

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL

**UTILIZAÇÃO DO TESTE ADF EM SÉRIES TEMPORAIS NA
PRESENÇA DE QUEBRAS ESTRUTURAIS**

por

Mariane Coelho Amaral

Tese para obtenção do Título de
Doutora em Modelagem Computacional

Rio Grande, dezembro de 2024

Mariane Coelho Amaral

“Utilização do teste ADF em séries temporais na presença de quebras estruturais”

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional da Universidade Federal do Rio Grande - FURG, como requisito parcial para obtenção do Grau de Doutor. Área de concentração: Modelagem Computacional.

Aprovado em: 09/12/2024

BANCA EXAMINADORA

Documento assinado digitalmente
 **VIVIANE LEITE DIAS DE MATTOS**
 Data: 10/12/2024 12:48:14-0300
 Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Profa. Viviane Leite Dias de Mattos (Orientadora - FURG)

Documento assinado digitalmente
 **ANDREA CRISTINA KONRATH**
 Data: 10/12/2024 12:11:38-0300
 Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Profa. Dra. Andréa Konrath (Co-orientadora - UFSC)

Documento assinado digitalmente
 **Pedro Alberto Barbetta**
 Data: 09/12/2024 11:06:26-0300
 CPF: ***.401.127-**
 Verifique as assinaturas em <https://v.ufsc.br>

Prof. Dr. Pedro Alberto Barbetta (UFSC)

Documento assinado digitalmente
 **Luiz Ricardo Nakamura**
 Data: 09/12/2024 11:26:30-0300
 Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Luiz Ricardo Nakamura (UFLA)

Documento assinado digitalmente
 **TIAGO DA CRUZ ASMUS**
 Data: 10/12/2024 09:17:02-0300
 Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Tiago da Cruz Asmus (FURG)

Documento assinado digitalmente
 **DIANA FRANCISCA ADAMATTI**
 Data: 10/12/2024 09:52:41-0300
 Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Profa. Dra. Diana Francisca Adamatti (FURG)

Rio Grande - RS
 2024

Ficha Catalográfica

A485u Amaral, Mariane Coelho.

Utilização do teste ADF em séries temporais na presença de
quebras estruturais / Mariane Coelho Amaral. – 2024.

105 f.

Tese (doutorado) – Universidade Federal do Rio Grande –
FURG, Programa de Pós-Graduação em Modelagem
Computacional, Rio Grande/RS, 2024

Orientadora: Dra. Viviane Leite Dias de Mattos.

Coorientadora: Dra. Andréa Konrath.

1. Séries temporais 2. Teste ADF 3. Quebras estruturais
4. Quebras permanentes 5. Quebras temporárias I. Mattos, Viviane
Leite Dias de II. Konrath, Andréa III. Título.

CDU 004

Catálogo na Fonte: Bibliotecário José Paulo dos Santos CRB 10/2344

AGRADECIMENTOS

A Deus pela orientação e força nos dias em que pensei que não conseguiria.

À minha mãe, pelo esforço financeiro que foi necessário para que eu chegasse até aqui.

Ao meu pai, que em seus últimos dias de vida me ensinou lições inesperadas.

Ao meu esposo, Anderson Garcia Silveira, pelo companheirismo e ajuda.

À Martina Amaral Silveira, minha amada filha e a grande razão de eu querer ser cada vez melhor.

Aos amigos Leonardo Huck, Lisandra Machado e William Güths por estarem sempre presentes me incentivando.

À professora Viviane Mattos, por transmitir seu conhecimento e aceitar me orientar.

À professora Andrea Konrath por aceitar coorientar este trabalho.

Aos professores que compuseram a banca de avaliação.

À CAPES e a Universidade Federal do Rio Grande (FURG) pelos meses de apoio financeiro.

RESUMO

O estudo de séries temporais permite identificar padrões e tendências ao longo do tempo, sendo essencial para a previsão de eventos futuros e tomada de decisões. Os testes de raiz unitária, como o teste de Dickey-Fuller Aumentado (ADF), são utilizados para analisar a presença ou ausência de estacionariedade das séries. No entanto, quebras estruturais, como as de mudanças de nível ou temporárias, podem influenciar os resultados desse teste. Assim, ignorar quebras na estrutura das séries pode levar a modelos imprecisos, já que estudos mostram que a presença de quebras pode introduzir vieses nos resultados do teste ADF, favorecendo a não rejeição da hipótese nula de raiz unitária. Até o momento, no entanto, não estava claro como o teste ADF é afetado pelo tipo ou características das séries temporais e pelas quebras estruturais presentes. Assim, este trabalho analisa a utilização do referido teste, considerando quebras estruturais e propondo uma estratégia para utilização do teste ADF em séries sem sazonalidade. Com base nos resultados das simulações, constatou-se que o teste ADF é influenciado pela presença de quebras. Os achados mostram que as interações entre o comprimento da série, a amplitude da quebra e os termos determinísticos são cruciais para compreender completamente o comportamento de cada série. Em séries estacionárias, o impacto positivo do comprimento da série é reduzido na ausência de termos determinísticos, principalmente quando há a presença de uma quebra estrutural temporária na série. Já em séries não estacionárias, se há a presença de uma ruptura permanente, o aumento do comprimento da série impacta positivamente na média, sendo esse efeito atenuado quando a quebra ocorre no final ou no início da série. Ainda, foram realizados estudos de caso que ilustram a aplicação da estratégia proposta, aplicando esta estratégia em séries reais relacionadas ao consumo de eletricidade.

Palavras-chaves: Séries temporais, teste ADF, quebras estruturais, quebras permanentes, quebras temporárias

ABSTRACT

The study of time series allows the identification of patterns and trends over time, which is essential for predicting future events and making decisions. Unit root tests, like the Augmented Dickey-Fuller (ADF) test, are used to analyze the presence or absence of stationarity in time series. However, structural breaks, such as level shifts or temporary changes, can influence the results of this test. Ignoring structural breaks can lead to inaccurate models, as studies show that the presence of breaks can introduce biases in the ADF test results, favoring the non-rejection of the null hypothesis of a unit root. Until now, it has not been clear how the ADF test is affected by the type or characteristics of the time series and the structural breaks present. Thus, this work analyzes the use of the Augmented Dickey-Fuller test considering structural breaks and proposes a strategy for applying the ADF test to non-seasonal series. Based on the simulation results, it was found that the ADF test is influenced by the presence of breaks. The findings show that interactions between the length of the series, the amplitude of the break, and the deterministic terms are crucial for fully understanding the behavior of each series. In stationary series, the positive impact of the series length is reduced in the absence of deterministic terms, particularly when there is a temporary structural break in the series. In non-stationary series, if there is a permanent structural break, increasing the series length positively impacts the mean, with this effect being attenuated when the break occurs at the end or the beginning of the series. Furthermore, case studies were conducted to illustrate the application of the proposed strategy, applying that strategy to real series related to electricity consumption.

Palavras-chaves: Time series, ADF test, structural breaks, permanent breaks, temporary breaks

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
1.1	Cenário Geral	16
1.2	Hipótese da Pesquisa	17
1.3	Objetivo	17
1.3.1	Objetivo Geral	17
1.3.2	Objetivos Específicos	17
1.4	Justificativa	18
1.5	Limitações	18
2	REVISÃO DE LITERATURA	19
2.1	Estacionariedade	19
2.2	Testes DF e ADF	20
2.3	<i>Outliers</i> e Mudanças Estruturais	23
2.4	Modelagem GLM	28
2.5	Modelagem GAMLSS	29
2.6	Revisão Sistemática	32
2.6.1	Processo de Seleção dos Artigos	32
2.6.2	Análise Bibliométrica	33
2.6.3	Metassíntese	35
2.6.4	Leitura Complementar	40
3	METODOLOGIA	46
3.1	Modelo	46
3.2	Simulações Preliminares	47
3.3	Simulações Complementares	48
4	RESULTADOS	51
4.1	Resultados das Simulações Preliminares	51
4.2	Resultados do Estudo das Simulações Complementares	55
4.2.1	Cenário 1: $\delta=0,7$ e $\phi_1=0,55$	55
4.2.2	Cenário 2: $\delta=0,7$ e $\phi_1=1$	62
4.2.3	Cenário 3: $\delta=1$ e $\phi_1=0,55$	66
4.2.4	Cenário 4: $\delta=1$ e $\phi_1=1$	73
4.2.5	Discussão Sobre os Cenários	79
4.3	A Estratégia	79
5	ESTUDOS DE CASO	82
5.1	Caso 1 - Consumo anual de eletricidade no Brasil	82
5.2	Caso 2 - Produção de eletricidade a partir de fontes de gás natural na América do Norte	88
6	CONCLUSÕES	95

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Fluxograma proposto para aplicação do teste ADF.;Fonte: Silveira (2023)	22
Figura 2.2: Consumo de energia elétrica nacional em GWh	24
Figura 2.3: Tipologias AO, TC e LS	27
Figura 2.4: Quebra do tipo mudança temporária - valores para δ	28
Figura 2.5: Palavras mais citadas nos artigos selecionados	34
Figura 2.6: Principais afiliações dos autores	35
Figura 2.7: Países com maior produção científica entre os artigos	35
Figura 4.1: Exemplos de séries geradas a partir de um AR(1) com $\omega = 0$	51
Figura 4.2: Exemplos de séries geradas a partir de um AR(1) com $\omega = 1$	52
Figura 4.3: Exemplos de séries geradas a partir de um AR(1) com $\omega = 2$	52
Figura 4.4: Exemplos de séries geradas a partir de um AR(1) com $\omega = 4$	53
Figura 4.5: Rejeição da hipótese nula em função da amplitude e posição da quebra	54
Figura 4.6: <i>Boxplot</i> Cenário 1 - $\delta=0,7$ e $\phi_1=0,55$	57
Figura 4.7: Cenário 1 - $\delta= 0,7$ e $\phi_1=0,55$	58
Figura 4.8: Interações Cenário 1 - parâmetro μ - tipo x n	58
Figura 4.9: Interações Cenário 1 - parâmetro μ - tipo x ω	59
Figura 4.10: Interações Cenário 1 - parâmetro σ - n x ω	60
Figura 4.11: Interações Cenário 1 - parâmetro σ - <i>tipo</i> x ω	61
Figura 4.12: Interações Cenário 1 - parâmetro σ - <i>it</i> x n	62
Figura 4.13: <i>Boxplot</i> Cenário 2 - $\delta= 0,7$ e $\phi_1=1$	64
Figura 4.14: Cenário 2 - $\delta= 0,7$ e $\phi_1=1$	65
Figura 4.15: Interações Cenário 2 - parâmetro μ - <i>tipo</i> x n	65
Figura 4.16: Interações Cenário 2 - parâmetro σ - <i>tipo</i> x ω	67
Figura 4.17: <i>Boxplot</i> Cenário 3 - $\delta= 1$ e $\phi_1=0,55$	68
Figura 4.18: Cenário 3 - $\delta= 1$ e $\phi_1=0,55$	69
Figura 4.19: Interações Cenário 3 - parâmetro μ - n x ω	70
Figura 4.20: Interações Cenário 3 - parâmetro μ - <i>it</i> x ω	71
Figura 4.21: Interações Cenário 3 - parâmetro σ - <i>tipo</i> x ω	72
Figura 4.22: Interações Cenário 3 - parâmetro σ - <i>tipo</i> x n	73
Figura 4.23: <i>Boxplot</i> Cenário 4 - $\delta= 1$ e $\phi_1=1$	74
Figura 4.24: Cenário 4 - $\delta= 1$ e $\phi_1=1$	75
Figura 4.25: Interações Cenário 4 - parâmetro μ - <i>tipo</i> x n	76
Figura 4.26: Interações Cenário 4 - parâmetro μ - <i>it</i> x ω	77
Figura 4.27: Interações Cenário 4 - parâmetro σ - <i>it</i> x ω	78
Figura 4.28: Fluxograma da estratégia proposta	80
Figura 5.1: Consumo de eletricidade ao longo do tempo em GWh	82
Figura 5.2: Histograma e <i>boxplot</i> - Caso 1 - Série em nível	83
Figura 5.3: Aplicação da estratégia - Caso 1 - Série em nível	84

Figura 5.4: Diferença do consumo de eletricidade ao longo do tempo em GWh	86
Figura 5.5: Histograma e <i>boxplot</i> - Caso 1 - Série em primeira diferença	86
Figura 5.6: Aplicação da estratégia - Caso 1 - Série em primeira diferença	88
Figura 5.7: Produção de eletricidade a partir de fontes de gás natural (% do total) da América do Norte	89
Figura 5.8: Histograma e <i>boxplot</i> - Caso 2 - série em nível	90
Figura 5.9: Aplicação da estratégia - Caso 2 - série em nível	91
Figura 5.10: Produção de eletricidade a partir de fontes de gás natural (% do total) da América do Norte - Série em primeira diferença	92
Figura 5.11: Histograma e <i>boxplot</i> - Caso 2 - Série em primeira diferença	93
Figura 5.12: Aplicação da estratégia - Caso 2 - Série em primeira diferença	94

LISTA DE TABELAS

Tabela 1:	Distribuições contínuas do pacote <i>gamlss.dist</i> utilizadas neste trabalho para o intervalo (0,1)	30
Tabela 2:	Combinações de palavras-chave utilizadas em cada base	33
Tabela 3:	Artigos selecionados e os respectivos anos de publicação	33
Tabela 4:	Cenários para AR(1) sem constante e sem tendência, com $\phi_1 = 0,6$	48
Tabela 5:	Resumo dos parâmetros para as simulações finais na presença de raiz unitária	49
Tabela 6:	Resumo dos parâmetros para as simulações finais na ausência de raiz unitária	49
Tabela 7:	Cenários de análise dos dados	50
Tabela 8:	Proporção de rejeição de H_0 para $\phi_1 = 0,6$	53
Tabela 9:	Cenário 1 - Média, mediana e desvio padrão da proporção de rejeição da hipótese nula em experimento que considera séries temporais com quebra estrutural do tipo mudança temporária ($\delta = 0,7$) e estacionárias ($\phi_1 = 0,55$)	55
Tabela 10:	Análise do efeito principal dos fatores e das interações na proporção de rejeição da hipótese nula em experimentos com séries estacionárias - Cenário 1, onde $\delta = 0,7$ e $\phi_1 = 0,55$, considerando o parâmetro de escala μ	57
Tabela 11:	Análise do efeito principal dos fatores e das interações na proporção de rejeição da hipótese nula em experimentos com séries estacionárias - Cenário 1, onde $\delta = 0,7$ e $\phi_1 = 0,55$, considerando o parâmetro de escala σ	60
Tabela 12:	Cenário 2 - Média, mediana e desvio padrão da proporção de não rejeição da hipótese nula em experimentos com quebra estrutural do tipo mudança temporária ($\delta = 0,7$) e não estacionárias ($\phi_1 = 1$)	62
Tabela 13:	Análise do efeito principal dos fatores e das interações na proporção de não rejeição da hipótese nula em experimentos com séries não estacionárias - Cenário 2, onde $\delta = 0,7$ e $\phi_1 = 1$, considerando o parâmetro de escala μ	64
Tabela 14:	Análise do efeito principal dos fatores e das interações na proporção de não rejeição da hipótese nula em experimentos com séries não estacionárias - Cenário 2, onde $\delta = 0,7$ e $\phi_1 = 1$, considerando o parâmetro de escala σ	66
Tabela 15:	Cenário 3 - Média, mediana e desvio padrão da proporção de rejeição da hipótese nula em experimentos com quebra estrutural do tipo mudança de nível ($\delta = 1$) e estacionárias ($\phi_1 = 0,55$)	67
Tabela 16:	Análise do efeito principal dos fatores e das interações na proporção de rejeição da hipótese nula em experimentos com séries estacionárias - Cenário 3, onde $\delta = 1$ e $\phi_1 = 0,55$, considerando o parâmetro de escala μ	69
Tabela 17:	Análise do efeito principal dos fatores e das interações na proporção de rejeição da hipótese nula em experimentos com séries não estacionárias - Cenário 3, onde $\delta = 1$ e $\phi_1 = 0,55$, considerando o parâmetro de escala σ	71

Tabela 18: Cenário 4 - Média, mediana e desvio padrão da proporção de não rejeição da hipótese nula em experimentos com quebra estrutural do tipo mudança de nível ($\delta=1$) e não estacionárias ($\phi_1=1$)	73
Tabela 19: Análise do efeito principal dos fatores e das interações na proporção de não rejeição da hipótese nula em experimentos com séries não estacionárias - Cenário 4, onde $\delta=1$ e $\phi_1=1$, considerando o parâmetro de escala μ . . .	76
Tabela 20: Análise do efeito principal dos fatores e das interações na proporção de não rejeição da hipótese nula em experimentos com séries não estacionárias - Cenário 4, onde $\delta=1$ e $\phi_1=1$, considerando o parâmetro de escala σ . . .	78
Tabela 21: Resumo das medidas descritivas - Caso 1 - Série em nível	83
Tabela 22: Teste de tendência - Caso 1 - Série em nível	83
Tabela 23: Teste de Chow - Caso 1 - Série em nível	84
Tabela 24: Resultados do teste ADF - Caso 1 - Série em nível	85
Tabela 25: Resumo das medidas descritivas- Caso 1- Série em primeira diferença . .	85
Tabela 26: Teste de Chow - Caso 1 - Série em primeira diferença	87
Tabela 27: Teste de tendência - Caso 1 - Série em primeira diferença	87
Tabela 28: Resultados do teste ADF - Caso 1 - Série em primeira diferença	87
Tabela 29: Resumo das medidas descritivas - Caso 2 - Série em nível	89
Tabela 30: Teste de tendência - Caso 2 - Série em nível	90
Tabela 31: Teste de Chow - Caso 2 - Série em nível	90
Tabela 32: Resultados do teste ADF para a série em nível - Caso 2	90
Tabela 33: Resumo das medidas descritivas - Caso 2 - Série em primeira diferença . .	92
Tabela 34: Teste de tendência - Caso 2 - Série em primeira diferença	93
Tabela 35: Teste de Chow - Caso 2 - Série em primeira diferença	93
Tabela 36: Resultados do teste ADF - Caso 2 - Série em primeira diferença	93

LISTA DE SÍMBOLOS

B	Notação backshift
g_h	Função de ligação do GAMLSS
int	Valor inteiro
H_0	Hipótese nula
H_1	Hipótese alternativa
it	Quantil de imputação da quebra estrutural
k	Número da defasagem
l_4	Critério de seleção da defasagem máxima de Schwert
L_n	Logaritmo Natural
n	Comprimento de série temporal
N	Número de replicações
t	Tendência da série
u_t	Ruído branco
W	Movimento Browniano
X	Matriz com termos aditivos do modelo
Y	Série temporal
Z	Série temporal com quebra estrutural
$\tilde{\beta}_1$	Estimador de β
σ_u^2	Variância estimada dos resíduos
$\tilde{\phi}$	Estimador de ϕ
v	Parâmetro associado à assimetria
λ	Parâmetro associado à curtose

Símbolos gregos

β_1	Intercepto
β_2	Coeficiente de tendência
δ	Decaimento da perturbação
Δ	Operador da diferença
ϵ_t	Resíduos do Modelo AR(1)
γ	Coeficientes lineares dos parâmetros
f	Função de perturbações exógenas
σ	Parâmetro de escala
μ	Parâmetro de locação
τ	Estatística de teste dos testes DF e ADF
ϕ_1	Coeficiente autorregressivo
η	Preditor do parâmetro do GAMLSS
ω	Amplitude da quebra

Sub índices

t instante de tempo
 k defasagens do modelo

LISTA DE ABREVIATURAS

ADF	Dickey-Fuller Aumentado
ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
ANOVA	<i>Analysis of Variance</i>
AR	Autorregressivo
ARCH	<i>Autoregressive Conditional Heteroskedasticity</i>
ARDL	<i>Autoregressive Distributed Lag</i> ARRUMAR
ARMA	<i>Autoregressive Moving Average Model</i>
AO	<i>Additive Outlier</i>
BEN	Balanco Energético Nacional
BE	Distribuição Beta
BEo	Distribuição Beta Original
BIC	<i>Bayesian Information Criterion</i>
CADF	<i>Covariate-ADF</i>
CIPS	<i>Cross-sectionally Augmented IPS</i>
CCDC	Detecção e Classificação de Mudança Contínua
CUSUM	<i>Cumulative sum control chart</i>
DF	Dickey-Fuller
DF-GLS	Dickey-Fuller <i>generalized least squares</i>
EIA	<i>Energy Information Administration</i>
ESTAR	<i>Exponential Smooth Transition Autoregressive</i>
EUA	Estados Unidos da América
FAC	Função de Autocorrelação
FADF	Fourier ADF
FD	Função de Distribuição
FL	Função de Ligação
FMAX	Teste F Máximo
GAIC	Critério de Informação Generalizado de Akaike
GAMLSS	Modelos Aditivos Generalizados para Localização, Escala e Forma
GARCH	<i>Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity</i>
GLM	Modelos Lineares Generalizados
GWh	Gigawatt-hora
IMA	<i>Integrated Moving Average</i>
IPA-OG	Índice de Preços por Atacado-Oferta Global
IO	<i>Innovational Outlier</i>
KPSS	Kwiatkowski–Phillips–Schmidt–Shin
LS	<i>Level Shift</i>
LOGITNO	Distribuição Logit Normal
MA	<i>Moving Average</i>
MQO	Mínimos Quadrados Ordinários

OLS-CUSUM	<i>Ordinary Least Squares</i> - CUSUM
PIB	Produto Interno Bruto
SQR	Quadrados dos Resíduos
PP	Phillips-Perron
SIMPLEX	Distribuição Simplex
SUR-ADF	<i>Seemingly Unrelated Regressions</i> ADF
SUR- FADF	<i>Seemingly Unrelated Regressions</i> Fourier ADF
TC	<i>Temporary Change</i>
WoS	<i>Web of Science</i>

1 INTRODUÇÃO

1.1 Cenário Geral

Os conceitos de séries temporais e estacionariedade vêm sendo amplamente abordados nas últimas décadas. Uma série temporal, que consiste em observações ordenadas ao longo do tempo, pode ser utilizada para previsões quando for estacionária (não apresentar raiz unitária). Dessa forma, a identificação correta da presença ou ausência de estacionariedade é algo determinante da adequação do modelo encontrado, afetando diretamente sua capacidade preditiva.

O estudo de séries temporais, ao considerar a estacionariedade, leva em conta que a série possui média e variância estáveis no período considerado, segundo Hansen (2001). Além disso, de acordo com Bueno (2011), a autocovariância não deve depender do tempo, mas apenas da distância temporal entre as observações.

A análise da estacionariedade de uma série temporal é indispensável para alguns métodos estatísticos de modelagem e previsão, sendo avaliada pelos testes de raiz unitária. Ao se realizar um teste de hipóteses, podem ser cometidos dois tipos de erro: do tipo I e do tipo II. O erro do tipo I corresponde à probabilidade de rejeição da hipótese nula quando esta é verdadeira (falso positivo). Já o erro do tipo II corresponde à probabilidade de não-rejeição da hipótese nula sendo que, na verdade, esta é falsa (falso negativo). O poder do teste está relacionado com o erro do tipo II, que ocorre quando não é rejeitada uma situação que é falsa.

Para a análise de estacionariedade, frequentemente são utilizados os testes de hipótese, onde os mais conhecidos são o teste Dickey-Fuller (DF) e o teste de Dickey-Fuller aumentado (ADF), propostos por Dickey e Fuller (1979) e Said e Dickey (1984), assim como Teste de Phillips-Perron (PP), proposto por Phillips e Perron (1988) e o teste Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (KPSS), proposto em Kwiatkowski et al. (1992), sendo conhecidos na literatura como os mais tradicionais testes de estacionariedade. No entanto, surge o questionamento: o que acontece com o desempenho dos testes de raiz unitária quando a série sofre mudanças em sua estrutura, como quebras estruturais, ou interferência de outliers?

Nesta questão, o trabalho de Perron (1989) elevou o estudo sobre séries temporais, argumentando que as séries frequentemente apresentam quebras estruturais devido a eventos econômicos significativos, o que pode levar a conclusões incorretas se não forem devidamente consideradas, apontando fragilidades no teste ADF. Com isso, foi observado que um ponto fraco existente é uma potencial confusão entre a presença de quebras estruturais na série e evidências de não estacionariedade, levando a não rejeitarem a hipótese nula se a série possui uma quebra estrutural, já que os coeficientes dos modelos podem não ser constantes para toda a série devido à presença de rupturas.

Dado que mudanças na estrutura da série podem comprometer o poder do teste que avalia a presença ou ausência de estacionariedade e a consequente tomada de decisão, ao se trabalhar com modelos estatísticos/econômicos, seria pertinente avaliar a interferência da presença de quebras estruturais no desempenho de um teste que avalia a presença de estacionariedade?

Quais propriedades dos dados que compõem a série temporal e a quebra estrutural poderiam interferir no resultado da avaliação da estacionariedade? Seria possível elaborar uma estratégia relacionando estas propriedades com o desempenho de um teste que avalia a presença/ausência de estacionariedade?

1.2 Hipótese da Pesquisa

Dito isso, este trabalho se baseia na seguinte hipótese: é possível definir uma metodologia de decisão acerca da utilização do teste ADF em séries temporais anuais com rupturas em suas estruturas, baseando-se no tamanho da série, bem como na posição, intensidade e tipologia da quebra estrutural.

1.3 Objetivo

Os objetivos deste trabalho são divididos em Objetivo Geral e Objetivos Específicos, conforme detalhados a seguir.

1.3.1 Objetivo Geral

Analisar a utilização do teste ADF e definir uma estratégia para aplicação deste teste, considerando a presença de quebras estruturais em séries temporais sem sazonalidade.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Refletir sobre os fundamentos teóricos que norteiam alguns métodos e técnicas utilizados na modelagem de séries temporais, bem como sobre a identificação da propriedade de estacionariedade na presença de quebras estruturais;
- Comprovar, através de simulações, a influência de quebras estruturais no resultado do teste ADF;
- Analisar, por meio de simulações, o desempenho do teste ADF considerando diferentes cenários;
- Descrever uma estratégia de utilização do teste ADF, proposta de acordo com cenários específicos;
- Aplicar a estratégia desenvolvida, analisando o desempenho do teste ADF em séries reais relacionadas à demanda por eletricidade e com quebras estruturais.

1.4 Justificativa

Um dos testes mais utilizados na literatura para verificação da presença ou ausência de estacionariedade, mas que apresenta limitações, é o teste ADF (Perron, 1989; Shikida et al., 2016). Além de apresentar baixo poder em determinadas situações, esse teste pode ser influenciado por algumas propriedades dos dados na presença de quebras estruturais, como evidenciado por Perron (1989).

Ademais, Dias e De Castro Jr. (2003) também abordam que os testes padrões para a análise de estacionariedade demonstram serem viesados em direção à não rejeição da hipótese de raiz unitária, quando na verdade há a presença uma mudança estrutural na série. Silveira (2023) analisou o desempenho do teste ADF em diferentes condições experimentais, concluindo que seu resultado é sensível em relação a alguns fatores, tais como: o método de determinação do número de defasagens máxima e ótima, estrutura do modelo e nível de significância adotado. Estes resultados foram usados para elaborar a estratégia, que identificou que, em alguns casos, existe a necessidade de confirmar os achados com o teste KPSS ou outro teste.

Dito isso, observa-se que presença de alterações bruscas na estrutura de séries temporais pode afetar o resultado do teste ADF, como é de consenso na literatura (Perron, 1989; Hansen, 1992; Hansen, 2001; Lima et al., 2015; Da Silva, 2015; Shikida et al., 2016). No entanto, até o momento, a intensidade com que o poder de teste é afetado de acordo com o tipo e características de cada série e quebra estrutural presente nesta não se mostra claro, dificultando a tomada de decisão a respeito da utilização do teste ADF.

Assim, torna-se crucial compreender os impactos que a utilização do teste ADF pode acarretar, de acordo com as características de cada série temporal, ao ser escolhido como teste de raiz unitária na avaliação da estacionariedade. Este teste continua sendo amplamente utilizado na comunidade científica até hoje, mesmo após a proposição de outros testes de raiz unitária, como o teste proposto por Zivot e Andrews (1992), que é particularmente adequado para séries que apresentam quebras estruturais.

1.5 Limitações

Como limitações deste trabalho, salienta-se que são analisadas interações de segunda ordem entre os fatores, já que a análise de interações de ordens superiores pode ser complexa para interpretação. Ainda, são levados em conta os erros residuais e a presença de uma quebra estrutural nas séries, sendo elas do tipo mudança temporária ou permanente, desprezando outros tipos de mudanças que podem ocorrer em séries temporais.

2 REVISÃO DE LITERATURA

Esta seção está dividida em seis etapas. A primeira etapa aborda a conceituação de estacionariedade e a segunda aborda os testes de raiz unitária DF e ADF. A terceira etapa diz respeito a *outliers* e mudanças estruturais. Na quarta e quinta etapas são apresentadas as modelagens GLM e GAMLSS, utilizadas na análise dos dados experimentais. Por fim, na sexta etapa, é descrita a revisão sistemática realizada.

2.1 Estacionariedade

Para Gujarati e Porter (2011), uma série é dita estacionária se, ao longo do tempo, algumas de suas características, como a média, a variância não se alteram e a covariância entre dois períodos é dependente apenas do grau de defasagem entre as observações, independentemente do momento específico. Por outro lado, quando algum desses parâmetros sofre uma variação, diz-se que a série é não estacionária.

Assim, a constatação de estacionariedade é que permitirá proceder inferências estatísticas sobre os parâmetros estimados com base na realização de um processo estocástico (Bueno, 2011), indicando que o comportamento de séries temporais não estacionárias não pode ser generalizado para grupos de dados distintos aos dos períodos estudados e, portanto, estas séries podem não ser muito úteis no estudo de previsões. Dessa forma, Bueno (2011) aborda que séries não estacionárias podem ser diferenciadas, a fim de se tornarem estacionárias, e que este procedimento pode ser realizado tantas vezes quantas forem necessárias.

Assim, ao se utilizar uma série não estacionária, o modelo de estimação terá sua precisão colocada em questão, podendo apresentar previsões equivocadas, já que, segundo Silveira (2017), a não estacionariedade faz com que as previsões se tornem mais imprecisas à medida que aumenta a distância em relação ao último ponto da amostra.

Gujarati e Porter (2011) abordam que o processo de raiz unitária é conhecido na literatura como modelo de passeio aleatório, podendo ser representado como um modelo autorregressivo de primeira ordem de Markov, representando um passeio aleatório sem deslocamento (Equação 2.1), onde Y_t representa uma série temporal. Já ϕ_1 , que pode assumir valores entre 0 e 1, é o coeficiente de Y_{t-1} e u_t um termo de ruído branco (de média zero e variância constante).

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + u_t \quad (2.1)$$

Se $\phi_1 = 1$, tem-se um problema de raiz unitária, ou seja, a série é não estacionária. Quando, no entanto, $\phi_1 < 1$, diz-se que a série Y_t é estacionária.

Dado o conceito de estacionariedade, torna-se importante destacar os meios mais utilizados na literatura para determinação da estacionariedade de uma série temporal. Gujarati e Porter (2011) mostram que uma análise gráfica pode ser realizada através da função de correlação (FAC), por exemplo. Outro método possível citado diz respeito a testes de estacionariedade

conhecidos como testes de raiz unitária, que se mostram superiores às análises gráficas.

Os testes de raiz unitária mais conhecidos e utilizados, como mencionado, são o teste de Dickey-Fuller (DF) e o teste de Dickey-Fuller aumentado (ADF), assim como teste de Phillips-Perron (PP) e o teste KPSS.

2.2 Testes DF e ADF

Partindo-se da Equação 2.1, lembrando que para $\phi_1=1$ a série Y_t possui raiz unitária e subtraindo-se Y_{t-1} de ambos os lados da referida equação, chega-se à Equação 2.2, em que $\rho=(\phi_1 -1)$ e que Δ é o operador da diferença, conforme Gujarati e Porter (2011).

$$\Delta Y_t = \rho Y_{t-1} + u_t \quad (2.2)$$

Para Bueno (2011), o valor da estatística t é modificado conforme formato da equação de regressão e tamanho da amostra, podendo ser incluída uma tendência determinística (*trend*) e uma constante (*drift*), ou deslocamento, na referida equação. Com isso, Gujarati e Porter (2011) afirmam que o teste DF pode ser estimado conforme a Equação 2.2 para um passeio aleatório e, se forem adicionados os termos de constante (β_1) e tendência determinística (β_2), podem ser consideradas as equações 2.3 e 2.4, respectivamente:

$$\Delta Y_t = \beta_1 + \rho Y_{t-1} + u_t \quad (2.3)$$

$$\Delta Y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \rho Y_{t-1} + u_t \quad (2.4)$$

Em Choi (2015), e conforme evidenciado por Silveira (2023), é admitido um processo de geração de dados, que é estacionário e estimado por mínimos quadrados (Equação 2.5).

$$Y_t = \tilde{\beta}_1 + \tilde{\phi} Y_{t-1} + \tilde{u}_t \quad (2.5)$$

$\tilde{\beta}_1$ é pe $\tilde{\phi}$ são estimadores de mínimos quadrados e $\tilde{u}_t$ são os resíduos dos mínimos quadrados. Então, ao considerar $Y_- = \frac{1}{n-1} \sum_{t=2}^n Y_{t-1}$ e $\tilde{Y} = \frac{1}{n-1} \sum_{t=2}^n Y_t$, é demonstrado (Equação 2.6) que

$$\tilde{\phi} = \frac{\sum_{t=2}^n (Y_{t-1} - \tilde{Y}_-)(Y_t - \tilde{Y})}{\sum_{t=2}^n (Y_{t-1} - \tilde{Y}_-)^2} \quad (2.6)$$

e, consequentemente, conforme a Equação 2.7, que

$$\tilde{\phi} = \frac{\sum_{t=2}^n [(t-1) - \frac{n}{2}][t - \frac{(n+2)}{2}]}{\sum_{t=2}^n [(t-1) - \frac{n}{2}]^2} + o_p(1) \rightarrow^p 1 \quad (2.7)$$

A presença de $o_p(1)$ corresponde a termos residuais que convergem em probabilidade para 0, conforme n tende ao infinito, enquanto $\rightarrow^p 1$ indica que $\tilde{\phi}$ converge em probabilidade para 1. O autor aponta que o estimador do coeficiente do modelo regressivo de primeira ordem

- AR(1) - converge para 1 em probabilidade, mesmo sob a hipótese alternativa. Portanto, realizar o teste de raiz unitária sobre $\tilde{\phi}$ tende a ser inconsistente. Assim, Said e Dickey (1984) consideram as estatísticas de teste como na Equação 2.8, representadas por $\hat{\tau}$, $\tilde{\tau}$ e τ^* para os modelos das equações 2.2, 2.3 e 2.4, respectivamente, sendo $\hat{\tau}$ para o modelo sem constante e sem tendência, $\tilde{\tau}$ para o modelo com constante e τ^* para o modelo com constante e com tendência. Os termos $\hat{\sigma}_u^2$, $\tilde{\sigma}_u^2$ e σ_u^{*2} representam as variâncias estimadas dos resíduos. Já n diz respeito ao comprimento das séries temporais, representadas por Y , $\tilde{Y}$ e Y^* .

$$\hat{\tau} = \frac{\hat{\phi} - 1}{\sqrt{\hat{\sigma}_u^2 (\sum_{t=2}^n Y_{t-1}^2)^{-1}}}, \quad \tilde{\tau} = \frac{\tilde{\phi} - 1}{\sqrt{\tilde{\sigma}_u^2 (\sum_{t=2}^n \tilde{Y}_{t-1}^2)^{-1}}}, \quad \tau^* = \frac{\phi^* - 1}{\sqrt{\sigma_u^{*2} (\sum_{t=2}^n Y_{t-1}^{*2})^{-1}}} \quad (2.8)$$

Além disso, a distribuição assintótica das estatísticas é dada nas equações 2.9, 2.10 e 2.11, considerando o movimento Browniano $\{W(r), 0 \leq r \leq 1\}$.

$$\hat{\tau} \Rightarrow \frac{\int_0^1 W(r) dW(r)}{\sqrt{\int_0^1 W^2(r) dr}} \quad (2.9)$$

$$\tilde{\tau} \Rightarrow \frac{\int_0^1 \tilde{W}(r) dW(r)}{\sqrt{\int_0^1 \tilde{W}^2(r) dr}} \quad (2.10)$$

$$\tau^* \Rightarrow \frac{\int_0^1 W^*(r) dW(r)}{\sqrt{\int_0^1 \tilde{W}(r)^{*2} dr}} \quad (2.11)$$

Os valores empíricos das estatísticas são tabelados por Dickey e Fuller (1979) para os níveis de significância de 1%, 5% e 10%, e, de acordo com os autores, as estatísticas apresentadas nas equações 2.9, 2.10 e 2.11 tendem a ter maior poder em comparação com as estatísticas t de *Student*. Assim, se o valor calculado para a estatística for menor do que o valor crítico encontrado na tabela, a hipótese nula da presença de raiz unitária deve ser rejeitada.

Como discutido, o teste DF assume que u_t é um ruído branco, mas essa suposição muitas vezes não se aplica para muitas séries temporais reais. De acordo com Bueno (2011), esse problema pode reduzir a potência do teste, podendo ser corrigido sem grandes dificuldades.

Considera-se um processo autorregressivo de ordem k com uma raiz unitária (Equação 2.12).

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_{k-1} Y_{t-k+1} + \phi_k Y_{t-k} + u_t \quad (2.12)$$

Em Bueno (2011) é discutido que para aplicar o teste é necessário incluir tantas variáveis autorregressivas quanto forem necessárias para que o teste de resíduos não rejeite a hipótese nula de que se trata de um ruído branco. Assim, partindo da Equação 2.12, adiciona-se e subtrai-se $\phi_k Y_{t-k+1}$, e em seguida $(\phi_{k-1} + \phi_k) Y_{t-2}$, até que o procedimento seja realizado k vezes (defasagens), resultando na Equação 2.13, onde $\alpha = -\left(1 - \sum_{i=1}^k \phi_i\right)$ e $\lambda_i = -\left(-\sum_{j=i}^{k-1} \phi_{j+1}\right)$.

$$\Delta Y_t = \alpha Y_{t-1} + \sum_{i=1}^{k-1} \lambda_i \Delta Y_{t-i} + u_t \quad (2.13)$$

Dessa forma, na Equação 2.13, podem ser incluídos termos determinísticos, e o teste pode ser realizado utilizando os mesmos valores críticos encontrados em Dickey e Fuller (1979).

A seleção do número de defasagens a ser incluído no modelo é tema de diversos estudos nos últimos anos. Em Silveira (2023), é demonstrado que melhores resultados, considerando o modelo autoregressivo de ordem 1, são encontrados quando a defasagem máxima é determinada pela Equação 2.14, conforme Schwert (1989), e o número ideal de defasagens, onde é encontrada a melhor relação entre poder e tamanho do teste, é selecionado de acordo com a Equação 2.15, apresentada em Schwarz (1978), sendo BIC o *Bayesian Information Criterion*, ou Critério de Informação de Bayes, e onde $\hat{\sigma}_u^2(k)$ é a estimativa do erro da variância ao utilizar k defasagens.

$$l_4 = \text{int}[4(n/100)^{1/4}] \quad (2.14)$$

$$BIC(k) = Ln(\hat{\sigma}_u^2(k)) + kLn(n)/n \quad (2.15)$$

Para o procedimento de aplicação do teste, a Figura 2.1 apresenta um fluxograma sugerido em Silveira (2023).

