

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE - FURG
INSTITUTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E FÍSICA
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas

**ANÁLISE DE ERROS: ESTRATÉGIA PARA MAPEAR CONHECIMENTOS DE
ESTUDANTES DO 7º ANO SOBRE FRAÇÕES**

ALESSANDRA NATÁLIA DOS PASSOS

SANTO ANTÔNIO DA PATRULHA
2024

ALESSANDRA NATÁLIA DOS PASSOS

**ANÁLISE DE ERROS: ESTRATÉGIA PARA MAPEAR CONHECIMENTOS DE
ESTUDANTES DO 7º ANO SOBRE FRAÇÕES**

Trabalho de Conclusão de Mestrado apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, da Universidade Federal do Rio Grande - FURG, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Ensino de Ciências Exatas.

Orientadora: Profa. Dr^a Patrícia Ignácio.

SANTO ANTÔNIO DA PATRULHA

2024

Ficha Catalográfica

P289a Passos, Alessandra Natália dos.

Análise de erros: estratégia para mapear conhecimentos de
estudantes do 7º ano sobre frações / Alessandra Natália dos
Passos. – 2024.

106 f.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande –
FURG, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas,
Santo Antônio da Patrulha/RS, 2024.

Orientadora: Dra. Patrícia Ignácio.

1. Análise de erros 2. Avaliação diagnóstica 3. Conhecimentos
prévios 4. Frações I. Ignácio, Patrícia II. Título.

CDU 51:37

Catálogo na Fonte: Bibliotecário José Paulo dos Santos CRB 10/2344

ALESSANDRA NATÁLIA DOS PASSOS

**ANÁLISE DE ERROS: ESTRATÉGIA PARA MAPEAR CONHECIMENTOS DE
ESTUDANTES DO 7º ANO SOBRE FRAÇÕES**

Trabalho de Conclusão de Mestrado apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, da Universidade Federal do Rio Grande - FURG, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Ensino de Ciências Exatas.

Aprovado em: 04/10/2024.

BANCA EXAMINADORA

Professora Dra. Patrícia Ignácio (Orientadora)
Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN

Professor Dr. João Alberto da Silva
Universidade Federal de Rio Grande – FURG

Professora Dra. Carmen Vieira Mathias
Universidade Federal de Santa Maria – UFSM

Professora Dra. Josaine de Moura
Colégio Militar de Porto Alegre

SANTO ANTÔNIO DA PATRULHA

2024

Dedico este trabalho às pessoas que conviveram e compartilharam essa experiência comigo nos últimos anos; A mim mesma, por todo esforço que fiz para concluí-lo; E, em especial, à Cecília, minha filha que está chegando e a quem quero dedicar-me agora.

Toda melhora passa pela mudança e nem sempre se consegue isso sem falhas nem equívocos (Torre, p. 77, 2007).

AGRADECIMENTOS

Agradeço,

Aos meus professores da Educação Básica, que despertaram minha vontade de aprender e ensinar.

À minha família, por ter acompanhado e acreditado nesse sonho de entrar no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas (PPGECE) do Câmpus de Santo Antônio da Patrulha.

Aos meus amigos, que me incentivaram e me deram forças (e até mesmo uma xícara de café) para que eu não desistisse ao longo dessa jornada.

A minha orientadora, Prof.^a Dra. Patrícia Ignácio, que acreditou no meu trabalho e me guiou de forma incansável até o final deste estudo.

Aos meus avaliadores, Dra. Carmen Vieira Mathias, Dr. João Alberto da Silva e Dra. Josaine de Moura, por terem aceitado participar da banca examinadora e pelas inestimáveis contribuições à essa pesquisa.

RESUMO

A análise de erros se constitui tanto em uma metodologia de pesquisa quanto de ensino. Em linhas gerais, ela entende o erro de forma positiva, utilizando-o para verificar o que o aluno já sabe e planejar o ensino de acordo com tais conhecimentos. Neste estudo, interessam os conhecimentos sobre frações, conteúdo que se mostrou frágil, uma vez que possuiu grande ocorrência de erros desde sua introdução nas aulas. Pode-se pensar a análise de erros como um caminho para a aprendizagem, pois a teoria sugere que a construção de um novo saber ocorre a partir de conhecimentos já existentes na estrutura cognitiva do indivíduo. Filiado a estes entendimentos, este estudo teve como principal intuito avaliar estratégias didáticas para mapear os conhecimentos prévios dos alunos do 7º ano do Ensino Fundamental em relação ao objeto de conhecimento frações, através da análise de erros. Para tanto, foi realizada uma pesquisa caracterizada como qualitativa e interventiva, a qual utilizou instrumentos de coleta de dados para avaliação diagnóstica como meio de mapear as aprendizagens de estudantes. A análise de dados, produzida a partir da análise de conteúdo, evidenciou que os erros envolviam os significados parte-todo e operador, e que se deviam a diferentes entendimentos. A partir dos resultados obtidos, foi elaborado um produto educacional para auxiliar professores na correção de atividades por meio da análise de erros. Pôde-se concluir com este trabalho que a análise de erros, alinhada ao ensino de frações, é capaz de contribuir com o mapeamento das aprendizagens dos estudantes, a fim de utilizá-las como ponto de partida na elaboração e aplicação de novas práticas pedagógicas.

Palavras-chave: Análise de Erros. Avaliação Diagnóstica. Conhecimentos prévios. Frações.

ABSTRACT

The error analysis is both research and a teaching methodology. In general terms, it understands the error in a positive way, using it to verify what the student already knows and plan teaching according to such knowledge. In this study, knowledge about fractions is of interest, a content that proved to be fragile, since it had a high occurrence of errors since its introduction in class. Error analysis can be thought of as a path to learning, as the theory suggests that the construction of new knowledge occurs from knowledge that already exists in the individual's cognitive structure. Affiliated with these understandings, this study had as its main purpose to evaluate didactic strategies to map the previous knowledge of students in the 7th grade of Elementary School in relation to the object of knowledge fractions, through the analysis of errors. To this end, a qualitative and interventional research was carried out, which used data collection instruments for diagnostic evaluation as a means of mapping student learning. The data analysis, produced from the content analysis, showed that the errors involved the part-whole and operator meanings, and that they were due to different understandings. From the results obtained, an educational product was developed to assist teachers in the correction of activities through error analysis. It was possible to conclude with this work that the analysis of errors, aligned with the teaching of fractions, can contribute to the mapping of students' learning, to use them as a starting point in the elaboration and application of new pedagogical practices.

Keywords: Error Analysis. Diagnostic evaluation. Prior Knowledge. Fractions.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Taxonomia de Borasi sobre o uso de erros	20
Quadro 2 – MADE exemplificado	33
Quadro 3 – Resultados da Pesquisa	50
Quadro 4 – Frequência da realização de trabalhos de Análise de erros nos anos finais do Ensino Fundamental	56
Quadro 5 – Erros em relação aos significados parte-todo e operador e categorias no MADE	71

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Modelo de Análise Didática de Erros (MADE).....	29
Figura 2 – Significado de parte-todo	38
Figura 3 – Significado de quociente	39
Figura 4 – Significado de razão	40
Figura 5 – Significado de número.....	41
Figura 6 – Significado de probabilidade	42
Figura 7 – Discos de frações.....	63
Figura 8 – Pedido de pizza.....	65
Figura 9 – Atividade frações em pizza	66
Figura 10 – Manipulação dos discos de frações: aluno montando os inteiros	73
Figura 11 – Manipulação dos discos de frações: inteiros montados pelos alunos ..	73
Figura 12 – Erro na concepção parte-todo do tipo mecânico do estudante A12	74
Figura 13 – Resolução esperada	75
Figura 14 – Erro do aluno A10 na questão 03.....	76
Figura 15 – Equivalência de frações	76
Figura 16 – Representação de frações equivalentes do estudante A12	77
Figura 17 – Representação de frações equivalentes do estudante A2	77
Figura 18 – Erro em relação à concepção parte-todo no campo da análise e síntese do aluno A10	78
Figura 19 – Erro em relação à concepção parte-todo no campo da análise e síntese do aluno A3	79
Figura 20 – Erro em relação à concepção parte-todo no campo da análise e síntese do aluno A2	79
Figura 21 – Erro em relação à concepção parte-todo devido à conexão do aluno A2.....	80
Figura 22 – Erro em relação à concepção parte-todo no campo da percepção do estudante A5	82
Figura 23 - Erro em relação à concepção parte-todo no campo da percepção e conexão do estudante A3.....	82
Figura 24 – Erro referente à concepção parte todo do tipo mecânico do estudante A2.....	83

Figura 25 – Erro de compreensão da concepção parte-todo devido à folha lógica do aluno A11	85
Figura 26 – Erro de compreensão da concepção parte-todo devido à folha lógica do aluno A13	85
Figura 27 – Erro referente à concepção operador no campo da análise e síntese no pedido do aluno A4	87
Figura 28 – Erro em relação à concepção operador do tipo operacional do aluno A12.....	88
Figura 29 – Erro em relação à concepção operador do tipo de percepção do aluno A13.....	89
Figura 30 – Erro de percepção dos alunos A3 e A10.....	90

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
2	DO ERRO À APRENDIZAGEM: O PAPEL DO ERRO, SUAS CONTRIBUIÇÕES E IMPLICAÇÕES PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES.....	17
2.1	Primeiros estudos sobre os erros	17
2.2	Alguns apontamentos acerca da análise de erros na contemporaneidade	21
2.3	O papel do erro e suas implicações	25
2.3.1	Categorização dos erros	28
2.3.2	Fases para tratamento didático dos erros	34
2.4	Ensino e aprendizagem de frações.....	36
2.4.1	Os diferentes significados implicados no conceito de frações.....	37
2.4.1.1	<i>Parte-todo</i>	37
2.4.1.2	<i>Medida</i>	38
2.4.1.3	<i>Quociente</i>	39
2.4.1.4	<i>Razão</i>	40
2.4.1.5	<i>Operador multiplicativo</i>	40
2.4.1.6	<i>Número</i>	41
2.4.1.7	<i>Probabilidade</i>	41
2.4.2	Materiais manipulativos no ensino de frações.....	42
2.5	Caminhos para a aprendizagem: da avaliação classificatória à avaliação diagnóstica	44
2.5.1	Instrumentos de coleta de dados para a avaliação	47
3	PESQUISAS REALIZADAS NA ÁREA DE ANÁLISE DE ERROS EM MATEMÁTICA NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL	50
4	PERCURSOS METODOLÓGICOS.....	58
4.1	Caracterização da pesquisa	58
4.2	Pesquisa-piloto.....	59
4.3	Caracterização do público-alvo	60
4.4	Caracterização das técnicas e instrumentos para a coleta de dados ..	60
4.5	Roteiro de aplicação das atividades.....	61
4.5.1	Atividades com os discos de frações.....	61

4.5.2	Atividade frações em pizza.....	64
4.5.3	Entrevistas.....	67
4.6	Metodologia de análise de dados	68
5	MAPEANDO APRENDIZAGENS DE FRAÇÕES ATRAVÉS DA ANÁLISE DE ERROS.....	70
5.1	Erros referentes à concepção parte-todo	72
5.1.1	Análise de erros ocorridos na avaliação.....	72
5.1.2	O que pensaram os estudantes	84
5.2	Erros em relação à concepção operador	86
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	92
	REFERÊNCIAS.....	94
	APÊNDICES	98
	APÊNDICE A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)	99
	APÊNDICE B – TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TALE)	103

1 INTRODUÇÃO

A análise de erros tem sido considerada uma metodologia de pesquisa e, também, de ensino, na qual as respostas dos alunos têm grande significado, permitindo ao professor levantar questões e hipóteses para compreender a forma como o aluno pensa (Cury, 2015; Pinto, 2000). Nessa perspectiva, pesquisa e ensino são indissociáveis, pois a verificação dos erros se dá pela pesquisa, seja em uma correção de avaliação ou durante a realização de tarefas em sala de aula, quando o estudante manifesta seus erros ao aferir seus conhecimentos. Deste modo, é possível pensar o ensino com base no que o aluno já sabe e o que se pretende que aprenda, em vez de somente entender o erro como dificuldade de aprendizagem, sem um aprofundamento nos motivos pelos quais determinado erro ocorre.

Partindo dessa ideia, analisar os erros vai além de classificar respostas como certas ou erradas. É necessário, também, compreender os entendimentos que os alunos possuem e que são manifestados em suas respostas, o que demanda analisar as concepções que o aluno possui, o que – e como – ele entendeu. Em consonância com Hattie (2017), o erro é visto, nesta pesquisa, como oportunidade, pois indica uma tensão entre um saber já consolidado e o que se espera que o estudante aprenda, sendo o conhecimento prévio o fator principal para a nova aprendizagem.

Esse assunto possui importância especial para a pesquisadora desde a graduação, quando teve a oportunidade de ministrar monitorias dos componentes curriculares de Cálculo Diferencial e Integral I, II, III e IV. Durante as monitorias, observou que os alunos, normalmente, procuravam por auxílio após as avaliações, questionando o que haviam feito de errado. Em vista disso, no Trabalho de Conclusão de Curso da pesquisadora, realizou-se uma análise dos motivos pelos quais os erros aconteciam nas avaliações de Cálculo Diferencial e Integral IV. Foi possível concluir, com a referida pesquisa, que a maior parte dos erros manifestados estava relacionada a conceitos básicos, oriundos da Educação Básica (EB) e continuados no Ensino Superior (ES). Partindo dessas vivências e entendimentos, neste trabalho, concebe-se a análise de erros como uma forma de verificar os conhecimentos prévios que requerem atenção e que são indispensáveis para uma nova aprendizagem.

Assim, a pergunta que norteou esta pesquisa foi esta: *como mapear os conhecimentos prévios dos alunos do 7º ano do Ensino Fundamental em relação ao objeto de conhecimento frações, através da análise de erros?* Logo, objetivou-se

avaliar estratégias didáticas para mapear os conhecimentos prévios dos alunos do 7º ano do Ensino Fundamental em relação ao objeto de conhecimento frações, através da análise de erros

Para tanto, foram definidos os seguintes objetivos específicos:

a) Verificar os trabalhos que têm sido desenvolvidos na área da análise de erros em Matemática no Ensino Fundamental para o ensino de frações e o que eles sugerem, bem como algumas das estratégias que objetivam avaliar os conhecimentos dos estudantes;

b) Mapear alguns conhecimentos prévios sobre o objeto de conhecimento frações, necessários para aprendizagem em uma turma de 7º ano do Ensino Fundamental; e,

c) Constituir e testar um conjunto de instrumentos avaliativos para auxiliar professores a identificarem os conhecimentos prévios dos estudantes de 7º ano em relação ao objeto de conhecimento frações através da análise de erros.

A proposta de trabalhar os conceitos básicos que necessitam de atenção, apontados por avaliações e demais atividades, visa evitar que os erros persistam, e que novas aprendizagens sejam produzidas a partir deles; tornando cada vez mais difícil ao professor e ao aluno darem conta das demais aprendizagens a serem atingidas, haja vista que, de acordo com Cury (2015), dificuldades não superadas são a premissa para que erros possam ocorrer nas resoluções de atividades.

Para discorrer e explorar concepções sobre a análise de erros, este trabalho teve como base, principalmente, os estudos de Cury (2001; 2004; 2015), Pinto (2000) e Torre (2007), os quais possuem uma visão positiva do erro. No que diz respeito às frações, Silva (2005) contribui para o entendimento dos diferentes significados que uma fração pode ter, enquanto Smole e Diniz (2016) propõem o uso de materiais manipulativos em seu ensino.

Nesta pesquisa, utilizou-se de uma metodologia interventiva, baseada em Teixeira e Megid Neto (2017). A escolha da metodologia de tal natureza possibilitou a realização de intervenções intencionais. Desse modo, propôs-se um conjunto de instrumentos de coleta de dados para avaliação diagnóstica, que teve como intuito verificar os conhecimentos prévios dos estudantes em relação a algumas operações de pensamento quanto ao objeto de conhecimento frações.

A dissertação está estruturada em seis capítulos, iniciando com esta introdução, contendo os objetivos geral e específicos, a justificativa e o problema de

pesquisa. O segundo capítulo traz o referencial teórico deste trabalho, com reflexões sobre o papel do erro e suas contribuições e implicações para o ensino e a aprendizagem, inclusive quando se trata do objeto de conhecimento de frações, além de concepções e instrumentos de avaliação.

No terceiro capítulo, encontra-se a revisão sistemática realizada, explorando trabalhos realizados na área da análise de erros nos anos finais do Ensino Fundamental, observando os anos escolares em questão, os objetos de conhecimento trabalhados, as metodologias aplicadas e os objetivos. No quarto capítulo, descreve-se o percurso metodológico realizado neste estudo. Já, no quinto capítulo, apresenta-se a análise dos dados coletados na pesquisa à luz das teorizações da análise de erros, articuladas com a mobilização dos significados das frações. Por último, apresentam-se as conclusões resultantes desta pesquisa.

