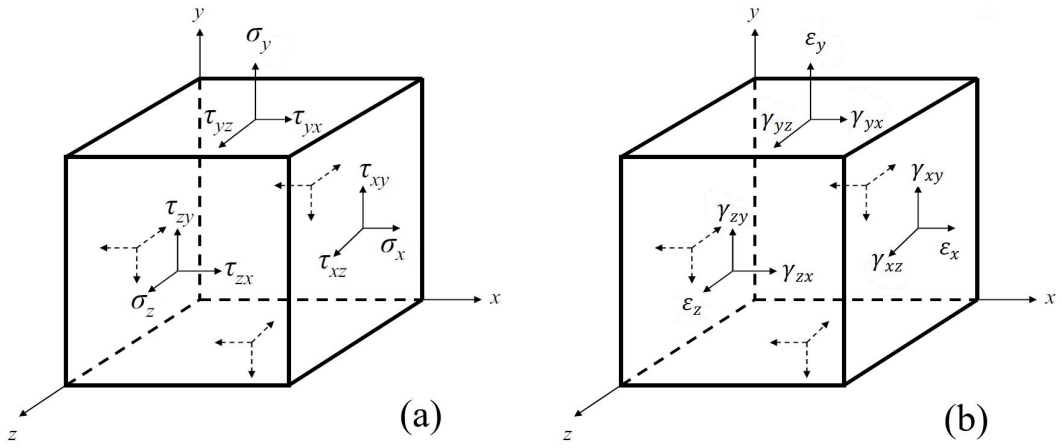


Figura A 1- Adaptado de Bhaskar e Varadan (2013).

As equações de campo são dadas por:

- Equações de Equilíbrio:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0 \tag{A1}$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = 0 \tag{A2}$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0 \tag{A3}$$

- Relações deformação-deslocamento:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \tag{A4}$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \tag{A5}$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \tag{A6}$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \tag{A7}$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \tag{A8}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \tag{A9}$$

- Lei de tensão-deformação:

$$\sigma_i = 2G\varepsilon_i + \lambda e \qquad \text{para } i,j = x,y,z \qquad \text{(A10)}$$

$$\tau_{ij} = G\gamma_{ij} \qquad \text{para } i,j = x,y,z \qquad \text{(A11)}$$

onde, G e λ são constantes de Lamè, e é a deformação volumétrica dada por $\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$. Em termos do módulo de Young E e do coeficiente de Poisson ν, as constantes de Lamè são dadas por:

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \qquad \text{(A12)}$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \qquad \text{(A13)}$$

Para a aplicação da teoria clássica de placas, despreza-se γ_{xy}, γ_{yz} e γ_{xz}. Assim, considerando uma placa homogênea feita de um material isotrópico, linearmente elástico e sofrendo pequenas deformações devido apenas a cargas transversais sem nenhuma força aplicada no plano. Generalizações desta teoria para explicar a heterogeneidade (por exemplo, uma placa em camadas), ortotropia do material, grandes deflexões e flexão e alongamento combinados serão abordadas mais tarde. Desenvolvendo as relações deformação-deslocamento (Eqs. (A4) à (A9)) para os componentes de deformação desprezados, têm-se:

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \qquad \text{(A14)}$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \qquad \text{(A15)}$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = 0 \qquad \text{(A16)}$$

A Eq. (A14) implica que w é independente de z, ou seja,

$$w(x,y,z) = w(x,y) \qquad \text{(A17)}$$

Assim, integrando as Eqs. (10) e (11) em relação a z, têm-se:

$$u = -z\frac{\partial w}{\partial x} + f(x,y) \qquad \text{(A18)}$$

$$v = -z\frac{\partial w}{\partial y} + g(x,y) \qquad \text{(A19)}$$

onde f e g são funções indeterminadas independentes de z.

Para pequenas deformações (com as deflexões da placa pequenas em comparação com a espessura) e apenas para cargas transversais sem nenhuma carga

de borda aplicada no plano, os pontos no plano médio da placa tendem a se mover predominantemente na direção transversal e seus deslocamentos nas direções no plano seriam desprezíveis. Tendo origem da coordenada z no plano médio, tem-se:

$$f(x,y) = g(x,y) = 0 \tag{A20}$$

Assim, o deslocamento da placa pode finalmente ser escrito como:

$$u(x,y,z) = -z\frac{\partial w}{\partial x} \tag{A21}$$

$$v(x,y,z) = -z\frac{\partial w}{\partial y} \tag{A22}$$

$$w(x,y,z) = w(x,y) \tag{A23}$$

Através das equações de deslocamento, pode-se observar que à medida que uma secção da placa se move verticalmente para outra posição, devido a uma pequena deformação da placa e, à medida que o plano médio da placa gira em um ângulo $(\partial w/\partial x)$ em torno do eixo *y*, a normal gira em um ângulo θ_y e ocupa a nova posição. Essa deformação pode ser observada na Fig. A2.

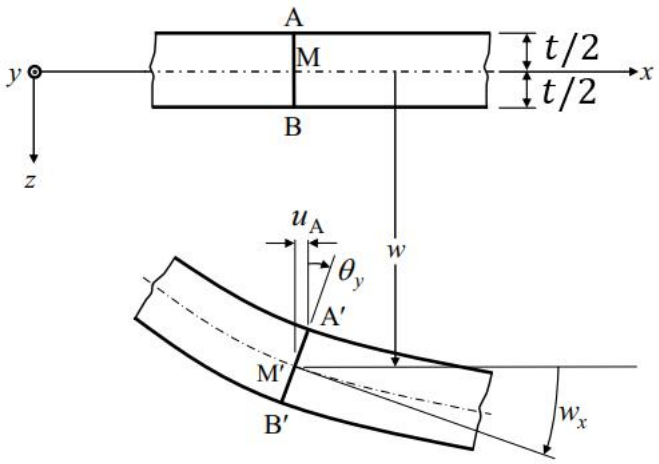


Figura A 2: Deformação cinemática (Adaptado de Bhaskar e Varadan (2013)).

Para pequenas deformações, $sen\theta \cong tg\theta \cong \theta$, assim:

$$\theta_y = \frac{u_A}{t/2} = \frac{-(-t/2)\dfrac{\partial w}{\partial x}}{t/2} = \frac{\partial w}{\partial x} \tag{A24}$$

Da mesma forma, pode-se mostrar que a rotação θ_x da normal em qualquer ponto em torno do eixo x é igual a $(\partial w/\partial y)$.

Assim, a deformação normal é perpendicular à superfície média deformada da placa. Pode-se também chegar a essa conclusão diretamente do fato de que tanto γ_{xz}

quanto γ_{yz} são desprezados. De acordo com Bhaskar e Varadan (2013), combinando esse fato com a suposição de deformação normal transversal zero, pode-se interpretar fisicamente o campo de deslocamento das Eqs. (21), (22) e (23) na forma da seguinte afirmação, conhecida como hipótese de Kirchhoff-Poisson:

"Normais ao plano médio da placa não deformada não sofrem alteração no comprimento e permanecem normais à superfície média deformada".

Chegando às tensões, a aplicação de $\sigma_z = 0$ leva a uma modificação da lei de tensão-deformação tridimensional, ou seja:

$$\sigma_z = 2G\varepsilon_z + \lambda(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) = 0 \tag{A25}$$

i.e.
$$\varepsilon_z = -\frac{\lambda}{(2G+\lambda)}(\varepsilon_x + \varepsilon_y) = -\frac{\nu}{(\nu-1)}(\varepsilon_x + \varepsilon_y) \tag{A26}$$

Assim, as equações

$$\sigma_x = 2G\varepsilon_x + \lambda(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) = 0 \tag{A27}$$

$$\sigma_y = 2G\varepsilon_y + \lambda(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) = 0 \tag{A28}$$

após substituição de ε_z da Eq. (22) e simplificando, têm-se:

$$\varepsilon_x = -\frac{E}{(1-\nu^2)}(\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y) \tag{A29}$$

$$\varepsilon_y = -\frac{E}{(1-\nu^2)}(\varepsilon_y + \nu\varepsilon_x) \tag{A30}$$

A relação entre a tensão de cisalhamento no plano e a deformação é dada por:

$$\tau_{xy} = G\gamma_{xy} \tag{A31}$$

Esta lei tensão-deformação, obtida pela eliminação de ε_z da lei constitutiva tridimensional usando $\sigma_z = 0$, é conhecida como lei constitutiva reduzida de tensão plana.

Segundo Bhaskar e Varadan (2013), a segunda suposição da Teoria Clássica de Placas, além da hipótese de Kirchhoff-Poisson, pode ser enunciada como:

"Uma lei constitutiva reduzida de tensão plana, obtida desprezando a tensão normal transversal, é válida. Além disso, enquanto as deformações de cisalhamento transversais são tomadas como zero, as tensões de cisalhamento correspondentes existem para garantir o equilíbrio."

5.1.1. Equações de Equilíbrio

De acordo com Bhaskar e Varadan (2013), ao se considerar uma placa com geometria e condições de contorno arbitrárias, submetida a uma carga transversal p_z distribuída por unidade de área. Essa carga será definida em função das coordenadas x e y, sendo considerada positiva quando atua na direção positiva do eixo z.

Ao se considerar um pequeno elemento retangular no plano médio da placa, com suas arestas alinhadas aos eixos x e y. Esse elemento, quando tratado como um corpo livre, está sujeito a momentos M_x, M_y e M_{xy} ao longo de suas bordas. Além disso, o elemento também está submetido à carga transversal aplicada. Um elemento de placa com as representações das solicitações atuantes está apresentado na Fig. A3.

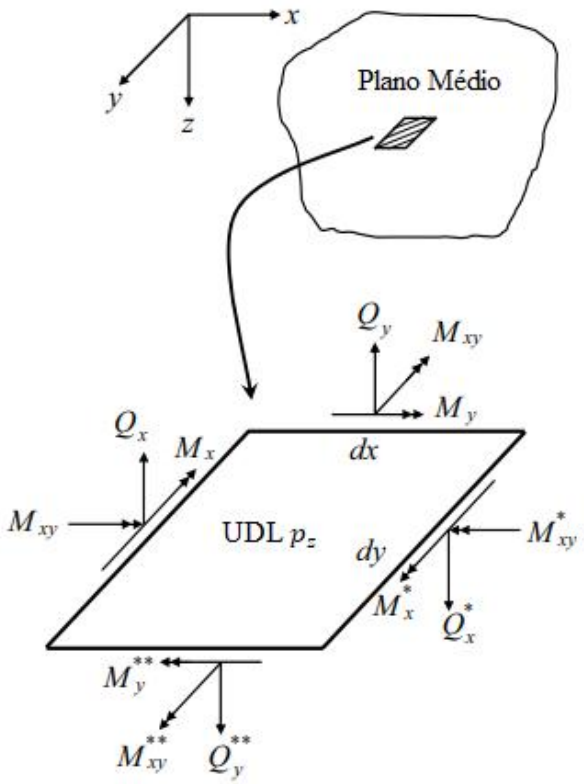


Figura A 3: Equilíbrio de um elemento de placa com carga transversal uniformemente distribuída (UDL) (Adaptado de Bhaskar e Varadan, 2013).

A carga transversal pode ser considerada uniformemente distribuída sobre esse pequeno elemento, e sua intensidade pode ser aproximada pelo valor de $p_z(x, y)$ no centro do elemento. Para equilibrar essa carga, surgem forças cortantes resultantes Q_x e Q_y por unidade de comprimento, associadas às tensões de cisalhamento τ_{xz} e τ_{yz}, respectivamente.

Os momentos M_x e M_{xy}, mudam à medida que se move para a direita através de uma distância dx na direção x. Os valores correspondentes para a borda direita podem ser obtidos por uma expansão de Taylor truncada, aceitável desde que dx seja pequeno, como $[M_x + (\partial M_x/\partial x)dx]$ e $[M_{xy} + (\partial M_{xy}/\partial x)dx]$. Da mesma forma, Q_x muda para $(Q_x + Q_{x,x}dx)$. Essas quantidades incrementadas são indicadas usando um único asterisco na Fig. 2. As grandezas incrementadas na direção y são $[M_y + (\partial M_y/\partial y)dx]$, $[M_{xy} + (\partial M_{xy}/\partial y)dy]$ e $[Q_y + (\partial Q_y/\partial y)dy]$, denotadas por um asterisco duplo.

Considerando o equilíbrio de forças e momentos atuantes sobre o elemento e sabendo que todas as resultantes são definidas por unidade de comprimento de aresta, obtém-se as seguintes equações:

- Equilíbrio de forças na direção z:

$$\left(\frac{\partial Q_x}{\partial x}\right) dxdy + \left(\frac{\partial Q_y}{\partial y}\right) dxdy + p_z dxdy = 0 \tag{A27}$$

i.e.

$$\left(\frac{\partial Q_x}{\partial x}\right) + \left(\frac{\partial Q_y}{\partial y}\right) + p_z = 0 \tag{A28}$$

- Equilíbrio de momento em torno de uma linha paralela ao eixo x e passando pelo centro do elemento:

$$-\left(\frac{\partial M_{xy}}{\partial x}\right) dxdy - \left(\frac{\partial M_y}{\partial y}\right) dxdy + \left[2Q_y + \left(\frac{\partial Q_y}{\partial y}\right) dy\right] dx\frac{dy}{2} = 0 \tag{A29}$$

Desprezando o termo envolvendo um produto de três comprimentos elementares tão pequeno em comparação com os outros termos, e simplificando, obtém-se:

$$\left(\frac{\partial M_{xy}}{\partial x}\right) + \left(\frac{\partial M_y}{\partial y}\right) - Q_y = 0 \tag{A30}$$

- Equilíbrio de momentos em torno de uma linha paralela ao eixo y e passando pelo centro do elemento:

$$\left(\frac{\partial M_x}{\partial x}\right) + \left(\frac{\partial M_{xy}}{\partial y}\right) - Q_x = 0 \tag{A31}$$

obtido da mesma forma que a Eq. (30).

As Eqs. (27) - (31) devem ser satisfeitas em todos os pontos da placa.

5.1.2. Equação Biharmônica Governante

Usando as Eqs. (30) e (31) para eliminar Q_x e Q_y da Eq. (28), tem-se:

$$\left(\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2}\right) + 2\left(\frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y}\right) + \left(\frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2}\right) + p_z = 0 \tag{A32}$$

A substituição de M_x, M_y e M_{xy} em termos das curvaturas obtém:

$$D\left[\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}\right) + 2\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2}\right) + \left(\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right)\right] \equiv D\nabla^4 w = p_z \tag{A33}$$

onde,

$$\nabla^4 \equiv \nabla^2 . \nabla^2 \equiv \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right).\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) \tag{A34}$$

é chamado de operador biharmônico. A Eq. (33) é chamada de equação biharmônica; é a equação governante da placa conforme a Teoria Clássica de Placas.

5.1.3. Condições de Contorno

A equação governante é uma equação diferencial parcial de quarta ordem em x e y e, portanto, duas condições de contorno devem ser especificadas ao longo de qualquer aresta. As condições de contorno clássicas comumente consideradas são:

a) Simplesmente apoiada:

Para $x =$ constante, têm-se:

$$w = M_x = 0 \tag{A35}$$

i.e.

$$w = -D\left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right) + \mu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)\right] = 0 \tag{A36}$$

i.e.

$$w = \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right) = 0 \tag{A37}$$

uma vez que ($\partial^2 w / \partial y^2$) é automaticamente zero quando $w = 0$ é aplicado ao longo da aresta.

Analogamente, para $y =$ constante, têm-se:

$$w = \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) = 0 \tag{A38}$$

b) Borda Engastada:

$$w = \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \ ; \quad \text{quando } x = \text{constante} \tag{A39}$$

$$w = \frac{\partial w}{\partial y} = 0 \ ; \quad \text{quando } y = \text{constante} \tag{A40}$$

c) Borda Livre:

Em uma aresta livre, todas as tensões resultantes correspondentes às tensões normal, para $x =$ constante, devem ser:

$$M_x = M_{xy} = Q_x = 0 \tag{A41}$$

Essas condições, conhecidas como condições de contorno de Poisson para uma aresta livre, não podem ser aplicadas simultaneamente porque apenas duas condições por aresta podem ser satisfeitas pela equação governante de quarta ordem.

Essa dificuldade é resolvida pela introdução de uma força de cisalhamento fictícia chamada força de cisalhamento de Kirchhoff. O momento M_{xy}, causado pela ação das tensões de cisalhamento horizontais τ_{xy}, é imaginado como sendo devido à uma distribuição de forças de cisalhamento verticais. Considerando dois elementos adjacentes de comprimento dy cada, os momentos de torção correspondentes podem ser tomados como $M_{xy}dy$ e $[M_{xy} + (\partial M_{xy}/\partial y)dy]dy$. Esses momentos de torção são então imaginados como sendo devidos a forças de cisalhamento verticais atuando em direções opostas nas extremidades de cada elemento, conforme mostrado da Fig. 4.

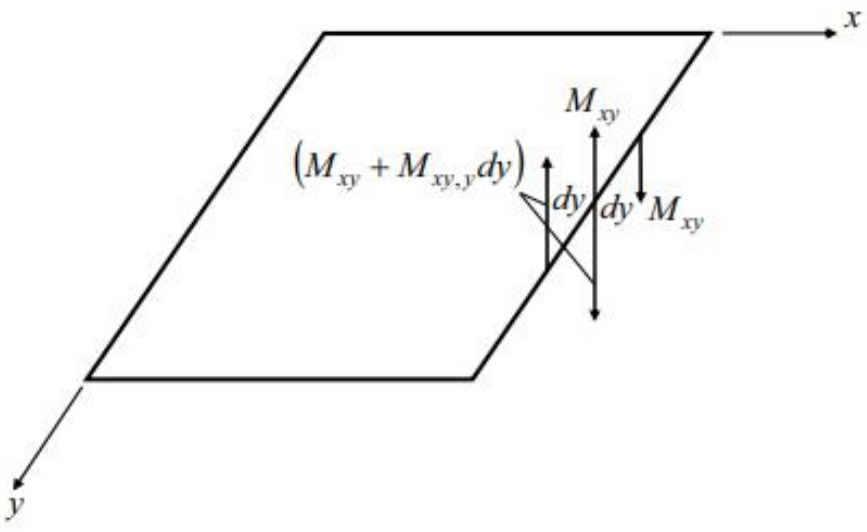


Figura A 4: Força de cisalhamento de Kirchhoff (Bhaskar e Varadan, 2013).

Considerando muitos desses elementos e introduzindo forças de cisalhamento fictícias para cada elemento da maneira descrita acima, pode-se ver que a força de cisalhamento vertical por unidade de comprimento devido a M_{xy} é dada por

$(\partial M_{xy}/\partial y)$ em qualquer ponto da aresta. Assim, a força de cisalhamento vertical líquida por unidade de comprimento seria $[Q_x + (\partial M_{xy}/\partial y)]$; esta quantidade é conhecida como força cortante de Kirchhoff, denotada por q_x. Por um argumento semelhante, na aresta ortogonal, ou seja, $y =$ constante, a força cortante de Kirchhoff q_y por unidade de comprimento é dada por $[Q_y + (\partial M_{xy}/\partial y)]$.

Assim, as condições de contorno de borda livre são dadas como:

$$M_x = q_x = 0 \text{ quando } x = \text{constante} \quad \text{(A42)}$$

$$M_y = q_y = 0 \text{ quando } y = \text{constante} \quad \text{(A43)}$$

Estas são chamadas de condições de contorno de Kirchhoff. A simplificação das condições de borda livre na forma das Eqs. (42) e (43) é uma aproximação, obtida por Kirchhoff usando uma derivação variacional, sendo necessária devido a inadequação da teoria clássica das placas em que as condições de borda livre intuitivamente corretas como na Eq. (41) não podem ser impostas.

APÊNDICE B – Tabelas com os valores obtidos para cada configuração da placa.

Tabela B1: Placa retangular (*b/a* =1/3), com furo elíptico e fração volumétrica de 0,025.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	434,52	-23,249	2,2	509,07	-23,741	4,2	515,46	-26,575
0,4	468,60	-22,803	2,4	509,07	-22,887	4,3	515,46	-25,838
0,6	483,51	-23,268	2,6	511,20	-23,694	4,4	515,46	-25,278
0,8	492,03	-24,442	2,8	511,20	-22,990	4,5	515,46	-24,625
1,0	496,29	-22,747	3,0	513,33	-25,374	4,6	515,46	-24,065
1,2	500,55	-23,428	3,2	513,33	-25,446	4,7	516,52	-26,800
1,4	502,68	-23,058	3,4	513,33	-24,681	4,8	515,46	-23,065
1,6	504,81	-23,259	3,6	513,33	-23,907	4,9	517,59	-24,802
1,8	506,94	-24,155	3,8	515,46	-25,878	5,0	517,59	-24,441
2,0	506,94	-22,614	4,0	515,46	-24,948			

Tabela B2: Placa retangular (*b/a* =1/3), com furo hexagonal longitudinal e fração volumétrica de 0,025.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	413,22	-27,576	0,8	479,25	-21,477	1,4	492,03	-23,288
0,3	438,78	-27,085	0,9	483,51	-22,401	1,5	494,16	-25,678
0,4	453,69	-23,614	1,0	485,64	-22,206	1,6	494,16	-23,845
0,5	464,34	-24,336	1,1	487,77	-22,506	1,7	494,16	-23,606
0,6	470,73	-22,407	1,2	489,90	-23,258	1,8	494,16	-23,427
0,7	477,12	-23,998	1,3	492,03	-24,278	1,9	496,29	-27,494

Tabela B3: Placa retangular (*b/a* =1/3), com furo hexagonal transversal e fração volumétrica de 0,025.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,6	466,47	-25,100	2,4	500,55	-24,777	4,2	509,07	-24,046
0,8	474,99	-24,334	2,6	500,55	-23,093	4,3	509,07	-23,153
1,0	481,38	-24,783	2,8	502,68	-25,422	4,4	509,07	-22,285
1,2	485,64	-23,698	3,0	502,68	-23,347	4,5	509,07	-21,575
1,4	489,90	-24,931	3,2	502,68	-21,913	4,6	511,20	-20,490
1,6	492,03	-23,222	3,4	504,81	-23,925	4,7	511,20	-18,816
1,8	494,16	-22,493	3,6	506,94	-24,701	4,8	511,20	-25,671
2,0	496,29	-23,301	3,8	506,94	-25,256	4,9	509,07	-18,062
2,2	498,42	-23,546	4,0	508,00	-26,222	5,0	511,20	-21,368

Tabela B4: Placa retangular (*b/a* =1/3), com furo oblongo longitudinal e fração volumétrica de 0,025.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	408,96	-27,849	0,5	455,82	-26,392	0,8	470,73	-23,953
0,3	432,39	-26,878	0,6	462,21	-24,899	0,9	472,86	-22,786
0,4	445,17	-23,485	0,7	466,47	-23,251			

Tabela B5: Placa retangular (*b/a* =1/3), com furo oblongo transversal e fração volumétrica de 0,025.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
1,1	477,12	-22,165	2,7	498,42	-25,702	4,3	502,68	-21,773
1,3	483,51	-24,655	2,9	498,42	-26,049	4,5	504,81	-25,995
1,5	485,64	-23,310	3,1	498,42	-25,978	4,6	504,81	-23,482
1,7	487,77	-23,672	3,3	499,48	-25,934	4,7	504,81	-21,962
1,9	492,03	-26,591	3,5	500,55	-24,095	4,8	504,81	-21,013
2,1	492,03	-24,432	3,7	500,55	-22,566	4,9	506,94	-25,790
2,3	494,16	-24,322	3,9	502,68	-25,855			
2,5	496,29	-26,438	4,1	502,68	-24,505			

Tabela B6: Placa retangular (*b/a* =1/3), com furo retangular e fração volumétrica de 0,025.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	408,96	-33,849	2,2	492,03	-23,826	4,2	504,81	-21,596
0,4	445,17	-27,509	2,4	494,16	-25,510	4,3	502,68	-21,145
0,6	460,08	-23,541	2,6	496,29	-25,813	4,4	504,81	-21,377
0,8	470,73	-25,391	2,8	496,29	-24,141	4,5	504,81	-23,015
1,0	477,12	-24,928	3,0	498,42	-27,961	4,6	504,81	-22,032
1,2	481,38	-25,028	3,2	498,42	-24,446	4,7	504,81	-21,060
1,4	485,64	-26,687	3,4	500,55	-24,744	4,8	504,81	-20,620
1,6	487,77	-24,335	3,6	500,55	-22,927	4,9	509,07	-18,830
1,8	489,90	-25,393	3,8	502,68	-25,985	5,0	508,00	-21,782
2,0	492,03	-25,805	4,0	502,68	-25,462			

Tabela B7: Placa retangular (*b/a* =1/3), com furo elíptico e fração volumétrica de 0,05.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	383,40	-42,773	2,2	483,51	-23,169	4,1	500,55	-20,907
0,4	423,87	-23,315	2,4	485,64	-23,880	4,2	500,55	-19,606
0,6	445,17	-24,493	2,6	487,77	-25,090	4,3	500,55	-19,009
0,8	456,88	-24,428	2,8	489,90	-25,953	4,4	500,55	-18,430
1,0	464,34	-23,958	3,0	492,03	-24,497	4,5	502,68	-22,750
1,2	470,73	-25,694	3,2	492,03	-22,603	4,6	502,68	-20,499
1,4	472,86	-22,659	3,4	494,16	-26,599	4,7	504,81	-20,620
1,6	477,12	-23,160	3,6	494,16	-20,990	4,8	509,07	-20,658
1,8	479,25	-23,268	3,8	498,42	-22,020	4,9	504,81	-19,414
2,0	483,51	-25,692	4,0	498,42	-24,813	5,0	504,81	-18,262

Tabela B9: Placa retangular (*b/a* =1/3), com furo hexagonal longitudinal e fração volumétrica de 0,05.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	359,97	-49,919	0,8	440,91	-24,982	1,4	460,08	-26,628
0,3	381,27	-27,667	0,9	445,17	-23,961	1,5	460,08	-22,901
0,4	400,44	-23,512	1,0	449,43	-23,804	1,6	462,21	-24,530
0,5	415,35	-23,661	1,1	451,56	-22,762	1,7	464,34	-25,909
0,6	426,00	-24,286	1,2	453,69	-22,279	1,8	464,34	-27,248
0,7	434,52	-26,151	1,3	457,95	-24,704	1,9	465,40	-28,676

Tabela B10: Placa retangular (*b/a* =1/3), com furo hexagonal transversal e fração volumétrica de 0,05.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,6	421,74	-28,172	1,7	460,08	-23,554	2,8	479,25	-19,784
0,7	426,00	-24,157	1,8	460,08	-21,589	2,9	477,12	-20,192
0,8	432,39	-25,155	1,9	464,34	-25,092	3,0	479,25	-21,219
0,9	436,65	-24,499	2,0	464,34	-22,952	3,1	481,38	-24,511
1,0	440,91	-24,373	2,1	466,47	-23,220	3,2	483,51	-22,493
1,1	445,17	-25,353	2,2	468,60	-25,196	3,3	483,51	-17,918
1,2	447,30	-23,788	2,3	468,60	-21,815	3,4	485,64	-20,836
1,3	449,43	-22,973	2,4	470,73	-22,897	3,5	489,90	-19,286
1,4	453,69	-25,024	2,5	472,86	-24,812	3,6	487,77	-19,426
1,5	455,82	-24,148	2,6	474,99	-24,380			
1,6	457,95	-24,269	2,7	474,99	-21,429			

Tabela B11: Placa retangular (*b/a* =1/3), com furo oblongo longitudinal e fração volumétrica de 0,05.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	357,84	-50,821	0,5	404,70	-26,063	0,8	426,00	-26,207
0,3	374,88	-27,135	0,6	413,22	-25,085	0,9	430,26	-26,212
0,4	391,92	-25,578	0,7	419,61	-24,296			

Tabela B12: Placa retangular (*b/a* =1/3), com furo oblongo transversal e fração volumétrica de 0,05.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
1,1	436,65	-23,936	2,5	466,47	-20,451	3,6	483,51	-19,496
1,3	443,04	-23,481	2,7	468,60	-21,796	3,7	483,51	-18,393
1,5	449,43	-25,935	2,9	474,99	-18,993	3,8	485,64	-21,176
1,7	453,69	-25,582	3,1	477,12	-18,875	3,9	487,77	-20,795
1,9	455,82	-22,862	3,3	477,12	-19,895	4,0	487,77	-19,594
2,1	460,08	-25,461	3,4	479,25	-20,619			
2,3	464,34	-24,994	3,5	483,51	-22,653			

Tabela B13: Placa retangular (*b/a* =1/3), com furo retangular e fração volumétrica de 0,05.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	359,97	-50,587	1,8	456,88	-28,056	3,4	482,44	-24,198
0,4	391,92	-26,509	2,0	460,08	-26,149	3,6	483,51	-18,203
0,6	413,22	-25,727	2,2	462,21	-22,676	3,7	487,77	-21,217
0,8	428,13	-28,120	2,4	466,47	-23,408	3,8	487,77	-21,358
1,0	436,65	-27,222	2,6	468,60	-21,462	3,9	487,77	-19,348
1,2	443,04	-25,961	2,8	474,99	-24,534	4,0	492,03	-19,702
1,4	449,43	-28,428	3,0	477,12	-22,702	4,1	494,16	-20,094
1,6	451,56	-23,515	3,2	477,12	-19,667	4,2	498,42	-19,826

Tabela B14: Placa retangular (*b/a* =1/3), com furo elíptico e fração volumétrica de 0,10.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	330,15	-54,196	1,1	419,61	-24,008	2,0	445,17	-21,079
0,3	345,06	-35,605	1,2	423,87	-24,127	2,1	449,43	-23,390
0,4	362,10	-25,722	1,3	426,00	-22,520	2,2	451,56	-25,243
0,5	377,01	-25,307	1,4	430,26	-23,100	2,3	453,69	-20,855
0,6	387,66	-24,208	1,5	434,52	-24,230	2,4	455,82	-22,094
0,7	398,31	-23,491	1,6	436,65	-25,002	2,5	457,95	-18,169
0,8	404,70	-25,537	1,7	438,78	-24,024	2,6	464,34	-20,318
0,9	408,96	-22,446	1,8	443,04	-21,069	2,7	462,21	-19,444
1,0	415,35	-24,090	1,9	443,04	-21,967			

Tabela B15: Placa retangular (*b/a* =1/3), com furo hexagonal longitudinal e fração volumétrica de 0,10.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	291,81	-49,239	0,8	379,14	-21,914	1,4	413,22	-21,987
0,3	308,85	-38,221	0,9	387,66	-22,283	1,5	415,35	-18,817
0,4	328,02	-26,722	1,0	394,05	-22,518	1,6	419,61	-21,653
0,5	345,06	-23,427	1,1	400,44	-24,333	1,7	421,74	-21,097
0,6	359,97	-24,744	1,2	404,70	-21,800	1,8	423,87	-18,585
0,7	372,75	-23,481	1,3	408,96	-22,500	1,9	426,00	-19,929

Tabela B16: Placa retangular (*b/a* =1/3), com furo hexagonal transversal e fração volumétrica de 0,10.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,6	357,84	-29,365	1,1	385,53	-23,149	1,6	408,96	-23,042
0,7	364,23	-27,096	1,2	391,92	-27,485	1,7	411,09	-21,035
0,8	371,68	-28,733	1,3	394,05	-21,388	1,8	415,35	-17,841
0,9	377,01	-27,146	1,4	400,44	-23,679			
1,0	381,27	-25,398	1,5	404,70	-25,838			

Tabela B17: Placa retangular (*b/a* =1/3), com furo oblongo longitudinal e fração volumétrica de 0,10.

b_0/a_0	σ_u (MPa)	w (mm)	b_0/a_0	σ_u (MPa)	w (mm)	b_0/a_0	σ_u (MPa)	w (mm)
0,2	291,81	-50,204	0,5	334,41	-31,254	0,8	359,97	-23,237
0,3	306,72	-41,657	0,6	342,93	-25,124	0,9	364,23	-23,589
0,4	319,50	-28,334	0,7	353,58	-24,539			

Tabela B18: Placa retangular (*b/a* =1/3), com furo oblongo transversal e fração volumétrica de 0,10.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
1,1	374,88	-21,869	1,4	391,92	-25,248	1,7	406,83	-19,941
1,2	381,27	-23,068	1,5	397,24	-23,844	1,8	408,96	-19,983
1,3	387,66	-25,135	1,6	402,57	-21,598			

Tabela B19: Placa retangular (*b/a* =1/3), com furo retangular e fração volumétrica de 0,10.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	296,07	-52,246	0,9	372,75	-28,937	1,6	406,83	-21,637
0,3	312,05	-47,459	1,0	379,14	-27,988	1,7	411,09	-20,850
0,4	323,76	-32,249	1,1	383,40	-26,677	1,8	415,35	-18,785
0,5	338,67	-32,644	1,2	389,79	-26,547	1,9	419,61	-20,308
0,6	349,32	-30,225	1,3	394,05	-26,542	2,0	426,00	-21,992
0,7	357,84	-28,002	1,4	398,31	-23,048	2,1	430,26	-19,497
0,8	366,36	-28,468	1,5	402,57	-22,343			

Tabela B20: Placa retangular (*b/a* =1/3), com furo elíptico e fração volumétrica de 0,15.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	285,42	-49,403	0,8	362,10	-23,035	1,4	398,31	-24,069
0,3	302,46	-42,394	0,9	370,62	-24,997	1,5	402,57	-23,508
0,4	317,37	-29,002	1,0	377,01	-24,511	1,6	406,83	-22,049
0,5	332,28	-26,410	1,1	383,40	-26,182	1,7	411,09	-23,310
0,6	345,06	-26,242	1,2	387,66	-23,119	1,8	415,35	-17,907
0,7	353,58	-23,219	1,3	391,92	-21,106			

Tabela B21: Placa retangular (*b/a* =1/3), com furo hexagonal longitudinal e fração volumétrica de 0,15.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	242,82	-49,797	0,7	323,76	-20,854	1,2	370,62	-21,147
0,3	257,73	-41,533	0,8	334,41	-20,101	1,3	377,01	-20,858
0,4	274,77	-24,751	0,9	345,06	-20,261	1,4	385,53	-18,987
0,5	293,94	-22,900	1,0	353,58	-19,093			
0,6	310,98	-24,651	1,1	364,23	-22,765			

Tabela B22: Placa retangular (*b/a* =1/3), com furo hexagonal transversal e fração volumétrica de 0,15.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,6	310,98	-32,027	0,9	330,15	-28,447	1,2	347,19	-23,286
0,7	317,37	-28,784	1,0	334,41	-24,448			
0,8	323,76	-28,393	1,1	340,80	-22,936			

Tabela B23: Placa retangular (*b/a* =1/3), com furo oblongo longitudinal e fração volumétrica de 0,15.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	244,95	-51,406	0,5	281,16	-26,870	0,8	308,85	-22,119
0,3	257,73	-47,602	0,6	291,81	-24,810	0,9	319,50	-23,776
0,4	268,38	-30,342	0,7	302,46	-26,661			

Tabela B24: Placa retangular (*b/a* =1/3), com furo oblongo transversal e fração volumétrica de 0,15.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
1,1	332,28	-23,424

Tabela B25: Placa retangular (*b/a* =1/3), com furo retangular e fração volumétrica de 0,15.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	247,08	-52,192	0,7	310,98	-29,247	1,2	351,45	-23,376
0,3	261,99	-45,302	0,8	321,63	-31,503	1,3	357,84	-21,182
0,4	274,77	-34,279	0,9	328,02	-26,377	1,4	364,23	-21,096
0,5	289,68	-33,568	1,0	336,54	-26,755			
0,6	300,33	-29,635	1,1	345,06	-27,263			

Tabela B26: Placa retangular (*b/a* =1/3), com furo elíptico e fração volumétrica de 0,20.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	251,34	-48,605	0,6	308,85	-26,059	1.0	345,06	-22,652
0,3	268,38	-47,409	0,7	319,50	-23,996	1,1	351,45	-22,063
0,4	281,16	-31,306	0,8	329,08	-24,476	1,2	357,84	-20,499
0,5	296,07	-27,577	0,9	336,54	-22,202	1,3	366,36	-23,971

Tabela B27: Placa retangular (*b/a* =1/3), com furo hexagonal longitudinal e fração volumétrica de 0,20.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	204,48	-47,762	0,5	253,47	-20,202	0,8	300,33	-18,487
0,3	217,26	-39,932	0,6	272,64	-23,406	0,9	313,11	-18,706
0,4	235,37	-27,857	0,7	287,55	-20,871			

Tabela B28: Placa retangular (*b/a* =1/3), com furo hexagonal transversal e fração volumétrica de 0,20.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,6	272,64	-31,968	0,8	285,42	-30,782
0,7	279,03	-30,963	0,9	291,81	-29,864

Tabela B29: Placa retangular (*b/a* =1/3), com furo oblongo longitudinal e fração volumétrica de 0,20.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	204,48	-44,080	0,5	240,69	-25,114	0,8	272,64	-22,026
0,3	217,26	-42,032	0,6	253,47	-26,049			
0,4	228,98	-30,932	0,7	261,99	-21,582			

Tabela B30: Placa retangular (*b/a* =1/3), com furo retangular e fração volumétrica de 0,20.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	206,61	-48,071	0,5	251,34	-33,573	0,8	285,42	-29,799
0,3	223,65	-46,753	0,6	264,12	-32,873	0,9	293,94	-25,714
0,4	236,43	-34,654	0,7	274,77	-29,706	1,0	300,33	-22,188

Tabela B31: Placa retangular (*b/a* =1/2), com furo elíptico e fração volumétrica de 0,025.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	547,41	-56,119	1,3	558,06	-50,353	3,2	545,28	-50,656
0,4	555,93	-54,283	1,4	558,06	-51,083	3,4	543,15	-50,227
0,5	558,06	-56,380	1,6	555,93	-49,512	3,6	541,02	-49,792
0,6	558,06	-51,594	1,8	555,93	-51,393	3,8	538,89	-49,508
0,7	558,06	-50,490	2,0	553,80	-49,775	4,0	538,89	-51,602
0,8	560,19	-53,506	2,2	551,67	-49,075	4,2	536,76	-51,049
0,9	560,19	-53,087	2,4	551,67	-51,045	4,4	534,63	-50,654
1,0	560,19	-53,218	2,6	550,60	-53,648	4,6	532,50	-50,359
1,1	558,06	-49,654	2,8	547,41	-49,464	4,8	530,37	-50,196
1,2	558,06	-49,964	3,0	547,41	-51,815	5,0	530,37	-53,633

Tabela B32: Placa retangular (*b/a* =1/2), com furo hexagonal longitudinal e fração volumétrica de 0,025.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	538,89	-58,572	0,8	549,54	-53,254	1,4	545,28	-51,680
0,3	543,15	-56,686	0,9	547,41	-50,224	1,5	543,15	-49,897
0,4	545,28	-51,906	1,0	547,41	-50,760	1,6	543,15	-51,147
0,5	547,41	-51,880	1,1	547,41	-51,720	1,7	541,02	-49,579
0,6	549,54	-53,762	1,2	547,41	-53,799	1,8	541,02	-50,405
0,7	549,54	-52,822	1,3	545,28	-50,335	1,9	541,02	-51,941

Tabela B33: Placa retangular (*b/a* =1/2), com furo hexagonal transversal e fração volumétrica de 0,025.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,6	545,28	-51,046	1,6	545,28	-50,718	3,4	523,98	-50,981
0,7	547,41	-51,699	1,8	543,15	-50,446	3,6	521,85	-51,513
0,8	547,41	-50,276	2,0	542,08	-52,225	3,8	519,72	-51,993
0,9	549,54	-52,636	2,2	538,89	-50,311	4,0	516,52	-51,505
1,0	549,54	-52,445	2,4	536,76	-50,498	4,2	513,33	-51,233
1,1	549,54	-53,091	2,6	534,63	-50,877	4,4	511,20	-51,946
1,2	547,41	-50,117	2,8	532,50	-51,326	4,6	509,07	-52,942
1,3	547,41	-50,866	3,0	530,37	-52,322	4,8	504,81	-51,769
1,4	547,41	-51,880	3,2	526,11	-50,322	5,0	502,68	-52,633

Tabela B34: Placa retangular (*b/a* =1/2), com furo oblongo longitudinal e fração volumétrica de 0,025.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	533,56	-58,636	0,5	542,08	-52,409	0,8	543,15	-51,790
0,3	538,89	-58,217	0,6	543,15	-53,310	0,9	543,15	-52,270
0,4	538,89	-51,092	0,7	543,15	-52,092			