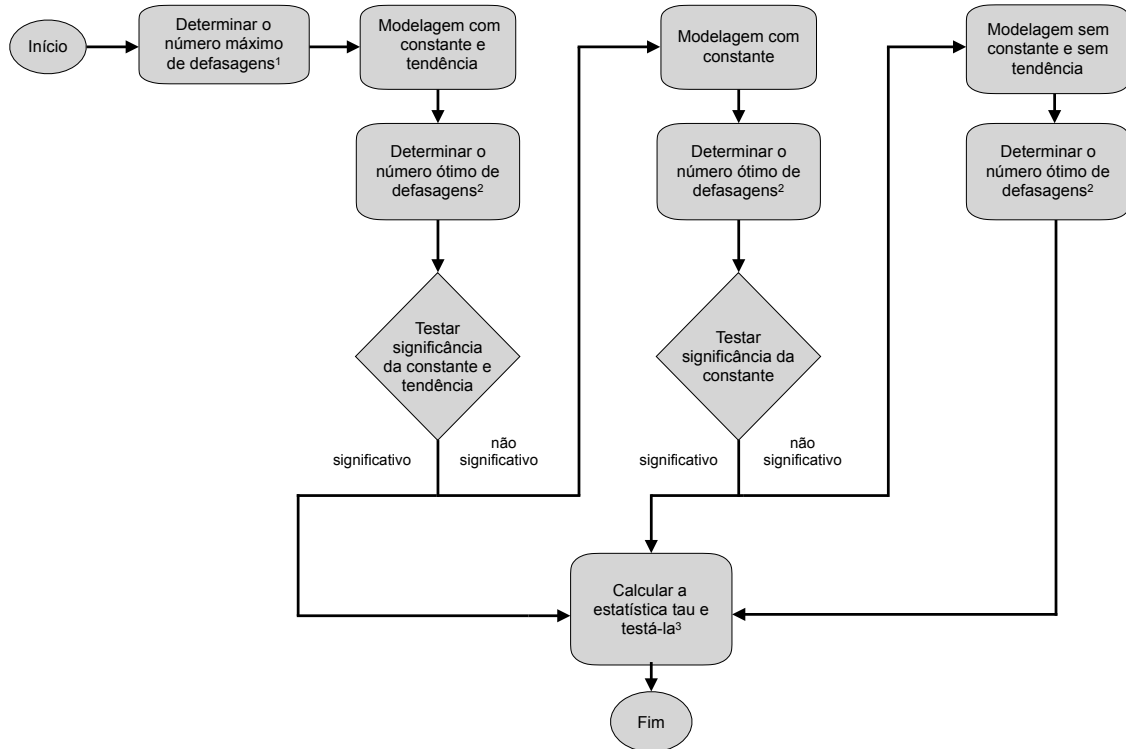


Figura 2.1: Fluxograma proposto para aplicação do teste ADF.
Fonte: Silveira (2023)

Conforme pode ser observado na Figura 2.1, para iniciar a aplicação do teste, deve-se partir da definição do número máximo de defasagens, para o qual o autor sugere o método l_4 , proposto por Schwert (1989). Em seguida, o teste é realizado considerando a presença de constante e tendência determinística, com o número de defasagens determinado pelo Critério de Informação de Bayes, segundo o autor. Caso a constante e a tendência não sejam significativas, o mesmo procedimento é repetido apenas com a constante. Se esta também não for significativa, o teste é refeito sem nenhum dos termos determinísticos.

2.3 *Outliers* e Mudanças Estruturais

Para Tsay (1988), a presença de *outliers* e mudanças estruturais em séries temporais é frequente, sendo que diversas abordagens são utilizadas para lidar com a presença dessas rupturas. Com isso, podem ser identificados quatro principais tipos de *outliers* e mudanças estruturais. Os dois tipos de *outlier* identificados são o outlier aditivo, ou *additive outlier* (AO), e o *outlier* de inovação, ou *innovational outlier* (IO). Quanto às mudanças estruturais em séries temporais, por sua vez, é tratada a mudança de nível - *level shift* (LS) - e a mudança temporária, ou *temporary change* (TC), mudanças essas também amplamente investigadas, dentre outros, por Box e Tiao (1965). A quebra estrutural do tipo mudança de nível também pode ser denominada de quebra permanente ou mudança permanente.

Quanto aos métodos de identificação de quebras estruturais, para Shikida et al. (2016), estes podem ser divididos entre métodos que identificam a presença da quebra, a data estimada da quebra e, por fim, testes que analisam a relação entre raiz unitária e quebras estruturais.

Para a identificação da presença de quebra, existem, por exemplo, os testes propostos por Chow (1960) e Quandt (1960) que se baseiam na comparação de uma regressão até a data da suposta quebra com toda a informação de dados da série, tendo como hipótese nula a ausência de quebra, como abordado por Hansen (2001). A principal diferença entre os testes mencionados é que o teste proposto por Chow (1960) tem como premissa o conhecimento da data da ruptura.

Posteriormente, Bai e Perron (1998) desenvolveram um método capaz de considerar mais de uma quebra, operando de modo sequencial. Assim, o teste analisa a existência de uma quebra e, caso, positivo, a amostra passa a ser dividida em dois e testada novamente, até o momento em que hipótese nula de ausência de quebra estrutural não seja rejeitada para cada subamostra.

Os testes que estimam a data da quebra podem ser úteis para quando se faz necessário analisar a ruptura e relacioná-la com dados históricos, por exemplo. Shikida et al. (2016) analisam que Bai (1994) foi o responsável pelos primeiros fundamentos relacionados aos testes de estimação de quebra, que se baseiam na divisão da série em amostras onde possivelmente contenham quebras com seus parâmetros estimados por mínimos quadrados ordinários (MQO)

¹Para calcular o número máximo de defasagens, o autor indica a utilização de l_4 , conforme a Eq. 2.14

²Para determinar o número ótimo de defasagens, o autor indica a utilização do BIC, conforme a Eq. 2.15

³Através da comparação entre o valor calculado e o valor tabelado, toma-se a decisão sobre a presença ou ausência de raiz unitária.

e consideram o cálculo dos quadrados dos resíduos (SQR). Em seguida, o teste busca as datas das quebras que minimizam o SQR total, de toda a amostra considerada.

Por fim, há os testes que analisam a estacionariedade da série na presença de mudanças estruturais. Perron (1989) evidencia que o teste Augmented-Dickey-Fuller (ADF) pode ser viesado, a favor da não rejeição da hipótese nula de raiz unitária na condição da presença de quebras estruturais na série, apresentando uma melhoria no teste ADF ao considerar mudança no intercepto, na tendência (inclinação) ou em ambas.

Esta melhoria, no entanto, parte do pressuposto que a data das possíveis quebras já sejam conhecidas ou observadas de maneira exógena e, para Shikida et al. (2016), muitos autores consideram esta ação como inadequada. Diante disso, passou-se a estudar testes de raiz unitária que determinassem endogenamente a presença de quebras, como o teste de Zivot-Andrews, proposto por Zivot e Andrews (1992). Porém, mesmo diante do exposto e de posse de outros testes de raiz unitária, o teste ADF é amplamente utilizado para avaliar a estacionariedade de séries temporais.

Com isso, dito que, ao se modelar séries temporais, podem ser encontrados valores fora do padrão pontuais, mudanças de nível ou mudanças temporárias, expõe-se a Figura 2.2, que mostra a série do consumo anual de energia elétrica no Brasil, em Gigawatt-hora (GWh), entre os anos de 1952 e 2021, sendo disponibilizada pelo Instituto de Pesquisas Econômicas Aplicadas por meio de seu banco de dados, o IPEADATA.

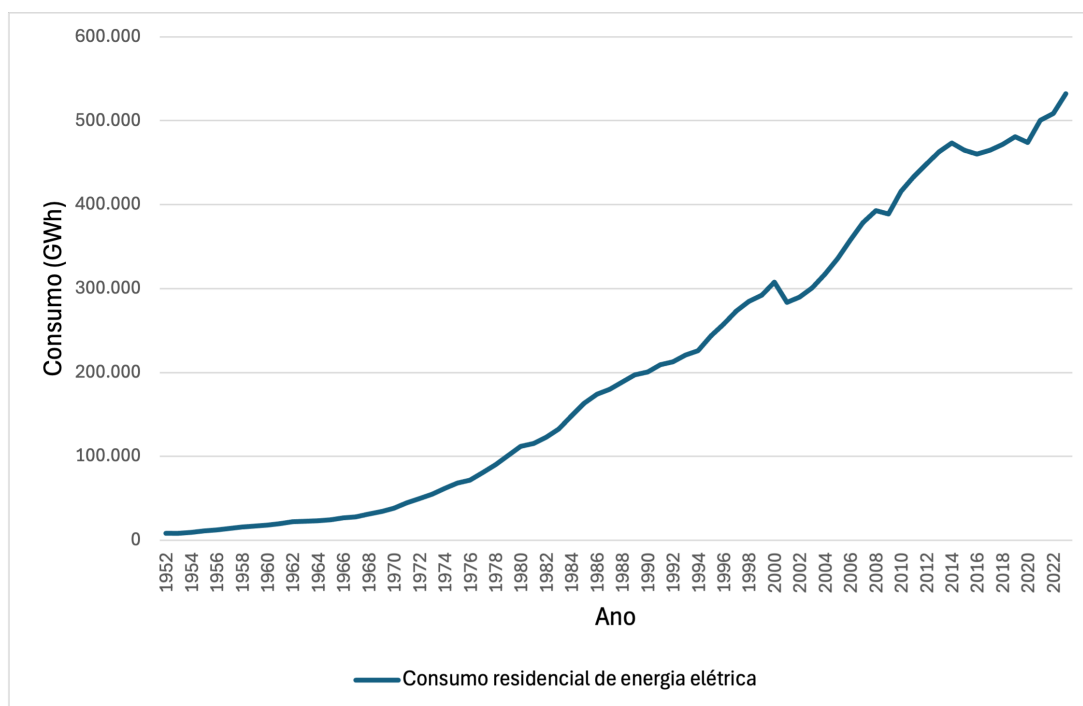


Figura 2.2: Consumo de energia elétrica nacional em GWh

Nota-se que por volta dos anos 1970-1972 a série muda o seu comportamento, podendo representar uma quebra estrutural. No ano de 2001 também houve uma aparente quebra estrutural de mudança de nível, sendo causada, provavelmente, pela crise do apagão no Brasil neste período. Silveira et al. (2019) elucidam que a ciência prévia do consumo de energia elétrica poderia ter evitado tal crise que deixou inúmeros brasileiros sem energia elétrica, mencionando a necessidade de se conhecer e planejar as demandas do setor elétrico.

No Brasil, a Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) é responsável por fiscalizar a qualidade da energia que está sendo gerada, bem como se esta demanda está suprimindo a necessidade, sem excessos. O Balanço Energético Nacional (BEN) do ano de 2020, por exemplo, mostra uma queda na produção de energia, evidenciando que é preciso que estudos de dimensionamento da demanda sejam desenvolvidos, a fim de evitar que a população fique sem energia (EPE, 2020).

A economia mundial pode ser fortemente influenciada pela geração e distribuição de energia. Assim, deve ocorrer um balanço energético adequado e, segundo Dos Santos (2016), há um grande desafio para previsão da demanda de energia elétrica, considerando a investigação dos fatores e variáveis que a influenciam. Além disso, a energia elétrica não pode ser armazenada para um consumo posterior, salientando ainda mais a importância de um correto dimensionamento. Soma-se o fato de que existe um espaço de tempo relativamente grande entre a decisão de aumentar sua produção e o efetivo aumento.

Deste modo, tendo em vista que houve mudança estrutural nesta série e, conforme dito, tais mudanças podem ocorrer com uma alta frequência, é de fundamental importância que sejam consideradas estratégias de avaliação de quebras estruturais para que previsões mais assertivas possam ser realizadas.

Kaiser e Maravall (1999) e Chen e Liu (1993) consideram que os AO, LS e TC são bem definidos, ao contrário do IO, que é utilizado principalmente em séries sazonais. Tsay (1988) define a Equação 2.16 como ponto de partida para o outlier AO e para as mudanças de estrutura LS e TC na série:

$$Z_t = Y_t + f(t) \quad (2.16)$$

Nomeia-se $f(t)$ como uma função que representa perturbações exógenas em Y_t que a série Z_t sofre, como quebras estruturais e *outliers*. Chen e Liu (1993) consideram a mesma equação, com variáveis diferentes, sendo expostas conforme a Equação 2.17, onde mostra que a perturbação $f(t)$ vista em Tsay (1988) toma a forma:

$$Z_t = Y_t + \omega L(B)I(t)t_1 \quad (2.17)$$

onde ω é a amplitude da quebra ou, como também abordado por Tsay (1988), uma constante que representa o impacto inicial da perturbação. O termo $I(t)t_1$ assume os valores 0 ou 1, determinando a adição ou não do termo $\omega L(B)I(t)t_1$ de acordo com a existência da quebra estrutural ou do *outlier*. Dessa forma, se $I(t)t_1 = 1$, a quebra é imputada a partir do instante

t e perdura de acordo com o tipo de *outlier* ou quebra, com $Y_t = Z_t + \omega L(B)I(t)t_1$. Se, no entanto, $I(t)t_1 = 0$, $Y_t = Z_t$. B é a notação *backshift* que, segundo Hyndman e Athanasopoulos (2018), deriva do formato mostrado na Equação 2.18.

$$BY_t = Y_{t-1} \quad (2.18)$$

O termo $L(B)$ depende do tipo de *outlier* ou mudança na estrutura da série e pode assumir os valores conforme mostrados nas equações 2.19, 2.20 e 2.21, conforme Tsay (1988), Chen e Liu (1993) e Trávez (1995):

$$L(B) = 1 \quad (2.19)$$

$$L(B) = \frac{1}{(1 - B)} \quad (2.20)$$

$$L(B) = \frac{1}{(1 - \delta B)} \quad (2.21)$$

Sendo essas equações utilizadas, respectivamente, para *outliers* aditivos, quebras estruturais do tipo mudança de nível e quebras estruturais do tipo mudança temporária na série. A variável δ diz respeito ao fator de amortecimento da quebra imputada. Na Equação 2.21, tem-se que $0 < \delta < 1$. A partir disso, pode-se considerar o caso mais geral exposto na Equação 2.21, uma vez que quando $\delta = 0$, tem-se a Equação 2.19 e, por sua vez, quando $\delta = 1$, chega-se ao caso mostrado na Equação 2.20.

Galeano e Peña (2013) abordam que um *outlier* aditivo é uma mudança exógena que diz respeito a apenas uma observação fora do padrão, sendo esta associada a fatos isolados como, por exemplo, um possível erro de medição. Assim, mesmo se tratando de uma observação fora do padrão pontual, um *outlier* deste tipo pode afetar a autocorrelação e as funções de autocorrelação parcial, causando impacto em futuras previsões.

A mudança de nível, por sua vez, é uma mudança no nível da série que perdura até o fim do período de observação, tendo seu início em $t = d$, onde d é o momento em que a quebra foi imputada, se estendendo para todo $t > d$. Dessa forma, para $t < d$, tem-se que $Y_t = Z_t$ e para $t > d$, $Y_t = Z_t + f(t)$. A mudança temporária é caracterizada por uma perturbação imputada com ação a partir de $t = d$ e perdurando por $t > d$, porém, o efeito desta perturbação decai exponencialmente a uma taxa δ a partir da perturbação inicial ω .

Graficamente, Kaiser e Maravall (1999) abordam as equações 2.19, 2.20 e 2.21 conforme segue na Figura 2.3.

Na Figura 2.3 adaptada de Kaiser e Maravall (1999), considerando a imputação de *outlier* ou mudança na estrutura da série a partir do tempo $t = 25$, o *outlier* aditivo representa um pico isolado a partir do instante mencionado.

Nota-se que, conforme mencionado, este *outlier* diz respeito a uma observação isolada fora do padrão e por isso, assim como o *outlier* IO, não será objeto de estudo deste trabalho. A

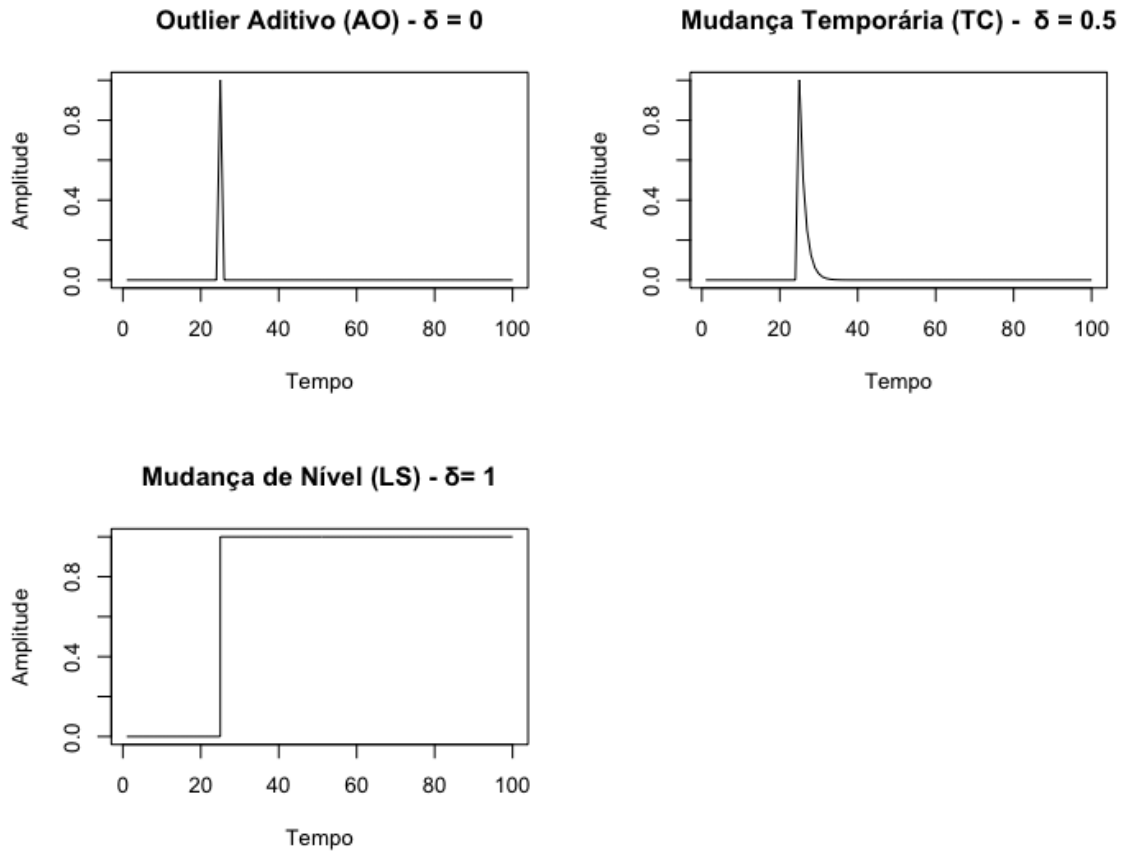


Figura 2.3: Tipologias AO, TC e LS

mudança de nível é representada graficamente como uma função degrau, atuando na série a partir de $t = 25$ e mantendo seu efeito até o final da observação. A mudança temporária, por sua vez, é ilustrada como um pico que leva um certo período de tempo para desaparecer e fazendo com a série retorne ao nível inicial. A Figura 2.4 apresenta três variações para o valor δ compreendidas no intervalo $0 < \delta < 1$. É perceptível que, a medida em que o valor δ aumenta, o amortecimento aumenta de maneira que a série leva mais tempo para voltar ao seu patamar anterior.

Este trabalho não se detém em simulações envolvendo *outliers*, sendo focado no estudo de séries temporais considerando as mudanças estruturais apresentadas (LS e TC) para avaliar o desempenho do teste ADF mediante estas tipologias de quebra.

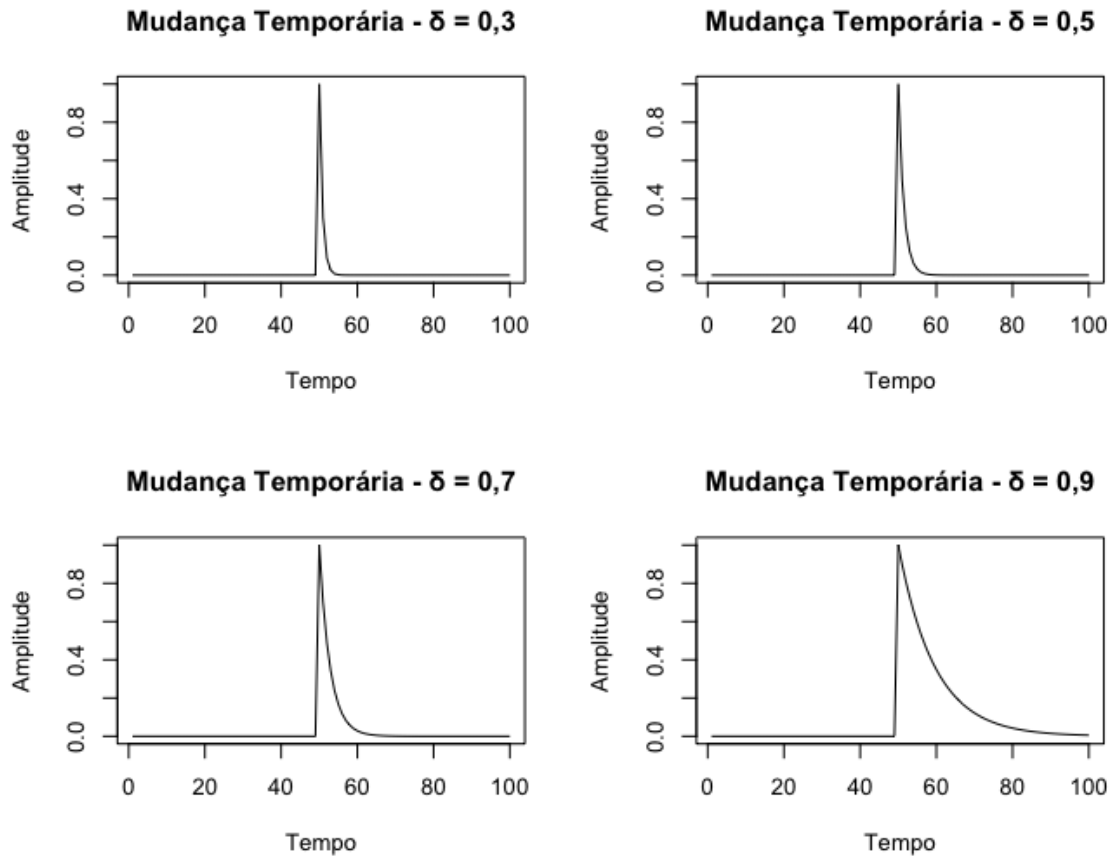


Figura 2.4: Quebra do tipo mudança temporária - valores para δ

2.4 Modelagem GLM

Para Jorjensen (2013), os Modelos Lineares Generalizados (GLM) fornecem uma estrutura abrangente para a modelagem de regressão, abrangendo tanto dados que seguem uma distribuição normal quanto aqueles que não seguem. Essa estrutura inclui diversas técnicas como, por exemplo, regressão linear múltipla, análise de variância (ANOVA), regressão logística, regressão de Poisson e modelos log-lineares para tabelas de contingência.

Os GLMs foram introduzidos por John Nelder e Robert Wedderburn em 1972, sendo proposta uma estrutura unificada para diversos modelos de regressão em Nelder e Wedderburn (1972). Desde então, os GLMs têm sido amplamente adotados em diversas disciplinas, incluindo biologia, medicina, ciências sociais, finanças e engenharia. Na medicina, a regressão logística é frequentemente utilizada para prever a probabilidade de ocorrência de uma doença com base em fatores de risco, como idade e hábitos, por exemplo. Na biologia, a regressão de Poisson pode ser usada para modelar a contagem de eventos, como a ocorrência de uma espécie em uma área específica.

McCullagh (1989) evidencia que, comparados aos modelos de regressão linear clássicos, os Modelos Lineares Generalizados oferecem uma flexibilidade significativamente maior. Enquanto a regressão linear simples pressupõe que a variável resposta segue uma distribuição normal, os

GLMs permitem que a variável resposta siga diferentes distribuições de probabilidade, como binomial, Poisson, ou outras. Assim, na caracterização de um GLM é necessário que seja feita a escolha de uma função de ligação e de variância, uma variável resposta e as variáveis explicativas do modelo. A função de ligação é responsável por transformar a média da variável resposta para uma escala onde o modelo se torna linear.

Como dito, a principal inovação dos GLMs é a capacidade de lidar com variáveis de resposta que seguem distribuições de probabilidade diferentes da distribuição normal, que é assumida nos modelos lineares tradicionais e isso é alcançado através da especificação de uma função de ligação e uma função de distribuição apropriadas.

A Função de Ligação (FL) descreve como a média da variável resposta está relacionada à combinação linear das variáveis preditoras, sendo usada para vincular a média da variável resposta às variáveis explicativas. Exemplos comuns de funções de ligação incluem a função *logit*, *probit log* e identidade. A Função de Distribuição (FD) descreve a distribuição da variável resposta condicional aos valores dos preditores.

Os Modelos Lineares Generalizados possuem algumas limitações notáveis. Por exemplo, a interpretação dos parâmetros pode ser mais complexa, especialmente quando se utilizam funções de ligação não lineares. Os GLMs também pressupõem que as observações são independentes, o que pode não ser verdadeiro em muitos conjuntos de dados, resultando em possíveis vieses. Por fim, esses modelos podem ser vulneráveis a *outliers* e dados extremos, o que pode comprometer a precisão das estimativas.

2.5 Modelagem GAMLSS

Os modelos aditivos generalizados para localização, escala e forma (*Generalized Additive Models for Location, Scale and Shape* – GAMLSS), apresentados no trabalho de Rigby e Stasinopoulos (2005), são modelos de regressão que permitem modelar todos os parâmetros da distribuição da variável resposta utilizando funções das variáveis explicativas. Dessa forma, o GAMLSS possibilita a observação do comportamento de uma variável sob a influência de parâmetros externos ao longo do tempo. Esses modelos podem ser implementados por meio de um pacote no *software* R.

A modelagem GAMLSS é extremamente útil para séries temporais com grande variabilidade, pois a variável resposta pode ter qualquer distribuição, e todos os parâmetros da distribuição podem depender de variáveis explicativas. Além disso, todos os parâmetros (não apenas a média) são modelados em relação aos efeitos fixos e aleatórios, como variância, assimetria e curtose. Assim, o modelo GAMLSS oferece uma abrangência maior em comparação com os GLMs, por exemplo, pois não estão restritos à família exponencial para a distribuição da variável dependente, como exposto em Rigby e Stasinopoulos (2005).

Rigby et al. (2019) definem a forma semiparamétrica da modelagem GAMLSS na forma vetorial (Equação 2.22), onde $Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_n$ são variáveis independentes, $Y_i \sim D(\mu_i, \sigma_i, v_i, \lambda_i)$ com $i = 1, 2, 3, \dots, n$ e D uma distribuição qualquer com até quatro parâmetros, com μ sendo um

parâmetro de locação, σ um parâmetro de escala, v e λ parâmetros de forma da distribuição, relacionados à assimetria e à curtose, respectivamente, na maioria das vezes. Assim, partindo de $Y \stackrel{ind}{\sim} D(\mu, \sigma, v, \lambda)$, chega-se à Equação 2.22:

$$\begin{aligned} g_1(\boldsymbol{\mu}) &= \boldsymbol{\eta}_1 = \mathbf{X}_1\boldsymbol{\gamma}_1 + s_{11}(\mathbf{x}_{11}) + \dots + s_{1J_1}(\mathbf{x}_{1J_1}) \\ g_2(\boldsymbol{\sigma}) &= \boldsymbol{\eta}_2 = \mathbf{X}_2\boldsymbol{\gamma}_2 + s_{21}(\mathbf{x}_{21}) + \dots + s_{2J_2}(\mathbf{x}_{2J_2}) \\ g_3(\mathbf{v}) &= \boldsymbol{\eta}_3 = \mathbf{X}_3\boldsymbol{\gamma}_3 + s_{31}(\mathbf{x}_{31}) + \dots + s_{3J_3}(\mathbf{x}_{3J_3}) \\ g_4(\boldsymbol{\lambda}) &= \boldsymbol{\eta}_4 = \mathbf{X}_4\boldsymbol{\gamma}_4 + s_{41}(\mathbf{x}_{41}) + \dots + s_{4J_4}(\mathbf{x}_{4J_4}), \end{aligned} \quad (2.22)$$

onde tem-se que $\boldsymbol{\eta}_1$, $\boldsymbol{\eta}_2$, $\boldsymbol{\eta}_3$ e $\boldsymbol{\eta}_4$ são preditores de μ, σ, v e λ , respectivamente. Já $s_{hj}(\mathbf{x}_{hj})$ são funções de suavização e g_h são funções de ligação. Os termos X_1, X_2, X_3 e X_4 são matrizes que acrescentam os termos aditivos lineares no modelo e, por fim, γ_h são os coeficientes lineares dos parâmetros, com $h = 1, 2, 3, 4$ e $j = 1, 2, \dots, J_h$.

Rigby et al. (2019) abordam que para as distribuições GAMLSS, cada parâmetro do modelo tem sua própria função de ligação, apropriada ao seu intervalo. Assim, por exemplo, tem-se as distribuições beta (BE), beta original (BEo), logit normal (LOGITNO) e simplex (SIMPLEX) com suas funções de ligação conforme Tabela 1, através do pacote *gamlss.dist* (Stasinopoulos et al., 2024).

Tabela 1: Distribuições contínuas do pacote *gamlss.dist* utilizadas neste trabalho para o intervalo (0,1)

Distribuição	Nome GAMLSS	Parâmetros das funções de ligação	
		μ	σ
Beta	BE	logit	logit
Beta original	BEo	log	log
Logit normal	LOGITNO	logit	log
Simplex	SIMPLEX	logit	log

Entre as famílias de distribuições aplicáveis ao contexto de proporções, tem-se a beta, que é adequada quando a variável de interesse assume valores dentro de um intervalo conhecido e restrito (neste caso, valores entre 0 e 1), excluindo-se os extremos desse intervalo. Este é o caso também das outras distribuições acima mencionadas (Tabela 1).

Rigby et al. (2019) definem a primeira parametrização da distribuição beta, denotada por $\text{BEo}(\mu, \sigma)$ com a função de densidade de probabilidade (fdp) calculada pela Equação 2.23 para $0 < y < 1$, onde $0 < \mu < 1$ e $\sigma > 0$. Chama-se $\text{BEo}(\mu, \sigma)$ de parametrização original da distribuição beta, ou simplesmente beta original.

$$f_Y(y|\mu, \sigma) = \frac{1}{B(\mu, \sigma)} y^{\mu-1} (1-y)^{\sigma-1} \quad (2.23)$$

A segunda parametrização, ou distribuição beta, pode ser denotada por $BE(\mu, \sigma)$ e tem sua função densidade de probabilidade conforme a Equação 2.24, para $0 < y < 1$, onde $0 < \mu < 1$ e $\sigma > 0$. Esta distribuição é a escolhida para as simulações deste trabalho, onde a média é exatamente μ e a variância é dada por $\sigma^2 \mu (1-\mu)$.

$$f_Y(y|\mu, \sigma) = \frac{1}{B(\alpha, \beta)} y^{\alpha-1} (1-y)^{\beta-1} \quad (2.24)$$

Onde tem-se que

$$\alpha = \mu(1 - \sigma^2)/\sigma^2 \quad (2.25)$$

$$\beta = (1 - \mu)(1 - \sigma^2)/\sigma^2 \quad (2.26)$$

E a relação entre os parâmetros μ e σ sendo dada por

$$\mu = \alpha/(\alpha + \beta) \quad (2.27)$$

$$\sigma = (\alpha + \beta + 1)^{-1/2} \quad (2.28)$$

A logit normal (LOGITNO) é uma distribuição de probabilidade contínua que utiliza os parâmetros de locação e escala (μ e σ , respectivamente), sendo assim a LOGITNO (μ, σ) é uma adaptação da distribuição normal, limitada ao intervalo (0, 1), que é construída através da transformação logit dos parâmetros da distribuição normal. No trabalho de Rigby et al. (2019), a função densidade de probabilidade da distribuição logit normal LOGITNO(μ, σ) é definida conforme a Equação 2.29 para $0 < y < 1$, onde $0 < \mu < 1$ e $\sigma > 0$.

$$f_Y(y|\mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \frac{1}{y(1-y)} \exp \left[\frac{\{Ln[y/(1-y)] - Ln[\mu/(1-\mu)]\}^2}{2\sigma^2} \right] \quad (2.29)$$

Rigby et al. (2019) abordam que a distribuição simplex (SIMPLEX), definida no intervalo (0,1), também utiliza os parâmetros de locação e escala μ e σ , podendo ser representada por SIMPLEX (μ, σ) e com função densidade de probabilidade definida na Equação 2.30.

$$f_Y(y|\mu, \sigma) = \frac{1}{[2\pi\sigma^2 y^3 (1-y)^3]^{(1/2)}} \exp \left[-\frac{(y-\mu)^2}{2\sigma^2 y(1-y)\mu^2(1-\mu)^2} \right] \quad (2.30)$$

Os *worm plot* são ferramentas gráficas úteis para diagnosticar a adequação do modelo, permitindo a identificação de possíveis problemas no ajuste GAMLSS para possíveis melhorias na modelagem, conforme citado em Buuren (2007).

Para Marletta e Sciandra (2020), os *worm plots* consistem em gráficos quantil-quantil (Q-Q)

sem tendência, sendo divididos de acordo com certos preditores. Assim, o eixo vertical de um *worm plot* retrata, para cada observação, a diferença entre a sua localização nas distribuições teórica e empírica. Os pontos de dados em cada gráfico representam uma *string* que se assemelha a um verme (Marletta; Sciandra, 2020).

O formato do *worm plot* mostra como os dados se desviam da distribuição esperada. Dessa maneira, um modelo que se ajusta bem apresentará um verme (*worm*) de maneira mais plana ou achatada. O intervalo de confiança definido, por exemplo, 90% ou 95%, é utilizado como base para indicar onde o verme deve estar na maior parte do tempo no gráfico. Ainda, Marletta e Sciandra (2020) enfatizam que na modelagem GAMLSS, os gráficos *worm plot* são úteis para identificar áreas onde o ajuste precisa ser aprimorado.

2.6 Revisão Sistemática

Esta seção apresenta o processo de seleção dos artigos, análise bibliométrica (bibliometria) e a metassíntese realizadas, além de uma subseção referente às leituras complementar.

A bibliometria consistiu em localizar e filtrar os trabalhos relevantes utilizados como aporte teórico, através de critérios específicos para seleção dos trabalhos abordando séries temporais com quebras estruturais.

Após, foi realizada a metassíntese dos artigos previamente selecionados onde, por meio de uma leitura mais aprofundada, foi possível extrair o conhecimento necessário ao desenvolvimento deste trabalho, bem como identificar as lacunas constantes na literatura atual.

Ademais, a seção de leitura complementar aborda artigos encontrados ao longo do desenvolvimento deste trabalho por meio de pesquisas com termos e palavras-chave de interesse. Embora esses artigos não tenham sido captados pela bibliometria, foram lidos e constatou-se a presença de conceitos e experimentos relevantes. Além disso, foram incluídos artigos mais recentes, publicados entre 2021 e 2024.

2.6.1 Processo de Seleção dos Artigos

Primeiramente, foram escolhidas duas conhecidas base de dados que abrigam artigos e trabalhos científicos do mundo todo, a *Web of Science* (WoS) e a *Scopus*, além de palavras-chave e combinações que acreditou-se serem pertinentes, com a finalidade de serem encontrados artigos direcionados ao tema deste trabalho. As palavras-chave, os pares escolhidos para as combinações e o número de trabalhos encontrados entre 2016 e 2020 nas pesquisas realizadas estão listados na Tabela 2.

Nota-se que a combinação que surtiu o maior número de resultados foi a primeira: *structural breaks x time series*, com 518 trabalhos na base *Web of Science* e 426 na *Scopus*, evidenciando a relevância do estudo de séries temporais com quebras em suas estruturas nos últimos anos. No entanto, é perceptível que uma quantidade muito inferior de trabalhos foi encontrada a medida que o estudo dessas quebras deixa de ser um estudo mais genérico e passa a considerar testes de raiz unitária, sendo encontrados 183 trabalhos na WoS e 228 na *Scopus*.

Tabela 2: Combinações de palavras-chave utilizadas em cada base

Palavras-Chave	<i>Web of Science</i>	<i>Scopus</i>
<i>structural breaks</i> x <i>time series</i>	518	426
<i>structural breaks</i> x <i>unit root tests</i>	183	228
<i>structural breaks</i> x ADF	27	36
<i>structural breaks</i> x <i>electricity consumption</i>	94	69

Quando o cenário engloba quebras estruturais e o teste ADF, especificamente, bem como em séries relacionadas ao consumo de eletricidade, há ainda menos trabalhos específicos nos últimos cinco anos, quando analisadas estas duas bases. Para a combinação de palavras *structural breaks* x *ADF* foram encontrados 27 e 36 trabalhos, e para *structural breaks* x *electricity*, 94 e 69, uma quantidade relativamente pequena, evidenciando que a literatura, de certa forma, carece que análises e estudos específicos sobre o tema.

Foram excluídos os trabalhos escritos em línguas que não a portuguesa, inglesa ou espanhola. Em seguida, foram excluídos os registros duplicados nas duas bases, cruzando os dados utilizando o *software R* (R Core Team, 2020) e a biblioteca *bibliometrix*. O passo seguinte consistiu em selecionar, dentre os documentos, apenas os trabalhos diretamente relacionados com o tema da pesquisa através da leitura de seus resumos, restando, assim 63 para leitura aprofundada. Após análise minuciosa destes 63 artigos mencionados, foram selecionados os documentos mais relevantes e chegou-se a 20 artigos principais.

2.6.2 Análise Bibliométrica

Após seleção e leitura dos artigos para análise bibliométrica, foram gerados gráficos pela biblioteca *bibliometrix*, a fim de expressar uma melhor visualização dos cenários e circunstâncias das publicações consideradas, levando em conta os 20 artigos mais relevantes. Em relação ao ano de publicação, a Tabela 3 mostra a quantidade de artigos publicada em cada ano. No período considerado, houve uma média de aumento de publicações de 56,51%, e entre autores e coautores, tem-se 43 cientistas diferentes.

Tabela 3: Artigos selecionados e os respectivos anos de publicação

Ano	Número de artigos
2016	1
2017	2
2018	3
2019	8
2020	6

As palavras mais citadas nos artigos (Figura 2.5) demonstram sua frequência de aparecimento através do tamanho do retângulo e posição, sendo que quanto mais próxima à margem

esquerda a palavra se encontra, mais frequente ela se fez nos documentos. Nota-se, assim, que dentre os vocábulos mais frequentes estão: *structural breaks* (quebras estruturais), *unit root* (raiz unitária), *renewable energy consumption* (consumo de energia renovável), *economic growth* (crescimento econômico) e *electricity consumption* (consumo de eletricidade),



Figura 2.5: Palavras mais citadas nos artigos selecionados

Quanto às afiliações dos autores dos documentos (Figura 2.6), ficam em destaque a Universidade de Sakarya, a Universidade de Ankara Beyazit, a Universidade de Istambul Medenyet, a de Istambul e a *Middle-east Technical University Cyprus* Campus, todas na Turquia. Em seguida, destaca-se a Universidade de Murdoch, na Austrália, a Universidade do Estado do Texas (*Texas State University*) e a *Texas Tech University*, ambas nos Estados Unidos da América. Nenhuma universidade brasileira se faz presente nesta lista.