2 DO ERRO À APRENDIZAGEM: O PAPEL DO ERRO, SUAS CONTRIBUIÇÕES E IMPLICAÇÕES PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES

Neste capítulo, discorre-se sobre a Análise de Erros, expondo algumas das principais contribuições teóricas sobre o assunto. Inicia-se apresentando os primeiros estudos sobre os erros e, em seguida, os estudos sobre a temática na contemporaneidade, o papel do erro e suas implicações. Conforme os aspectos que podem ser notados nos erros, apresenta-se, também, uma proposta de categorização dos erros segundo Torre (2007) e as fases para tratamento didático deles.

No que tange ao objeto de conhecimento frações, este estudo explana sobre seu ensino e aprendizagem e os diversos significados que compõem o conceito de frações. Neste capítulo, ainda, indicam-se as diferentes concepções de avaliação e instrumentos que podem ser utilizados para mapear conhecimentos sobre as frações.

2.1 Primeiros estudos sobre os erros

Os estudos que envolvem a análise de erros iniciaram com uma perspectiva diferente da atual. O assunto surgiu com o intuito de trazer considerações que auxiliassem na eliminação dos erros, com diferentes pontos de vista. Por conseguinte, isso dificultou a definição da análise de erros como tendência da Educação Matemática, que objetiva estudar relações entre os conhecimentos matemáticos, o professor e os alunos.

De acordo com Cury,

[...] tópicos que já eram trabalhados por investigadores da área de Psicologia desde o início do século XX, como: as dificuldades encontradas por alunos na resolução de problemas de Aritmética, enfocados por Thorndike e seus colaboradores, nos Estados Unidos; a invenção em Matemática, vista sob um ponto de vista psicológico, como fez Hadamard; as habilidades matemáticas desenvolvidas pelos estudantes em um ambiente escolar, investigadas por Krutetskii, na Rússia e a discussões sobre a teoria da solução humana de problemas, apresentada por Newell e Simon, estão na “fronteira” visualizada por Krygowska e fazem parte das relações entre professor, alunos e conhecimento matemático (Cury, 2015, p. 21-22).

Desse modo, esta seção expõe alguns precursores da análise de erros que ajudaram a instituí-la como uma tendência em educação matemática, mesmo que suas pesquisas possuam diferentes enfoques. Cury (2015) menciona as ideias no

excerto anterior e as de Borasi (1996) como importantes contribuições, ressaltando que os estudos sobre a análise de erros foram aprimorando-se com o passar do tempo, e que a época e ordem em que cada trabalho foi desenvolvido justifica as ideias dos autores.

Thorndike (1936) inicia as pesquisas sobre erros e, ainda que com uma perspectiva comportamentalista da aprendizagem, destaca os interesses dos alunos, referindo-se a “conhecimentos de real valia” (Thorndike, 1936 *apud* Cury, 2015. p. 37). O autor (1936 *apud* Cury, 2015 p. 27) exemplifica assim:

Consideremos o caso da cópia dos números que se devem somar, subtrair ou multiplicar. O esforço visual inerente à cópia dos números é, minuto a minuto, muitas vezes superior ao esforço exigido pela leitura. E, se a criança tem outros deveres a fazer, o trabalho monótono tende a levá-la ao erro, ainda que ponha o melhor dos seus esforços e de sua vontade na execução da tarefa. Então, o raciocínio que aritmeticamente faz certo, dá resultado errado e a criança fica desanimada.

Dessa forma, Thorndike (1936) afirmava que “os vínculos e os hábitos que permitiriam aos alunos a realização dos cálculos” (*apud* Cury, 2015, p. 23), ressaltando as ideias behavioristas. O autor acreditava que os vínculos e hábitos serviam como estímulos que levavam os estudantes a desenvolverem corretamente as atividades, ou, em outras palavras, a satisfação do indivíduo encaminhava-o ao êxito, enquanto seu aborrecimento, ao fracasso (Thorndike, 1936 *apud* Cury, 2015). Entretanto, apesar das convicções de Thorndike ignorarem os processos cognitivos necessários para a aprendizagem e o autor basear-se na questão comportamental, suas ideias foram importantes para a época, sendo aproveitadas para conduzir novas investigações.

Hadamard (1945, *apud* Cury, 2015, p. 25) apresenta “considerações sobre erros e falhas cometidas por matemáticos experientes” voltadas aos processos de invenção em Matemática e acrescenta que, quando os matemáticos cometem erros, percebem rapidamente e logo os reparam. Segundo Cury (2015), “[...] essa concepção se reproduzia entre os estudantes e fazia com que seus professores procurassem eliminar os erros, ao invés de aproveitá-los para entender suas dificuldades”.

Sendo assim, Hadamard contribuiu para que se refletisse sobre o papel da psicologia para as invenções em Matemática, deixando ideias sobre a recriação de conceitos pelos alunos, que, conforme Cury (2015), é um processo que possui as mesmas influências psicológicas que o autor visualizava nas invenções matemáticas:

ao cometer erros, o indivíduo modifica e recria suas percepções sobre determinado conceito.

O psicólogo russo, Krutetskii (1976), em sua pesquisa, defendia que os testes de habilidades não deveriam receber tratamento somente estatístico e que era necessário estudar o processo de resolução (Cury, 2015). Logo, percebe-se a importância de realizar uma análise qualitativa das respostas dos alunos, buscando “a melhor maneira de aproveitar os erros para questionar os estudantes e auxiliá-los a (re)construir seu conhecimento” (Cury, 2015, p. 29). Nesse sentido, o teórico argumentava que as condições de aprendizagem são individuais e que cada sujeito possui suas características de atividade mental, reforçando a ideia de que é necessário analisar como o aluno exerceu seu raciocínio para determinada resolução. Sobre o trabalho de Krutetskii, Cury (2015, p. 30) considera que

para a análise de erros, além de vários tipos de problemas propostos, vale a ênfase na observação detalhada da resolução, com o cuidado de registrar o pensamento em voz alta dos estudantes, de questionar suas respostas, para verificar como pensavam ao solucionar suas tarefas.

Em suma, Krutetskii foi um dos primeiros pesquisadores a observar o processo de resolução, não somente as respostas finais.

Newell e Simon (1972) são referências de processamento da informação de forma cognitiva. Suas investigações foram realizadas na tentativa de criar um programa computacional similar ao modo que os indivíduos resolvem problemas. Cury (2015) destaca que tal trabalho contribuiu para a análise de erros, pois mostrou que os erros “podem ser detectados em protocolos verbais, aproveitando o ‘pensar em voz alta’ e a possibilidade de unitarizar o corpo de informações registradas” (Cury, 2015, p. 33). Portanto, observa-se a importância de ter atenção às formas como os alunos pensam, registrando-as e observando semelhanças e diferenças.

Brousseau (1983) introduziu a noção do erro como obstáculo epistemológico, mas no sentido didático. Para o autor (1983, p. 171),

O erro não é somente o efeito da ignorância, da incerteza, do acaso, como se acredita nas teorias empiristas ou behavioristas da aprendizagem, mas o efeito de um conhecimento anterior, que tinha seu interesse, seu sucesso, mas que agora se revela falso, ou simplesmente inadaptado. Os erros desse tipo não são instáveis e imprevisíveis, eles são constituídos em obstáculos.

Na acepção supracitada, Brousseau refere-se aos erros fundados em um conhecimento prévio que não foi estabilizado e pode ser generalizado erroneamente. Cury (2015), aproximando a ideia do erro como obstáculo, acrescenta que o obstáculo é um conhecimento. Segundo a autora,

Assim sendo, o aluno constrói esse conhecimento relacionando-o com outros, em diferentes contextos, tentando adaptá-lo às novas situações e resistindo em abandoná-lo. É por esse motivo, que se torna tão difícil superá-lo, já que, para isso, o aluno (e o professor, por suposto) terá de trabalhar da mesma forma que o faz quando da construção de um novo conhecimento com o agravante de que o “falso” saber (aquele que funcionava de usar bem no contexto anterior) estará, ainda, por trás da nova construção (Cury, 2015, p. 36-37).

Com essa perspectiva, a autora ressalta a importância do professor e do aluno debruçarem-se sobre o erro, observando inconsistências, para que possa ser superado.

Borasi (1996) estimula e sugere que os professores incentivem os alunos a exporem como pensam, argumentando as situações apresentadas, estabelecendo, dessa forma, um diálogo durante as aulas entre o professor mediador e os estudantes. A autora propõe que haja um ambiente em que os erros possam ser explorados e aproveitados, de forma que sirvam como “trampolim para a aprendizagem” (Borasi, 1996).

Nesse mesmo sentido, Borasi (1996) sugere o que intitulou de “taxonomia de uso dos erros como trampolins para a pesquisa”, a qual é apresentada no Quadro 1.

Quadro 1 – Taxonomia de Borasi sobre o uso dos erros

	Nível de discurso matemático		
Objetivo da aprendizagem	Realização de uma tarefa matemática específica	Compreensão de algum conteúdo técnico-matemático	Compreensão sobre a natureza da Matemática
Remediação	Análise de erros detectados, para compreender o que houve de errado e corrigir, de forma a realizar a tarefa com sucesso.	Análise de erros detectados, para esclarecer más interpretações de um conteúdo técnico-matemático.	Análise e erros detectados, para esclarecer más interpretações sobre a natureza da Matemática ou de conteúdos específicos.
Descoberta	Uso construtivo de erros no processo de	Uso construtivo de erros ao aprender	Uso construtivo de erros ao aprender

	resolução de um novo problema ou tarefa; monitoramento do trabalho de alguém, para identificar potenciais enganos.	novos conceitos, regras, tópicos etc.	sobre a natureza da Matemática ou de algum conteúdo matemático.
Pesquisa	Erros e resultados intrigantes motivam questões que geram direções e servem para desenvolver novas tarefas matemáticas.	Erros e resultados intrigantes motivam questões que podem levar a novas perspectivas sobre um conceito, regra ou tópico não contemplado no planejamento original.	Erros e resultados intrigantes motivam questões que podem levar a <i>insights</i> e perspectivas inesperadas sobre a natureza da Matemática ou de algum conteúdo matemático.

Fonte: Borasi (1996).

As ideias de Borasi estimulam o uso dos erros como trampolim para a aprendizagem e, desse modo, constituem oportunidades de aprendizagem. Sendo assim, a autora destaca-se como precursora na discussão sobre os erros, pois passa a observá-los como algo produtivo.

2.2 Alguns apontamentos acerca da análise de erros na contemporaneidade

A partir dos estudos anteriormente apresentados, neste momento, são expostos pensamentos sobre a temática utilizados na atualidade. Dispõe-se, a seguir, as contribuições de Cury (2001, 2004, 2015), Pinto (2000) e Torre (2007), pesquisadores que abordam a análise de erros através da perspectiva construtivista. Ambos possuem publicações que tratam dos erros e se aprofundam no assunto, esclarecendo-o.

Para Cury (2015), a análise de erros é tanto uma metodologia de pesquisa quanto de ensino. Enquanto pesquisa, busca entender como o aluno pensa e o que ele já sabe; já como metodologia de ensino, propõe a reformulação da prática pedagógica com o intuito de o aluno questionar suas próprias respostas e construir seu conhecimento.

Nessa perspectiva, a análise de erros deve ser parte do planejamento e do ato pedagógico do professor, o qual proporciona um ambiente em que o erro não seja somente algo a ser corrigido, mas, sim, algo a ser visto como uma nova possibilidade

de estudo. Cury (2015) ressalta que, na análise das respostas dos alunos, o importante são as formas como o estudante se apropria do conhecimento, que se manifestam nas suas produções e podem indicar dificuldades de aprendizagem.

Assim, faz-se importante analisar as diversas formas de produções do aluno, desde a resolução de um exercício ou situação-problema, sua participação de forma oral em sala de aula, até a forma como manipula certo material na busca por respostas. Tais produções podem ser interpretadas através da análise de erros.

Apesar de parecer corriqueira, a análise de erros não é qualquer correção, seja de avaliações, provas ou exercícios. A esse respeito, Cury (2015, p. 65) esclarece que

Pode-se pensar que qualquer correção de prova é uma análise, com categorias previamente determinadas e (os gabaritos feitos pelo professor) ou emergentes, baseadas nas soluções. No entanto, a simples correção da prova não configura pesquisa, já que, em geral, ela se insere em uma avaliação diagnóstica ou somativa. O trabalho investigativo sobre as respostas pode levar em conta, em um primeiro momento, a tarefa inicial de correção, mas é necessário ter um objetivo nessa pesquisa, levantando questões (ou hipóteses) que possam ser investigadas.

Com isso, entende-se que a observação e análise das produções escritas são fundamentais, mas não se considera somente o acerto ou erro quantitativamente. Para além disso, é necessário que se observe a forma como o aluno entende o conteúdo e desenvolve suas respostas.

Cury (2015, p. 82) reforça que

Não se trata, de forma alguma, de afirmar para o estudante: 'O que você está fazendo é errado, o correto é de outra forma' ou de fazê-lo repetir, tediosamente, exercícios semelhantes. Sabe-se que essa atitude é ineficaz e gera, muitas vezes, uma rejeição à Matemática, porque o estudante, perdendo a confiança na sua capacidade de aprender, sente-se desestimulado.

Com esses pressupostos, é sugerido um redimensionamento do ensino, em que se criem atividades embasadas nos erros capazes de proporcionar oportunidades de aprendizagem ao estudante.

Pinto entende o erro como “hipótese integrante da construção do conhecimento pelo aluno” (2000, p. 10). Para a autora, a partir dos estudos de Piaget, o erro faz parte da trajetória do estudante em seu processo de aprendizagem e se configura em uma oportunidade didática para o professor. Quando se reflete sobre os erros, há a

possibilidade de desestabilizar todo o processo de ensino, e, nesse caso, gerar alterações nas estratégias didáticas anteriormente utilizadas pelo docente. Alicerçado em tais reflexões, o professor pode passar a tratar diferentemente os erros, buscando compreendê-los (Pinto, 2000).

A autora, em relação às possíveis mudanças de entendimento, por parte do docente, acerca do erro, explica que

Nessas dimensões, o professor não julga apenas, mas informa e reorienta, se for preciso, sua estratégia docente. Nessa concepção, os erros são bons indicadores de lacunas e falhas sistemáticas, e por essa razão devem proporcionar uma 'regulação' competente (Pinto, 2000, p. 23).

Nesse sentido, os erros sinalizam lacunas e falhas sistemáticas, por isso proporcionam condições para ajustes na prática docente, já que as dificuldades manifestadas podem acarretar a reincidência e/ou a ocorrência de novos erros, caso não haja uma ação didática voltada à compreensão dos conceitos ali implícitos.

Para tanto, Pinto (2000) sugere que o estudante pode compreender o erro por meio de oportunidades que o levem a expor oralmente o seu entendimento no momento da resolução. Nesse contexto, a participação em atividades, como ir até a lousa resolver um problema, são mencionadas como uma situação que pode ser de grande valia, quando se vai além do envolvimento daquele aluno que resolve as atividades propostas com êxito. De acordo com a autora, esse deve ser um espaço de reflexão para o estudante, que oportunize o diálogo com o professor sobre o conteúdo estudado (Pinto, 2000).

Na exemplificação supracitada, a intervenção direta do professor apontando os erros e corrigindo-os não é considerada uma prática valiosa para aprendizagem, pois a orientação para eliminação imediata dos erros não abre espaço para questionamentos que levem o estudante a repensar sua resposta e encontrar inconsistências, já que elas são apontadas pelo professor (Pinto, 2000). Por outro lado, em uma perspectiva de ensino construtivista, o professor permite ao aluno a possibilidade de cometer erros na busca pelas respostas. Isso porque

Um trabalho com o erro na perspectiva construtivista não anula o papel docente: ao contrário, intensifica-o e altera suas características tradicionais. Pode-se dizer que inverte seu sentido, transformando o professor em 'avaliador-corretor', no sentido de que a correção é precedida de um diagnóstico. Isso não o exime de assumir suas responsabilidades interventivas; todavia, estas são modificadas e ampliadas em direção à

certificação do progresso do aluno, da compreensão da matemática como ciência de relações e da sala de aula como espaço de múltiplas relações sociais (Pinto, 2000, p. 146).

O papel do professor em relação ao erro passa a se reinventar, pois essa mudança de perspectiva implica em uma série de alterações na prática docente, isso porque “as formas tradicionais de correção dos erros vão dando lugar a outras, mais voltadas a desestabilização das atitudes defensivas do aluno em relação às tarefas tradicionais” (Pinto, 2000, p. 147). O docente precisa estar atento a novas possibilidades de avaliação e ensino, reconhecendo o erro como parte do processo de aprendizagem. Além disso, é necessário observar as necessidades individuais de cada aluno e promover um ambiente de sala de aula em que os estudantes se sintam à vontade para cometer erros e aprender com eles.

Torre (2007) apresenta o erro como estratégia de mudança. O autor desconstrói a ideia de que o erro representa um mal a ser evitado e reconhece-o como oportunidade para a aprendizagem, tanto para o docente quanto para o discente.

Mediante a consideração didática do erro, tanto o professor como o aluno podem se beneficiar obtendo informação útil sobre o processo seguido. O que o erro indica ao professor? O que o erro indica ao aluno? Devemos conceber o erro como um sintoma, e não como um mal. Do mesmo modo que a febre nos alerta de possíveis infecções, os erros na aprendizagem nos informam de estratégias inadequadas, de lacunas do conhecimento, de falhas na compreensão, dos lapsos na execução etc. (Torre, 2007, p. 28).