Tabela B35: Placa retangular (*b/a* =1/2), com furo oblongo transversal e fração volumétrica de 0,025.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
1,1	543,15	-53,329	2,1	534,63	-49,989	3,7	519,72	-52,408
1,2	541,02	-50,129	2,3	532,50	-49,759	3,9	517,59	-52,957
1,3	541,02	-50,586	2,5	532,50	-52,117	4,1	515,46	-53,752
1,4	541,02	-51,321	2,7	530,37	-51,871	4,3	511,20	-51,340
1,5	538,89	-49,557	2,9	528,24	-51,721	4,5	509,07	-51,675
1,6	538,89	-50,145	3,1	526,11	-51,836	4,7	506,94	-52,054
1,7	538,89	-51,120	3,3	523,98	-51,840	4,9	504,81	-52,474
1,9	536,76	-50,302	3,5	521,85	-52,064			

Tabela B36: Placa retangular (*b/a* =1/2), com furo retangular e fração volumétrica de 0,025.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	532,50	-60,431	1,4	538,89	-51,417	3,4	519,72	-51,474
0,4	536,76	-51,352	1,6	536,76	-50,280	3,6	517,59	-51,689
0,6	538,89	-50,257	1,8	534,63	-49,866	3,8	516,52	-54,536
0,7	541,02	-51,989	2,0	534,63	-51,985	4,0	513,33	-52,409
0,8	541,02	-51,596	2,2	532,50	-51,262	4,2	511,20	-52,858
0,9	541,02	-51,541	2,4	530,37	-50,994	4,4	509,07	-53,469
1,0	541,02	-51,844	2,6	528,24	-50,910	4,6	506,94	-54,283
1,1	541,02	-52,632	2,8	526,11	-50,948	4,8	502,68	-52,139
1,2	538,89	-50,003	3,0	523,98	-51,026	5,0	500,55	-52,506
1,3	538,89	-50,563	3,2	521,85	-51,218			

Tabela B37: Placa retangular (*b/a* =1/2), com furo elíptico e fração volumétrica de 0,05.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	521,85	-56,573	1,3	528,24	-50,175	3,2	498,42	-52,588
0,3	528,24	-57,218	1,4	528,24	-51,552	3,4	494,16	-52,212
0,4	530,37	-53,505	1,5	526,11	-50,521	3,6	490,96	-53,056
0,5	532,50	-53,158	1,6	526,11	-54,128	3,8	485,64	-50,718
0,6	532,50	-51,632	1,8	521,85	-50,565	4,0	483,51	-53,483
0,7	532,50	-51,009	2,0	519,72	-51,817	4,2	479,25	-51,181
0,8	532,50	-50,885	2,2	515,46	-50,775	4,4	474,99	-48,994
0,9	533,56	-53,358	2,4	513,33	-52,393	4,6	472,86	-50,327
1,0	532,50	-52,084	2,6	509,07	-51,569	4,8	468,60	-47,405
1,1	530,37	-50,337	2,8	504,81	-51,221	5,0	466,47	-47,647
1,2	530,37	-51,473	3,0	502,68	-53,154			

Tabela B38: Placa retangular (*b/a* =1/2), com furo hexagonal longitudinal e fração volumétrica de 0,05.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	506,94	-57,833	0,8	513,33	-54,144	1,4	502,68	-51,722
0,3	511,20	-56,727	0,9	511,20	-52,003	1,5	500,55	-51,536
0,4	513,33	-53,710	1,0	509,07	-51,177	1,6	500,55	-54,092
0,5	513,33	-51,890	1,1	509,07	-54,457	1,7	498,42	-53,065
0,6	513,33	-51,563	1,2	506,94	-52,601	1,8	496,29	-52,723
0,7	513,33	-51,813	1,3	504,81	-52,099	1,9	494,16	-52,445

Tabela B39: Placa retangular (*b/a* =1/2), com furo hexagonal transversal e fração volumétrica de 0,05.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,6	511,20	-50,469	2,1	489,90	-52,029	3,6	451,56	-46,502
0,7	513,33	-50,785	2,2	487,77	-52,871	3,7	449,43	-45,517
0,8	515,46	-53,037	2,3	483,51	-51,393	3,8	449,43	-48,555
0,9	513,33	-50,308	2,4	481,38	-52,025	3,9	447,30	-46,560
1,0	513,33	-51,112	2,5	479,25	-52,824	4,0	445,17	-45,034
1,1	511,20	-50,165	2,6	474,99	-50,764	4,1	443,04	-43,841
1,2	511,20	-52,274	2,7	472,86	-51,159	4,2	443,04	-45,678
1,3	509,07	-51,792	2,8	470,73	-51,827	4,3	440,91	-43,943
1,4	506,94	-51,101	2,9	466,47	-48,969	4,4	440,91	-45,433
1,5	504,81	-51,151	3,0	464,34	-49,385	4,5	438,78	-43,664
1,6	502,68	-51,650	3,1	462,21	-49,423	4,6	438,78	-45,181
1,7	500,55	-52,234	3,2	460,08	-49,365	4,7	436,65	-43,090
1,8	498,42	-53,580	3,3	457,95	-48,318	4,8	436,65	-44,163
1,9	494,16	-50,923	3,4	455,82	-48,104	4,9	434,52	-42,096
2,0	492,03	-51,438	3,5	453,69	-47,269	5,0	434,52	-42,616

Tabela B40: Placa retangular (*b/a* =1/2), com furo oblongo longitudinal e fração volumétrica de 0,05.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	499,48	-57,937	0,5	504,81	-51,553	0,8	504,81	-54,876
0,3	504,81	-61,428	0,6	504,81	-51,210	0,9	502,68	-52,684
0,4	504,81	-53,600	0,7	504,81	-51,835			

Tabela B41: Placa retangular (*b/a* =1/2), com furo oblongo transversal e fração volumétrica de 0,05.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
1,1	498,42	-50,952	2,1	481,38	-52,238	3,7	447,30	-47,608
1,2	498,42	-52,393	2,3	477,12	-52,527	3,9	445,17	-48,426
1,3	496,29	-51,386	2,5	472,86	-52,784	4,1	440,91	-45,925
1,4	494,16	-50,948	2,7	468,60	-53,082	4,3	439,84	-47,446
1,5	494,16	-52,826	2,9	464,34	-53,198	4,5	436,65	-45,570
1,6	492,03	-52,037	3,1	460,08	-52,748	4,7	434,52	-44,854
1,7	489,90	-52,025	3,3	455,82	-51,461	4,9	432,39	-44,510
1,9	485,64	-52,028	3,5	451,56	-49,517			

Tabela B42: Placa retangular (*b/a* =1/2), com furo retangular e fração volumétrica de 0,05.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	496,29	-59,240	1,3	496,29	-52,744	3,4	451,56	-53,552
0,3	500,55	-59,000	1,4	494,16	-52,300	3,6	447,30	-50,449
0,4	500,55	-53,566	1,6	489,90	-52,203	3,8	443,04	-47,812
0,5	502,68	-54,073	1,8	487,77	-54,726	4,0	440,91	-48,191
0,6	502,68	-51,845	2,0	483,51	-55,393	4,2	438,78	-48,440
0,7	502,68	-51,895	2,2	477,12	-53,338	4,4	436,65	-48,185
0,8	502,68	-52,633	2,4	472,86	-53,803	4,6	434,52	-47,330
0,9	500,55	-51,165	2,6	468,60	-54,311	4,8	432,39	-45,968
1,0	500,55	-52,461	2,8	464,34	-54,825	5,0	430,26	-44,649
1,1	498,42	-51,538	3,0	460,08	-55,470			
1,2	498,42	-53,543	3,2	455,82	-55,134			

Tabela B43: Placa retangular (*b/a* =1/2), com furo elíptico e fração volumétrica de 0,10.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	482,44	-56,471	1,5	464,34	-52,321	2,8	426,00	-47,146
0,3	485,64	-57,421	1,6	462,21	-55,149	2,9	423,87	-46,123
0,4	485,64	-51,498	1,7	457,95	-53,174	3,0	421,74	-45,099
0,5	487,77	-55,099	1,8	453,69	-51,874	3,1	419,61	-44,158
0,6	487,77	-53,824	1,9	449,43	-50,497	3,2	419,61	-46,347
0,7	485,64	-51,611	2,0	447,30	-51,825	3,3	417,48	-44,367
0,8	483,51	-50,993	2,1	443,04	-49,701	3,4	415,35	-42,986
0,9	481,38	-50,892	2,2	440,91	-50,682	3,5	415,35	-44,036
1,0	479,25	-51,202	2,3	436,65	-47,909	3,6	413,22	-42,188
1,1	477,12	-51,733	2,4	434,52	-48,065	3,7	413,22	-42,711
1,2	474,99	-52,922	2,5	432,39	-48,240	3,8	413,22	-43,247
1,3	470,73	-51,744	2,6	430,26	-48,140	3,9	413,22	-45,464
1,4	468,60	-53,006	2,7	428,13	-47,817	4,0	411,09	-41,503

Tabela B44: Placa retangular (*b/a* =1/2), com furo hexagonal longitudinal e fração volumétrica de 0,10.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	453,69	-52,253	0,8	443,04	-52,206	1,4	421,74	-53,269
0,3	453,69	-52,001	0,9	440,91	-54,196	1,5	419,61	-54,656
0,4	453,69	-51,609	1,0	436,65	-53,832	1,6	417,48	-56,882
0,5	451,56	-50,637	1,1	432,39	-53,647	1,7	413,22	-52,469
0,6	449,43	-51,209	1,2	430,26	-55,791	1,8	411,09	-52,629
0,7	447,30	-52,353	1,3	426,00	-54,641	1,9	408,96	-52,535

Tabela B45: Placa retangular (*b/a* =1/2), com furo hexagonal transversal e fração volumétrica de 0,10.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,6	453,69	-51,460	1,4	423,87	-49,445	2,2	396,18	-43,957
0,7	453,69	-51,319	1,5	419,61	-49,270	2,3	394,05	-43,398
0,8	451,56	-50,947	1,6	415,35	-48,717	2,4	391,92	-42,538
0,9	449,43	-52,369	1,7	411,09	-47,747	2,5	391,92	-44,076
1,0	445,17	-52,164	1,8	406,83	-46,002	2,6	389,79	-42,344
1,1	440,91	-53,024	1,9	404,70	-47,447	2,7	389,79	-43,626
1,2	443,52	-51,420	2,0	400,44	-44,286			
1,3	430,26	-52,826	2,1	398,31	-44,078			

Tabela B46: Placa retangular (*b/a* =1/2), com furo oblongo longitudinal e fração volumétrica de 0,10.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	445,17	-54,488	0,5	440,91	-51,367	0,8	428,13	-51,832
0,3	445,17	-54,685	0,6	438,78	-53,169	0,9	423,87	-53,954
0,4	443,04	-51,801	0,7	434,52	-53,148			

Tabela B47: Placa retangular (*b/a* =1/2), com furo oblongo transversal e fração volumétrica de 0,10.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
1,1	414,28	-53,344	1,8	384,05	-48,686	2,5	381,27	-44,229
1,2	411,09	-52,719	1,9	391,92	-48,221	2,6	381,27	-44,931
1,3	406,83	-50,571	2,0	389,79	-47,545	2,7	381,27	-45,811
1,4	404,70	-51,207	2,1	387,66	-46,467	2,8	381,27	-46,954
1,5	402,57	-53,087	2,2	385,53	-45,391	2,9	379,14	-41,823
1,6	398,31	-48,802	2,3	385,53	-47,769			
1,7	396,18	-48,873	2,4	383,40	-45,308			

Tabela B48: Placa retangular (*b/a* =1/2), com furo retangular e fração volumétrica de 0,10.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	440,91	-58,101	1,2	419,61	-55,406	2,2	387,66	-48,462
0,3	440,91	-56,300	1,3	415,35	-55,362	2,3	385,53	-46,681
0,4	438,78	-51,696	1,4	411,09	-54,922	2,4	385,53	-49,361
0,5	438,78	-51,658	1,5	406,83	-53,993	2,5	383,40	-45,880
0,6	438,78	-54,753	1,6	404,70	-57,242	2,6	383,40	-46,759
0,7	436,65	-53,168	1,7	400,44	-53,872	2,7	383,40	-48,185
0,8	434,52	-54,230	1,8	397,24	-52,858	2,8	381,27	-43,314
0,9	430,26	-53,620	1,9	394,05	-50,887	2,9	381,27	-42,561
1,0	428,13	-55,329	2,0	391,92	-50,768	3,0	381,27	-41,087
1,1	423,87	-55,320	2,1	389,79	-50,071	3,1	381,27	-38,886

Tabela B49: Placa retangular (*b/a* =1/2), com furo elíptico e fração volumétrica de 0,15.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	447,30	-52,184	1,1	423,87	-53,667	2,0	389,79	-46,010
0,3	447,30	-53,883	1,2	417,48	-50,945	2,1	387,66	-45,097
0,4	445,17	-49,321	1,3	413,22	-50,726	2,2	385,53	-44,483
0,5	445,17	-50,725	1,4	408,96	-50,251	2,3	383,40	-43,213
0,6	443,04	-50,931	1,5	404,70	-49,306	2,4	383,40	-44,913
0,7	440,91	-52,452	1,6	400,44	-47,654	2,5	381,27	-42,195
0,8	436,65	-51,718	1,7	398,31	-49,504	2,6	381,27	-42,653
0,9	432,39	-52,041	1,8	394,05	-46,151	2,7	381,27	-43,101
1,0	428,13	-52,601	1,9	391,92	-46,321			

Tabela B50: Placa retangular (*b/a* =1/2), com furo hexagonal longitudinal e fração volumétrica de 0,15.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	415,35	-49,691	0,8	381,27	-53,999	1,4	357,84	-46,612
0,3	404,70	-47,190	0,9	374,88	-51,841	1,5	355,71	-44,965
0,4	400,44	-48,437	1,0	371,68	-53,265	1,6	355,71	-46,482
0,5	396,18	-49,927	1,1	366,36	-50,256	1,7	353,58	-44,197
0,6	391,92	-51,928	1,2	364,23	-51,766	1,8	353,58	-44,955
0,7	385,53	-51,816	1,3	359,97	-47,589	1,9	353,58	-45,833

Tabela B51: Placa retangular (*b/a* =1/2), com furo hexagonal transversal e fração volumétrica de 0,15.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,6	400,44	-50,922	1,1	372,75	-52,283	1,6	351,45	-43,686
0,7	398,31	-51,971	1,2	366,36	-47,759	1,7	349,32	-42,603
0,8	391,92	-51,322	1,3	359,97	-44,464	1,8	347,19	-41,637
0,9	385,53	-51,451	1,4	357,84	-46,224			
1,0	379,14	-51,950	1,5	353,58	-43,549			

Tabela B52: Placa retangular (*b/a* =1/2), com furo oblongo longitudinal e fração volumétrica de 0,15.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	402,57	-53,056	0,5	383,40	-49,854	0,8	359,97	-51,570
0,3	394,05	-49,248	0,6	377,01	-51,460	0,9	351,45	-50,029
0,4	389,79	-51,096	0,7	368,49	-51,812			

Tabela B53: Placa retangular (*b/a* =1/2), com furo oblongo transversal e fração volumétrica de 0,15.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
1,1	342,93	-51,471	1,4	336,54	-45,555	1,7	334,41	-44,664
1,2	338,67	-45,456	1,5	334,41	-43,646	1,8	334,41	-44,452
1,3	338,67	-47,745	1,6	334,41	-44,359			

Tabela B54: Placa retangular (*b/a* =1/2), com furo retangular e fração volumétrica de 0,15.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	394,05	-52,543	0,9	368,49	-56,110	1,6	342,93	-48,617
0,3	389,79	-53,789	1,0	363,16	-55,968	1,7	340,82	-45,637
0,4	385,53	-51,268	1,1	357,84	-54,486	1,8	340,80	-45,413
0,5	383,40	-51,282	1,2	353,58	-53,512	1,9	340,80	-43,988
0,6	381,27	-53,024	1,3	349,32	-51,305	2,0	340,80	-40,391
0,7	377,01	-53,197	1,4	347,19	-52,433	2,1	342,93	-41,431
0,8	372,75	-54,521	1,5	345,06	-52,305			

Tabela B55: Placa retangular (*b/a* =1/2), com furo elíptico e fração volumétrica de 0,20.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	417,48	-48,417	0,9	385,53	-52,055	1,6	355,71	-44,372
0,3	411,09	-46,920	1,0	379,14	-50,399	1,7	355,71	-45,024
0,4	408,96	-48,175	1,1	374,88	-51,535	1,8	353,58	-45,848
0,5	406,83	-51,360	1,2	368,49	-47,646	1,9	351,45	-42,184
0,6	402,57	-51,522	1,3	364,23	-46,378	2,0	351,45	-42,017
0,7	396,18	-50,902	1,4	362,10	-47,658			
0,8	391,92	-53,361	1,5	357,84	-44,582			

Tabela B56: Placa retangular (*b/a* =1/2), com furo hexagonal longitudinal e fração volumétrica de 0,20.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	385,53	-41,372	0,7	332,28	-49,676	1,2	317,37	-45,035
0,3	364,23	-44,861	0,8	328,02	-51,131	1,3	317,37	-43,708
0,4	355,71	-48,216	0,9	323,76	-50,680	1,4	317,37	-41,206
0,5	347,19	-49,651	1,0	319,50	-46,886	1,5	319,50	-43,719
0,6	340,80	-52,609	1,1	317,37	-44,640	1,6	319,50	-38,543

Tabela B57: Placa retangular (*b/a* =1/2), com furo hexagonal transversal e fração volumétrica de 0,20.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,6	351,45	-50,637	0,9	330,15	-48,879	1,2	313,11	-42,936
0,7	345,06	-49,920	1,0	323,76	-48,032	1,3	310,98	-43,344
0,8	336,54	-48,433	1,1	317,37	-44,345	1,4	308,85	-41,360

Tabela B58: Placa retangular (*b/a* =1/2), com furo oblongo longitudinal e fração volumétrica de 0,20.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	364,23	-50,591	0,5	332,28	-48,468	0,8	302,46	-47,092
0,3	349,32	-44,653	0,6	323,76	-51,578	0,9	296,07	-47,186
0,4	340,80	-46,402	0,7	313,11	-50,990			

Tabela B59: Placa retangular (*b/a* =1/2), com furo oblongo transversal e fração volumétrica de 0,20.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
1,1	289,68	-43,918
1,2	289,68	-42,933
1,3	289,68	-40,905

Tabela B60: Placa retangular (*b/a* =1/2), com furo retangular e fração volumétrica de 0,20.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	353,58	-47,366	0,7	323,76	-51,893	1,2	304,59	-48,147
0,3	342,93	-49,920	0,8	319,50	-53,355	1,3	304,59	-50,060
0,4	336,54	-48,800	0,9	315,24	-54,737	1,4	302,46	-41,677
0,5	332,28	-49,359	1,0	310,98	-53,115	1,5	304,59	-41,596
0,6	329,08	-51,633	1,1	306,72	-49,470	1,6	306,72	-40,091

Tabela B61: Placa quadrada (*b/a* =1), com furo elíptico e fração volumétrica de 0,025.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	651,78	-50,149	1,5	658,17	-47,917	3,4	653,91	-48,832
0,4	656,04	-48,197	1,6	658,17	-48,271	3,6	653,91	-48,498
0,6	656,04	-46,412	1,8	656,04	-46,651	3,8	653,91	-49,041
0,8	658,17	-47,831	2,0	656,04	-47,139	4,0	653,91	-49,790
0,9	658,17	-47,598	2,2	656,04	-47,427	4,2	653,91	-50,267
1,0	658,17	-47,489	2,4	656,04	-47,927	4,4	651,78	-48,531
1,1	658,17	-47,589	2,6	656,04	-48,445	4,6	651,78	-48,989
1,2	658,17	-47,738	2,8	653,91	-47,319	4,8	651,78	-49,415
1,3	658,17	-47,422	3,0	653,91	-47,779	5,0	651,78	-50,086
1,4	658,17	-47,647	3,2	653,91	-48,226			

Tabela B62: Placa quadrada (*b/a* =1), com furo hexagonal longitudinal e fração volumétrica de 0,025.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	645,39	-50,397	0,8	656,04	-47,481	1,4	653,91	-47,438
0,3	651,78	-49,227	0,9	656,04	-47,476	1,5	653,91	-47,791
0,4	654,97	-49,036	1,0	656,04	-47,685	1,6	653,91	-48,121
0,5	653,91	-47,437	1,1	656,04	-47,974	1,7	653,91	-47,828
0,6	656,04	-48,221	1,2	656,04	-48,966	1,8	653,91	-48,181
0,7	656,04	-47,688	1,3	653,91	-47,091	1,9	653,91	-48,627

Tabela B63: Placa quadrada (*b/a* =1), com furo hexagonal transversal e fração volumétrica de 0,025.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,6	643,26	-48,622	1,6	647,52	-48,051	3,4	634,74	-50,315
0,8	647,52	-49,538	1,8	647,52	-49,357	3,6	632,61	-50,709
0,9	647,52	-48,026	2,0	645,39	-48,987	3,8	630,48	-50,437
1,0	647,52	-47,249	2,2	645,39	-49,878	4,0	628,35	-51,635
1,1	649,65	-48,789	2,4	643,26	-49,300	4,2	626,22	-50,308
1,2	649,65	-48,568	2,6	641,13	-49,145	4,4	624,09	-51,083
1,3	649,65	-49,520	2,8	641,13	-50,659	4,6	621,96	-50,877
1,4	647,52	-47,186	3,0	639,00	-50,970	4,8	619,83	-50,739
1,5	647,52	-47,571	3,2	636,87	-51,864	5,0	617,70	-51,225

Tabela B64: Placa quadrada (*b/a* =1), com furo oblongo longitudinal e fração volumétrica de 0,025.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	645,39	-51,479	0,5	653,91	-48,717	0,8	653,91	-47,302
0,3	649,65	-49,141	0,6	653,91	-48,824	0,9	653,91	-46,967
0,4	651,78	-48,311	0,7	653,91	-47,752			

Tabela B65: Placa quadrada (*b/a* =1), com furo oblongo transversal e fração volumétrica de 0,025.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
1,1	653,91	-46,939	2,0	653,91	-48,716	3,7	649,65	-51,078
1,2	653,91	-47,177	2,1	652,84	-47,870	3,9	647,52	-49,500
1,3	653,91	-47,433	2,3	653,91	-49,495	4,1	647,52	-50,265
1,4	653,91	-47,671	2,5	651,78	-48,309	4,3	645,39	-49,512
1,5	653,91	-47,962	2,7	651,78	-48,891	4,5	645,39	-50,409
1,6	653,91	-48,193	2,9	651,78	-49,591	4,7	645,39	-50,431
1,7	653,91	-48,807	3,1	649,65	-48,716	4,9	645,39	-51,975
1,8	653,91	-48,041	3,3	649,65	-49,230			
1,9	653,91	-48,400	3,5	649,65	-49,682			

Tabela B66: Placa quadrada (*b/a* =1), com furo retangular e fração volumétrica de 0,025.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	643,26	-51,102	1,4	653,91	-48,809	3,2	649,65	-50,239
0,4	651,78	-49,990	1,5	653,91	-49,199	3,4	647,52	-49,237
0,5	651,78	-48,332	1,6	653,91	-48,999	3,6	647,52	-49,917
0,6	653,91	-49,167	1,7	653,91	-50,034	3,8	647,52	-50,910
0,7	653,91	-48,906	1,8	651,78	-47,771	4,0	645,39	-49,932
0,8	653,91	-48,391	2,0	651,78	-48,331	4,2	645,39	-50,839
0,9	653,91	-48,147	2,2	651,78	-48,874	4,4	645,39	-50,842
1,0	653,91	-47,983	2,4	651,78	-49,461	4,6	645,39	-51,379
1,1	653,91	-48,131	2,6	649,65	-48,571	4,8	643,26	-50,263
1,2	653,91	-48,296	2,8	649,65	-49,223	5,0	643,26	-51,152
1,3	653,91	-48,509	3,0	649,65	-49,775			

Tabela B67: Placa quadrada (*b/a* =1), com furo elíptico e fração volumétrica de 0,05.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	634,74	-52,308	1,4	651,78	-47,376	3,4	643,26	-49,566
0,4	647,52	-48,739	1,6	651,78	-48,059	3,6	643,26	-50,824
0,6	651,78	-48,339	1,8	651,78	-49,137	3,8	641,13	-50,254
0,7	651,78	-47,468	2,0	649,65	-48,290	4,0	641,13	-51,397
0,8	651,78	-46,914	2,2	649,65	-48,829	4,2	639,00	-50,933
0,9	651,78	-46,573	2,4	647,52	-48,242	4,4	636,87	-50,700
1,0	651,78	-46,346	2,6	647,52	-49,336	4,6	636,87	-51,637
1,1	651,78	-46,512	2,8	645,39	-48,867	4,8	634,74	-50,427
1,2	651,78	-46,772	3,0	645,39	-50,113	5,0	637,74	-52,297
1,3	651,78	-47,060	3,2	645,39	-50,663			

Tabela B68: Placa quadrada (*b/a* =1), com furo hexagonal longitudinal e fração volumétrica de 0,05.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	615,57	-48,940	0,8	647,52	-47,288	1,4	645,39	-48,570
0,3	634,74	-50,134	0,9	647,52	-47,290	1,5	645,39	-49,864
0,4	643,26	-50,714	1,0	647,52	-47,694	1,6	643,26	-48,554
0,5	645,39	-49,822	1,1	647,52	-48,508	1,7	643,26	-49,406
0,6	647,52	-49,075	1,2	645,39	-47,571	1,8	641,13	-48,760
0,7	647,52	-47,751	1,3	645,39	-48,441	1,9	641,13	-49,619

Tabela B69: Placa quadrada (*b/a* =1), com furo hexagonal transversal e fração volumétrica de 0,05.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,6	643,26	-49,100	1,6	647,52	-48,639	3,4	634,74	-38,034
0,8	645,39	-48,049	1,8	645,39	-48,293	3,6	632,61	-51,471
0,9	647,52	-48,628	2,0	645,39	-49,815	3,8	630,48	-51,221
1,0	647,52	-47,778	2,2	645,39	-50,007	4,0	628,35	-54,331
1,1	647,52	-47,326	2,4	643,26	-49,512	4,2	626,22	-51,352
1,2	647,52	-47,204	2,6	641,13	-49,634	4,4	624,09	-51,624
1,3	647,52	-47,396	2,8	641,13	-51,616	4,6	619,83	-48,895
1,4	647,52	-47,653	3,0	636,87	-49,778	4,8	618,76	-50,014
1,5	647,52	-48,110	3,2	636,87	-51,239	5,0	615,57	-48,944

Tabela B70: Placa quadrada (*b/a* =1), com furo oblongo longitudinal e fração volumétrica de 0,05.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	499,48	-57,937	0,5	504,81	-51,553	0,8	504,81	-54,876
0,3	504,81	-61,428	0,6	504,81	-51,210	0,9	502,68	-52,684
0,4	504,81	-53,600	0,7	504,81	-51,835			

Tabela B71: Placa quadrada (*b/a* =1), com furo oblongo transversal e fração volumétrica de 0,05.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
1,1	645,39	-47,473	2,1	641,13	-50,358	3,7	628,35	-52,969
1,2	645,39	-48,054	2,3	639,00	-50,247	3,9	626,22	-53,171
1,3	644,32	-47,516	2,5	636,87	-50,482	4,1	624,09	-53,101
1,4	645,39	-49,001	2,7	636,87	-51,202	4,3	621,96	-53,663
1,5	643,26	-47,951	2,9	634,74	-50,949	4,5	617,70	-49,205
1,6	643,26	-48,567	3,1	632,61	-51,247	4,7	615,57	-49,296
1,7	643,26	-49,204	3,3	630,48	-50,983	4,9	615,57	-55,017
1,9	641,13	-49,100	3,5	628,35	-51,650			

Tabela B72: Placa quadrada (*b/a* =1), com furo retangular e fração volumétrica de 0,05.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	609,18	-49,892	1,4	641,13	-49,927	3,2	627,28	-50,685
0,4	632,61	-50,026	1,5	639,00	-48,718	3,4	626,22	-51,810
0,5	636,87	-50,907	1,6	639,00	-49,357	3,6	624,09	-52,176
0,6	639,00	-49,779	1,7	639,00	-50,012	3,8	621,96	-51,545
0,7	641,13	-50,190	1,8	636,87	-49,162	4,0	619,83	-51,387
0,8	641,13	-49,056	2,0	636,87	-50,913	4,2	618,76	-53,117
0,9	641,13	-48,880	2,2	636,87	-51,352	4,4	615,57	-50,285
1,0	641,13	-48,361	2,4	634,74	-50,824	4,6	613,44	-50,255
1,1	641,13	-48,699	2,6	632,61	-51,001	4,8	611,31	-50,753
1,2	641,13	-48,839	2,8	630,48	-50,501	5,0	609,18	-49,898
1,3	641,13	-49,809	3,0	628,35	-50,799			

Tabela B73: Placa quadrada (*b/a* =1), com furo elíptico e fração volumétrica de 0,10.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	583,62	-49,216	1,9	632,61	-48,893	3,6	609,18	-50,203
0,3	613,44	-50,528	2,0	632,61	-49,894	3,7	607,05	-49,626
0,4	626,22	-50,472	2,1	630,48	-49,328	3,8	604,92	-48,870
0,5	632,61	-49,892	2,2	630,48	-50,885	3,9	602,79	-48,640
0,6	636,87	-50,282	2,3	628,35	-50,698	4,0	601,72	-49,015
0,7	636,87	-48,505	2,4	627,28	-49,943	4,1	600,66	-50,028
0,8	639,00	-48,695	2,5	626,22	-50,468	4,2	598,53	-49,576
0,9	639,00	-47,697	2,6	626,22	-52,278	4,3	596,40	-49,071
1,0	639,00	-47,346	2,7	624,09	-51,561	4,4	594,27	-48,885
1,1	639,00	-47,640	2,8	621,96	-51,010	4,5	592,14	-48,440
1,2	639,00	-48,256	2,9	619,83	-51,204	4,6	590,01	-48,318
1,3	636,87	-47,450	3,0	619,83	-52,360	4,7	590,01	-50,118
1,4	636,87	-48,253	3,1	617,70	-51,544	4,8	587,88	-49,871
1,5	636,87	-48,427	3,2	615,57	-50,238	4,9	585,75	-49,709
1,6	636,87	-49,568	3,3	613,44	-49,521	5,0	583,62	-49,206
1,7	634,74	-48,396	3,4	611,31	-49,116			
1,8	634,74	-49,348	3,5	610,24	-49,272			

Tabela B74: Placa quadrada (b/a =1), com furo hexagonal longitudinal e fração volumétrica de 0,10.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	541,02	-48,234	0,8	626,22	-47,332	1,4	617,70	-48,764
0,3	585,75	-48,183	0,9	626,22	-47,605	1,5	615,57	-49,591
0,4	607,05	-48,397	1,0	626,22	-48,804	1,6	613,44	-50,110
0,5	619,83	-51,108	1,1	624,09	-48,606	1,7	612,37	-51,508
0,6	624,09	-49,624	1,2	621,96	-48,552	1,8	609,18	-50,939
0,7	626,22	-48,450	1,3	619,83	-49,431	1,9	607,05	-51,500

Tabela B75: Placa quadrada (*b/a* =1), com furo hexagonal transversal e fração volumétrica de 0,10.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,6	611,31	-50,424	2,1	617,70	-51,439	3,6	576,36	-49,283
0,7	617,70	-49,532	2,2	615,57	-51,505	3,7	575,10	-47,754
0,8	619,83	-48,092	2,3	613,44	-53,664	3,8	572,97	-48,272
0,9	624,09	-48,496	2,4	610,24	-49,946	3,9	570,84	-49,302
1,0	626,22	-48,802	2,5	607,05	-48,386	4,0	566,58	-47,655
1,1	626,22	-47,681	2,6	604,92	-48,564	4,1	564,45	-48,260
1,2	626,22	-47,289	2,7	601,72	-47,369	4,2	562,32	-49,285
1,3	626,22	-47,545	2,8	600,66	-49,365	4,3	558,06	-47,490
1,4	626,22	-48,209	2,9	596,40	-47,185	4,4	555,93	-48,050
1,5	626,22	-49,181	3,0	594,27	-47,681	4,5	553,80	-48,736
1,6	624,09	-48,570	3,1	592,14	-47,990	4,6	550,60	-47,969
1,7	624,09	-50,217	3,2	590,01	-48,696	4,7	547,41	-47,463
1,8	621,96	-49,618	3,3	585,75	-47,349	4,8	545,28	-47,761
1,9	619,83	-50,026	3,4	583,62	-47,667	4,9	543,15	-48,027
2,0	619,83	-51,103	3,5	581,49	-48,395	5,0	541,02	-48,200

Tabela B76: Placa quadrada (*b/a* =1), com furo oblongo longitudinal e fração volumétrica de 0,10.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	530,37	-48,726	0,5	604,92	-50,474	0,8	617,70	-48,631
0,3	572,97	-48,707	0,6	611,31	-51,398	0,9	617,70	-46,633
0,4	594,27	-50,725	0,7	615,57	-49,370			

Tabela B77: Placa quadrada (*b/a* =1), com furo oblongo transversal e fração volumétrica de 0,10.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
1,1	617,70	-46,548	2,5	594,27	-50,764	3,9	558,06	-48,679
1,2	617,70	-47,619	2,6	590,01	-47,746	4,0	555,93	-49,114
1,3	615,57	-47,527	2,7	587,88	-47,940	4,1	553,80	-49,699
1,4	615,57	-48,888	2,8	585,75	-48,397	4,2	551,67	-50,660
1,5	613,44	-48,812	2,9	583,62	-48,374	4,3	547,41	-48,545
1,6	611,31	-49,123	3,0	581,49	-48,714	4,4	545,28	-48,856
1,7	611,31	-50,229	3,1	579,36	-49,214	4,5	543,15	-49,327
1,8	609,18	-50,306	3,2	577,23	-49,680	4,6	541,02	-49,653
1,9	607,05	-50,902	3,3	575,10	-50,408	4,7	538,89	-50,250
2,0	604,92	-50,471	3,4	570,84	-48,462	4,8	536,76	-51,762
2,1	602,79	-50,704	3,5	568,71	-48,911	4,9	532,50	-48,568
2,2	600,66	-50,173	3,6	566,58	-49,182	5,0	530,37	-48,726
2,3	598,53	-50,301	3,7	564,45	-49,787			
2,4	596,40	-51,149	3,8	562,32	-50,491			

Tabela B78: Placa quadrada (*b/a* =1), com furo retangular e fração volumétrica de 0,10.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	526,11	-49,681	1,9	596,40	-51,368	3,6	560,19	-50,917
0,3	566,58	-50,873	2,0	594,27	-53,990	3,7	558,06	-51,281
0,4	583,62	-48,795	2,1	593,20	-52,948	3,8	553,80	-49,429
0,5	594,27	-51,296	2,2	590,01	-50,112	3,9	551,67	-49,816
0,6	600,66	-51,289	2,3	587,88	-49,285	4,0	549,54	-49,933
0,7	602,79	-50,555	2,4	585,75	-49,631	4,1	547,41	-50,339
0,8	604,92	-49,665	2,5	583,62	-48,800	4,2	545,28	-50,714
0,9	604,92	-48,250	2,6	581,49	-48,913	4,3	543,15	-51,672
1,0	607,05	-49,401	2,7	579,36	-48,900	4,4	541,02	-51,613
1,1	607,05	-50,373	2,8	577,23	-49,152	4,5	536,76	-49,149
1,2	604,92	-49,089	2,9	575,10	-48,969	4,6	534,63	-49,350
1,3	604,92	-50,344	3,0	572,97	-49,212	4,7	532,50	-49,436
1,4	602,79	-50,058	3,1	570,84	-49,414	4,8	530,37	-49,553
1,5	602,79	-50,917	3,2	568,71	-49,872	4,9	528,24	-49,656
1,6	600,66	-49,885	3,3	566,58	-49,758	5,0	526,11	-49,676
1,7	600,66	-52,108	3,4	564,45	-50,218			
1,8	598,53	-51,457	3,5	562,32	-50,492			

Tabela B79: Placa quadrada (*b/a* =1), com furo elíptico e fração volumétrica de 0,15.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,2	526,11	-48,090	2,0	609,18	-51,049	3,8	560,19	-50,494
0,4	596,40	-49,398	2,2	602,79	-48,834	4,0	553,80	-49,028
0,6	615,57	-49,715	2,4	598,53	-48,852	4,2	547,41	-48,298
0,8	619,83	-47,729	2,6	593,20	-47,991	4,4	541,02	-47,649
1,0	621,96	-47,648	2,8	587,88	-48,085	4,6	536,76	-48,548
1,2	619,83	-47,135	3,0	581,49	-47,431	4,8	530,37	-47,717
1,4	618,76	-47,954	3,2	577,23	-49,027	5,0	526,11	-48,090
1,6	615,57	-48,676	3,4	570,84	-48,261			
1,8	613,44	-51,300	3,6	564,45	-47,893			

Tabela B80: Placa quadrada (*b/a* =1), com furo hexagonal longitudinal e fração volumétrica de 0,15.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,3	526,11	-45,909	0,9	598,53	-47,483	1,5	579,36	-49,381
0,4	562,32	-47,309	1,0	596,40	-47,244	1,6	575,10	-49,059
0,5	581,49	-46,503	1,1	594,27	-49,441	1,7	570,84	-49,503
0,6	592,14	-47,456	1,2	592,14	-49,550	1,8	566,58	-49,010
0,7	598,53	-49,027	1,3	587,88	-49,524	1,9	562,32	-49,222
0,8	600,66	-49,203	1,4	583,62	-49,075			

Tabela B81: Placa quadrada (*b/a* =1), com furo hexagonal transversal e fração volumétrica de 0,15.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,6	572,97	-50,738	1,4	598,53	-48,968	2,2	572,97	-45,724
0,7	583,62	-50,683	1,5	596,40	-48,406	2,3	568,71	-45,693
0,8	590,01	-49,169	1,6	594,27	-48,994	2,4	566,58	-47,296
0,9	594,27	-48,557	1,7	592,14	-49,709	2,5	562,32	-47,322
1,0	596,40	-47,245	1,8	587,88	-46,615	2,6	558,06	-47,251
1,1	598,53	-47,631	1,9	585,75	-49,208	2,7	553,80	-47,647
1,2	600,66	-49,235	2,0	581,49	-46,501			
1,3	598,53	-47,380	2,1	577,23	-46,000			

Tabela B82: Placa quadrada (*b/a* =1), com furo oblongo longitudinal e fração volumétrica de 0,15.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,3	504,81	-48,305	0,6	568,71	-48,259	0,9	583,62	-46,334
0,4	536,76	-47,380	0,7	577,23	-48,993			
0,5	555,93	-46,377	0,8	581,49	-47,630			

Tabela B83: Placa quadrada (*b/a* =1), com furo oblongo transversal e fração volumétrica de 0,15.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
1,1	583,62	-46,208	2,1	553,80	-49,000	3,1	513,33	-48,188
1,2	583,62	-48,553	2,2	549,54	-47,838	3,2	509,07	-47,636
1,3	581,49	-48,789	2,3	545,28	-47,571	3,3	504,81	-47,253
1,4	577,23	-48,425	2,4	541,02	-47,409	3,4	502,68	-48,808
1,5	575,10	-48,515	2,5	536,76	-47,377	3,5	498,42	-47,853
1,6	572,97	-52,320	2,6	532,50	-47,215	3,6	494,16	-47,315
1,7	568,71	-49,040	2,7	528,24	-47,109	3,7	492,03	-48,001
1,8	564,45	-47,988	2,8	525,04	-47,975	3,8	489,90	-48,818
1,9	560,19	-47,164	2,9	519,72	-46,767	3,9	485,64	-47,502
2,0	555,93	-46,371	3,0	517,59	-50,075	4,0	483,51	-47,653

Tabela B84: Placa quadrada (*b/a* =1), com furo retangular e fração volumétrica de 0,15.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,3	498,42	-49,137	1,5	558,06	-51,548	2,9	511,20	-47,855
0,5	543,15	-52,401	1,7	551,67	-53,923	3,1	504,81	-48,069
0,7	560,19	-51,721	1,9	545,28	-50,042	3,3	498,42	-48,038
0,9	564,45	-50,290	2,1	538,89	-49,419	3,5	492,03	-47,769
1,0	564,45	-49,017	2,3	532,50	-49,099	3,7	487,77	-48,486
1,1	564,45	-49,826	2,5	526,11	-49,975	3,9	483,51	-48,673
1,3	560,19	-49,712	2,7	517,59	-47,666	4,1	479,25	-47,892

Tabela B85: Placa quadrada (*b/a* =1), com furo elíptico e fração volumétrica de 0,20.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,3	528,24	-48,350	1,5	594,27	-51,144	2,9	545,28	-48,243
0,5	579,36	-47,871	1,7	590,01	-50,733	3,1	536,76	-47,574
0,7	596,40	-48,646	1,9	581,49	-46,232	3,3	528,24	-46,877
0,9	600,66	-46,487	2,1	575,10	-46,522	3,5	521,85	-47,880
1,0	601,72	-46,938	2,3	568,71	-48,347	3,7	515,46	-48,789
1,1	600,66	-46,380	2,5	560,19	-47,001	3,9	509,07	-48,549
1,3	598,53	-47,615	2,7	551,67	-46,612			

Tabela B86: Placa quadrada (*b/a* =1), com furo hexagonal longitudinal e fração volumétrica de 0,20.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,4	511,20	-45,434	1,0	564,45	-46,844	1,6	532,50	-48,000
0,5	538,89	-45,530	1,1	560,19	-47,623	1,7	526,11	-47,932
0,6	553,80	-43,898	1,2	555,93	-47,206	1,8	519,72	-47,402
0,7	564,45	-48,187	1,3	551,67	-49,561	1,9	513,33	-47,019
0,8	568,71	-48,064	1,4	545,28	-49,720			
0,9	568,71	-48,181	1,5	538,89	-48,454			

Tabela B87: Placa quadrada (*b/a* =1), com furo hexagonal transversal e fração volumétrica de 0,20.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,6	528,24	-47,969	1,4	564,45	-46,369	2,2	526,11	-44,019
0,7	543,15	-52,156	1,5	560,19	-44,157	2,3	521,85	-45,056
0,8	553,80	-48,884	1,6	558,06	-45,887	2,4	516,52	-45,202
0,9	560,19	-47,390	1,7	553,80	-45,732	2,5	511,20	-45,435
1,0	566,58	-48,730	1,8	547,41	-43,846	2,6	504,81	-44,264
1,1	568,71	-48,376	1,9	543,15	-44,530	2,7	500,55	-44,753
1,2	568,71	-48,410	2,0	538,89	-45,509			
1,3	566,58	-45,930	2,1	532,50	-44,547			

Tabela B88: Placa quadrada (*b/a* =1), com furo oblongo longitudinal e fração volumétrica de 0,20.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,4	474,99	-45,391	0,6	519,72	-44,637	0,8	541,02	-46,586
0,5	502,68	-46,763	0,7	532,50	-45,331	0,9	545,28	-47,242

Tabela B89: Placa quadrada (*b/a* =1), com furo oblongo transversal e fração volumétrica de 0,20.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
1,1	545,28	-46,923	1,8	513,33	-45,861	2,5	474,99	-45,373
1,2	543,15	-47,965	1,9	508,00	-46,061	2,6	470,73	-45,891
1,3	538,89	-46,459	2,0	500,55	-44,365	2,7	466,47	-46,162
1,4	533,56	-44,915	2,1	496,29	-45,494	2,8	462,21	-46,000
1,5	528,24	-44,438	2,2	489,90	-44,663	2,9	457,95	-45,435
1,6	523,98	-45,400	2,3	485,64	-45,728			
1,7	517,59	-44,531	2,4	479,25	-44,773			

Tabela B90: Placa quadrada (*b/a* =1), com furo retangular e fração volumétrica de 0,20.

b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)	b_0/a_0	$\bar{N}_u$ (kN)	w (mm)
0,4	464,34	-45,690	1,4	511,20	-49,966	2,4	468,60	-46,477
0,5	485,64	-48,716	1,5	509,27	-51,449	2,5	464,34	-45,690
0,6	500,55	-53,469	1,6	504,81	-52,239	2,6	460,08	-45,024
0,7	511,20	-51,307	1,7	500,55	-53,800	2,7	457,95	-45,724
0,8	515,46	-48,767	1,8	494,16	-49,125	2,8	455,82	-46,584
0,9	517,59	-48,000	1,9	489,90	-48,694	2,9	451,56	-44,854
1,0	517,59	-46,593	2,0	485,64	-48,718	3,0	449,43	-44,714
1,1	517,59	-47,844	2,1	481,38	-48,081	3,1	449,43	-46,303
1,2	517,59	-49,877	2,2	477,12	-47,873			
1,3	515,46	-50,270	2,3	472,86	-47,234			

APÊNDICE C – Distribuição das tensões de von Mises para cada configuração da placa.