Em relação aos países, na Figura 2.7, quanto mais forte a tonalidade da cor azul, maior a produção científica associada à nação. Destacam-se a Turquia, a Austrália e os Estados Unidos. Quanto à América do Sul, apenas o Equador foi destacado na cor azulada.

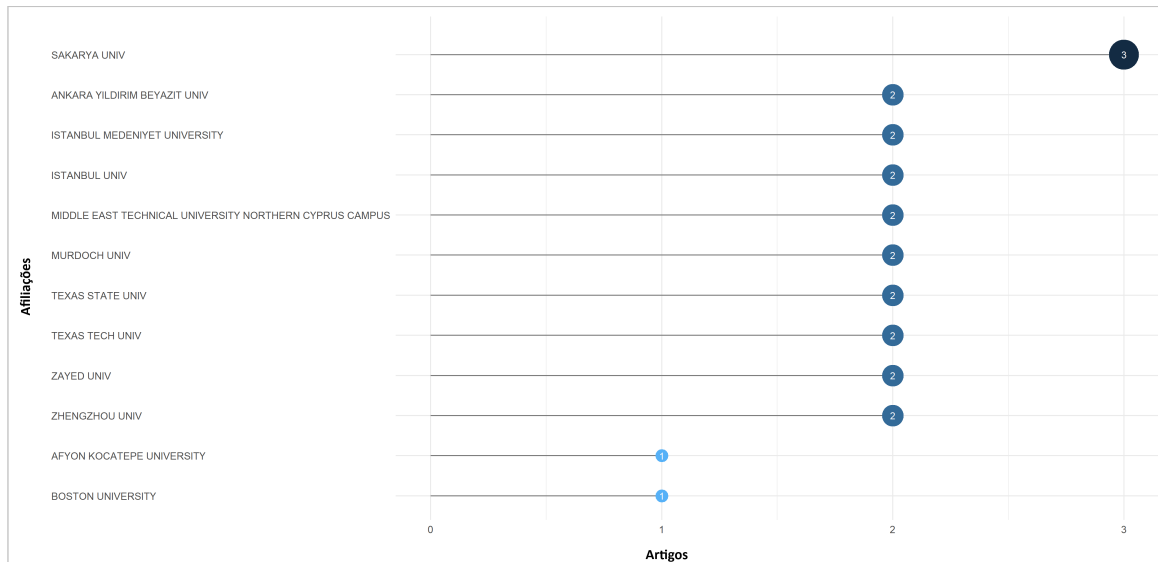


Figura 2.6: Principais afiliações dos autores

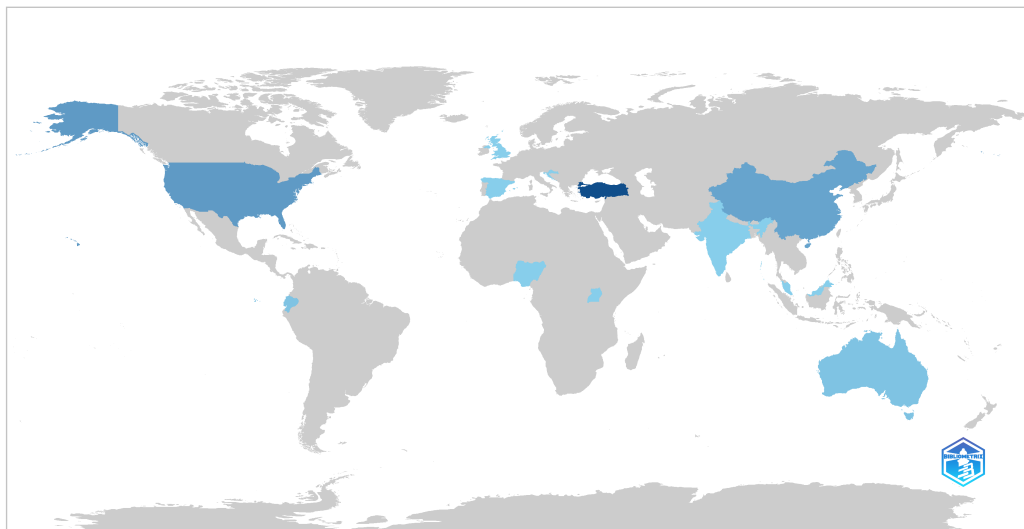


Figura 2.7: Países com maior produção científica entre os artigos

2.6.3 Metassíntese

A etapa de metassíntese consiste em abordar informações relevantes dos 20 artigos considerados na etapa anterior.

Assim, o trabalho de Carrion-I-Silvestre e Gadea (2016) envolve o estudo com series temporais limitadas abaixo ou acima em um estudo aplicado às taxas de desemprego nos EUA, utilizando testes de raiz unitária para testar a estacionariedade e mencionando que as quebras estruturais afetam o componente determinístico ou o componente dos limites da série.

Borozan (2017) testou a hipótese de convergência em séries de consumo de eletricidade per capita em regiões da Croácia entre 2001 e 2013, através dos testes CADF e CIPS e do teste Zivot-Andrews para contornar a problemática de possíveis quebras estruturais. O autor aborda que choques únicos identificados pelo teste Zivot-Andrews podem ser tratados como instrutivos para empresas e para o consumo total de eletricidade.

Furuoka (2017) propôs um novo teste de raiz unitária para analisar a curva de histerese de desemprego da França, Alemanha, Itália, Espanha e Reino Unido para o período de 1991 até 2015, contando com séries de dados anuais e levando em conta não linearidade e quebras estruturais desconhecidas nos dados da série temporal. Como metodologia, quatro tipos diferentes de testes de raiz unitária foram realizados: o teste ADF, o teste SUR-ADF, o teste FADF e o teste SUR-FADF. Antes disso, os valores críticos para o teste SUR-FADF foram estimados por 1000 réplicas da simulação de Monte Carlo. O processo de geração de dados foi baseado na hipótese nula de que as séries temporais são caracterizadas por um passeio aleatório sem constante. Através das simulações, percebeu-se que o teste ADF falhou em rejeitar a hipótese nula de histerese em todos os cinco países considerados.

Demir e Gozgor (2018) abordaram que analisar as propriedades estocásticas de consumo de energia renovável é vital para desenvolver políticas de energia eficazes a fim de aumentar o nível de consumo de energia renovável. Com isso, foi analisada a existência de raiz unitária no consumo de energia renovável em 54 países no período de 1971 até 2016, concluindo que séries de consumo de energia renovável estão estacionárias em 45 dos 54 países, considerando o teste Narayan – Popp, exposto por Narayan e Popp (2010), e concluindo que se o uso de energia renovável segue um processo estacionário, os dados históricos sobre energia renovável podem ser considerados nas previsões. Narayan e Popp (2013) mostram que o teste de raiz unitária de Narayan-Popp é mais poderoso do que o teste de raiz unitária do Multiplicador de Lagrange de Lee e Strazicich (2004) com duas quebras estruturais. Com base nessa evidência, os autores utilizaram o referido teste para duas quebras estruturais na série.

Osman et al (2018) estudaram o impacto das quebras no consumo de energia dos países do Conselho de Cooperação do Golfo, através de testes tradicionais de raiz unitária e do teste FADF, abordando que os testes tradicionais de raiz unitária (ADF, DF-GLS, PP e KPSS) não conseguiram rejeitar a hipótese nula de não estacionariedade. No entanto, o teste de raiz unitária ADF de Fourier, que possui maior poder, rejeitou fortemente a hipótese nula de raiz unitária para todos os países, exceto Bahrein e Catar. Foram utilizados dados anuais do período de 1980 a 2014, dos países do Conselho de Cooperação do Golfo (GCC). Este trabalho também observa que os testes convencionais de raiz unitária não consideram a possibilidade de mudança estrutural, conforme observado por Perron (1989), se a quebra estrutural for ignorada, o poder de rejeitar a hipótese nula de não estacionariedade diminui quando a alternativa estacionária é verdadeira. Como esperado, os resultados desses testes indicaram que todas as variáveis de consumo de energia per capita desses países são caracterizadas por um processo não estacionário. Ainda, é relatado que os testes convencionais de raiz unitária não conseguem detectar adequadamente a não linearidade dessas séries e, portanto, tendem a levar a análise a aceitar a falsa hipótese nula de uma raiz unitária. O estudo concluiu que as políticas de estabilização e conservação de energia terão apenas um efeito temporário, já que essas variáveis retornarão ao seu caminho de tendência ou aos seus níveis de equilíbrio em longo prazo.

Pinzón (2018) investigou a relação entre consumo de energia e crescimento econômico no Equador, utilizando dados anuais para o período entre 1970 e 2015, abordando situações para

uma quebra na série de dados. Assim, foram utilizados os testes ADF, PP e KPSS, porém alertando que para algumas variáveis não foi possível tirar-se conclusões, já que os testes divergiram ou mesmo o menor conjunto de regressores incluídos em seus testes não é significativo. Para contornar a situação, foi utilizado o teste de Zivot-Andrews, que permite uma quebra estrutural na série de dados. Como conclusão, chegou-se à informação de que o setor industrial é o mais significativamente afetado e que o aumento dos preços do petróleo pode desencorajar o consumo de derivados deste produto.

Ojede et al. (2019) utilizaram o teste de raiz unitária do Multiplicador de Lagrange (ML) proposto por Lee e Strazicich (2004) para quebras estruturais combinados com Modelos de Heterocedasticidade Condicional Autorregressiva, ou *Autoregressive Conditional Heteroskedasticity Models* (ARCH) e Modelo de Heterocedasticidade Condicional Autorregressiva Generalizado, ou *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity Models* (GARCH), a fim de analisar a taxa de câmbio e a renda doméstica. Segundo o artigo, desenvolvimentos recentes em séries temporais na literatura têm mostrado uma limitação importante do uso de testes ADF para testar o nulo de uma raiz unitária. É mencionado que Lee e Strazicich (2004) também indicam a necessidade de testar quebras estruturais na série porque a falha em contabilizá-las muitas vezes aumenta a possibilidade de falha nos testes de raiz unitária.

Ewing et al. (2019) estudaram mudanças estruturais nas séries de preço do petróleo, partindo de uma regressão linear e estudando um modelo de heteroscedasticidade condicional auto-regressiva generalizada (GARCH), concluindo a grande relevância do estudo das mudanças estruturais na série serem incorporadas no modelo.

Guris (2019) propõe um novo teste de raiz unitária não linear de Fourier para contornar a problemática que os testes raiz unitária tradicionais exibem uma tendência a não ser estacionários no caso de quebras estruturais e não linearidade. Neste procedimento de teste, as quebras estruturais são modeladas por meio de uma função de Fourier e o ajuste não linear é modelado por meio de um modelo autorregressivo de limiar suave exponencial (ESTAR).

Em Samu et al. (2019) foi realizado o estudo da relação entre o consumo e o produto interno bruto per capita no Zimbábue com a utilização do teste de raiz unitária apresentado por Zivot e Andrews (1992). Os testes de cointegração são utilizados para testar a convergência da série e, segundo os autores, os testes convencionais não levam em consideração a presença de quebras, apresentando resultados espúrios e, muitas vezes, enganosos podendo apresentar falsa relação de equilíbrio de longo prazo entre as séries. O teste Zivot-Andrews, que leva em conta a presença de uma única quebra estrutural, foi utilizado para investigar a ordem máxima de integração das séries, mostrando que o consumo de eletricidade, o produto interno bruto real e as emissões de dióxido de carbono possuem raiz unitária, ou seja, são não estacionários. Os autores concluíram que o crescimento econômico tem um efeito inelástico, positivo e estatisticamente significativo no consumo de eletricidade em curto prazo, enquanto a emissão de dióxido de carbono (CO_2) tem um impacto inelástico positivo no consumo de eletricidade no longo prazo.

Ghosh (2019) dispõe sobre a possibilidade de reduzir a escassez de combustível e as emissões de CO_2 no nível doméstico no Reino Unido, utilizando os testes ADF, PP e KPSS, bem como

indicando a falta de precisão em não rejeitar a hipótese não estacionária e trabalhando conceitos de outlier aditivo (AO), no qual há alterações repentinas na série. Foi utilizado o teste de Clemente–Montanes–Reyes, proposto em Clemente et al. (1998), considerando duas quebras estruturais. Foi utilizado, ainda, o modelo *Autoregressive Distributed Lag* (ARDL) para analisar a relação de cointegração das séries consideradas. Como resultado, o primeiro ponto de quebra ocorreu entre os anos de 1972 e 1979 e o segundo entre 1980 e 1989, sendo atribuídos à crise na Economia do Reino Unido. Através dos conceito de cointegração, foi confirmada a relação de longo prazo entre as variáveis.

Karasoy e Akçay (2019) levaram em consideração uma quebra estrutural em seus dados, aplicando o teste de raiz unitária de Zivot–Andrews. Além disso, um modelo de vetor de correção de erros (VEC) é utilizado para determinar a causalidade de curto e longo prazo. Como principais achados, tem-se que o aumento no comércio e no consumo de energia não renovável aumentam as emissões de carbono em longo prazo, enquanto o consumo de energia renovável as reduz tanto no curto quanto no longo prazo. Pela análise de causalidade, é abordado que há causalidade de longo prazo entre o consumo de energia não renovável e as emissões de dióxido de carbono, e entre o comércio e as emissões de dióxido de carbono.

Hepsag (2019) desenvolveu um novo procedimento de teste de raiz unitária levando em conta quebras estruturais e ajustes não lineares, que não leva a não rejeições excessivas da hipótese nula da raiz unitária (como ocorre no teste ADF), mostrando que o comportamento não linear implica que existe um regime central onde as séries se comportam como uma raiz unitária. Foram modeladas séries com quebras estruturais como uma transição suave entre diferentes regimes ao longo do tempo e, ainda, a não linearidade por meio do modelo ESTAR. Foram considerados modelos com constante, com tendência e, em seguida, ambos.

Begiazi e Katsiampa (2019) investigaram a presença de quebras estruturais nos preços das casas em diferentes regiões do Reino Unido, assim como nos preços de diversos tipos de propriedades (apartamentos, casas geminadas, casas isoladas e semi-isoladas) em todo o país. O estudo foi motivado pela incerteza no mercado imobiliário do Reino Unido e por vários eventos financeiros que podem causar mudanças estruturais no mercado, apontando como resultado a existências de quebras estruturais nas séries de sete das treze regiões consideradas e em três dos quatro tipos de propriedades. Foram utilizadas dados trimestrais regionais de preços de casas no Reino Unido, provenientes do Índice de Preços de Casas da *Nationwide*, desde o quarto trimestre de 1973 até o primeiro trimestre de 2017, totalizando 174 observações. Além disso, foram utilizados séries trimestrais agregadas do Reino Unido por tipo de propriedade, desde o primeiro trimestre de 1991 até o primeiro trimestre de 2017. Destaca-se que foi utilizado o teste ADF para avaliar a presença de raiz unitária e outros testes que permitem quebras estruturais, citando o trabalho de Perron (1989), onde deve ser identificada qualquer mudança estrutural ao ser avaliada a estacionariedade. O estudo concluiu que a identificação de pontos de quebra específicos permitiu a correlação com eventos históricos no mercado imobiliário.

Bullock et al. (2020) objetivaram melhorar a detecção de quebras em uma série temporal relacionadas às condições do solo. A metodologia proposta contém dois testes (CUSUM e

o Teste de Chow) para quebras em uma série temporal, utilizando o algoritmo de Detecção e Classificação de Mudança Contínua (CCDC). Assim, se uma quebra estrutural estiver presente, os resíduos se desviam consistentemente em uma direção e que a estatística de teste é utilizada para determinar a probabilidade de observar os dados assumindo a inexistência de quebras. Como resultados, foi observado que estes dois testes em conjunto produziram resultados com menor frequência de erros do que uma abordagem de algoritmo único, indicando que “uma combinação de algoritmos de detecção de quebra pode ser uma melhoria em relação às abordagens típicas que utilizam apenas um algoritmo” ou um teste convencional (Bullock et al., 2019).

Kasman e Kasman (2020) investigaram a convergência do consumo de energia renovável per capita em 15 membros principais da União Europeia entre 1990 e 2018, utilizando o teste de convergência de Lagrange, além dos testes tradicionais. É mostrado que os testes de convergência estocástica revelam que o consumo de energia renovável per capita está convergindo entre os países da amostra durante o período considerado. Neste trabalho foram utilizados dois conceitos de convergência (β e σ) para aplicação do teste de raiz unitária do multiplicador de Lagrange. O teste F máximo (Fmax), proposto por Lee et al. (2012), foi utilizado para identificar os locais de quebra na série e para testar a significância conjunta de duas quebras. Os resultados do teste indicam que a hipótese nula de uma raiz unitária na energia per capita renovável relativa não é rejeitada para apenas cinco países (Dinamarca, Finlândia, França, Itália e Luxemburgo), enquanto dez países têm esta variável relativa estacionária.

Aydin e Pata (2020) apresentam um novo teste de raiz unitária baseado em *wavelets*, que leva em consideração quebras estruturais para investigar a estacionariedade do consumo de energia renovável nos Estados Unidos entre os anos de 1973 e 2019. Em sua metodologia, considerando a análise do domínio da frequência, foi utilizado o teste ADF, além de outros. É abordado que podem haver mudanças bruscas ou suaves nas séries e que estas questões devem ser levadas em conta nos testes de estacionariedade. Após realizados testes de raiz unitária em ambos domínios (tempo e frequência), foi observado que os testes de raiz unitária no domínio da frequência se mostraram mais confiáveis, pois além de fatores próprios da questão de domínio do tempo x frequência, o teste no domínio da frequência permitiu considerar quebras estruturais com número, tempo e forma desconhecidos.

Çetin et al (2020), por sua vez, analisaram a relação entre o setor agrícola e a poluição ambiental na Turquia para o período de 1968 à 2016 através de testes convencionais de raiz unitária e investigando a estacionariedade da série com testes de raiz unitária de ruptura estrutural de Zivot-Andrews, de Zivot e Andrews (1992) e Lee-Strazicich, de Lee e Strazicich (2004), passando também por uma análise de cointegração e de coeficientes de longo prazo. Os testes para quebras estruturais mostraram que, ao ser aplicado o teste Zivot-Andrews, houve indícios de que as séries podem ser consideradas estacionárias, mostrando que houve uma quebra estrutural em 1978, relacionada à emissão de dióxido de carbono. Nas outras séries testadas, os resultados das quebras estruturais também se mostraram aceitáveis. É explanado que o teste de limite ARDL deve ser usado para investigar uma possível relação de longo prazo entre as séries, levando em consideração as quebras estruturais. Os resultados dos testes CUSUM mostraram

que os valores relevantes estão dentro da faixa de 5% e, portanto, admitindo estabilidade aos componentes de longo prazo e que a previsão pode auxiliar em tomadas de decisão no setor.

Yilanci e Gorus (2020) estudaram a convergência da série de energia limpa em 30 países da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico entre 1965 e 2017. Mostrou-se que há quebras permanentes na estrutura na série de aproximadamente metade dos países estudados e evidenciando a importância de situações como esta serem consideradas e estudadas.

Omoju et al (2020) objetivou investigar a estacionariedade do consumo de energia em 48 países da África através do teste de Dickey-Fuller aumentado, do teste Zivot-Andrews e outros, mencionando que as relações entre desenvolvimento econômico e consumo de energia já estão bem estabelecidas na literatura, e que este desenvolvimento econômico leva a um crescimento no consumo de energia. Assim, o estudo de séries temporais de consumo de energia elétrica se mostra útil para previsão do consumo e políticas energéticas. Este estudo salienta que os achados na literatura não possuem um consenso, por serem aplicadas diferentes técnicas ou utilizarem testes de raiz unitária convencionais, que podem não levar em conta informações importantes ou possuir um bom poder de teste, mencionando que a maioria dos estudos não considera quebras estruturais, “o que pode ser crucial, dada a vulnerabilidade da variável de consumo de energia” (OMOJU et al., 2020) e que a realização de previsões com séries não estacionárias podem causar projeções pouco confiáveis. Como resultados, foi observado que o teste ADF e PP mostram que a hipótese nula de raiz unitária é rejeitada, considerando 5% de significância para 10 dos 48 países. No entanto, o teste DF-GLS mostra um resultado diferente, abordando que a hipótese nula não pode ser rejeitada considerando o mesmo nível de significância de 5%.

No artigo supracitado, o teste de Zivot-Andrews mostra que a hipótese nula de raiz unitária é rejeitada apenas para 15 países. É dito, ainda, que uma limitação do teste de Zivot-Andrews é a possibilidade de identificação de apenas uma quebra estrutural e que, diferentemente de outros testes, este considera que os pontos de quebra são estimados. Como vantagem, este teste não necessita de conhecimento do ponto de quebra. Assim, alguns testes mais recentes de raiz unitária já consideram modelos não lineares e quebras estruturais.

2.6.4 Leitura Complementar

A seguir, são mencionados artigos que não foram identificados pela bibliometria, mas que contêm conceitos, definições ou resultados relevantes para o desenvolvimento deste trabalho, além de artigos mais recentes relacionados ao tema deste estudo, com a finalidade de ilustrar a continuidade da relevância do tema até os dias atuais. Estes artigos foram encontrados mediante pesquisa no *Google Scholar* através das mesmas palavras-chave utilizadas no processo de seleção de artigos anteriormente apresentado.

Em Tsay (1988) foram tratados dois tipos de *outlier* (aditivo e de inovação) e dois tipos de quebras estruturais (mudança de nível e mudança temporária). São propostos métodos de detecção de *outliers* e mudanças de nível através de simulações com séries de 100 elementos

e 1000 replicações através da modelagem AR(1) e da modelagem *Autoregressive Moving Average Model* (ARMA). Foram utilizados valores de fator de amortecimento $\delta = 0,6$ e $\delta = 0,8$ como exemplos, no entanto, o autor aborda que outros valores podem ser utilizados conforme resultado desejado. Os valores para as perturbações iniciais considerados foram $\omega = 3$, $\omega = 4$ e $\omega = 5$, com imputação das quebras a partir de $t = 50$.

O trabalho de Perron (1989) destacou a importância de considerar quebras estruturais nos testes de raiz unitária. Assim, é abordado que ignorar essas quebras, como no teste tradicional ADF, pode levar à aceitação falsa da hipótese nula de raiz unitária, reduzindo o poder do teste quando ocorre uma quebra estrutural sob a hipótese alternativa. Para resolver isso, Perron propôs aumentar o teste ADF com variáveis *dummy* para considerar as quebras estruturais.

Zivot e Andrews (1992) abordam um teste de raiz unitária que procura por um ponto de ruptura estrutural mais significativo em torno de uma possível quebra na tendência, explicando que o modelo C no teste Zivot-Andrews permite uma quebra estrutural tanto no intercepto quanto na inclinação (tendência), sendo um teste que utiliza a mostra completa e uma variável *dummy* com a data quebra sendo relativa à data onde ocorre a estatística t-mínima.

Chen e Liu (1993) estudaram os efeitos causados por identificações errôneas no tipo de outlier ou quebra estrutural nas previsões, considerando as mesmas tipologias de Tsay (1988) e recomendando estratégias para reduzir possíveis dificuldades causadas por tipos de *outliers* detectados incorretamente. Neste caso, para cada tipo de outlier, uma série temporal de comprimento 100 foi gerada com base em nos modelos AR(1), *moving average model* de ordem 1 (MA(1)) e *Integrated Moving Average model* (IMA) em 500 replicações com $\omega = 3$ e $\omega = 4$, imputando os *outliers* em $t = 50$, $t = 98$ e $t = 100$.

Bai e Perron (1998) testam e estimam múltiplos pontos de quebra estrutural em modelos de regressão, abordando que tanto a literatura estatística quanto a econometria contêm uma vasta quantidade de trabalhos sobre questões relacionadas à mudança estrutural, porém a maioria das análises é destinada unicamente para o caso de uma mudança estrutural apenas. Assim, foi abordada a problemática da estimativa das datas de quebra e proposto um algoritmo para encontrar os minimizadores globais da soma dos quadrados dos resíduos. Em seguida, foi estudada a formação de intervalos de confiança para as datas de quebra sob diferentes hipóteses e análises do número de quebras.

Christopoulos e León-Ledesma (2010) sugerem um teste de raiz unitária que contabiliza conjuntamente quebras estruturais e ajuste não linear. Eles modelaram quebras estruturais por meio de uma função de Fourier. Neste estudo, um novo teste de raiz unitária que pode ser útil na presença de número desconhecido de quebras e não linearidade foi proposto. As propriedades da amostra finita do teste sugerido por meio de simulações de Monte Carlo foram examinadas. Este teste elimina os problemas de aceitação do nulo de não estacionariedade para adicionar quebras estruturais e não linearidade ao procedimento de teste.

Narayan e Popp (2010) propuseram um novo teste baseado no teste de Dickey-Fuller aumentado para raízes unitárias, considerando duas quebras estruturais. Foram consideradas duas especificações diferentes: duas quebras no nível de uma série de dados com tendência e

duas quebras no nível e na inclinação de uma série de dados com tendência. As quebras, cujo momento de ocorrência é assumido como desconhecido. Dessa forma, através de simulações de Monte Carlo, tem-se como resultado um teste que identifica as quebras estruturais das séries.

Canêdo-Pinheiro (2011) analisou o comportamento da demanda por moeda e dos preços no Brasil entre 1970 e 1994, abordando que “em surtos inflacionários como o brasileiro, que duraram muitos anos e no qual a economia esteve sujeitas a muitos choques (inclusive planos de estabilização malsucedidos), tais variáveis tendem a apresentar quebras estruturais” (Canêdo-Pinheiro, 2011). Ainda, uma observação importante é o fato de o autor comentar que as quebras estruturais podem viesar, além de testes de raiz unitária, testes de cointegração, conforme Hansen (1992). Outra questão comentada sobre as diferenças entre os testes de quebra estrutural é que na medida em que o número máximo de quebras detectáveis pelo teste aumenta, o poder do teste tende a diminuir e que, portanto, não há uma solução determinada na literatura para esta questão.

Da Silva et al. (2015) examinam a estacionariedade da razão consumo-renda para 11 países da América Latina e os Estados Unidos no período de 1951 a 2010. Para isso, são utilizados os testes de raiz unitária propostos por Carrion-i-Silvestre et al. (2009). Inicialmente, foi aplicado o teste ADF, comumente usados na literatura. No entanto, é abordado que esse teste apresentara uma limitação significativa ao não considerar o componente de longo prazo das séries, resultando em inconsistências nos resultados. Dessa forma, foram utilizados os testes de raiz unitária propostos por Carrion-i-Silvestre et al. (2009), que oferecem uma extensão da classe de testes M analisada por Ng e Perron (2001). Esses testes permitem a detecção de múltiplas quebras estruturais tanto no nível quanto na inclinação da função tendência, nas hipóteses nula e alternativa.

Lima et al. (2015) examinam a estacionariedade da série de desemprego através da utilização de testes tradicionais, como ADF, PP e KPSS. Os resultados mostram certa inconsistência quanto à estacionariedade da série em nível, reconhecendo que a negligência de quebras estruturais pode introduzir viés nas estimativas dos parâmetros fracionários. Foram utilizados dados do comportamento dinâmico da taxa de desemprego brasileira de junho de 1980 a dezembro de 2002 para a taxa de desemprego mensal ajustada sazonalmente. Os resultados indicaram que a taxa de desemprego brasileira apresenta um comportamento não estacionário com reversão à média, consistente com a hipótese de alta persistência do desemprego. No entanto, considerando a possibilidade levantada por alguns autores de que a presença de quebras estruturais pode gerar um comportamento fracionário espúrio, novas estimativas foram realizadas para avaliar se a série sofreu alterações em seu componente determinístico.

Shikida et al. (2016) analisaram a presença de quebras estruturais na série de preço do boi gordo no estado de São Paulo entre 1954 e 2012, conectando tais quebras a fatores históricos do setor em questão e definindo que, sobre quebras estruturais que “há uma ou mais mudanças no nível da série, na dispersão e/ou inclinação” (Shikida et al., 2016). Foi utilizado o teste de Bai e Perron (1998) a partir da modelagem de uma regressão linear. Para análise da instabilidade dos parâmetros, foi utilizada uma variação do teste CUSUM (OLS-CUSUM).

O trabalho de Cetin et al. (2018) analisou impacto do crescimento econômico, do consumo de energia, da abertura comercial e do desenvolvimento financeiro nas emissões de carbono na Turquia entre 1960 e 2013, utilizando o teste de Lee e Strazicich (Lee e Strazicich (2004)) e evidenciando que existe uma relação de longo prazo entre renda real per capita, consumo de energia per capita e as outras variáveis estudadas na presença de quebras estruturais.

Osabuohien-Irabor (2021) testou a hipótese da presença de raiz unitária considerando rupturas na estrutura das séries em quatorze índices de mercado de ações na África. Foram utilizados, dentre outros, os testes tradicionais ADF e PP e o teste proposto e Zivot e Andrews (1992) para a análise de duas ou uma quebra estrutural. O autor aborda que levando em conta que as séries estacionárias têm média e covariância constantes ao longo do tempo e que possíveis choques podem criar efeitos temporários, a maioria dos testes de raiz unitária padrão podem relatar viés e resultados não confiáveis de não rejeição da raiz unitária para séries que passaram por estes choques. Dessa forma, é dito que a maioria da literatura sugere que ao serem incluídas quebras estruturais, a rejeição da hipótese nula de raízes unitárias pode não ser possível principalmente nos testes tradicionais de raiz unitária (ADF, KPSS e PP). No referido estudo, os testes que consideram quebras estruturais, incluindo o teste proposto por Zivot e Andrews (1992), contrariam os resultados dos testes tradicionais ADF e de PP.

Djaballah (2022) analisou o impacto das ferramentas de política monetária nas variações dinâmicas da inflação na economia da Argélia. Foram considerados dados anuais baseados em variáveis macroeconômicas que demonstram a relação entre a inflação e os instrumentos de política monetária, abrangendo o período de 1970 a 2020. Foram aplicados os testes ADF e PP. O autor aborda que os testes convencionais de raiz unitária, como ADF, DF-GLS e PP, apresentam um problema comum, que trata de não considerarem a possibilidade de uma quebra estrutural. O autor também cita que Perron (1989) demonstrou que, ao assumir a quebra como um fenômeno exógeno, a capacidade de rejeitar uma raiz unitária diminui quando a alternativa estacionária é verdadeira e a quebra estrutural é ignorada, tendo Zivot e Andrews (1992) sugerido uma variação do teste original de Perron, substituindo o procedimento subjetivo de Perron na determinação dos pontos de quebra.

Ahmed et al. (2023) utilizaram dados dos Indicadores de Desenvolvimento Mundial de séries temporais anuais para Bangladesh no período de 1972 a 2019, transformando todas as variáveis em formas logarítmicas para evitar problema de escala. Foram testadas as relações dinâmicas entre os fluxos de Investimento Estrangeiro Direto (IED) e o desempenho das exportações de Bangladesh. Verificou-se a estacionariedade de cada variável da série temporal, abordando que a questão das quebras estruturais nos dados de séries temporais tem sido uma questão de grande investigação no cenário econômico. É dito que, pelo motivo de baixo desempenho do teste ADF na presença de quebra estrutural, outros testes podem ser utilizados, incluindo o teste abordado em Zivot e Andrews (1992).

Kiran Baygin e Çil (2023) investigaram choques no consumo de energia, utilizando séries anuais de consumo de energia não renovável e renovável per capita no período de 1980 a 2018 para 15 países líderes por consumo de energia renovável em todo o mundo em 2019 com dados

da *Energy Information Administration* (EIA). Foram utilizados os testes ADF, PP e DF-GLS, cujos resultados indicam que não podemos rejeitar a hipótese nula de raiz unitária para as séries na maioria dos países. Segundo os autores, para obtenção resultados mais confiáveis, foi necessária aplicação de um melhor teste de raiz unitária, sendo escolhido o teste proposto em Christopoulos e Leon-Ledesma (2010).

É mostrado que o consumo de energia não renovável per capita é estacionário apenas para a Suécia e os Estados Unidos. Quanto ao consumo de energia renovável per capita, nota-se que o consumo de energia renovável per capita é estacionário para o Canadá, Suécia e Reino Unido e não estacionário para outros países na análise. Os resultados obtidos mostram que os choques no consumo de energia não renovável per capita são transitórios apenas para a Suécia e os Estados Unidos e os choques no consumo de energia renovável per capita são transitórios apenas para o Canadá, Suécia e Reino Unido.

Silveira (2023) conduziu experimentos para determinar a combinação de critérios de seleção de defasagens que resultava no melhor desempenho do teste ADF. Foram geradas séries a partir de um AR(1), considerando a inclusão ou não de termos determinísticos em séries de diferentes comprimentos ($n = 30, n = 40, n = 50, n = 100$), levando em conta séries com e sem a presença de raiz unitária.

Foram analisados modelos com constante e tendência, somente com constante e sem nenhum termo determinístico. Além disso, foram abordadas três diferentes maneiras de determinar o número máximo de defasagens e três diferentes critérios para a seleção do número ideal de defasagens a serem incluídas no modelo. A combinação de critérios que levou ao melhor resultado para as séries geradas foi o $l4$ com BIC, tanto para o cenário das séries estacionárias quanto para os casos em que havia a presença de raiz unitária.

Yan (2024) realizou um estudo com dados do Índice de Preços de Criptomoedas entre os meses de julho de 2021 e dezembro de 2022, incluindo 549 dados diários. Os dados foram coletados de vários mercados onde as criptomoedas *Bitcoin* e *Ethereum* foram negociadas e incluíam o preço de fechamento diário de ambas. Os dados do Índice de Preços das criptomoedas foram submetidos a uma transformação logarítmica natural. Assim, para determinar a relação entre *Bitcoin* e *Ethereum*, a estacionaridade das variáveis foi testada com testes clássicos de raiz unitária (ADF e PP) e testes de raiz unitária com quebra estrutural, como o proposto em Lee e Strazicich (2004).

Diante disso, os estudos citados nesta revisão sistemática mostram que a modelagem de séries temporais é amplamente utilizada para a resolução de problemas e previsão de variáveis em diversas áreas. Entre essas áreas, inclui-se o consumo de energia, onde a previsão precisa é fundamental para a gestão eficiente dos recursos energéticos, otimização de redes de distribuição e planejamento de demanda. Além do consumo de energia, a modelagem de séries temporais é aplicada em finanças, economia, meteorologia e outras ciências, suportando a tomada de decisões com base em dados históricos e tendências observadas.

Assim, nota-se que o teste ADF, juntamente com outros testes que avaliam a estacionariedade, são ferramentas essenciais para a análise de séries temporais. Esses testes são funda-

mentais para determinar se uma série temporal possui uma raiz unitária, o que é crucial para o desenvolvimento de modelos preditivos robustos. Salienta-se que muitos trabalhos evidenciaram a redução de poder do teste ADF na presença de quebras estruturais. Dessa forma, foi identificada uma lacuna significativa na literatura sobre como as quebras estruturais afetam o desempenho do teste ADF, evidenciando a necessidade de mais estudos sobre este tema.

3 METODOLOGIA

Considerando que o presente estudo visa explorar o desempenho do teste ADF na presença de quebras estruturais, este é realizado seguindo a metodologia de planejamento de experimentos e simulações, o que possibilita avaliar resultados obtidos sob diversas condições.

Assim, após definição do modelo, utilizado para gerar séries temporais com quebras estruturais, os experimentos são separados em duas etapas: simulações preliminares e simulações complementares. Os procedimentos são realizados com o auxílio do *software R* (R core team, 2023), com a utilização das bibliotecas *urca* (Pfaff, 2008) e *tsoutliers* (Hyndman, 2021), *gamlss*, *gamlss.dist* (Stasinopoulos et al., 2024), dentre outras.

3.1 Modelo

Partindo-se das equações 2.2, 2.3 e 2.4, utilizadas para representar um modelo autoregressivo de ordem 1 - AR(1) e considerando que $\rho = (\phi_1 - 1)$, chega-se a um modelo sem constante e sem tendência, com constante e sem tendência e, por fim, com constante e com tendência, respectivamente conforme as equações 3.1, 3.2 e 3.3.

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + u_t \quad (3.1)$$

$$Y_t = \beta_1 + \phi_1 Y_{t-1} + u_t \quad (3.2)$$

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \phi_1 Y_{t-1} + u_t \quad (3.3)$$

Considerando-se ainda, a Equação 2.17, que mostra que a perturbação $f(t)$, tem-se as equações 3.10, 3.10 e 3.12:

$$Z_t = \phi_1 Y_{t-1} + u_t + \omega L(B)I(t)t_1 \quad (3.4)$$

$$Z_t = \beta_1 + \phi_1 Y_{t-1} + u_t + \omega L(B)I(t)t_1 \quad (3.5)$$

$$Z_t = \beta_1 + \beta_2 t + \phi_1 Y_{t-1} + u_t + \omega L(B)I(t)t_1 \quad (3.6)$$

Assim, lembrando que $BY_t = Y_{t-1}$ e de posse das equações 2.20 e 2.21 referentes à quebra estrutural de mudança de nível e mudança temporária, por fim, chega-se, para quebras estruturais do tipo mudança de nível conforme equações 3.7, 3.8 e 3.9:

$$Z_t = \phi_1 Y_{t-1} + u_t + \frac{\omega}{(1-B)}I(t)t_1 \quad (3.7)$$

$$Z_t = \beta_1 + \phi_1 Y_{t-1} + u_t + \frac{\omega}{(1-B)} I(t) t_1 \quad (3.8)$$

$$Z_t = \beta_1 + \beta_2 t + \phi_1 Y_{t-1} + u_t + \frac{\omega}{(1-B)} I(t) t_1 \quad (3.9)$$

Para quebras estruturais do tipo mudança temporária (equações 3.10, 3.11 e 3.12):

$$Z_t = \phi_1 Y_{t-1} + u_t + \frac{\omega}{(1-\delta B)} I(t) t_1 \quad (3.10)$$

$$Z_t = \beta_1 + \phi_1 Y_{t-1} + u_t + \frac{\omega}{(1-\delta B)} I(t) t_1 \quad (3.11)$$

$$Z_t = \beta_1 + \beta_2 t + \phi_1 Y_{t-1} + u_t + \frac{\omega}{(1-\delta B)} I(t) t_1 \quad (3.12)$$

Deste modo, as equações 3.7, 3.8 e 3.9 e as equações 3.10, 3.11 e 3.12 representam as séries geradas na aplicação deste trabalho, tanto nas simulações preliminares quanto nas simulações complementares.

3.2 Simulações Preliminares

Simulações preliminares são fundamentais por permitirem testar hipóteses, variáveis e modelos antes de serem realizados experimentos mais complexos, ajudando a identificar falhas e limitações nos métodos propostos e garantindo o uso eficiente dos recursos e resultados mais confiáveis. Além disso, esses experimentos oferecem *insights* valiosos sobre o comportamento das variáveis estudadas, admitindo posteriores ajustes necessários para simulações complementares.