A partir dessa óptica, o erro é fonte de informações, as quais indicam como está o processo de aprendizagem dos alunos. Com base na análise dos erros, é possível que o professor identifique métodos falhos ou que podem gerar confusão para o estudante e, assim, buscar novas estratégias de ensino de acordo com os raciocínios realizados por eles.

Nessa mesma linha, Torre (2007) apresenta o conceito de *pedagogia do erro*, que reforça a ideia do erro como parte do processo de construção do conhecimento, servindo como alavanca para alcançar os objetivos de aprendizagem, conforme será explicado no próximo subcapítulo. Torre (2007) discorre, também, sobre os tipos de erro e como classificá-los, a fim de compreendê-los e oferecer um procedimento didático para eles. Para a classificação dos erros, o autor apresenta o que chama de

Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE), uma espécie de guia para análise dos momentos e dimensões do erro¹.

A análise de erros pode envolver, de acordo com Cury (2015), Torre (2007) e Pinto (2000), resumidamente:

- a) Observação e análise das produções dos alunos, buscando compreender como ele construiu o conhecimento e/ou o que queria expressar;
- b) Percepção dos conceitos ou ideias errôneas (a partir de categorias);
- c) Elaboração de intervenções didáticas com o intuito de desestabilizar as certezas dos estudantes.

2.3 O papel do erro e suas implicações

Que o erro está presente nas aulas de Matemática não é novidade. Entretanto, como visto, com o passar dos anos, foram dados novos olhares às ocorrências de erros, implicando tarefas ao professor e ao aluno. A responsabilidade do professor destaca-se, por ser quem conduz a aula – seguindo ou não um planejamento. Este último, quando realizado pelo docente, pode levar em conta os erros dos alunos, servindo, assim, como norteador da prática pedagógica.

De acordo com Moreira e David (2016, p. 32),

Pesquisas indicam que os erros têm um caráter sistemático, são persistentes e, muito frequentemente, resultam de experiências anteriores do aluno. Os erros, antes de se reduzirem a uma simples manifestação de desconhecimento ou de fracasso, podem ser entendidos como um indicador didático-pedagógico. Referindo-se simultaneamente ao aluno e ao saber ensinar, o estudo dos erros é peça fundamental no trabalho de planejamento das atividades de ensino escolar. Nesse sentido, constitui parte importante dos saberes envolvidos na ação pedagógica do professor.

Posto isso, o professor pode elaborar seu planejamento com base nas dificuldades manifestadas pelos alunos através de seus erros, propondo atividades que tenham como base o que o estudante já sabe e, gradativamente, incluindo novas ideias. É importante que o professor não aceite que os erros meramente se arrastem, nem mesmo permita que seus alunos se convençam de que não possuem capacidade de aprender ou de conseguir fazer diferente, aceitando seus próprios erros, sem buscar solucioná-los.

¹ Posteriormente, esses conceitos serão aprofundados.

Mesmo que o aluno considere que seu erro seja algo insignificante, como por exemplo um erro de sinal, este pode comprometer a resolução de outras operações e até mesmo a aplicação de fórmulas matemáticas (Cury, 2015). Percebe-se que, ao resolver uma questão, o estudante pode apresentar dificuldades nos conceitos ali inseridos, levando-o ao erro. É fundamental considerar que a forma como o aluno pensa é expressa nas suas soluções, o que remete a atentar-se ao modo como ele buscou solucionar cada questão.

É importante ter em mente que, para o estudante, determinado erro está estabelecido em sua estrutura cognitiva como um conhecimento. Logo, há a possibilidade de que o aluno tenha relacionado um novo saber a outro que já possuía por certas semelhanças, que para ele fazem sentido. Cury (2015, p. 82) destaca que “[...] é necessário elaborar intervenções didáticas que desestabilizem as certezas, levando o estudante a um questionamento sobre as suas respostas”.

Portanto, as mediações do professor e os questionamentos direcionados aos alunos fazem com que os estudantes coloquem em dúvida suas próprias soluções. Além disso, levantar dúvidas sobre os conhecimentos errôneos, enquanto estão sendo discutidos nos processos de correção, permite, ao docente, ter uma melhor percepção das dificuldades e necessidades da turma, possibilitando que o planejamento seja realizado em conformidade com essas demandas, auxiliando cada estudante no desenvolvimento de melhores interações cognitivas (Cury, 2001).

Nessa mesma perspectiva, Pinto (2000, p. 12) afirma que o erro “mostra o caminho do acerto que já está ali implícito”, ou seja, verificando o erro, pode-se entender como o aluno pensou e construiu aquele conhecimento, para que, então, seja possível levantar questionamentos capazes de fazer com que ele repense sua solução.

É primordial ressaltar que a ideia não é apenas afirmar ao estudante que ele cometeu/comete erros em determinadas questões ou conteúdos, mas que ele entenda o motivo pelo qual está errando, sem que isso lhe cause constrangimento. Contudo, percebe-se que muitos professores entendem que, para o ensino ser de qualidade, é necessário manter um elevado grau de dificuldade nas suas aulas e testes. Quando, “em geral, o erro é execrado, o aluno teme a reação do professor se não consegue dar a resposta esperada” (Cury, 2015, p. 93).

Em vista disso, é importante, também, para o aluno perceber o erro como parte do processo, sem medo de cometê-lo ou expor suas dificuldades. Pode-se relacionar

a essa ideia a pedagogia do erro, mencionada anteriormente, proposta por Torre (2007), em que o erro é utilizado de forma estratégica, de modo que seja aceito “como fato natural que acompanha a aprendizagem” (Cury, 2015, p. 77).

A ideia de uma pedagogia do erro, em que este é percebido como parte do processo, não defende que o professor crie ciladas para o aluno errar, pois não tem o intuito de buscar as falhas, mas aceita o erro como algo natural no progresso da aprendizagem. Dessa forma, o professor deve focar em utilizá-lo com uma perspectiva positiva, tal que suas intervenções proporcionem um despertar da atenção e do interesse dos indivíduos.

Torre (2007) traz o aspecto, no qual se percebe

[...] a aprendizagem, a formação, como um processo em que a característica principal seja a indeterminação. Nesse sentido, o erro acompanha inevitavelmente o processo. As intervenções do professor não pretendem limpar o caminho de dificuldades, nem evitar os erros, nem provocá-los, mas utilizá-los quando surgem. Desse modo, a afirmação de que o erro desanima ou distancia se transforma em: o erro atrai a atenção do professor e do aluno. O professor pode chegar a utilizá-lo didaticamente como situação de aprendizagem, já que o aluno costuma estar interessado em averiguar por que algo não se saiu bem ou por que se enganou (Torre, 2007, p. 27).

À vista disso, o professor realiza suas práticas utilizando o interesse do aluno em relação ao diagnóstico de seu erro, o que resulta em benefício mútuo, pois tanto o docente quanto o discente são envolvidos no processo de análise.

Os erros em avaliações, geralmente, chamam a atenção do professor e do aluno. O que se percebe é que, apesar de instigar a ambos, não são aproveitados como se poderia, já que é realizada a correção, buscando verificar se o estudante compreendeu os conceitos trabalhados e identificar seu desempenho em relação aos objetivos da avaliação. Naturalmente, devolve-se as provas para os alunos com os erros assinalados, entretanto, conforme Cury (2004, p. 130), “difícilmente exploramos os erros para descobrir elementos sobre os conteúdos matemáticos, a natureza desse saber e seu processo de aprendizagem”.

Desse modo, é oportuno verificar como os alunos pensam, quais componentes de um cálculo, por exemplo, apresentam resoluções errôneas ou falta de domínio do objeto de conhecimento, não atribuindo essas dificuldades, necessariamente, ao conteúdo, mas buscando os conceitos prévios mal formulados, os quais são necessários para essa aprendizagem.

Nesse sentido, considera-se a aprendizagem como construção de conhecimento, na qual o aluno precisa assimilar conceitos (Moreira, 1999). Assim, não basta apenas trabalhar a resolução de exercícios de forma “decorada”, é necessário que o aluno compreenda o motivo de certo cálculo ser realizado de tal forma, para que faça sentido essa resolução. Cury (2004) não descarta a realização de listas de exercícios, mas considera que devem ir além de um treinamento, permitindo ao aluno, por exemplo, o entendimento do porquê dos algoritmos, de modo que vá além de fixar rotinas de procedimentos.

Entender o que sustenta um conceito matemático é fundamental para que o aluno possa assimilá-lo e aplicá-lo em outras ocasiões. Portanto, é necessário que os estudantes compreendam os conceitos e suas aplicações, sendo o exercício uma forma de verificar tais aplicações possíveis. O aluno busca estabelecer relações em seu processo de aprendizagem, mesmo de forma errônea, procurando, por exemplo, utilizar a mesma técnica de resolução em questões que contenham semelhanças (Cury, 2004).

Quando se trata de erro e de suas ocorrências, pode-se categorizá-lo, conforme os aspectos envolvidos em sua manifestação. A seguir, são expostas as classificações referentes ao erro propostas por Torre (2007).

2.3.1 Categorização dos erros

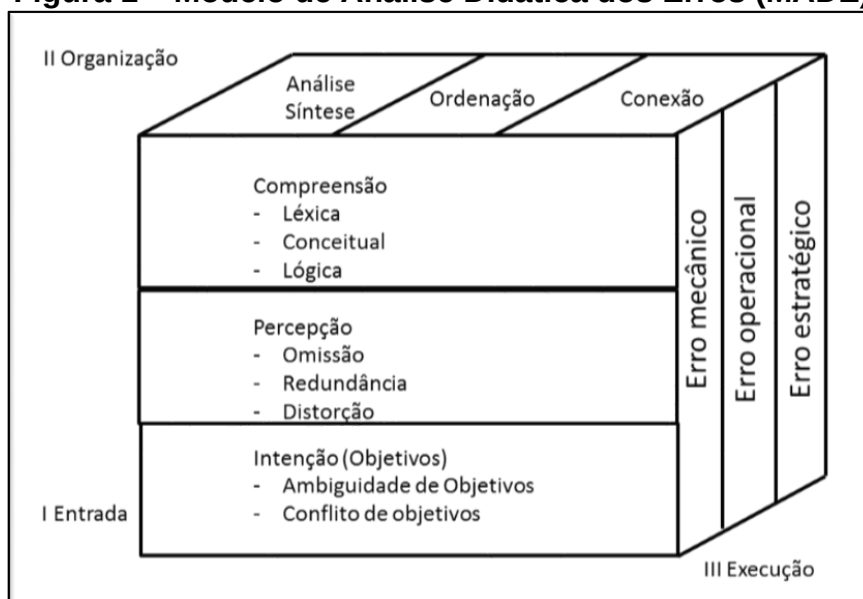
O Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE), proposto por Torre (2007), é uma forma de categorizar os erros, conferindo uma visão mais abrangente para sua análise e tratamento. Cada erro possui suas particularidades, analisá-lo e investigá-lo oportuniza reflexões sobre os processos de ensino e de aprendizagem.

Assumindo a perspectiva de que a aprendizagem é um processo e que o erro faz parte desse, a seguir, são expostas algumas compreensões referentes aos erros. Estas são contribuições de Torre (2007), nas quais este trabalho se filia, já que englobam todos os momentos, desde a construção do conhecimento em que o erro pode acontecer até os tipos de erros em cada um desses momentos.

Torre (2007) destaca três momentos durante o processo de aprendizagem: entrada, organização e execução. Desta forma, um erro pode ocorrer na percepção e compreensão dos dados, na organização desses ou na execução de certa tarefa.

De acordo com o autor, em cada um desses momentos do processo pode haver diferentes categorias ou tipos de erro. Em vista disso, Torre (2007) propõe o *Modelo de Análise Didática dos Erros* (MADE), que tem como principal intenção detalhar um erro, a fim de ilustrá-lo. Expõe-se, na Figura 1, uma representação do referido modelo.

Figura 1 – Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE)



Fonte: Torre (2007).

A Figura 1 apresenta um diagrama com a descrição dos tipos de erros que podem acontecer em cada um deles.

Os **erros de entrada** são aqueles que ocorrem no momento de entrada dos dados. Um desequilíbrio de informações, em que estas, aparentemente, são insuficientes ou inadequadas para resolver determinado problema. Podem ocorrer nos planos de compreensão, percepção e/ou intenção.

a) *Intenção* – tem relação com a falta de clareza dos objetivos pretendidos. Conforme Torre (2007, p. 110), “muitas vezes, o aluno não sabe o que realmente se pede em um trabalho ou uma tarefa, o que o professor quer, para que serve a atividade”. Ao refletir sobre o que se quer para garantir que as instruções sejam claras, o docente pode proporcionar ao estudante a oportunidade de desenvolver e utilizar suas potencialidades.

Os erros no plano da intenção podem acontecer por dois motivos:

- Ambiguidade de objetivos: o modo como o professor pede aos estudantes determinada tarefa pode confundi-los quanto aos objetivos. Torre (2007) cita o

exemplo o pedido de uma redação com um determinado tema pelo professor, mas não explica quais elementos irá avaliar.

- Conflito de objetivos: é um desvio da meta. Segundo Torre (2007), acontece quando a tarefa desperta no estudante outros objetivos que são mais atrativos para ele do que os propostos pelo professor.

b) *Percepção* – os erros de percepção referem-se ao resultado de uma inadequada interação entre as características da informação e a cognição do estudante. Ou seja, os erros no plano da percepção ocorrem devido a dois fatores: a metodologia utilizada pelo professor e a capacidade cognitiva discente (Torre, 2007). Os erros de percepção podem ser divididos em três tipos: de omissão, de redundância e de distorção.

- Omissão de informações: quando o docente omite informações, pois acredita que seus alunos já possuem tais conhecimentos. Conforme Torre, “Os professores dão por certo que seus alunos têm conhecimentos ou habilidades que não possuem para resolver determinadas atividades ou problemas” (Torre, 2007, p. 112). Dessa forma, o conhecimento que o aluno possui é insuficiente para o desenvolvimento das tarefas com êxito. Esta situação é percebida, por exemplo, quando o professor propõe um problema matemático que possui mais de uma forma de ser resolvido, mas o não esclarece qual a forma que ele espera que os estudantes utilizem. Nessa situação, o estudante utiliza a forma ou estratégia que para ele faz mais sentido.

- Redundância: trata-se de como as informações são apresentadas para os estudantes. Enquanto alguns precisam de explicações com certa redundância, outros precisam de explicações mais elaboradas (Torre, 2007). Assim, é necessário que a nova informação seja apresentada ao estudante de uma forma que faça sentido, associada a informações assimiladas anteriormente em seus processos de construção do conhecimento. Um exemplo de redundância de informações é o início de um novo conteúdo amparado no pressuposto de que os estudantes compreendem os anteriores, que servem de base para tal, como no caso da divisão, que necessita da compreensão da multiplicação.

- Distorção: ocorre quando a informação não é clara, sendo ambígua e imprecisa, fazendo com que o sujeito possa entender outra coisa que não aquilo que se pretendia. Para Torre (2007, p. 115), “vemos aquilo que estamos interessados em ver e não percebemos aquilo para o que não estamos motivados”. Pode-se citar como exemplo quando o aluno precisa resolver um exercício do tipo “calcule”, que mesmo

com o professor solicitando que mostre os cálculos, o aluno coloca somente o resultado, pois para ele é mais interessante fazer o cálculo somente de forma mental (Torre, 2007).

c) *Erros de compreensão* – são ocasionados devido a deficiências ou limitações na compreensão, que pode ser léxica, conceitual ou lógica (Torre, 2007). Isto é, podem ocorrer devido à falta de conhecimento de palavras ou expressões, de conceitos, ou até mesmo, falha lógica. Nesse sentido, ressalta-se a importância de uma linguagem de fácil compreensão.

- Conceitual: ocorre quando o estudante não possui conhecimento do vocabulário que é utilizado pelo professor. Um exemplo é quando o professor pede a “representação gráfica” de uma fração e o aluno não entende que se trata de representá-la como uma figura/desenho.

- Léxica: geralmente ocorre durante a aprendizagem de uma nova língua (Torre, 2007). Como exemplo, pode-se citar quando a criança, em seu processo de alfabetização, ainda não fala corretamente. Como consequência, sua escrita é de acordo com sua fala.

- Lógica: baseia-se nos conceitos e significações que o indivíduo possui em sua estrutura cognitiva. Conforme Torre, “A ação docente deve ser direcionada para facilitar a aprendizagem e a compreensão de conceitos [...]” (Torre, 2007, p. 116). Esses erros podem ocorrer devido à carência de um conhecimento prévio que a metodologia utilizada pelo professor não consegue ativar. Um bom exemplo é quando o conteúdo de funções é introduzido a partir de exemplos não adaptados à realidade do aluno. Tal fato pode fazer com que ele não compreenda corretamente e cometa erros.

Erros de organização da informação: trata-se da organização interna da informação na cognição do indivíduo. Segundo Torre (2007, p. 118), “Os erros de organização ocorrem quando o sujeito trata de mudar a informação de que dispõe para dar a resposta que lhe é pedida”. Nesse sentido, os erros podem ocorrer durante as operações de organização: análise e síntese, ordenação e conexão (Torre, 2007).