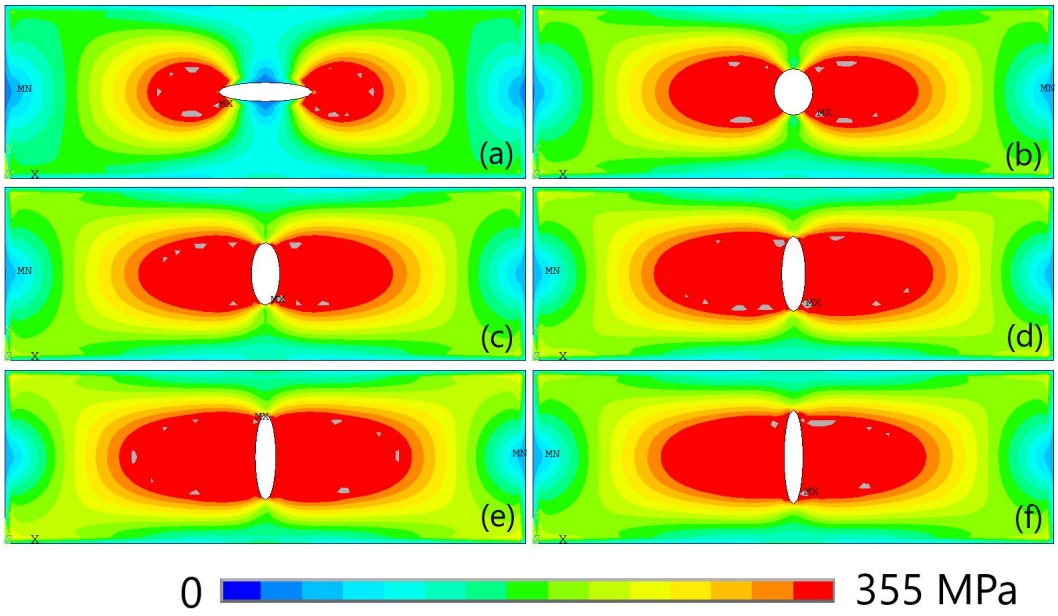


Figura C 1 - Placa retangular ($b/a = 1/3$), com furo elíptico e fração volumétrica de 0,025. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 1{,}2$; (c) $b_0/a_0 = 2{,}2$; (d) $b_0/a_0 = 3{,}2$; (e) $b_0/a_0 = 4{,}2$ e (f) $b_0/a_0 = 5{,}0$.

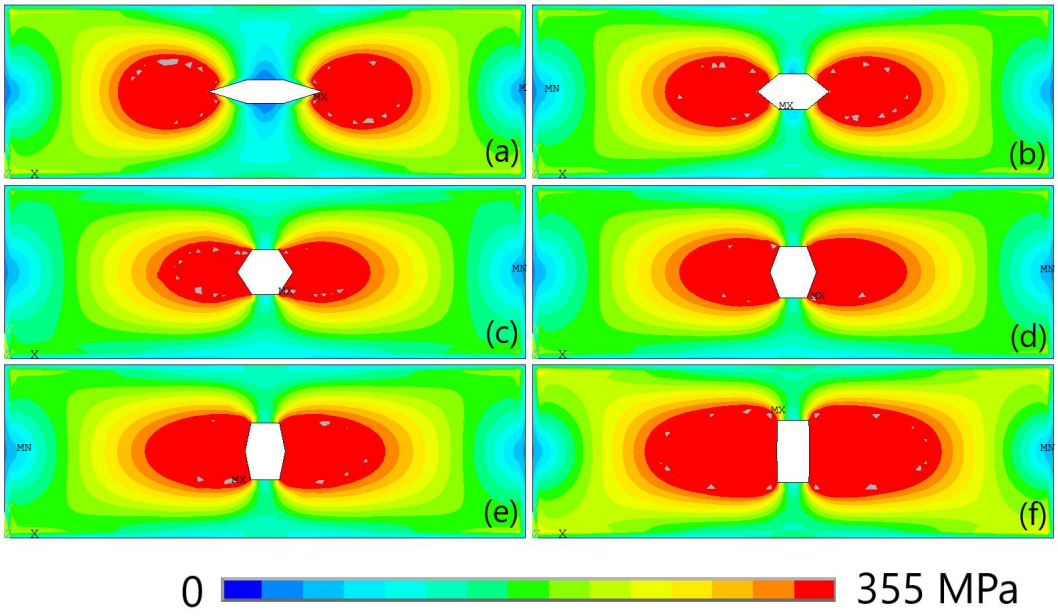


Figura C 2 - Placa retangular ($b/a = 1/3$), com furo hexagonal longitudinal e fração volumétrica de 0,025. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}5$; (c) $b_0/a_0 = 0{,}8$; (d) $b_0/a_0 = 1{,}1$; (e) $b_0/a_0 = 1{,}4$ e (f) $b_0/a_0 = 1{,}9$.

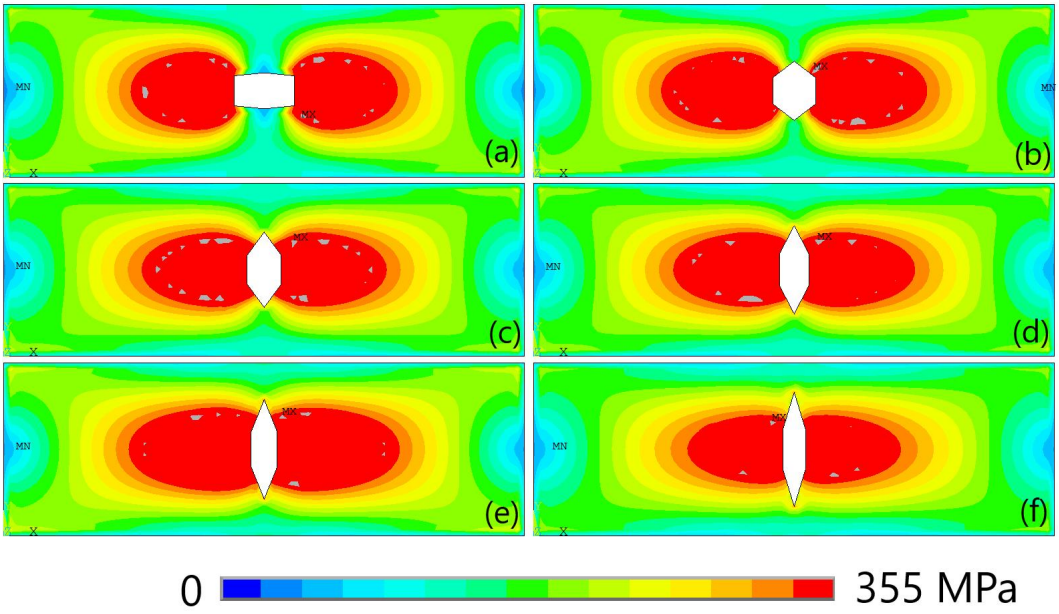


Figura C 3 - Placa retangular ($b/a = 1/3$), com furo hexagonal transversal e fração volumétrica de 0,025. (a) $b_0/a_0 = 0{,}6$; (b) $b_0/a_0 = 1{,}4$; (c) $b_0/a_0 = 2{,}2$; (d) $b_0/a_0 = 3{,}0$; (e) $b_0/a_0 = 3{,}8$ e (f) $b_0/a_0 = 5{,}0$.

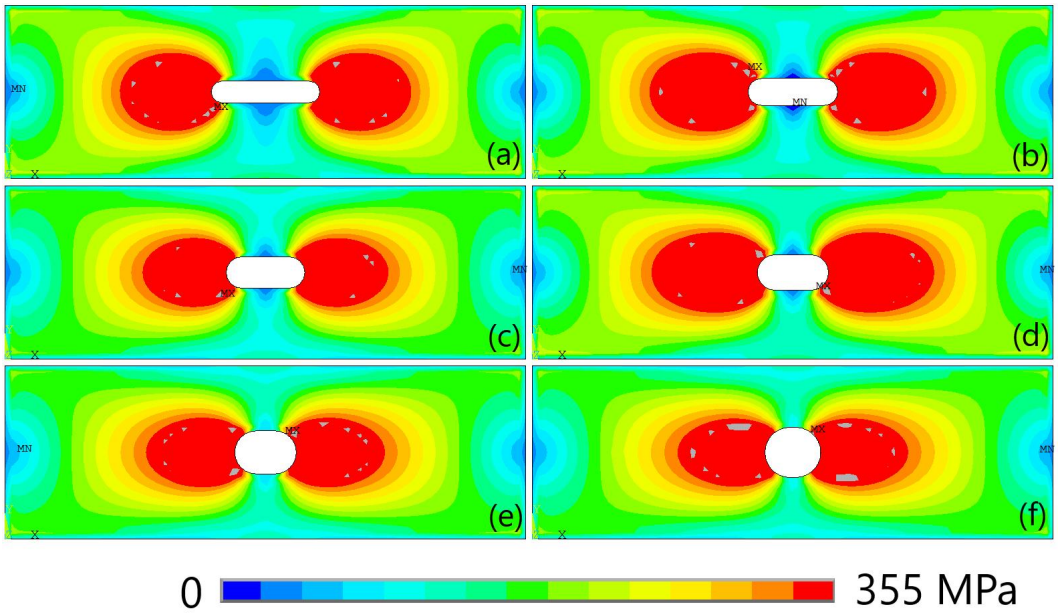


Figura C 4 - Placa retangular ($b/a = 1/3$), com furo oblongo longitudinal e fração volumétrica de 0,025. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}3$; (c) $b_0/a_0 = 0{,}4$; (d) $b_0/a_0 = 0{,}5$; (e) $b_0/a_0 = 0{,}7$ e (f) $b_0/a_0 = 0{,}9$.

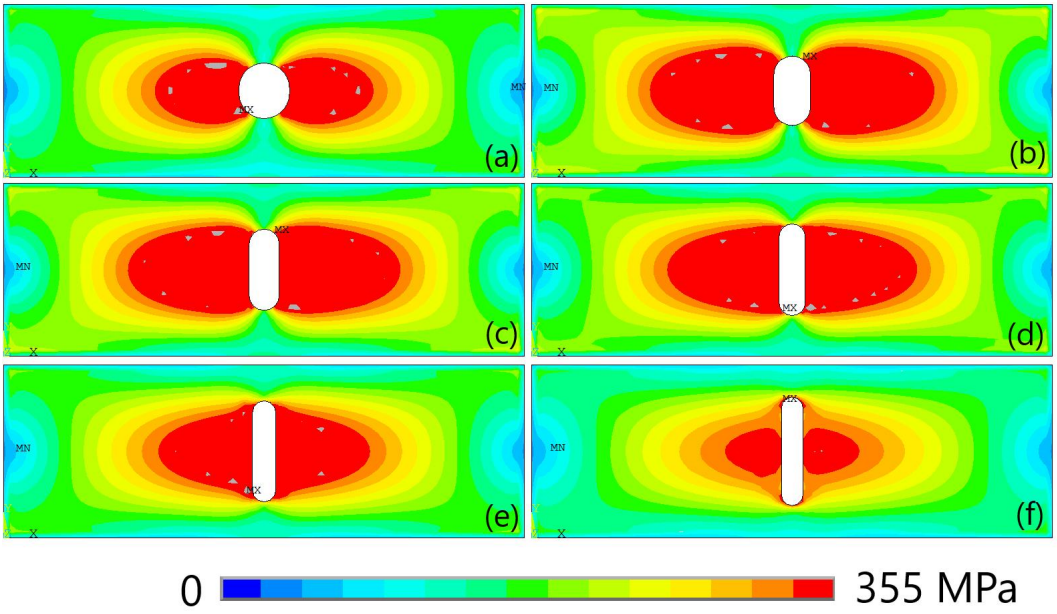


Figura C 5 - Placa retangular ($b/a = 1/3$), com furo oblongo transversal e fração volumétrica de 0,025. (a) $b_0/a_0 = 1{,}1$; (b) $b_0/a_0 = 1{,}9$; (c) $b_0/a_0 = 2{,}7$; (d) $b_0/a_0 = 3{,}5$; (e) $b_0/a_0 = 4{,}3$ e (f) $b_0/a_0 = 5{,}0$.

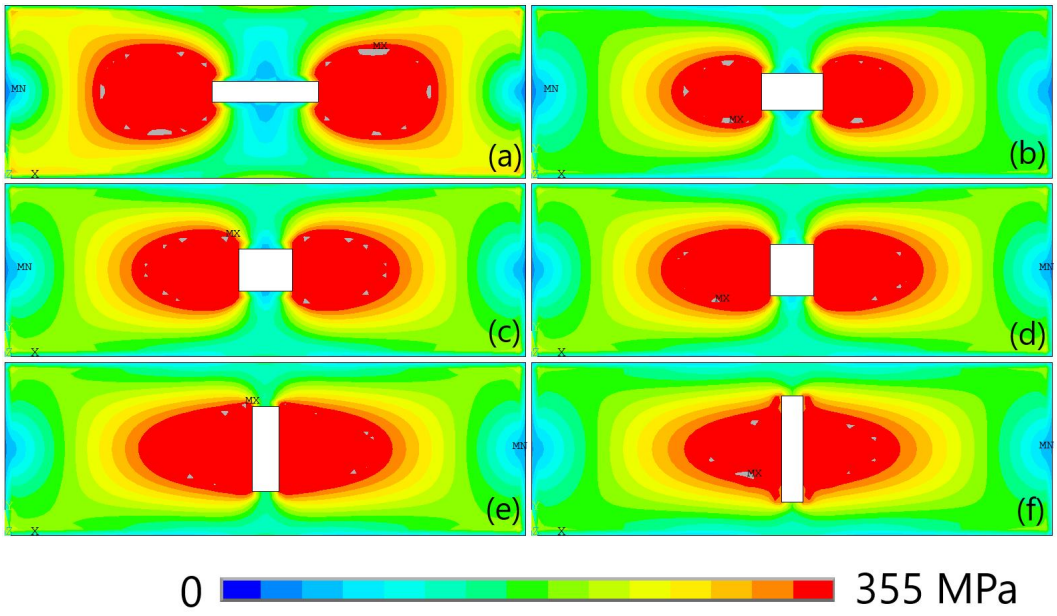


Figura C 6 - Placa retangular ($b/a = 1/3$), com furo retangular e fração volumétrica de 0,025. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}6$; (c) $b_0/a_0 = 0{,}8$; (d) $b_0/a_0 = 1{,}2$; (e) $b_0/a_0 = 3{,}2$ e (f) $b_0/a_0 = 5{,}0$.

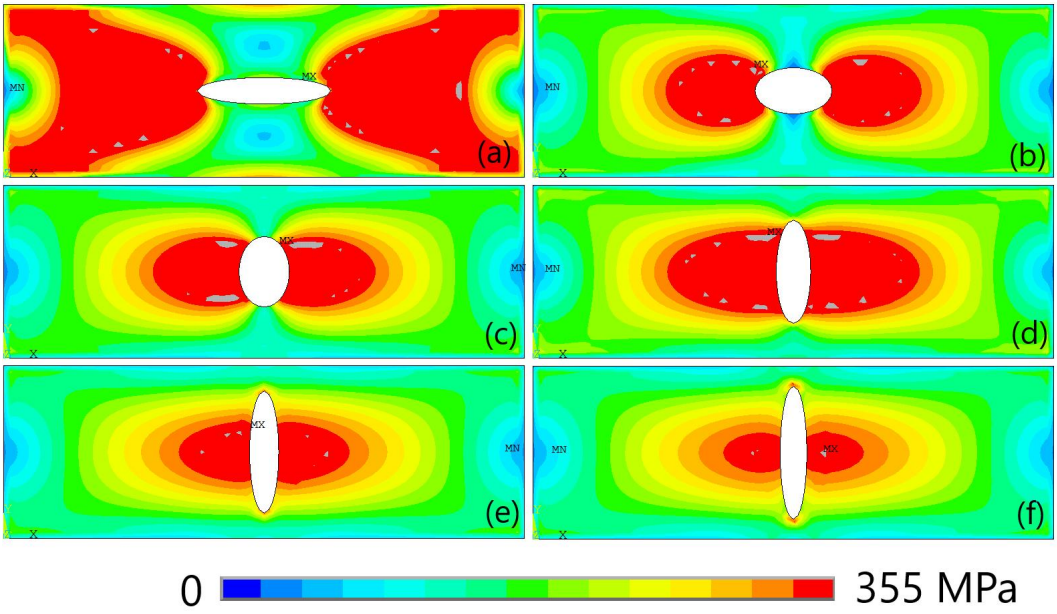


Figura C 7 - Placa retangular ($b/a = 1/3$), com furo elíptico e fração volumétrica de 0,05. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}6$; (c) $b_0/a_0 = 1{,}4$; (d) $b_0/a_0 = 3{,}0$; (e) $b_0/a_0 = 4{,}2$ e (f) $b_0/a_0 = 5{,}0$.

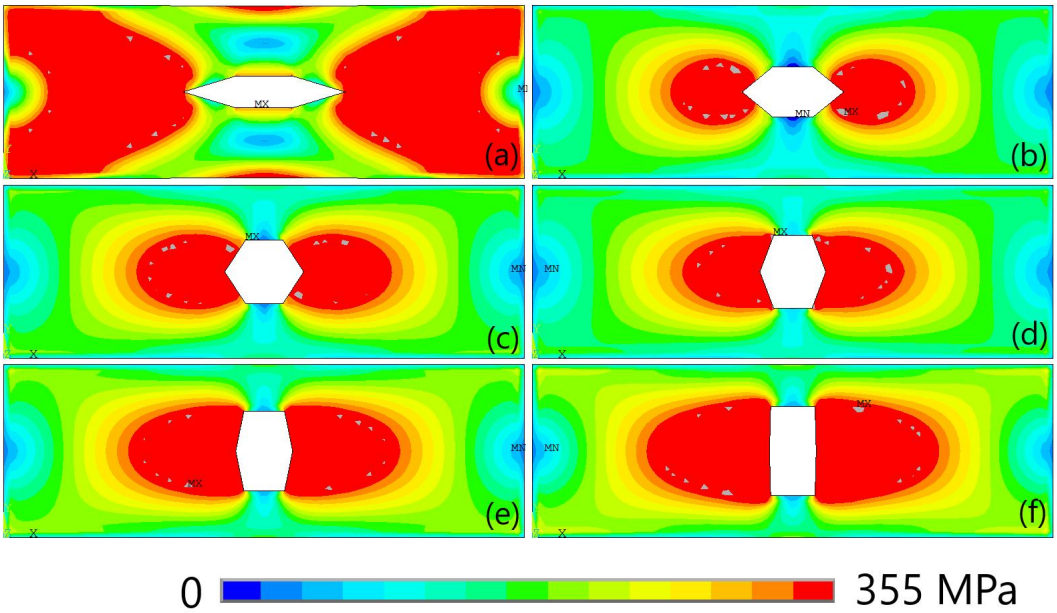


Figura C 8 - Placa retangular ($b/a = 1/3$), com furo hexagonal longitudinal e fração volumétrica de 0,05. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}5$; (c) $b_0/a_0 = 0{,}8$; (d) $b_0/a_0 = 1{,}1$; (e) $b_0/a_0 = 1{,}4$ e (f) $b_0/a_0 = 1{,}9$.

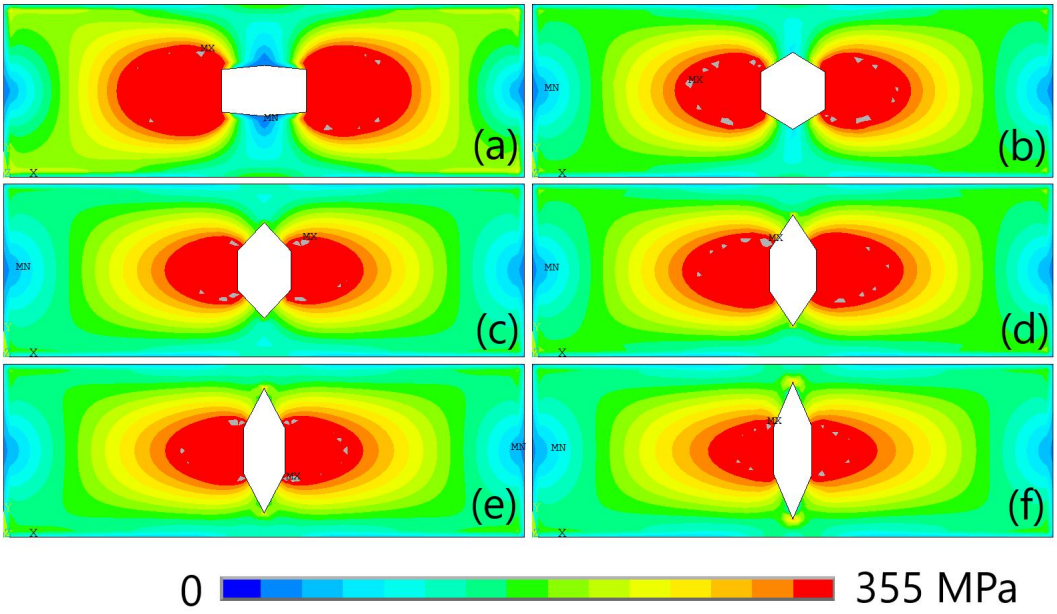


Figura C 9 - Placa retangular ($b/a = 1/3$), com furo hexagonal transversal e fração volumétrica de 0,05. (a) $b_0/a_0 = 0{,}6$; (b) $b_0/a_0 = 1{,}2$; (c) $b_0/a_0 = 1{,}8$; (d) $b_0/a_0 = 2{,}4$; (e) $b_0/a_0 = 3{,}0$ e (f) $b_0/a_0 = 3{,}6$.

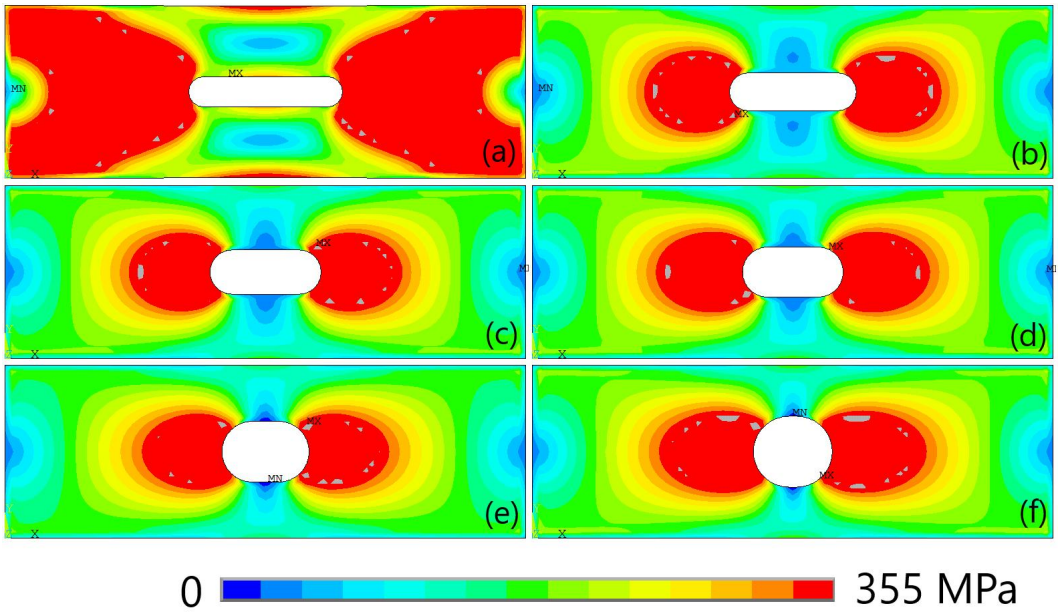


Figura C 10 - Placa retangular ($b/a = 1/3$), com furo oblongo longitudinal e fração volumétrica de 0,05. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}3$; (c) $b_0/a_0 = 0{,}4$; (d) $b_0/a_0 = 0{,}5$; (e) $b_0/a_0 = 0{,}7$ e (f) $b_0/a_0 = 0{,}9$.

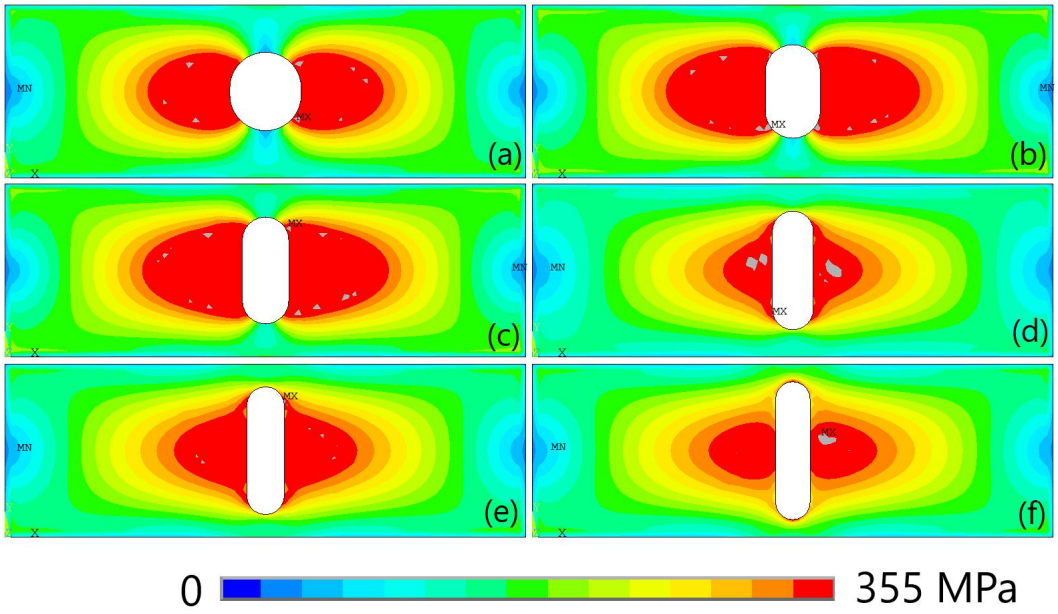


Figura C 11 - Placa retangular ($b/a = 1/3$), com furo oblongo transversal e fração volumétrica de 0,05. (a) $b_0/a_0 = 1{,}1$; (b) $b_0/a_0 = 1{,}7$; (c) $b_0/a_0 = 2{,}3$; (d) $b_0/a_0 = 2{,}9$; (e) $b_0/a_0 = 3{,}4$ e (f) $b_0/a_0 = 4{,}0$.

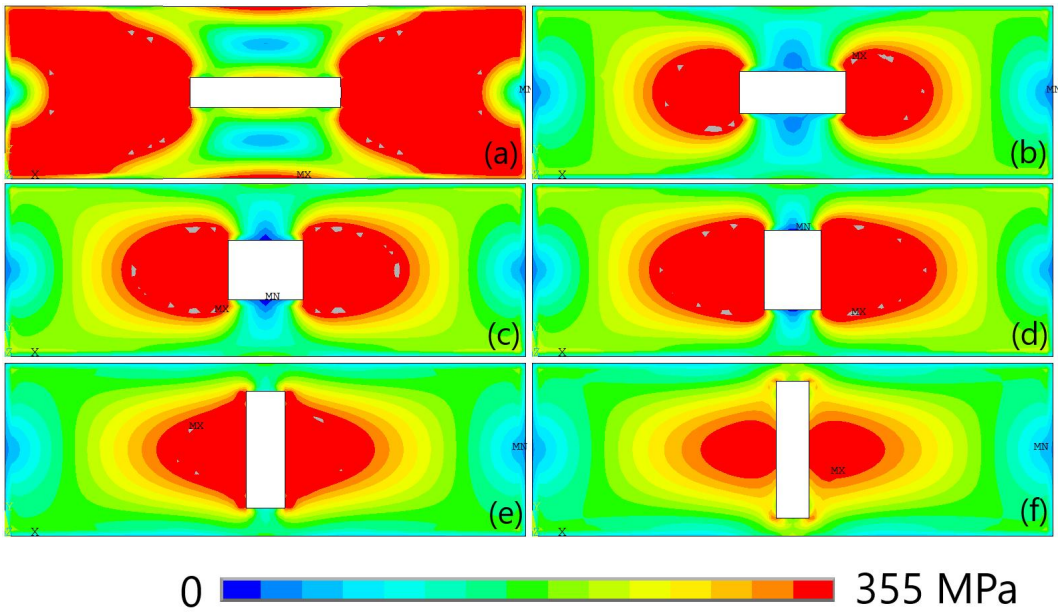


Figura C 12 - Placa retangular ($b/a = 1/3$), com furo retangular e fração volumétrica de 0,05. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}4$; (c) $b_0/a_0 = 0{,}8$; (d) $b_0/a_0 = 1{,}4$; (e) $b_0/a_0 = 3{,}0$ e (f) $b_0/a_0 = 4{,}2$.

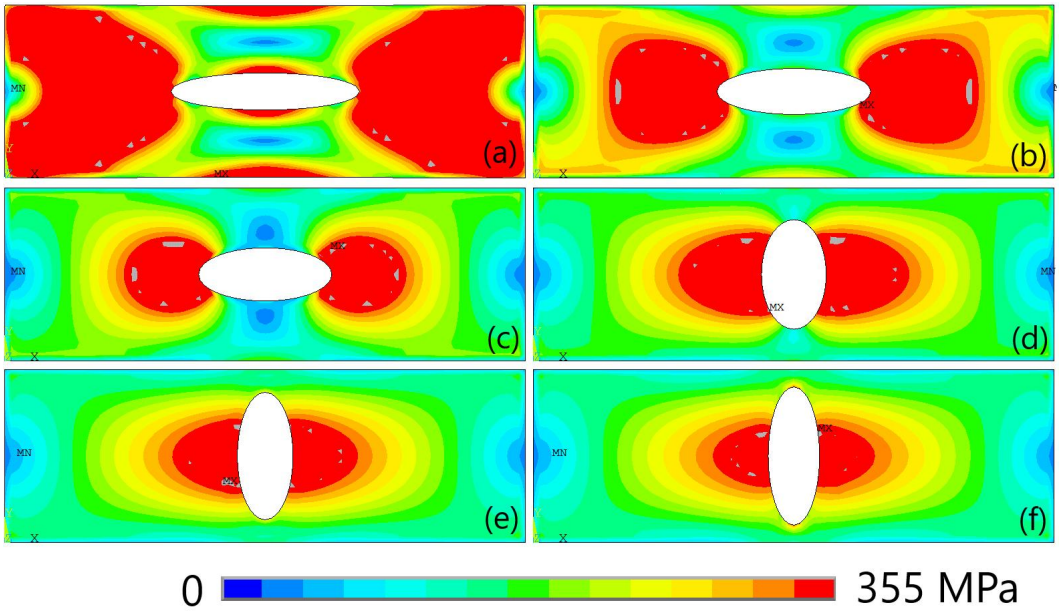


Figura C 13 - Placa retangular ($b/a = 1/3$), com furo elíptico e fração volumétrica de 0,10. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}3$; (c) $b_0/a_0 = 0{,}4$; (d) $b_0/a_0 = 1{,}7$; (e) $b_0/a_0 = 2{,}3$ e (f) $b_0/a_0 = 2{,}7$.

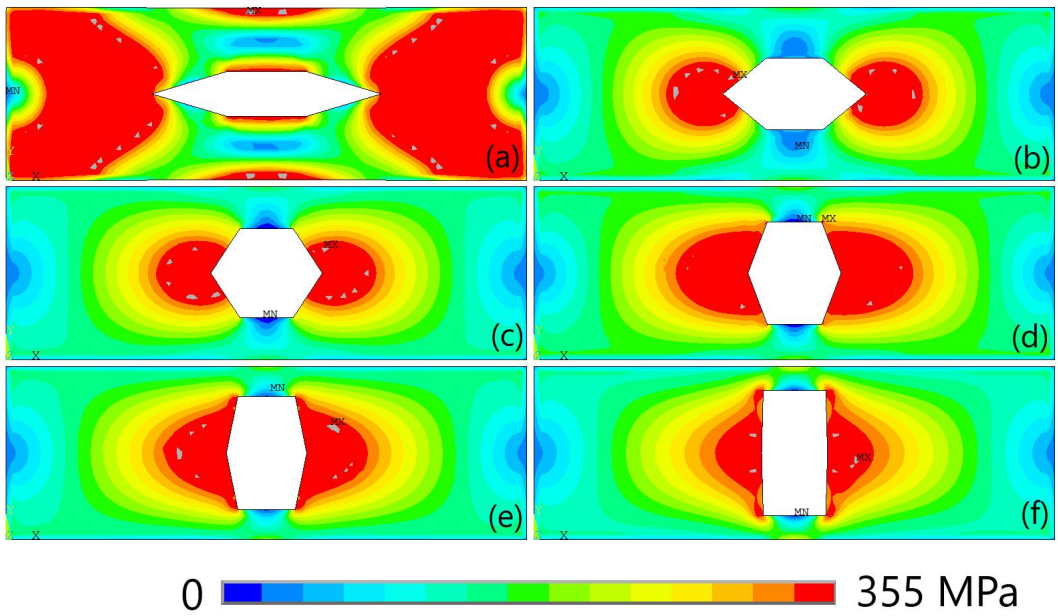


Figura C 14 - Placa retangular ($b/a = 1/3$), com furo hexagonal longitudinal e fração volumétrica de 0,10. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}5$; (c) $b_0/a_0 = 0{,}8$; (d) $b_0/a_0 = 1{,}1$; (e) $b_0/a_0 = 1{,}4$ e (f) $b_0/a_0 = 1{,}9$.

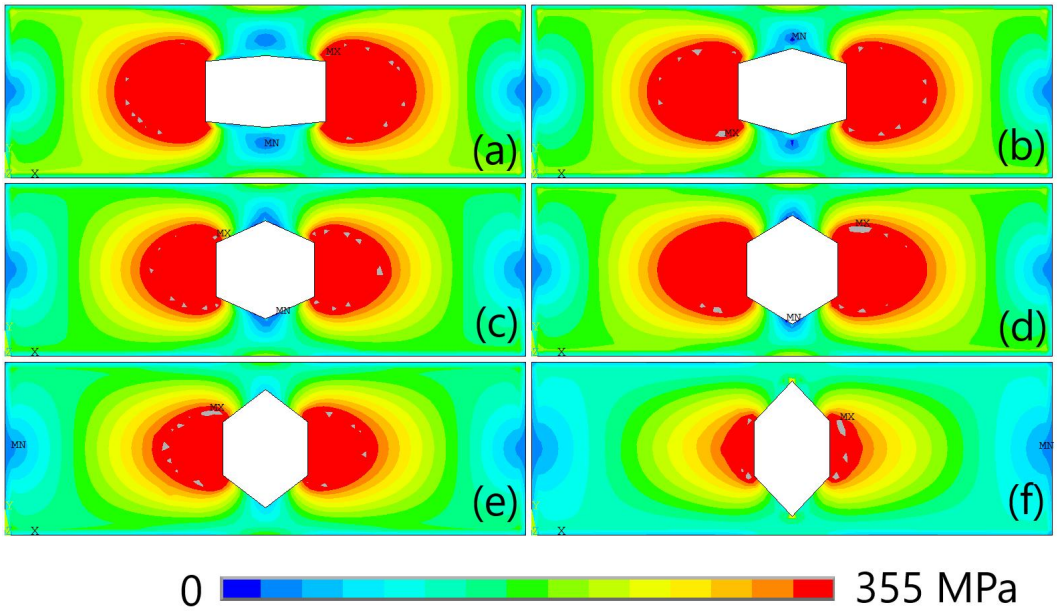


Figura C 15 - Placa retangular ($b/a = 1/3$), com furo hexagonal transversal e fração volumétrica de 0,10. (a) $b_0/a_0 = 0{,}6$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}8$; (c) $b_0/a_0 = 1{,}0$; (d) $b_0/a_0 = 1{,}2$; (e) $b_0/a_0 = 1{,}4$ e (f) $b_0/a_0 = 1{,}8$.

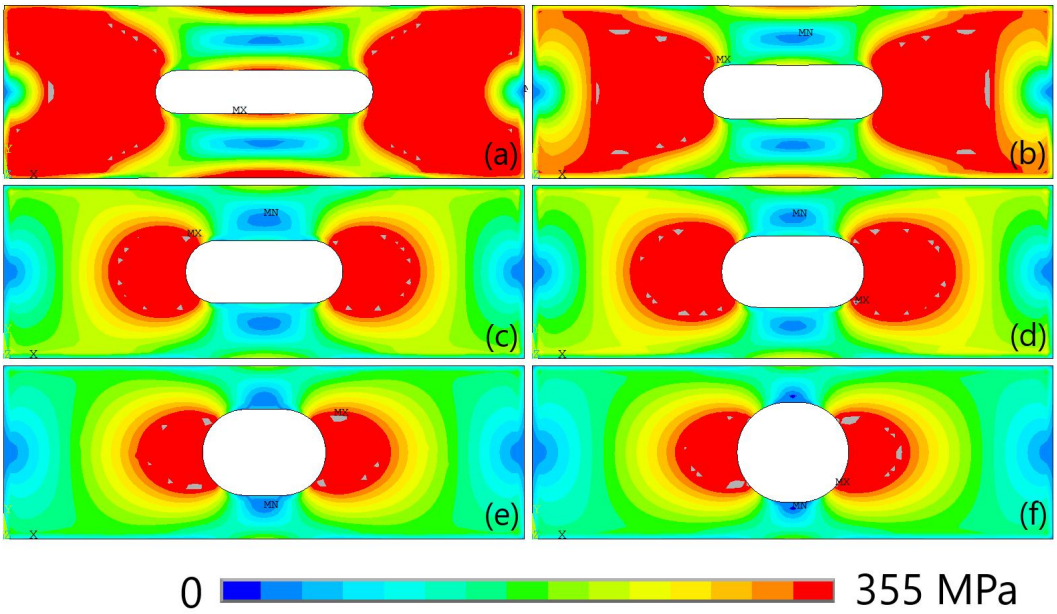


Figura C 16 - Placa retangular ($b/a = 1/3$), com furo oblongo longitudinal e fração volumétrica de 0,10. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}3$; (c) $b_0/a_0 = 0{,}4$; (d) $b_0/a_0 = 0{,}5$; (e) $b_0/a_0 = 0{,}7$ e (f) $b_0/a_0 = 0{,}9$.