Dessa forma, são realizadas as simulações preliminares, considerando um modelo AR(1) sem constante e sem tendência, conforme Equação 3.1. É analisada, primeiramente, a influência do fator ω , com outros parâmetros (Tabela 4), para o cenário de séries estacionárias, onde $\phi_1 < 1$. Com base no trabalho desenvolvido por Silveira (2023), escolhe-se o nível de significância de 5% e $\phi_1 = 0,6$, esse último a partir de algumas informações parciais obtidas no estágio inicial do referido estudo.

São consideradas 1000 replicações de uma série com 100 elementos ($n=100$) e com uma quebra estrutural de tipologia mudança de nível, sendo incluídas em cinco posições distintas de quebra nas séries (quantis 0,10; 0,20; 0,40; 0,60 e 0,80). Dessa forma, é introduzida a notação do fator it como posição da quebra, onde $it10$ é equivalente à notação de $it = 0,10 = \text{quantil}(0,10) = it=10$, significando que a quebra é imputada no quantil 0,10. Analogamente, $it20$ é equivalente à notação $it = 0,20 = \text{quantil}(0,20) = it=20$, significando que a quebra é imputada no quantil 0,20 e, assim, sucessivamente.

Para interpretação, é analisada a proporção de rejeição da hipótese nula após aplicação do

teste ADF. Assim, para cada condição experimental, são gerados 1000 vetores de dimensão n x 1, representando as séries temporais a serem analisadas, constituindo uma matriz n x 1000. Em cada coluna da matriz é aplicado o teste ADF para avaliar a estacionariedade.

Tabela 4: Cenários para AR(1) sem constante e sem tendência, com $\phi_1 = 0,6$

Fator	Níveis
Comprimento da série (n)	100
Tipologia da quebra	mudança de nível
Amplitude da quebra/perturbação (ω)	0; 1, 1,5; 2; 2,5; 3; 3,5; 4 e 4,5
Posição da quebra (it)	quantis 0,10; 0,20; 0,40; 0,60 e 0,80
Número de replicações (N)	1000
Interpretação	Frequência de Rejeição de H_0

Salienta-se que, devido a estes serem experimentos preliminares, é considerado apenas um valor de comprimento de série e a quebra estrutural apenas do tipo mudança de nível aplicada à série sem constante e sem tendência. Os resultados destas simulações são mostrados na seção 4.1

3.3 Simulações Complementares

Após realização de simulações preliminares, que nortearam a continuidade do estudo da utilização do teste ADF na presença de quebras estruturais, parte-se para as simulações finais, utilizadas para atingir os objetivos deste trabalho.

Assim, busca-se analisar a utilização do teste ADF e definir uma estratégia considerando a presença de quebras estruturais em séries temporais do tipo mudança de nível (LS) e mudança temporária (TC). Para isso, são realizadas simulações computacionais complementares partindo-se de um modelo AR(1) para as séries sem constante e sem tendência, ou modelo *none*, que corresponde a $\beta_1 = \beta_2 = 0$, com constante e sem tendência (modelo *drift*), onde $\beta_1 \neq 0$ e $\beta_2 = 0$ e, por fim, modelo com constante e com tendência ($\beta_1 \neq 0$ e $\beta_2 \neq 0$), também conhecido como modelo *trend*.

Em relação ao valor de ϕ_1 , são utilizados os valores de $\phi_1 = 0,55$ e $\phi_1 = 1$ onde é abordada a situação das séries estacionárias e não estacionárias, respectivamente. A escolha do valor atribuído ao coeficiente $\phi_1 = 0,55$ para séries estacionárias nesta etapa do trabalho foi realizada a partir do estudo desenvolvido por Silveira (2023), que detectou alto desempenho do teste ADF para este valor ao final do trabalho. Se $\phi_1 < 1$, analisa-se a proporção de rejeição de H_0 (presença de raiz unitária) para o teste ADF. Se $\phi_1 = 1$, é analisada a proporção de não rejeição de H_0 (presença de raiz unitária). Da mesma maneira que nas simulações preliminares, o nível de significância aqui considerado é de 5%.

Primeiramente, para o modelo AR(1) com $\beta_1 = \beta_2 = 0$, é considerada a imputação de quebras estruturais do tipo LS e TC, variando para cada um dos tipos: a amplitude da quebra,

ou perturbação (ω), o comprimento da série (n) e a posição da quebra (it). Para o comprimento das séries, são testados os valores correspondentes a 25, 50 e 100 ($n = 25$, $n = 50$ e $n = 100$) observações. São imputadas quebras estruturais no início, meio e fim da série (quantil 0,15; quantil 0,50 e quantil 0,85) de perturbações $\omega = 0$, $\omega = 1$, $\omega = 2$ e $\omega = 4$.

Nestas simulações complementares, também são realizados os mesmos experimentos para as séries de modelo *drift* e modelo *trend* considerando os fatores descritos acima.

Dessa maneira, é apresentado um resumo dos fatores e níveis definidos para os experimentos complementares na presença de raiz unitária (Tabela 5). Também são mostrados os parâmetros (Tabela 6) para as simulações finais a serem realizadas na ausência de raiz unitária.

Tabela 5: Resumo dos parâmetros para as simulações finais na presença de raiz unitária

Fator	Níveis
Estrutura do modelo AR(1)	$\beta_1 = \beta_2 = 0$; $\beta_1 \neq 0$ e $\beta_2 = 0$; $\beta_1 \neq 0$ e $\beta_2 \neq 0$
Comprimento da série (n)	25, 50 e 100
Coefficiente ϕ_1	1
Tipo de quebra	mudança de nível e mudança temporária
Amplitude da quebra/perturbação (ω)	0, 1, 2 e 4
Posição da quebra (it)	quantis (0,15; 0,50 e 0,85)
Número de replicações (N)	1000
Interpretação	Frequência de não rejeição de H_0

Tabela 6: Resumo dos parâmetros para as simulações finais na ausência de raiz unitária

Fator	Níveis
Estrutura do modelo AR(1)	$\beta_1 = \beta_2 = 0$; $\beta_1 \neq 0$ e $\beta_2 = 0$; $\beta_1 \neq 0$ e $\beta_2 \neq 0$
Comprimento da série (n)	25, 50 e 100
Coefficiente ϕ_1	0,55
Tipologia da quebra	mudança de nível e mudança temporária
Amplitude da quebra/perturbação (ω)	0, 1, 2 e 4
Posição da quebra (it)	quantis (0,15; 0,50 e 0,85)
Número de replicações (N)	1000
Interpretação	Frequência de rejeição de H_0

Para cada condição experimental, assim como nas simulações preliminares, são gerados 1000 vetores com dimensão $n \times 1$, gerando um total de 1000 séries (N). As referidas simulações finais, para uma melhor análise dos resultados, são divididas em quatro diferentes cenários, conforme exposto na Tabela 7.

Para fins de análise destes resultados, são convencionados quatro diferentes cenários (Tabela 7). O primeiro cenário trata de séries com quebra estrutural do tipo mudança temporária ($\delta = 0,7$) em séries estacionárias ($\phi_1 = 0,55$). O segundo cenário analisa séries com quebra estrutural mudança temporária, sendo estas não estacionárias ($\phi_1 = 1$). Já o terceiro e o quarto cenários

englobam simulações para as séries com quebras estruturais do tipo mudança de nível ($\delta = 1$), sendo estas estacionárias ($\phi_1 = 0,55$) e não estacionárias ($\phi_1 = 1$), respectivamente. Relembra-se que a escolha do valor $\phi_1 = 0,55$ para séries estacionárias nesta etapa do trabalho é justificada por Silveira (2023), como mencionado.

Tabela 7: Cenários de análise dos dados

Cenário	δ	ϕ_1	Interpretação
1	0,7	0,55	mudança temporária em série estacionária
2	0,7	1	mudança temporária em série não estacionária
3	1	0,55	mudança de nível em série estacionária
4	1	1	mudança de nível em série não estacionária

Para analisar os resultados, inicialmente são testados modelos GLM, porém não foi encontrada uma distribuição que se adequasse aos dados de maneira satisfatória. Assim, parte-se para a modelagem GAMLSS, de modo que foram testadas as distribuições que compreendem o intervalo de dados da variável resposta (BEo, BE, SIMPLEX e LOGITNO). Dentre estes, opta-se por utilizar a modelagem GAMLSS com a distribuição beta (BE) em todos os cenários.

A seleção do modelo se baseia no processo *step-wise* proposto no trabalho de Ramires et al. (2021), com o auxílio da função *stepGAICAll.A()*. O procedimento inicia com a construção de um modelo para a média (μ) utilizando uma abordagem progressiva. Em seguida, modelos para a variância (σ), para a assimetria (ν) e para a curtose (τ) são construídos sequencialmente, cada um seguindo uma abordagem progressiva, considerando os modelos anteriores.

Após a construção dos modelos, o processo de seleção é refinado por meio de eliminação retroativa: primeiro verifica-se a necessidade dos termos para ν , seguido pelos termos para σ , e, por fim, para μ . Aqui, cabe ressaltar que a distribuição BE é modelada apenas em função de μ e σ de modo que não há a necessidade de continuar com o procedimento para a assimetria e para a curtose. Assim, são incluídas nos modelos apenas as covariáveis que o tornam o mais parcimonioso possível, de acordo com o Critério de Informação Generalizado de Akaike (GAIC).

A interpretação dos fatores e interações é realizada segundo Frost (2019), que aborda que nos casos em que o efeito principal é significativo e as interações também são, realiza-se a interpretação do efeito principal e também das interações devido ao fato de que o efeito total de um fator é a soma do efeito principal e das interações. Além disso, em Montgomery (2008), é possível notar que os efeitos principais dos são mantidos nos modelos, quando significativos, mesmo na presença de interações.

4 RESULTADOS

Esta seção apresenta os resultados das simulações preliminares e os resultados das simulações complementares deste trabalho.

4.1 Resultados das Simulações Preliminares

Conforme parâmetros selecionados (Tabela 4), são realizados alguns experimentos preliminares e, graficamente, são mostrados exemplos das séries geradas. Onde $\omega = 0$ (Figura 4.1), tem-se séries temporais sem efeito de mudanças de nível, conforme Equação 3.1.

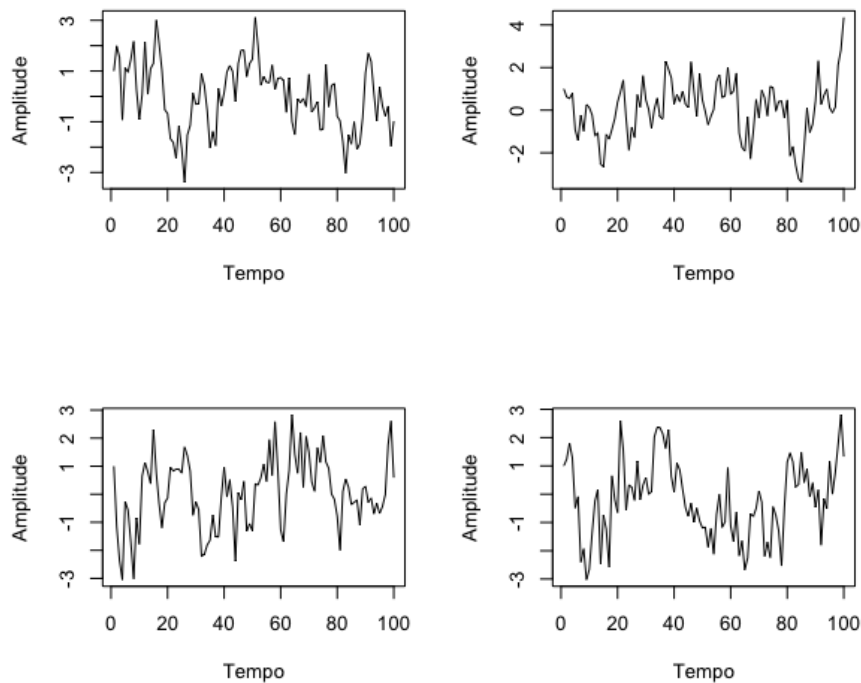


Figura 4.1: Exemplos de séries geradas a partir de um AR(1) com $\omega = 0$

Onde, por sua vez, $\omega = 1$, $\omega = 2$ e $\omega = 4$ (figuras 4.2, 4.3 e 4.4) são imputadas quebras LS no quantil (0,40), ou $it = 40$, quando modeladas pela Equação 3.7.

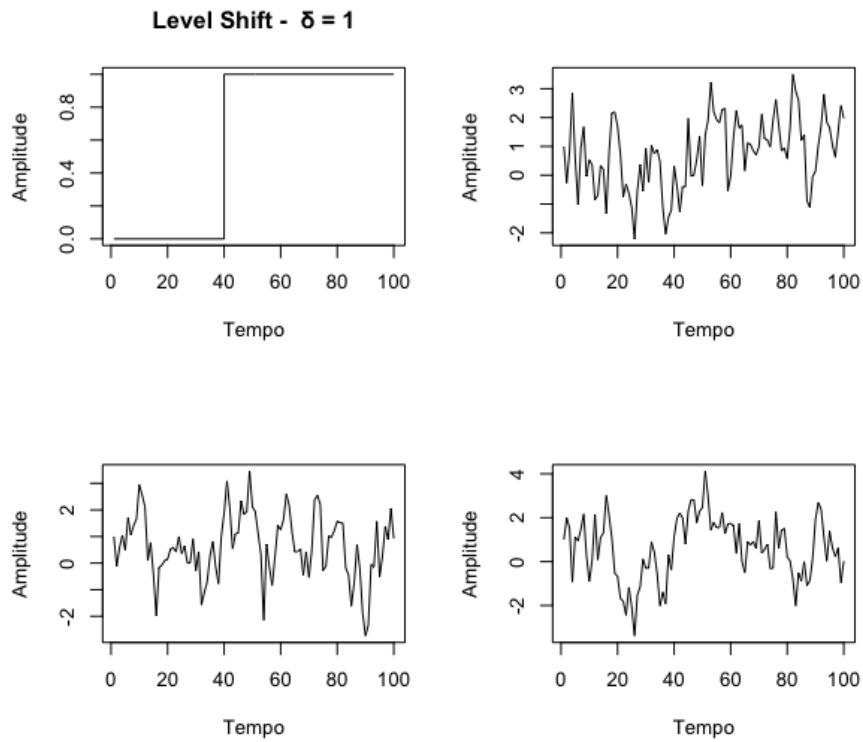


Figura 4.2: Exemplos de séries geradas a partir de um AR(1) com $\omega = 1$

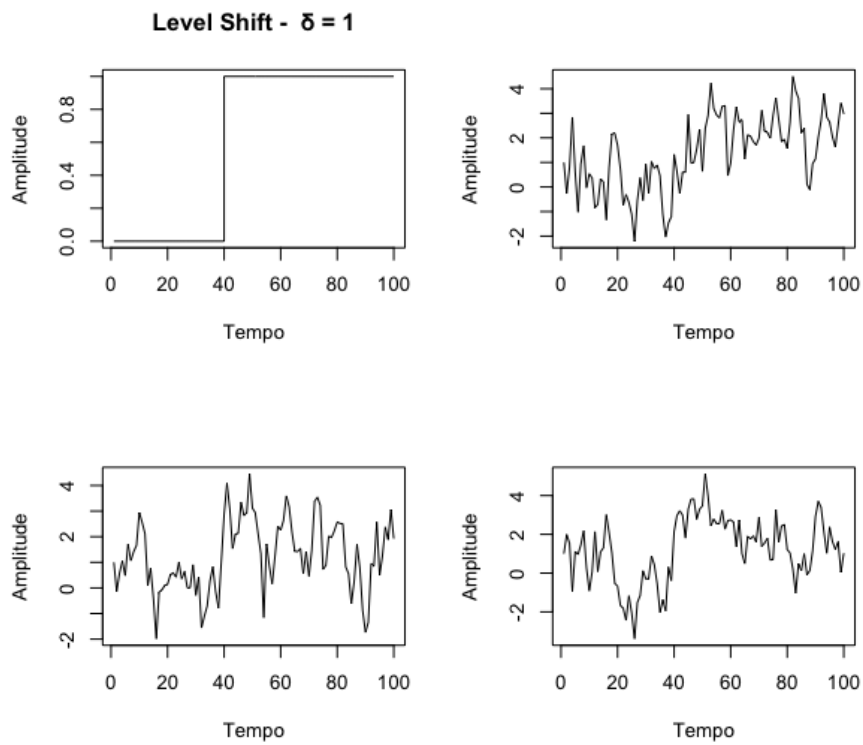


Figura 4.3: Exemplos de séries geradas a partir de um AR(1) com $\omega = 2$

Nota-se que, quanto maior a amplitude da perturbação inicial ω , mais visível se torna a

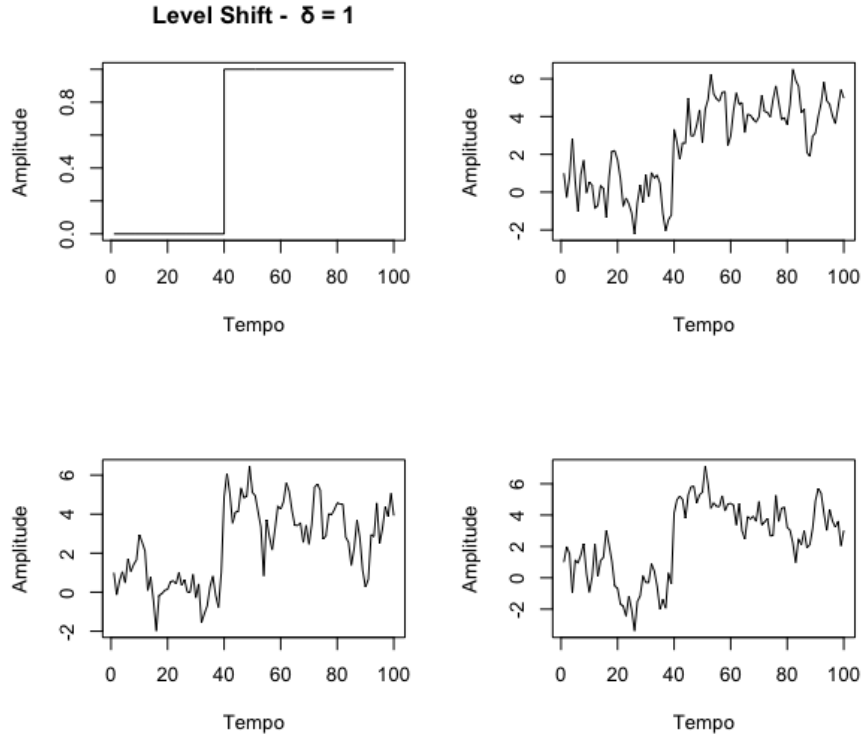


Figura 4.4: Exemplos de séries geradas a partir de um AR(1) com $\omega = 4$

quebra estrutural com tipologia de mudança de nível.

A Tabela 8 mostra a proporção de rejeição de H_0 para diferentes ω considerados para 1000 replicações de séries temporais de tamanho $n = 100$.

Tabela 8: Proporção de rejeição de H_0 para $\phi_1 = 0,6$

ω	Q(0,10)	Q(0,20)	Q(0,40)	Q(0,60)	Q(0,80)
0	0,998	0,998	0,998	0,998	0,998
0,5	0,995	0,994	0,994	0,995	0,996
1	0,940	0,945	0,963	0,981	0,990
1,5	0,709	0,755	0,850	0,936	0,982
2	0,298	0,354	0,553	0,776	0,932
2,5	0,061	0,069	0,209	0,498	0,856
3	0,008	0,003	0,042	0,221	0,697
3,5	0,001	0	0,004	0,070	0,497
4	0	0	0	0,007	0,288
4,5	0	0	0	0,002	0,142

É possível observar que, de maneira geral, a proporção de casos em que há a rejeição da hipótese nula diminui quando consideramos a quebra estrutural nas posições iniciais nas séries (quantis 0,10 e 0,20 e 0,40), e conforme esta se aproxima do final da série (quantis 0,60 e 0,80), o efeito da quebra afeta menos o desempenho do teste, fato mais claramente observável na

Figura 4.5. Da mesma forma, esta proporção também diminui a medida que a amplitude da quebra aumenta.

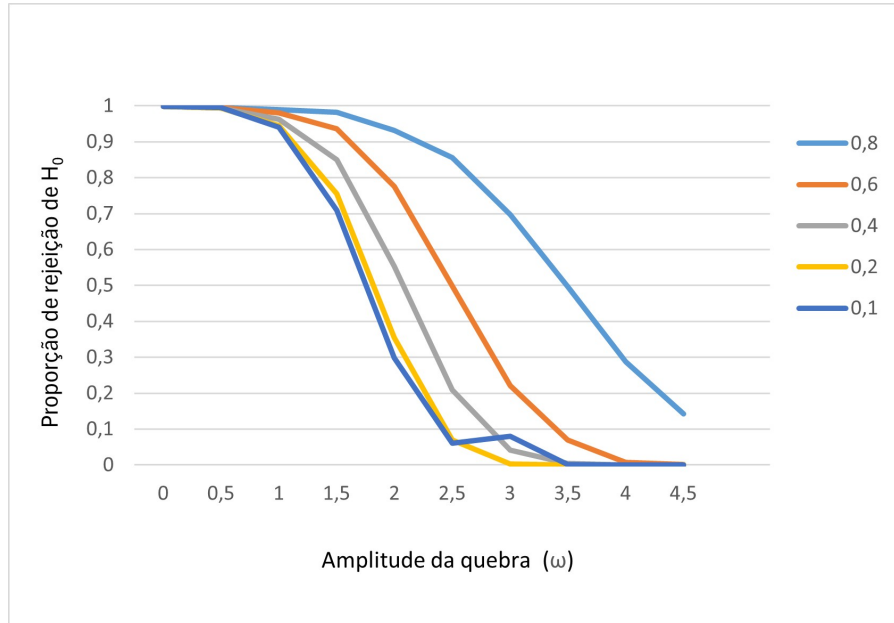


Figura 4.5: Rejeição da hipótese nula em função da amplitude e posição da quebra

Na realização do teste de hipóteses, considerando-se um nível de significância de 5%, espera-se que dentre as 1000 séries, se a hipótese nula é verdadeira, que em pelo menos 950 não se rejeite H_0 e em no máximo 50 se rejeite esta hipótese nula.

Ao ser considerado $\phi_1 = 0,6$, entretanto, é esperado que o teste ADF rejeite a hipótese nula, a qual discorre que a série possui raiz unitária. Assim, com base nos resultados das simulações apresentados na Tabela 8, é possível observar que sem a imputação de quebras, o teste ADF se mostrou extremamente satisfatório, rejeitando a hipótese nula em 998 das 1000 séries. Neste caso, o poder do teste, que representa a probabilidade do teste rejeitar uma hipótese nula falsa, foi bastante alto (0,998). No entanto, verifica-se que o poder do teste ADF em rejeitar uma H_0 falsa diminui conforme as quebras de mudança de nível são adicionadas e a intensidade das quebras aumenta, bem como quando a posição de imputação é variada.

Para valores de $\omega = 0,5$, o referido teste rejeitou H_0 no mínimo 994 vezes, podendo ainda ser considerado satisfatório. Quando $\omega = 1$, o poder do teste diminui, embora assumindo valores superiores a 0,940. Já para $\omega = 1,5$, o teste ADF tem poder superior a 0,935 apenas quando a quebra imputada ocorre na penúltima e última posição da série testada, ($t = 0,60$ e $t = 80$). Para valores em que $\omega > 1,5$, por sua vez, observa-se uma grande incidência de erros do tipo II, que correspondem a não rejeição da hipótese nula quando essa é falsa. Além disso, este tipo de erro aumenta à medida que ω aumenta.

Conforme exarado, é consenso na literatura que o teste ADF pode ter seu poder afetado mediante séries temporais com quebras estruturais. Porém, a maneira com que esse poder é afetado de acordo com parâmetros da série e da quebra estrutural não se mostra claro, dificultando a tomada de decisão a respeito da utilização do teste ADF.

As simulações preliminares realizadas confirmam que fatores como a tipologia da ruptura, bem como a posição de imputação e amplitude inicial da quebra, estão relacionados com os resultados do teste ADF, ratificando a importância do desenvolvimento deste trabalho.

Dito isso, através da realização de experimentos complementares e da análise de seus resultados, apresentados na próxima subseção, pensa-se ser possível uma estratégia de utilização para o teste ADF considerando a presença de quebras estruturais em séries temporais.

4.2 Resultados do Estudo das Simulações Complementares

Conforme mencionado, quatro cenários são estipulados (Tabela 7) para facilitar a análise dos resultados das simulações complementares. Na sequência, é apresentada a análise dos resultados desses cenários.

4.2.1 Cenário 1: $\delta=0,7$ e $\phi_1=0,55$

Na primeira situação analisada, tem-se $\delta=0,7$, indicando que a quebra estrutural é do tipo temporária (TC), além disso o valor de $\phi_1=0,55$ implica que a série é estacionária, portanto o resultado esperado é a rejeição da hipótese nula. A Tabela 9 apresenta os resultados de medidas descritivas para o primeiro cenário.

Tabela 9: Cenário 1 - Média, mediana e desvio padrão da proporção de rejeição da hipótese nula em experimento que considera séries temporais com quebra estrutural do tipo mudança temporária ($\delta=0,7$) e estacionárias ($\phi_1=0,55$)

Fatores	Níveis	Média	Mediana	Desvio padrão
Comprimento da série (n)	25	0,325	0,278	0,130
	50	0,645	0,609	0,228
	100	0,984	0,990	0,015
Amplitude da quebra/perturbação (ω)	0	0,660	0,613	0,304
	1	0,657	0,606	0,311
	2	0,654	0,598	0,309
	4	0,635	0,573	0,328
Posição da quebra (it)	0,15	0,670	0,615	0,294
	0,50	0,641	0,602	0,321
	0,85	0,643	0,592	0,319
Tipo de série (<i>tipo</i>)	<i>none</i>	0,809	0,942	0,231
	<i>drift</i>	0,606	0,609	0,317
	<i>trend</i>	0,539	0,416	0,312

Em relação ao comprimento da série (n), os valores das médias se apresentam bastante distintos um dos outros, sendo a menor média (0,325) encontrada quando $n=25$. As maiores médias em relação ao fator n ocorreram quando $n=100$, tendo um valor de 0,984. Sobre a

amplitude da quebra, as médias apresentam valores próximos entre si. Para $\omega=0$, é encontrado o valor de média de 0,660. Já para o maior valor de amplitude, $\omega=4$, o valor da média é de 0,635. Em relação à posição da quebra *it* (quantil), as médias também apresentam valores semelhantes entre si para os três níveis deste fator (0,15, 0,50 e 0,85), com valores de médias de 0,670, 0,641 e 0,643, respectivamente.

Para o tipo de série, nota-se que a maior média encontrada corresponde a quando a série não possui constante e nem tendência (*none*), tendo um valor de 0,809. Para o caso em que a série apresenta constante (*drift*), o valor da média é de 0,606. A menor média encontrada corresponde ao caso em que a série possui constante e tendência (*trend*), onde o valor encontrado é de 0,539. Em relação às medianas, o comportamento se apresenta semelhante ao comportamento das médias em todos os casos analisados da Tabela 9.

O caso em que é encontrado maior valor de desvio padrão é para as séries de comprimento $n=100$. Destaca-se também que a série sem a inclusão de termos determinísticos no modelo apresentou menor desvio padrão do que as que consideram a inclusão de tais termos. Já os maiores valores de desvio padrão, em geral, são encontrados quando é analisado o fator ω , sem muita diferença de valor desta medida entre os níveis do fator.

A Figura 4.6 apresenta os *boxplots* para o primeiro cenário.

Os achados dos *boxplots* da Figura 4.6 estão de acordo com o que é apresentado na Tabela 9. Além disso, não há valores fora do padrão em nenhum dos casos. Ainda, cabe destacar a assimetria negativa para o modelo *none* e positiva para o caso do modelo *trend*. Assim, parte-se aplicar a modelagem GAMLSS, conforme consta na seção 3. Para avaliar se o modelo está apto para ser utilizado, é gerado um *worm plot*.

A Figura 4.7 mostra o *worm plot*, utilizado para analisar a qualidade do ajuste do modelo, onde pode-se notar que a grande maioria dos pontos estão dentro das bandas de confiança, embora alguns estejam fora destas bandas, sendo necessária uma certa cautela. Deste modo, pode-se prosseguir para análise dos componentes do modelo. Para analisar a influência de cada fator sobre a média de proporção de rejeição da hipótese nula, será analisada a Tabela 10.

Para a análise da média (parâmetro de escala μ), destaca-se que no modelo mais parcimonioso não consta a presença da variável relacionada a posição da quebra (*it*), e ainda que a intensidade da quebra (ω), isoladamente, não se mostra significativa. Os dados da Tabela 10 indicam que n é significativo e positivo. Para cada aumento unitário em n , a *log-odds* da média aumenta em 0,083, resultando em uma razão de chances de $\exp(0.083) \approx 1.086$. Quando o modelo é alterado de *drift* para *none* há um aumento na média, com uma razão de chances de $\exp(1.918) \approx 6.808$. Em relação às interações, a interação entre n e *tipotrend* diminui a média, quando comparada a n com *tipodrift*. A razão de chances é $\exp(-0.010) \approx 0.990$, já a interação de n com *tiponone* aumenta a média, também em comparação com a n com *tipodrift*. A razão de chances é $\exp(0.004) \approx 1.004$. Por fim, *tipotrend* : ω é significativa e negativa, indicando que o aumento de ω , quando o tipo é alterado de *drift* para *trend*, reduz a média. A razão de chances é $\exp(-0.089) \approx 0.915$. A Figura 4.8 mostra as interações entre n e *tipo*.

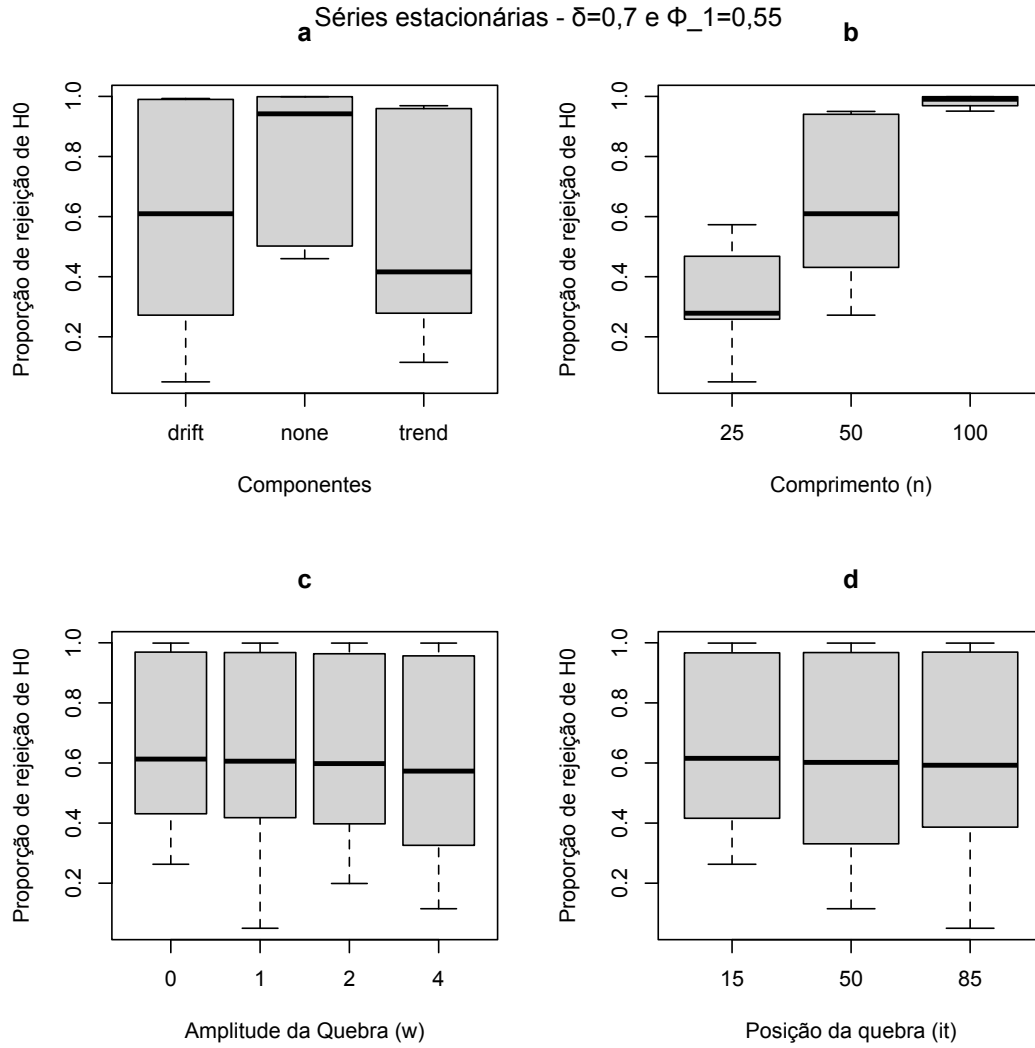


Figura 4.6: *Boxplot* Cenário 1 - $\delta=0,7$ e $\phi_1=0,55$

Tabela 10: Análise do efeito principal dos fatores e das interações na proporção de rejeição da hipótese nula em experimentos com séries estacionárias - Cenário 1, onde $\delta=0,7$ e $\phi_1=0,55$, considerando o parâmetro de escala μ

Fator/Nível	Estimativa	Erro padrão	p-valor
Intercepto	-3,6859759	0,0650141	<2e-16
n	0,0828120	0,0006505	< 2e-16
tiponone	1,9179295	0,1193771	< 2e-16
tipotrend	-0,1373108	0,1147686	0,2344
ω	0,0049231	0,0068578	0,4745
n :tiponone	0,0039866	0,0011860	0,0011
n :tipotrend	-0,0101639	0,0011480	3,45e-14
tiponone: ω	-0,0204036	0,0174919	0,2462
tipotrend: ω	-0,0893061	0,0089314	< 2e-16

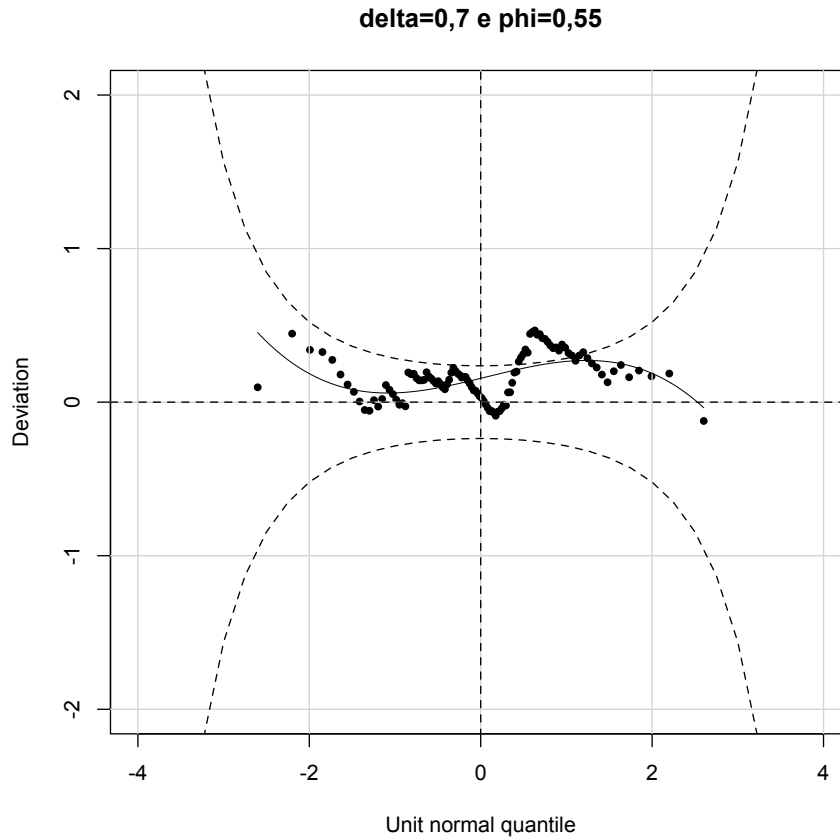


Figura 4.7: Cenário 1 - $\delta = 0,7$ e $\phi_1 = 0,55$

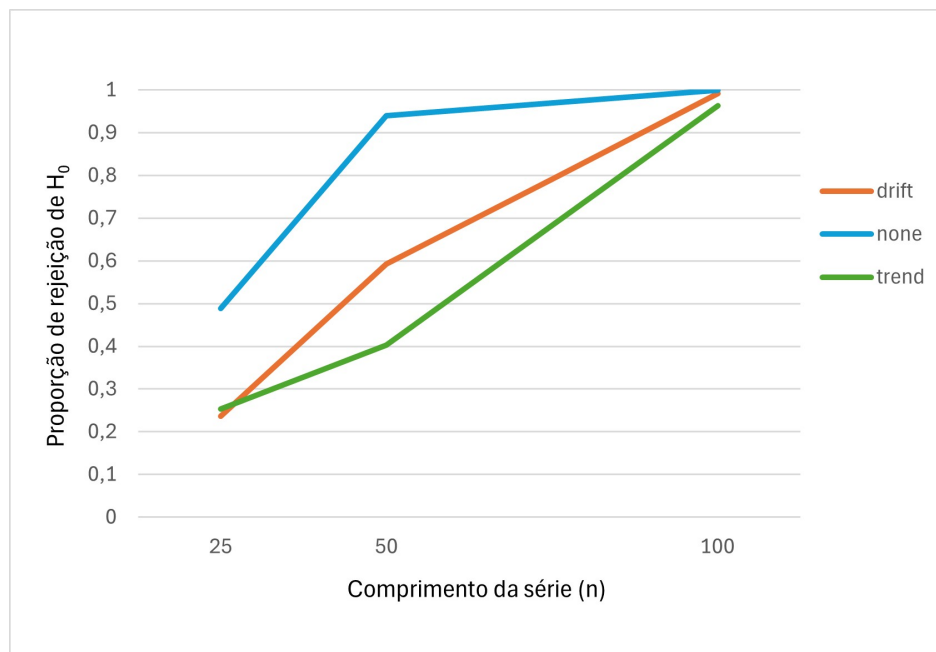


Figura 4.8: Interações Cenário 1 - parâmetro μ - tipo x n

Pelas interações do tipo de série com o comprimento para o parâmetro μ , (Figura 4.8), nota-se que séries de modelo *drift* apresentam um comportamento próximo ao linear conforme aumento de n . O mesmo comportamento não se repete para séries *trend*, visto que entre os

valores $n=50$ e $n=100$, o modelo com constante e com tendência apresenta um crescimento acentuado da proporção de rejeição da hipótese nula entre $n=50$ e $n=100$. A Figura 4.9 mostra as interações entre o fator *tipo* e o fator ω .