- a) *Análise e síntese* – trata-se da análise de elementos isolados e a síntese de quando são combinados de diferentes formas. Implica em um julgamento avaliativo que parte de algum critério (Torre, 2007). Por exemplo, numa sequência numérica, enquanto um aluno enxerga certa característica, outro aluno pode enxergar outras particularidades.

b) *Erros de ordenação* – originam-se a partir da inadequada sequenciação da informação (Torre, 2007). Em outros termos, o sujeito não ordena as informações que possui, e, por isso, desvia-se da meta buscada. Como exemplo, pode-se citar a resolução de uma expressão numérica, que deve seguir uma ordem de operações a serem resolvidas. Em vez de respondê-las seguindo a ordem de resolução das operações (potenciação e radiciação > multiplicação e divisão > adição e subtração), o estudante pode simplesmente resolver iniciando pelas operações à esquerda, desconsiderando a ordem correta de resolução.

c) *Erros de conexão* – ocorrem quando a experiência do sujeito interfere em sua aprendizagem, fazendo com que ele se agarre aos padrões adquiridos e rejeite variações, resultando no erro (Torre, 2007). Pode-se exemplificar esse tipo de erro com as equações que geralmente são propostas aos estudantes com a incógnita x . Se o professor, que costuma utilizar o x , troca-o em uma questão por um a , é possível que o estudante não responda da mesma forma.

Os **Erros de execução** normalmente são percebidos como equívocos. Conforme Torre (2007, p. 123), “Os erros de execução têm a ver com a atitude e o estilo da pessoa. Têm lugar quando o sujeito arrisca caminhos novos, novas estratégias, procedimentos não-familiares”. Nesse sentido, é provável que o estudante chegue a um resultado quase correto, intermediário, a partir do qual seja possível encontrar sua falha (Torre, 2007). Esses erros podem ser mecânicos, operacionais ou estratégicos.

a) *Erros mecânicos* – estão relacionados à comunicação, seja oral ou escrita. Torre (2007) menciona que são pequenos detalhes omitidos, alterados ou substituídos pelo estudante, como, por exemplo, um sinal operatório.

b) *Erros operacionais* – são os erros cometidos ao “[...] operar ou executar um procedimento” (Torre, 2007, p. 124). Normalmente, ocorrem devido à distração ou nervosismo, os quais levam a confundir a ordem da realização do passo de um processo. Por exemplo, ao decompor um número, não começar o dividendo pelo menor número possível.

c) *Erros estratégicos* – acontecem por um equívoco na escolha e utilização da estratégia adequada para resolver determinado problema (Torre, 2007). Em outras palavras, são os erros cometidos quando o estudante utiliza um procedimento inadequado para solucionar uma tarefa. Por exemplo, na resolução de equações de

1º grau com uma incógnita, alguns alunos aprendem pelo método do “passa para o outro lado e inverte a operação” e acabam confundindo *operação* com *sinai*.

Para ilustrar o que foi até então discutido, a seguir, apresenta-se, no Quadro 2, o MADE exemplificado.

Quadro 2 – MADE Exemplificado

Momento	Tipo de erro	Descrição	Exemplo
Entrada	Intenção	Falta de clareza dos objetivos que o professor espera que o aluno alcance.	Quando o professor solicita uma redação com determinado tema, mas não especifica quais elementos serão avaliados.
	Percepção	Inadequada interação entre as características da informação e a cognição do estudante.	Quando o professor inicia um novo conteúdo com o pressuposto de que os estudantes compreendem os demais que servem de base para tal, como no caso da divisão, que necessita da compreensão da multiplicação.
	Compreensão	Falta de conhecimento (por parte do aluno) de palavras, expressões, conceitos ou falha lógica.	Quando o professor solicita a “representação gráfica” de uma fração, e o aluno não entende que se trata de representá-la como uma figura/desenho.
Organização	Análise e Sínteses	Refere-se ao fato de o indivíduo analisar elementos separadamente e sintetizá-lo combinando-o de diversas maneiras.	Em uma mesma sequência numérica, cada aluno pode observar diferentes características.
	Erros de Ordenação	Inadequada sequenciação das informações dispostas.	Ao resolver uma expressão numérica, que deve seguir certo passo a passo, o estudante pode desviar-se dos mesmos e resolvê-las em outra ordem.
	Erros de Conexão	Acontecem quando a experiência do indivíduo afeta seu processo de aprendizagem, levando-o a se apegar aos padrões já estabelecidos e a rejeitar variações.	Pode-se exemplificar esse tipo de erro com as equações que geralmente são propostas aos estudantes com a incógnita x . Se o professor que costuma utilizar o x , o troca em uma questão por um a , é possível que o estudante não responda da mesma forma.
Execução	Erros mecânicos	Pequenos detalhes omitidos ou alterados na comunicação oral ou escrita.	Trocar um sinal operatório por outro, como o de adição pelo de multiplicação.
	Erros	Ocorrem devido à	Ao decompor um número, dividi-

	operacionais	distração ou nervosismo na execução de um procedimento.	lo por qualquer de seus divisores, mas não o menor possível.
	Erros estratégicos	Escolha da estratégia inadequada para resolver determinado problema.	Ao resolver uma equação de 1º grau com uma incógnita, alguns alunos aprendem que se “passa para o outro lado e inverte o sinal”, mas na verdade, o que se inverte é a operação.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora a partir de Torre (2007).

2.3.2 Fases para tratamento didático dos erros

Torre (2007) menciona três fases para tratamento de erros: detecção, identificação e retificação. A primeira fase, a *detecção dos erros*, trata da localização de erros e da consciência deles.

A *identificação de erros*, segunda fase, é a que consiste no diagnóstico do erro, proporcionando informações sobre como o sujeito pensa. Um mesmo conteúdo, ou até uma mesma questão, pode evidenciar a compreensão ou dificuldade do aluno a respeito da interpretação do problema e, até mesmo, do uso correto das operações matemáticas (Torre, 2007). Nessa fase, Torre (2007, p. 138) aponta cinco tipos de erros em matemática:

1. Inadequada percepção daquilo que se pede no problema ou na tarefa. A falha pode ter sua origem em uma leitura precipitada, que passa por alto certos dados. O aluno costuma perceber tal tipo de erros quando os colegas comentam depois da prova.
2. Erros de apresentação devidos geralmente a uma má compreensão dos principais termos dos problemas, o que leva a escolher procedimentos ou fórmulas inadequadas.
3. Erros de conceito quando se propõem questões teóricas.
4. Erros de sequenciação dos passos a seguir na solução de um problema, desenvolvendo umas operações antes que outras como, por exemplo, ao eliminar parênteses.
5. Erros operacionais ou de cálculo.

A categorização dos erros em matemática pode ajudar na compreensão do princípio das dificuldades dos estudantes, para, assim, buscar soluções e estratégias com o intuito de garantir a aprendizagem.

Após classificar os erros, chega-se à etapa da *retificação dos erros*, ou seja, a correção. Entretanto, nesse processo, somente a correção do professor não basta

para a aprendizagem do sujeito. É necessário que ele reflita sobre seus erros. Torre (2007) sugere algumas estratégias de correção e retificação:

a) *Ficha-registro de erros*: consiste no registro dos erros mais recorrentes na disciplina. Tais fichas podem ser compostas por informações de identificação do erro, correção ou solução correta do problema e a estratégia que será utilizada pelo professor para que o estudante compreenda seu erro;

b) *Corrigir ou melhorar os exercícios*: nessa estratégia, o professor propõe exercícios para que os alunos identifiquem os erros e os compreendam;

c) *Segunda oportunidade*: consiste em o aluno ter a oportunidade de refazer suas atividades, após as observações do professor;

d) *Correção cooperativa*: trata-se da correção de exercícios em dupla, em grupos, pelos próprios alunos;

e) *Revisão de exercícios mal resolvidos*: trata-se do professor revisar exercícios que contenham erros juntamente com a turma, identificando-os e buscando o caminho correto;

f) *A caça do erro do professor*: o professor comete erros propositais para que os alunos, em competição, descubram;

g) *Autorreflexão ou metacognição*: trata-se da descrição feita pelos alunos de seus próprios erros, explicando-os.

As estratégias mencionadas por Torre (2007) são alternativas para uma pedagogia do erro, em que ele é utilizado de forma produtiva para a aprendizagem dos estudantes.

No caso deste estudo, foram selecionadas as estratégias que se atrelavam à sequência de atividades propostas. Assim, foi utilizada, primeiramente, a *ficha-registro*, elaborada durante a correção das atividades escritas com informações sobre os erros para o uso da professora-pesquisadora.

Após a confecção das fichas, realizou-se uma entrevista com os estudantes, durante a qual a professora propôs que identificassem seu erro e explicassem como pensaram no momento da resolução e, também, como pensam ser o correto, caracterizando as estratégias de *autorreflexão* e de *corrigir ou melhorar* (Torre, 2007).

Por fim, durante a realização das entrevistas, foi possível refazer as atividades errôneas para que os estudantes tivessem, como sugerido por Torre (2007), uma *segunda oportunidade* de solucioná-las com mais clareza.

2.4 Ensino e aprendizagem de frações

As frações, habitualmente, são relacionadas a receitas, pizzas, barras de chocolate etc., com a ideia de representar a parte de um todo. Contudo, o uso das frações não se reduz apenas a este significado. Observando a história, pode-se ver, por exemplo, que as frações surgiram a partir de necessidades de medir ou comparar grandezas em que os números utilizados não eram suficientes, como para mensurar extensões territoriais (Lima, 2014).

O estudo de frações é um dos temas em que os professores e os alunos apresentam maior dificuldade (Lima, 2014; Smole; Diniz, 2016). Assim, a temática é recorrente em pesquisas e discussões de professores da Matemática. Conforme Lima (2014, p. 22), “para o ensino de frações os professores devem oportunizar aos alunos o contato com situações diversificadas e contextualizadas que venham contribuir para a construção da aprendizagem do conceito de frações”. Desse modo, destaca-se a importância de aproximar o ensino de frações da realidade dos estudantes, propondo oportunidades de aprendizagem que para eles façam sentido. A esse respeito, Silva (2017) afirma que esse ensino deve utilizar atividades e situações-problema que permitam ao aluno compreender o conteúdo, pois a utilização de regras e algoritmos levam apenas à memorização e não ao entendimento de sua aplicabilidade.

As frações aparecem na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) como objeto de conhecimento a ser ensinado desde o 4º ano do Ensino Fundamental. Assim, devem ser introduzidas, no referido ano escolar, as primeiras ideias sobre o conceito (Brasil, 2018).

A BNCC explana que a aprendizagem, tanto nos anos iniciais como nos anos finais,

[...] está intrinsecamente relacionada à apreensão de significados dos objetos matemáticos. Esses significados resultam das conexões que os alunos estabelecem entre os objetos e seu cotidiano, entre eles e os diferentes temas matemáticos [...] (Brasil, 2018, p. 276).

Dessa maneira, o documento retoma a importância da relação do ensino não apenas de frações como também dos demais conteúdos com o cotidiano do aluno, almejando a proposição de situações em que os estudantes possam estabelecer relações com sua realidade. No que se refere às frações no currículo dos anos finais

do Ensino Fundamental, no 6º ano, a normativa educacional sugere, como objeto de conhecimento: “Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações” (Brasil, 2018, p. 300).

Além dos significados parte-todo e quociente destacados pela BNCC para o 6º ano, existem outros cinco significados do conceito de frações: operador multiplicativo, número, medida, razão e probabilidade, os quais serão elucidados na próxima seção.

2.4.1 Os diferentes significados implicados no conceito de frações

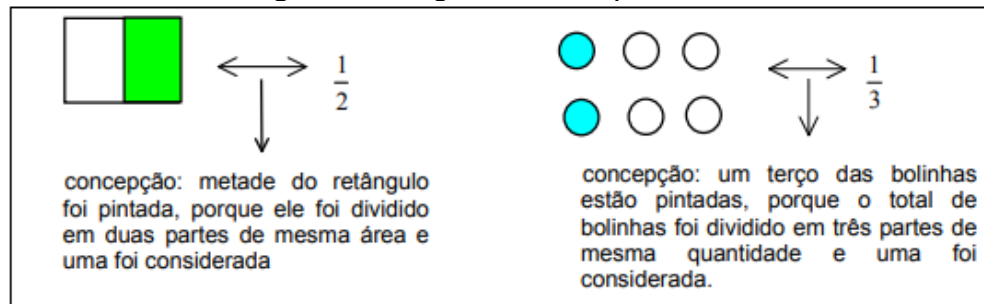
Como visto, o universo das frações é bastante amplo, possuindo diferentes significados. A seguir, apresenta-se, brevemente, a que cada um deles se refere.

2.4.1.1. *Parte-todo*

O significado parte-todo surge do ato de dividir uma grandeza em partes iguais (Silva, 2005). Geralmente, o ensino de frações parte dessa ideia, já que se faz necessária para entender os demais significados. Conforme Silva (2005, p. 107), “O sujeito deve entender, genericamente, que o todo recebe também o nome de inteiro e que a escrita $\frac{a}{b}$ descreve uma partição, em que o número b indica a quantidade de partes ‘iguais’ em que o inteiro foi dividido”. Dessa forma, a representa o numerador da fração, ou seja, o número de parte que consideramos, e b o denominador, total de partes iguais em que o inteiro foi dividido.

Lapa (2013) considera que, para resolver problemas de parte-todo, é necessário apenas um procedimento de dupla contagem, que é utilizado ao introduzir os números fracionários. Consistindo, pois, em identificar que o denominador é a quantidade total de partes divididas e o numerador é o número de partes tomadas.

Silva (2005) apresenta dois exemplos distintos em que se mobiliza o significado parte-todo, de representação geométrica e simbólica na concepção parte-todo, ilustrados na Figura 2.

Figura 2 – Significado de parte-todo

Fonte: Silva (2005, p. 106).

Nota-se que, no primeiro exemplo, tem-se um retângulo dividido em duas partes iguais e uma delas está pintada, chegando à fração $\frac{1}{2}$ (um meio). Já no segundo exemplo, há 6 bolinhas e duas delas estão pintadas e obtém-se a fração $\frac{1}{3}$ (um terço), pois quando o total de 6 bolinhas é dividido em 3 partes, cada uma das partes contém 2 bolinhas.

Silva (2005) destaca que a nomeação das partes em meios, terços, quartos etc. é possível a partir da partição do inteiro e, por isso, é chamado de denominador. Já a quantidade das partes que são consideradas é chamada de numerador.

Para a aprendizagem do conceito parte-todo, Silva (2005) salienta a importância da manipulação em atividades diversas, uma vez que diferentes figuras podem gerar diferentes técnicas de manipulação.

2.4.1.2 Medida

Está presente nas tarefas envolvendo medição, nas quais os números naturais podem não ser suficientes, o que demonstra a necessidade de novos números. De acordo com Silva (2005, p. 117), “as tarefas de medição naturalmente associam a concepção de medida, solicitando a manipulação de um padrão chamado de unidade de medição que, por sua vez, dependerá diretamente da grandeza em jogo”.

Nesse contexto, a divisão dessa unidade se relaciona com o significado de parte-todo. Para Silva (2005), as tarefas de medições são apropriadas para a compreensão dos números fracionários maiores que um, dos números mistos, da adição de frações de mesmo denominador e, até mesmo, da equivalência.

Silva (2005) cita, como exemplo, atividades que busquem determinar medidas de comprimento de objetos utilizando tiras de papel como unidade de medição, que serão comparadas com o objeto que está sendo medido. Esse tipo de comparação

evidencia a necessidade de se dividir a unidade de medida para ser possível determinar o comprimento do objeto.

Esse conceito é associado por Lima (2014), Lapa (2013) e Moutinho (2005) ao conceito de probabilidade, que, neste estudo, é apresentado de forma separada, com outro significado (Cavalcanti; Guimarães, 2008).

2.4.1.3 Quociente

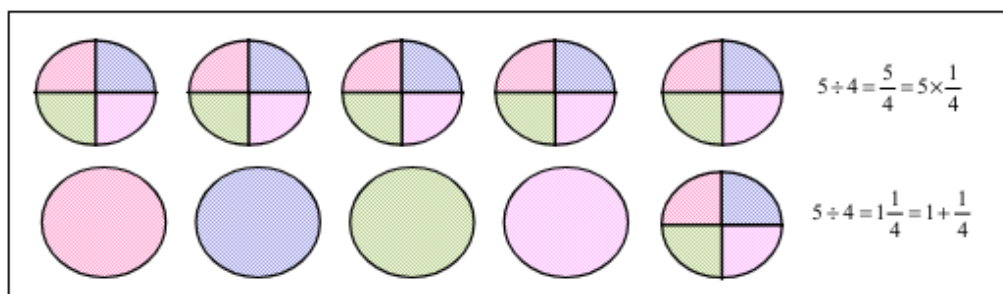
O significado quociente ultrapassa a ideia de parte-todo. Para Lapa (2013, p. 44), os dois diferem-se, pois “no significado Quociente são apresentadas duas variáveis distintas e no Parte-todo a relação acontece entre a mesma variável”.