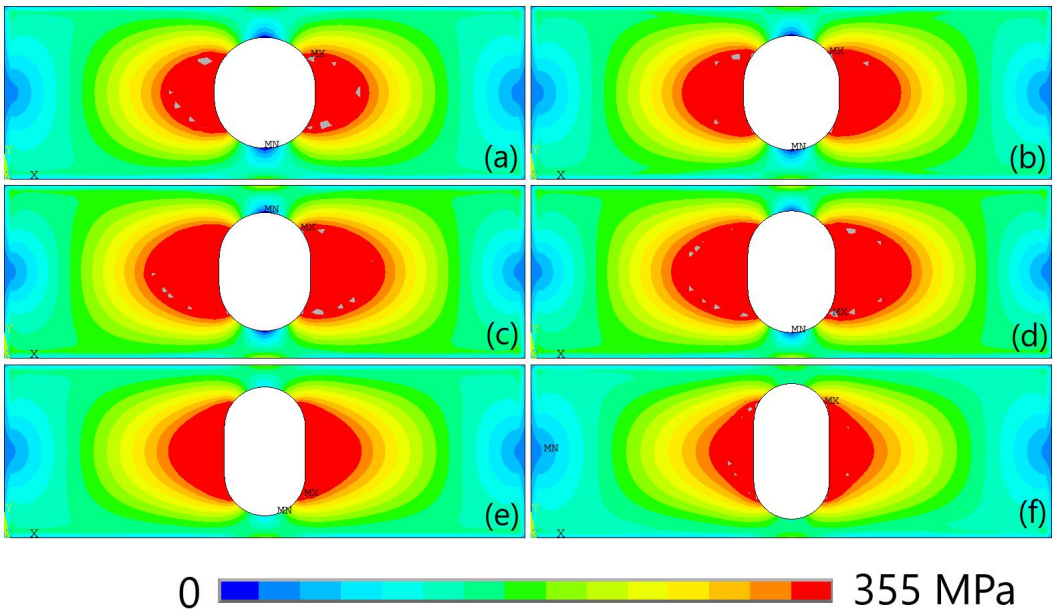


Figura C 17 - Placa retangular ($b/a = 1/3$), com furo oblongo transversal e fração volumétrica de 0,10. (a) $b_0/a_0 = 1{,}1$; (b) $b_0/a_0 = 1{,}2$; (c) $b_0/a_0 = 1{,}3$; (d) $b_0/a_0 = 1{,}4$; (e) $b_0/a_0 = 1{,}6$ e (f) $b_0/a_0 = 1{,}8$.

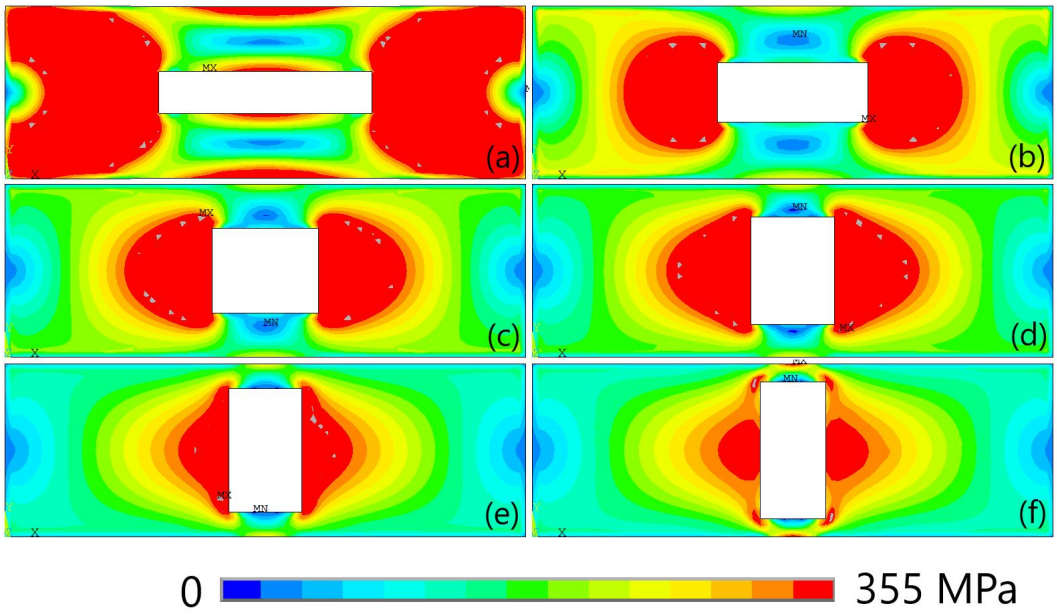


Figura C 18 - Placa retangular ($b/a = 1/3$), com furo retangular e fração volumétrica de 0,10. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}4$; (c) $b_0/a_0 = 0{,}8$; (d) $b_0/a_0 = 1{,}3$; (e) $b_0/a_0 = 1{,}7$ e (f) $b_0/a_0 = 2{,}1$.

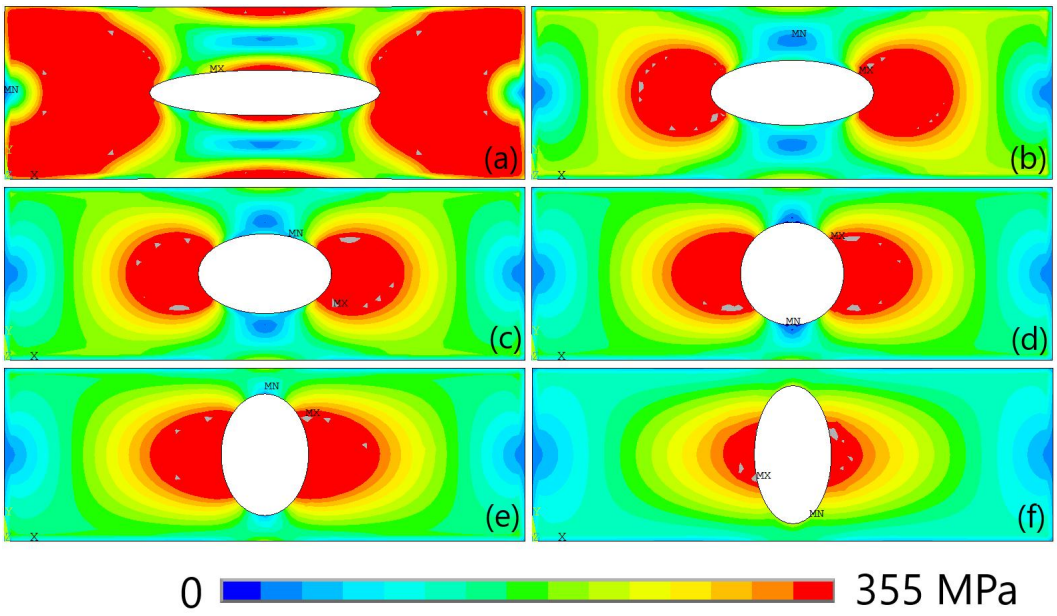


Figura C 19 - Placa retangular ($b/a = 1/3$), com furo elíptico e fração volumétrica de 0,15. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}4$; (c) $b_0/a_0 = 0{,}6$; (d) $b_0/a_0 = 1{,}0$; (e) $b_0/a_0 = 1{,}4$ e (f) $b_0/a_0 = 1{,}8$.

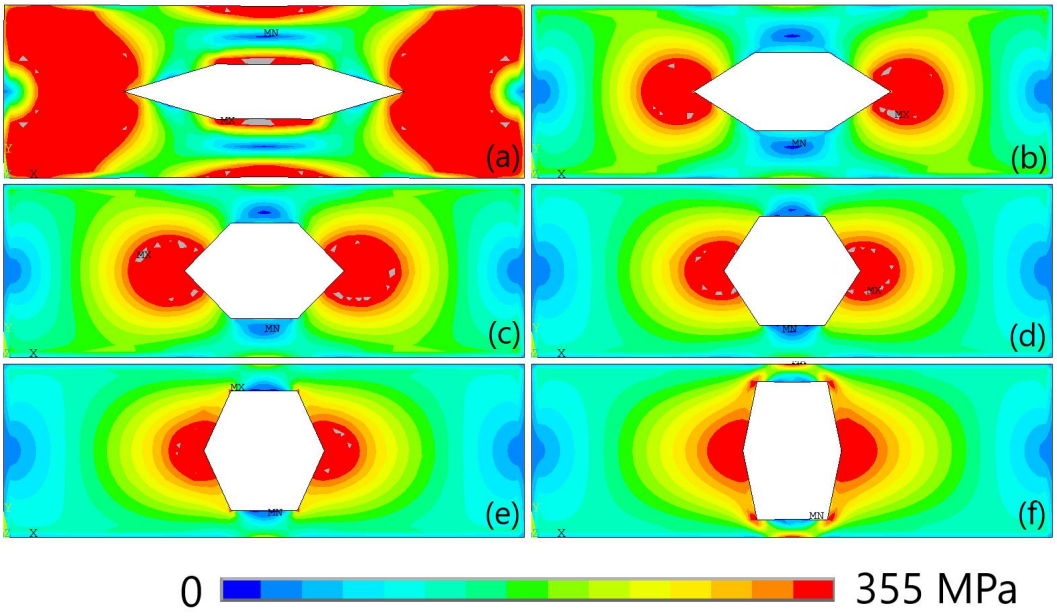


Figura C 20 - Placa retangular ($b/a = 1/3$), com furo hexagonal longitudinal e fração volumétrica de 0,15. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}4$; (c) $b_0/a_0 = 0{,}6$; (d) $b_0/a_0 = 0{,}8$; (e) $b_0/a_0 = 1{,}0$ e (f) $b_0/a_0 = 1{,}4$.

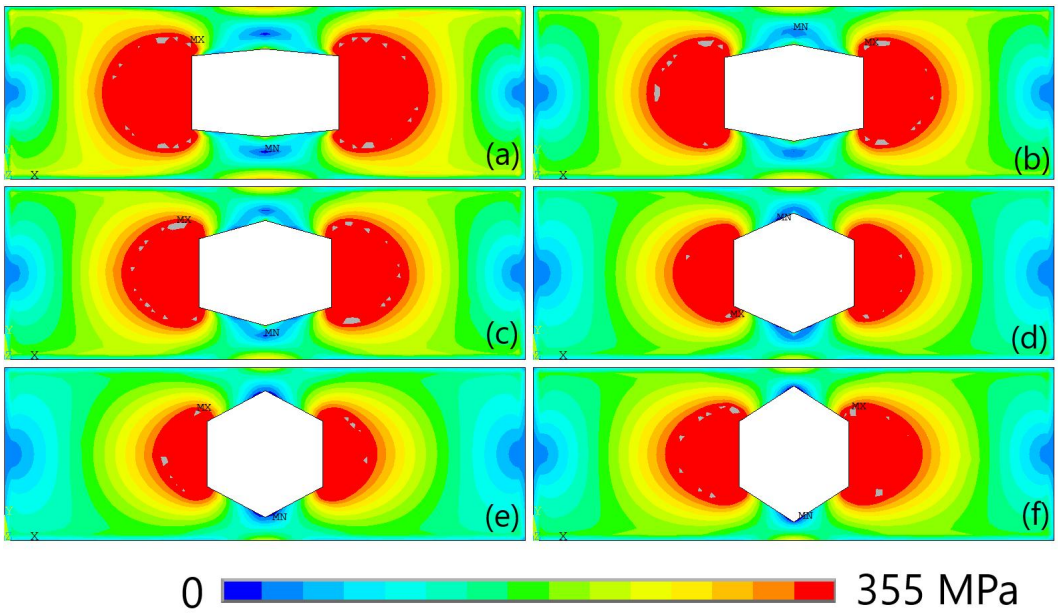


Figura C 21 - Placa retangular ($b/a = 1/3$), com furo hexagonal transversal e fração volumétrica de 0,15. (a) $b_0/a_0 = 0{,}6$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}7$; (c) $b_0/a_0 = 0{,}8$; (d) $b_0/a_0 = 1{,}0$; (e) $b_0/a_0 = 1{,}1$ e (f) $b_0/a_0 = 1{,}25$.

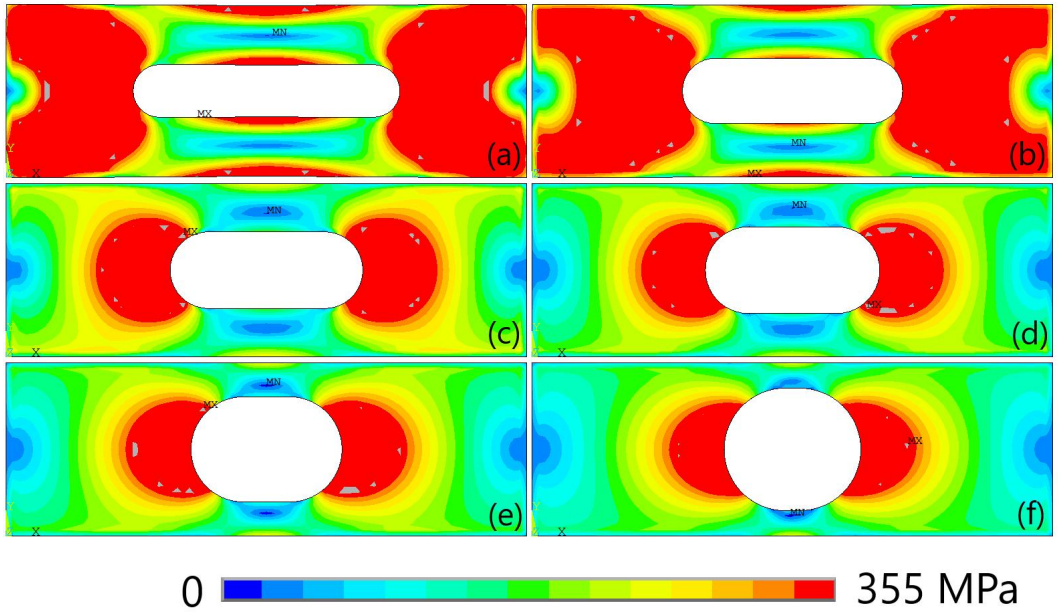


Figura C 22 - Placa retangular ($b/a = 1/3$), com furo oblongo longitudinal e fração volumétrica de 0,15. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}3$; (c) $b_0/a_0 = 0{,}4$; (d) $b_0/a_0 = 0{,}5$; (e) $b_0/a_0 = 0{,}7$ e (f) $b_0/a_0 = 0{,}9$.

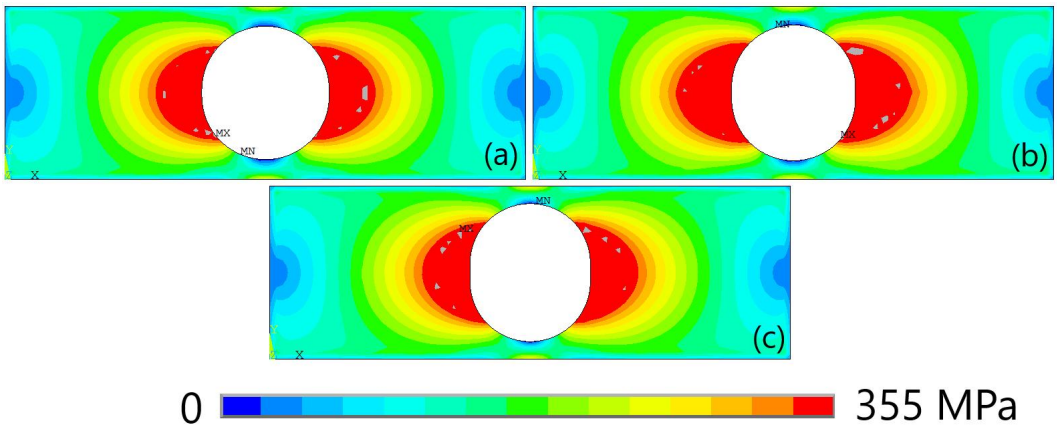


Figura C 23 - Placa retangular ($b/a = 1/3$), com furo oblongo transversal e fração volumétrica de 0,15. (a) $b_0/a_0 = 1{,}05$; (b) $b_0/a_0 = 1{,}1$ e (c) $b_0/a_0 = 1{,}15$.

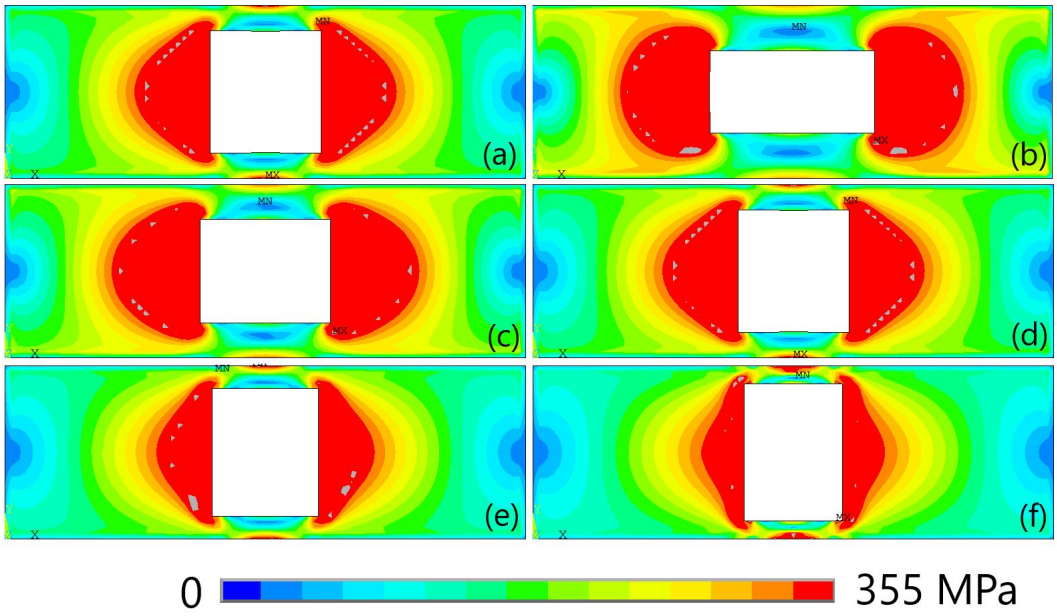


Figura C 24 - Placa retangular ($b/a = 1/3$), com furo retangular e fração volumétrica de 0,15. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}5$; (c) $b_0/a_0 = 0{,}8$; (d) $b_0/a_0 = 1{,}1$; (e) $b_0/a_0 = 1{,}2$ e (f) $b_0/a_0 = 1{,}4$.

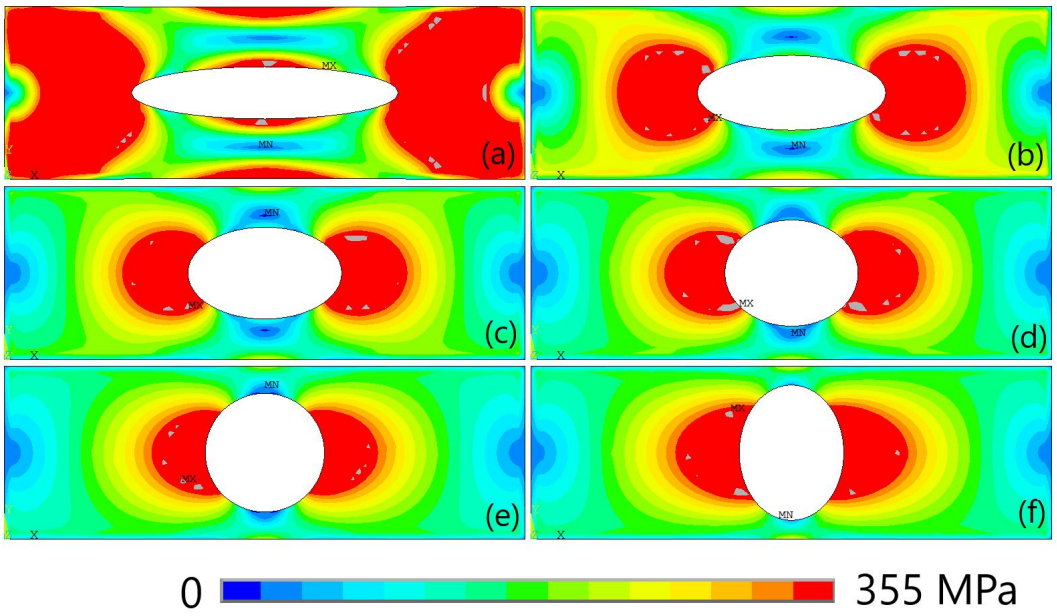


Figura C 25 - Placa retangular ($b/a = 1/3$), com furo elíptico e fração volumétrica de 0,20. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}4$; (c) $b_0/a_0 = 0{,}6$; (d) $b_0/a_0 = 0{,}8$; (e) $b_0/a_0 = 1{,}0$ e (f) $b_0/a_0 = 1{,}3$.

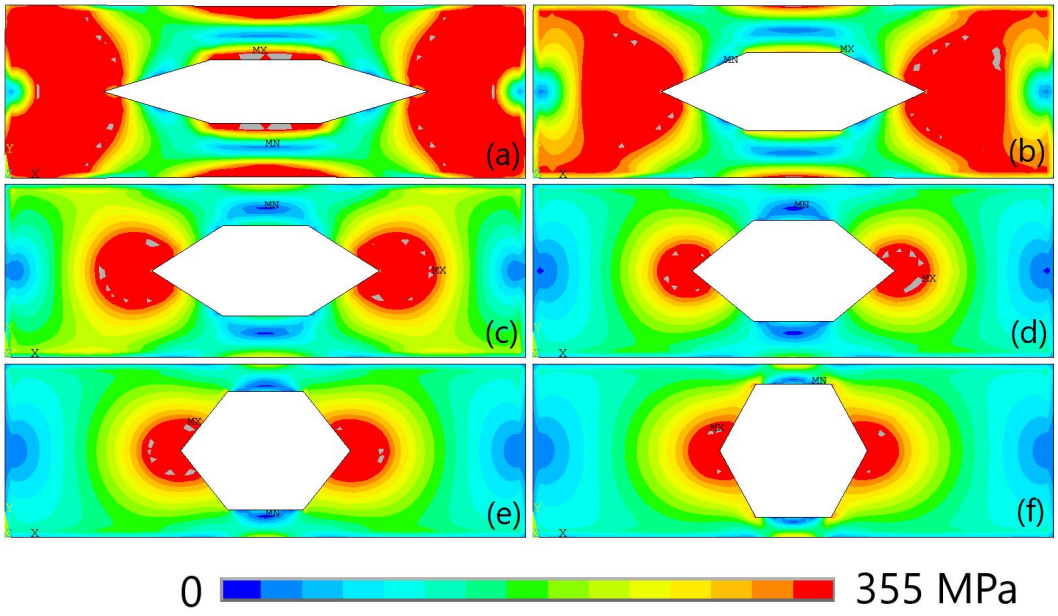


Figura C 26 - Placa retangular ($b/a = 1/3$), com furo hexagonal longitudinal e fração volumétrica de 0,20. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}3$; (c) $b_0/a_0 = 0{,}4$; (d) $b_0/a_0 = 0{,}5$; (e) $b_0/a_0 = 0{,}7$ e (f) $b_0/a_0 = 0{,}9$.

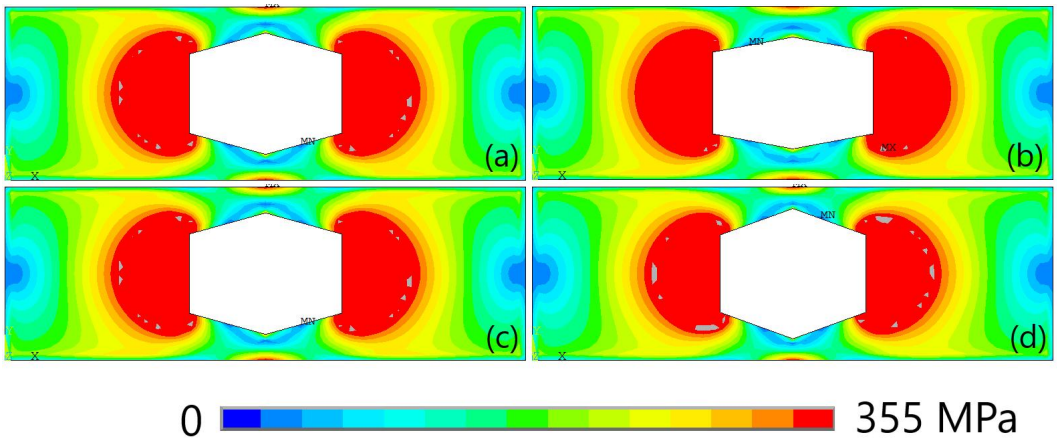


Figura C 27 - Placa retangular ($b/a = 1/3$), com furo hexagonal transversal e fração volumétrica de 0,20. (a) $b_0/a_0 = 0{,}6$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}7$; (c) $b_0/a_0 = 0{,}8$ e (d) $b_0/a_0 = 0{,}9$.

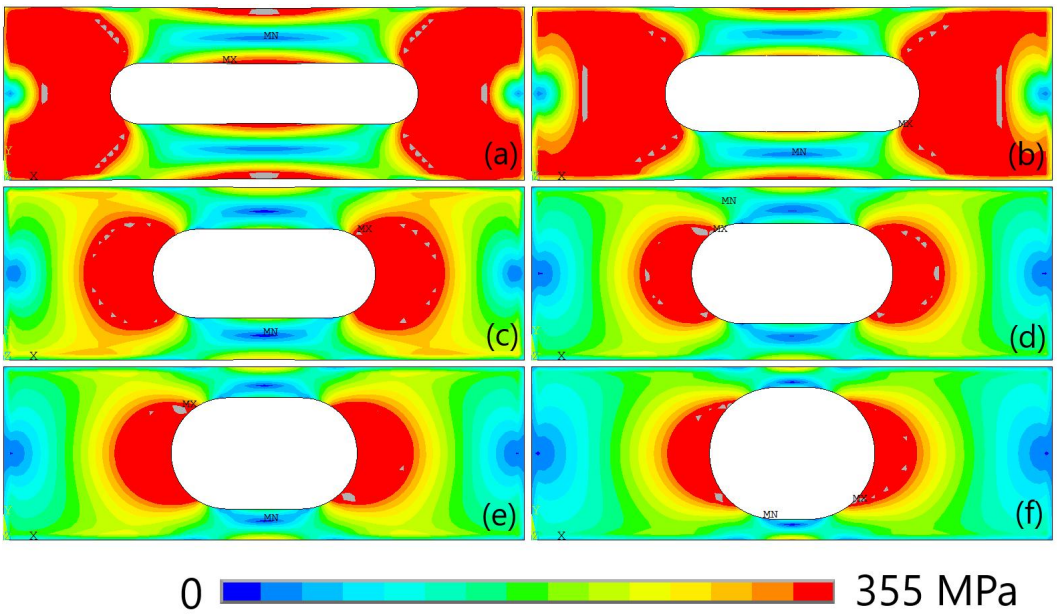


Figura C 28 - Placa retangular ($b/a = 1/3$), com furo oblongo longitudinal e fração volumétrica de 0,20. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}3$; (c) $b_0/a_0 = 0{,}4$; (d) $b_0/a_0 = 0{,}5$; (e) $b_0/a_0 = 0{,}6$ e (f) $b_0/a_0 = 0{,}8$.

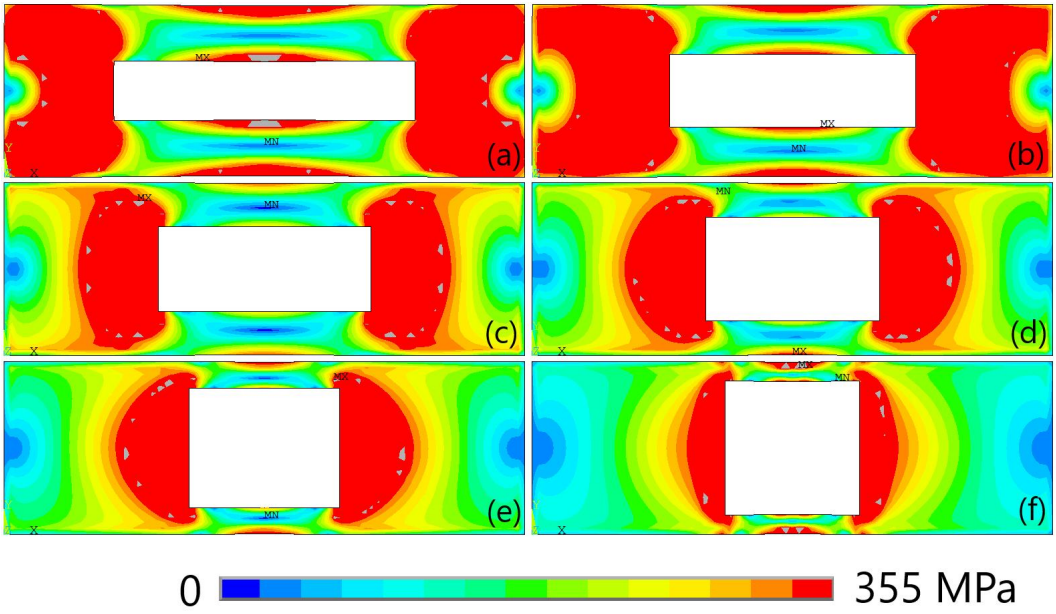


Figura C 29 - Placa retangular ($b/a = 1/3$), com furo retangular e fração volumétrica de 0,20. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}3$; (c) $b_0/a_0 = 0{,}4$; (d) $b_0/a_0 = 0{,}6$; (e) $b_0/a_0 = 0{,}8$ e (f) $b_0/a_0 = 1{,}0$.

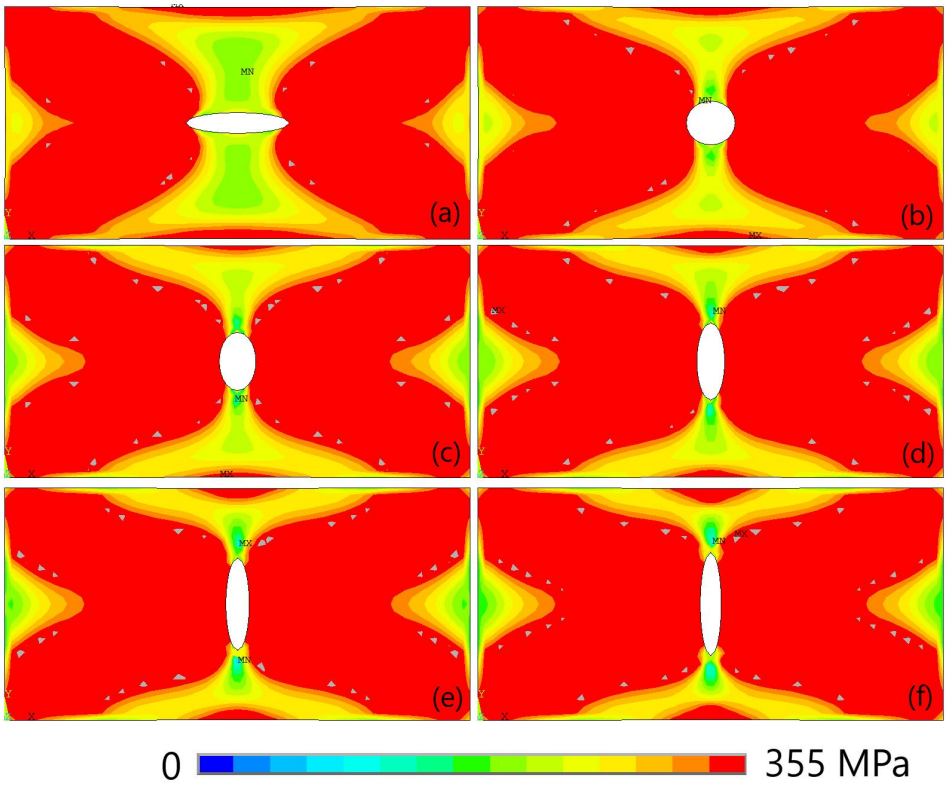


Figura C 30 - Placa retangular ($b/a = 1/2$), com furo elíptico e fração volumétrica de 0,025. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}9$; (c) $b_0/a_0 = 1{,}6$; (d) $b_0/a_0 = 2{,}8$; (e) $b_0/a_0 = 4{,}0$ e (f) $b_0/a_0 = 5{,}0$.

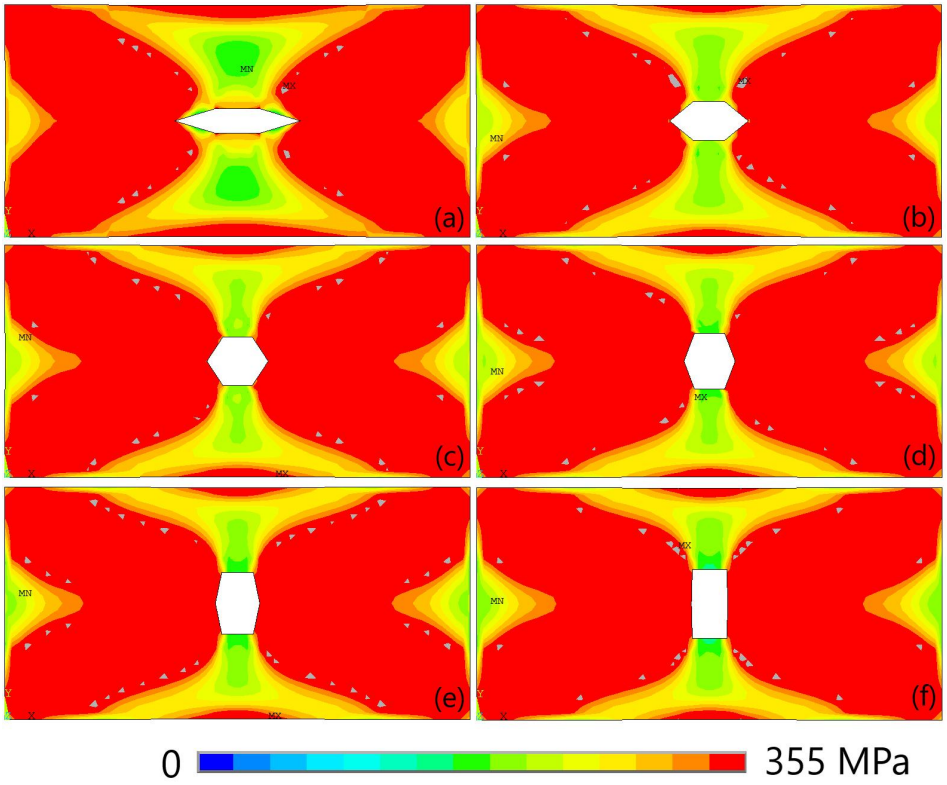


Figura C 31 - Placa retangular ($b/a = 1/2$), com furo hexagonal longitudinal e fração volumétrica de 0,025. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}5$; (c) $b_0/a_0 = 0{,}8$; (d) $b_0/a_0 = 1{,}1$; (e) $b_0/a_0 = 1{,}4$ e (f) $b_0/a_0 = 1{,}9$.

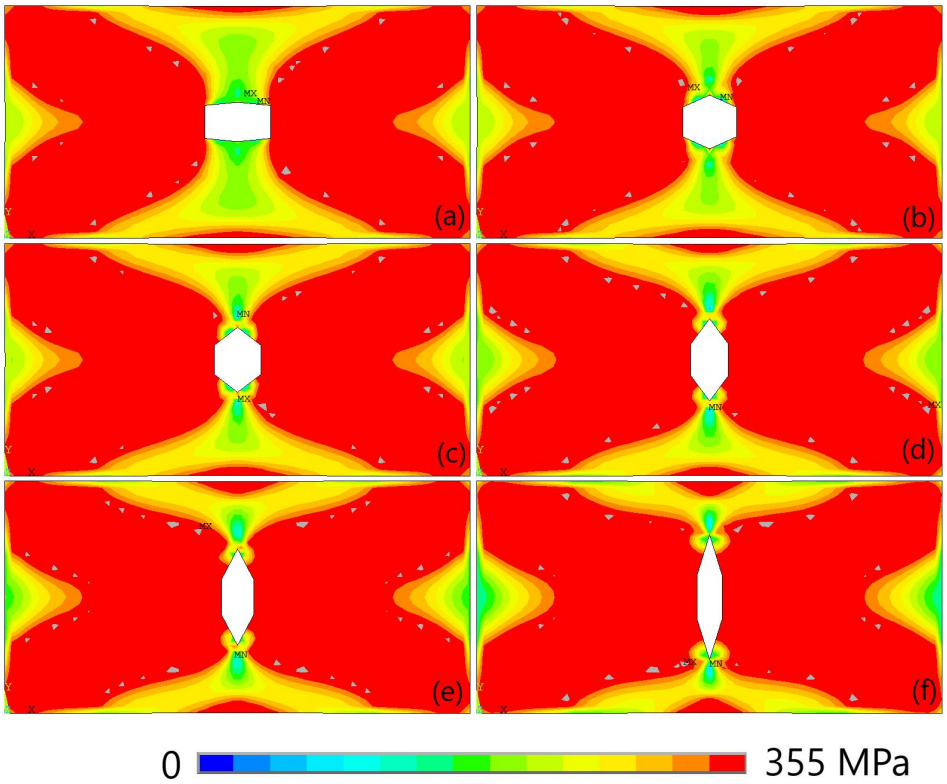


Figura C 32 - Placa retangular ($b/a = 1/2$), com furo hexagonal transversal e fração volumétrica de 0,025. (a) $b_0/a_0 = 0{,}6$; (b) $b_0/a_0 = 1{,}0$; (c) $b_0/a_0 = 1{,}4$; (d) $b_0/a_0 = 2{,}2$; (e) $b_0/a_0 = 3{,}0$ e (f) $b_0/a_0 = 5{,}0$.

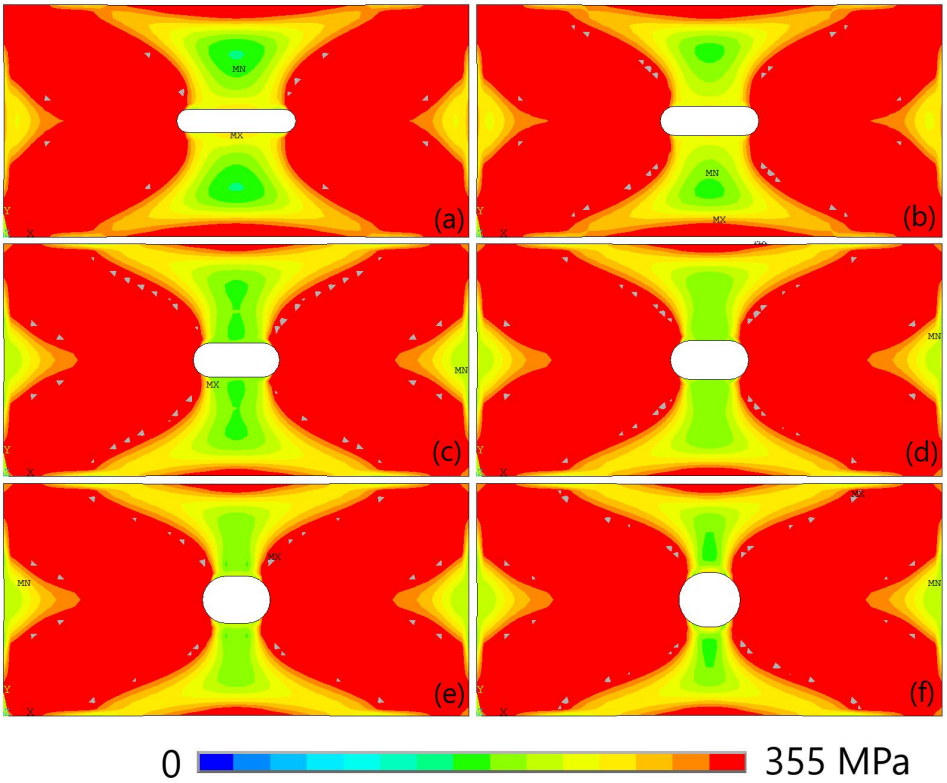


Figura C 33 - Placa retangular ($b/a = 1/2$), com furo oblongo longitudinal e fração volumétrica de 0,025. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}3$; (c) $b_0/a_0 = 0{,}4$; (d) $b_0/a_0 = 0{,}5$; (e) $b_0/a_0 = 0{,}7$ e (f) $b_0/a_0 = 0{,}9$.