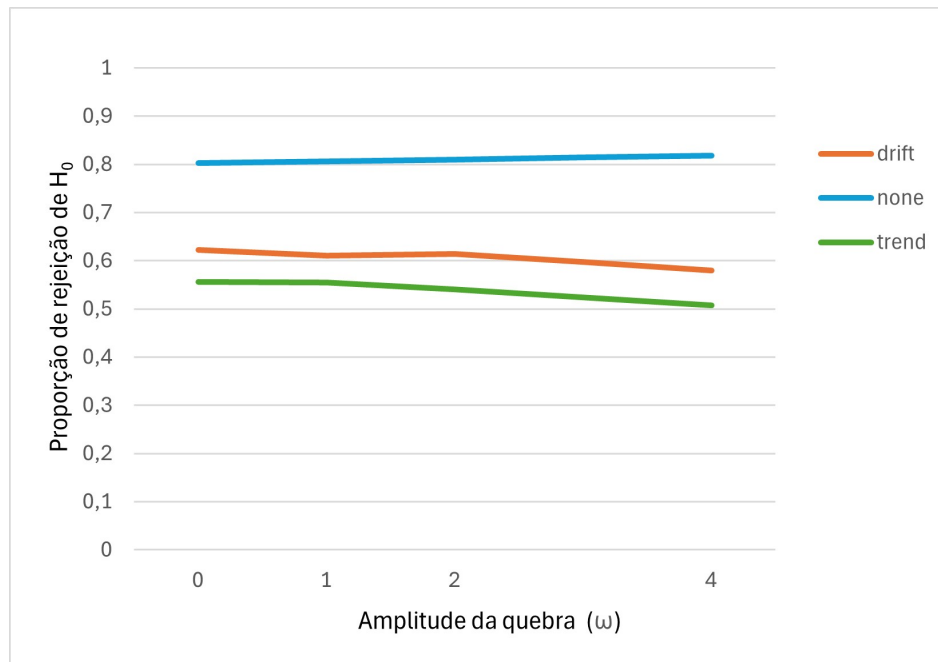


Figura 4.9: Interações Cenário 1 - parâmetro μ - tipo x ω

Pela análise do gráfico das interações da Figura 4.9 entre os fatores *tipo* e ω , pode-se observar que para as séries sem constante e sem tendência, o seu comportamento é praticamente constante conforme aumenta ω , com um leve crescimento entre os valores de $\omega=2$ e $\omega=4$. Entretanto, para as séries com constante e com tendência e constante, há um sutil decréscimo da proporção de rejeição de H_0 entre $\omega=2$ e $\omega=4$.

A Tabela 11 mostra como cada fator influencia na variabilidade da variável resposta.

Para a análise da variabilidade, n é significativo e negativo. Assim, para cada aumento unitário em n , a *log-odds* da variabilidade diminui em 0,091, resultando em uma razão de chances de $\exp(-0.091) \approx 0.913$.

Além disso, ω é significativo e negativo (valor-p = 0,023), indicando que o aumento de ω reduz a variabilidade. A razão de chances é $\exp(-0.299) \approx 0.741$. Além disso, $n : \omega$ é significativa e positiva (valor-p < 2e-16), indicando que a interação de n com ω aumenta a variabilidade. A razão de chances é $\exp(0.013) \approx 1.013$. Ainda, $n : it15$ e $n : it85$ são significativas e positivas, indicando que as interações de n com *it15* e *it85* aumentam a variabilidade, quando comparada com a interação com *it50*. As razões de chances são $\exp(0.024) \approx 1.024$ para ambos.

Por fim, $\omega : tiponone$ é significativa e negativa, indicando que o aumento de ω quando o modelo é alterado de *drift* para *none*, reduz a variabilidade. A razão de chances é $\exp(-0.296) \approx 0.744$.

É possível notar que o incremento em n tende a aumentar a média, assim como a ausência de termos determinísticos aumenta significativamente a média. Além disso, quando o modelo

Tabela 11: Análise do efeito principal dos fatores e das interações na proporção de rejeição da hipótese nula em experimentos com séries estacionárias - Cenário 1, onde $\delta = 0,7$ e $\phi_1 = 0,55$, considerando o parâmetro de escala σ

Fator/Nível	Estimativa	Erro padrão	p-valor
Intercepto	1,026151	0,372925	0,00709
n	-0,091115	0,004860	$< 2e-16$
ω	-0,299203	0,129764	0,02328
tiponone	0,239177	0,275857	0,38809
tipotrend	0,443864	0,276507	0,11172
it15	-0,625239	0,394271	0,11607
it85	-0,602637	0,394660	0,13005
$n:\omega$	0,013053	0,001555	4,13e-13
$n:it15$	0,023670	0,005672	6,60e-05
$n:it85$	0,024321	0,005672	4,30e-05
$\omega:tiponone$	-0,295692	0,119423	0,01504
$\omega:tipotrend$	-0,021436	0,122514	0,86147

apresenta constante e tendência, conforme aumenta ω a tendência é que a média diminua. Ainda, o aumento no comprimento da série, quando combinado com o modelo *none*, faz com que a média seja ainda maior.

Em relação à variabilidade, o aumento de ω e n faz com que esta seja reduzida. Além disso, quando a quebra estrutural é posicionada em $it=15$ ou $it=85$, a variabilidade é maior conforme aumenta o comprimento da série. Por fim, a interação entre ω e a ausência de termos determinísticos (*tiponone*) reduz a variabilidade, indicando que a variabilidade é menor neste caso. A Figura 4.10 mostra as interações entre os fatores n e ω .

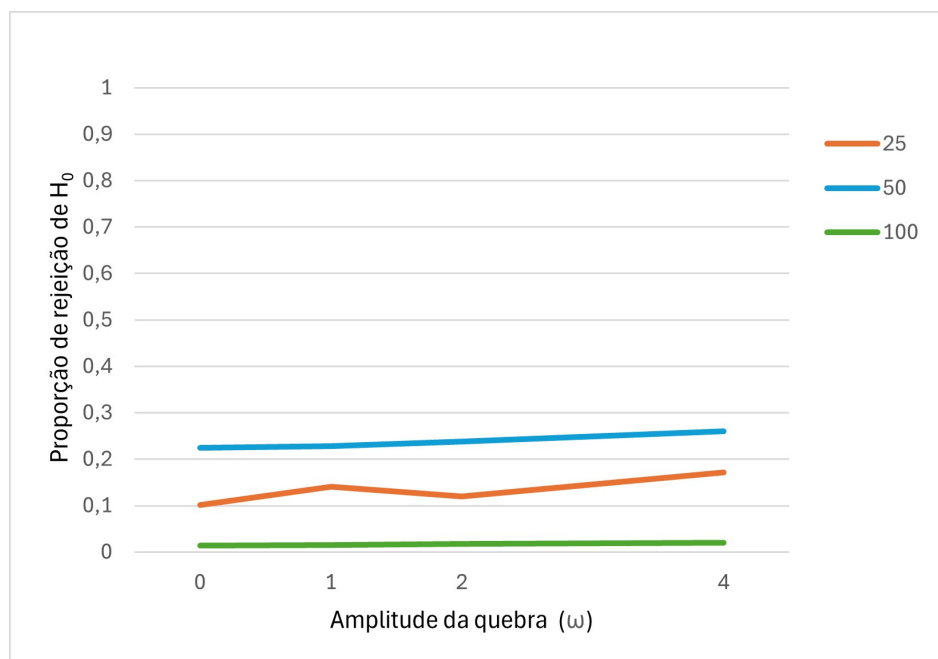


Figura 4.10: Interações Cenário 1 - parâmetro σ - $n \times \omega$

Pela análise da interação do comprimento com a amplitude da quebra, quando $n=100$, a proporção de rejeição da hipótese nula se mantém aproximadamente constante e próxima de zero. Quando as séries possuem comprimento $n=50$, há um leve aumento na variabilidade da proporção de rejeição de H_0 , sendo esse aumento mais acentuado entre $\omega=2$ e $\omega=4$. Em séries de $n=25$, entre $\omega=0$ e $\omega=1$ houve um aumento na variabilidade da proporção de rejeição, já entre $\omega=1$ e $\omega=2$ houve uma queda e, novamente um aumento entre $\omega=2$ e $\omega=4$. A Figura 4.11 mostra as interações entre o fator *tipo* e o fator ω .

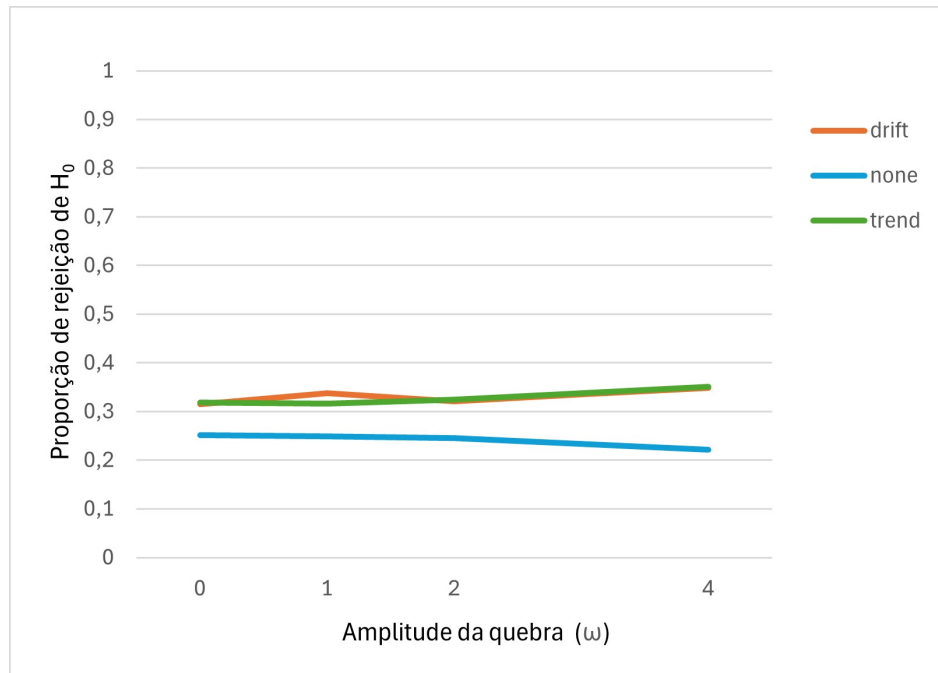


Figura 4.11: Interações Cenário 1 - parâmetro σ - *tipo* x ω

Pela Figura 4.11, nota-se que para o modelo sem constante e sem tendência, até o valor de $\omega=2$, o valor da variabilidade da proporção de rejeição da H_0 se mantém praticamente constante. Após $\omega=2$, há um leve decréscimo nesta proporção. Quanto ao modelo com constante, houve um leve aumento no valor de $\omega=0$ até $\omega=1$. Entre $\omega=1$ e $\omega=2$ ocorreu um sutil decréscimo e novamente um aumento entre $\omega=2$ e $\omega=4$.

Na Figura 4.12, destaca-se que quando analisamos uma série de comprimento $n=25$, $it=85$ apresenta uma maior variabilidade da proporção de rejeição de H_0 comparado ao $it=50$, comportamento que se inverte quando $n=50$. Ademais, todas as séries apresentam comportamento semelhante com crescimento da proporção entre $n=25$ e $n=50$ e um decréscimo acentuado entre $it=50$ e $it=85$.

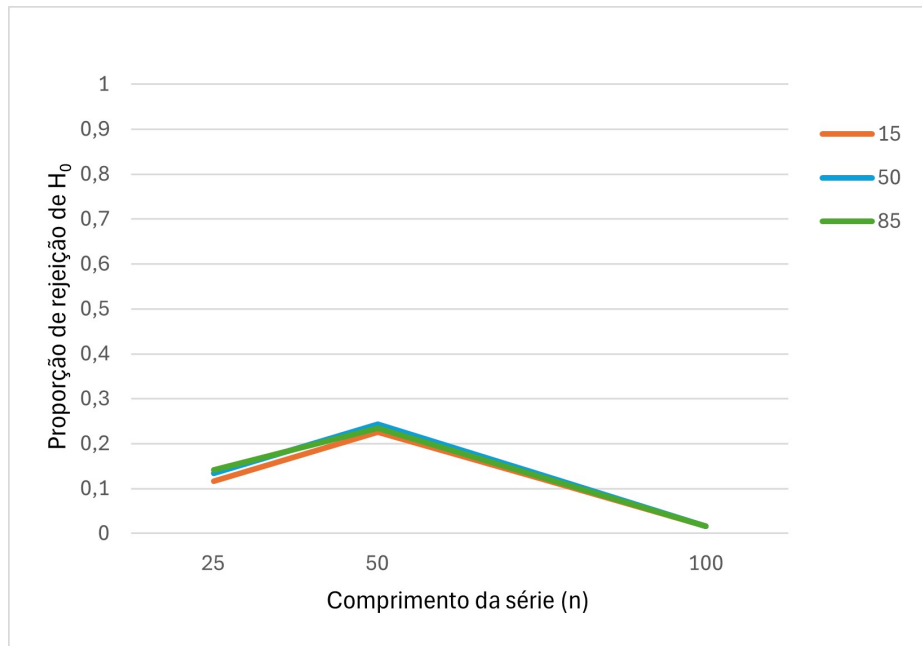


Figura 4.12: Interações Cenário 1 - parâmetro σ - $it \times n$

4.2.2 Cenário 2: $\delta=0,7$ e $\phi_1=1$

Neste cenário, a quebra estrutural analisada ainda é temporária ($\delta=0,7$), porém $\phi_1=1$ indica a presença de raiz unitária. Portanto, é analisada a não rejeição da hipótese nula. A Tabela 12 apresenta medidas descritivas para os fatores e seus níveis.

Tabela 12: Cenário 2 - Média, mediana e desvio padrão da proporção de não rejeição da hipótese nula em experimentos com quebra estrutural do tipo mudança temporária ($\delta=0,7$) e não estacionárias ($\phi_1=1$)

Fatores	Níveis	Média	Mediana	Desvio padrão
Comprimento da série (n)	25	0,882	0,913	0,132
	50	0,967	0,995	0,043
	100	0,968	0,999	0,054
Amplitude da quebra/perturbação (ω)	0	0,950	0,942	0,043
	1	0,946	0,949	0,065
	2	0,943	0,997	0,094
	4	0,917	0,999	0,142
Posição da quebra (it)	0,15	0,904	0,933	0,141
	0,50	0,967	0,999	0,046
	0,85	0,946	0,945	0,054
Tipo de série ($tipo$)	<i>none</i>	0,902	0,925	0,047
	<i>drift</i>	0,974	0,999	0,045
	<i>trend</i>	0,941	0,999	0,142

Em relação ao comprimento da série (n), a menor média obtida é quando $n=25$, com valor

de 0,882. Quando $n=50$ e $n=100$, as médias se apresentam muito próximas, com valores de 0,967 e 0,968, respectivamente. Neste caso, a mediana apresenta comportamento semelhante ao da média.

Tratando-se da perturbação ω , a menor média obtida diz respeito à maior perturbação ($\omega=4$), apresentando um valor de 0,917. Já quando $\omega=0$, obtém-se o maior valor de média (0,950). Em relação a este fator, a mediana tem o comportamento oposto ao da média, se apresentando crescente conforme aumenta o valor de ω .

Sobre a posição de imputação de quebra, as médias se apresentam bem próximas. O maior valor obtido é quando houve a imputação de uma quebra estrutural na posição *it50* (média 0,967). O menor valor, no entanto, é quando a quebra é imputada em *it15*, correspondendo a 0,904. Na análise da posição da quebra estrutural, a mediana apresenta comportamento semelhante ao da média.

Ademais, quanto à tipologia da série, a maior média (0,974) ocorre no caso em que a série possui apenas constante e a menor média encontrada foi no caso em que a série não possui constante e nem tendência (0,902). Neste caso, a mediana apresenta valor próximo a 1 para ambas as séries que consideram a inclusão de termos determinísticos e valor mais baixo para a série sem constante e sem tendência (0,925).

Os valores de desvio padrão encontrados, na maioria dos casos, são próximos a 0,05. Valores maiores são encontrados quando a série apresenta quebra estrutural com $\omega=4$, quando a quebra estava na posição *it15*, ou ainda quando o modelo considera a inclusão de constante e tendência. Os *boxplots* para este cenário são apresentados na Figura 4.13.

A Figura 4.13 mostra que, ao incluir constante e tendência (*trend*) no modelo, a mediana da proporção de não rejeição da hipótese nula é ligeiramente maior em comparação com as condições *drift* e *none*. Além disso, o modelo que inclui apenas uma constante apresenta a menor variabilidade. No caso (b), observa-se que, à medida que o comprimento da série (n) aumenta, a proporção de não rejeição de H_0 também cresce. No caso (c), observa-se que o aumento da amplitude da quebra estrutural (ω) tende a elevar a proporção de não rejeição da hipótese nula, embora em $\omega=4$ haja maior variabilidade. Por fim, em (d), destaca-se que quando a quebra estrutural ocorre na posição *it50*, a mediana da proporção de não rejeição é mais alta e a variabilidade é menor.

Para análise de ajuste do modelo é apresentado o *worm plot* na Figura 4.14. Neste caso, existem ainda menos pontos fora das bandas de confiança se comparado ao cenário anterior. Assim, prossegue-se para a análise dos fatores do modelo. A Tabela 13 apresenta efeito dos fatores na média da proporção de não rejeição da hipótese nula.

Neste caso, o fator n é significativo e positivo, sugerindo que um aumento em n aumenta a média, com uma razão de chances de $\exp(0.042125) \approx 1.043$ por unidade aumentada em n . Além disso há a interação significativa entre o modelo sem termos determinísticos e o comprimento da série, fazendo com que a média diminua conforme aumenta n para o modelo *none*, quando comparado com a interação entre n e o modelo *drift*, com uma razão de chances de $\exp(-0.034429) \approx 0.966$ por unidade aumentada em n . A Figura 4.15 mostra as interações

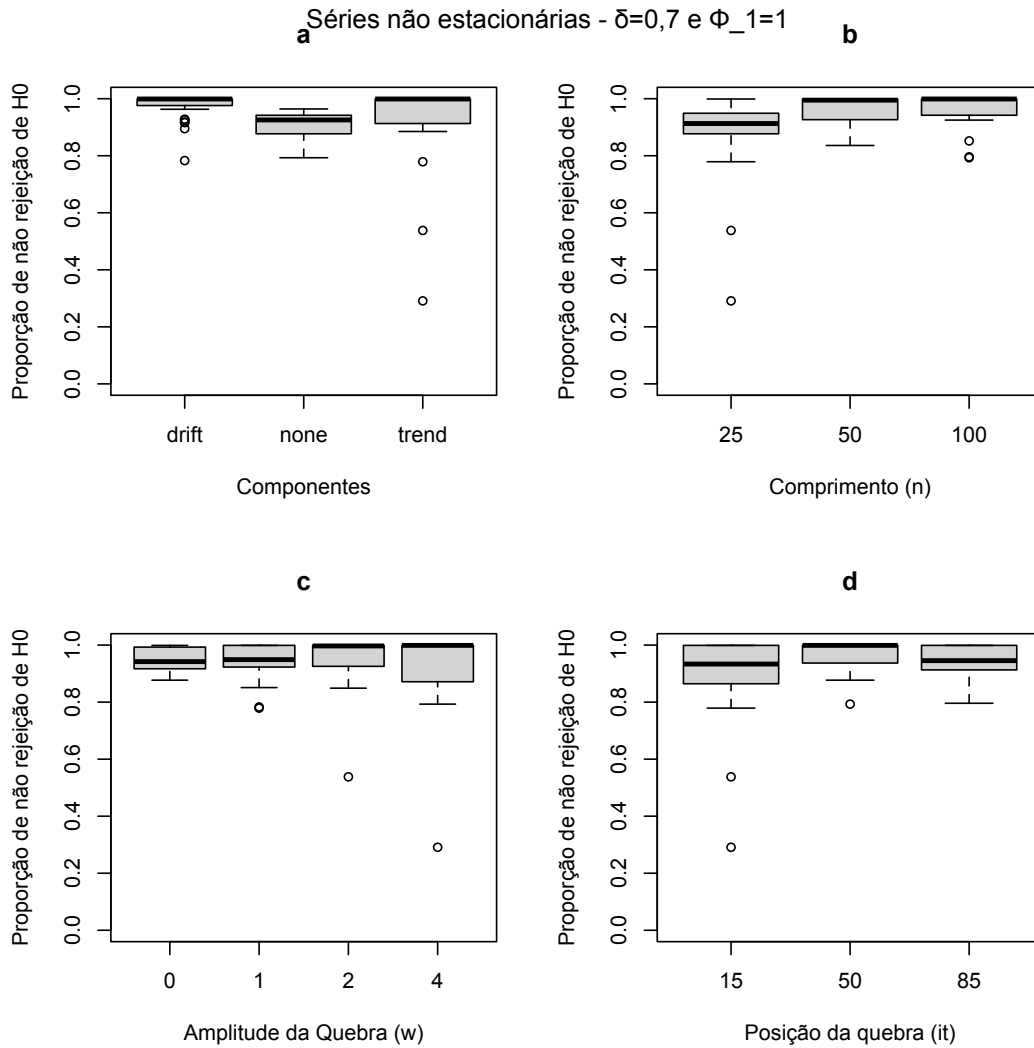


Figura 4.13: *Boxplot* Cenário 2 - $\delta=0,7$ e $\phi_1=1$

Tabela 13: Análise do efeito principal dos fatores e das interações na proporção de não rejeição da hipótese nula em experimentos com séries não estacionárias - Cenário 2, onde $\delta=0,7$ e $\phi_1=1$, considerando o parâmetro de escala μ

Fator/Nível	Estimativa	Erro padrão	p-valor
Intercepto	1,931837	0,464520	7,01e-05
tiponone	0,091640	0,461101	0,843
tipotrend	-0,707043	0,580152	0,226
n	0,042125	0,005581	2,67e-11
tiponone: n	-0,034429	0,005475	9,76e-09
tipotrend: n	0,010258	0,006807	0,135

entre o fator *tipo* e o fator ω .

Ao analisar Figura 4.15, é perceptível que para séries sem constante e tendência, a proporção de não rejeição aumenta quando n aumenta de $n=25$ para $n=50$ e diminui sutilmente quando n aumenta para 100. Já para o modelo somente com constante, o comportamento é semelhante,

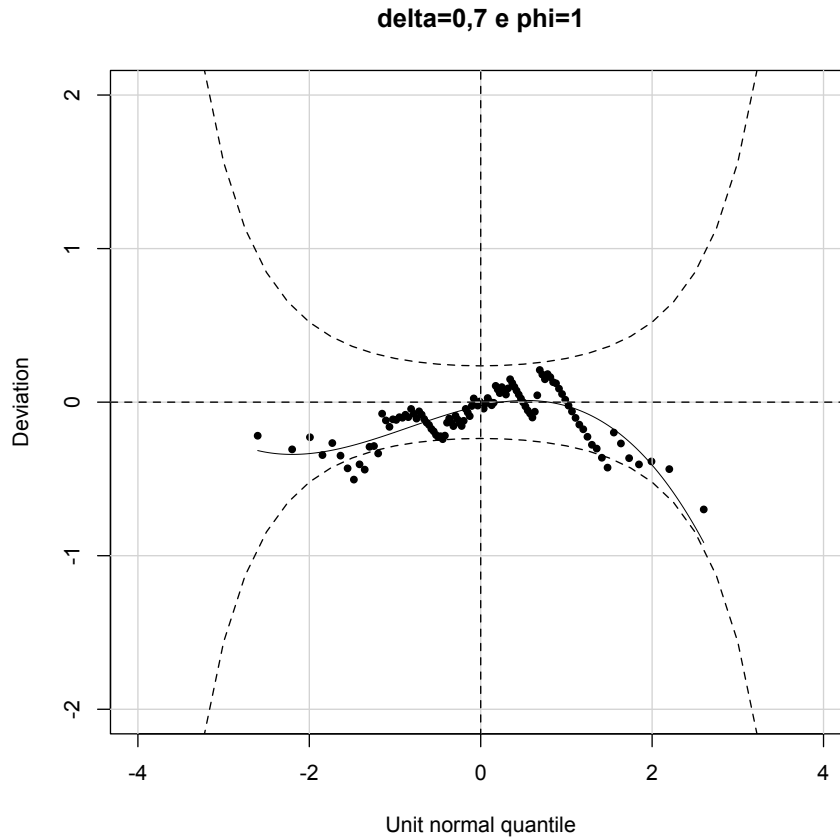


Figura 4.14: Cenário 2 - $\delta = 0,7$ e $\phi_1 = 1$

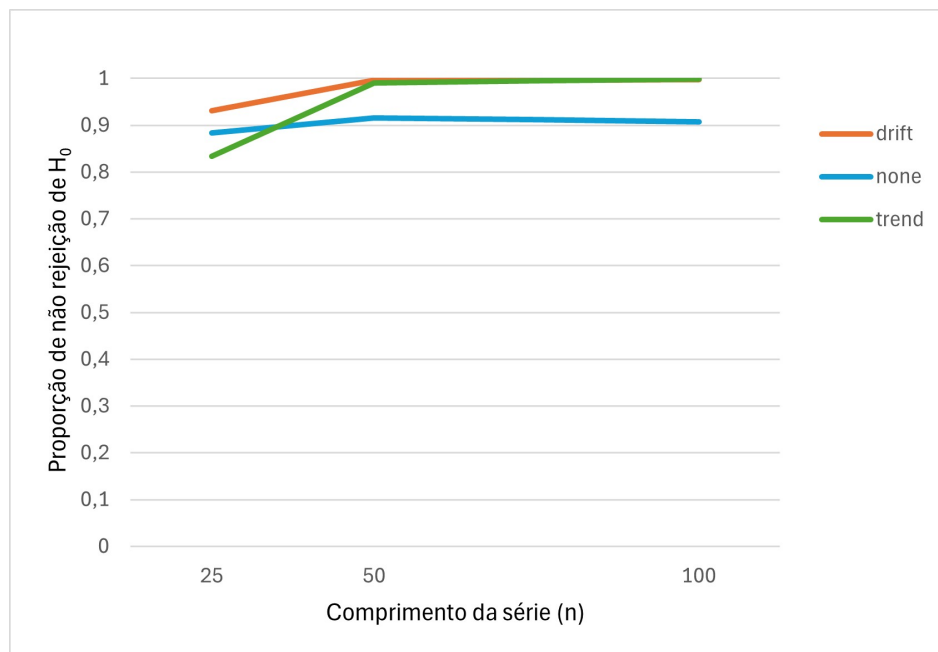


Figura 4.15: Interações Cenário 2 - parâmetro μ - *tipo* x n

porém o aumento da proporção de não rejeição é mais acentuado entre $n=25$ e $n=50$. A Tabela 14 apresenta o efeito dos fatores na proporção de não rejeição da hipótese nula, considerando o parâmetro de escala.

Tabela 14: Análise do efeito principal dos fatores e das interações na proporção de não rejeição da hipótese nula em experimentos com séries não estacionárias - Cenário 2, onde $\delta=0,7$ e $\phi_1=1$, considerando o parâmetro de escala σ .

Fator/Nível	Estimativa	Erro padrão	p-valor
Intercepto	0,0568544	0,3834898	0,882
tiponone	-1,8914221	0,3169068	4,11e-08
tipotrend	-0,2858302	0,3975724	0,474
ω	-0,0005962	0,1160424	0,996
n	-0,0324892	0,0039810	1,38e-12
tiponone: ω	0,9335427	0,1761766	7,53e-07
tipotrend: ω	0,2290612	0,1515359	0,134

Em relação a variabilidade, esta diminui conforme aumenta n , com uma razão de chances de $\exp(-0.0324892) \approx 0.968$ por unidade aumentada em n . O mesmo ocorre quando o modelo é alterado de *drift* para *none*, com uma razão de chances de $\exp(-1.8914221) \approx 0.151$, sugerindo que a ausência de termos determinísticos reduz a variabilidade. Além disso, a interação entre ω e o modelo *none* é significativa e com efeito positivo, com uma razão de chances de $\exp(0.9335427) \approx 2.543$ por unidade aumentada em ω quando o modelo é *none*, em comparação com a referência *tipodrift* : ω .

Assim, o aumento em n tende a aumentar a média, porém, a ausência de termos determinísticos combinada com o aumento em n diminui a média. Além disso, o aumento de ω no modelo *none* também faz com que a média seja reduzida. Por outro lado, o aumento em n e a ausência de termos determinísticos reduzem a variabilidade. A interação entre a ausência de termos determinísticos e ω aumenta a variabilidade, no entanto.

A Figura 4.16 mostra as interações entre o fator *tipo* e o fator ω .

É perceptível, na Figura 4.16, que os modelos *none* e *drift* apresentam comportamento semelhante quando o valor de ω é alterado de 0 para 1, porém há um decréscimo quando ω é alterado de 1 para 2. Ao alterar o ω de 2 para 4, o modelo *none* se mantém praticamente constante e o modelo *drift* mostra um decréscimo na proporção.

4.2.3 Cenário 3: $\delta=1$ e $\phi_1=0,55$

Neste cenário, a quebra estrutural é permanente ($\delta=1$) e o valor de $\phi_1=0,55$, portanto é esperado que a hipótese nula seja rejeitada. A Tabela 15 apresenta medidas descritivas para os fatores e seus níveis, considerando o cenário analisado.

Ao analisar a Tabela 15, nota-se que, quanto maior o comprimento da série, maior é a taxa de rejeição da H_0 , tanto na mediana quanto na média. Em relação à amplitude da quebra, observa-se que, conforme ω aumenta, a média e a mediana da proporção de rejeição de H_0 diminuem.

Quanto à posição da quebra, os menores valores de média e mediana são encontrados quando

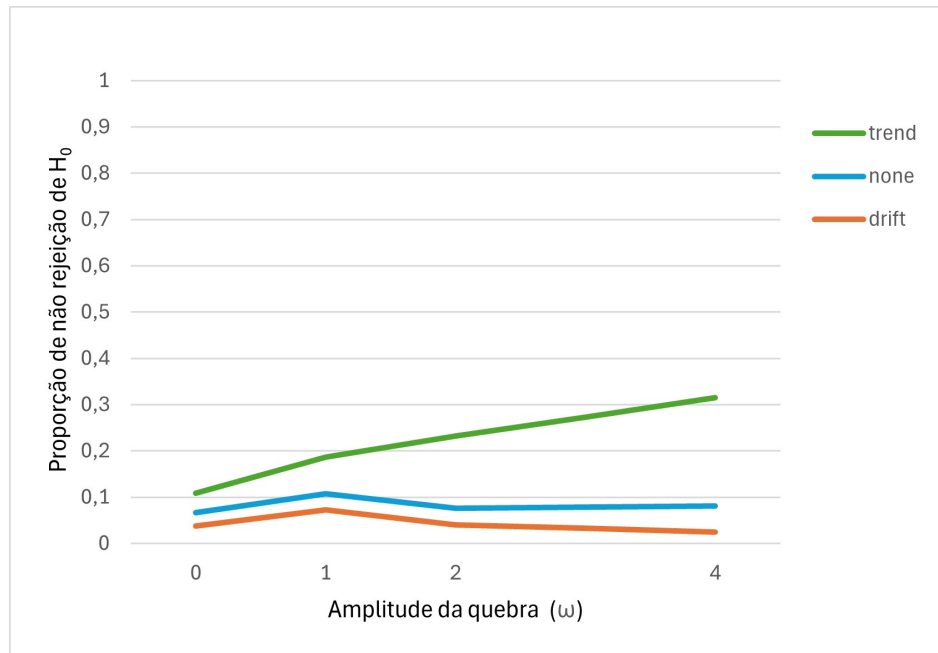


Figura 4.16: Interações Cenário 2 - parâmetro σ - $tipo \times \omega$

Tabela 15: Cenário 3 - Média, mediana e desvio padrão da proporção de rejeição da hipótese nula em experimentos com quebra estrutural do tipo mudança de nível ($\delta=1$) e estacionárias ($\phi_1=0,55$)

Fatores	Níveis	Média	Mediana	Desvio padrão
Comprimento da série (n)	25	0,223	0,247	0,118
	50	0,407	0,431	0,279
	100	0,771	0,958	0,335
Amplitude da quebra/perturbação (ω)	0	0,660	0,613	0,304
	1	0,582	0,473	0,307
	2	0,414	0,269	0,315
	4	0,211	0,083	0,283
Posição da quebra (it)	0,15	0,518	0,431	0,350
	0,50	0,417	0,275	0,345
	0,85	0,467	0,379	0,341
Tipo de série ($tipo$)	<i>none</i>	0,457	0,468	0,385
	<i>drift</i>	0,476	0,374	0,341
	<i>trend</i>	0,468	0,389	0,314

a quebra está localizada na posição $it=50$, enquanto os maiores valores ocorrem na posição $it=15$. Sobre o tipo de série, observa-se que a menor média é encontrada para o modelo *none*, enquanto a menor mediana ocorre no caso *drift*. Por fim, o desvio padrão se mantém próximo de 0,3 na maioria dos casos, com destaque para o menor desvio padrão na série de tamanho $n=25$, com valor de 0,118.

A Figura 4.17 apresenta os *boxplots* para cada fator e seus níveis no cenário em análise.

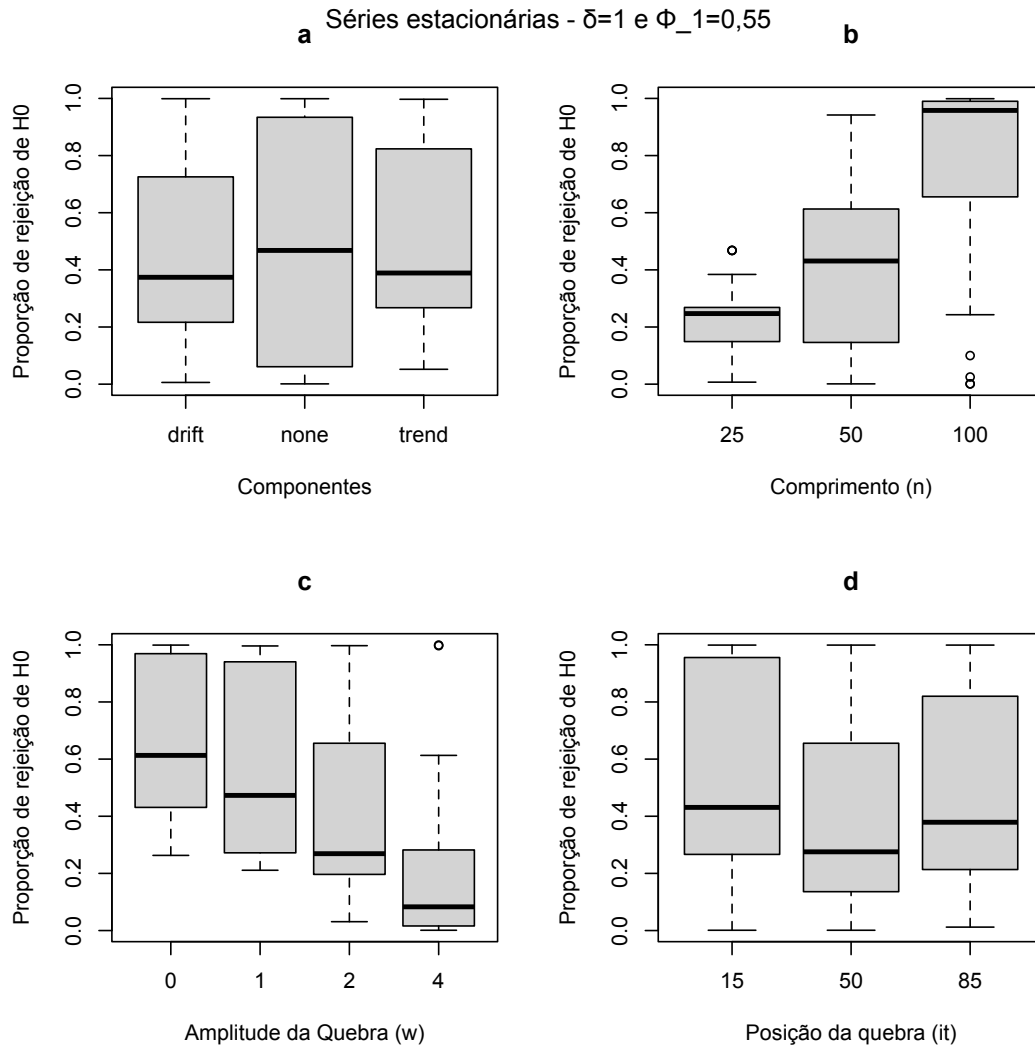


Figura 4.17: *Boxplot* Cenário 3 - $\delta=1$ e $\phi_1=0,55$

Observa-se que o maior valor de mediana da proporção de rejeição de H_0 é encontrado quando não há a inclusão de termos determinísticos no modelo sem constante e sem tendência, embora essa condição também apresente a maior variabilidade. No painel (b), é mostrado que, conforme aumenta o comprimento da série, também aumenta a proporção de rejeição de H_0 , com a menor variabilidade encontrada para a série de comprimento $n=25$. No painel (c), pode-se observar um decréscimo na mediana da proporção de rejeição da hipótese nula à medida que a amplitude da quebra estrutural aumenta, indicando que quebras mais intensas podem estar associadas a uma menor proporção de rejeição de H_0 . A menor variabilidade é observada em $w=4$. Finalmente, no painel (d), a menor mediana e a menor variabilidade são encontradas quando a quebra ocorre na posição $it=50$.

A Figura 4.18 mostra o *worm plot* para o modelo gerado, onde é possível observar que há apenas um ponto fora das bandas de confiança, indicando que o modelo está adequado. Portanto, pode-se prosseguir para a análise dos fatores podem influenciar na variável resposta. A Tabela 16 apresenta o efeito dos fatores na média de rejeição da hipótese nula.

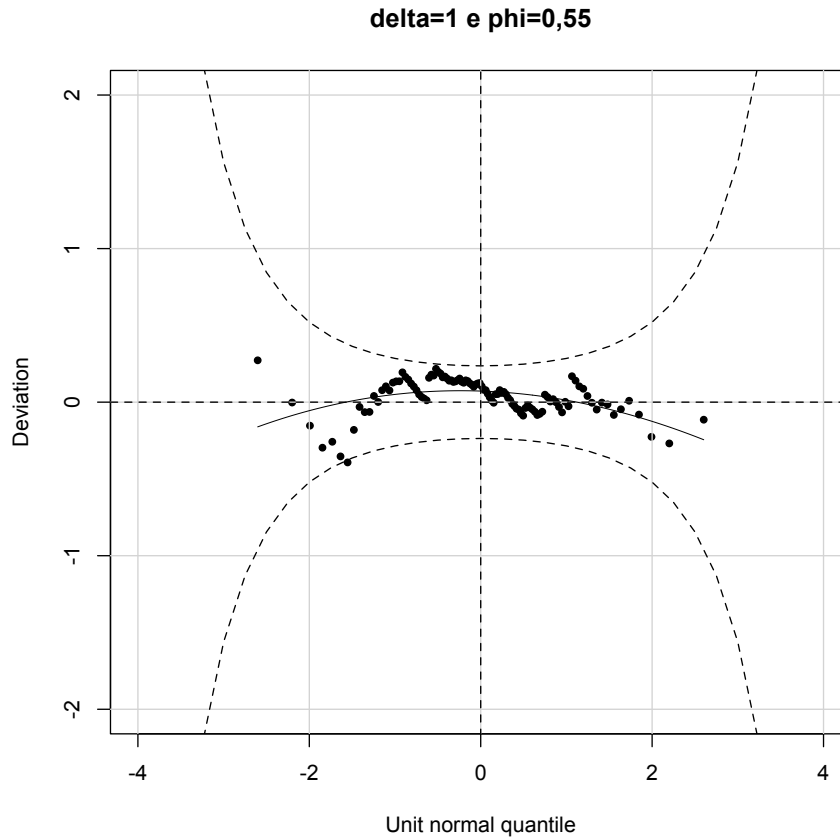


Figura 4.18: Cenário 3 - $\delta = 1$ e $\phi_1 = 0,55$

Tabela 16: Análise do efeito principal dos fatores e das interações na proporção de rejeição da hipótese nula em experimentos com séries estacionárias - Cenário 3, onde $\delta = 1$ e $\phi_1 = 0,55$, considerando o parâmetro de escala μ

Fator/Nível	Estimativa	Erro padrão	p-valor
Intercepto	-2.477693	0.087723	$< 2e-16$
n	0,058901	0,002312	$< 2e-16$
ω	-0,037930	0.095395	0,692
it15	-0,019805	0,061765	0,749
it85	-0,020744	0,062504	0,741
$n:\omega$	-0,010190	0,001638	1,53e-08
$\omega:it15$	0,329136	0,078683	6,67e-05
$\omega:it85$	-0,036263	0,095027	0,704

O fator n se mostra significativo e com valor positivo. Uma vez que o valor estimado é de aproximadamente 0,059, existem indícios de que para cada aumento na unidade de n , a *log-odds* da média aumenta em 0,059. Ou ainda, que para cada aumento de unidade em n , a razão de chances da da média é de $\exp(0,059) = 1,0607$. Além disso, a interação entre o comprimento da série (n) e a intensidade da quebra ω também se mostra significativa, com razão de chances de 0,9899. Ainda, a interação entre ω e $it15$ também é significativa, com razão de chances de

1,3892, quando comparada a interação entre ω e $it50$.