Esta concepção está associada à divisão do numerador pelo denominador da fração. Conforme Silva (2005, p. 121), “a operação de divisão consiste na técnica que, geralmente, cumpre essas tarefas, fazendo com que o ato de distribuir ou dividir, a em b partes iguais, associe ao fracionário $\frac{a}{b}$ a operação $a \div b$ ”.

Silva (2005) exemplifica a mobilização desse significado de fração em tarefas que solicitam a distribuição de x objetos em um número y de partes iguais: “*Quanto cada pessoa receberá de pizza se distribuirmos igualmente cinco pizzas entre quatro pessoas*” (Silva, 2005, p. 122, grifos do autor).

Nessa tarefa, a quantidade de pizzas é maior do que a quantidade de pessoas que devem ser divididas. Silva (2005) representa essa divisão através da Figura 3.

Figura 3 – Significado de quociente



Fonte: Silva (2005, p. 122).

Na figura, pode-se observar duas formas de resolução da divisão das cinco pizzas entre quatro pessoas, e cada cor representa a quantidade de pizza que uma

pessoa irá receber. Assim, essa distribuição relaciona-se à representação $5 \div 4$, o que possibilita a compreensão de que $5 \div 4 = \frac{5}{4}$.

2.4.1.4 Razão

O significado de razão está presente na comparação entre duas grandezas. Silva (2005) exemplifica que a fração $\frac{2}{3}$, na concepção de razão, se lê “dois para três”, que leva a um raciocínio proporcional. Desse modo, a concepção de uma fração como razão se trata de proporcionalidade. Silva (2005) cita como exemplo a tarefa ilustrada na Figura 4:

Figura 4 – Significado de razão



Fonte: Silva, (2005, p. 125).

Observa-se que a tarefa solicita que se determine a razão de ampliação e de redução entre duas figuras. Para resolvê-la, é necessário perceber que a medida da placa A é de 5 unidades e a da placa B, de 8 unidades. Assim, se compararmos, a medida de A para B é de 5 para 8, ou $\frac{5}{8}$, que caracteriza uma ampliação. Já quando se compara a medida de B para A, é 8 para 5, ou $\frac{8}{5}$, o que caracteriza uma redução.

O significado razão é considerado por outros autores parte do significado medida, pois retoma as suas interpretações (Moutinho, 2005; Lapa, 2013).

2.4.1.5 Operador multiplicativo

A concepção de operador multiplicativo é utilizada quando uma fração se relaciona com alguma quantidade, modificando-a e produzindo uma nova quantidade

(Silva, 2005). Pode se dizer, ainda, que, nesse caso, a fração atua como um valor escalar aplicado a uma quantidade (Lapa, 2013; Lima, 2014).

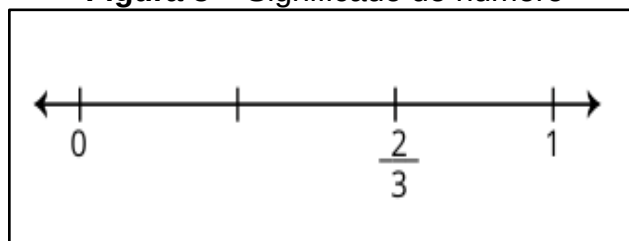
Uma das tarefas utilizadas nesse caso poderia ser, por exemplo, “quantos alunos correspondem a $\frac{2}{3}$ de uma classe com 36 alunos?” (Silva, 2005, p. 137). Assim, o operador $\frac{2}{3}$ atua em relação a quantidade de alunos (36) e obtém-se a quantidade referente a $\frac{2}{3}$ de 36, quando se divide 36 em 3 partes, e se multiplica o resultado (12) por 2, resultando em 24.

2.4.1.6 Número

Na concepção de fração como um número, ela é compreendida como um número por si só. Lima (2014) e Lapa (2013) entendem que, para esse significado, a representação ocorre na forma decimal ou ordinária.

Merlini (2005) traz como exemplo a representação da fração $\frac{2}{3}$ na reta numérica, que pode ser visualizada na Figura 5.

Figura 5 – Significado de número



Fonte: Elaborado pela autora a partir de Merlini (2005).

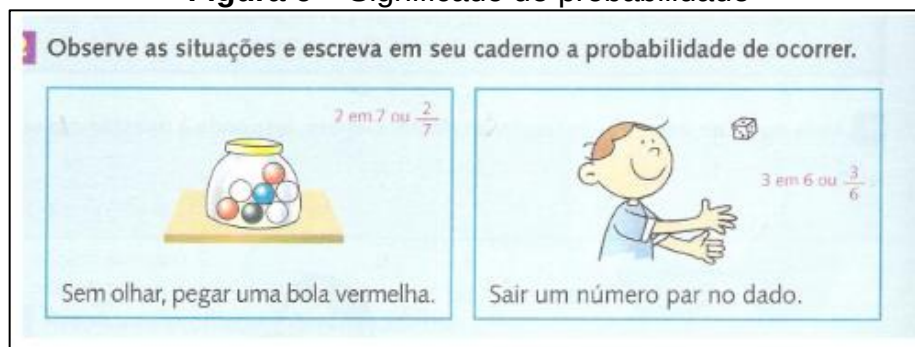
Nessa situação, o sujeito deve perceber que a fração corresponde a um único número, um ponto na reta numérica, entre 0 e 1, e que esse intervalo compreende infinitos números, sendo um deles o número $\frac{2}{3}$. Para localizar esse número na reta numérica, pode-se recorrer ou não a sua representação decimal, obtida através da divisão de 2 por 3, mas marcar na reta numérica $\frac{2}{3}$.

2.4.1.7 Probabilidade

O significado de probabilidade está associado à chance de um evento ocorrer, sendo o numerador da fração o número de casos favoráveis e o denominador o

número de casos possíveis (Cavalcanti; Guimarães, 2008). A Figura 6 representa uma tarefa envolvendo o significado probabilidade.

Figura 6 – Significado de probabilidade



Fonte: Cavalcanti e Guimarães (2008, p. 14).

Na primeira situação apresentada na Figura 6, a chance de retirar uma bola vermelha de um recipiente que contém sete bolas coloridas é de 2 bolas em 7, ou seja, $\frac{2}{7}$. Na segunda situação, a chance de retirar um número par no dado (ou seja, os números 2, 4 ou 6) é de 3 em 6, ou, em fração, $\frac{3}{6}$.

Oportuno destacar que, nesta pesquisa, utilizaram-se apenas os significados parte-todo e operador multiplicativo, pois foram realizadas atividades de representação e comparação de frações e fração de um número.

2.4.2 Materiais manipulativos no ensino de frações

Diante do pensamento de que o ensino desse objeto de conhecimento e os significados que o compõem devem ser trabalhados utilizando atividades e situações-problema que permitam ao aluno realizar associações do conteúdo com a realidade, explora-se, a seguir, informações teóricas sobre materiais manipulativos e situações-problema, além do efeito do erro nesses casos.

Conforme Smole e Diniz (2016), os materiais manipulativos, normalmente, são utilizados como facilitadores da aprendizagem do aluno. Os professores, ao aplicá-los, imaginam que o estudante alcançará a aprendizagem e conseguirá transpor o que entendeu com o uso do material para o algoritmo apenas manipulando os materiais fornecidos (Smole; Diniz, 2016). De acordo com as autoras, “de nada valem materiais didáticos na sala de aula se eles não estiverem atrelados a objetivos bem claros e se

seu uso ficar restrito apenas à manipulação ou ao manuseio que o aluno quiser fazer dele” (Smole; Diniz, 2016, p. 11).

Por isso, sugere-se o uso de situações-problema que possam ser resolvidas a partir da manipulação dos materiais didáticos propostos. Além disso, o material didático pode ser utilizado para introduzir um conhecimento, confirmar uma ideia ou como um auxílio na construção de conceitos durante o processo de aprendizagem.

Nessa perspectiva,

O ideal é que haja um objetivo para ser desenvolvido, embasando e dando suporte ao uso. Também é importante que sejam colocados problemas a serem explorados oralmente com as crianças, ou para que elas em grupo façam uma “investigação” sobre eles. Acharmos ainda interessante que, refletindo sobre a atividade, as crianças troquem impressões e façam registros individuais e coletivos (Smole; Diniz, 2016, p. 14).

Isso pressupõe que as atividades sejam formuladas pensando se farão sentido ao aluno, com objetivos claros do que se quer que ele desenvolva. Dessa forma, os materiais manipuláveis auxiliam o estudante na formulação de seu pensamento, a fim de que resolva as questões que lhe foram propostas e permitam-no realizar reflexões sobre elas.

Assim, é importante que o docente compreenda as reflexões utilizadas pelos estudantes para resolverem os problemas. Diante disso, o professor pode incentivar os alunos a falarem e a justificarem suas respostas.

Conforme Smole e Diniz (2016, p. 15, grifos das autoras),

É importante destacar a ênfase nos recursos de **comunicação**, ou seja, os alunos são estimulados a falar, escrever ou desenhar para, nessas ações, concretizarem a reflexão tão almejada nas atividades. Isso se justifica porque, ao tentar se comunicar, o aluno precisa organizar o seu pensamento, perceber o que não entendeu, confrontar-se com opiniões diferentes da sua, posicionar-se, ou seja, refletir para aprender.

É importante, portanto, que haja atividades que disponibilizem um espaço para que os estudantes exponham seus entendimentos, sistematizando suas noções. Esse espaço pode ser um resumo, a produção de um texto, um parecer, uma autoavaliação de suas interações em relação ao conteúdo (Smole; Diniz, 2016). Para isso, as autoras propõem o uso do painel de soluções, como um mural, no qual são expostas atividades de todos os alunos, e, diante do painel coletivo, os estudantes podem

escrever ou falar sobre as questões, o que os leva a observar as ideias dos colegas (Smole; Diniz, 2016).

Cabe destacar que o ensino de frações também pode ocorrer utilizando materiais manipuláveis, principalmente no que diz respeito a representações, comparação e operações de/com frações. Todavia, esses conteúdos, normalmente, são trabalhados de forma isolada, em um certo período, e os assuntos apenas são revisitados no próximo ano escolar. De acordo com Smole e Diniz (2016, p. 24), “[...] como o tempo de ensinar não é o mesmo da aprendizagem dos alunos, esse intervalo gera praticamente a necessidade de um recomeço total do tema por parte dos alunos e do professor”. Assim, geralmente, o professor parte para o ensino de outro conteúdo, mesmo que o aluno não tenha compreendido ainda o que foi ensinado sobre as frações.

Nesse sentido, a avaliação pode servir como fonte de informações sobre a aprendizagem do estudante para que o ensino seja planejado utilizando-a como ponto de partida. A seguir, explora-se algumas concepções sobre o papel da avaliação.

2.5 Caminhos para a aprendizagem: da avaliação classificatória à avaliação diagnóstica

A avaliação é parte dos processos de ensino e de aprendizagem nas escolas. Entretanto, pode ser percebida por cada docente a partir de diferentes perspectivas. Tendo em vista que, geralmente, os erros destacam-se em avaliações, principalmente em testes escritos, percebe-se a necessidade de discutir sobre o papel da avaliação nas diferentes concepções. Para este estudo, salientam-se as concepções de avaliação classificatória, mediadora, diagnóstica e formativa.

Segundo Hoffmann (2019), a avaliação na concepção classificatória visa a atribuição de notas e/ou conceitos ao desempenho dos estudantes em provas ou testes. Esse tipo de avaliação gera segurança para muitos professores, que, por vezes, pensam a avaliação com critérios que são empecilhos para os alunos exporem seus aprendizados. Por conseguinte, os docentes formulam provas com um nível de dificuldade maior do que o utilizado nos exercícios propostos em sala de aula. Todavia, Luckesi (2011) chama a atenção para que as avaliações, principalmente as classificatórias, sejam formuladas com clareza nos objetivos possuídos.

Em uma concepção mediadora, o ensino é planejado visando o desenvolvimento dos estudantes no processo de construção da aprendizagem. Entende-se, então, que o conhecimento é assimilado pelos alunos mediante as possibilidades oferecidas pelo professor, e a avaliação tem a função de nortear as próximas oportunidades de ensino e de aprendizagem.

Ao incentivar uma avaliação mediadora, Hoffmann (2018) destaca a necessidade da intervenção pedagógica. Conforme a autora,

Planejar atividades e práticas pedagógicas, redefinir posturas, reorganizar o ambiente de aprendizagem e outras ações, com base no que se observa, são procedimentos inerentes ao processo avaliativo. Sem a ação pedagógica, não se completa o ciclo da avaliação na sua concepção de continuidade, de ação-reflexão-ação (Hoffmann, 2018, p. 15).

Logo, a avaliação mediadora tem como um de seus pilares a reflexão sobre o processo, para que seja possível ressignificar a prática educativa. Assim, o professor é visto como um mediador, que orienta os estudantes para a aprendizagem.

Semelhante à concepção mediadora, a avaliação diagnóstica também é “um meio de tornar os atos de ensinar e aprender produtivamente satisfatórios”. (Luckesi, 2011, p. 13). Essa concepção de avaliação objetiva identificar o que o aluno já sabe e o que ainda pode aprender, acompanhando o processo. Luckesi (2018, p. 13) enfatiza a importância de uma avaliação de acompanhamento, pois

[...] a avaliação é um ato de investigar a qualidade daquilo que constitui seu objeto de estudo e, por isso mesmo, retrata sua qualidade. Desse modo, ela não soluciona nada, mas sim subsidia as decisões sobre atos pedagógicos e administrativos na perspectiva da eficiência dos resultados desejados.

A partir dessas erudições, entende-se que esse tipo de avaliação busca identificar se o aluno aprendeu, regulando a aprendizagem, ou seja, caso não tenha aprendido, ensina-se novamente. O importante para o professor é diagnosticar o que foi assimilado, para que a aprendizagem já estabelecida sirva de base para novas.

Posto isso, entende-se que planejamento e avaliação são indissociáveis, já que a última deve estar de acordo com o que foi planejado e ensinado, e o resultado das avaliações precisa servir de base para novos planejamentos e intervenções. Nessa acepção,

A avaliação cruza o trabalho pedagógico desde seu planejamento até a sua execução, coletando dados para melhor compreender a relação entre o planejamento, o ensino e a aprendizagem e orientando a intervenção didática para que seja qualitativa e contextualizada (Silva, 2018, p. 16).

Entendendo a avaliação como parte do trabalho pedagógico, assume-se a responsabilidade de rever os procedimentos usados em sala de aula, de forma que, durante o planejamento, a prática e a avaliação mantenham objetivos convergentes, com as adaptações necessárias. “A razão de ser da avaliação está em ‘acompanhar’ interativa e regulativamente se os objetivos pedagógicos estão sendo atingidos” (Silva, 2019, p. 62). Sendo assim, no caso de a avaliação apontar que os objetivos pedagógicos não foram alcançados, devem ser planejadas intervenções didáticas que visem a aprendizagem do estudante.

Dentro dessa ideia, é possível acrescentar a perspectiva da avaliação formativa, que, de acordo com Luckesi (2019, p. 62),

[...] é um mecanismo integrativo e regulador da prática docente e das aprendizagens, ocupando um lugar mediador na ação educativa, sendo fonte de informações descritivas e interpretativas dos percursos e dos conteúdos de aprendizagens dos aprendentes e das situações didáticas e da relação entre ambos.

Em resumo, a avaliação formativa tem como objetivo acompanhar o progresso do aluno, procurando entender as formas como o estudante constrói seu conhecimento. Em vista disso, este trabalho filia-se à perspectiva diagnóstica, pois esta trata de identificar os conhecimentos que os alunos possuem e os que ainda podem construir, verificando qual a melhor forma de oportunizar ao aluno demonstrar o que aprendeu.

Percebe-se, assim, que a produção do aluno é rica em informações, inclusive os erros também compõem tal riqueza, afinal,

O erro faz parte do percurso de construção do conhecimento, de desenvolvimento de competência e de aprendizagens. O desafio do professor é possibilitar aos educandos sequências didáticas que favoreçam a construção de hipóteses, utilizar o que sabe para construir pistas para adquirir novos conhecimentos (Silva, 2019, p. 76).

Por conseguinte, compreender o erro é algo importante tanto para avaliar o desenvolvimento do aluno como para replanejar o ensino. Ter clareza dos objetivos permite ao professor mapear como está a aprendizagem do aluno, auxiliando, ainda,

na escolha de outros instrumentos avaliativos de acordo com a necessidade de cada estudante e da turma. Gitirana (2018, p. 77) salienta que “os procedimentos avaliativos intencionam justamente mapear a relação entre o ensino e as aprendizagens para o ajuste da intervenção pedagógica em função das necessidades e dos interesses dos educandos”.

Quando se fala em intervenções pedagógicas, estas podem ser voltadas ao replanejamento do ensino de acordo com as necessidades dos estudantes ou, ainda, com novas formas de explorar o que o aluno já sabe. Há uma demanda, então, por novos instrumentos avaliativos, uma diversificação, que, segundo Silva (2018, p. 17), “[...] tem uma função estratégica na coleta de um maior número e variedade de informações sobre o trabalho discente e os percursos de aprendizagens”. Desse modo, as avaliações na forma de teste escrito, principalmente com questões de múltipla escolha, não oferecem dados suficientes para o professor compreender como está a aprendizagem do aluno. Em tais casos, não há demonstrações das operações de pensamento que o discente realizou para chegar no resultado escolhido. Com isso, assevera-se a importância da seleção e escolha dos instrumentos de coletas de dados, como apresentado na subseção a seguir.