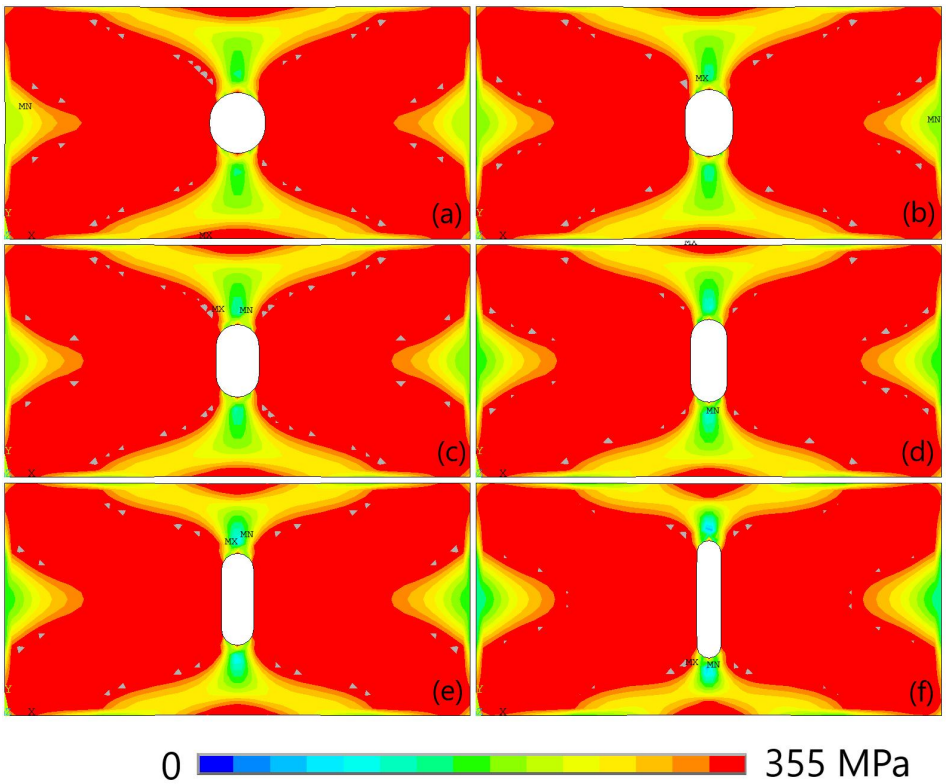


Figura C 34 - Placa retangular ($b/a = 1/2$), com furo oblongo transversal e fração volumétrica de 0,025. (a) $b_0/a_0 = 1{,}1$; (b) $b_0/a_0 = 1{,}4$; (c) $b_0/a_0 = 1{,}7$; (d) $b_0/a_0 = 2{,}3$; (e) $b_0/a_0 = 2{,}9$ e (f) $b_0/a_0 = 4{,}9$.

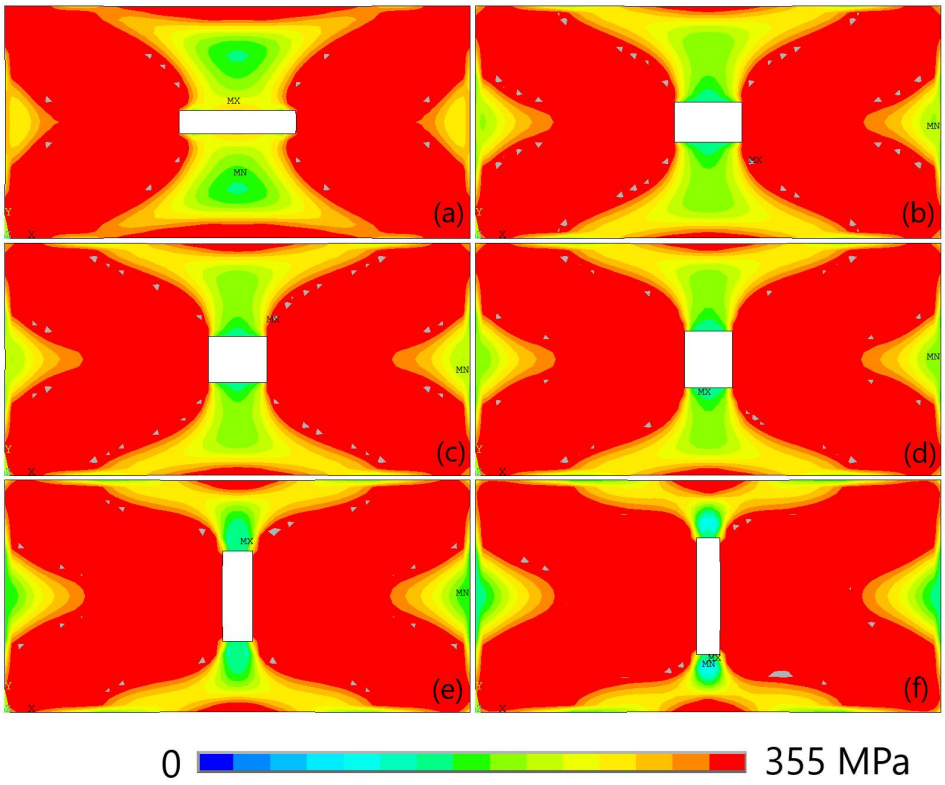


Figura C 35 - Placa retangular ($b/a = 1/2$), com furo retangular e fração volumétrica de 0,025. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}6$; (c) $b_0/a_0 = 0{,}8$; (d) $b_0/a_0 = 1{,}2$; (e) $b_0/a_0 = 3{,}0$ e (f) $b_0/a_0 = 5{,}0$.

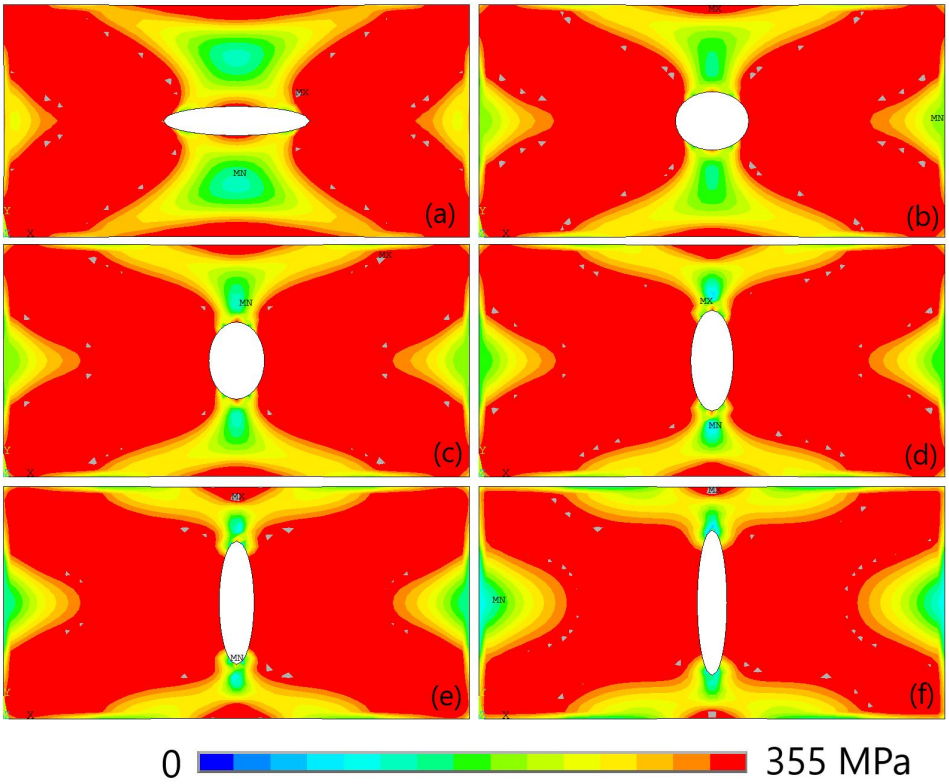


Figura C 36 - Placa retangular ($b/a = 1/2$), com furo elíptico e fração volumétrica de 0,05. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}8$; (c) $b_0/a_0 = 1{,}4$; (d) $b_0/a_0 = 2{,}4$; (e) $b_0/a_0 = 3{,}6$ e (f) $b_0/a_0 = 5{,}0$.

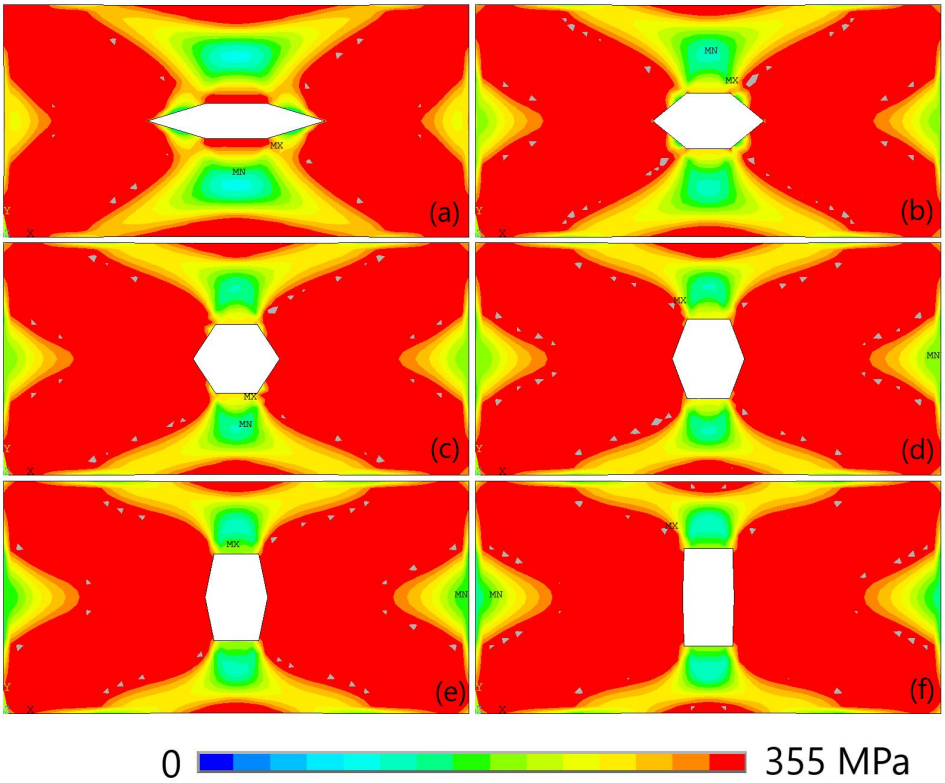


Figura C 37 - Placa retangular ($b/a = 1/2$), com furo hexagonal longitudinal e fração volumétrica de 0,05. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}5$; (c) $b_0/a_0 = 0{,}8$; (d) $b_0/a_0 = 1{,}1$; (e) $b_0/a_0 = 1{,}4$ e (f) $b_0/a_0 = 1{,}9$.

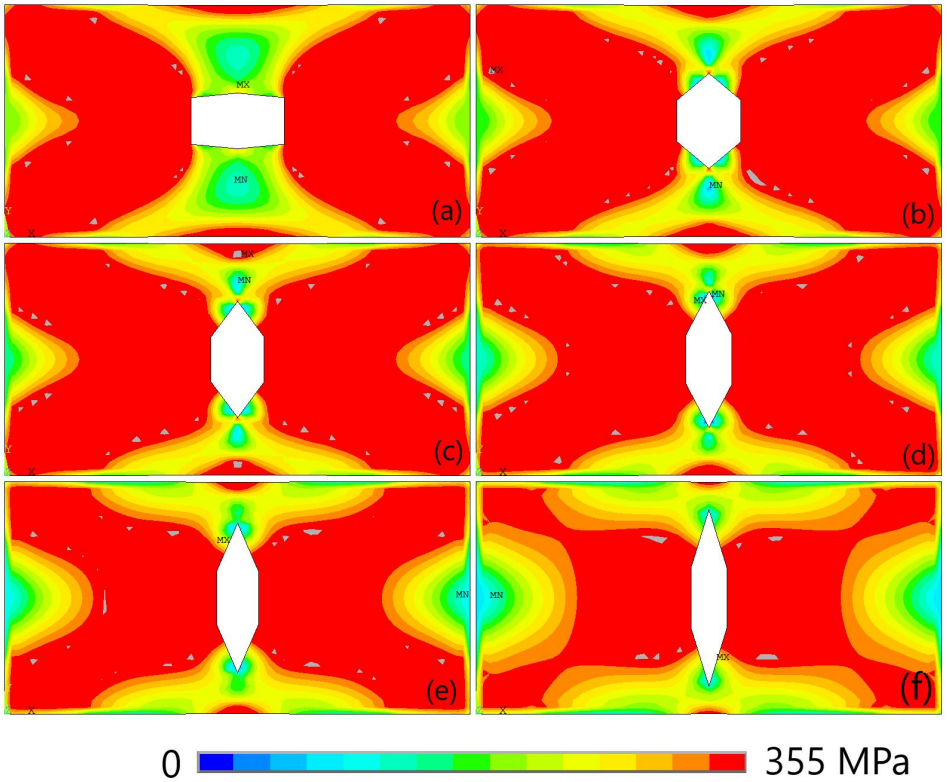


Figura C 38 - Placa retangular ($b/a = 1/2$), com furo hexagonal transversal e fração volumétrica de 0,05. (a) $b_0/a_0 = 0{,}6$; (b) $b_0/a_0 = 1{,}5$; (c) $b_0/a_0 = 2{,}2$; (d) $b_0/a_0 = 3{,}0$; (e) $b_0/a_0 = 3{,}6$ e (f) $b_0/a_0 = 5{,}0$.

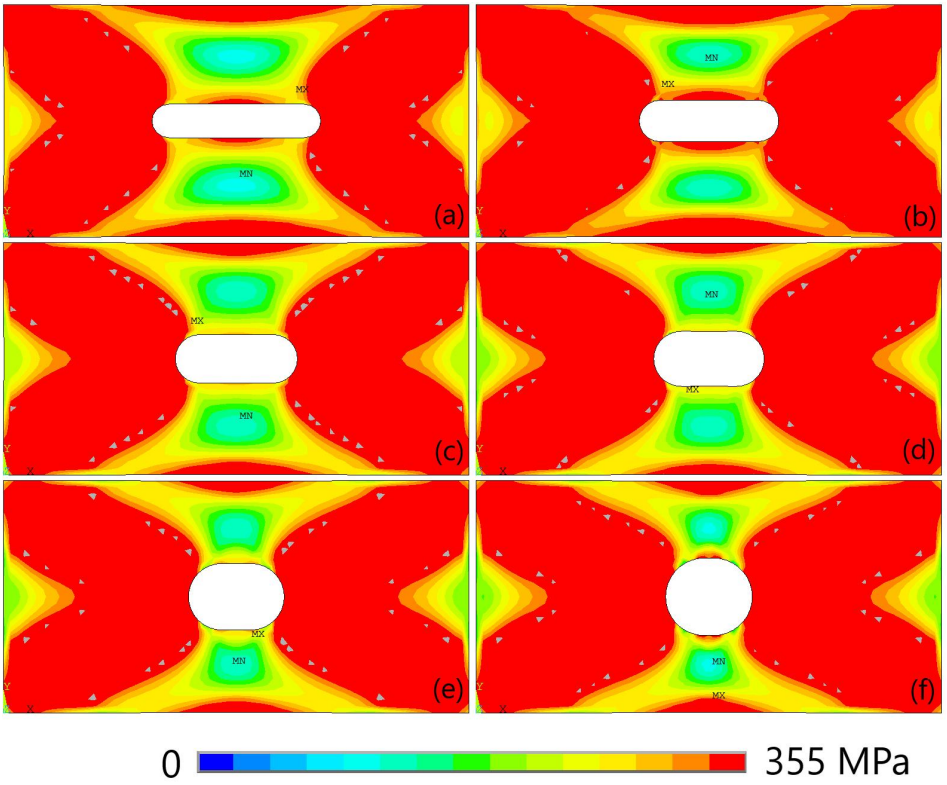


Figura C 39 - Placa retangular ($b/a = 1/2$), com furo oblongo longitudinal e fração volumétrica de 0,05. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}3$; (c) $b_0/a_0 = 0{,}4$; (d) $b_0/a_0 = 0{,}5$; (e) $b_0/a_0 = 0{,}7$ e (f) $b_0/a_0 = 0{,}9$.

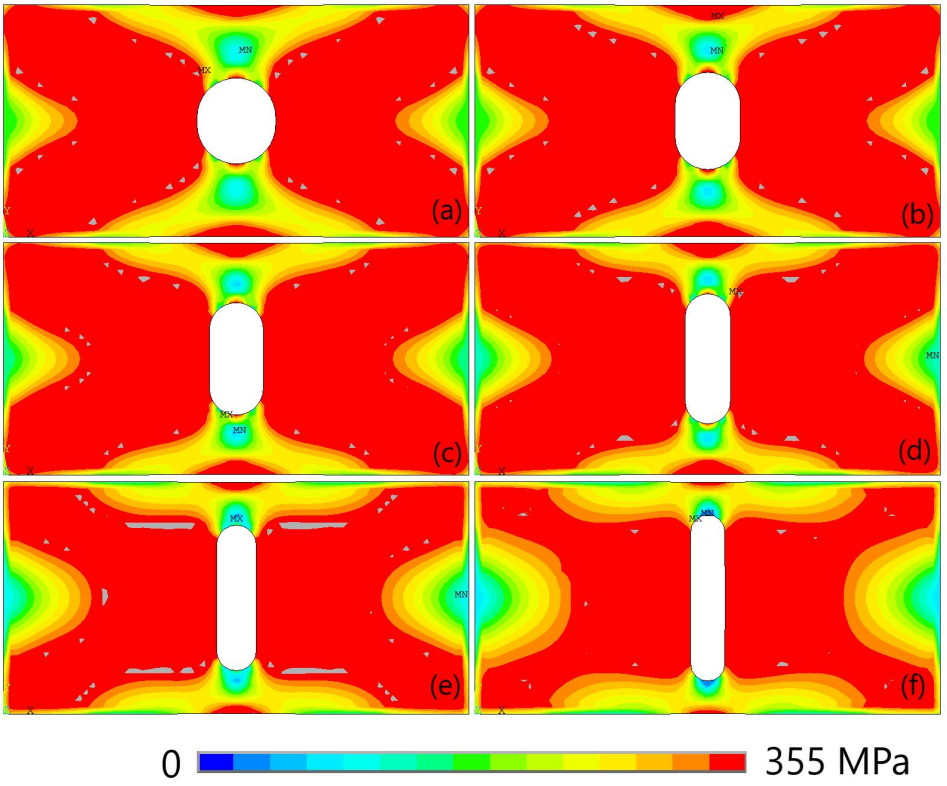


Figura C 40 - Placa retangular ($b/a = 1/2$), com furo oblongo transversal e fração volumétrica de 0,05. (a) $b_0/a_0 = 1{,}1$; (b) $b_0/a_0 = 1{,}5$; (c) $b_0/a_0 = 2{,}1$; (d) $b_0/a_0 = 2{,}9$; (e) $b_0/a_0 = 3{,}7$ e (f) $b_0/a_0 = 4{,}9$.

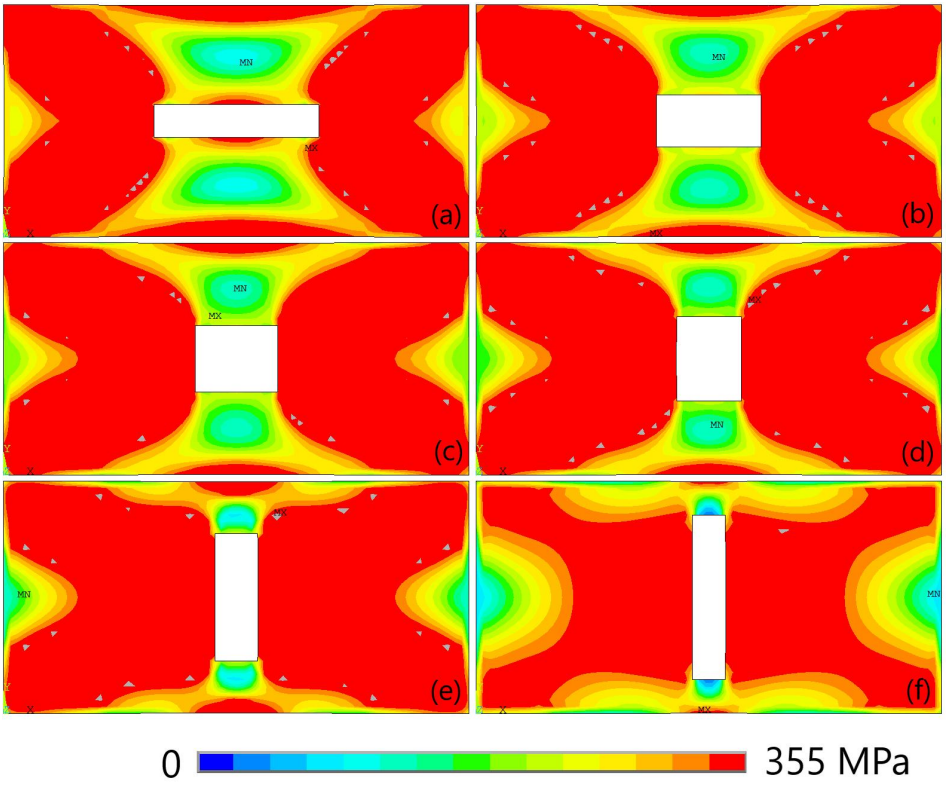


Figura C 41 - Placa retangular ($b/a = 1/2$), com furo retangular e fração volumétrica de 0,05. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}5$; (c) $b_0/a_0 = 0{,}8$; (d) $b_0/a_0 = 1{,}3$; (e) $b_0/a_0 = 3{,}0$ e (f) $b_0/a_0 = 5{,}0$.

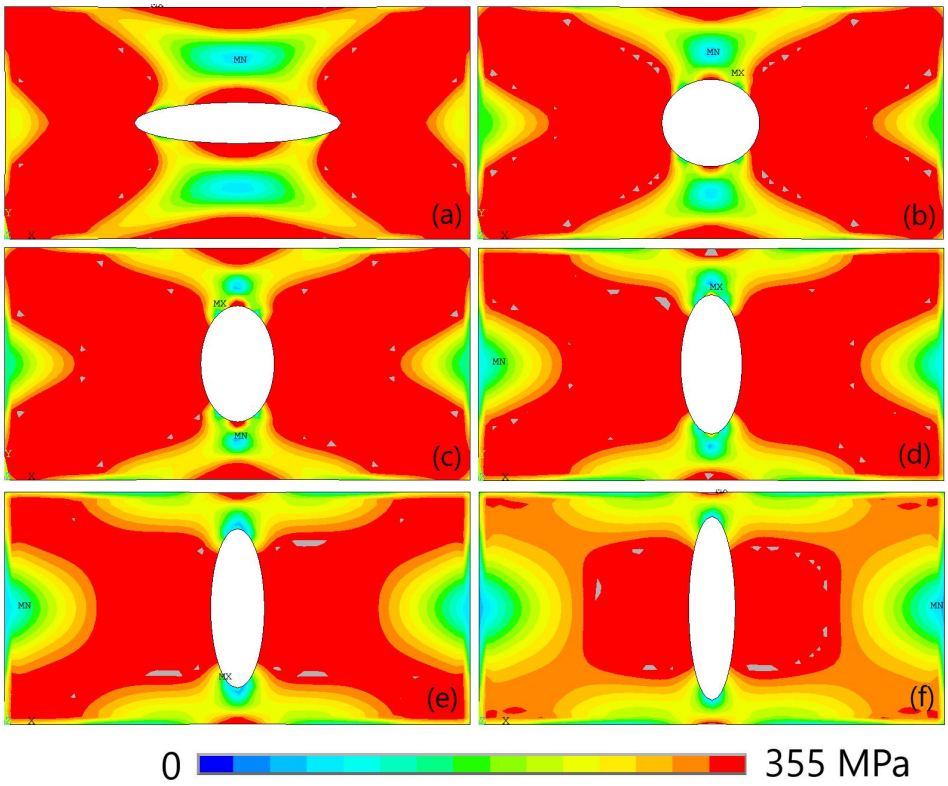


Figura C 42 - Placa retangular ($b/a = 1/2$), com furo elíptico e fração volumétrica de 0,10. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}9$; (c) $b_0/a_0 = 1{,}6$; (d) $b_0/a_0 = 2{,}3$; (e) $b_0/a_0 = 3{,}0$ e (f) $b_0/a_0 = 4{,}0$.

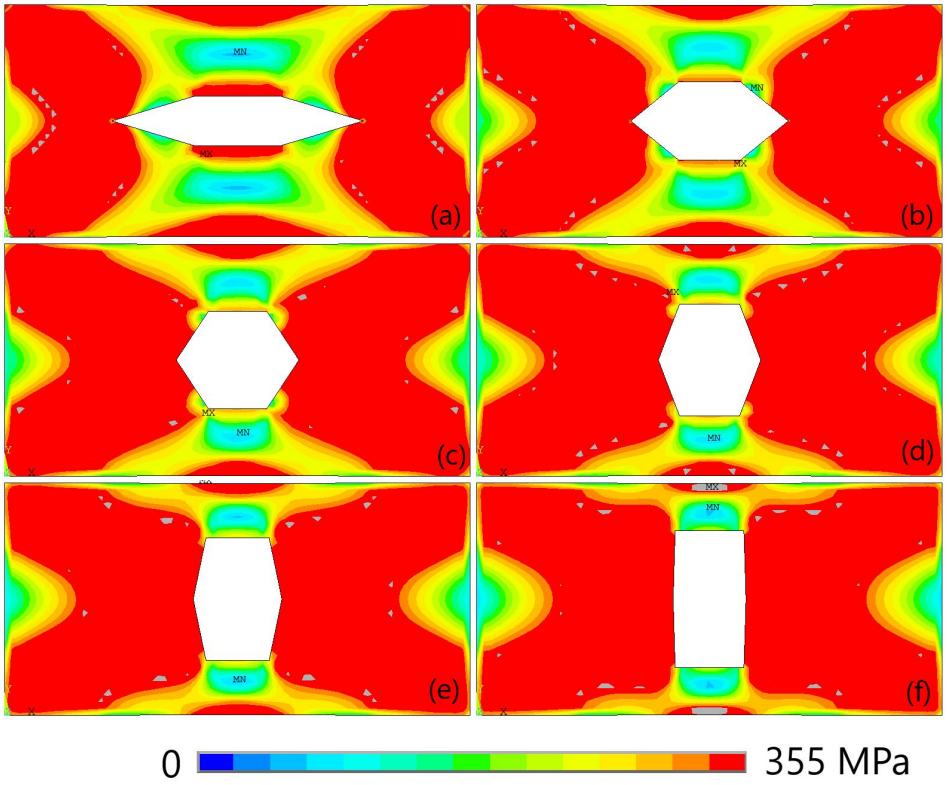


Figura C 43 - Placa retangular ($b/a = 1/2$), com furo hexagonal longitudinal e fração volumétrica de 0,10. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}5$; (c) $b_0/a_0 = 0{,}8$; (d) $b_0/a_0 = 1{,}1$; (e) $b_0/a_0 = 1{,}4$ e (f) $b_0/a_0 = 1{,}9$.

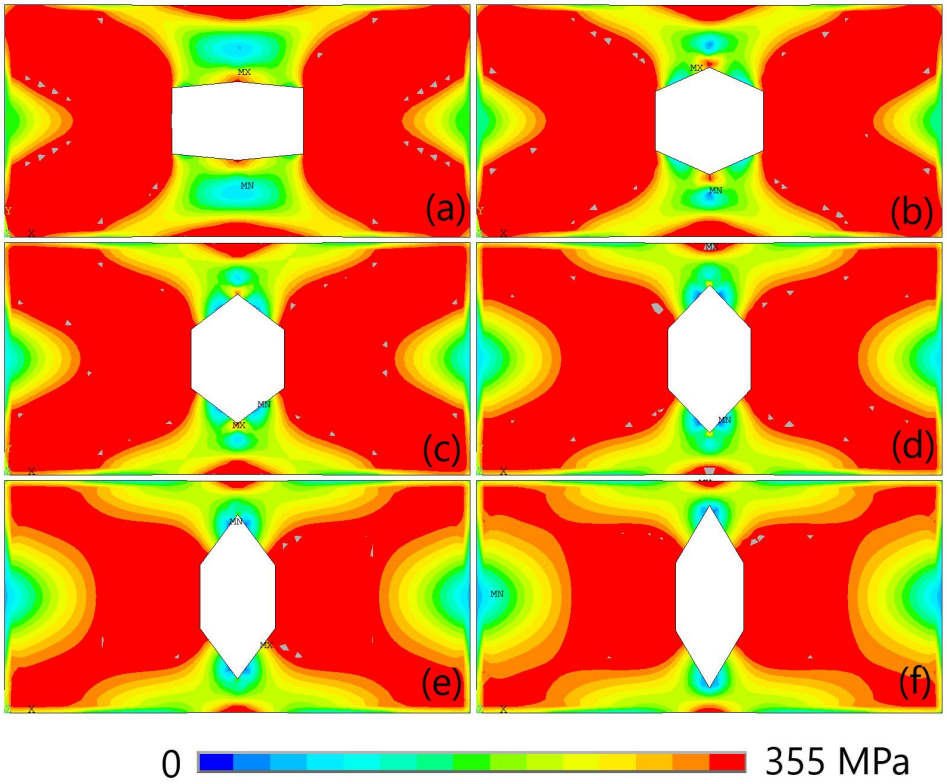


Figura C 44 - Placa retangular ($b/a = 1/2$), com furo hexagonal transversal e fração volumétrica de 0,10. (a) $b_0/a_0 = 0{,}6$; (b) $b_0/a_0 = 1{,}0$; (c) $b_0/a_0 = 1{,}4$; (d) $b_0/a_0 = 1{,}8$; (e) $b_0/a_0 = 2{,}2$ e (f) $b_0/a_0 = 2{,}7$.

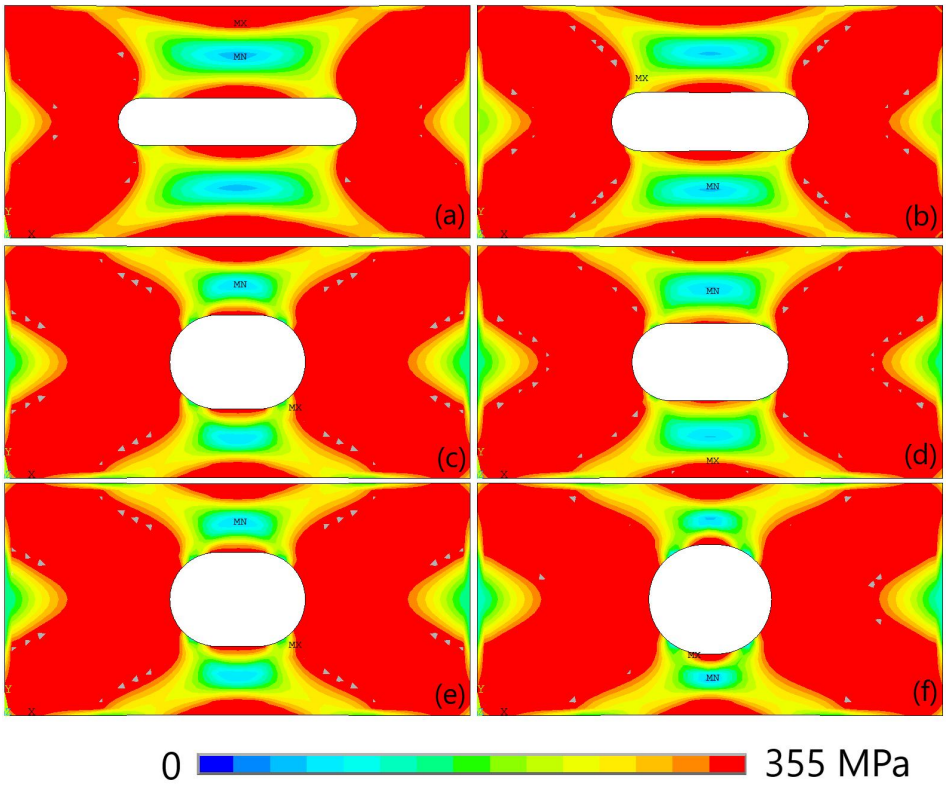


Figura C 45 - Placa retangular ($b/a = 1/2$), com furo oblongo longitudinal e fração volumétrica de 0,10. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}3$; (c) $b_0/a_0 = 0{,}4$; (d) $b_0/a_0 = 0{,}5$; (e) $b_0/a_0 = 0{,}7$ e (f) $b_0/a_0 = 0{,}9$.

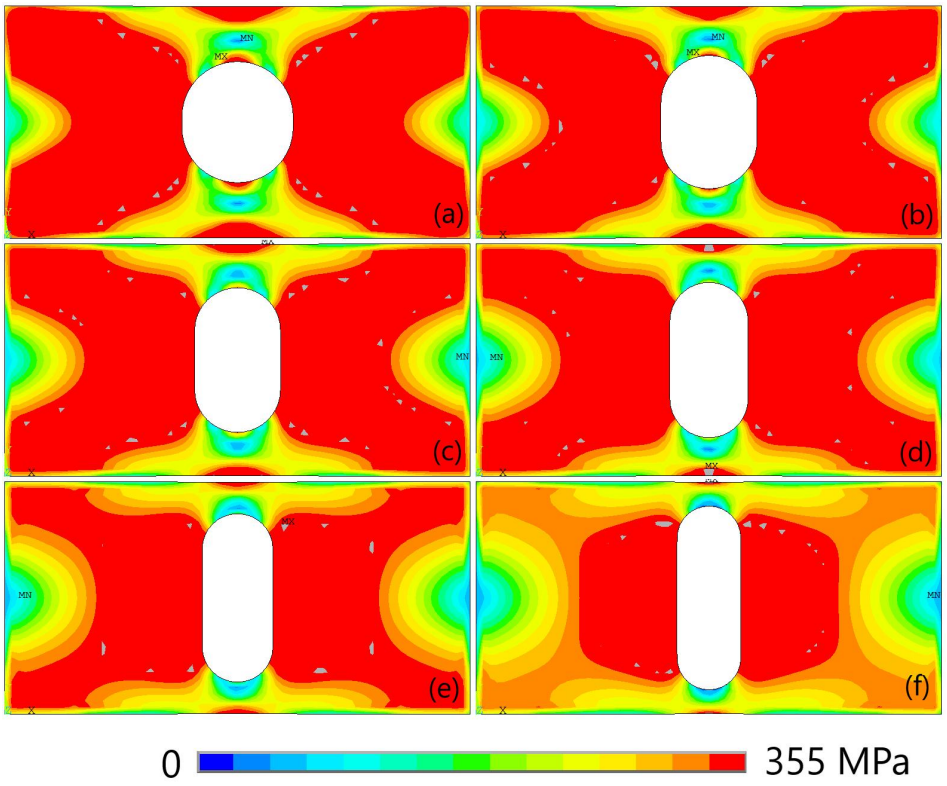


Figura C 46 - Placa retangular ($b/a = 1/2$), com furo oblongo transversal e fração volumétrica de 0,10. (a) $b_0/a_0 = 1{,}1$; (b) $b_0/a_0 = 1{,}4$; (c) $b_0/a_0 = 1{,}7$; (d) $b_0/a_0 = 2{,}0$; (e) $b_0/a_0 = 2{,}4$ e (f) $b_0/a_0 = 2{,}9$.

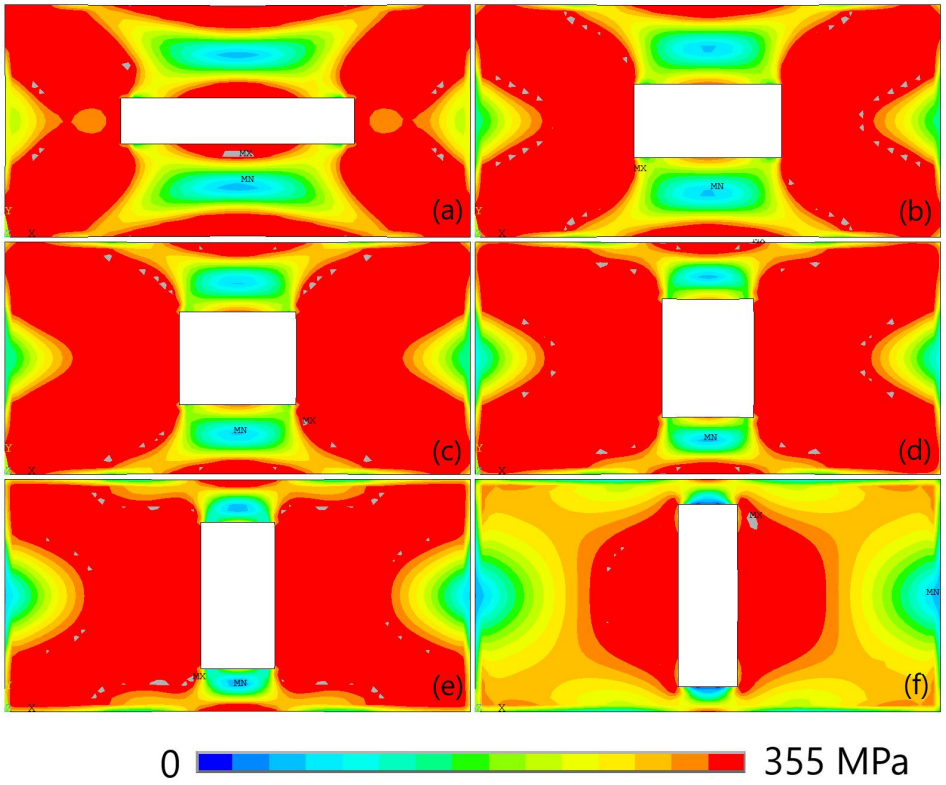


Figura C 47 - Placa retangular ($b/a = 1/2$), com furo retangular e fração volumétrica de 0,10. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}5$; (c) $b_0/a_0 = 0{,}8$; (d) $b_0/a_0 = 1{,}3$; (e) $b_0/a_0 = 2{,}0$ e (f) $b_0/a_0 = 3{,}1$.

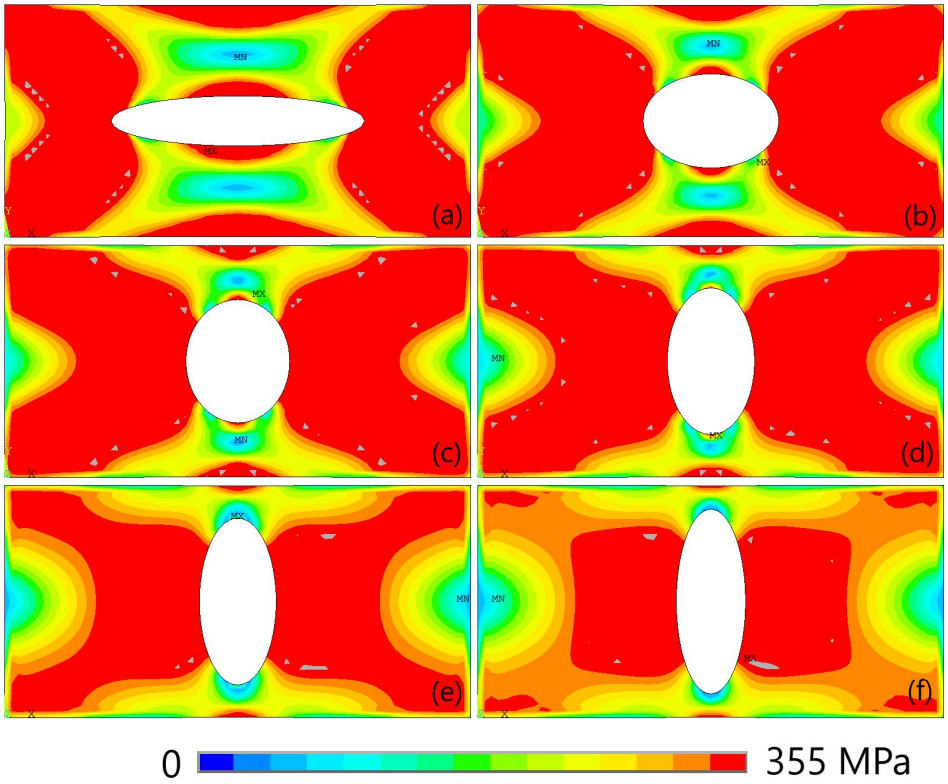


Figura C 48 - Placa retangular ($b/a = 1/2$), com furo elíptico e fração volumétrica de 0,15. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}7$; (c) $b_0/a_0 = 1{,}2$; (d) $b_0/a_0 = 1{,}7$; (e) $b_0/a_0 = 2{,}2$ e (f) $b_0/a_0 = 2{,}7$.