A Figura 4.19 mostra as interações entre o fator n e o fator ω .

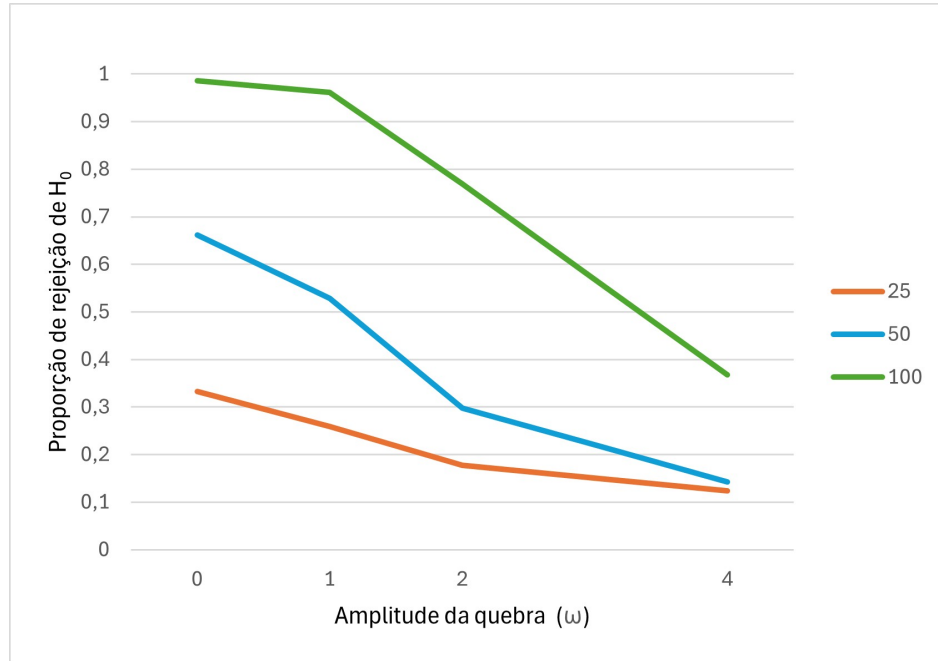


Figura 4.19: Interações Cenário 3 - parâmetro μ - $n \times \omega$

Pode-se notar que em todos os casos há redução da proporção de rejeição de H_0 conforme aumenta o valor de ω , porém para a série de comprimento $n=100$, a redução é mais intensa, sendo de uma intensidade um pouco menor para a série de $n=50$ e ainda mais sutil quando o comprimento da série é 25. Assim, segundo o gráfico, há indícios de que quanto maior o comprimento da série, maior é a influência de ω nos resultados do teste (Figura 4.19).

A Figura 4.20 apresenta as interações entre a posição em que é imputada a quebra estrutural e a intensidade da quebra.

Ao analisar a Figura 4.20, verifica-se que, com a quebra no quantil 0,15, a proporção de rejeição de H_0 difere de quando $it=50$, apresentando uma redução mais sutil para ω até 1. Esse decréscimo é maior quando a intensidade da quebra é alterada para 2 ou 4, indicando que a quebra na posição mediana da série afeta mais acentuadamente os resultados do teste, se comparado ao caso em que a quebra é inserida em $it=15$.

Na Tabela 17 são apresentados os resultados para o parâmetro de escala.

Para o parâmetro de variabilidade, os modelos sem termos determinísticos e com constante e tendência, apresentam diferença significativa para o modelo com apenas constante. Quando comparado com o modelo com constante, o modelo sem os termos determinísticos apresenta a razão de chances de 81,36, enquanto o modelo com tendência mostra o valor de 12,28. Além disso, para cada aumento de n , a razão de chances é de 1,0225 e para cada aumento de ω , é de 1,5980.

Em relação as interações, o aumento de uma unidade em ω , quando o modelo é alterado de *drift* para *none*, apresenta a razão de chances de 0,5798, e quando o modelo é mudado

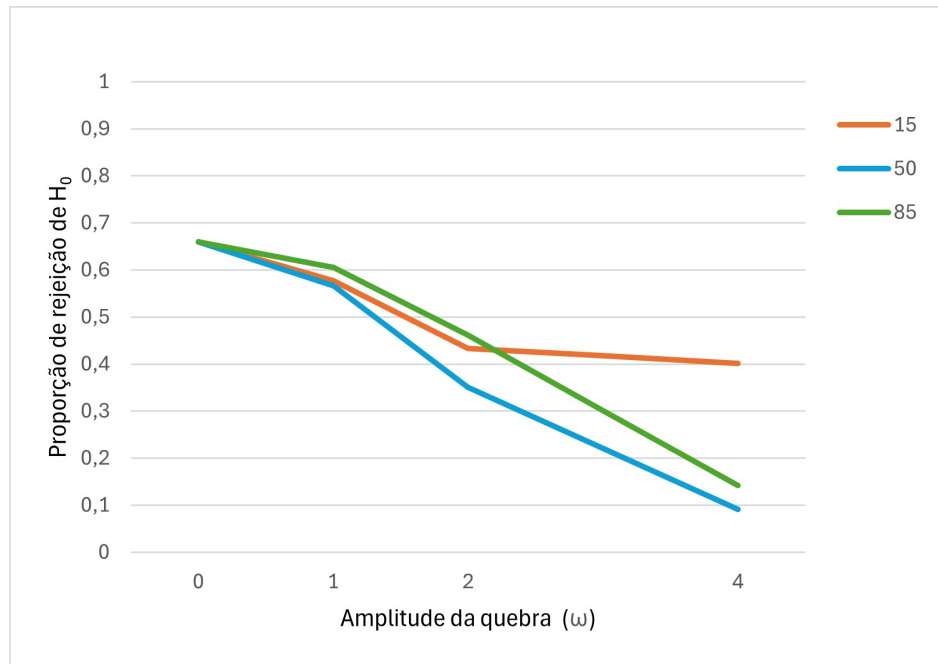


Figura 4.20: Interações Cenário 3 - parâmetro μ - it x ω

Tabela 17: Análise do efeito principal dos fatores e das interações na proporção de rejeição da hipótese nula em experimentos com séries não estacionárias - Cenário 3, onde $\delta=1$ e $\phi_1=0,55$, considerando o parâmetro de escala σ

Fator/Nível	Estimativa	Erro padrão	p-valor
Intercepto	-4,234195	0,606174	4,75e-10
tiponone	4,395114	0,702859	1,32e-08
tipotrend	2,511848	0,775680	0,001685
n	0,022206	0,007202	0,002717
ω	0,469231	0,195247	0,018301
tiponone: ω	-0,545656	0,166717	0,001511
tipotrend: ω	-0,646754	0,158682	9,87e-05
tiponone: n	-0,029530	0,008541	0,000834
tipotrend: n	-0,020048	0,010945	0,070309
$n:\omega$	0,005922	0,002276	0,010831

para *trend* a razão de chances é de 0,5248. Já nas interações entre o comprimento da série e os modelos, quando ocorre a alteração de *drift* para *none*, o aumento em uma unidade de n apresenta a razão de chances de 0,9707, e quando o modelo é alterado de *drift* para *trend* a razão de chances é de 0,9801. Por fim, há interação entre n e ω , indicando que quando as duas variáveis aumentam juntas em uma unidade, a razão de chances da variabilidade é 1,0059.

Diante dos resultados expostos, para o caso em que $\delta=1$ e $\phi_1=0,55$, pode-se considerar que há indícios de que o aumento de n faz com que a média tenda a ter seu valor aumentado, porém mesmo com o aumento de n , se houver também um aumento de ω , existe a tendência de redução da média.

Quanto a variabilidade, tanto o incremento em n quanto em ω fazem com que esta aumente. Além disso, o modelo *drift* é o que apresenta menor variabilidade, uma vez que a alteração para *trend* e *none* implicam em aumento da variabilidade.

A Figura 4.21 que apresenta as interações entre o tipo da série e a intensidade da quebra para o parâmetro σ .

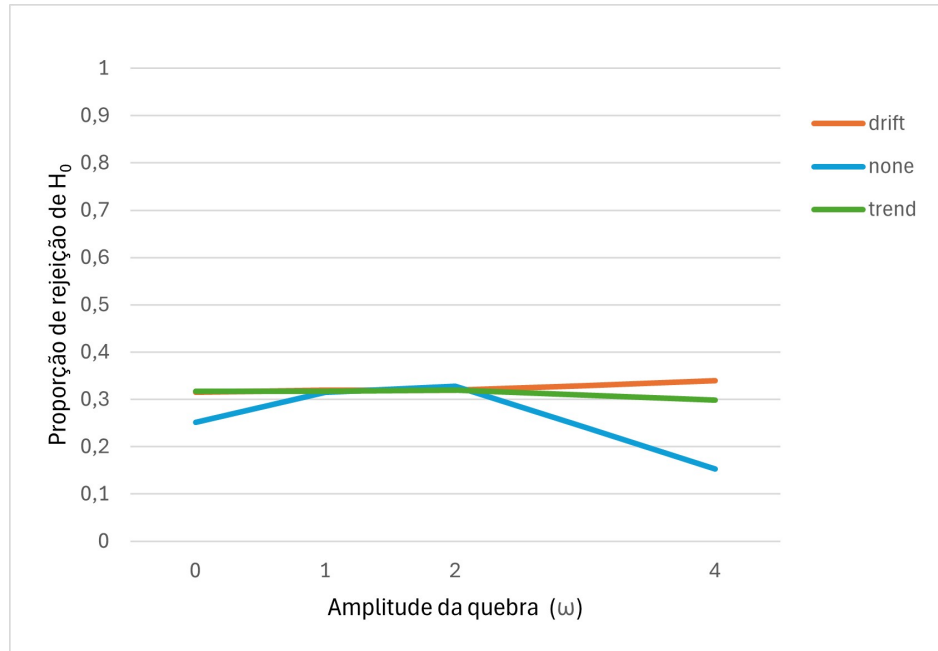


Figura 4.21: Interações Cenário 3 - parâmetro σ - *tipo* x ω

É constatado que o comportamento de cada tipo de série é diferente em relação ao aumento de ω , nos casos de *trend* e *drift* a variabilidade da proporção de rejeição de H_0 se mantém praticamente constante para quebras estruturais de intensidade de valor até $\omega=2$. Porém, ao alterar o valor da quebra de $\omega=2$ para $\omega=4$, no modelo *trend* a variabilidade reduz e para *drift*, aumenta. Já o modelo *none* apresenta aumento de variabilidade conforme ω aumenta até o valor 2 e uma redução acentuada quando o valor de ω é alterado de $\omega=2$ para $\omega=4$. A Figura 4.22 apresenta as interações entre o comprimento da série e a inclusão de termos determinísticos para o parâmetro σ .

Pelas interações da Figura 4.22 é perceptível que a variabilidade cresce quando o comprimento da série é alterado de $n=25$ para $n=50$ para os dois tipos de modelos que apresentaram interações significativas (conforme a Tabela 17). Porém, ao alterar de $n=50$ para $n=100$, são observados comportamentos diferentes: no modelo sem constante e sem tendência a variabilidade se mantém praticamente constante, porém tem seu valor reduzido para o caso em que é considerada somente a constante.

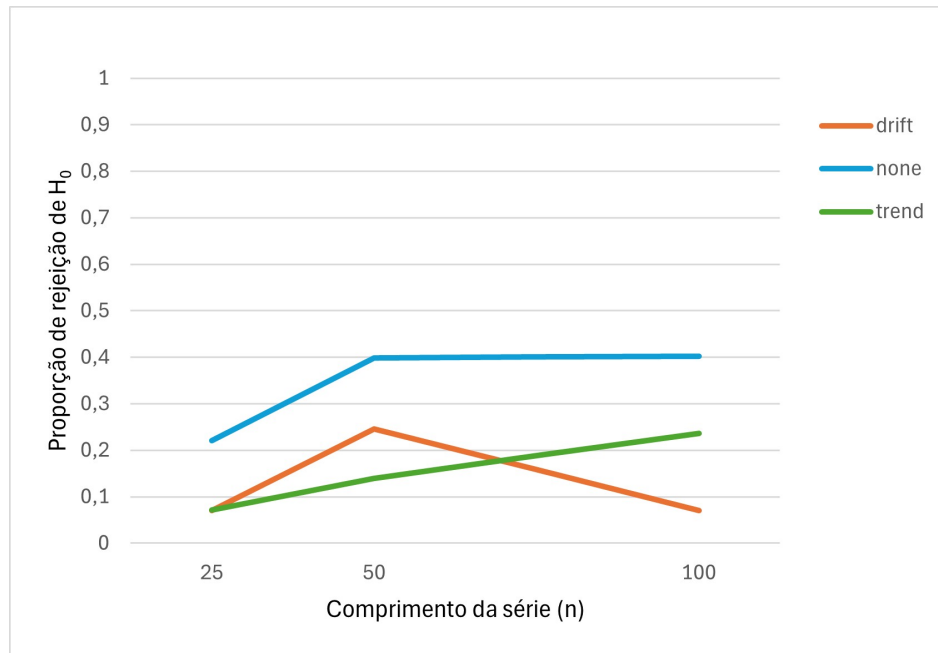


Figura 4.22: Interações Cenário 3 - parâmetro σ - *tipo x n*

4.2.4 Cenário 4: $\delta=1$ e $\phi_1=1$

Neste cenário, a quebra estrutural é permanente e, com o valor de $\phi_1=1$, é esperado que a hipótese nula não seja rejeitada. A Tabela 18 apresenta medidas descritivas para os níveis de cada fator neste cenário.

Tabela 18: Cenário 4 - Média, mediana e desvio padrão da proporção de não rejeição da hipótese nula em experimentos com quebra estrutural do tipo mudança de nível ($\delta=1$) e não estacionárias ($\phi_1=1$)

Fatores	Níveis	Média	Mediana	Desvio padrão
Comprimento da série (n)	25	0,910	0,914	0,028
	50	0,972	0,991	0,029
	100	0,996	0,998	0,003
Amplitude da quebra/perturbação (ω)	0	0,956	0,991	0,045
	1	0,958	0,990	0,044
	2	0,959	0,990	0,043
	4	0,965	0,989	0,039
Posição da quebra (it)	0,15	0,956	0,989	0,045
	0,50	0,965	0,989	0,039
	0,85	0,958	0,991	0,045
Tipo de série (<i>tipo</i>)	<i>none</i>	0,937	0,930	0,050
	<i>drift</i>	0,969	0,990	0,032
	<i>trend</i>	0,972	0,995	0,036

Para o caso em que a série não estacionária sofre uma mudança de nível, ao serem analisadas

as médias em relação à intensidade da quebra (ω), percebe-se que existe pouca variação entre os valores neste caso, já que todas as médias ficam próximas a 0,95. Nota-se, ainda, que ao analisarmos o desvio padrão, a distância entre as médias é menor do que o desvio padrão de cada uma delas.

Em relação ao comprimento da série (n), são encontradas maiores médias para $n=100$ e menores médias para $n=25$. Cabe destacar que o desvio padrão é muito menor para $n=100$, indicando uma menor variabilidade neste caso. Sobre a posição da quebra, as médias ficam próximas entre si, com medidas de desvio padrão também muito próximas.

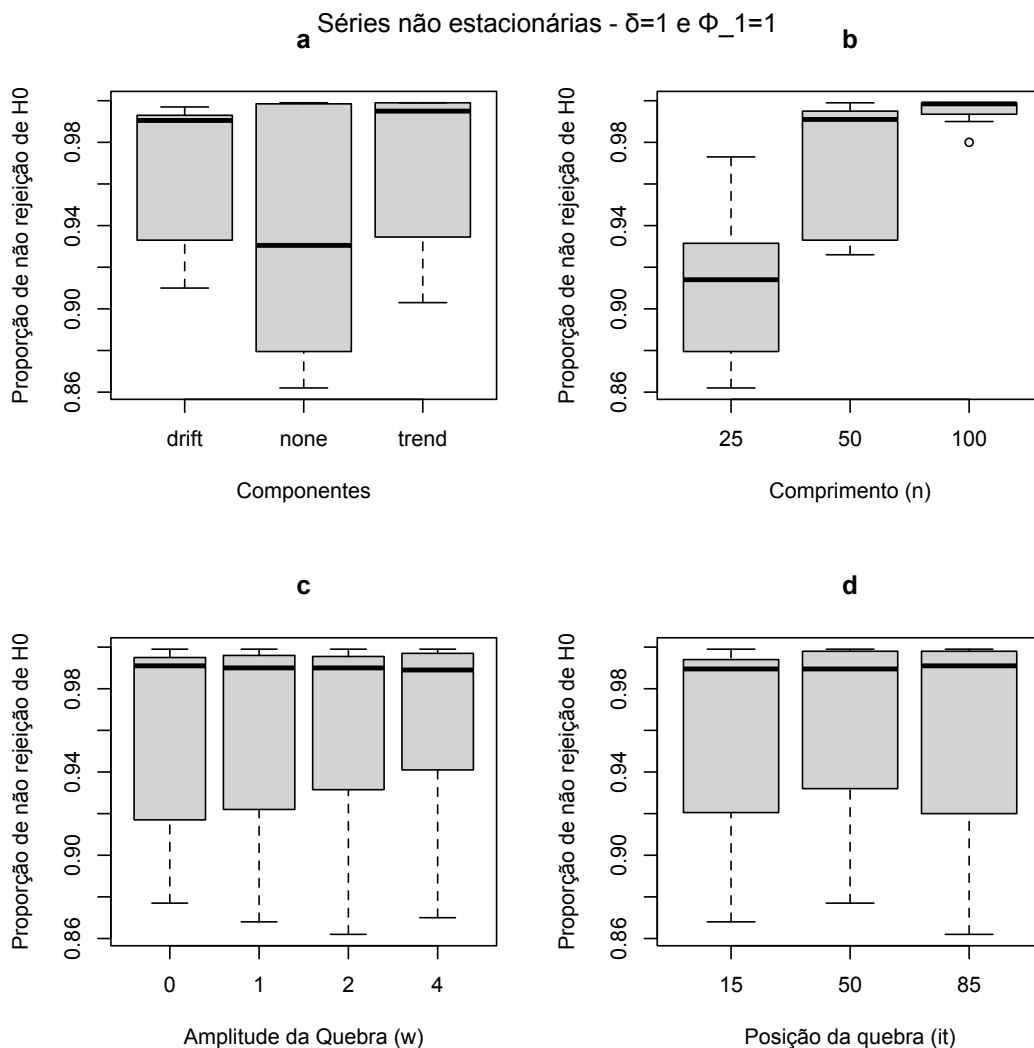


Figura 4.23: *Boxplot* Cenário 4 - $\delta=1$ e $\phi_1=1$

Os gráficos do tipo *boxplot* na Figura 4.23 evidenciam que, na análise dos componentes da série (*drift*, *none* e *trend*), há maior variabilidade quando a série não possui constante nem tendência. Além disso, observa-se uma forte assimetria negativa, com a mediana próxima ao terceiro quantil. O modelo *none* apresenta a maior variabilidade e a menor mediana entre os três modelos.

A respeito do comprimento da série, o *boxplot* indica menor variabilidade e maior valor

de mediana para $n=100$, enquanto $n=25$ e $n=50$ apresentam variabilidades semelhantes, com $n=50$ exibindo a maior mediana. Quanto à amplitude da quebra, as medianas são próximas, mas conforme ω aumenta, a variabilidade diminui, sendo $\omega=4$ a condição com menor variabilidade. Todas as medianas exibem assimetria negativa. No *boxplot* referente à posição da quebra, observa-se menor variabilidade para $it=50$, valores semelhantes de mediana e assimetria negativa em todos os três níveis.

A partir do *worm plot* dos resíduos para este cenário, mostrado na Figura 4.24, nota-se que não há quantitativo de pontos relevantes fora da banda de confiança, indicando que o modelo está bem ajustado. A Tabela 19 apresenta a relação dos efeitos dos fatores.

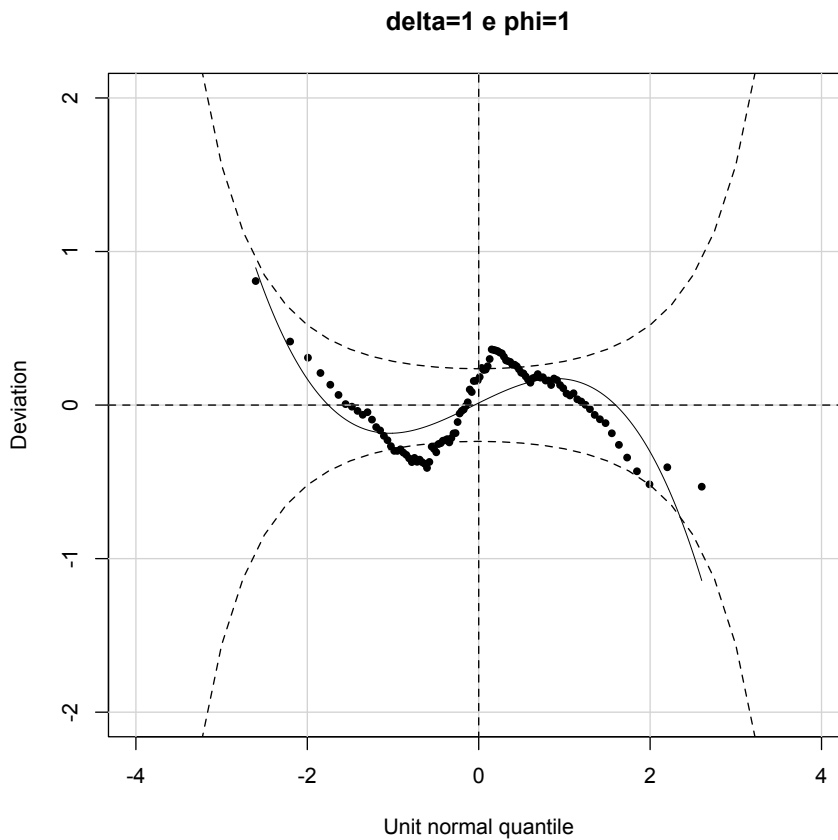


Figura 4.24: Cenário 4 - $\delta=1$ e $\phi_1=1$

O aumento em n tende a aumentar a média, de modo que para cada aumento unitário em n , a razão de chances da média é $\exp(0.0239) \approx 1.0242$. Além disso, a ausência de termos determinísticos (*tiponone*) reduz significativamente a média, com a razão de chances da média sendo $\exp(-3.0885) \approx 0.0456$. Já quando o modelo é alterado para de *drift* para *trend*, a razão de chances da média é $\exp(-0.7821) \approx 0.4575$. Ademais, o aumento de ω tende a aumentar a média, de forma que para cada aumento unitário em ω , a razão de chances da média é $\exp(0.1423) \approx 1.1528$.

As interações $n : \text{tiponone}$ e $n : \text{tipotrend}$ indicam que o efeito de n sobre a média depende da presença de termos determinísticos, com n aumentando a média em ambos os casos, em

Tabela 19: Análise do efeito principal dos fatores e das interações na proporção de não rejeição da hipótese nula em experimentos com séries não estacionárias - Cenário 4, onde $\delta=1$ e $\phi_1=1$, considerando o parâmetro de escala μ

Fator/Nível	Estimativa	Erro padrão	p-valor
Intercepto	2,603092	0,282598	1,25e-14
n	0,023900	0,002817	4,05e-13
tiponone	-3,088527	0,322182	2,07e-15
tipotrend	-0,782082	0,385664	0,045529
ω	0,142323	0,041137	0,000828
it15	0,060537	0,115158	0,600399
it85	0,196191	0,120094	0,105828
n :tiponone	0,045968	0,003655	< 2e-16
n :tipotrend	0,024271	0,004228	1,26e-07
ω :it15	-0,437453	0,063423	7,12e-10
ω :it85	-0,152936	0,057765	0,009573

comparação com o *drift* com razão de chances de $\exp(0.0459)$ e $\exp(0.0242)$, para os modelos *none* e *trend*, respectivamente.

As interações $\omega : it15$ e $\omega : it85$ indicam que o efeito de ω sobre a média depende da posição da quebra estrutural, com ω reduzindo a média tanto para *it15* quanto para *it85*. Para $\omega : it15$, a razão de chances da média é $\exp(-0.4375) \approx 0.6454$ e para $\omega : it85$ é $\exp(-0.1529) \approx 0.8581$, ambas em comparação com $\omega : it50$. As interações dos fatores *tipo* e n para o parâmetro μ estão mostradas na Figura 4.25.

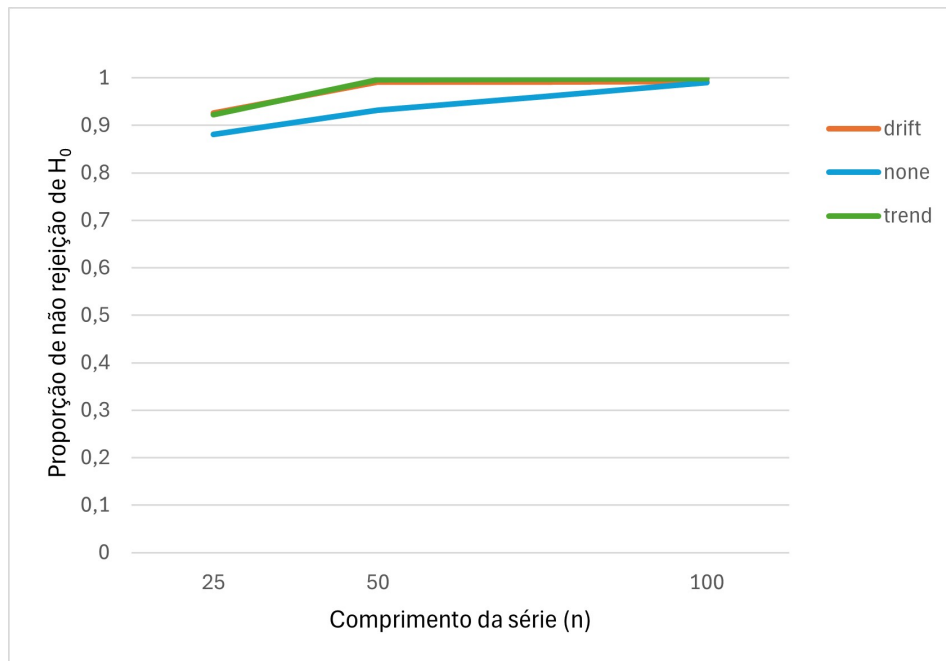


Figura 4.25: Interações Cenário 4 - parâmetro μ - *tipo* x n

É notável na Figura 4.25 que, para as séries sem constante e sem tendência, há um cres-

cimento acentuado da proporção de não rejeição da hipótese nula conforme aumenta n . Para séries de modelagem *drift*, quando n está entre $n=25$ e $n=50$, ocorre um aumento acentuado na proporção de não rejeição da hipótese nula, assim como ocorre ao caso da modelagem *none*, porém entre $n=25$ e $n=50$ a proporção de não rejeição de H_0 sofre um leve acréscimo para séries de ambas modelagens.

Percebe-se ainda que para $n=25$, maiores proporções de não rejeição de H_0 , apesar de sutis, são encontradas para séries com constante. No entanto, essa situação se inverte quando $n=50$, na comparação entre séries de modelo *drift* e *trend*.

Nas interações dos fatores ω e *it* para o parâmetro μ da Figura 4.26 repara-se que, a medida que as quebras são adicionadas (após $\omega=0$), se a quebra ocorre no início da série (quantil 0,15), ocorre uma redução da proporção de não rejeição da hipótese nula conforme aumenta a intensidade da quebra.

Quando ocorre imputação de rupturas no final das séries, (quantil 0,85), para valores de $\omega=0$ até $\omega=2$ ocorre um leve aumento na proporção de não rejeição de H_0 , sendo esse aumento mais acentuado quando as intensidades das quebras estão entre $\omega=2$ e $\omega=4$.

Ainda, quando se trata de imputação de quebras estruturais no quantil 0,50, é visível um aumento na proporção de não rejeição da hipótese nula entre $\omega=0$ e $\omega=2$, e entre $\omega=2$ e $\omega=4$ um aumento acentuado nesta proporção. A relação dos efeitos dos fatores para o parâmetro de escala é apresentada na Tabela 20.

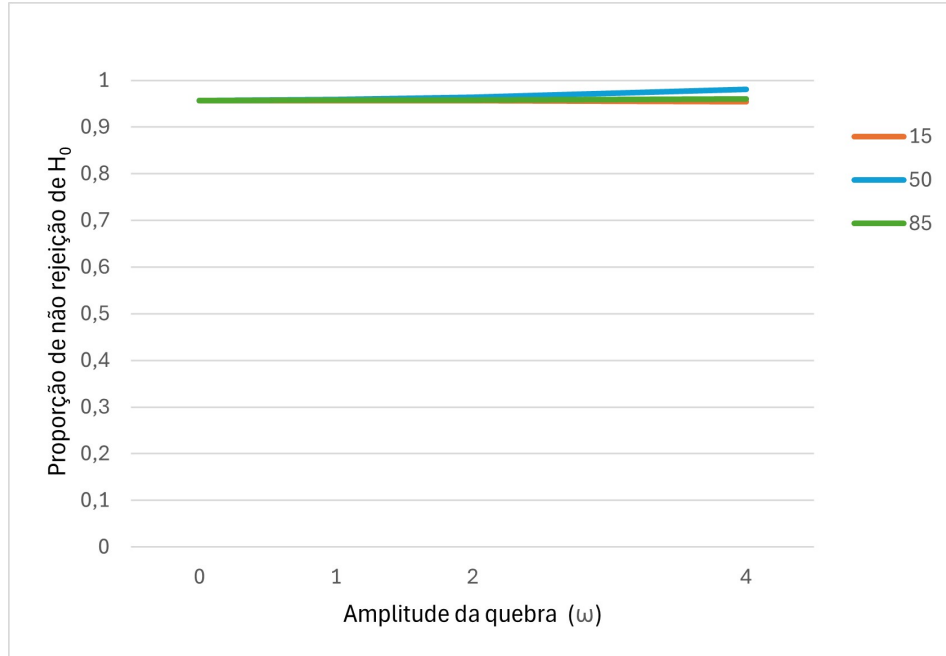


Figura 4.26: Interações Cenário 4 - parâmetro μ - *it* x ω

Para cada aumento unitário em n , há uma redução na variabilidade, sendo a razão de chances de $\exp(-0.0429) \approx 0.9579$. Já para a interação de *it*15 : ω , há tendência de aumento da variabilidade conforme aumenta ω , se a quebra estiver na posição *it*=15, em comparação com ela estando na posição *it*=50. A razão de chances da variabilidade é $\exp(0.2863) \approx 1.3315$.

Tabela 20: Análise do efeito principal dos fatores e das interações na proporção de não rejeição da hipótese nula em experimentos com séries não estacionárias - Cenário 4, onde $\delta=1$ e $\phi_1=1$, considerando o parâmetro de escala σ

Fator/Nível	Estimativa	Erro padrão	p-valor
Intercepto	-0,308897	0,255224	0,2293
n	-0,042920	0,003308	$< 2e-16$
it15	0,031889	0,280915	0,9099
it85	0,108277	0,279711	0,6996
ω	0,013495	0,089850	0,8809
it15: ω	0,286289	0,121136	0,0203
it85: ω	0,006398	0,122168	0,9583

Deste modo, o aumento em n tende a aumentar a média, enquanto a ausência de termos determinísticos combinada com o aumento em n diminui a média. Além disso, o aumento de ω tende a aumentar a média, mas sua interação com $it15$ e $it85$ reduz a média. Para a variabilidade, o aumento em n a reduz, enquanto a interação entre $it15$ e ω aumenta a variabilidade.

Ao observar a Figura 4.27, considera-se que conforme aumenta a intensidade da quebra estrutural, a variabilidade decresce quando a quebra é imputada na posição $it=50$. Já quando a quebra é imputada no início ou no final da série, o valor da variabilidade da proporção de não rejeição de H_0 pouco se altera, ficando em torno de 0,05. Apesar disso, sutis variações fazem com que as linhas de $it=50$ e $it=85$ se cruzem entre $\omega=1$ e $\omega=2$.

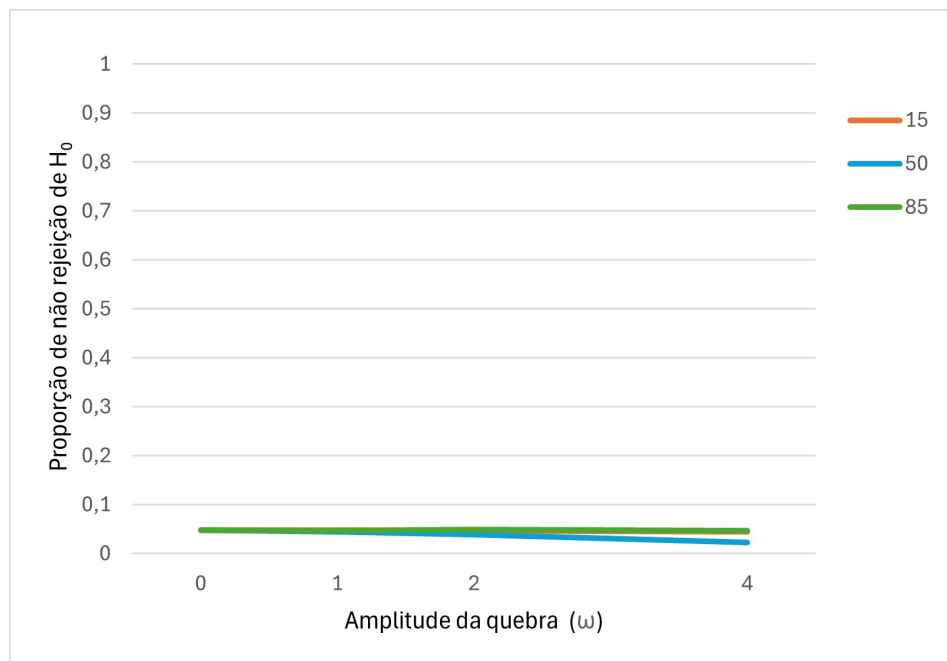


Figura 4.27: Interações Cenário 4 - parâmetro σ - $it \times \omega$

4.2.5 Discussão Sobre os Cenários

Após analisar os quatro cenários das simulações complementares, constata-se que em séries estacionárias, o impacto de n é positivo, mas pode ser reduzido na ausência de termos determinísticos, especialmente em caso de uma quebra estrutural temporária. Também é possível perceber indícios de que a intensidade ω pode aumentar a proporção quando ocorre no início da série ($it=15$), se comparada com quando ocorre na posição mediana. Contudo, quando o aumento de ω ocorre em conjunto com o aumento de n , a média da proporção tende a diminuir.

Além disso, o aumento de ω em séries com constante e tendência geralmente também resulta na redução da proporção da média. Já em séries não estacionárias, n também tem um efeito positivo na média, mas esse efeito é reduzido se a série não possuir constante ou tendência. Em relação aos termos determinísticos, de modo geral, modelos sem constante e sem tendência apresentam os piores resultados.

Se a quebra é permanente e há raiz unitária, o aumento de ω tem um efeito positivo sobre a média, mas esse efeito é atenuado quando a quebra ocorre no final da série ($it=85$) ou no início ($it=15$). Deste modo, o efeito de ω tende a ser uniformemente positivo em séries não estacionárias, embora ainda seja sensível à posição da quebra.

Ademais, as interações entre n , ω , e os termos determinísticos são cruciais para compreender completamente o comportamento de cada série, mesmo que em séries não estacionárias essas interações desempenhem um papel mais moderado. Diante disso, propõe-se uma estratégia para a utilização do teste ADF, mostrada a seguir.

4.3 A Estratégia

De posse da análise dos resultados da seção 4, é possível a proposição de uma estratégia para utilização do teste ADF. A estratégia consiste, inicialmente, em realizar uma análise exploratória, onde são calculadas medidas descritivas e realizada uma análise gráfica da série temporal, através de um gráfico de linhas, avaliando-se também a presença de uma tendência determinística nos dados, através de testes constantes na literatura, como por exemplo, o teste de tendência de Cox-Stuart, abordado em Cox e Stuart (1955), o teste de Mann-Kendall (proposto por MCleoad (2022)) ou o teste de tendência de Wald-Wolfowitz, desenvolvido em Wald e Wolfowitz (1940).

Em seguida, faz-se necessário identificar se há uma quebra estrutural na série, bem como sua posição. Para isso, podem ser realizados testes citados ao longo deste trabalho, como o teste Chow, descrito em Chow (1960), ou ainda outros testes previstos na literatura.

Caso os indícios apontem para uma quebra temporária e não haja sinais de tendência determinística, recomenda-se a aplicação do teste ADF para séries a partir de $n=50$. Por outro lado, na presença de tendência determinística, recomenda-se a aplicação a partir de $n=100$ (conforme pode ser visualizado na Figura 4.8).

Se houver indícios de que a quebra estrutural é permanente e ocorre partir do quantil 0,15,

não se aconselha o uso do teste ADF (Figura 4.20). Por outro lado, se a quebra ocorrer no início da série ($it \leq 15$) o teste ADF pode ser aplicado em séries mais longas (aumento de desempenho conforme aumenta n - ver tabelas 16 e 19; ver também Figura 4.19). Na Figura 4.28, é ilustrada a proposta de estratégia para utilização do teste ADF considerando a presença de quebra estrutural.