2.5.1 Instrumentos de coleta de dados para a avaliação

Luckesi (2011) aprimora o conceito de instrumentos avaliativos, pois, para ele, o termo não indica o caráter diagnóstico. Sugere-se, então, o uso da nomenclatura instrumentos de coleta de dados para a avaliação, que, segundo o autor, “são propriamente os recursos que empregamos para captar informações sobre o desempenho do educando, que são a base da descrição do seu desempenho” (Luckesi, 2011, p. 299). Como descrito, os dados coletados vão além de uma avaliação que tem como único objetivo atribuir uma nota ao resultado do aluno. Servem para verificar o aprendizado do estudante, os conceitos que construiu e os que ainda estão frágeis. Entretanto, é necessário olhar para esses dados com clareza dos objetivos propostos no planejamento das aulas e na avaliação.

Os instrumentos de coleta de dados para a avaliação devem ser formulados com questões em que os estudantes são incentivados a exporem seus entendimentos, como situações-problema e perguntas abertas. É importante

oportunizar momentos em que o aluno demonstre como está seu processo de aprendizagem. A esse respeito, Luckesi (2011, p. 302-303) destaca que

Outros instrumentos de coleta de dados, respondidos diretamente pelo estudante (por escrito, verbalmente ou de forma demonstrativa), na medida em que sejam adequados à circunstância, podem e devem ser utilizados para ampliar a capacidade de observação do avaliador, com a consciência de que eles fazem uma mediação entre o observador e a realidade observada, ou seja, eles têm o limite de serem instrumentos de coleta de dados 'sobre a realidade'. Não são absolutos. Eles 'expressam a realidade', mas é possível que não seja "a realidade em toda a sua extensão".

Os instrumentos de coleta de dados revelam apenas o que o estudante externaliza, sendo possível, a partir deles, perceber todo o entendimento do aluno. Em vista disso, é possível que, durante a aplicação dos instrumentos, seja constatada sua imprecisão em relação a evidenciar o que se tinha como objetivo, por não serem amplos e claros o suficiente e o aluno não se expressar como esperado, demonstrando a necessidade de utilizar instrumentos de coletas de dados diversificados, conforme a necessidade apresentada.

A aplicação de tais instrumentos pode diagnosticar tanto a necessidade de outros tipos de instrumentos, enquanto não se tem dados suficientes; como a necessidade de intervenções junto ao aluno após a coleta de dados que apontam a instabilidade de determinados conhecimentos.

De acordo com Hoffmann (2019), para que seja possível verificar tais necessidades, é fundamental que o professor vá além do ato de corrigir uma avaliação. É imprescindível interpretar as ideias e as manifestações de pensar e de aprender do estudante, para, então, (re)planejar suas ações didáticas e práticas avaliativas. Entende-se, logo, que a principal função das avaliações é diagnóstica. Mas o que se objetiva diagnosticar? Esta é a pergunta que o docente precisa ter em mente ao preparar seus instrumentos de coleta de dados para a avaliação.

Silva (2019) sistematiza que a função diagnóstica e prognóstica deve levar em conta quem são os estudantes, suas realidades, metas e necessidades, para que se possa pensar o ensino e partir do que sabem. Desse modo, é possível que "[...] nossos planos de aula sejam os mais próximos possíveis das reais necessidades dos alunos em função dos objetivos da aprendizagem e do nível de ensino em que se encontram" (Silva, 2019, p. 81).

Com isso, verifica-se a dimensão diagnóstica e formativa, não diretamente da avaliação, mas dos instrumentos de coleta de dados para tal. Esses, quando formulados em conformidade com os objetivos, possuem um valor pedagógico, pois auxiliam a mapear os conhecimentos dos estudantes, apontando os entendimentos corretos e errôneos, inadequações e imprecisões. É a partir desse mapeamento que se identificam os saberes dos estudantes, possibilitando que o ensino ocorra de acordo com seus conhecimentos prévios.

É importante ressaltar que, para que essa prática de avaliação diagnóstica e formativa ocorra, são necessários tempo e condições apropriadas. Conforme Silva (2019), a grande quantidade de alunos e a ausência de material e de tempo remunerado para o replanejamento das aulas dificultam, ou até mesmo inviabilizam, esse tipo de avaliação e, por consequência, uma aprendizagem significativa. Todavia, cada docente pode analisar as necessidades e as possibilidades de aplicação de instrumentos de coleta de dados para avaliação diagnóstica nas instituições de ensino em que atua, para que sejam adequados à realidade educacional e sirvam como diagnóstico dos conhecimentos dos estudantes e norteadores da prática educativa.

Com isso, no próximo capítulo, apresentam-se estudos já realizados envolvendo a temática análise de erros.

3 PESQUISAS REALIZADAS NA ÁREA DA ANÁLISE DE ERROS EM MATEMÁTICA NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Com o objetivo de verificar o que se tem pesquisado e produzido prática e teoricamente em relação aos erros nos anos finais do Ensino Fundamental, este capítulo busca apresentar uma revisão sistemática da literatura, utilizando como fontes o Catálogo de Teses e Dissertações (CAPES), a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e o Scientific Eletronic Library Online (SciELO), considerando os trabalhos publicados em um intervalo de 10 anos, de janeiro de 2013 a dezembro de 2022.

No buscador do catálogo de teses e dissertações da CAPES, foi inserido o termo “análise de erros” e os resultados foram refinados para as áreas de conhecimento Matemática e Ensino de Ciências e Matemática, resultando em cinquenta pesquisas, das quais, trinta e nove foram excluídas, por constarem duplamente ou não abordarem o público-alvo. Apenas onze trabalhos eram voltados aos anos finais do Ensino Fundamental.

Na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), utilizou-se o mesmo termo no buscador da plataforma e os resultados foram refinados para a área de conhecimento Ciências Exatas e da Terra: Matemática. A busca resultou em 28 trabalhos, os quais foram analisados um a um, verificando-se, portanto, quatro estudos que possuíam os anos finais do Ensino Fundamental como público-alvo, e três desses coincidiam com os encontrados no repositório da CAPES.

Na plataforma Scientific Eletronic Library Online (SciELO), pesquisando pelo mesmo termo e refinando os resultados para as áreas de conhecimento Ciências Exatas e da Terra e Matemática, resultaram cinco publicações, porém nenhuma delas se adequou aos critérios estabelecidos. Desse modo, foram selecionados doze trabalhos, apresentados no Quadro 3 em ordem cronológica.

Quadro 3 – Resultados da Pesquisa

	Repositório da pesquisa	Tipo de trabalho	Título do trabalho	Autor(a)	Ano
1	CAPES	Dissertação	Metodologia didática de análise de soluções aplicada no ensino de frações	Rafael Filipe Nova Vaz	2013

2	CAPES/ BDTD	Dissertação	Análise de erros cometidos por alunos de 8º ano do Ensino Fundamental em conteúdos de álgebra	Lauren Darold Brum	2013
3	CAPES/ BDTD	Dissertação	Análise de erros na divisão de números decimais por alunos do 6º ano do Ensino Fundamental	Sabrina Londero da Silva Rossato	2014
4	CAPES	Tese	Desenvolvimento profissional de professores que lecionam matemática no Ensino Fundamental: possibilidades a partir da reflexão sobre os erros dos alunos	José Roberto Costa	2014
5	BDTD	Dissertação	Análise das estratégias e erros dos alunos do 9º ano em questões de álgebra baseadas no Saresp de 2008 a 2011	Alessandro Gonçalves	2014
6	CAPES/ BDTD	Dissertação	Análise de erros no Ensino Fundamental: uma transição do 5º para o 6º ano	Simone Braga Castanho	2015
7	CAPES	Dissertação	Análise de erros cometidos pelos discentes do sétimo ano do Ensino Fundamental e primeiro ano do Ensino Médio no estudo dos números racionais na sua forma fracionária	Luis Carlos Gois de Oliveira	2017
8	CAPES	Dissertação	Análise de erros cometidos por alunos do 6º ano na resolução de problemas envolvendo frações	José Rogério Barreto	2017
9	CAPES	Dissertação	Utilização de um objeto de aprendizagem na forma de um jogo no ensino de matemática: análise e contribuições	Bruno Mendes Basso	2018
10	CAPES	Dissertação	Aprendendo por meio da análise de erros: uma investigação sobre as operações com frações numa função afim	Eliana Teles Portela	2018
11	CAPES	Dissertação	Estudo de áreas e de perímetros de polígonos, com o auxílio do geoplano e do papel quadriculado, numa turma de sétimo ano do ensino fundamental de uma escola pública	Guilherme Nascimento da Cruz	2020
12	CAPES	Dissertação	Entendimentos e Estratégias Desenvolvidos por docentes do 6º ano do Ensino Fundamental a partir da Análise de erros em Matemática	Edson Passos da Silva	2021

Fonte: Elaborado pela autora a partir de pesquisas realizadas nas plataformas CAPES, BDTD e SciELO (2023).

Desses trabalhos, observou-se os objetivos, o público-alvo, metodologias aplicadas e teoria de aprendizagem considerada. Aspectos que são, agora, apresentados.

No primeiro trabalho, intitulado “Metodologia Didática de Análise de Soluções Aplicada no Ensino de Frações”, de Vaz (2013), o pesquisador propôs que os alunos trabalhassem em grupos para correção e análise de soluções produzidas por eles mesmos nas aulas anteriores, voltado ao conteúdo de frações no 7º ano. Para verificar os resultados da metodologia aplicada, foi realizado um mesmo teste, antes e depois da revisão do conteúdo. Tal instrumento foi oferecido pelo professor-pesquisador com aulas expositivas seguidas de exercícios. O pesquisador usou o termo análise de soluções, pelo fato de focar em toda produção, sejam erros ou acertos, embasando-se teoricamente nos trabalhos de Borasi (1985) e Cury (2007, 2012). Por fim, concluiu que a metodologia da análise de erros ou análise de soluções necessita de amadurecimento, pois, apesar de a quantidade de acertos na segunda aplicação do teste ter aumentado, houve questões em que o percentual de acertos se manteve baixo. O que, segundo o pesquisador, aponta para um problema no ensino, causado pela “decoreba”, que não resulta necessariamente em aprendizagem.

O trabalho de Brum (2013), intitulado “Análise de erros cometidos por alunos de 8º ano do Ensino Fundamental em conteúdos de álgebra”, orientado pela Helena Cury, utilizou como principal embasamento as produções sobre erros de Pinto (2000), da própria Cury (1995; 2002; 2004; 2007) e Torre (2007). A pesquisadora também realizou a aplicação de um questionário pré-teste para identificar os erros dos alunos no conteúdo de álgebra, e, com a proposta de testar estratégias de ensino elaboradas de acordo com os erros manifestados, utilizou o software *Hot Potatoes*², que permite criar atividades de múltipla escolha. Com o uso do software, os alunos deixaram de lado o medo de iniciar a atividade, sem pensar nas dificuldades, explorando as possibilidades para resolver os problemas propostos. Em seguida, foi aplicado novamente o questionário, e, como resultado, houve uma redução no quantitativo de erros.

Rossato (2014), por meio da dissertação “Análise de erros na divisão de números decimais por alunos do 6º ano Ensino Fundamental”, analisou os erros de

² O software *Hot Potatoes* é uma ferramenta tecnológica que permite a “criação de cinco tipos de exercícios interativos, compatíveis com os navegadores mais utilizados” (Brum, 2013, p. 27).

alunos do 6º ano do Ensino Fundamental na resolução de exercícios de divisão de números decimais sob uma perspectiva ausubeliana. Para tal análise, aplicou um teste com questões contextualizadas e questões ditas rotineiras, que exigiam a manipulação de números que continham casas decimais após a vírgula. Para a superação das dificuldades manifestadas, observou os subçunsosres que os alunos já possuíam e propôs o uso de organizadores prévios (Ausubel, 2003) por meio de uma oficina, utilizando materiais manipuláveis, como o Quadro Valor Lugar (QVL) e o Material Dourado, além de um Objeto de Aprendizagem (OA) digital, que resultou numa considerável redução dos erros e uma possível aprendizagem significativa. Em sua dissertação, a autora discorreu sobre a análise de erros com base em Cury (2006; 2007; 2008), que também orientou o trabalho, e aprofundou o assunto voltado aos números decimais utilizando o trabalho de Viola dos Santos (2007), com um viés do erro como indicador da necessidade de organizadores prévios para que o aluno possa estabelecer conexões em sua cognição e alcançar uma aprendizagem significativa.

A tese “Desenvolvimento profissional de professores que lecionam Matemática no Ensino Fundamental: possibilidades a partir da reflexão sobre os erros dos alunos”, de Costa (2014), preocupou-se com a formação e a atualização de professores, considerando a análise de erros uma metodologia de pesquisa e ensino importante para o replanejamento do ensino e superação de práticas tradicionais. Com viés do erro como “trampolim” para aprendizagem, a pesquisa foi embasada, quanto à análise de erros, em Cury (2007), Borasi (1985), Viola dos Santos e Buriasco (2008); quanto à formação continuada de professores, em Ponte (1998, 2005), Fiorentini e Nacarato (1999) e Nóvoa (1991), Guskey (2002), entre outros. Para a realização da pesquisa, foram reunidos seis professores de 6º ano para refletir, em alguns encontros, sobre os erros cometidos por seus alunos. Foram realizadas entrevistas com os seis professores, anteriores e posteriores aos encontros, e, em sala de aula, poucas mudanças foram observadas nas suas atitudes em relação aos erros e ações didáticas. Desse modo, Costa (2014) concluiu que é necessária a realização de mais formações de professores que levanten a reflexão sobre os erros.

Gonçalves (2014) verificou as estratégias que alunos de uma turma de 9º ano utilizam para resolver questões de álgebra retiradas do Sistema de Avaliação do

Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (Saresp)³, com foco nos erros, propondo refletir sobre eles. Em seu trabalho, apresentou um pouco da história da álgebra e trouxe considerações sobre os erros com base, principalmente, em Rico (1995), Brousseau (1983), Davis e Espósito (1990) e Cury (1994; 2008), e aprofundamento dos erros em álgebra segundo Booth (1995), classificando-os de acordo com Hadar, Zaslavsky e Inbar (1987). O autor propôs que professores utilizem mais atividades de revisão para que os alunos possam reconstruir seus conhecimentos.

Castanho (2015), após trabalhar ao lado de Helena Cury na elaboração de pesquisas desde 2009, realizou a pesquisa “Análise de erros no Ensino Fundamental: uma transição do 5º para o 6º ano”. Baseou-se nos estudos de Cury (2007) e Pinto (2000) no que diz respeito aos erros, com um viés de ensino crítico de Freire (1996) por meio de jogos (Lara, 2011). Pretendeu verificar os principais erros cometidos por alunos em avaliações no início do 6º ano e concluiu que a maioria das dificuldades provém de anos anteriores, ou seja, dos anos iniciais. Desse modo, aplicou jogos com os alunos com o intuito de reforçar essas aprendizagens necessárias, testando sua eficácia. A partir dessa experiência, produziu e realizou uma oficina com professores dos anos iniciais com sugestões de atividades utilizando material concreto.

Oliveira (2017) buscou verificar os erros cometidos no conteúdo de frações no 7º ano do Ensino Fundamental e 1º ano do Ensino Médio, através de questionários semelhantes aplicados nas duas turmas, observando se os erros persistiam de uma etapa a outra. Baseou seus estudos acerca da análise dos erros em Cury (1994; 1995; 2007). Ao realizar a análise minuciosa dos erros, verificou que os alunos do 1º ano do Ensino Médio cometiam mais erros ao somar e subtrair frações com denominadores diferentes do que os alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, o que sugere ser resultado de uma aprendizagem mecânica. Por fim, Oliveira (2017) recomenda que os professores reelaborem sua prática com base nos erros detectados.

Em “Análise de erros cometidos por alunos do 6º ano na resolução de problemas envolvendo frações”, Barreto (2017) realizou uma pesquisa que se assemelha à anterior, porém com questionários aplicados em uma turma de 6º ano. Baseou seu estudo de análise de erros em Cury (1994), e de resolução de problemas em Polya (1995). Com base nos resultados obtidos, que demonstram a grande

³ Anualmente, desde 1999, o Saresp vem sendo realizado pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo (SEE-SP) obrigatoriamente em todas as escolas públicas estaduais e de forma optativa nas redes municipais e particulares de ensino que aderirem à avaliação (Gonçalves, 2014).

difficuldade dos alunos nas operações com frações, propôs, para um trabalho futuro, a criação de jogos didáticos com a participação dos alunos.

Basso (2018), em “Utilização de um objeto de aprendizagem na forma de um jogo no ensino de matemática: análise e contribuições”, objetivou analisar as contribuições do Objeto de Aprendizagem (OA) *Batalha do Milhão*⁴ para a aprendizagem de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. Com esse propósito, aplicou uma avaliação antes e outra depois do uso do OA, o que mostrou a sua eficácia por meio de melhoria nas respostas apresentadas e no envolvimento e satisfação dos alunos. Baseou a análise de erros principalmente em Cury (2007), defendendo o uso de jogos e tecnologias digitais para a sua superação. Por fim, sugere o uso da análise de erros a partir da aplicação de outros Objetos de Aprendizagem.