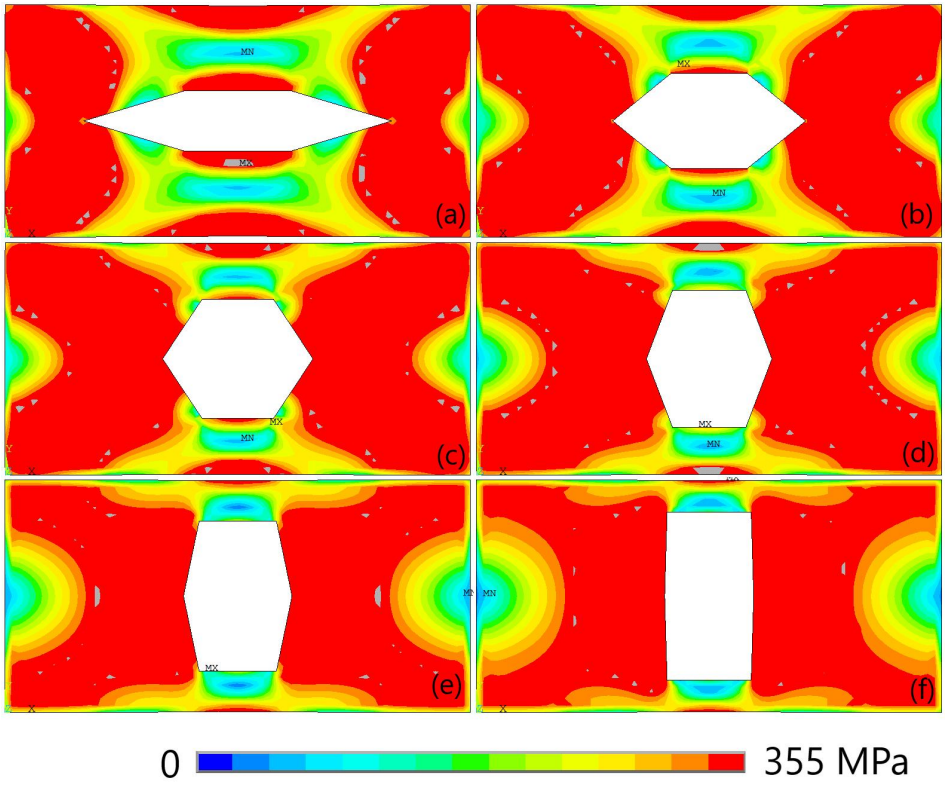


Figura C 49 - Placa retangular ($b/a = 1/2$), com furo hexagonal longitudinal e fração volumétrica de 0,15. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}5$; (c) $b_0/a_0 = 0{,}8$; (d) $b_0/a_0 = 1{,}1$; (e) $b_0/a_0 = 1{,}4$ e (f) $b_0/a_0 = 1{,}9$.

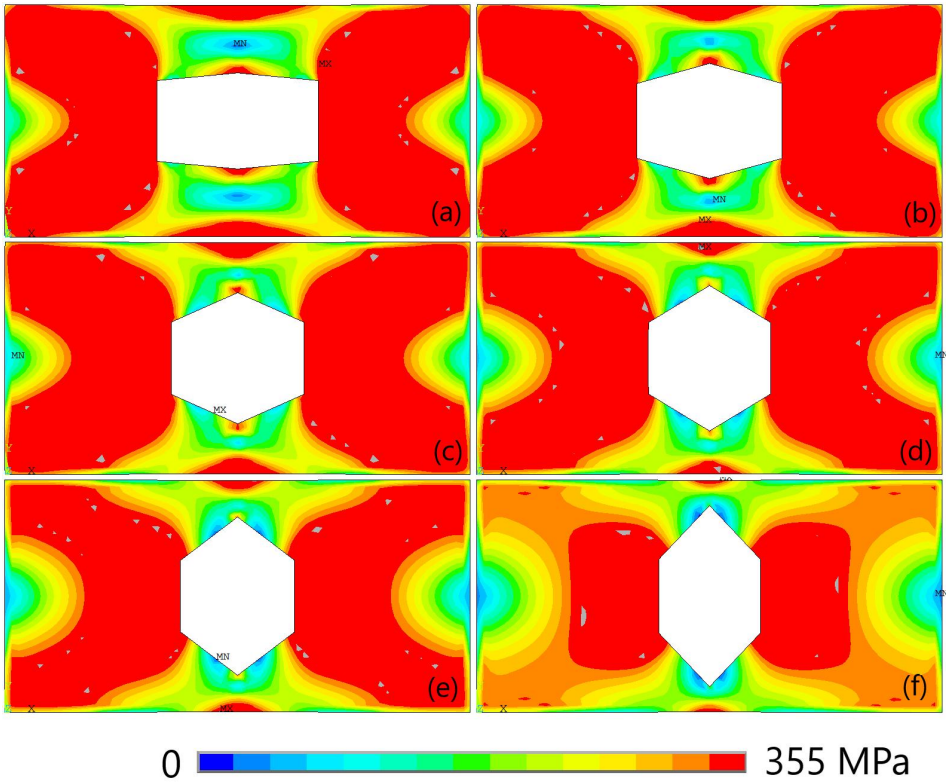


Figura C 50 - Placa retangular ($b/a = 1/2$), com furo hexagonal transversal e fração volumétrica de 0,15. (a) $b_0/a_0 = 0{,}6$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}8$ (c) $b_0/a_0 = 1{,}0$; (d) $b_0/a_0 = 1{,}2$; (e) $b_0/a_0 = 1{,}4$ e (f) $b_0/a_0 = 1{,}8$.

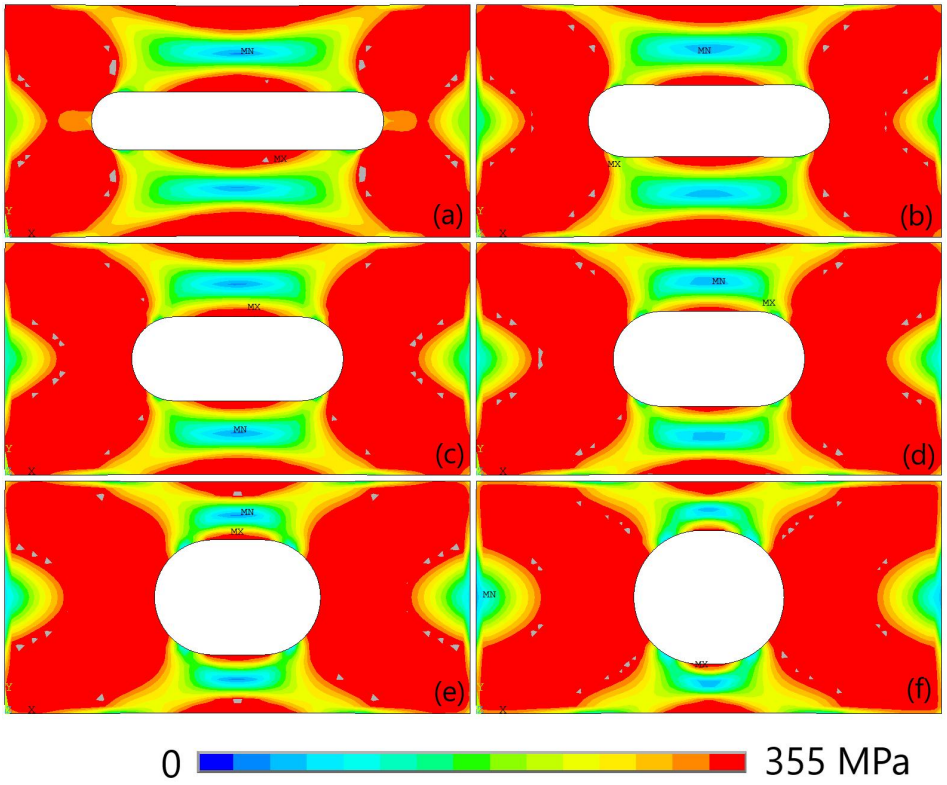


Figura C 51 - Placa retangular ($b/a = 1/2$), com furo oblongo longitudinal e fração volumétrica de 0,15. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}3$; (c) $b_0/a_0 = 0{,}4$; (d) $b_0/a_0 = 0{,}5$; (e) $b_0/a_0 = 0{,}7$ e (f) $b_0/a_0 = 0{,}9$.

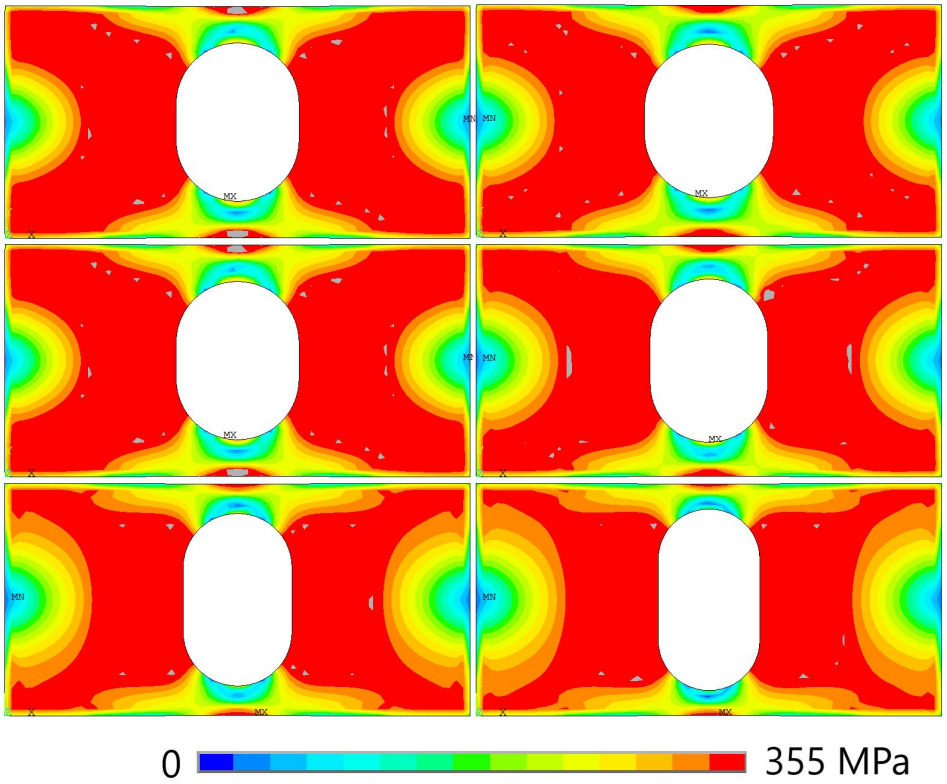


Figura C 52 - Placa retangular ($b/a = 1/2$), com furo oblongo transversal e fração volumétrica de 0,15. (a) $b_0/a_0 = 1{,}1$; (b) $b_0/a_0 = 1{,}2$; (c) $b_0/a_0 = 1{,}3$; (d) $b_0/a_0 = 1{,}4$; (e) $b_0/a_0 = 1{,}6$ e (f) $b_0/a_0 = 1{,}8$.

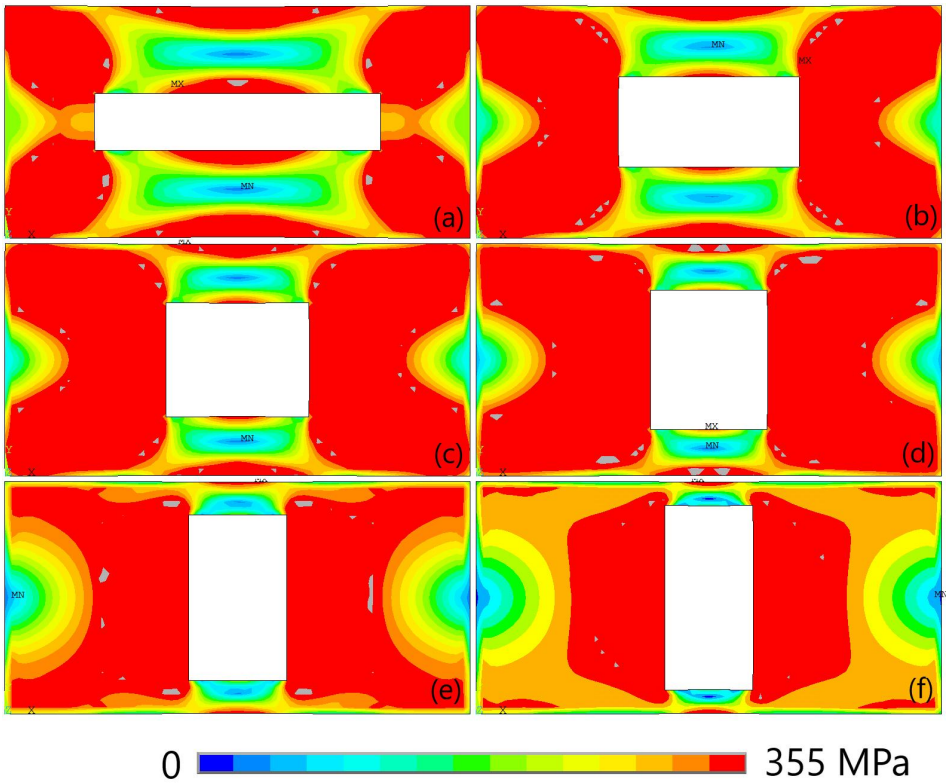


Figura C 53 - Placa retangular ($b/a = 1/2$), com furo retangular e fração volumétrica de 0,15. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}5$; (c) $b_0/a_0 = 0{,}8$; (d) $b_0/a_0 = 1{,}2$; (e) $b_0/a_0 = 1{,}7$ e (f) $b_0/a_0 = 2{,}1$.

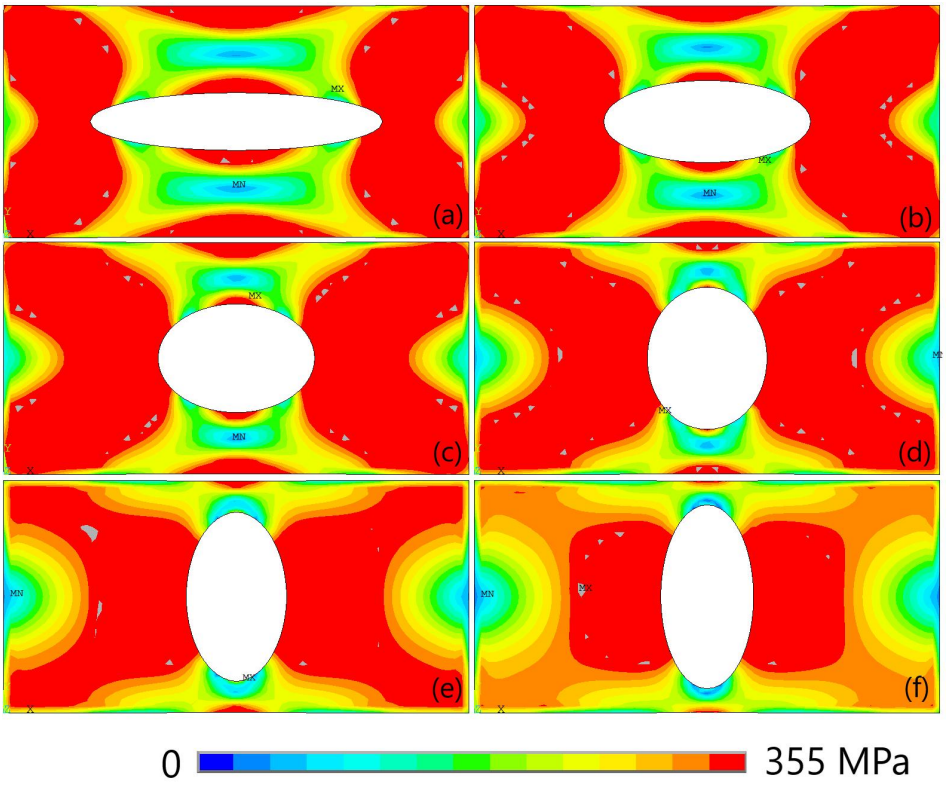


Figura C 54 - Placa retangular ($b/a = 1/2$), com furo elíptico e fração volumétrica de 0,20. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}4$; (c) $b_0/a_0 = 0{,}7$; (d) $b_0/a_0 = 1{,}2$; (e) $b_0/a_0 = 1{,}7$ e (f) $b_0/a_0 = 2{,}0$.

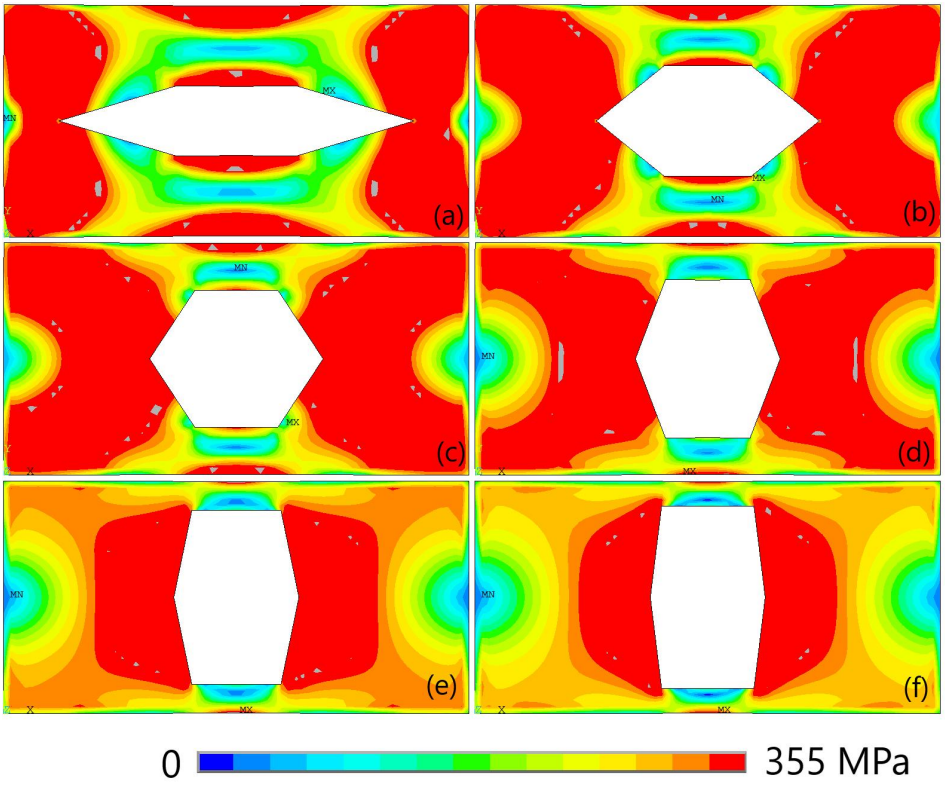


Figura C 55 - Placa retangular ($b/a = 1/2$), com furo hexagonal longitudinal e fração volumétrica de 0,20. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}5$; (c) $b_0/a_0 = 0{,}8$; (d) $b_0/a_0 = 1{,}1$; (e) $b_0/a_0 = 1{,}4$ e (f) $b_0/a_0 = 1{,}6$.

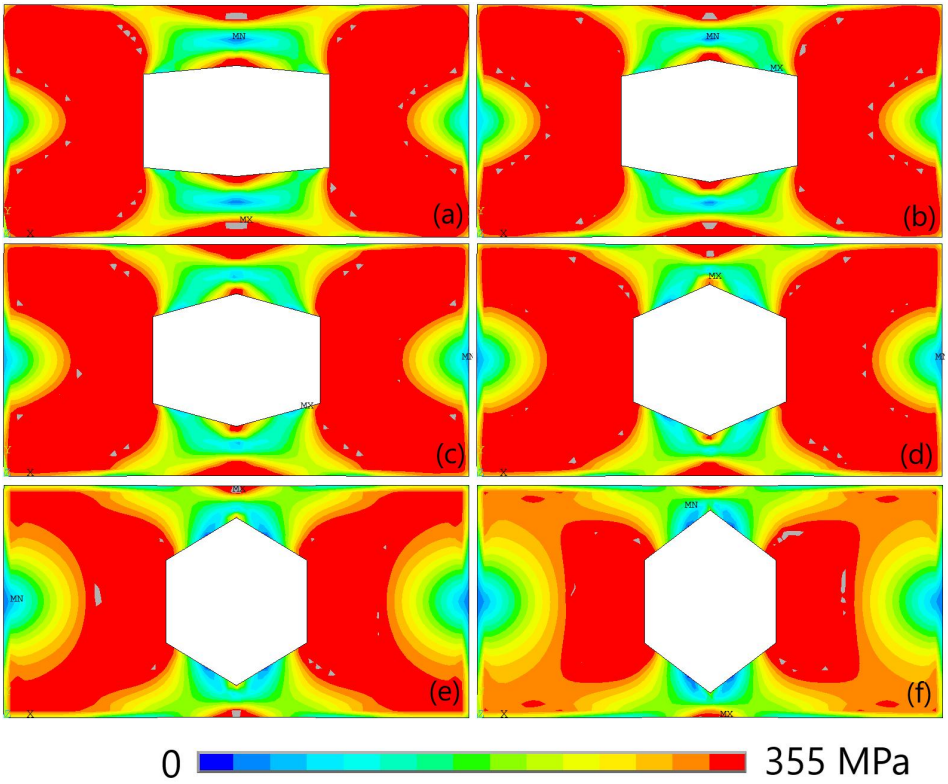


Figura C 56 - Placa retangular ($b/a = 1/2$), com furo hexagonal transversal e fração volumétrica de 0,20. (a) $b_0/a_0 = 0{,}6$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}7$ (c) $b_0/a_0 = 0{,}8$; (d) $b_0/a_0 = 1{,}0$; (e) $b_0/a_0 = 1{,}2$ e (f) $b_0/a_0 = 1{,}4$.

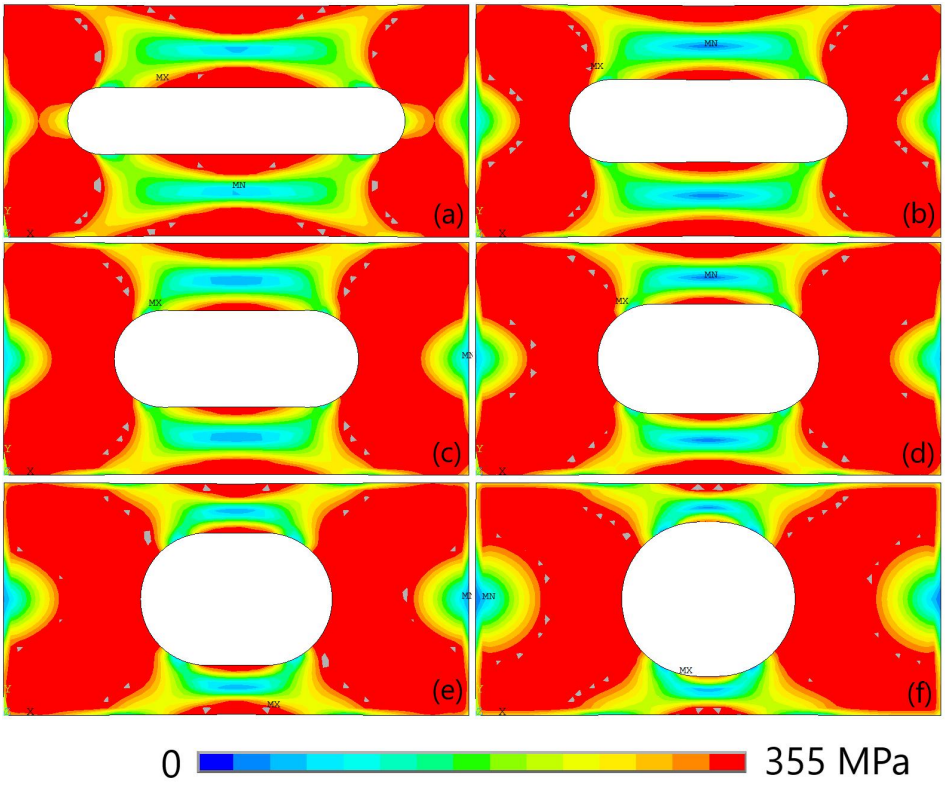


Figura C 57 - Placa retangular ($b/a = 1/2$), com furo oblongo longitudinal e fração volumétrica de 0,20. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}3$; (c) $b_0/a_0 = 0{,}4$; (d) $b_0/a_0 = 0{,}5$; (e) $b_0/a_0 = 0{,}7$ e (f) $b_0/a_0 = 0{,}9$.

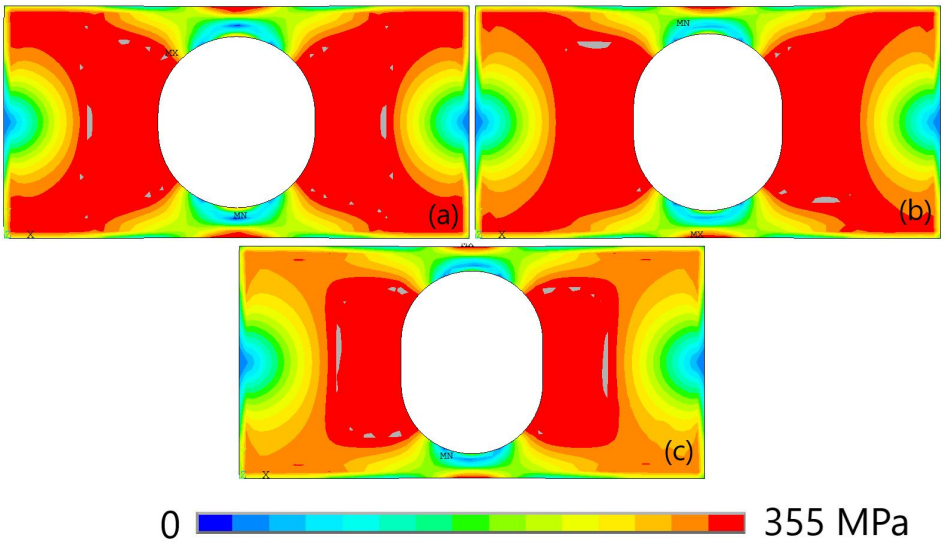


Figura C 58 - Placa retangular ($b/a = 1/2$), com furo oblongo transversal e fração volumétrica de 0,20. (a) $b_0/a_0 = 1{,}1$; (b) $b_0/a_0 = 1{,}2$ e (c) $b_0/a_0 = 1{,}3$.

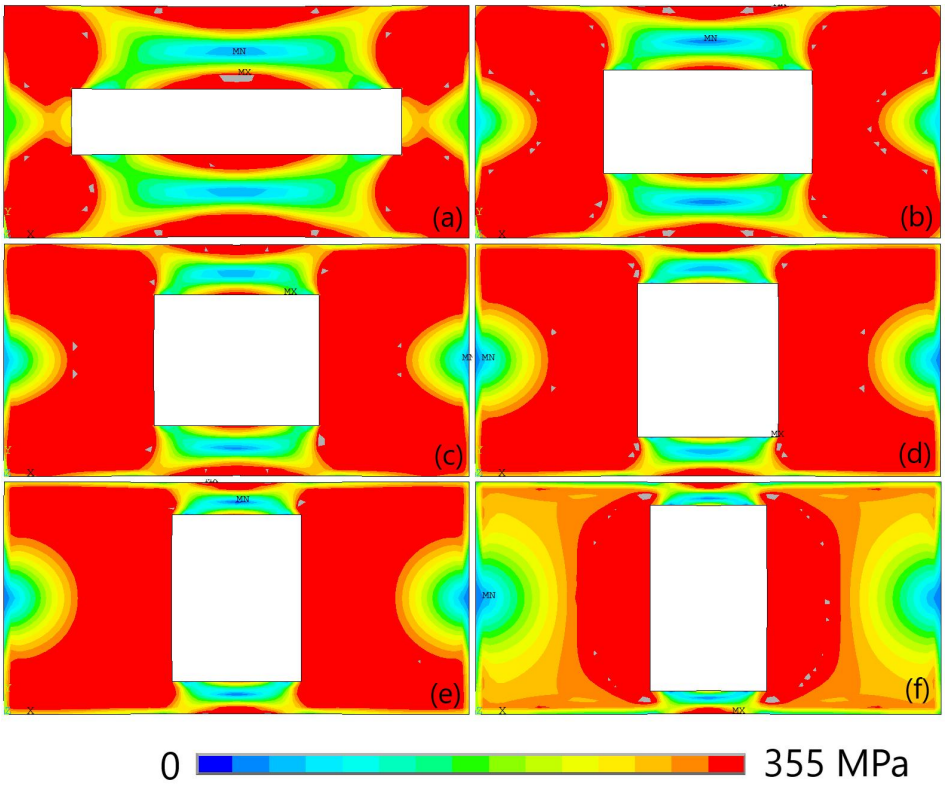


Figura C 59 - Placa retangular ($b/a = 1/2$), com furo retangular e fração volumétrica de 0,20. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}5$; (c) $b_0/a_0 = 0{,}8$; (d) $b_0/a_0 = 1{,}1$; (e) $b_0/a_0 = 1{,}3$ e (f) $b_0/a_0 = 1{,}6$.

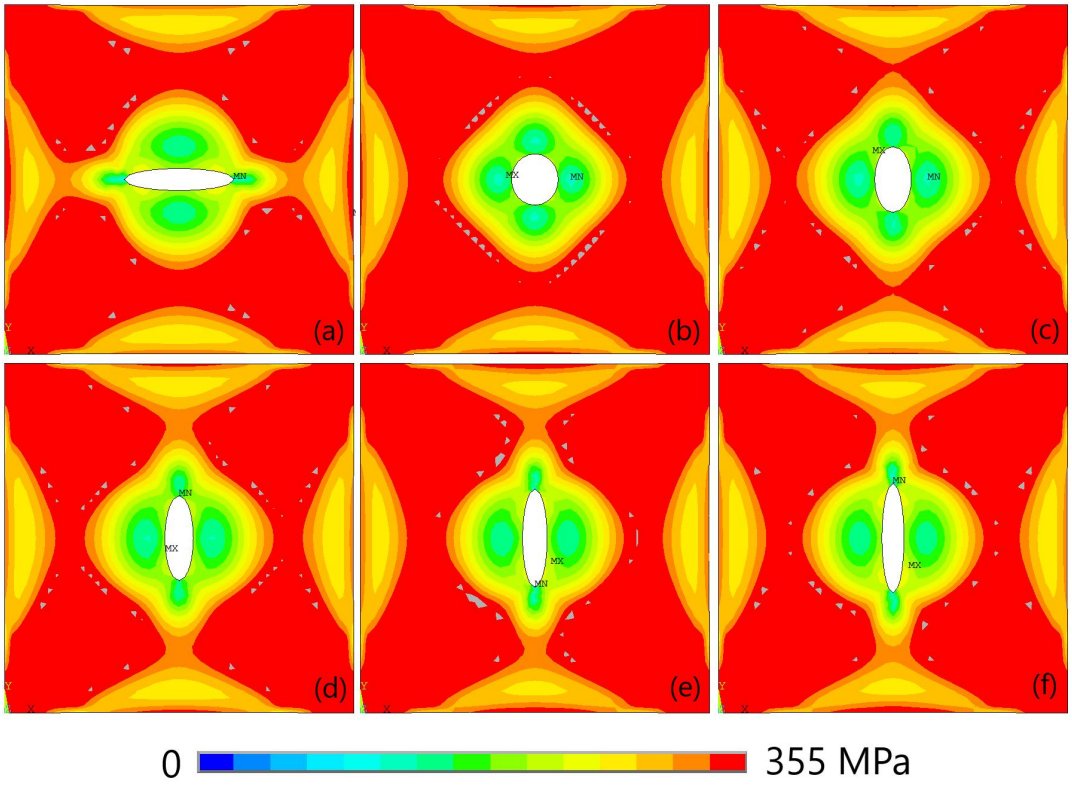


Figura C 60 - Placa quadrada ($b/a = 1$), com furo elíptico e fração volumétrica de 0,025. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 1{,}1$; (c) $b_0/a_0 = 1{,}8$; (d) $b_0/a_0 = 3{,}0$; (e) $b_0/a_0 = 4{,}0$ e (f) $b_0/a_0 = 5{,}0$.

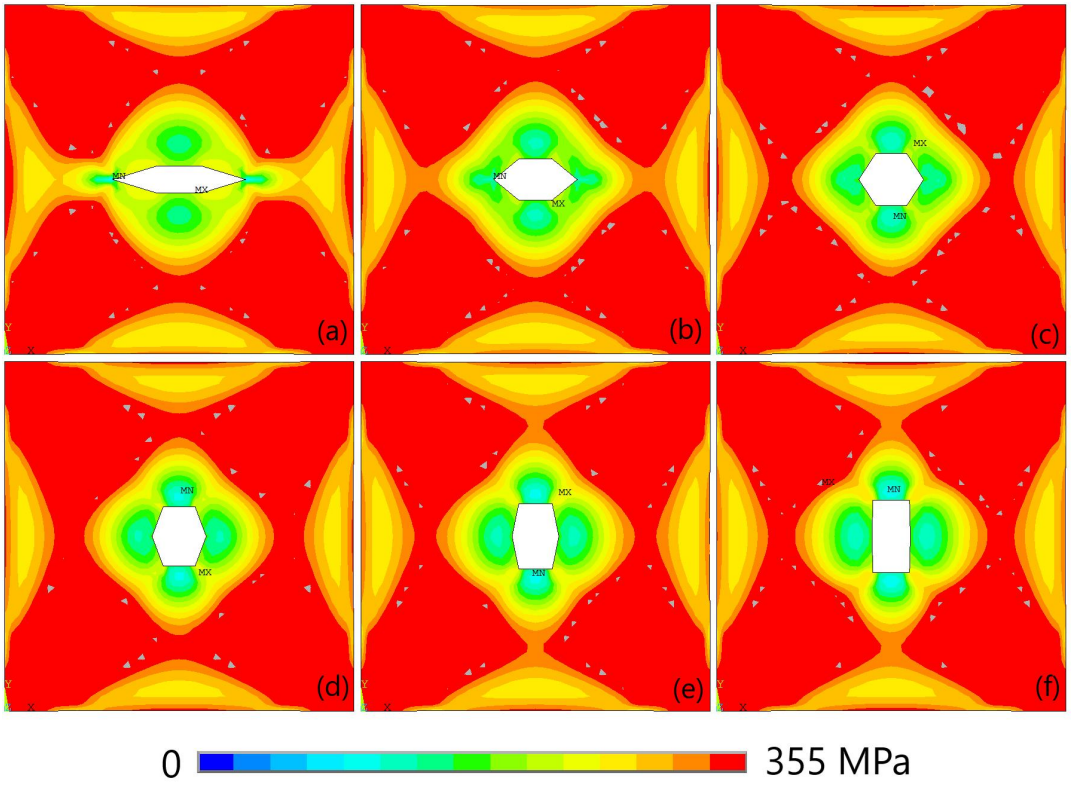


Figura C 61 - Placa quadrada ($b/a = 1$), com furo hexagonal longitudinal e fração volumétrica de 0,025. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}5$; (c) $b_0/a_0 = 0{,}8$; (d) $b_0/a_0 = 1{,}1$; (e) $b_0/a_0 = 1{,}4$ e (f) $b_0/a_0 = 1{,}9$.

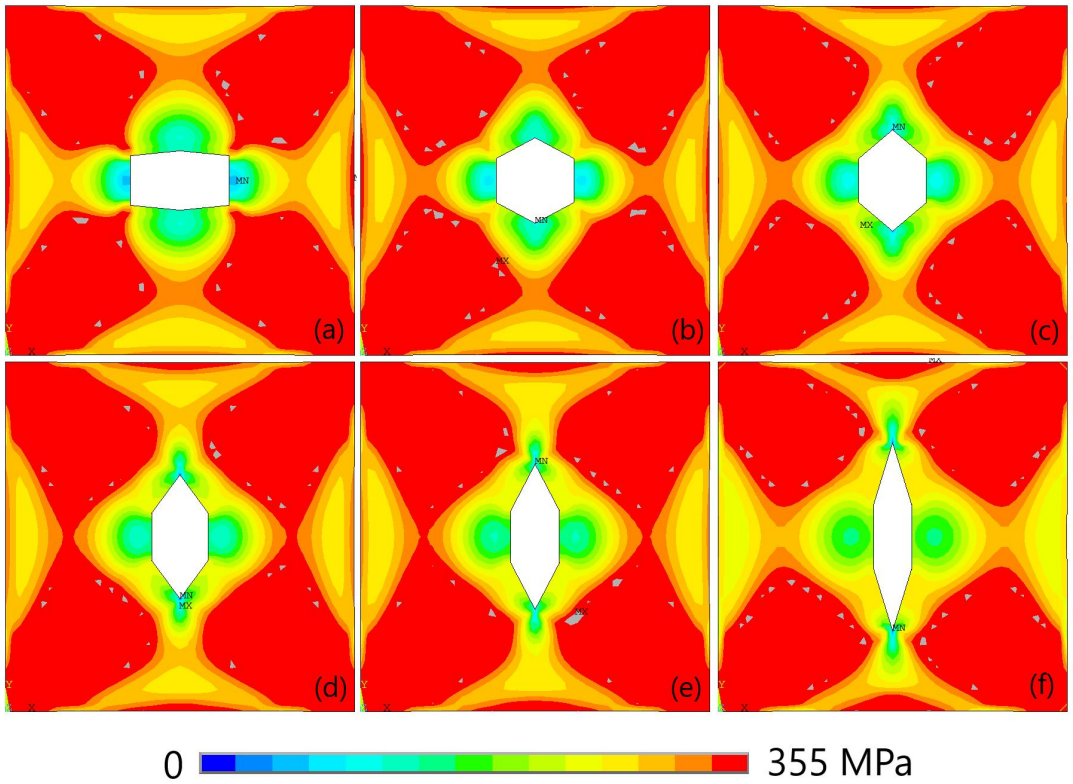


Figura C 62 - Placa quadrada ($b/a = 1$), com furo hexagonal transversal e fração volumétrica de 0,025. (a) $b_0/a_0 = 0{,}6$; (b) $b_0/a_0 = 1{,}1$; (c) $b_0/a_0 = 1{,}5$; (d) $b_0/a_0 = 2{,}2$; (e) $b_0/a_0 = 3{,}0$ e (f) $b_0/a_0 = 5{,}0$.

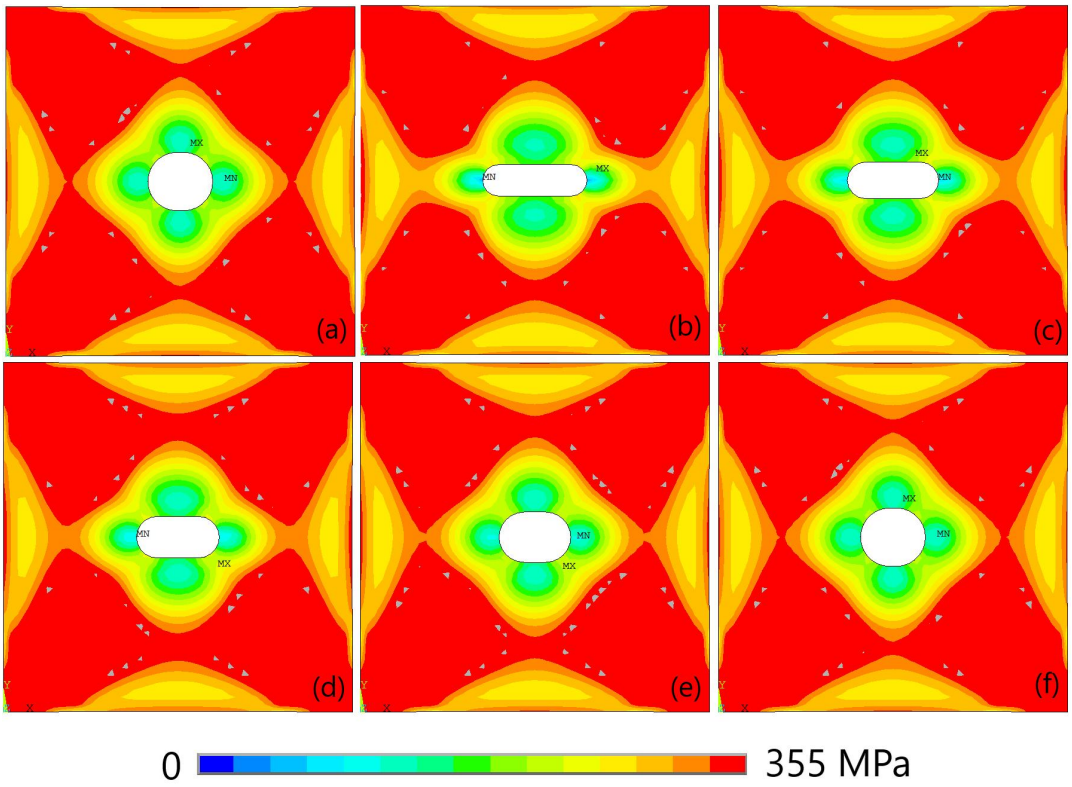


Figura C 63 - Placa quadrada ($b/a = 1$), com furo oblongo longitudinal e fração volumétrica de 0,025. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}3$; (c) $b_0/a_0 = 0{,}4$; (d) $b_0/a_0 = 0{,}5$; (e) $b_0/a_0 = 0{,}7$ e (f) $b_0/a_0 = 0{,}9$.