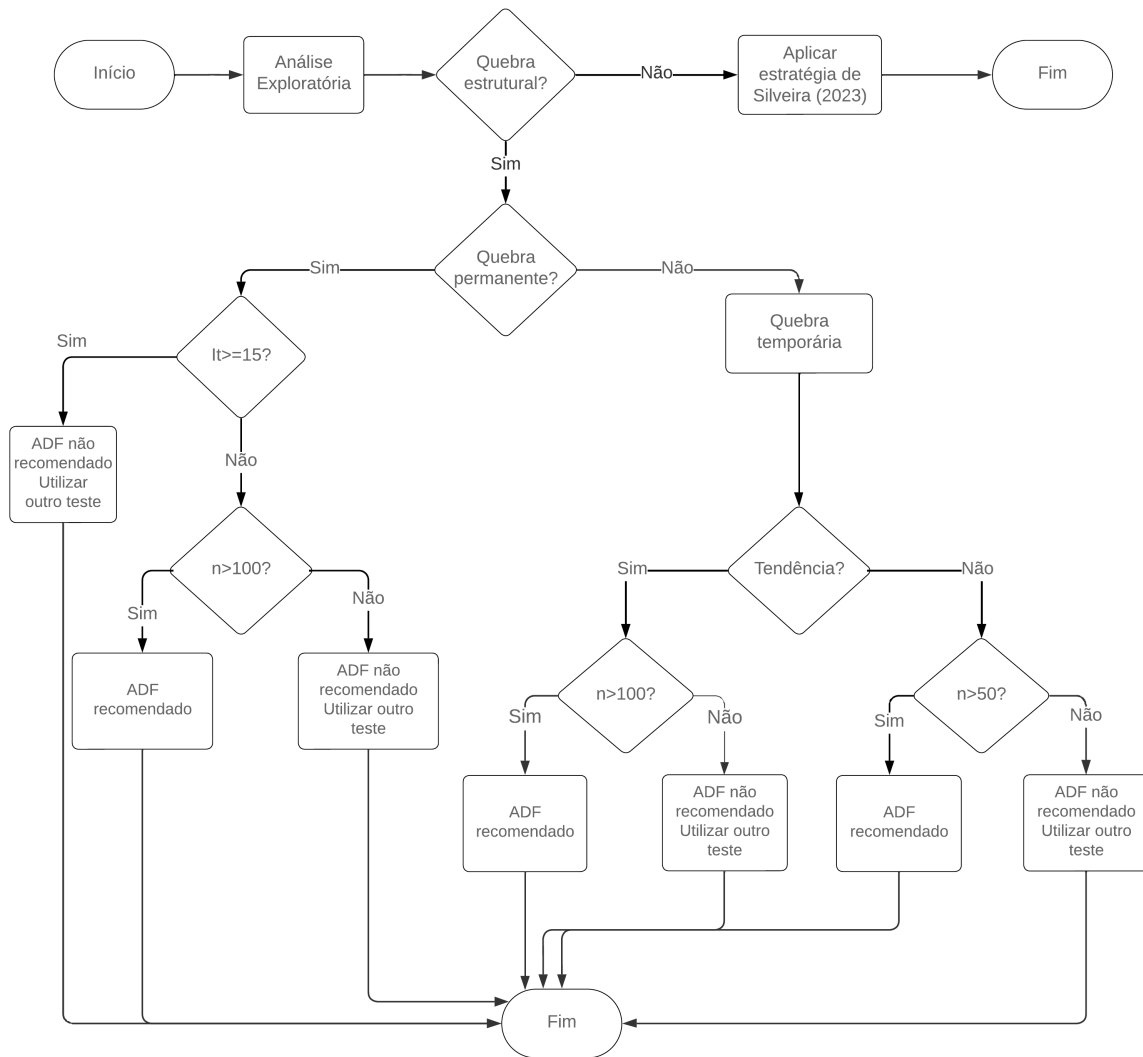


Figura 4.28: Fluxograma da estratégia proposta

Ademais, caso o teste ADF aponte a presença de raiz unitária nos casos em que existe quebra estrutural, deve-se tomar cuidado, visto que o teste ADF tende a identificar uma falsa raiz unitária à medida que a intensidade da quebra (ω) e o comprimento da série (n) aumentam. Por outro lado, se o teste apontar estacionariedade, não há evidências de problemas, uma vez que o aumento da intensidade da quebra estrutural pode aumentar a probabilidade de o teste ADF indicar a presença de raiz unitária, quando presente.

Dessa forma, a aplicação do teste ADF deve ser realizada com cautela, sempre levando em consideração os indícios de quebras estruturais e o comportamento da série temporal. Há uma preocupação especial quando o teste não rejeitar a hipótese nula, neste caso se houver

suspeitas de quebras estruturais, convém aplicar algum outro teste que considere esta quebra em sua aplicação, como por exemplo o teste de Zivot-Andrews ou outros testes que considerem a presença de quebra estrutural, como os outros já mencionados neste trabalho.

5 ESTUDOS DE CASO

Os estudos de caso apresentados a seguir ilustram a aplicação da estratégia proposta neste trabalho. São escolhidas duas séries temporais reais sem sazonalidade, sendo estas a série do consumo residencial de energia elétrica no Brasil e a série da produção de eletricidade a partir de fontes de gás natural (% do total) na América do Norte.

5.1 Caso 1 - Consumo anual de eletricidade no Brasil

Para a realização de um estudo de caso com o objetivo de demonstrar a aplicação da estratégia proposta, foi utilizada primeiramente a série temporal do consumo anual de eletricidade no Brasil, disponível no site do Ipeadata, com dados fornecidos pela Eletrobras (2024). Esta série cobre o período de 1952 a 2023, totalizando 72 observações anuais.

De acordo com a Figura 5.1, para a série em nível, o consumo de energia é crescente, embora com taxa de crescimento variável. Até aproximadamente 1970, o crescimento é mais lento, aumentando a partir de então até 2014, quando parece diminuir o ritmo de crescimento. Observa-se também que a partir de 2020 a série voltou a apresentar um crescimento mais acelerado.

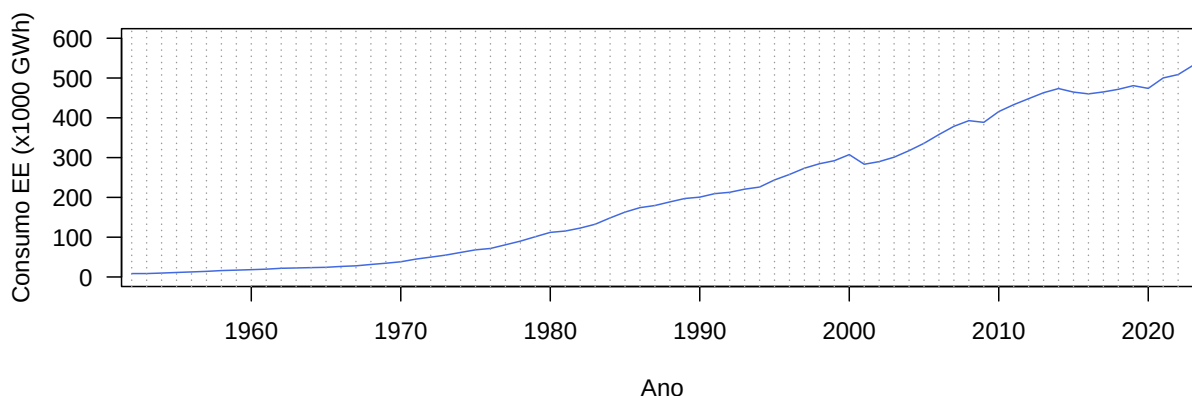


Figura 5.1: Consumo de eletricidade ao longo do tempo em GWh

De acordo com a Tabela 21, os dados da série do consumo de energia variam entre 8513GWh e 531900GWh, concentrando-se em torno da média de 207055GWh, com desvio padrão de 170424GWh, o que caracteriza uma grande dispersão, confirmada por um coeficiente de variabilidade de 82,30%. A distribuição dos dados pode ser considerada simétrica, tendo em vista o coeficiente de assimetria, e com caudas leves, considerando o coeficiente de curtose. Estas características da distribuição são confirmadas pelos gráficos da Figura 5.2.

Para testagem de tendência, podem ser escolhidos um ou mais testes de tendência. Neste estudo de caso, opta-se pela utilização do teste de tendência de Wald-Wolfowitz, abordado em

Tabela 21: Resumo das medidas descritivas - Caso 1 - Série em nível

Medida	Resultado
Mínimo (GWh)	8513,00
Quartil inferior (GWh)	37243,00
Mediana (GWh)	184085,00
Quartil superior (GWh)	341431,00
Máximo (GWh)	531900,00
Média aritmética (GWh)	207055,00
Desvio Padrão (GWh)	170424,50
Coefficiente de variabilidade	0,8230
Coefficiente de assimetria	0,3997
Coefficiente de curtose	-1,2847

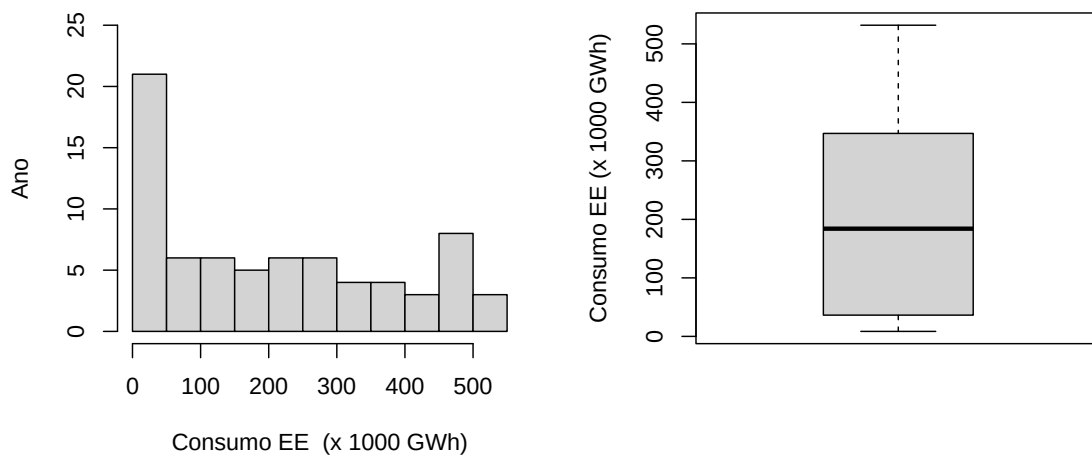
Figura 5.2: Histograma e *boxplot* - Caso 1 - Série em nível

Tabela 22: Teste de tendência - Caso 1 - Série em nível

Teste	Estatística de teste	p-valor	Decisão (5%)
Wald-Wolfwitz	8,069	7,09e-16	Rejeita H_0

Wald e Wolfowitz (1940). O resultado do valor-p mostrado na Tabela 22 evidencia que o teste que avalia a presença de tendência em uma série temporal encontra evidências de sua presença no consumo de energia, já que H_0 para o referido teste é que não há tendência na série.

Em seguida, é aplicado um teste para verificar a presença de quebra estrutural na série. Para isso, pode ser utilizado o teste Chow, conforme Chow (1960), com o auxílio da função *sctest* da biblioteca *strucchange*, apresentada em Zeileis et al. (2024). Visualmente, como deve ser considerado no teste Chow, e percorrendo a série da esquerda para a direita, considera-se que pode haver uma quebra estrutural iniciando-se por volta do ano 1970-1972, sendo o teste realizado para valores próximos às referidas datas. O resultado, apreendido na Tabela 23, considera uma quebra estrutural na posição 20 da série.

De acordo com o p-valor mostrado na Tabela 23, há indícios suficientes para rejeitar a

Tabela 23: Teste de Chow - Caso 1 - Série em nível

Estatística	Valor	p-valor
$f(e_{fp})$	3,0875	2,1 e-8

hipótese nula de que não há mudança estrutural na série. Desde modo, pode ser considerada a presença de uma quebra estrutural na série. Seguindo o fluxograma da Figura 4.28, o passo seguinte é determinar se a quebra estrutural considerada é permanente ou temporária. Observando a Figura 5.1, nota-se que a quebra estrutural ocasiona uma mudança de nível (quebra permanente). Considerando que a quebra estrutural ocorreu na posição 20 (equivalente a $it=28$), a aplicação do teste ADF não é recomendada neste caso. Os passos seguidos na aplicação da estratégia estão ilustrados, destacados na cor azul, na Figura 5.3.

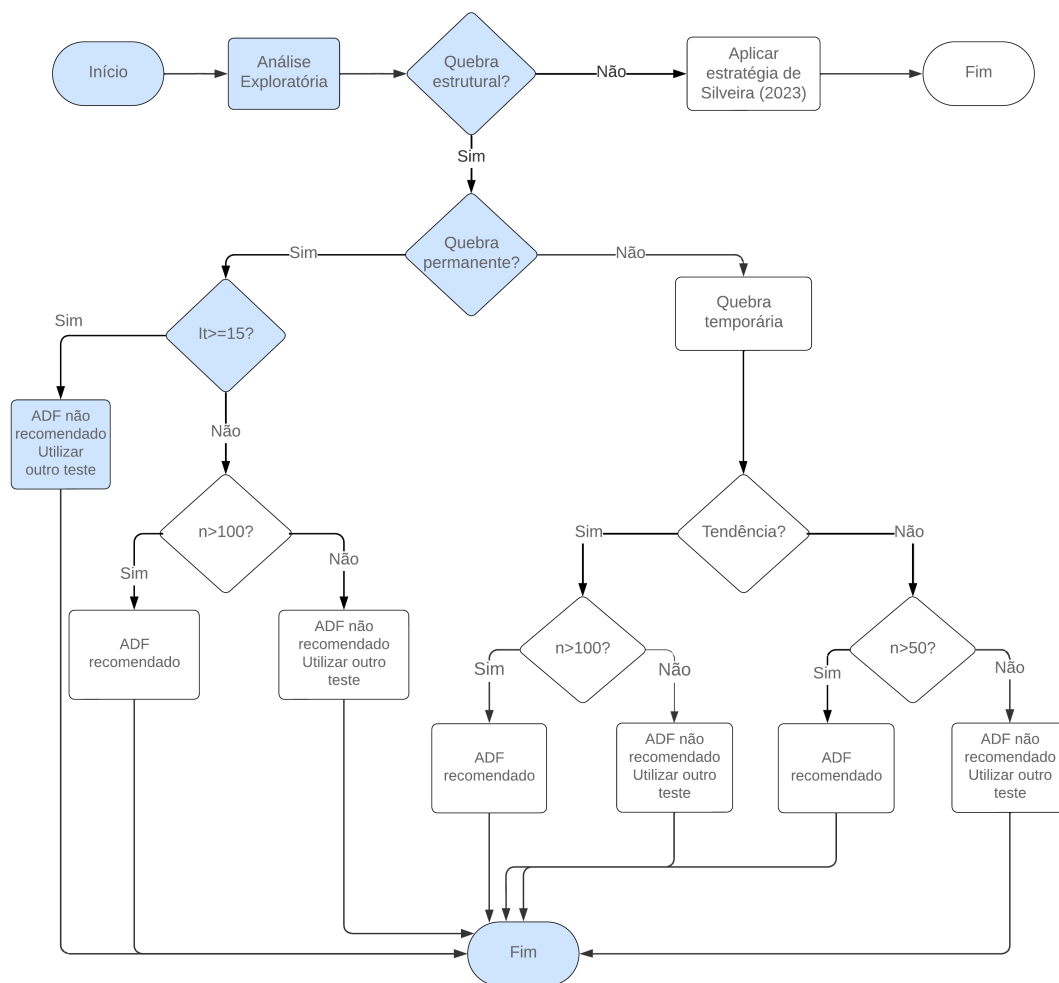


Figura 5.3: Aplicação da estratégia - Caso 1 - Série em nível

Conforme sugerido na Figura 5.3 e mediante a recomendação de não aplicação do teste ADF, parte-se para aplicação de outro teste de raiz unitária, que considere a presença de mudanças estruturais. É aplicado, então, o teste de Zivot-Andrews, exposto em Zivot e Andrews (1992), executado por meio da função *ur.za*, disponível no pacote *urca* (Pfaff, 2008).

O resultado do teste indica que existe uma quebra estrutural com estatística de teste com

valor de -3,261, contra um valor crítico de -5,08 para um nível de significância de 5%, de modo que não é possível rejeitar a hipótese nula da presença de quebra estrutural, identificada na posição 20 da série (concordando com o teste de Chow), e de raiz unitária.

Embora não seja recomendado para avaliar a presença de quebra estrutural neste caso, o teste ADF é aplicado para observância dos resultados e discussões (Tabela 24).

Tabela 24: Resultados do teste ADF - Caso 1 - Série em nível			
Modelo	H_0	Valor Calculado	Valor Crítico (5%)
<i>trend</i>	$\rho = \beta_2 = 0$	6.281	6.49
	$\rho = 0$	-2.215	-3.45
	$\rho = \beta_1 = \beta_2 = 0$	11.693	4.88
<i>drift</i>	$\rho = 0 = \beta_1 = 0$	2.139	4.71
	$\rho = 0$	12.546	-2.89

De acordo com a Tabela 24, não se pode rejeitar a hipótese de que a tendência é igual a zero. Deste modo, segue-se para o teste considerando o modelo apenas com constante: neste caso, rejeita-se a hipótese conjunta de que não há constante e há raiz unitária, ao passo que não é possível rejeitar a hipótese isolada da presença de raiz unitária. Diante disso, há evidências de que o modelo apresenta constante e raiz unitária.

Nota-se que, mesmo não sendo recomendada a utilização do teste ADF, houve concordância com o teste de Zivot-Andrews. Porém, recorda-se que neste caso, onde há evidências de que a série apresenta raiz unitária, a estratégia proposta neste trabalho salienta que deve-se tomar cuidado, visto que o teste ADF tende a identificar uma falsa raiz unitária à medida que a intensidade da quebra (ω) e o comprimento da série (n) aumentam. Assim, aplicando-se o teste ADF isoladamente, não seria possível ter certeza de que há indícios da presença da raiz unitária, ou se o teste não rejeitou H_0 devido a presença de quebra estrutural na série.

Em sequência, diferencia-se a série e realiza-se as mesmas análises para a primeira diferença. A Figura 5.4 ilustra graficamente o consumo após a diferenciação e a Tabela 25 apresenta as principais medidas descritivas.

Tabela 25: Resumo das medidas descritivas- Caso 1- Série em primeira diferença

Medida	Resultado
Mínimo (GWh)	-24271,00
Quartil inferior (GWh)	2110,00
Mediana (GWh)	6694,00
Quartil superior (GWh)	11250,00
Máximo (GWh)	27073,00
Média aritmética (GWh)	7372,00
Desvio Padrão (GWh)	8289,25
Coefficiente de variabilidade	1,1244
Coefficiente de assimetria	-0,3479
Coefficiente de curtose	1,9690

Na série em primeira diferença, é perceptível uma variabilidade menor até aproximadamente

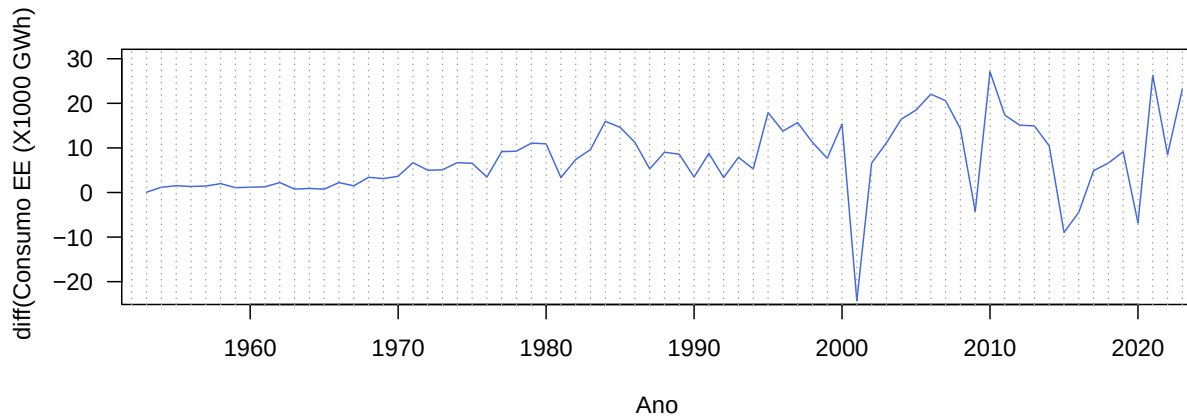


Figura 5.4: Diferença do consumo de eletricidade ao longo do tempo em GWh

o ano de 1975. Em contrapartida, o período com maior variabilidade foi entre 2001 e 2023. Conforme a Tabela 25, os dados da série do consumo de energia em primeira diferença variam de -24271GWh a 27073GWh, com a maior parte dos valores concentrada em torno da média de 7372GWh.

O desvio padrão é de 8289GWh, superior à média, indicando uma grande dispersão, o que é corroborado por um coeficiente de variabilidade superior a 100%. Além disso, a variabilidade apesar de ser menor do que no caso da série em nível, é proporcionalmente maior. A distribuição dos dados é praticamente simétrica, como indica o coeficiente de assimetria próximo de zero, e apresenta uma curva platicúrtica, conforme o coeficiente de curtose. Esses comportamentos da distribuição são ainda confirmados pelos gráficos da Figura 5.5.

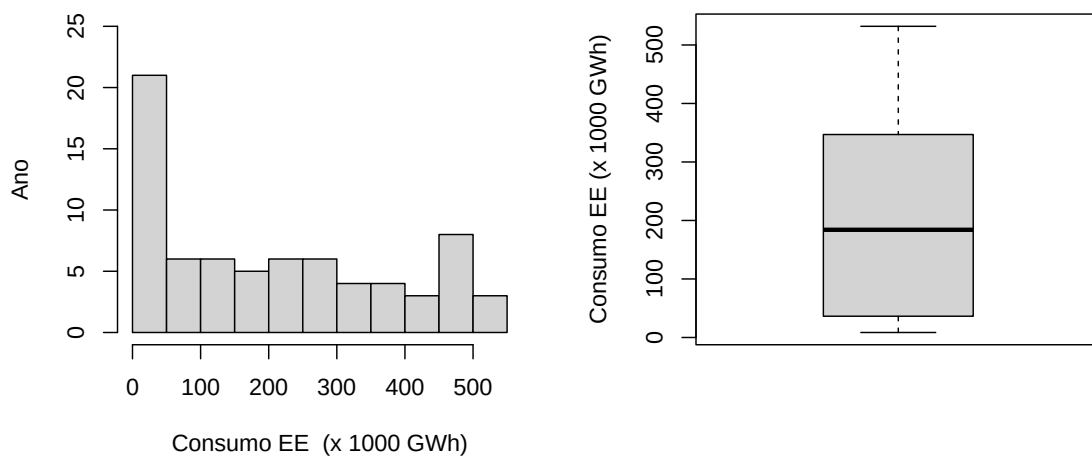


Figura 5.5: Histograma e *boxplot* - Caso 1 - Série em primeira diferença

Novamente, o próximo passo é verificar se existe a presença de quebra estrutural na série.

Assim, é testada a presença de quebra estrutural em alguns pontos possíveis candidatos, como no ano de 2013, no ponto 62 da série ($it=86$), e os resultados são mostrados na Tabela 26.

Tabela 26: Teste de Chow - Caso 1 - Série em primeira diferença

Estatística	Valor	p-valor
$f(efp)$	1,8679,	0,003724

Observando o p-valor mostrado na Tabela 26, há indícios suficientes para rejeitar a hipótese nula de que não há mudança estrutural na série. Desde modo, pode ser considerada a presença da quebra estrutural. Novamente, de acordo com o fluxograma da Figura 4.28, o passo seguinte é determinar se a quebra estrutural é permanente ou temporária. Ao observar a Figura 5.4, nota-se que a quebra estrutural é temporária. Diante disso, deve-se verificar se existe uma tendência na série, através de um teste de tendência, escolhido conforme necessidade ou preferência. Para ilustração deste estudo de caso, escolhe-se o teste de tendência de Wald-Wolfowitz. O resultado deste teste é apresentados na Tabela 27.

Tabela 27: Teste de tendência - Caso 1 - Série em primeira diferença

Teste	Estatística de teste	p-valor	Decisão (5%)
Wald-Wolfowitz	1,9333	0,053	Não rejeita H_0

O teste de Wald-Wolfowitz sugere que não há evidências suficientes para rejeitar a hipótese nula de ausência de tendência. Dessa forma, não será considerada a presença de tendência no modelo. Assim, a aplicação do teste ADF é recomendada para a série em primeira diferença, devido a presença, a característica e a posição da quebra estrutural nas séries em análise, seguindo o caminho mostrado na Figura 5.6.

Os resultados do teste ADF para a série em primeira diferença da Tabela 28 mostram que rejeita-se a hipótese de que a série possui raiz unitária e de que a tendência e a constante são nulas. Assim, existe indícios de que o modelo apresenta constante e tendência e não apresenta raiz unitária.

Tabela 28: Resultados do teste ADF - Caso 1 - Série em primeira diferença

Modelo	H_0	Valor Calculado	Valor Crítico (5%)
<i>trend</i>	$\rho = \beta_2 = 0$	9.7369	6.49
	$\rho = 0$	-4.4095	-3.45
	$\rho = \beta_1 = \beta_2 = 0$	6.5477	4.88

Para efeito de comparação, é aplicado o teste de Zivot-Andrews, que apresenta estatística de $(-4,5744)$, que é mais negativa do que o valor crítico de 5% $(-4,42)$, indicando que a série é estacionária e que se pode considerar a presença de uma quebra estrutural, concordando com o teste ADF. Com isso, observa-se que a estratégia se mostrou eficiente ao recomendar a utilização do teste ADF na série em primeira diferença na presença de quebra estrutural.

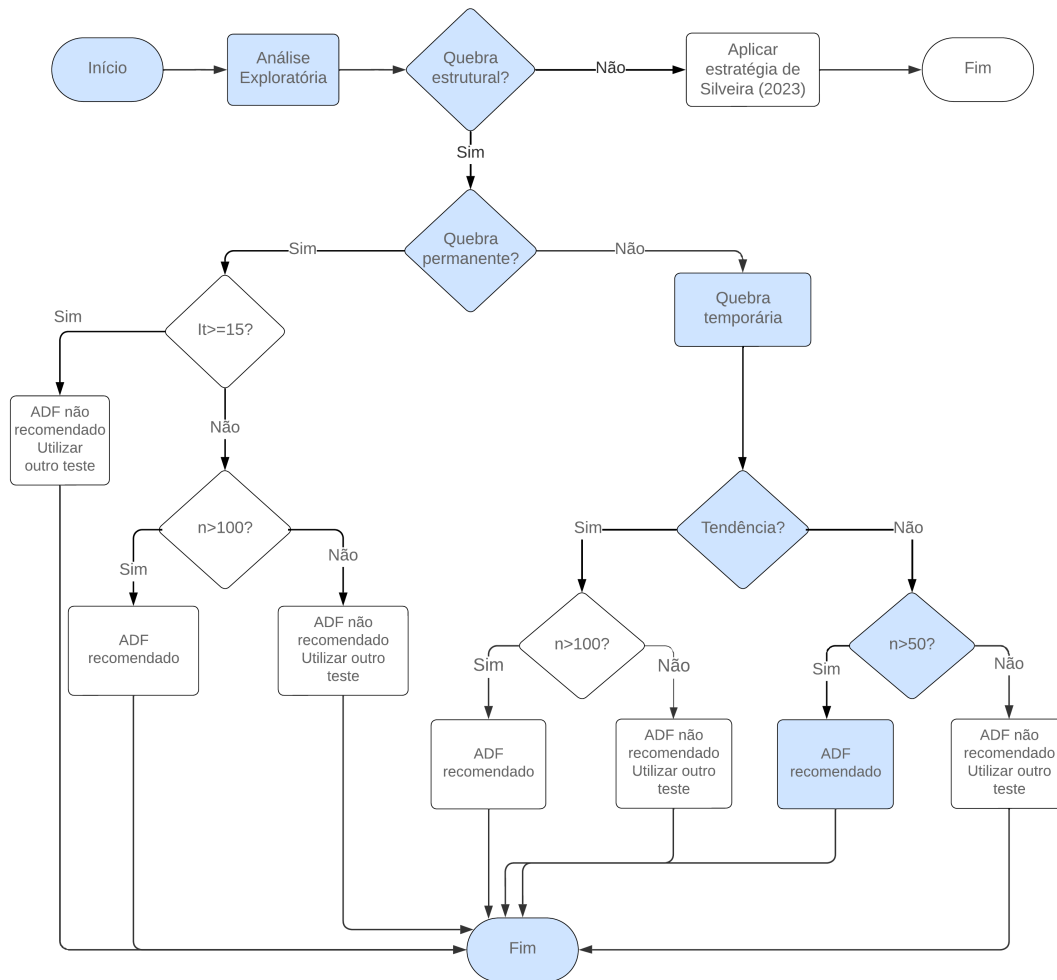


Figura 5.6: Aplicação da estratégia - Caso 1 - Série em primeira diferença

5.2 Caso 2 - Produção de eletricidade a partir de fontes de gás natural na América do Norte

A série temporal da produção de eletricidade a partir de fontes de gás natural (% do total) da América do Norte, disponibilizada pelo *World Bank Group*, cuja fonte é a *International Energy Agency*, IEA *Statistics* (2024), cobrindo o período de 1960 a 2015 e totalizando 56 observações anuais. A Figura 5.7 apresenta a distribuição dos dados ao longo do tempo.

Para a série em nível, o percentual da produção de eletricidade a partir de fontes de gás natural se encontra em torno de 15% ao longo do tempo. A série apresenta um sutil crescimento até 1970, depois decresce até 1988, e volta a crescer a partir de então, cabendo considerar que essas mudanças não se dão de maneira linear.

Conforme proposto na estratégia desenvolvida, parte-se de uma análise exploratória da série para obter uma visão geral dos padrões e comportamentos. Os resultados das medidas descritivas são mostrados na Tabela 29.

Percebe-se que os dados da série de produção de eletricidade a partir de fontes de gás natural variam entre 8,3% e 28,9%, concentrando-se em torno da média de 16,34%, com desvio padrão

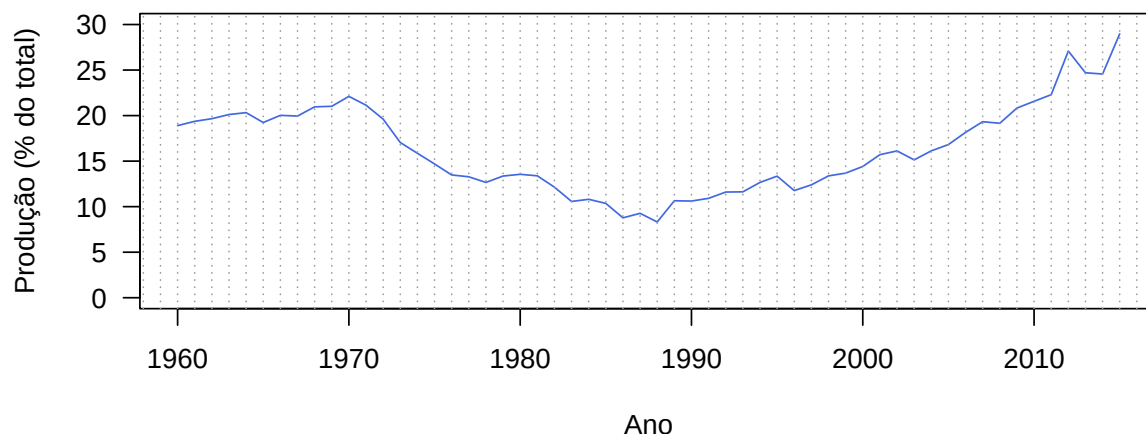


Figura 5.7: Produção de eletricidade a partir de fontes de gás natural (% do total) da América do Norte

Tabela 29: Resumo das medidas descritivas - Caso 2 - Série em nível

Medida	Resultado
Mínimo (%)	8,319
Quartil inferior (%)	12,594
Mediana (%)	15,785
Quartil superior (%)	19,969
Máximo (%)	28,972
Média aritmética (%)	16,314
Desvio Padrão (%)	4,836776
Coeficiente de variabilidade	0,2964774
Coeficiente de assimetria	0,4247886
Coeficiente de curtose	-0,5821581

de 4,83%, o que caracteriza uma dispersão não muito grande, confirmada por um coeficiente de variabilidade de 0,29. Os resultados do coeficiente de assimetria e do coeficiente de curtose indicam que a distribuição dos dados é ligeiramente assimétrica para a direita, com uma cauda mais longa na direção positiva. Além disso, a curtose negativa sugere que a distribuição possui caudas mais leves. Nota-se que os valores de média e mediana são próximos e a variância apresenta um valor maior do que a média. Esses comportamentos da distribuição são ainda confirmados pelos gráficos da Figura 5.8.

Na sequência, testa-se a existência de tendência na série com o auxílio do teste de tendência de Wald-Wolfowitz (Tabela 30). Percebe-se que o valor-p obtido indica que o teste utilizado para avaliar a presença de tendência em uma série temporal fornece evidências da presença de tendência.

Em seguida, é aplicado um teste para verificar a presença de quebra estrutural na série. Novamente, escolhe-se utilizar o teste Chow, com resultados apresentados na Tabela 31 e con-

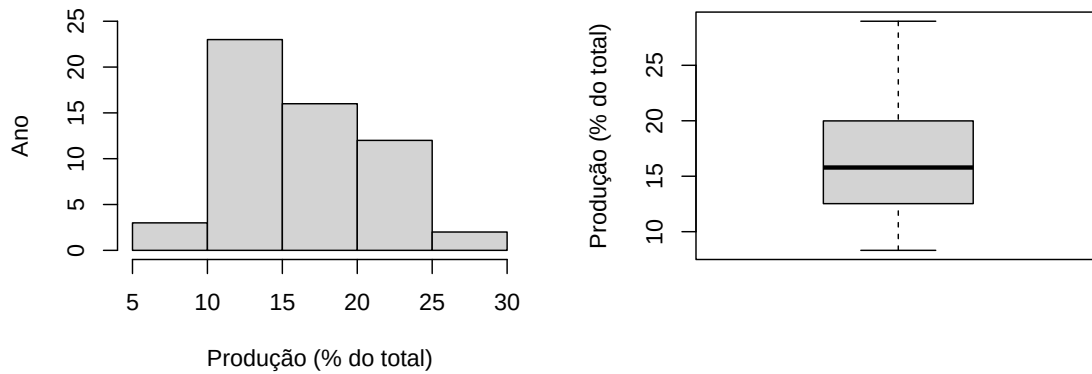


Figura 5.8: Histograma e *boxplot* - Caso 2 - série em nível

Tabela 30: Teste de tendência - Caso 2 - Série em nível			
Teste	Estatística de teste	p-valor	Decisão (5%)
Wald-Wolfowitz	7,1399	9,343e-13	Rejeita H_0

siderando uma quebra estrutural na posição 12 da série ($it=21$).

Tabela 31: Teste de Chow - Caso 2 - Série em nível		
Estatística	Valor	p-valor
f(efp)	2,9495	1,111 e-07

Como o p-valor é menor do que 0,05, não se pode rejeitar a hipótese de presença de quebra estrutural. Seguindo o fluxograma da Figura 4.28, o passo seguinte é determinar se a quebra estrutural é permanente ou temporária. Observando a Figura 5.7, nota-se que a quebra estrutural ocasiona uma mudança temporária. Neste caso, como a série tem comprimento inferior a 100, não recomenda-se a aplicação do teste ADF. Ainda assim, para efeito de comparação, o teste será aplicado. Os resultados são mostrados na Tabela 32.

Tabela 32: Resultados do teste ADF para a série em nível - Caso 2			
Modelo	H_0	Valor Calculado	Valor Crítico (5%)
<i>trend</i>	$\rho = \beta_2 = 0$	4,812	6,490
	$\rho = 0$	0,7076	-3,450
	$\rho = \beta_1 = \beta_2 = 0$	3,53	4,88
<i>drift</i>	$\rho = 0 = \beta_1 = 0$	0,5866	4,710
	$\rho = 0$	0,569	-2,890
<i>none</i>	$\rho = 0$	1,045	-1,950

Ao analisar a Tabela 32, no modelo *trend*, não é possível rejeitar a hipótese de que a tendência é nula. Deste modo, aplica-se o teste considerando somente a constante (modelo *drift*), e neste caso também não foi possível rejeitar a hipótese de que a constante é igual a zero. Assim, seguindo, aplica-se o teste no modelo sem constante e sem tendência (*none*), onde o

valor de 1,984 está fora da zona de rejeição (-1,950), considerando o nível de valor crítico a 5%, assim não foi possível rejeitar a hipótese nula do teste ADF, que assume a presença de raiz unitária na série.

Seguindo a estratégia proposta, aplica-se o teste de Zivot-Andrews. O resultado do teste (valor calculado de -1.882 e valor tabelado de -4,80) indica que não se pode rejeitar a hipótese nula da presença de raiz unitária e da existência de quebra estrutural. Dessa maneira, há indícios de que a série é não estacionária e há uma quebra estrutural significativa na posição 12 da série. Diante disso, os resultados do teste ADF estão de acordo com os do teste de Zivot-Andrews, neste caso, ambos os testes identificaram a presença de raiz unitária na série. Porém, no caso de presença de raiz unitária e quebra estrutural, o teste ADF pode ter identificado a raiz unitária ou mesmo ter apresentado este resultado devido a presença da quebra estrutural.

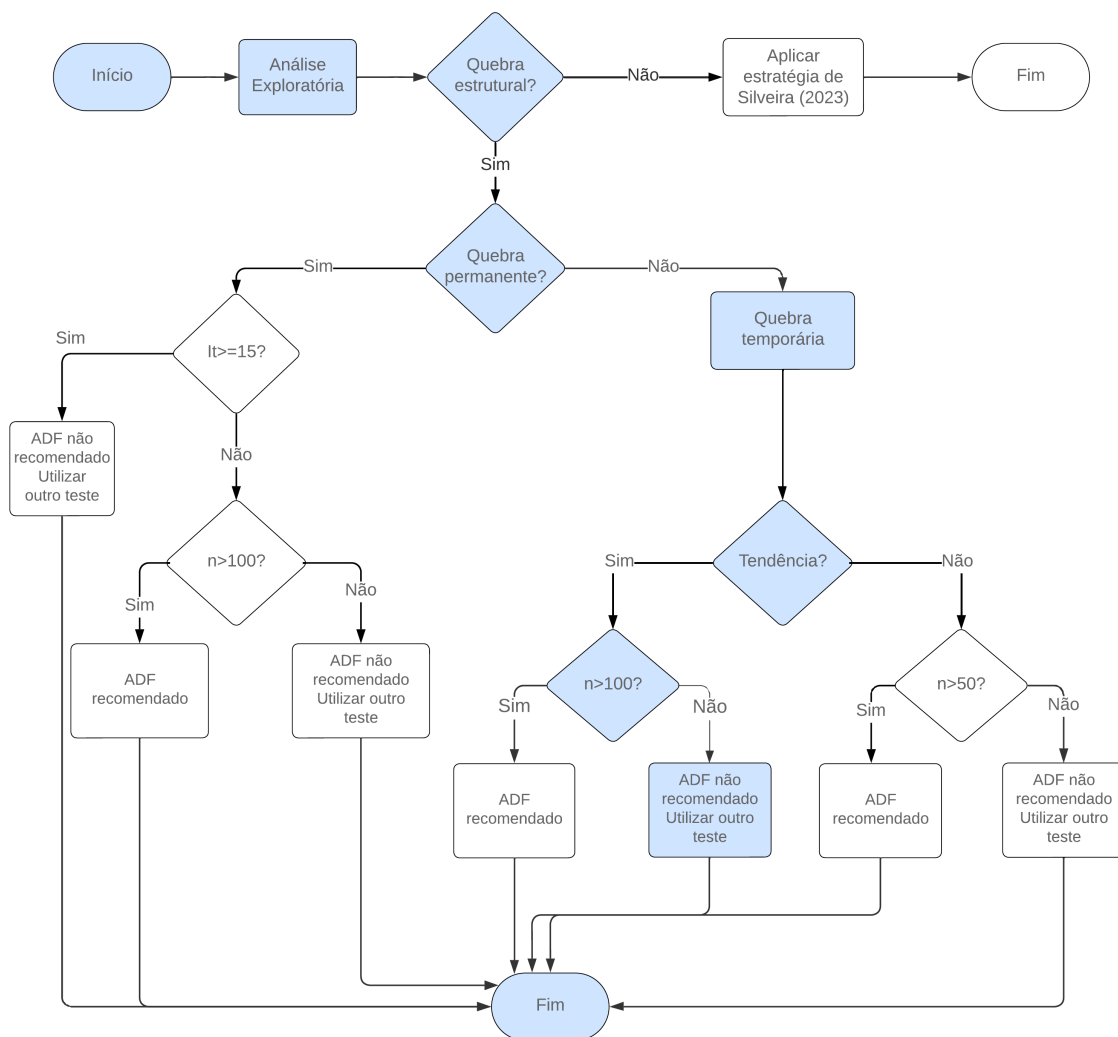


Figura 5.9: Aplicação da estratégia - Caso 2 - série em nível

Em sequência, a série temporal da produção de eletricidade a partir de fontes de gás natural (% do total) da América do Norte é diferenciada (Figura 5.10), sendo evidente que a maior variabilidade ocorre entre os anos de 2011 a 2015. A Tabela 33 mostra as medidas descritivas calculadas.