Na dissertação intitulada “Aprendendo por meio da análise de erros: uma investigação sobre as operações com frações numa função afim”, Portela (2018) pretendeu verificar quais os erros mais cometidos por alunos de 9º ano do Ensino Fundamental na resolução de exercícios envolvendo operações com frações, a partir de questionários aplicados aos alunos. Após verificar os erros, com base em Cury (1994; 1995; 2007; 2008), promoveu com a turma uma reflexão sobre os erros que foram apresentados, para que os alunos identificassem o motivo. A maioria dos erros identificados ocorreram na soma e subtração de frações com denominadores diferentes, conteúdo que geralmente é trabalhado desde o sexto ano. Em sequência, realizou novos testes para comprovar que a aplicação da metodologia teve bons resultados.

Cruz (2020), em “Estudo de áreas e de perímetros de polígonos, com o auxílio do geoplano e do papel quadriculado, numa turma de sétimo ano do ensino fundamental de uma escola pública”, explorou o uso de materiais concretos no ensino, defendendo a ludicidade para auxiliar na aprendizagem. Norteou-se pela metodologia da análise de erros com base em Cury (2007), Cordeiro (2009), Fuck (2013), Amarante (2019) e Costa, M. V. S. (2020). Iniciou seu trabalho com um pré-teste com cinco questões sobre o conteúdo e, em um segundo momento, realizou atividades utilizando

⁴ Segundo o próprio autor, também criador do jogo, ele funciona “conforme uma Batalha Naval há uma tela com letras e números, onde constam 30 alvos para o jogador escolher. Atrás de cada alvo o jogador pode encontrar perguntas envolvendo questões sobre o conteúdo trabalhado ou bombas” (Basso, 2018).

geoplano e folha quadriculada. Após as atividades, foi aplicado um novo teste, contendo cinco questões semelhantes às do primeiro, verificando a evolução.

Silva (2021) explanou os entendimentos e estratégias de professores em relação aos erros por meio de uma análise sistemática e de entrevistas com professores de Matemática de uma região, focando nas dificuldades de aprendizagem dos estudantes do 6º ano. Sua base teórica acerca dos erros foi fundamentada em Cury (1995, 2013); Rico (1998); Rossato (2014); Barreto (2017); e Heck (2017); observando, ainda, como são tratados nas avaliações de aprendizagem conforme Demo (2012); Luckesi (2013); Fahe e Pires (2015), Moraes e Demartini (2015); Araújo (2016); Lucena, Dias e Borralho (2018); e Hoffmann (2019). Por meio das entrevistas, observou-se que, mesmo os professores descrevendo uma visão construtivista do erro e identificando-o como maioria nas operações de divisão, a avaliação é utilizada apenas para medir a aprendizagem e atribuir uma nota. Por essas evidências, reforça a importância da oferta de materiais e discussões sobre a análise de erros em Matemática.

A partir das pesquisas realizadas sobre a análise de erros voltada ao Ensino Fundamental, verificou-se os anos escolares que recebem maior atenção, os quais podem ser observados no quadro abaixo.

Quadro 4 – Frequência da realização de trabalhos de Análise de erros nos anos finais do Ensino Fundamental

Ano	6º	7º	8º	9º
Trabalhos realizados	6	3	1	2

Fonte: Elaborada pela pesquisadora (2023).

É possível observar no Quadro 4 que metade dos trabalhos tem como foco turmas de 6º ano do Ensino Fundamental, apresentando o viés de que as dificuldades vêm dos anos iniciais do Ensino Fundamental ou que seriam acarretadas para os próximos anos. Entretanto, a redução de trabalhos referentes aos próximos anos de Ensino Fundamental pode ser preocupante no sentido de não considerar a mesma necessidade de se trabalhar os erros de forma construtiva nas etapas posteriores, fato que pode repercutir em uma aprendizagem mecânica, a famosa “decoreba”. Como alternativa de superação a esse tipo de aprendizagem, Rossato (2014) propõe um trabalho com perspectiva ausubeliana, caracterizado pela interação dos novos

conhecimentos com o que o aluno já sabe. Nesse sentido, a análise de erros serve como método de identificar o que o aluno sabe, para que o professor possa planejar atividades de acordo.

Para a identificação dos erros e dificuldades, os pesquisadores optaram por avaliações, testes e questionários, no mesmo sentido de mapeamento dos erros. Dos dez trabalhos que utilizaram algum tipo de teste, sete deles repetem a aplicação do teste antes e depois de sua proposta de atividade ou sequência didática, para testar sua eficácia. Dentre as sugestões dos pesquisadores para se trabalhar os erros, estão o uso de materiais manipuláveis, softwares e jogos, com a intencionalidade de servirem para significar novos conhecimentos.

Um conteúdo que recebe destaque nessas pesquisas é o de frações. Os erros relacionados ao conteúdo de frações, principalmente em soma e subtração com denominadores diferentes, estão presentes em quatro desses trabalhos, sendo um deles referente ao sexto ano, dois ao sétimo e um ao nono ano do Ensino Fundamental. Essa ocorrência dos mesmos tipos de erros demonstra como se alastram de um ano a outro, especialmente quando não há uma prática efetiva baseada nos erros detectados, de forma que estes sirvam como “trampolim” para a aprendizagem.

Esse viés do erro como parte integrante do processo de aprendizagem é proposto por Borasi (1985) e, atualmente, difundido e aprimorado por Helena Cury, que não só inspira grande parte das pesquisas na área da análise de erros, como tem seus estudos e publicações presentes na fundamentação teórica de todas as pesquisas aqui apresentadas.

Em vista das discussões apresentadas neste capítulo, este estudo levará em conta as contribuições de Cury (2001; 2004; 2015), Pinto (2000) e Torre (2007) no que diz respeito à análise de erros, buscando conexões com o ensino e a aprendizagem de frações, com foco no 7º ano do Ensino Fundamental.

Destaca-se que, além de diagnosticar os erros, o presente trabalho acrescenta a ideia de utilizar um conjunto de estratégias para mapeá-los, indo além de questionários e testes tradicionais, e utilizando como apoio os materiais manipulativos durante sua realização, com o intuito de que o estudante tenha espaço e condições para manifestar suas aprendizagens e dificuldades.

4 PERCURSOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo, apresentam-se os percursos metodológicos que foram utilizados no decorrer da pesquisa, sua caracterização e a do público-alvo e os instrumentos de coleta de dados.

Salienta-se que esta pesquisa foi aprovada pelo comitê de ética da instituição⁵, também, elaboraram-se os documentos Termo de Consentimento Livre e Esclarecido⁶ e o Termos de Assentimento Livre e Esclarecido⁷, os quais foram assinados pelos participantes do estudo. Essas medidas visaram assegurar os critérios de confidencialidade da pesquisa, registrada junto ao Comitê de Ética da Universidade Federal do Rio Grande - FURG, de acordo com o Certificado de Apresentação de Apreciação Ética (CAAE) Nº 76015023.8.0000.5324.

4.1 Caracterização da pesquisa

Conforme mencionado anteriormente, este trabalho buscou avaliar estratégias didáticas para mapear os conhecimentos prévios dos alunos do 7º ano do Ensino Fundamental sobre frações através da análise de erros. Com esse objetivo, realizou-se uma pesquisa de cunho qualitativo, pois se pretendeu, de acordo com Gil (2021, p. 02), “conhecer a essência de um fenômeno, descrever a experiência vivida de um grupo de pessoas, compreender processos integrativos ou estudar casos em profundidade”.

Sendo assim, a análise qualitativa conecta-se aos objetivos propostos, possibilitando a busca pela compreensão de como o estudante entende determinado conteúdo, principalmente, quando apresenta erros na resolução de atividades. Em suma, os pesquisadores que utilizam essa metodologia frequentam os ambientes estudados devido à sua preocupação com todo o contexto em que ocorrem as ações de seu interesse, conduzindo a investigação a partir da comunicação com os sujeitos (Bodgan; Biklen, 1994).

Esta foi uma pesquisa de natureza interventiva, a qual, segundo Teixeira e Megid Neto (2017, p. 1056), caracteriza-se como um conjunto de “práticas que

⁵ Parecer número 6.658.765, de 20 de fevereiro de 2024.

⁶ Disponível no Apêndice A deste trabalho.

⁷ Disponível no Apêndice B deste trabalho.

conjugam processos investigativos ao desenvolvimento concomitante de ações que podem assumir natureza diversificada”. Esse método de pesquisa permite que se testem estratégias e recursos didáticos, nos quais os sujeitos envolvidos atuam juntos na resolução de um problema (Teixeira; Megid Neto, 2017).

No estudo aqui apresentado, foram aplicadas atividades com base nos instrumentos de coleta de dados para avaliação diagnóstica sugeridos por Luckesi (2011), as quais são explicadas adiante.

Registra-se que, antes de efetuar esta pesquisa, foi realizada uma pesquisa-piloto, com objetivo de testar e qualificar os instrumentos de coleta de dados, a qual é descrita a seguir.

4.2 Pesquisa-piloto

Para compor, testar e qualificar os instrumentos de coleta de dados, as aplicações foram realizadas primeiramente com uma turma-piloto, como um pré-teste que, de acordo com Marconi e Lakatos (2003, p. 165),

Consiste em testar os instrumentos da pesquisa sobre uma pequena parte da população do ‘universo’ ou da amostra, antes de ser aplicado definitivamente, a fim de evitar que a pesquisa chegue a um resultado falso. Seu objetivo, portanto, é verificar até que ponto esses instrumentos têm, realmente, condições de garantir resultados isentos de erros.

Pensando nisso, o pré-teste foi aplicado em uma turma de 7º ano do Ensino Fundamental no primeiro semestre de 2023, a fim de identificar possíveis fragilidades e poder, se necessário, fazer ajustes e adaptações. Após o pré-teste, foram realizadas intervenções pedagógicas na turma, definidas de acordo com os resultados obtidos. Essas intervenções se deram de forma individual (professor e aluno).

Nesse sentido, foram realizadas entrevistas que intencionaram compreender o pensamento do aluno, bem como o que o levou ao erro em um determinado conteúdo, através de conversas que foram registradas. Partindo dessas ideias, verificou-se demais instrumentos que poderiam servir para coleta de dados para uma avaliação diagnóstica em que os alunos demonstrem seus conhecimentos prévios, mesmo que estejam estáticos.

Além disso, após a aplicação de cada instrumento, refletiu-se sobre ele, apontando necessidade de alterações e melhorias, para que, na presente pesquisa, os estudantes pudessem expor ainda mais seus conhecimentos.

O pré-teste foi realizado levando em consideração os conteúdos estudados no 6º ano pela turma, e apontou maior fragilidade em relação ao objeto de conhecimento frações. Em vista disso, a pesquisa atual teve como foco o conteúdo, aprofundando-se.

4.3 Caracterização do público-alvo

A presente pesquisa teve como público-alvo uma turma de 7º ano de Ensino Fundamental de uma escola da Rede Municipal de Ensino, localizada na zona rural de uma cidade do Vale do Paranhana/RS. A escola tem uma estrutura que dispõe de onze salas de aula, todas ocupadas nos turnos da manhã e da tarde, pois, quando a pesquisa foi realizada, possuía um total de 22 (vinte e duas) turmas. Isso se deve à quantidade de alunos que, na época, era de 435 (quatrocentos e trinta e cinco), distribuídos em turmas de Pré I ao 9º ano do Ensino Fundamental.

O estudo foi realizado em uma turma de 7º ano do Ensino Fundamental, constituída por um total de 17 estudantes, e, desses, 13 participaram da pesquisa, sendo sete meninas e seis meninos, compreendendo idades entre 12 e 14 anos. Para manter o anonimato dos participantes, os 13 foram nomeados A1, A2, A3... e assim sucessivamente até o A13, não havendo nenhum critério específico para estabelecimento da ordem.

4.4 Caracterização das técnicas e instrumentos para coleta de dados

Para alcançar os objetivos dessa pesquisa, foram utilizados, como instrumentos de coleta de dados, fotos, gravação de áudio e avaliação diagnóstica por meio de testes com registros feitos pelos alunos.

A avaliação diagnóstica teve o intuito de que os sujeitos desta pesquisa, estudantes de 7º ano, respondessem algumas perguntas durante a realização de atividades. Tal instrumento assemelhou-se, em um primeiro momento, a um questionário, pois Gil (2002, p. 114) entende-o como “um conjunto de questões que são respondidas por escrito pelo pesquisado”. A primeira avaliação foi uma atividade

elaborada com sete questões, as quais deveriam ser respondidas com o auxílio do material manipulativo de discos de frações. Durante a manipulação do material, foram realizados registros fotográficos.

Em um segundo momento, a avaliação diagnóstica foi realizada por meio da atividade frações em pizza, utilizando de recorte e manipulação, que foram registrados por meio de fotos. Tais materiais foram recolhidos para posterior análise dos registros escritos feitos pelos estudantes.

Por fim, foram realizadas entrevistas individuais que foram gravadas em áudio, as quais objetivaram compreender os entendimentos dos alunos nas questões com respostas errôneas. As entrevistas individuais ocorreram na biblioteca da escola, no horário da aula, com quatro estudantes, e tiveram duração entre 20 e 30 minutos.

Ambas as técnicas e instrumentos de coleta de dados intencionavam verificar os conhecimentos que os alunos possuíam, a partir de questões abertas que permitiram que expressassem seus entendimentos. Por isso, as entrevistas foram focalizadas. De acordo com Gil (2002, p. 117), “embora livre, enfoca tema bem específico, cabendo ao entrevistador esforçar-se para que o entrevistado retorne ao assunto após alguma digressão”.

A utilização das técnicas e instrumentos de coleta de dados ocorreram a partir do roteiro de aplicação das atividades, apresentado a seguir.

4.5 Roteiro de aplicação das atividades

Neste momento, apresenta-se o roteiro de aplicação das atividades que foram elaboradas inspiradas nos instrumentos de coletas de dados para a avaliação diagnóstica (Luckesi, 2011), em que são descritas e ilustradas as atividades realizadas com os participantes da pesquisa que compuseram, também, o corpus de análise deste estudo.

4.5.1 Atividades com os discos de frações

Significados:

Parte-todo e operador.

Duração da aula:

1 período de 55 minutos.

Habilidade da BNCC:

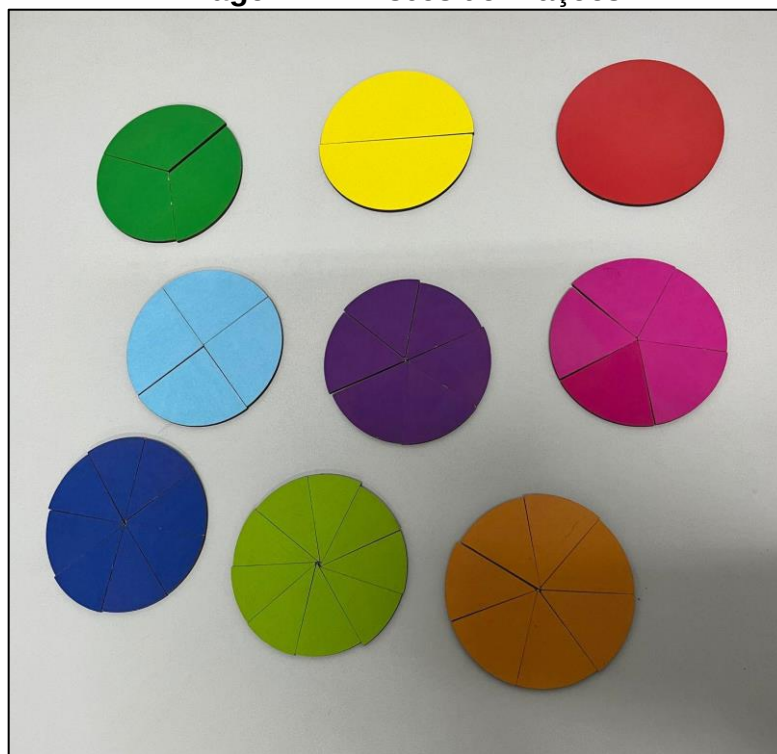
(EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.

Descrição da atividade:

Trata-se de um material didático manipulável utilizado para representar graficamente uma fração. Contém 45 peças, distribuídas entre nove círculos, cada um de uma cor, sendo que desses:

- 1 círculo está inteiro, sem divisões;
- 1 círculo está dividido em duas partes iguais, sendo que cada uma dessas partes corresponde a $\frac{1}{2}$ (um meio ou metade) do círculo;
- 1 círculo está dividido em três partes iguais, sendo que cada uma dessas partes corresponde a $\frac{1}{3}$ (um terço) do círculo;
- 1 círculo está dividido em quatro partes iguais, sendo que cada uma dessas partes corresponde a $\frac{1}{4}$ (um quarto) do círculo;
- 1 círculo está dividido em cinco partes iguais, sendo que cada uma dessas partes corresponde a $\frac{1}{5}$ (um quinto) do círculo;
- 1 círculo está dividido em seis partes iguais, sendo que cada uma dessas partes corresponde a $\frac{1}{6}$ (um sexto) do círculo;
- 1 círculo está dividido em sete partes iguais, sendo que cada uma dessas partes corresponde a $\frac{1}{7}$ (um sétimo) do círculo; e
- 1 círculo está dividido em oito partes iguais, sendo que cada uma dessas partes corresponde a $\frac{1}{8}$ (um oitavo) do círculo.