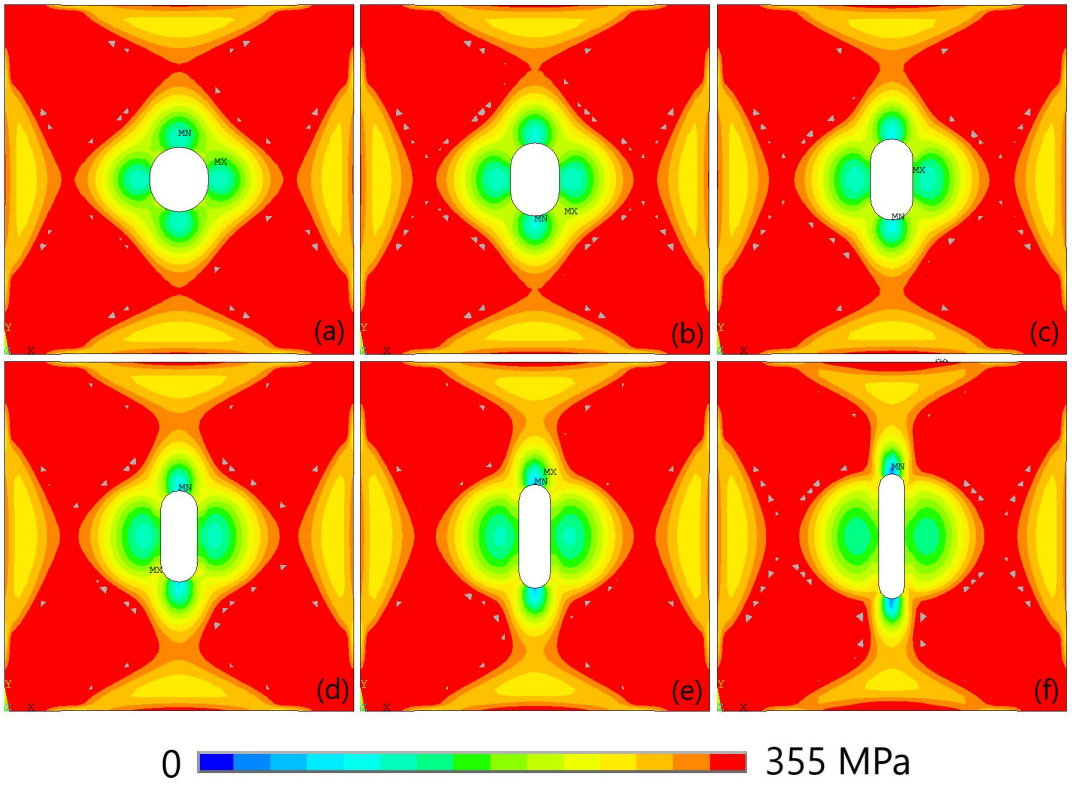


Figura C 64 - Placa quadrada ($b/a = 1$), com furo oblongo transversal e fração volumétrica de 0,025. (a) $b_0/a_0 = 1{,}1$; (b) $b_0/a_0 = 1{,}5$; (c) $b_0/a_0 = 1{,}9$; (d) $b_0/a_0 = 2{,}5$; (e) $b_0/a_0 = 3{,}3$ e (f) $b_0/a_0 = 4{,}9$.

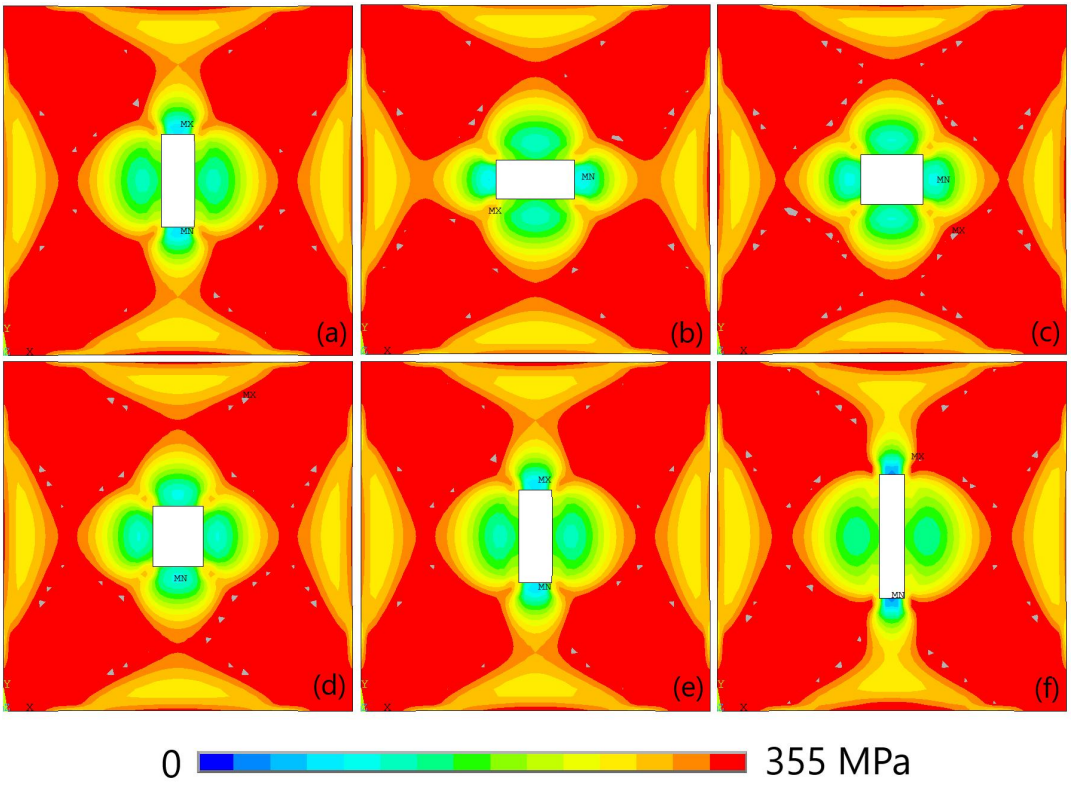


Figura C 65 - Placa quadrada ($b/a = 1$), com retangular e fração volumétrica de 0,025. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}5$; (c) $b_0/a_0 = 0{,}8$; (d) $b_0/a_0 = 1{,}2$; (e) $b_0/a_0 = 2{,}8$ e (f) $b_0/a_0 = 5{,}0$.

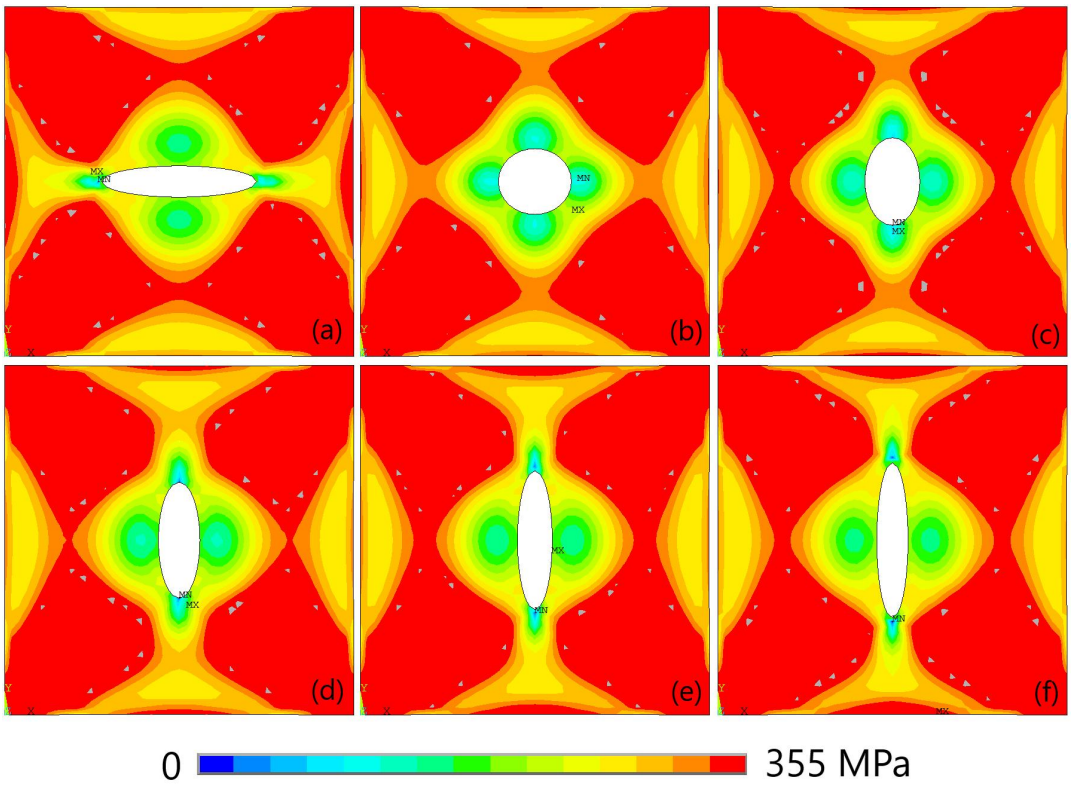


Figura C 66 - Placa quadrada ($b/a = 1$), com furo elíptico e fração volumétrica de 0,05. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}9$; (c) $b_0/a_0 = 1{,}6$; (d) $b_0/a_0 = 2{,}8$; (e) $b_0/a_0 = 4{,}0$ e (f) $b_0/a_0 = 5{,}0$.

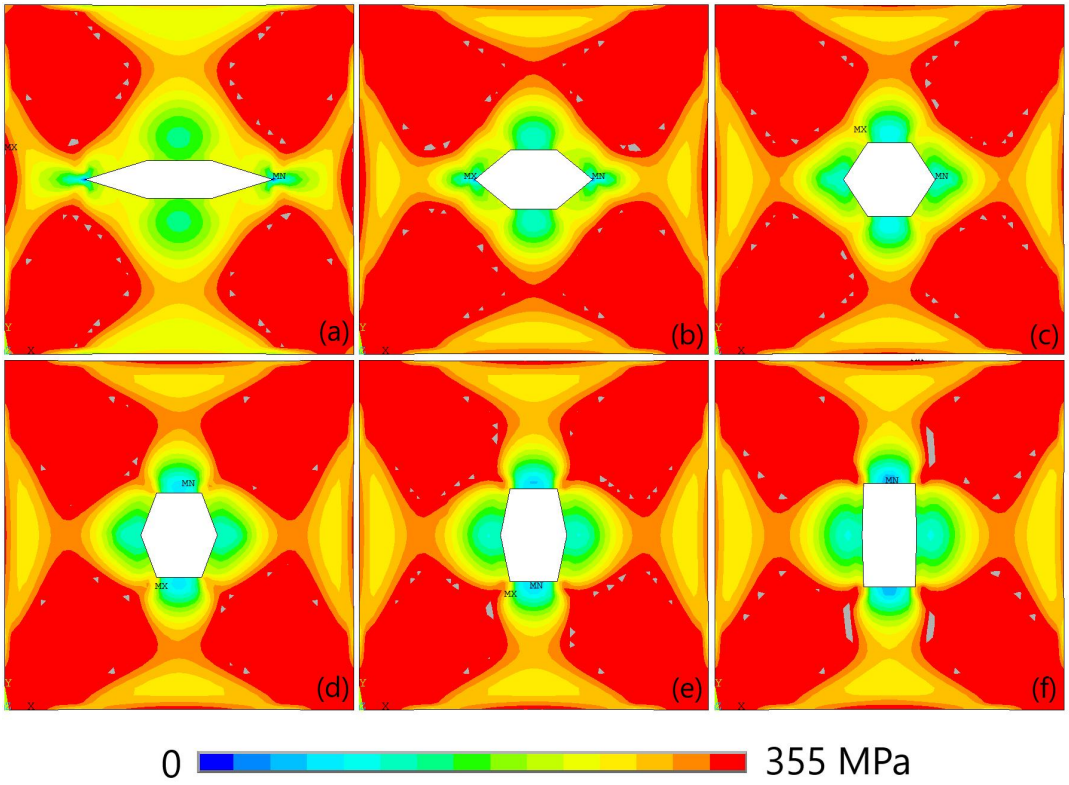


Figura C 67 - Placa quadrada ($b/a = 1$), com furo hexagonal longitudinal e fração volumétrica de 0,05. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}5$; (c) $b_0/a_0 = 0{,}8$; (d) $b_0/a_0 = 1{,}1$; (e) $b_0/a_0 = 1{,}4$ e (f) $b_0/a_0 = 1{,}9$.

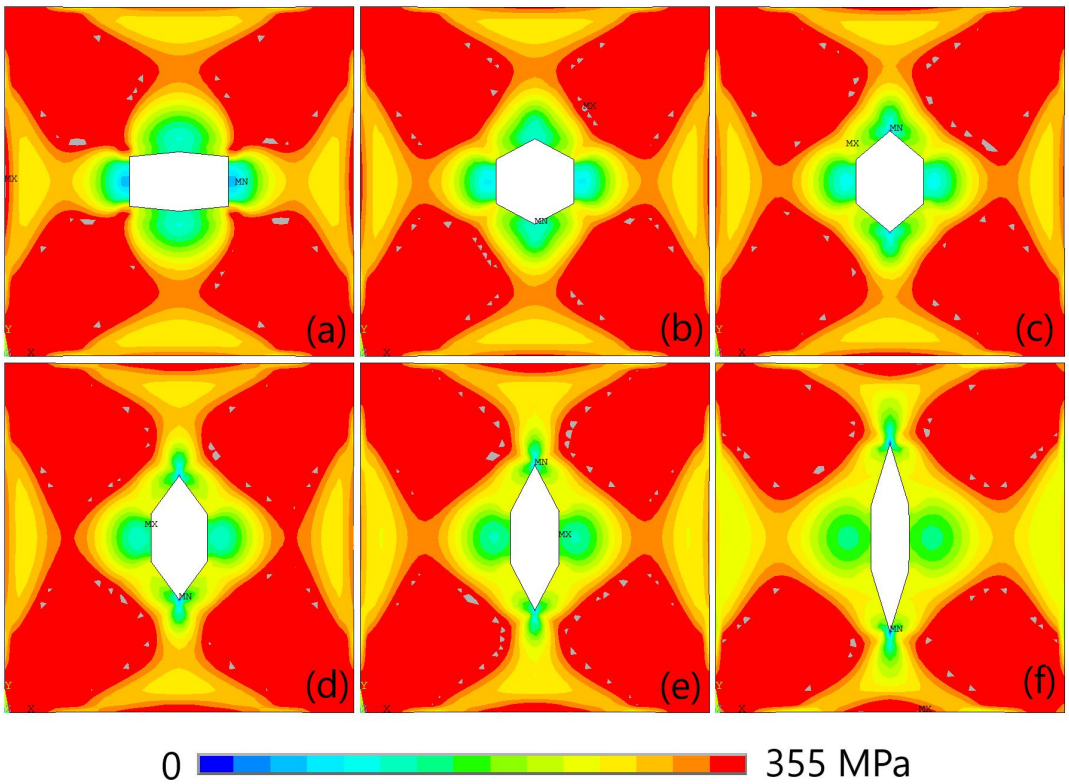


Figura C 68 - Placa quadrada ($b/a = 1$), com furo hexagonal transversal e fração volumétrica de 0,05. (a) $b_0/a_0 = 0{,}6$; (b) $b_0/a_0 = 1{,}1$; (c) $b_0/a_0 = 1{,}5$; (d) $b_0/a_0 = 2{,}2$; (e) $b_0/a_0 = 3{,}0$ e (f) $b_0/a_0 = 5{,}0$.

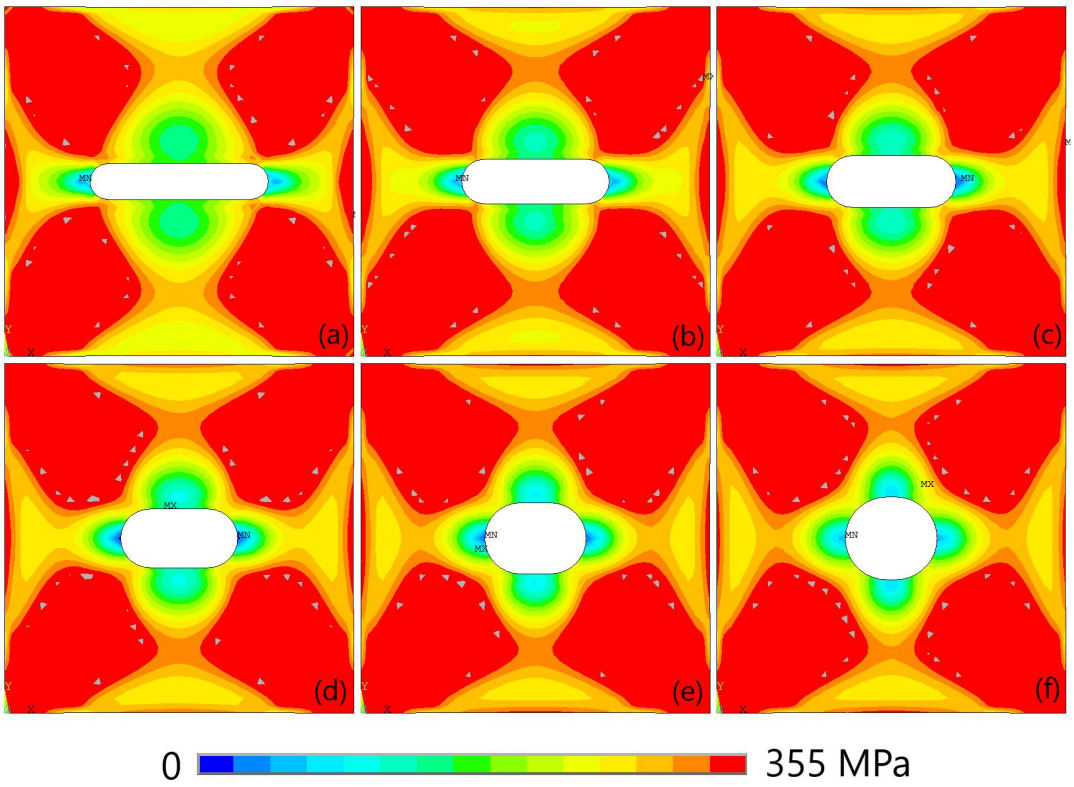


Figura C 69 - Placa quadrada ($b/a = 1$), com furo oblongo longitudinal e fração volumétrica de 0,05. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}3$; (c) $b_0/a_0 = 0{,}4$; (d) $b_0/a_0 = 0{,}5$; (e) $b_0/a_0 = 0{,}7$ e (f) $b_0/a_0 = 0{,}9$.

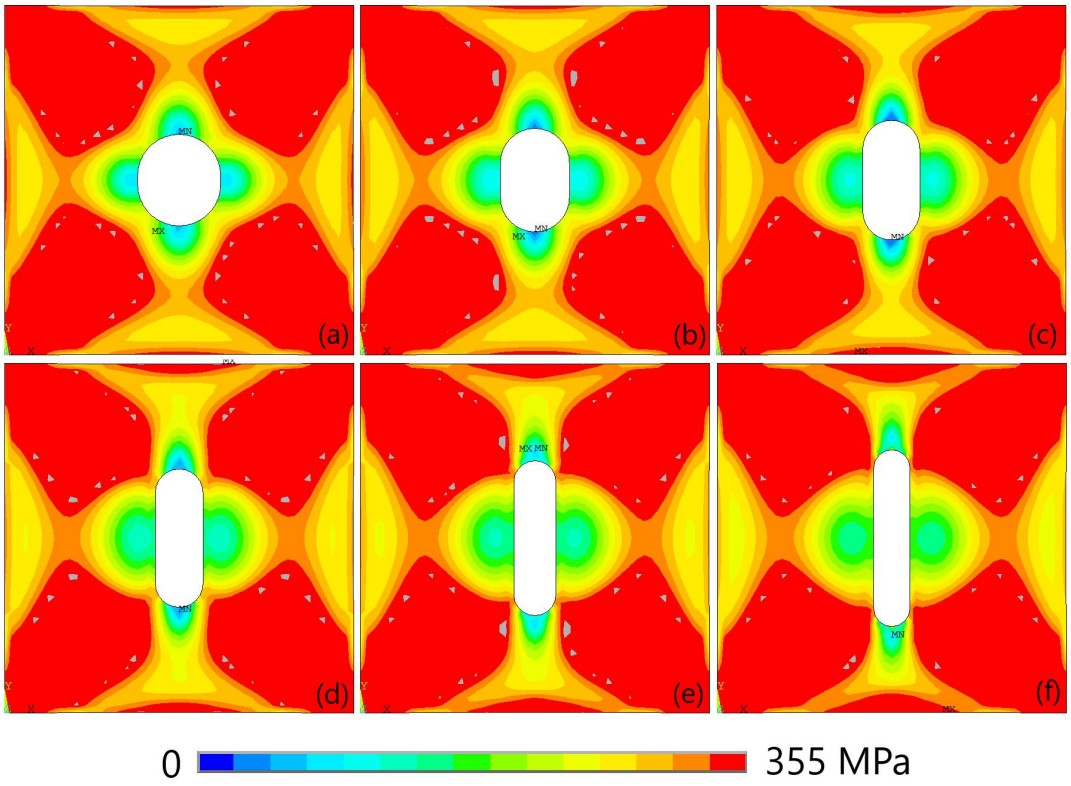


Figura C 70 - Placa quadrada ($b/a = 1$), com furo oblongo transversal e fração volumétrica de 0,05. (a) $b_0/a_0 = 1{,}1$; (b) $b_0/a_0 = 1{,}5$; (c) $b_0/a_0 = 2{,}1$; (d) $b_0/a_0 = 2{,}9$; (e) $b_0/a_0 = 3{,}7$ e (f) $b_0/a_0 = 4{,}9$.

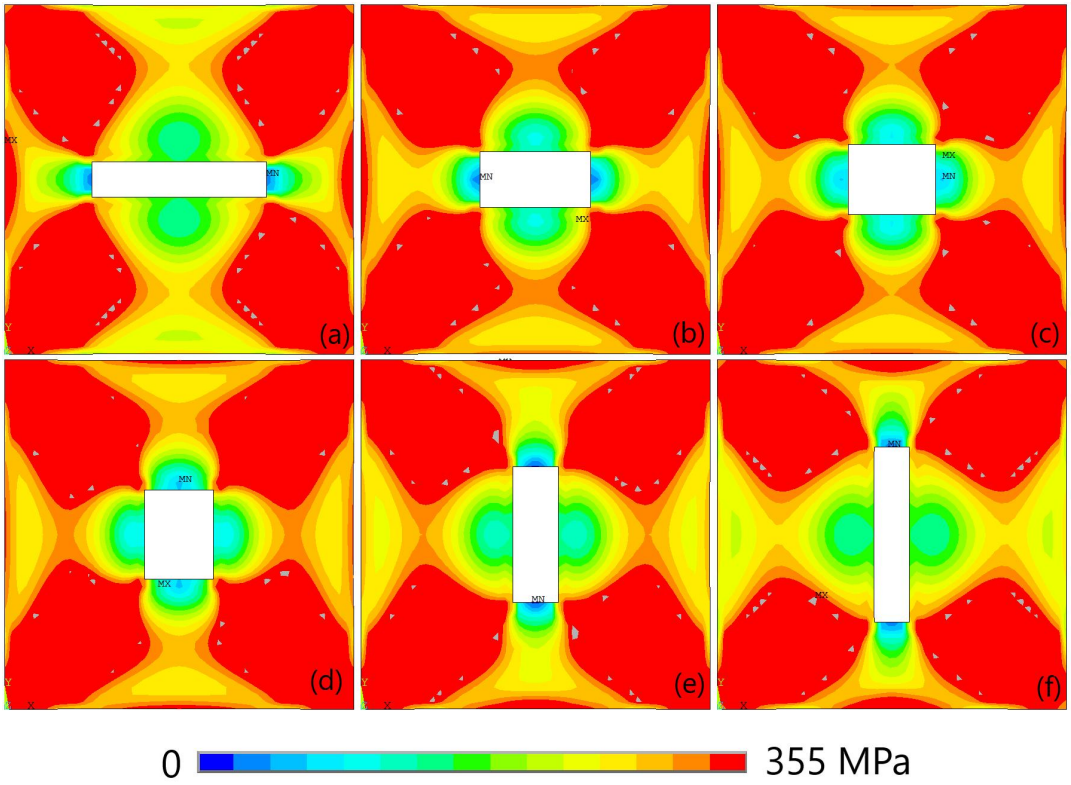


Figura C 71 - Placa quadrada ($b/a = 1$), com retangular e fração volumétrica de 0,05. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}5$; (c) $b_0/a_0 = 0{,}8$; (d) $b_0/a_0 = 1{,}3$; (e) $b_0/a_0 = 3{,}0$ e (f) $b_0/a_0 = 5{,}0$.

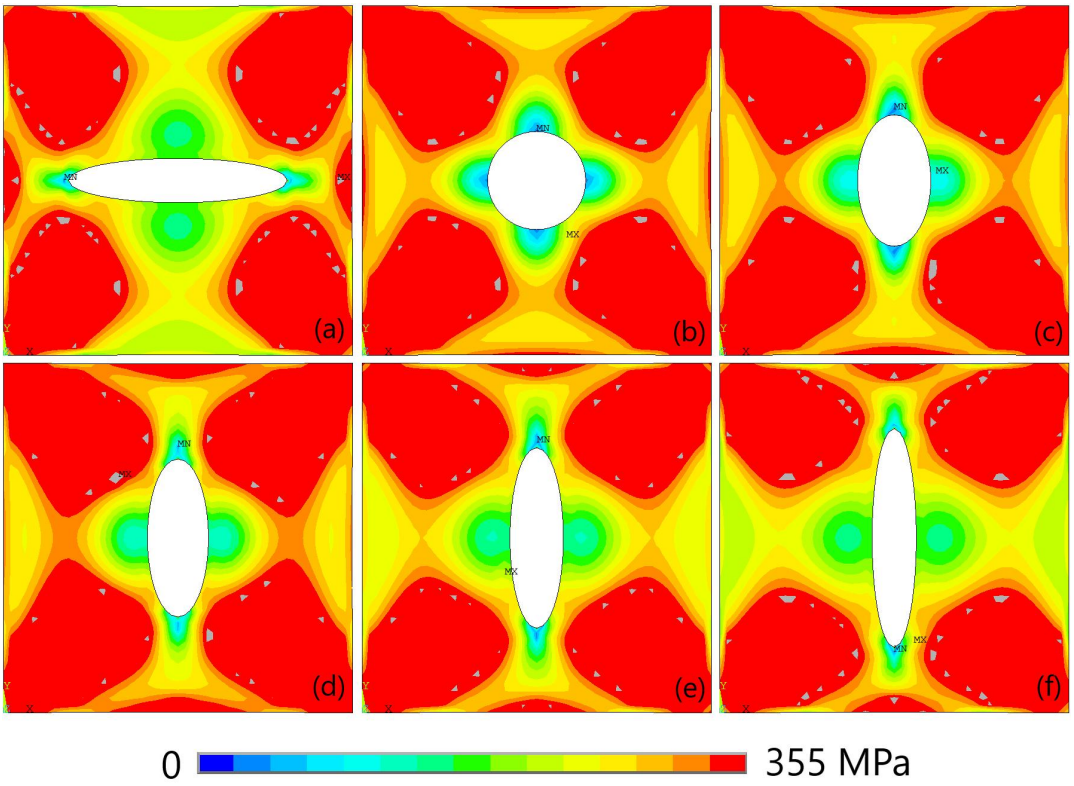


Figura C 72 - Placa quadrada ($b/a = 1$), com furo elíptico e fração volumétrica de 0,10. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 1{,}0$; (c) $b_0/a_0 = 1{,}8$; (d) $b_0/a_0 = 2{,}6$; (e) $b_0/a_0 = 3{,}4$ e (f) $b_0/a_0 = 5{,}0$.

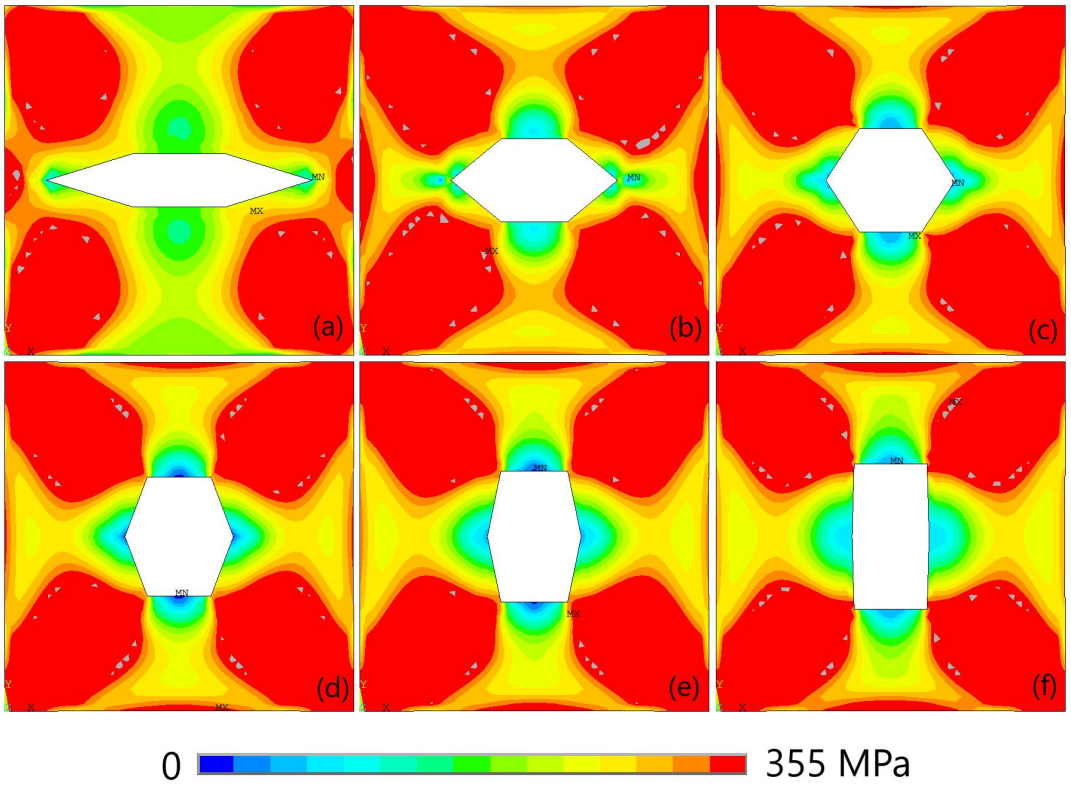


Figura C73 - Placa quadrada ($b/a = 1$), com furo hexagonal longitudinal e fração volumétrica de 0,10. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}5$; (c) $b_0/a_0 = 0{,}8$; (d) $b_0/a_0 = 1{,}1$; (e) $b_0/a_0 = 1{,}4$ e (f) $b_0/a_0 = 1{,}9$.

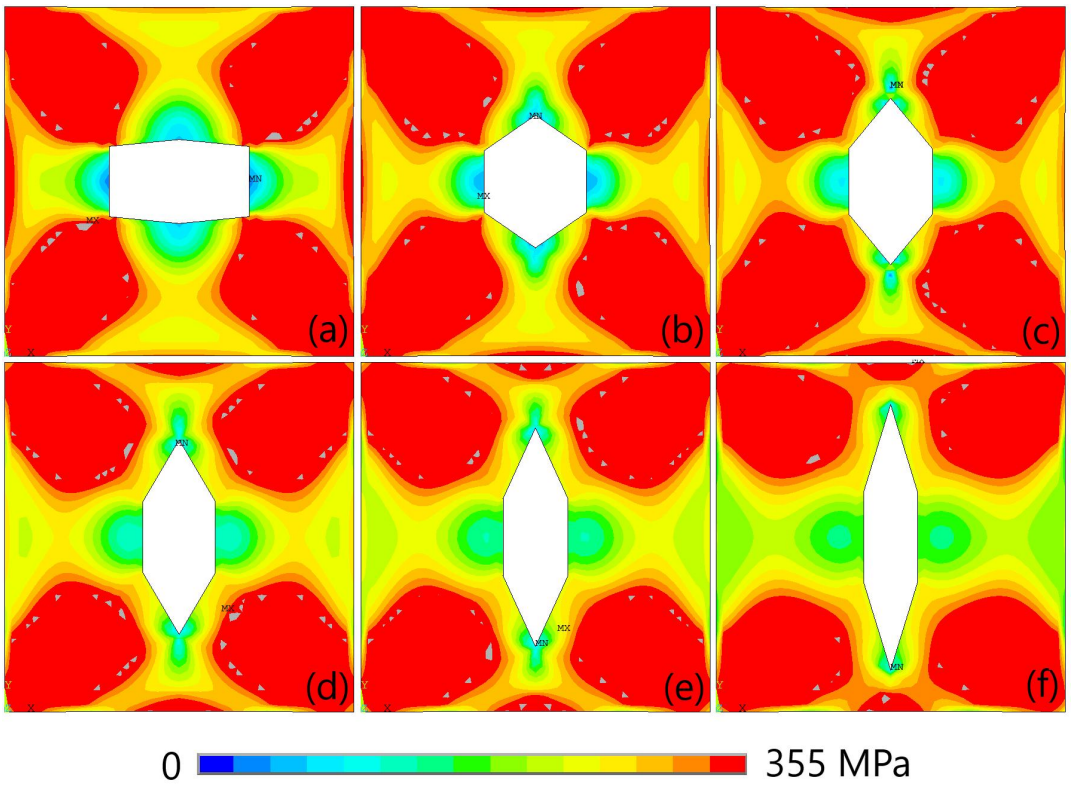


Figura C 74 - Placa quadrada ($b/a = 1$), com furo hexagonal transversal e fração volumétrica de 0,10. (a) $b_0/a_0 = 0{,}6$; (b) $b_0/a_0 = 1{,}3$; (c) $b_0/a_0 = 2{,}0$; (d) $b_0/a_0 = 2{,}7$; (e) $b_0/a_0 = 3{,}4$ e (f) $b_0/a_0 = 5{,}0$.

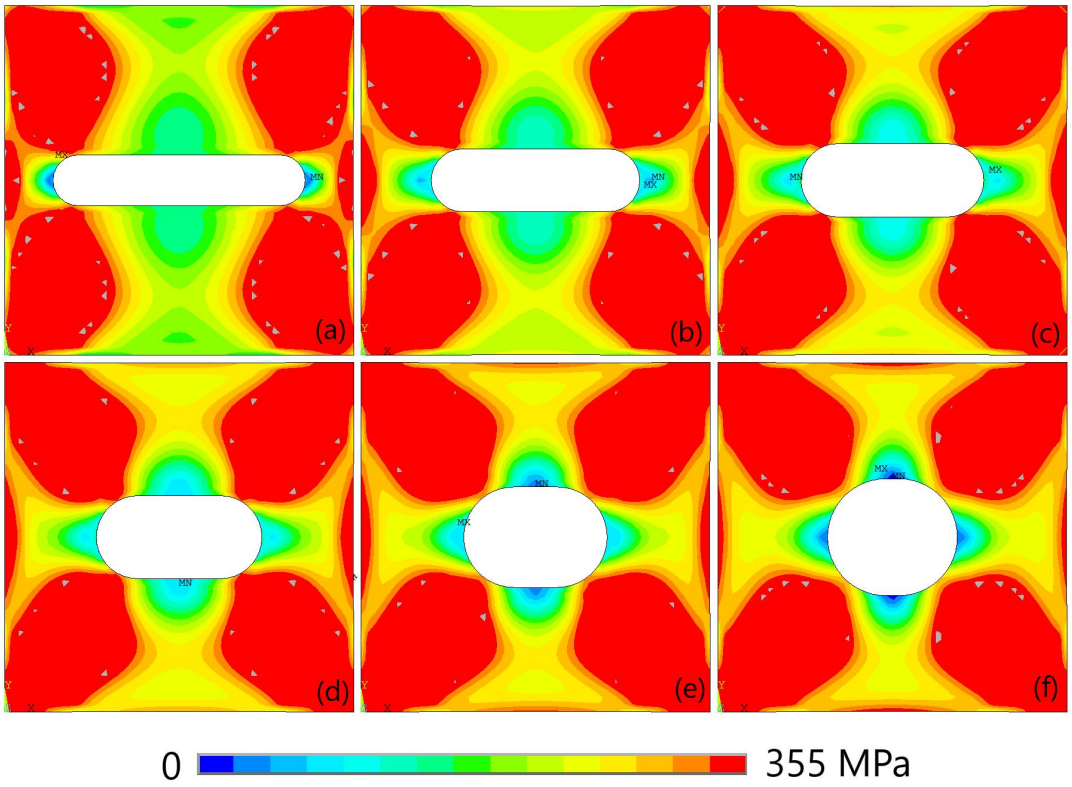


Figura C 75 - Placa quadrada ($b/a = 1$), com furo oblongo longitudinal e fração volumétrica de 0,10. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}3$; (c) $b_0/a_0 = 0{,}4$; (d) $b_0/a_0 = 0{,}5$; (e) $b_0/a_0 = 0{,}7$ e (f) $b_0/a_0 = 0{,}9$.

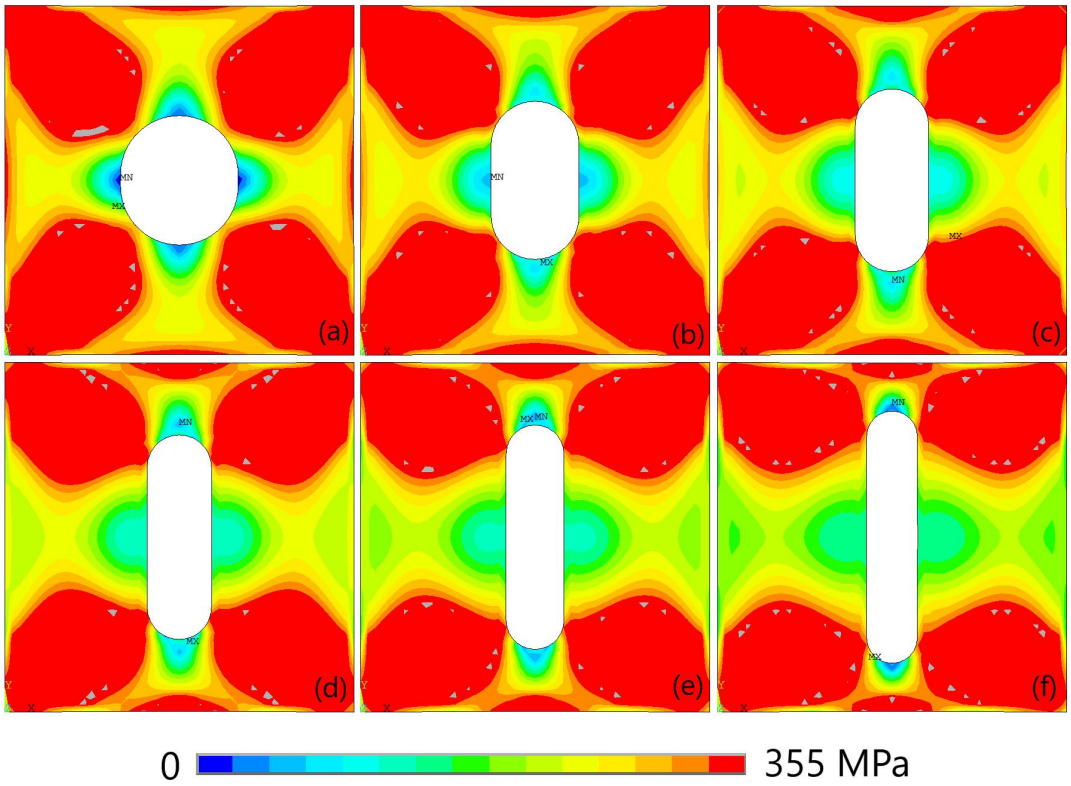


Figura C 76 - Placa quadrada ($b/a = 1$), com furo oblongo transversal e fração volumétrica de 0,10. (a) $b_0/a_0 = 1{,}1$; (b) $b_0/a_0 = 1{,}8$; (c) $b_0/a_0 = 2{,}5$; (d) $b_0/a_0 = 3{,}2$; (e) $b_0/a_0 = 3{,}9$ e (f) $b_0/a_0 = 5{,}0$.