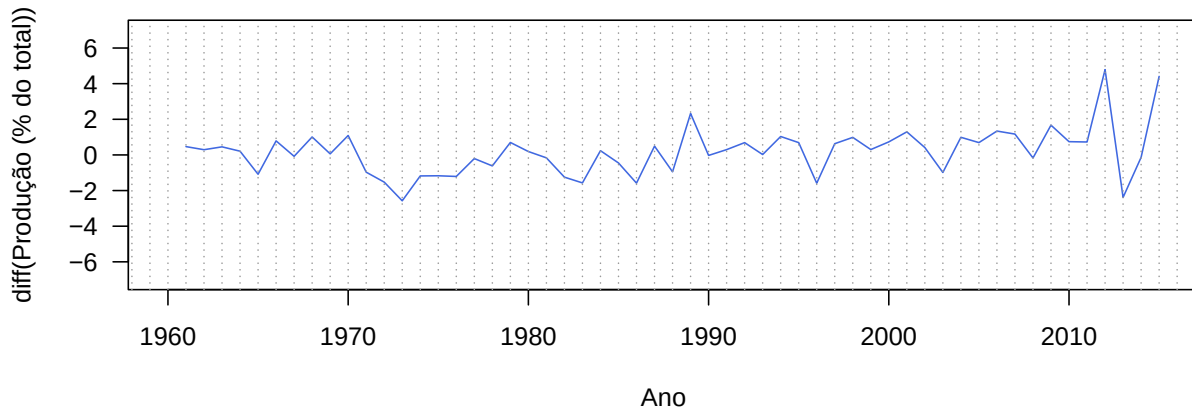


Figura 5.10: Produção de eletricidade a partir de fontes de gás natural (% do total) da América do Norte - Série em primeira diferença

Tabela 33: Resumo das medidas descritivas - Caso 2 - Série em primeira diferença

Medida	Resultado
Mínimo (%)	-2,5754
Quartil inferior (%)	-0,7817
Mediana (%)	0,2933
Quartil superior (%)	0,7381
Máximo (%)	4,7878
Média aritmética (%)	0,1831
Desvio Padrão (%)	1,341389
Coeficiente de variabilidade	7,3255
Coeficiente de assimetria	0,8805969
Coeficiente de curtose	2,411472

Embora a dispersão seja moderada, a distribuição tem um comportamento não perfeitamente normal, com uma leve assimetria e caudas mais pronunciadas. Esses comportamentos da distribuição são ainda confirmados pelos gráficos da Figura 5.11. Ainda, de acordo com a Tabela 33, a distribuição dos dados é levemente assimétrica para a direita, com uma leve tendência para valores positivos, como indicado pela média e mediana. Adicionalmente, a distribuição apresenta uma variação considerável (desvio padrão alto) e caudas mais pesadas, sugerindo que existem valores extremos mais frequentes do que em uma distribuição normal. Essas observações também podem ser compreendidas com a análise da Figura 5.11.

Na continuidade, testa-se a existência de tendência na série diferenciada com o auxílio do teste de tendência de Wald-Wolfowitz (Tabela 34). O teste de Wald-Wolfowitz sugere que não há evidências suficientes para rejeitar a hipótese nula de ausência de tendência. Dessa forma, não é considerada a presença de tendência no modelo.

Para a testagem de quebra estrutural com a utilização do teste de Chow, considerou-se uma quebra estrutural na posição 11 ($it=20$), com resultados de acordo com a Tabela 35. Como o

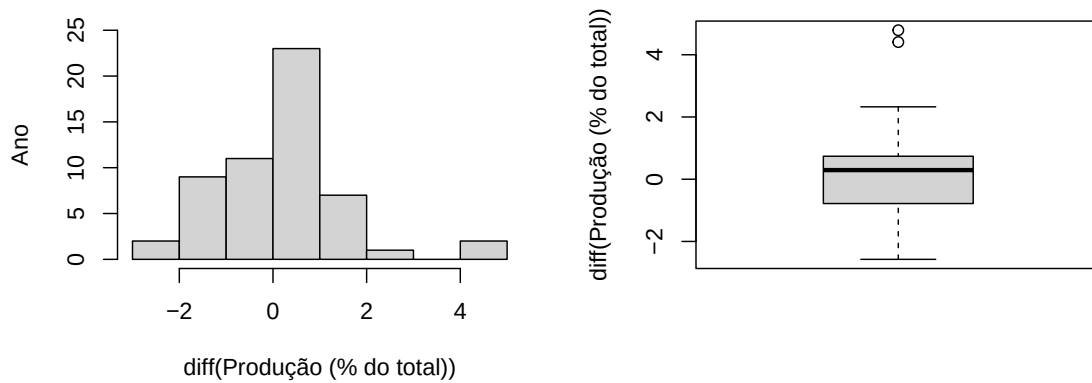


Figura 5.11: Histograma e *boxplot* - Caso 2 - Série em primeira diferença

Tabela 34: Teste de tendência - Caso 2 - Série em primeira diferença

Teste	Estatística de teste	p-valor	Decisão (5%)
Wald-Wolfowitz	0,5396	0,5895	Não rejeita H_0

p-valor é menor do que 0,05, não se pode rejeitar a hipótese de presença de quebra estrutural. Seguindo o fluxograma da Figura 4.28, o passo seguinte é determinar se a quebra estrutural é permanente ou temporária. Observando a Figura 5.10, nota-se que a quebra estrutural ocasiona uma mudança temporária. Assim, a aplicação do teste ADF é recomendada para a série em primeira diferença, devido a presença e a característica da quebra estrutural na série em análise, bem como o comprimento da série e presença de tendência, seguindo o caminho mostrado na Figura 5.12.

Tabela 35: Teste de Chow - Caso 2 - Série em primeira diferença

Estatística	Valor	p-valor
f(efp)	1,5937	0,01244

Tabela 36: Resultados do teste ADF - Caso 2 - Série em primeira diferença

Modelo	H_0	Valor Calculado	Valor Crítico (5%)
<i>trend</i>	$\rho = \beta_2 = 0$	15,148	6,49
	$\rho = 0$	-5,440	-3,45
	$\rho = \beta_1 = \beta_2 = 0$	10,154	4,88

Com isso, utiliza-se o teste ADF, como proposto (Tabela 36). Para a série em primeira diferença, rejeita-se a hipótese de raiz unitária, assim como a hipótese de que a tendência e a constante sejam nulas. Portanto, há indícios de que o modelo possui tanto constante quanto tendência, e não apresenta raiz unitária.

Novamente, e para análise comparatória, aplica-se o teste de Zivot-Andrews. Como resultado, tem-se a estatística de $(-7,6666)$, que é mais negativa do que o valor crítico de 5%

$(-4,8)$, indicando que a série é estacionária e que se pode considerar a presença de uma quebra estrutural, concordando com o teste ADF. Com isso, observa-se que a estratégia se mostrou eficiente, mais uma vez, ao recomendar a utilização do teste ADF na série em primeira diferença na presença de quebra estrutural.

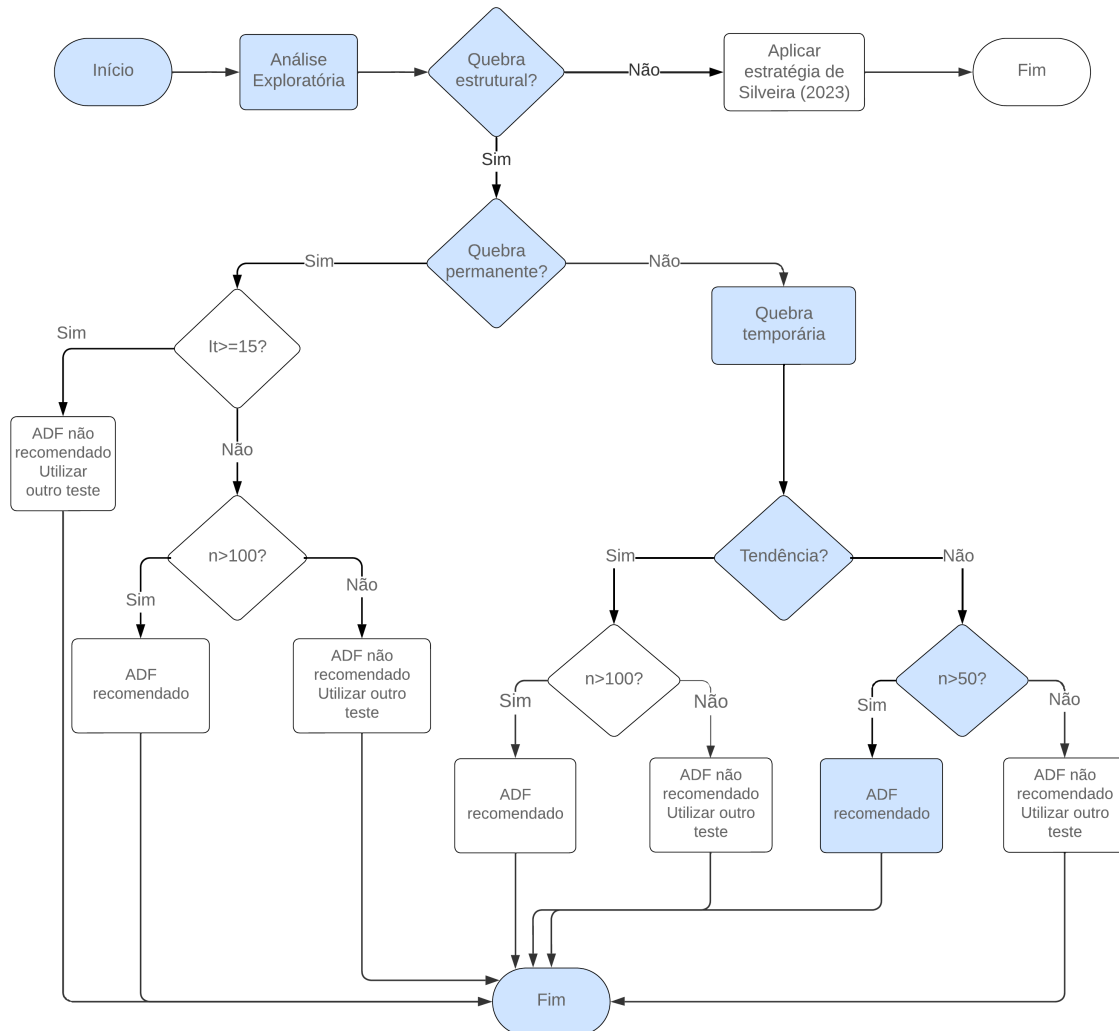


Figura 5.12: Aplicação da estratégia - Caso 2 - Série em primeira diferença

6 CONCLUSÕES

O estudo de séries temporais possibilita a identificação de padrões e tendências em dados ao longo de um certo tempo. Além disso, a tomada de decisões e a previsão de eventos futuros só é possível quando há um entendimento aprofundado sobre essas séries.

Ao longo do tempo, foram propostos testes para a análise de estacionariedade, dentre eles os testes de raiz unitária. Como exemplo dos testes mais tradicionais para avaliar a presença de raiz unitária, tem-se o teste de Dickey-Fuller aumentado, o teste de Phillips-Perron e o teste Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin.

Em muitos casos, as séries podem apresentar *outliers* ou sofrer quebras estruturais, sendo os tipos de ruptura mais conhecidos a mudança de nível (ou permanente) e a mudança temporária. Ao longo deste trabalho, foi abordado que ignorar quebras estruturais pode levar a modelos imprecisos, pois os parâmetros do modelo podem não refletir a realidade da série após o ponto de quebra. Assim, uma análise de séries temporais deve considerar a presença de quebra estrutural.

Ainda, o estudo sobre rupturas trouxe avanços significativos no campo das séries temporais, ao argumentar que as séries frequentemente apresentam quebra estrutural devido a eventos econômicos importantes e, se essas quebras não forem devidamente consideradas, podem levar a conclusões errôneas, evidenciando fragilidades nos testes de raiz unitária. Com isso, foi evidenciado na literatura que o teste ADF pode apresentar viés, favorecendo a não rejeição da hipótese nula de raiz unitária quando há quebra estrutural na série temporal.

Até o momento, no entanto, não estava claro como o poder do teste ADF é afetado pelo tipo e características de cada série temporal e pela quebra estrutural presente, o que dificultava a decisão sobre a utilização do teste ADF, fazendo-se necessário propor uma estratégia de utilização do referido teste.

Dessa forma, este trabalho teve como objetivo principal analisar a utilização do teste ADF e propor uma estratégia, considerando a presença de quebra estrutural em séries temporais sem sazonalidade. Os objetivos específicos incluíram realizar reflexões sobre os fundamentos teóricos que orientam métodos e técnicas na modelagem de séries temporais, além do estudo de estacionariedade na presença de quebras estruturais e da influência das quebras estruturais nos resultados do teste ADF, demonstrada por meio de simulações. Também objetivou-se analisar o desempenho do teste ADF em diferentes cenários através de simulações e aplicar a estratégia desenvolvida para avaliar o desempenho do teste em duas séries reais com quebra estrutural que possa influenciar a demanda por eletricidade.

A fim de atingir os objetivos desejados, foi realizada uma revisão de literatura onde foram abordados conceitos de estacionariedade e uma explicação sobre a definição e características do teste DF e ADF. Logo, foram abordados conceitos de *outliers* e quebras estruturais, seguidos da modelagem GLM e GAMLSS. Desenvolveu-se uma revisão sistemática com uma análise bibliométrica e uma metassíntese. A análise bibliométrica consistiu na escolha da base de dados *Web of Science* e *Scopus* com palavras chaves e combinações direcionadas ao objeto de

estudo deste trabalho. Além disso, alguns outros trabalhos encontrados através de pesquisas por termos e palavras-chave de interesse foram considerados, embora não tenham sido identificados pela bibliometria. Também foram incluídos artigos recentes sobre o tema de pesquisa deste estudo.

De posse de um considerável aparato de embasamento teórico, elaborou-se o modelo, o qual contou com seis principais equações, sendo três equações referentes às séries temporais sem constante e sem tendência, com constante e sem tendência e com constante e com tendência para cada tipo de quebra estrutural (permanente e temporária). A metodologia consistiu nas considerações para simulações preliminares e na abordagem metodológica para os experimentos complementares, levando em conta o modelo desenvolvido.

As simulações preliminares contaram com a imputação de quebra estrutural do tipo mudança de nível em séries estacionárias sem termos determinísticos em cinco diferentes quantis e com nove diferentes valores de amplitude de quebra. Assim analisou-se a frequência de rejeição de H_0 em um total de 1000 replicações de séries com o comprimento $n=100$.

Como resultados preliminares, de maneira geral, observou-se que nas séries estacionárias a frequência de rejeição da hipótese nula diminui quando a quebra estrutural ocorre nas posições iniciais das séries. À medida que a quebra se aproxima do final da série, seu efeito sobre o desempenho do teste é menor. Além disso, essa frequência também diminui conforme a amplitude da quebra aumenta. Foi observado ainda que, sem a presença de quebra, o teste ADF foi extremamente eficaz, rejeitando a hipótese nula em 998 das 1000 séries. De fato, as simulações preliminares realizadas confirmaram que fatores como a posição de imputação e amplitude inicial da quebra, estão relacionados com os resultados do teste ADF, ratificando a importância do desenvolvimento deste trabalho. Dessa forma, foram realizadas simulações complementares.

Partindo-se de um AR(1), foram estudadas séries estacionárias e não estacionárias nas simulações complementares, sendo os modelos de série sem constante e sem tendência, com constante e sem tendência e com constante e com tendência. Definiu-se a imputação de quebra estrutural do tipo mudança de nível e mudança temporária com amplitudes $\omega=0$, $\omega=1$, $\omega=2$ e $\omega=4$. Para o comprimento das séries (n), foram testados valores de 25, 50 e 100 observações, tendo as quebras sido imputadas em três diferentes posições das séries: quantis 0,15; 0,50 e 0,85. Foram definidos, então, quatro cenários principais posteriormente, na apresentação dos resultados finais.

Após análise dos quatro cenários das simulações complementares, constatou-se que, em séries estacionárias, o impacto de n é positivo, embora possa ser reduzido na ausência de termos determinísticos, especialmente em caso de uma quebra estrutural temporária. A intensidade da quebra tende a aumentar a proporção quando ocorre no início da série, mas essa proporção diminui quando ocorre juntamente com um aumento de n . Em contraste, em séries não estacionárias, o efeito positivo de n na média é reduzido se a série não possui constante nem tendência, e modelos sem constante e tendência tendem a ter os piores resultados. Quando a quebra é permanente e há raiz unitária, o aumento de ω tem um efeito positivo sobre a média,

mas esse efeito é atenuado se a quebra ocorre no final da série.

Assim, chegou-se a uma proposta de estratégia em que foi sugerida a utilização, ou não, do teste ADF, de acordo com as características da série. Em seguida, os estudos de caso utilizaram a estratégia proposta para indicar ou não a aplicação do teste ADF, apontando adequadamente as situações em que o referido teste pôde ser utilizado.

A análise deste trabalho está expandindo o entendimento de como o desempenho do teste ADF é afetado por quebras estruturais. Isso se apresenta como uma adição valiosa à literatura existente, oferecendo novos *insights* sobre como a intensidade da quebra, quando combinada com outras variáveis (n , it e o tipo de modelo), podem modificar o comportamento dos testes. A análise das interações entre ω , n e it , que este trabalho considera, vai além do escopo dos estudos já desenvolvidos sobre quebras estruturais em séries temporais.

Como trabalho futuro, sugere-se estudar séries com mais de uma quebra estrutural e investigar com profundidade o comportamento de quebras estruturais em séries temporais sazonais. Ainda, indica-se analisar como os testes de raiz unitária se comportam em séries sazonais na presença de raiz unitária, principalmente o teste ADF. Dessa forma, estudos futuros serão complementares ao presente trabalho, fornecendo uma análise mais detalhada sobre a interação entre sazonalidade, quebras estruturais e o teste ADF.

REFERÊNCIAS

- AHMED, Sayed Farrukh; MOHSIN, A. K. M; HOSSAIN, Syed Far Abid. *Relationship between FDI inflows and export performance: an empirical investigation by considering structural breaks*. **Economies**, v. 11, n. 3, p. 73, 2023.
- AYDIN, Mucahit; PATA, Ugur Korkut. *Are shocks to disaggregated renewable energy consumption permanent or temporary for the USA? Wavelet based unit root test with smooth structural shifts*. **Energy**, v. 207, p. 118245, 2020.
- BAI, Jushan. *Least squares estimation of a shift in linear processes*. **Journal of Time Series Analysis**, v. 15, n. 5, p. 453-472, 1994.
- BAI, Jushan; PERRON, Pierre. *Estimating and testing linear models with multiple structural changes*. **Econometrica**, p. 47-78, 1998.
- BECKER, Ralf; ENDERS, Walter; HURN, Stan. *A general test for time dependence in parameters*. **Journal of Applied Econometrics**, v. 19, n. 7, p. 899-906, 2004.
- BECKER, Ralf; ENDERS, Walter; LEE, Junsoo. *A stationarity test in the presence of an unknown number of smooth breaks*. **Journal of Time Series Analysis**, v. 27, n. 3, p. 381-409, 2006.
- BEGIAZI, Kyriaki; KATSIAMPA, Paraskevi. *Modelling UK house prices with structural breaks and conditional variance analysis*. **The Journal of Real Estate Finance and Economics**, v. 58, n. 2, p. 290-309, 2019.
- BEN-DAVID, Dan; LUMSDAINE, Robin L.; PAPELL, David H. *Unit roots, postwar slowdowns and long-run growth: evidence from two structural breaks*. **Empirical Economics**, v. 28, n. 2, p. 303-319, 2003.
- BOROZAN, Djula. *Testing for convergence in electricity consumption across Croatian regions at the consumer's sectoral level*. **Energy Policy**, v. 102, p. 145-153, 2017.
- BOX, George; TIAO, George C. *Intervention analysis with applications to economic and environmental problems*. **Journal of the American Statistical association**, v. 70, n. 349, p. 70-79, 1975.
- BUENO, Rodrigo L.S. **Econometria de séries temporais**. São Paulo: Editora Cengage Learning, 2011.
- BULLOCK, Eric L.; WOODCOCK, Curtis E.; HOLDEN, Christopher E. *Improved change monitoring using an ensemble of time series algorithms*. **Remote Sensing of Environment**, v. 238, p. 111165, 2020.

- BUUREN, Stef V. *Worm plot to diagnose fit in quantile regression*. **Statistical Modelling**, v.7.4, p.363-376, 2007.
- CANÊDO-PINHEIRO, Maurício. *Modelo de cagan e quebras estruturais: evidências para o brasil (1970-94)*. **Economia Aplicada**, v. 15, p. 151-176, 2011.
- CARRION-I-SILVESTRE, Josep Lluís; KIM, Dukpa.; PERRON, Pierre. *Gls-based unit root tests with multiple structural breaks under both the null and the alternative hypotheses*. **Econometric Theory**, v. 25, n. 6, p. 1754-1792, 2009.
- CARRION-I-SILVESTRE, Josep Lluís; GADEA, María Dolores. *Bounds, breaks and unit root tests*. **Journal of Time Series Analysis**, v. 37, n. 2, p. 165-181, 2016.
- ÇETIN, M., SAYAGIN, S., e DEMIR, H. *The impact of agricultural sector on environmental pollution: a cointegration and causality analysis for Turkish economy*. **Journal of Tekirdag Agricultural Faculty**, v. 17, n. 3, p. 329-345, 2020.
- CETIN, Murat; ECEVIT, Eyyup; YUCEL, Ali Gokhan. *The impact of economic growth, energy consumption, trade openness, and financial development on carbon emissions: empirical evidence from Turkey*. **Environmental Science and Pollution Research**, v. 25, n. 36, p. 36589-36603, 2018.
- CHEN, Chung; LIU, Lon-Mu. *Forecasting time series with outliers*. **Journal of forecasting**, v. 12, n. 1, p. 13-35, 1993.
- CHRISTOPOULOS, Dimitris; LEÓN-LEDESMA, Miguel. *Smooth breaks and non-linear mean reversion: Post-Bretton Woods real exchange rates*. **Journal of International Money and Finance**, v. 29, n. 6, p. 1076-1093, 2010.
- CHOI, In. **Almost all about unit roots: Foundations, developments, and applications**. Seul: Cambridge University Press, 2015.
- CHOW, Gregory C. *Tests of equality between sets of coefficients in two linear regressions*. **Econometrica: Journal of the Econometric Society**, p. 591-605, 1960.
- CLEMENTE, Jesus; MONTAÑÉS, Antonio; REYES, Marcelo. *Testing for a unit root in variables with a double change in the mean*. **Economics letters**, v. 59, n. 2, p. 175-182, 1998.
- COX, David R.; STUART, Alan. *Some quick sign tests for trend in location and dispersion*. **Biometrika**, v. 42, n. 1/2, p. 80-95, 1955.
- DA SILVA, Ana Cláudia A.; CARVALHO, Patrícia S.; ARAGÓN, Edilean B. *Quebras estruturais e estacionariedade da razão consumo-renda: novas evidências para América Latina e Estados Unidos*. **Análise Econômica**, v. 33, n. 64, 2015.

- DEMIR, Ender; GOZGOR, Giray. *Are shocks to renewable energy consumption permanent or temporary? Evidence from 54 developing and developed countries*. **Environmental Science and Pollution Research**, v. 25, n. 4, p. 3785-3792, 2018.
- DIAS, Joilson; DE CASTRO JR, Vicente Junqueira. *Análise de quebra estrutural na formação bruta de capital fixo do Brasil*. **Revista de Economia**, v. 29, p.255-274, 2003.
- DICKEY, David A.; FULLER, Wayne A. *Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root*. **Journal of the American statistical association**, v. 74, n. 366a, p. 427-431, 1979.
- DJABALLAH, Mustapha. *The Nexus of Monetary Policy Tools and Inflation in Algeria: Whether Structural Break or Unit Root?* **Studies of Applied Economics**, v. 40, n. 3, 2022.
- DOS SANTOS, Bruno. *Caracterização de Diagramas de Consume Doméstico de Eletricidade na Perspetiva da Comercialização*. 2016. Dissertação de Mestrado. Universidade do Porto, 2016.
- EPE. Balanço Energético Nacional 2020: Ano base 2019 / Empresa de Pesquisa Energética. – Rio de Janeiro, 2020. Disponível em <http://www.epe.gov.br/default.aspx>. **Acesso em: 20 out. 2020**
- EWING, Bradley T.; MALIK, Farooq; ANJUM, Hassan. *Forecasting value-at-risk in oil prices in the presence of volatility shifts*. **Review of Financial Economics**, v. 37, n. 3, p. 341-350, 2019.
- FROST, Jim. *Regression Analysis: An Intuitive Guide for Using and Interpreting Linear Models*. **Jim Frost Analytics**, 2019.
- FURUOKA, Fumitaka. *A new test for analysing hysteresis in European unemployment*. **Applied Economics Letters**, v. 24, n. 15, p. 1102-1106, 2017.
- GALEANO, Pedro; PEÑA, Daniel. **Finding outliers in linear and nonlinear time series. Robustness and Complex Data Structures**. Berlin: Editora Springer, 2013.
- GHOSH, Sudeshna. *Environmental pollution, income inequality, and household energy consumption: evidence from the United Kingdom*. **Journal of International Commerce, Economics and Policy**, v. 10, n. 02, 2019.
- GUJARATI, D. N.; PORTER, D. C., **Econometria Básica**. Porto Alegre: Editora AMGH, 2011.
- GURIS, Burak. **A new nonlinear unit root test with Fourier function**. Communications in Statistics-Simulation and Computation, v. 48, n. 10, p. 3056-3062, 2019.

- HANSEN, Bruce. *Tests for parameter instability in regressions with $I(1)$ processes*. **Journal of Business and Economic Statistics**, v. 20, n. 1, p. 45-59, 2002.
- HANSEN, Bruce. *The new econometrics of structural change: dating breaks in US labour productivity*. **Journal of Economic perspectives**, v. 15, n. 4, p. 117-128, 2001.
- HEPSAG, Aycan. *A unit root test based on smooth transitions and nonlinear adjustment*. **Communications in Statistics-Simulation and Computation**, v. 50, n. 3, p. 625-632, 2019.
- HYNDMAN, Rob J. **Detecting time series outliers**. 2021.. Disponível em: <https://robjhyndman.com/hyndsight/tsoutliers/>. Acesso em: 23 nov. 2024.
- HYNDMAN, Rob J.; ATHANASOPOULOS, George. **Forecasting: principles and practice**. OTexts, 2018.
- INTERNATIONAL ENERGY AGENCY (IEA). **IEA Statistics. OECD/IEA, 2014**. Disponível em: <http://iea.org/data-and-statistics>. Acesso em: 11 nov. 2024.
- JORGENSEN, Bent. *Generalized linear models*. **Encyclopedia of environmetrics**, p. 1152-1159, 2013.
- KAISER, Regina; MARAVALL Agustín. *Seasonal outliers in time series*. **Documentos de trabajo/Banco de España**, 1999.
- KARASOY, Alper; AKÇAY, Selçuk. *Effects of renewable energy consumption and trade on environmental pollution: The Turkish case*. **Management of Environmental Quality: An International Journal**, 2019.
- KASMAN, Adnan; KASMAN, Saadet. *Convergence of renewable energy consumption in the EU-15: evidence from stochastic and club convergence tests*. **Environmental Science and Pollution Research**, v. 27, n. 6, p. 5901-5911, 2020.
- KIRAN BAYGIN, Burcu; ÇIL, Nilgün. *Persistence of shocks on non-renewable and renewable energy consumption: evidence from 15 leading countries with Fourier unit root test*. **Environment, Development and Sustainability**, v. 26, n. 3, p. 5915-5934, 2024.
- KWIATKOWSKI, Denis; PHILLIPS, Peter; SCHMIDT, Peter; SHIN, Yongcheol. *Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root: How sure are we that economic time series have a unit root?*. **Journal of econometrics**, v. 54, n. 1-3, p. 159-178, 1992.
- LEE, Junsoo; STRAZICICH, Mark. *Minimum LM unit root test with one structural break*. **Manuscript, Department of Economics, Appalachian State University**, v. 33, n. 4, p. 2483-2492, 2004.

- LEE, Junsoo; STRAZICICH, Mark; MENG, Ming. *Two-step LM unit root tests with trend-breaks*. **Journal of Statistical and Econometric Methods**, v. 1, n. 2, p. 81-107, 2012.
- LIMA, Robson Oliveira; DE OLIVEIRA, Jailson Conceição Teixeira; DA SILVA, Murilo Massaru. *Detectando quebra na longa memória: um caso do desemprego brasileiro*. **Economia Aplicada**, v. 19, n. 4, p. 611, 2015.
- MAKI, Daiki. *Tests for cointegration allowing for an unknown number of breaks*. **Economic Modelling**, v. 29, n. 5, p. 2011-2015, 2012.
- MARGARIDO, Mario A. *Aplicação de testes de raiz unitária com quebra estrutural em séries econômicas no Brasil na década de 90*. **Informações Econômicas do Governo do Estado de São Paulo - Instituto de Economia Agrícola**, v. 31, n. 4, p. 7-22, 2001.
- MARLETTA, Andrea; SCIANDRA, Mariangela. *GAMLSS for high-variability data: an application to liver fibrosis case*. **The International Journal of Biostatistics** v.16, n.2, 2020.
- MATARISE, Florance; DHLIWAYO, Lawrence; NDUNA, Immaculate; MAPOSA, Innocent; SIZIBA, Lillian. *Detecting Level Shifts, Temporary Changes and Innovational Outliers in Intervention Analysis*. **International Journal of Statistics and Systems**, v. 7, n. 3, p. 241-254, 2012.
- MCCULLAGH, Peter. **Generalized Linear Models**. 2 ed. Nova Iorque: Editora Routledge, 1989.
- MCLEOD, Ian. *Kendall: Kendall Rank Correlation and Mann-Kendall Trend Test*. Versão 2.2.1. 2022.
- MILLS, Terence C. **Time Series Techniques for Economists** Nova Iorque: Editora Cambridge University Press, 1990.
- MONTGOMERY, Douglas C. **Design and Analysis of Experiments**. Nova Iorque: Editora John Wiley & Sons, 2008.
- NARAYAN, Paresh Kumar; POPP, Stephan. *A new unit root test with two structural breaks in level and slope at unknown time*. **Journal of Applied Statistics**, v. 37, n. 9, p. 1425-1438, 2010.
- NARAYAN, Paresh Kumar; POPP, Stephan. *Size and power properties of structural break unit root tests*. **Applied Economics**, v. 45, n. 6, p. 721-728, 2013.
- NELDER, John Ashworth; WEDDERBURN, Robert. *Generalized linear models*. **Journal of the Royal Statistical Society Series A: Statistics in Society**, v. 135, n. 3, p. 370-384, 1972.

- NG, Serena; PERRON, Pierre. *Lag length selection and the construction of unit root tests with good size and power*. **Econometrica**, v. 69, n. 6, p. 1519-1554, 2001.
- OJEDE, Andrew; LAM, Eddery; OKOT, Nicholas. *Identifying macro-determinants of remittance flows to a developing country: The case of Uganda*. **The Journal of International Trade and Economic Development**, v. 28, n. 4, p. 429-451, 2019.
- OMOJU, Oluwasola E; LI, Jinkai; ZHANG, Jin; RAUF, Abdul; SOSOO, Victor Edem. *Implications of shocks in energy consumption for energy policy in sub-Saharan Africa*. **Energy and Environment**, v. 31, n. 6, p. 1077-1097, 2020.
- OSABUOHIE-IRABOR, Osarumwense. *Unit root tests in the presence of structural breaks: Evidence from African stock markets*. **Economic Journal of Emerging Markets**, v. 12, n. 2, p. 119-137, 2021.
- OSMAN, Mohamed; HOQUE, Ariful; GACHINO, Geoffrey. *Structural breaks and energy consumption in the Gulf Cooperation Council Countries: Are random shocks transitory or permanent?*. **Australian Economic Papers**, v. 57, n. 4, p. 446-455, 2018.
- PERRON, Pierre. *The great crash, the oil price shock, and the unit root hypothesis*. **Econometrica: journal of the Econometric Society**, p. 1361-1401, 1989.
- PFAFF, Bernhard. *Analysis of Integrated and Cointegrated Time Series with R*. 2.ed. **Nova Iorque: Editora Springer Science e Business Media**, 2008.
- PHILLIPS, Peter CB; PERRON, Pierre. *Testing for a unit root in time series regression*. **Biometrika**, v. 75, n. 2, p. 335-346, 1988.
- PINZÓN, Kathia. *Dynamics between energy consumption and economic growth in Ecuador: A granger causality analysis*. **Economic Analysis and Policy**, v. 57, p. 88-101, 2018.
- QUANDT, Richard E. *Tests of the hypothesis that a linear regression system obeys two separate regimes*. **Journal of the American statistical Association**, v. 55, n. 290, p. 324-330, 1960.
- RAMIRES, Thiago G; NAKAMURA, Luiz R; RIGHETTO, Ana J.; PESCI, Rodrigo R.; MAZUCHELI, Josmar; RIGBY, Robert A.; STASINOPOULOS, Dimitrios M. *Validation of stepwise-based procedure in GAMLSS*. **Journal of Data Science**, v. 19, n. 1, p. 96-110, 2021.
- R Core Team *R: a language and environment for statistical computing*, 2023.
- RIGBY, Robert A., STASINOPOULOS, Mikis D.; HELLER, Gillian Z.; BASTIANI, Fernanda de. **Distributions for modeling location, scale, and shape: Using GAMLSS in R**. Boca Raton: Editora Chapman e CRC, 2019.

- RIGBY, Robert A; STASINOPOULOS, Mikis D. *Generalized additive models for location, scale and shape*. **Journal of the Royal Statistical Society Series C: Applied Statistics** v. 54.3, p. 507-554, 2005.
- SAID, Said E.; DICKEY, David A., *Testing for unit roots in autoregressive-moving average models of unknown order*. **Biometrika**, v. 71, n. 3, p. 599-607, 1984.
- SAMU, Remember; BEKUN, Festus Victor; FAHRIOGLU, Murat. *Electricity consumption and economic growth nexus in Zimbabwe revisited: fresh evidence from Maki cointegration*. **International Journal of Green Energy**, v. 16, n. 7, p. 540-550, 2019.
- SHIKIDA, Cláudio; PAIVA, Guilherme Leite; JUNIOR, Ari Francisco Araújo. *Análise de quebras estruturais na série do preço do boi gordo no Estado de São Paulo*. **Economia Aplicada**, v. 20, n. 2, p. 265, 2016.
- SILVEIRA, Anderson. G., AMARAL, Mariane. C.; DE MATTOS, Viviane L.D. *Relação de longo prazo entre a renda média domiciliar da população e a demanda residencial por energia elétrica*. **Revista Mundi Engenharia, Tecnologia e Gestão**, 2019.
- SILVEIRA, Anderson G. **Estudo da Demanda de energia elétrica no Brasil**. 2017. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande.
- SILVEIRA, Anderson Garcia. **Estratégia para a definição do número de defasagens na aplicação do Teste ADF** 2023. Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio Grande.
- SIQUEIRA, Marcelo L.; CORDEIRO JR, Herbertes H.; CASTELAR, Ivan. A demanda por energia elétrica no nordeste brasileiro após o racionamento de 2001-2002: previsões de longo prazo. *Pesquisa e planejamento econômico*, v. 36, n. 1, p. 137-178, 2006.
- SCHMIDT, C. A. J.; LIMA, M. A. *A demanda por energia elétrica no Brasil*. **Revista Brasileira de Economia**, v.58, n.1, p.67-98, 2004.
- SCHWARZ, Gideon. *Estimating the dimension of a model*. **The annals of statistics**, p. 461-464, 1978.
- SCHWERT, G. William. *Tests for Unit Roots: A Monte Carlo Investigation*. **Journal of Business & Economic Statistics**, 7, no. 2, 1989.
- STASINOPOULOS, Mikis; RIGBY, Robert; VOUDOURIS, Vlasios; AKANTZILIOTOU, Calliope; ENEA, Marco; KIOSE, Daniil; ZEILEIS, Achim. *gamlss: Generalized Additive Models for Location Scale and Shape*. Disponível em: <https://CRAN.R-project.org/package=gamlss>. **Acesso em: 23 nov. 2024**.
- TRÍVEZ, F. Javier. *Level shifts, temporary changes and forecasting*. **Journal of Forecasting**, v. 14, n. 6, p. 543-550, 1995.

- TSAY, Ruey S. *Outliers, level shifts, and variance changes in time series*. **Journal of forecasting**, v. 7, n. 1, p. 1-20, 1988.
- VIANA, Gustav.; SILVA, Alexandre Lima Marques. *Um modelo para projeções para demanda por energia elétrica, 2009-2017 para o setor residencial no Brasil*. **Revista Brasileira de Energia**, v. 20, n. 1, p. 10, 2014.
- YAN, Hong. *Understanding Cryptocurrency Market Dynamics: An Efficiency Perspective*. **Social Science Research Network**, 2024.
- YILANCI, Veli; GORUS, Muhammed Sehid. *Considering nonlinearity and structural changes in the convergence of clean energy consumption: the case of OECD countries*. **Management of Environmental Quality: An International Journal**, 2020.
- WALD, Abraham; WOLFOWITZ, Jacob. *On a test whether two samples are from the same population*. **The Annals of Mathematical Statistics**, v. 11, n. 2, p. 147-162, 1940.
- ZEILEIS, Achim; SHAH, Ajay; PATNAIK, Ila. Testing, monitoring, and dating structural changes in exchange rate regimes. **Computational Statistics and Data Analysis**, v. 54, n. 6, p. 1696-1706, 2010.
- ZIVOT, Eric; ANDREWS, Donald. *Further evidence on the great crash, the oil-price shock, and the unit-root*. **Journal of Business and Economic Statistics** 10(3), 251–270, 1992.
- WORLD BANK GROUP. Electricity production from natural gas sources (% of total). Disponível em: <https://data.worldbank.org/indicator/EG.ELC.NGAS.ZS>. **Acesso em: 11 nov. 2024**.