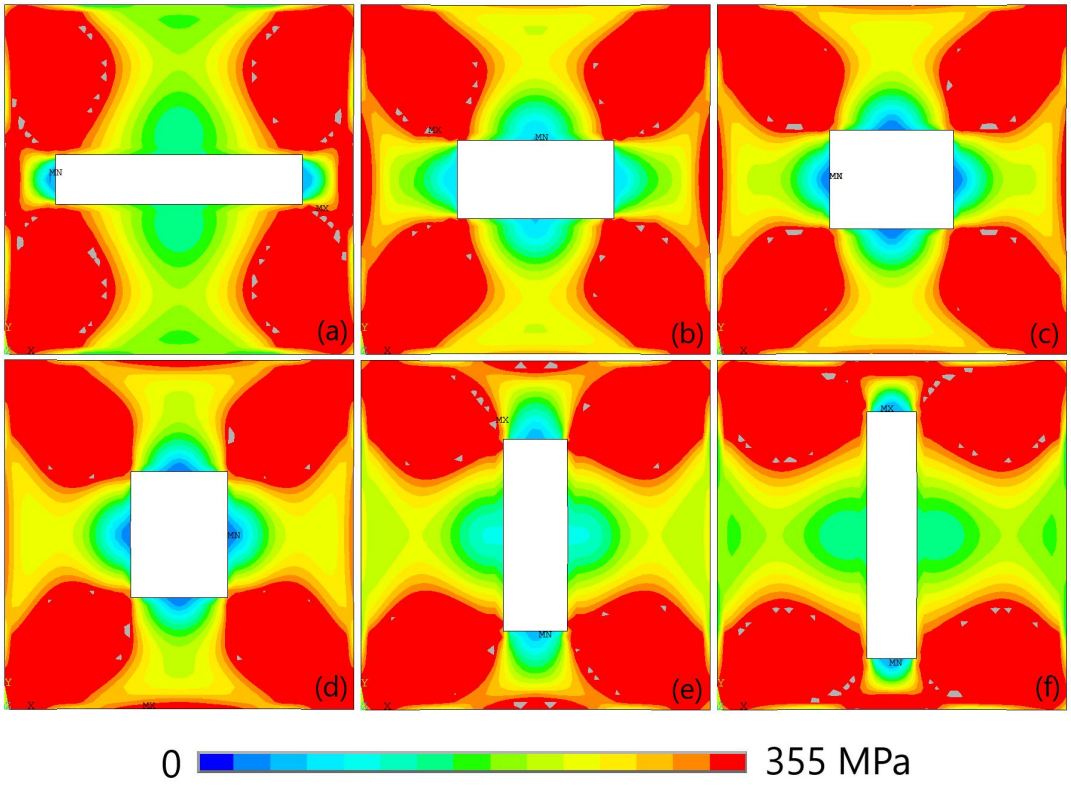


Figura C 77 - Placa quadrada ($b/a = 1$), com retangular e fração volumétrica de 0,10. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}5$; (c) $b_0/a_0 = 0{,}8$; (d) $b_0/a_0 = 1{,}3$; (e) $b_0/a_0 = 3{,}0$ e (f) $b_0/a_0 = 5{,}0$.

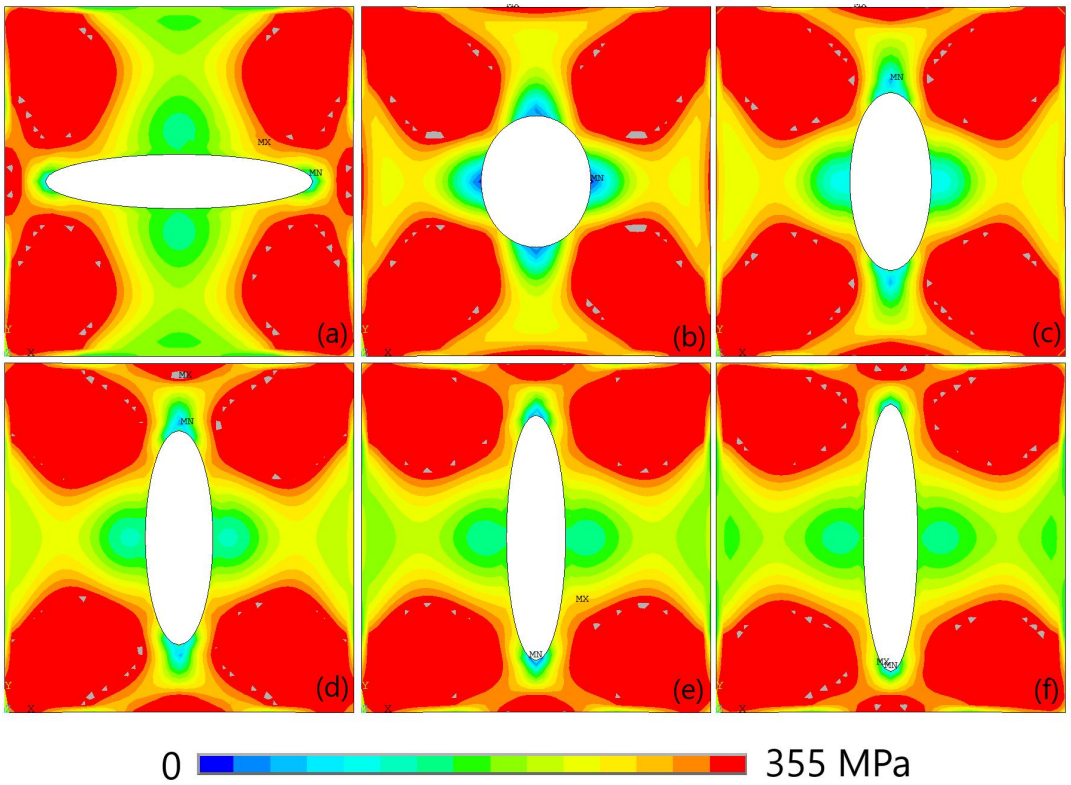


Figura C 78 - Placa quadrada ($b/a = 1$), com furo elíptico e fração volumétrica de 0,15. (a) $b_0/a_0 = 0{,}2$; (b) $b_0/a_0 = 1{,}2$; (c) $b_0/a_0 = 2{,}2$; (d) $b_0/a_0 = 3{,}2$; (e) $b_0/a_0 = 4{,}2$ e (f) $b_0/a_0 = 5{,}0$.

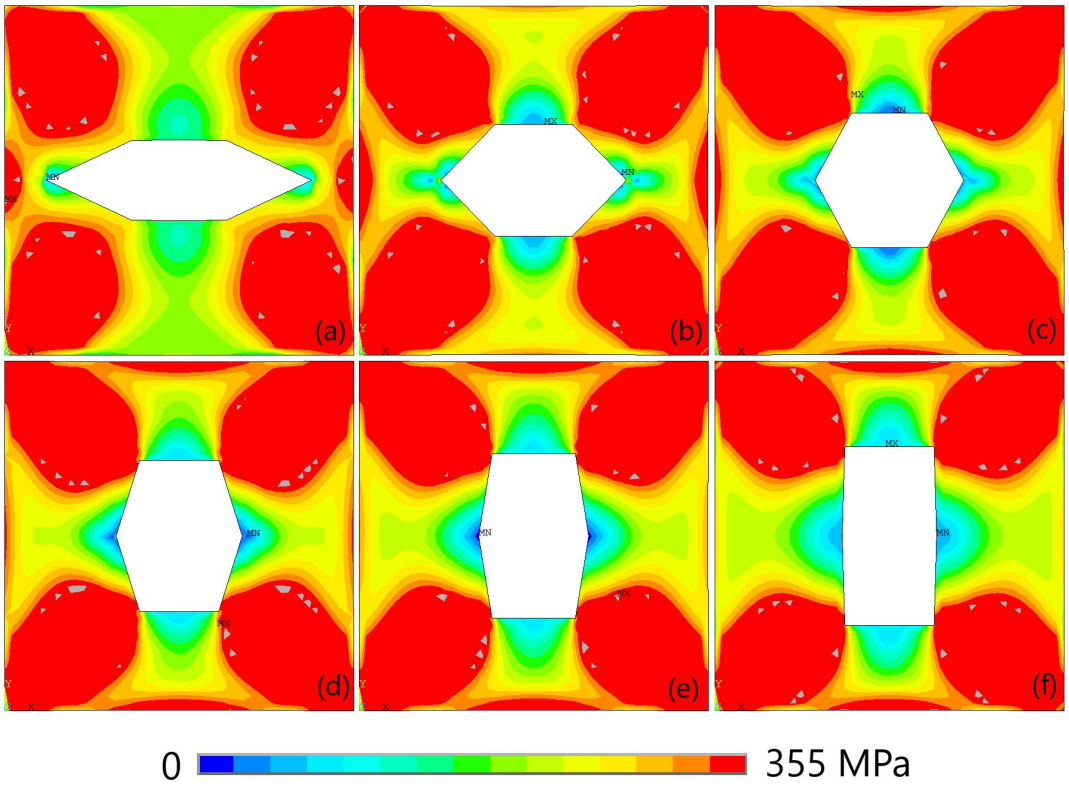


Figura C 79 - Placa quadrada ($b/a = 1$), com furo hexagonal longitudinal e fração volumétrica de 0,15. (a) $b_0/a_0 = 0{,}3$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}6$; (c) $b_0/a_0 = 0{,}9$; (d) $b_0/a_0 = 1{,}2$; (e) $b_0/a_0 = 1{,}5$ e (f) $b_0/a_0 = 1{,}9$.

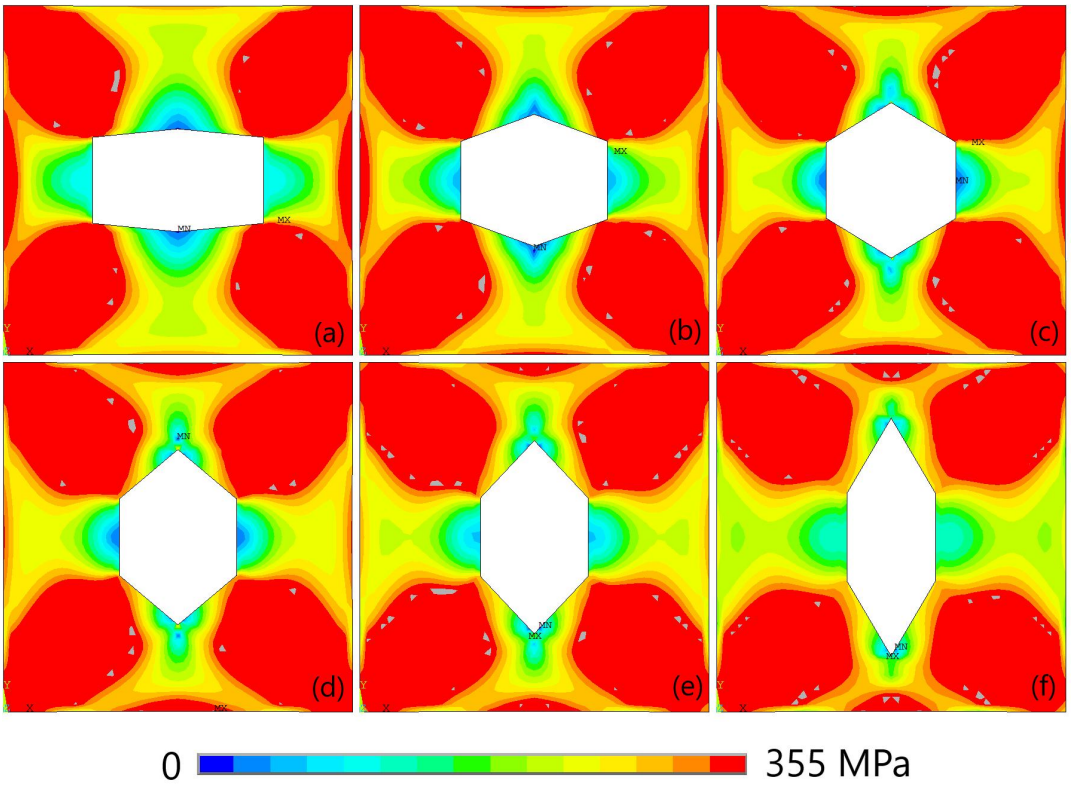


Figura C 80 - Placa quadrada ($b/a = 1$), com furo hexagonal transversal e fração volumétrica de 0,15. (a) $b_0/a_0 = 0{,}6$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}9$; (c) $b_0/a_0 = 1{,}2$; (d) $b_0/a_0 = 1{,}5$; (e) $b_0/a_0 = 1{,}8$ e (f) $b_0/a_0 = 2{,}7$.

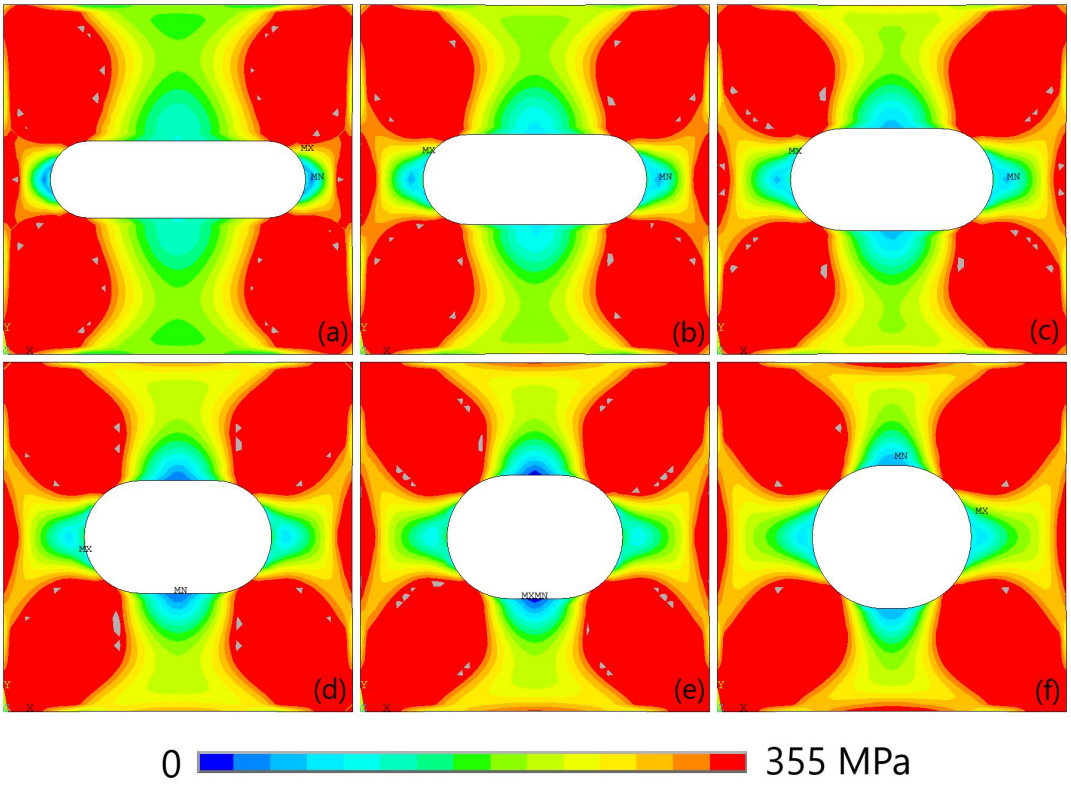


Figura C 81 - Placa quadrada ($b/a = 1$), com furo oblongo longitudinal e fração volumétrica de 0,15. (a) $b_0/a_0 = 0{,}3$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}4$; (c) $b_0/a_0 = 0{,}5$; (d) $b_0/a_0 = 0{,}6$; (e) $b_0/a_0 = 0{,}7$ e (f) $b_0/a_0 = 0{,}9$.

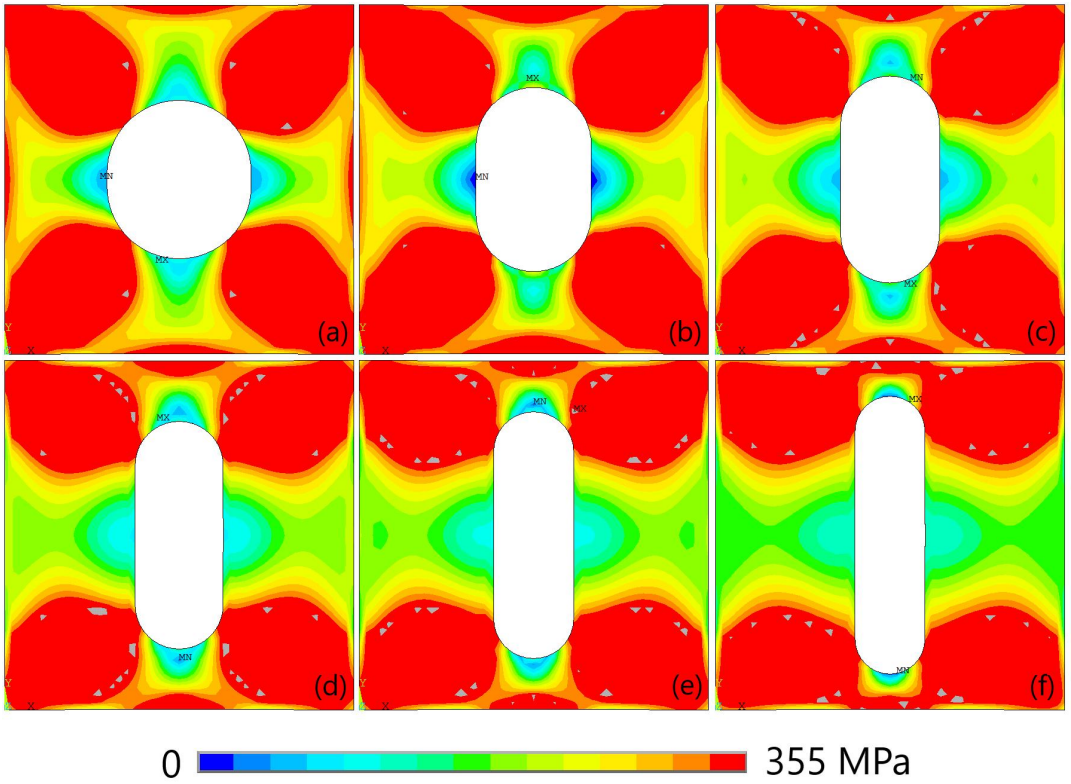


Figura C 82 - Placa quadrada ($b/a = 1$), com furo oblongo transversal e fração volumétrica de 0,15. (a) $b_0/a_0 = 1{,}1$; (b) $b_0/a_0 = 1{,}6$; (c) $b_0/a_0 = 2{,}1$; (d) $b_0/a_0 = 2{,}6$; (e) $b_0/a_0 = 3{,}1$ e (f) $b_0/a_0 = 4{,}0$.

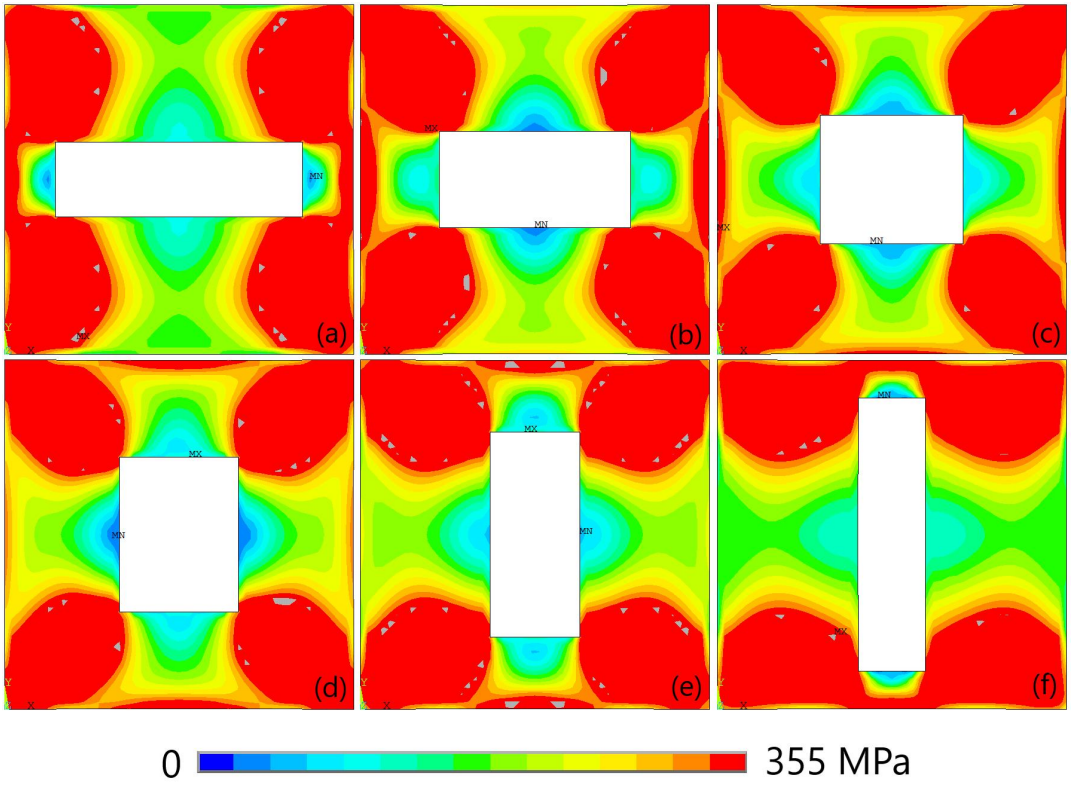


Figura C 83 - Placa quadrada ($b/a = 1$), com retangular e fração volumétrica de 0,15. (a) $b_0/a_0 = 0{,}3$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}5$; (c) $b_0/a_0 = 0{,}9$; (d) $b_0/a_0 = 1{,}3$; (e) $b_0/a_0 = 2{,}3$ e (f) $b_0/a_0 = 4{,}1$.

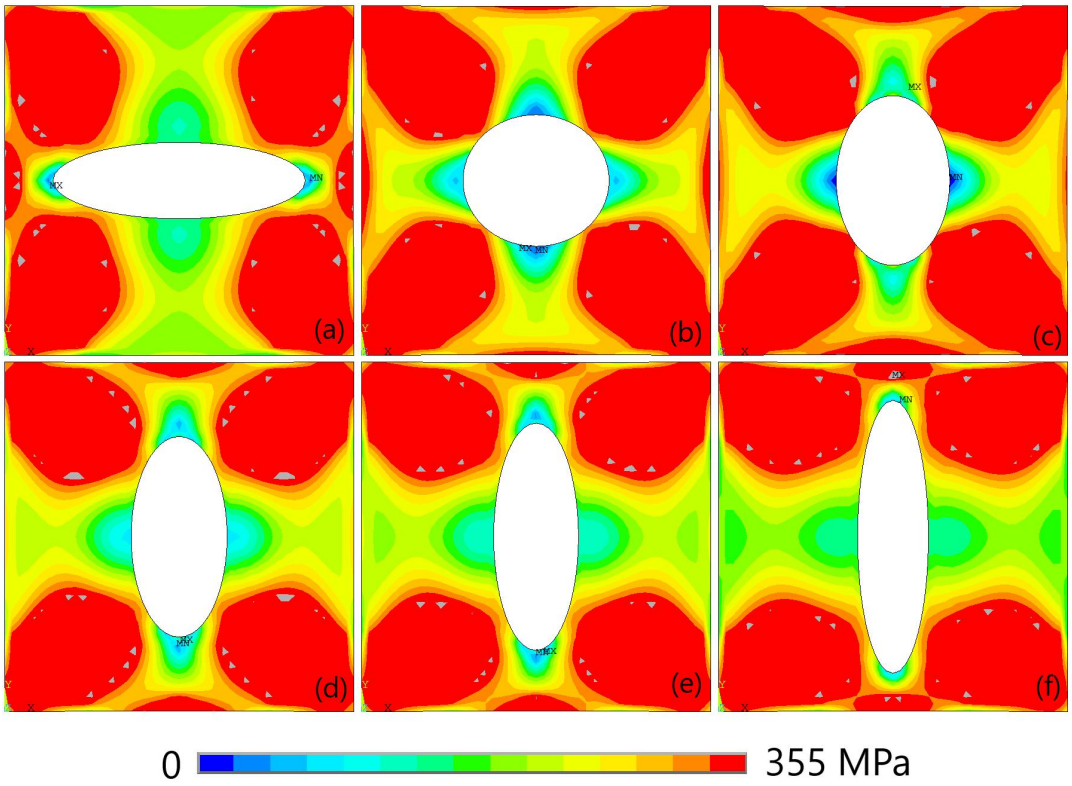


Figura C 84 - Placa quadrada ($b/a = 1$), com furo elíptico e fração volumétrica de 0,20. (a) $b_0/a_0 = 0{,}3$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}9$; (c) $b_0/a_0 = 1{,}5$; (d) $b_0/a_0 = 2{,}1$; (e) $b_0/a_0 = 2{,}7$ e (f) $b_0/a_0 = 3{,}9$.

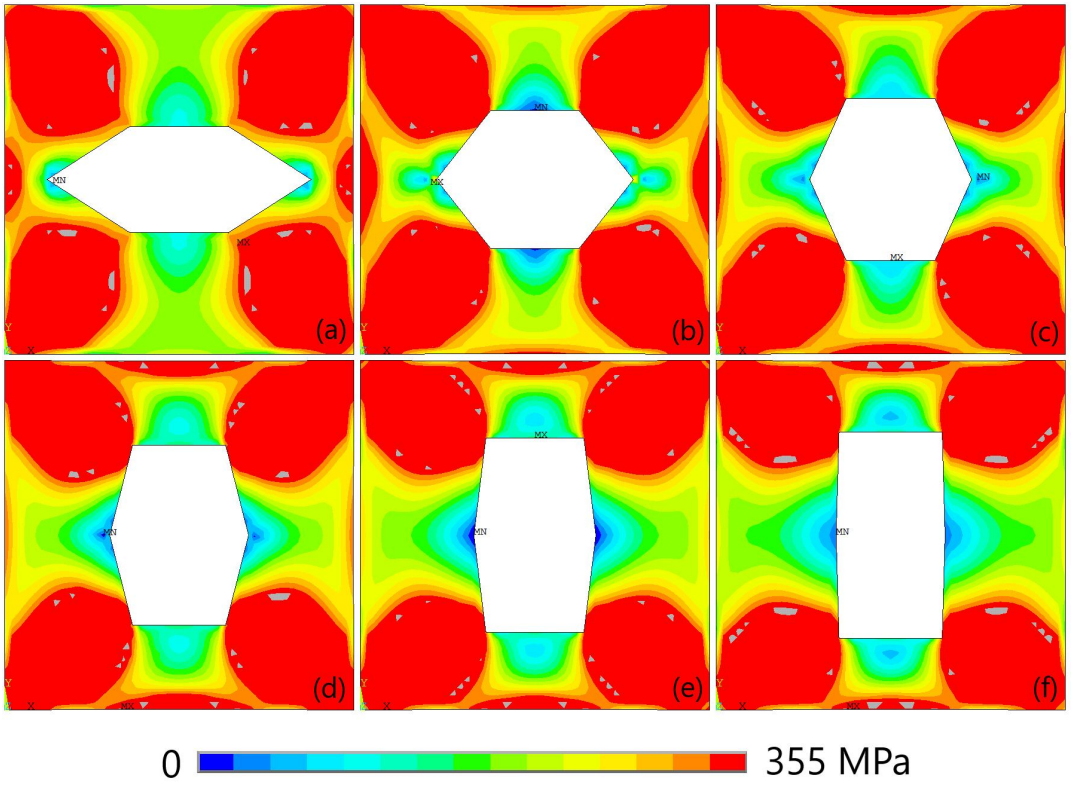


Figura C 85 -Placa quadrada ($b/a = 1$), com furo hexagonal longitudinal e fração volumétrica de 0,20. (a) $b_0/a_0 = 0{,}4$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}7$; (c) $b_0/a_0 = 1{,}0$; (d) $b_0/a_0 = 1{,}3$; (e) $b_0/a_0 = 1{,}6$ e (f) $b_0/a_0 = 1{,}9$.

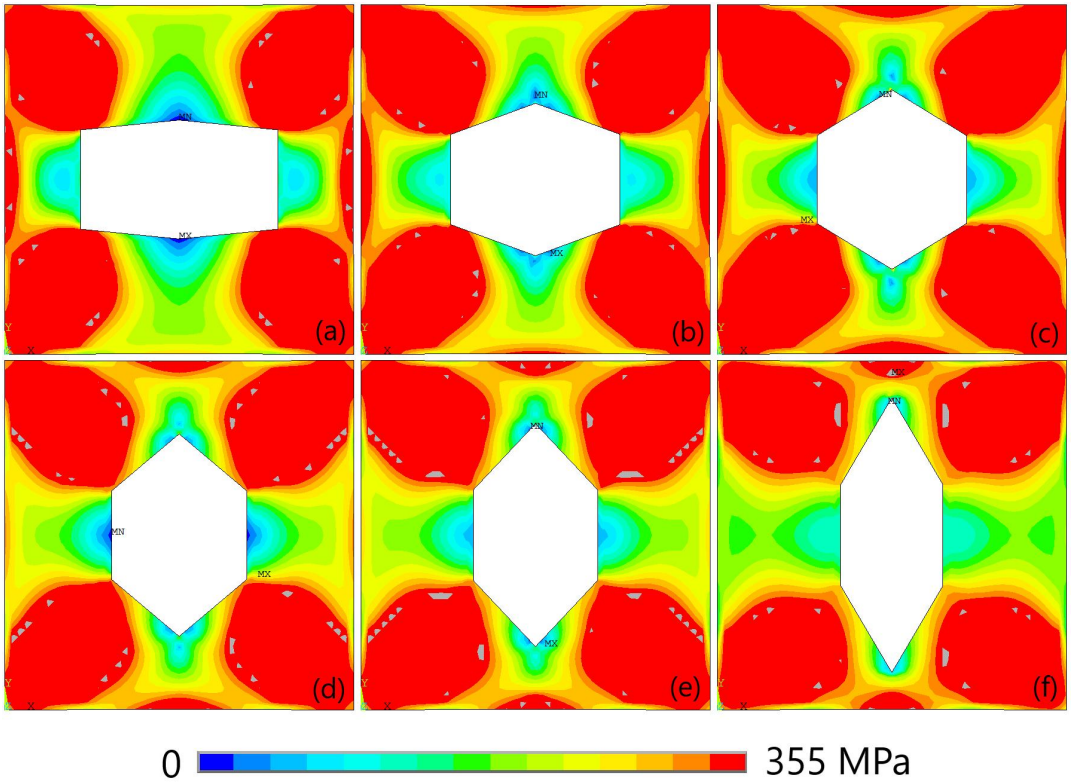


Figura C 86 - Placa quadrada ($b/a = 1$), com furo hexagonal transversal e fração volumétrica de 0,20. (a) $b_0/a_0 = 0{,}6$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}9$; (c) $b_0/a_0 = 1{,}2$; (d) $b_0/a_0 = 1{,}5$; (e) $b_0/a_0 = 1{,}8$ e (f) $b_0/a_0 = 2{,}7$.

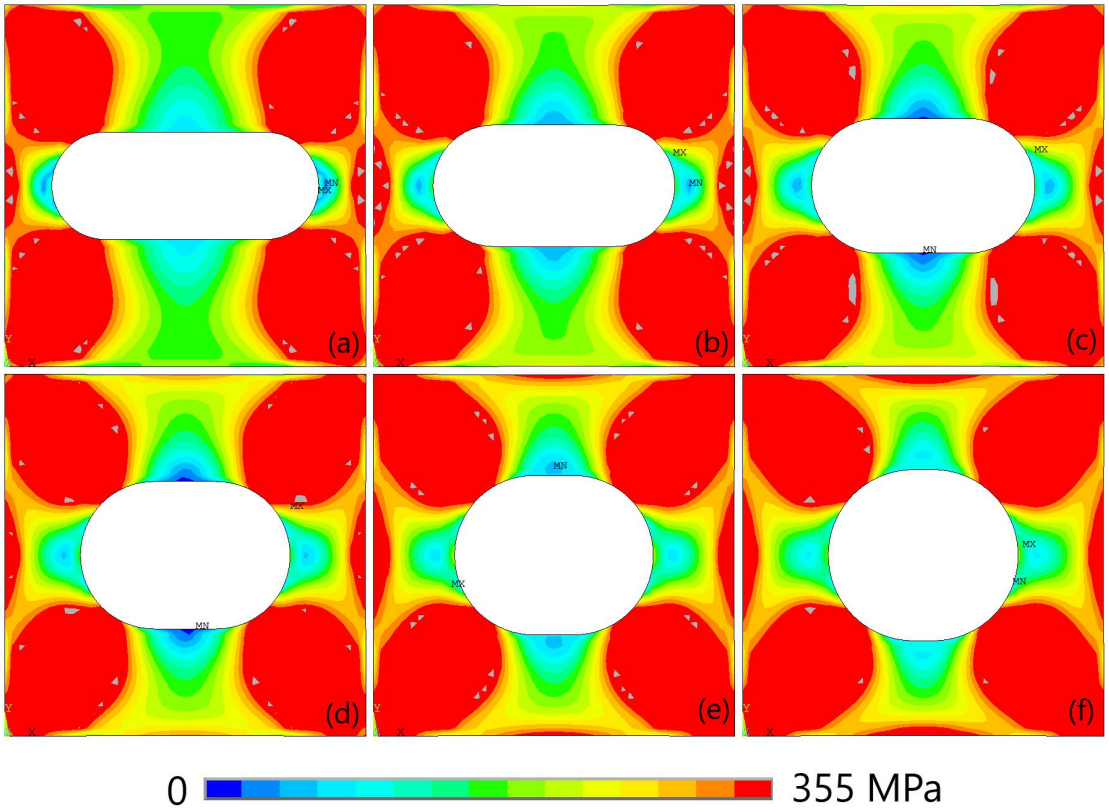


Figura C 87 - Placa quadrada ($b/a = 1$), com furo oblongo longitudinal e fração volumétrica de 0,20. (a) $b_0/a_0 = 0{,}4$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}5$; (c) $b_0/a_0 = 0{,}6$; (d) $b_0/a_0 = 0{,}7$; (e) $b_0/a_0 = 0{,}8$ e (f) $b_0/a_0 = 0{,}9$.

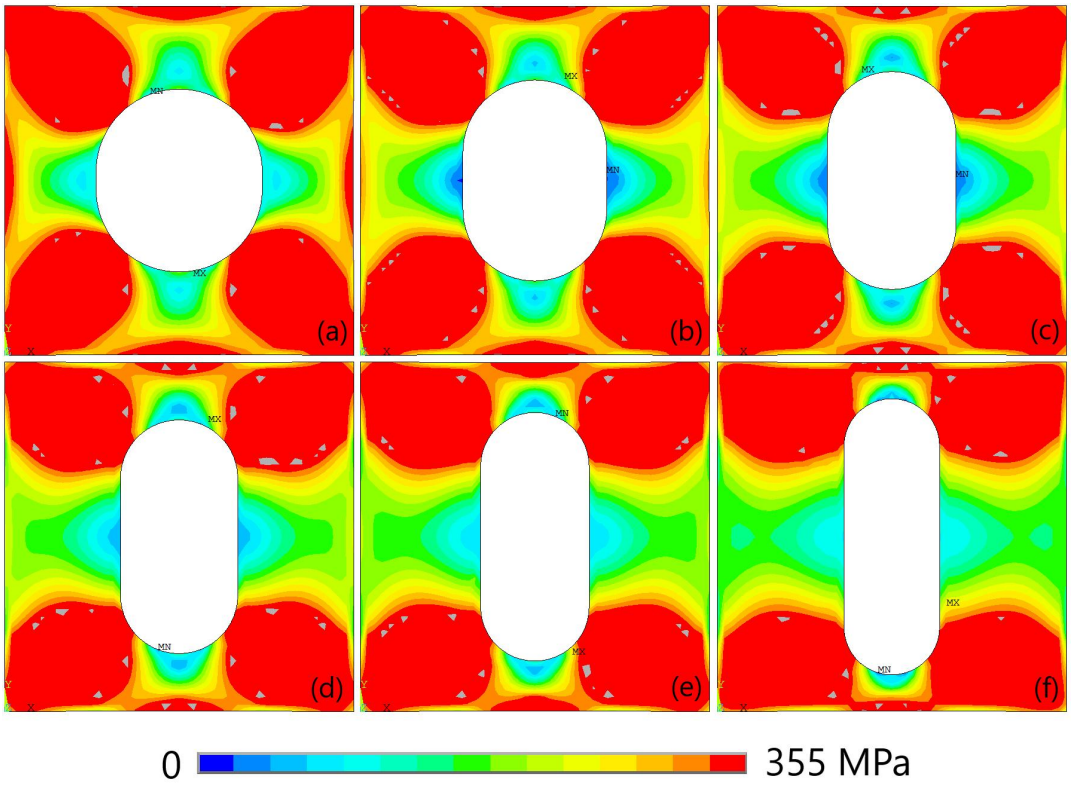


Figura C 88 -Placa quadrada ($b/a = 1$), com furo oblongo transversal e fração volumétrica de 0,20. (a) $b_0/a_0 = 1{,}1$; (b) $b_0/a_0 = 1{,}4$; (c) $b_0/a_0 = 1{,}7$; (d) $b_0/a_0 = 2{,}0$; (e) $b_0/a_0 = 2{,}3$ e (f) $b_0/a_0 = 2{,}9$.

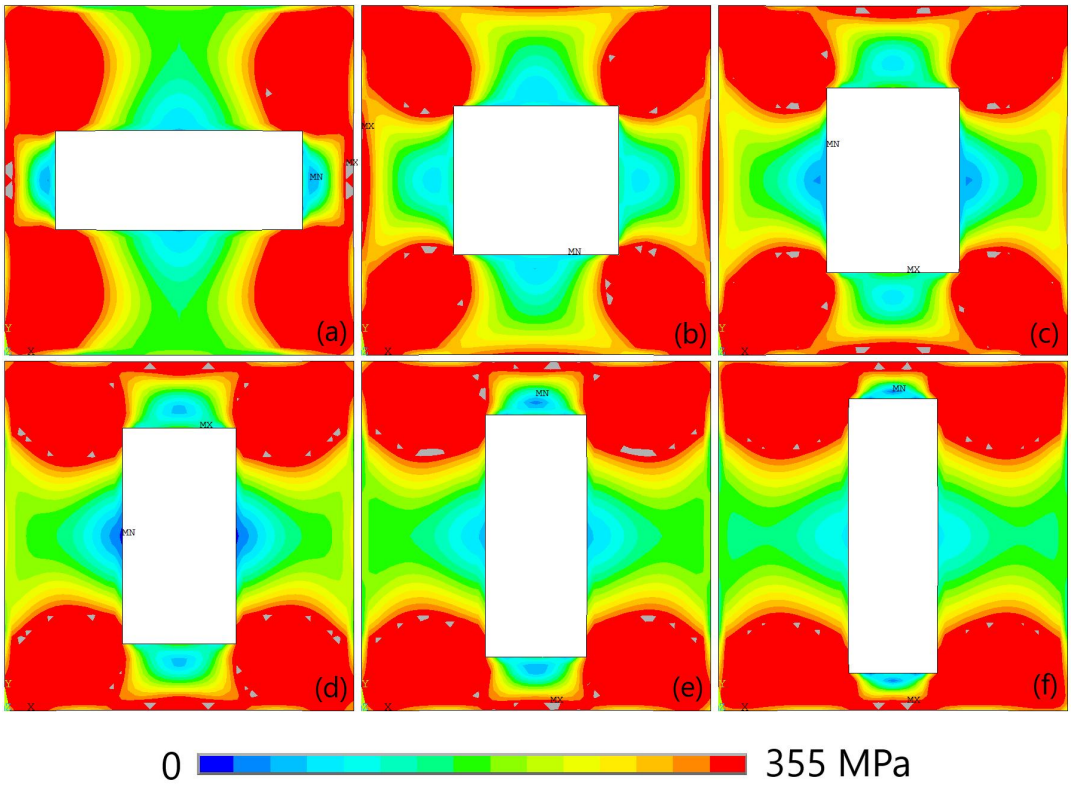


Figura C 89 - Placa quadrada ($b/a = 1$), com retangular e fração volumétrica de 0,20. (a) $b_0/a_0 = 0{,}4$; (b) $b_0/a_0 = 0{,}8$; (c) $b_0/a_0 = 1{,}4$; (d) $b_0/a_0 = 1{,}9$; (e) $b_0/a_0 = 2{,}4$ e (f) $b_0/a_0 = 3{,}1$.