Imagem 7 – Discos de Frações



Fonte: A pesquisadora (2023).

Com esse material, testou-se os conceitos envolvidos na comparação de frações, através da resolução das questões apresentadas a seguir. Em linhas gerais, as atividades propostas pretendiam verificar as operações de pensamento⁸ do aluno de compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, identificando frações equivalentes. Para tanto, cada aluno recebeu as seguintes perguntas para responder a partir da manipulação do material.

- 1) Montar os círculos com as partes dos mesmos tamanhos.
- 2) Selecionar o círculo de 4 partes iguais. Se você tirar uma das 4 partes, quanto isso representa em frações? E quanto representa o que ficou?
- 3) Selecione o círculo com 6 partes iguais. Divida-o na metade. Quanto isso representa em frações?
- 4) Utilizando o material, mostre duas frações diferentes que equivalem a mesma quantidade, desenhe e descreva como fez.
- 5) Como você observa que uma fração é maior que outra?
- 6) Comparando as partes dos círculos com partes de uma pizza, responda:
 - a) João comeu $\frac{1}{3}$ de pizza e Gabriela $\frac{2}{6}$. Quem comeu mais pizza?

⁸ As operações de pensamento são os processos mentais de complexidade variada usados para compreender e organizar informações (Anastasiou, 2015).

b) Pedro comeu $\frac{5}{8}$ de uma pizza e Luan comeu $\frac{6}{10}$. Quem comeu mais pizza?

7) Utilizando os discos de frações, compare as frações abaixo, por meio dos símbolos de $>$ (maior que), $<$ (menor que) ou $=$ (igual a).

a) $\frac{2}{3} \text{ — } \frac{3}{4} =$

b) $\frac{3}{7} \text{ — } \frac{5}{8} =$

c) $\frac{1}{3} \text{ — } \frac{2}{6} =$

d) $\frac{4}{5} \text{ — } \frac{2}{3} =$

Análise dos erros na atividade:

Para a correção da atividade, com base na análise de erros, utilizaram-se as fichas-registro sugeridas por Torre (2007). Tais fichas-registro contiveram os erros cometidos pelos estudantes, e foram utilizadas posteriormente para aprimorar as próximas atividades/intervenções, a fim de que os estudantes compreendessem seu erro.

4.5.2 Atividade frações em pizza

Significados:

Parte-todo.

Duração da aula:

2 períodos de 55 minutos.

Habilidade da BNCC:

(EF06MA09) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora.

Descrição da atividade:

Fração em Pizza é um material manipulável para representação de frações. Os alunos receberam folha de fotocópia de uma pizza, dividida em diversas fatias, e ingredientes para a composição dos sabores. O professor apresentou um “pedido” onde os sabores foram escolhidos com frações e os alunos deveriam representar esse valor em suas pizzas, preenchendo as fatias com os sabores solicitados.

O pedido que o professor apresentou aos alunos é apresentado na Figura 8.

Figura 8 – Pedido de pizza

PEDIDO:

Cliente 1

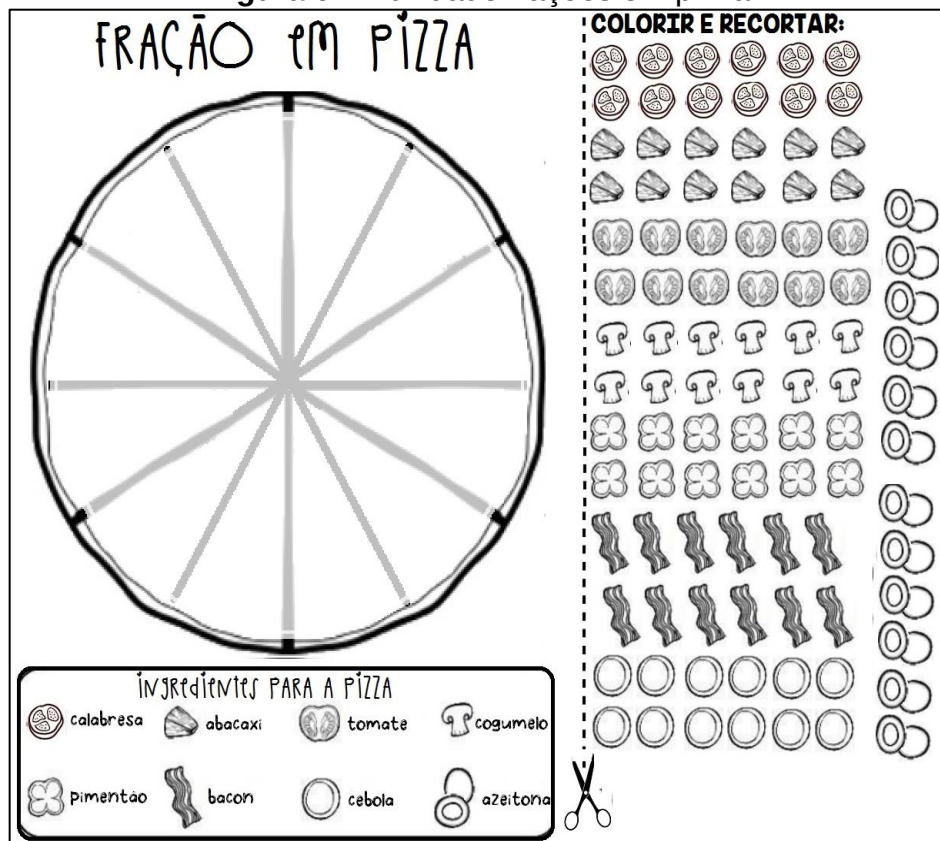
Sabores da pizza:

$\frac{1}{2}$	<u>calabresa com cebola</u>
$\frac{1}{4}$	<u>bacon com abacaxi</u>
$\frac{1}{4}$	<u>tomate com pimentão</u>

Fonte: A pesquisadora (2024).

Para a montagem da pizza a partir do pedido, cada aluno recebeu uma fotocópia com o conteúdo apresentado na Figura 9.

Figura 9 – Atividade frações em pizza



Fonte: A pesquisadora (2024).

Após a montagem da pizza do pedido realizado pela professora-pesquisadora, cada aluno recebeu uma comanda em branco para criar um pedido para que outro colega montasse sua pizza. Ao elaborar os pedidos, deveriam levar em consideração que a partir das frações de cada sabor solicitado, resultaria em uma pizza completa de 12 fatias.

Os pedidos foram misturados e distribuídos aleatoriamente entre os alunos, que receberam novamente uma folha de fotocópia da atividade, como a apresentada anteriormente na Figura 9.

Análise dos erros na atividade:

Para a correção da atividade, com base na análise de erros, foram utilizadas as fichas-registro sugeridas por Torre (2007). Tais fichas-registro contêm os erros cometidos pelos estudantes, e foram utilizadas para pensar a estratégia de intervenção que foi utilizada posteriormente pela professora para que o estudante compreendesse seu erro.

4.5.3 Entrevistas

Significados:

Parte-todo e operador.

Duração da aula:

2 períodos de 55 minutos.

Habilidade da BNCC:

(EF06MA09) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora.

(EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.

Descrição da atividade:

As entrevistas foram realizadas de forma individual na biblioteca, no horário da aula, com quatro alunos que participaram das atividades. Ao iniciar cada uma delas, os estudantes foram informados que deveriam falar sobre como pensaram cada questão, expondo seus entendimentos e o que pensavam no momento de resolver os questionamentos, além de responderem se entendiam o porquê de seus erros. Essas perguntas tiveram inspiração em Torre (2007) e Cury (2015). Para que os alunos não perdessem o foco da entrevista, foram realizadas perguntas como “O que você pensou aqui nessa questão?”, “O que você entendeu aqui?” ou “O que você acha que fez de errado?”.

Para responder às perguntas, receberam uma folha em branco para que pudessem mostrar com mais clareza seus entendimento e dúvidas acerca das atividades realizadas anteriormente, e até mesmo ter a oportunidade de refazê-las de maneira diferente, caso desejassem.

4.6 Metodologia de análise de dados

Para analisar as respostas dos estudantes, tanto nas atividades escritas e com materiais manipulativos quanto nas entrevistas, utilizou-se a análise de conteúdo. Bardin (1979) define-a como

Um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter, por procedimentos, sistemáticos e objectivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens (Bardin, 1979, p.42).

Desse modo, a análise de conteúdo consiste em sistematizar as mensagens produzidas de forma oral, escrita ou desenhada, objetivando compreendê-las.

Para a análise de erros, somente a correção usual não é suficiente para analisar os dados coletados. Sendo assim, é necessário ter objetivos e hipóteses para a análise do que está incorreto nas resoluções das atividades, configurando-se como uma análise de conteúdo.

Bardin (1979) estrutura a análise de conteúdo em três etapas, sendo elas: pré-análise, exploração do material e tratamento dos resultados. A pré-análise trata da organização e escolha dos documentos, incluindo a transcrição da entrevista. Em seguida, realiza-se a leitura flutuante, em que o pesquisador conhece o material, define objetivos e formula hipóteses. Após, delimita-se o corpus da pesquisa, sendo o conjunto de produções com o qual o pesquisador irá preocupar-se. Nesse momento, no que se refere à análise das respostas dos alunos, questões em branco ou somente com a resposta final foram descartadas.

Na exploração do material, aprofundou-se no estudo do corpus, definindo duas categorias e oito subcategorias⁹ e agrupando os dados segundo objetivos e critérios prévios, a partir dos erros presentes nas atividades desenvolvidas. Em um primeiro momento, foram identificadas as atividades em que os alunos não tiveram êxito. Em seguida, quais os significados envolvendo frações emergiram nos erros evidenciados e, por fim, os tipos de erros segundo a classificação de Torre (2007).

Na fase de tratamento dos resultados, a pesquisadora sintetizou as classes, procurando apresentá-las de forma a transmitirem significados. Assim, foi possível

⁹ As categorias adotadas neste estudo serão apresentadas detalhadamente no próximo capítulo, o qual se detém na análise de dados.

utilizar os resultados para responder às questões da pesquisa, conforme descrito no próximo capítulo.

5 MAPEANDO APRENDIZAGENS DE FRAÇÕES ATRAVÉS DA ANÁLISE DE ERROS

Com o intuito de avaliar estratégias para mapear os conhecimentos prévios dos estudantes ingressantes no 7º ano em relação às frações, foram desenvolvidas duas atividades com materiais manipulativos e, após, realizadas entrevistas com quatro dos alunos participantes do estudo, para que explicassem sobre suas respostas errôneas nas atividades.

Para a interpretação dos erros, Cury (2015, p. 75) sugere que o professor-pesquisador faça as perguntas: “O que os alunos queriam dizer? Ou seja, o que suas produções escritas podem revelar, não apenas sobre o que eles não sabem, mas também sobre o que eles sabem?”. Partindo desse pressuposto e sob o aporte teórico da análise de conteúdo, tais questionamentos foram utilizados para as discussões apresentadas a seguir.

A fim de compor o conjunto de categorias, utilizou-se a articulação do levantamento dos erros com as lentes teóricas apresentadas por Torre (2007) acerca da análise didática dos erros e com as teorizações sobre as frações no que se refere aos significados parte-todo e operador. Tais lentes deram condições para identificar erros que se mostraram presentes nas atividades avaliativas (Quadro 5), como, possivelmente, os estudantes estavam compreendendo as frações e como as estratégias foram ou não eficazes.

Quadro 5 – Erros em relação aos significados parte-todo e operador e categorias no MADE

Significado	Classificação do erro (MADE)	Subcategorias	Categoria
Parte-todo	Erros de percepção	Erros referentes à concepção parte-todo no campo da percepção	Erros referentes à concepção parte-todo
	Erros de compreensão	Erros referentes à concepção parte-todo no campo da compreensão	
	Erros de análise e síntese	Erros referentes à concepção parte-todo no campo da análise e síntese	
	Erros de conexão	Erros referentes à concepção parte-todo devido à conexão	
	Erros mecânicos	Erros referentes à concepção parte-todo do tipo mecânicos	
Operador	Erros de percepção	Erros referentes à concepção operador no campo da percepção	Erros referentes à concepção operador
	Erros referentes à análise e síntese	Erros referentes à concepção operador no campo da análise e síntese	
	Erros operacionais	Erros referentes à concepção operador do tipo operacionais	

Fonte: A pesquisadora (2024).

Os erros e/ou respostas que evidenciam que os alunos estão em processo de construção do conhecimento observados nas atividades avaliativas realizadas com os estudantes referiam-se às categorias resultantes do que se apresenta no Quadro 5, os quais são compostos por oito subcategorias utilizadas nessa análise. A seguir, apresenta-se cada uma das categorias, conceituando-as e abordando as subcategorias dos erros encontrados.

5.1 Erros referentes à concepção parte-todo

A concepção parte-todo tem relação tanto com a escrita do numeral da fração, em que o estudante deve reconhecer numerador como a parte utilizada e denominador como o todo, quanto com a representação gráfica da fração, em que as figuras devem ser divididas em partes iguais, destacando as partes usadas.

Ao longo da aplicação dos instrumentos, ficaram evidentes erros referentes à essa concepção em questões de comparação e de equivalência de frações, para as quais essas compreensões eram necessárias. A seguir, explana-se tais erros nas atividades propostas, em relação à sua classificação no MADE (Torre, 2007).

5.1.1 Análise dos erros ocorridos na avaliação

A primeira estratégia utilizada com o intuito de mapear os erros foi uma avaliação, que se assemelhou a um questionário, com sete questões que deveriam ser respondidas com o auxílio do material manipulativo de discos de frações, disponibilizado pela professora-pesquisadora.

A seguir, explora-se cada questão contida na avaliação e os erros encontrados, bem como se avalia sua contribuição no que se refere a mapear os conhecimentos prévios que os alunos possuem sobre frações no 7º ano do Ensino Fundamental.

A primeira questão intencionava que os estudantes tivessem um primeiro contato com o material discos de frações, dispondo de tempo para manipulá-los e formar os nove discos de frações, visualizando que cada disco era dividido em uma quantidade diferente de partes iguais. Para tanto, a tarefa era esta:

Questão 01 - *Montar os círculos com as partes dos mesmos tamanhos.*¹⁰

As Figuras 10 e 11 mostram esse primeiro contato.

¹⁰ Não foram observados erros na Questão 01, já que ela tratava da manipulação do material. Ainda assim, a questão é importante na análise de dados no que se refere ao objetivo de avaliar as estratégias para mapear os conhecimentos dos estudantes.

Figura 10 – Manipulação dos discos de frações: aluno montando os inteiros



Fonte: A pesquisadora (2024).

Figura 11 – Manipulação dos discos de frações: inteiros montados pelos alunos



Fonte: A pesquisadora (2024).

Manipular os materiais ao iniciar a atividade mostrou-se ser uma importante ação para que os alunos pudessem relembrar o conteúdo que haviam trabalhado no

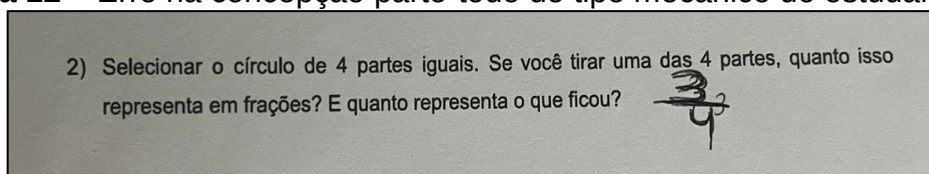
ano anterior: as frações. Também, ao responder as atividades subsequentes, já entendiam o material para utilizá-lo.

Já a segunda questão, conforme se descreve a seguir, referia-se ao entendimento do significado parte-todo em uma situação de manipulação para representação da fração.

Questão 02 - *Selecionar o círculo de 4 partes iguais. Se você tirar uma das quatro partes, quanto isso representa em frações? E quanto representa o que ficou?*

Ao resolver a questão 02, com o auxílio do material manipulativo de discos de frações, todos os estudantes responderam apenas uma das perguntas do enunciado. As respostas dos alunos foram $\frac{1}{4}$ ou $\frac{3}{4}$, como pode ser visualizado na resposta do aluno A12, na Figura 12.

Figura 12 – Erro na concepção parte-todo do tipo mecânico do estudante A12



Fonte: A pesquisadora (2024).

No caso apresentado, é provável que o estudante possua o entendimento da fração como parte-todo, pois respondeu corretamente uma das perguntas, relacionando a figura à fração escrita (Silva, 2005).

Esse erro se configura, conforme Torre (2007), como mecânico, em que o estudante omitiu uma das respostas. O autor menciona que “O sujeito não é consciente deles e acontecem mais em situações estressantes, com precipitação ou urgência, cansaço ou fadiga” (Torre, 2007, p. 124). Pensando nesses fatores, é possível que, ao realizar tarefas que exigem mais reflexão, como avaliações, ocorra esse tipo de erro.

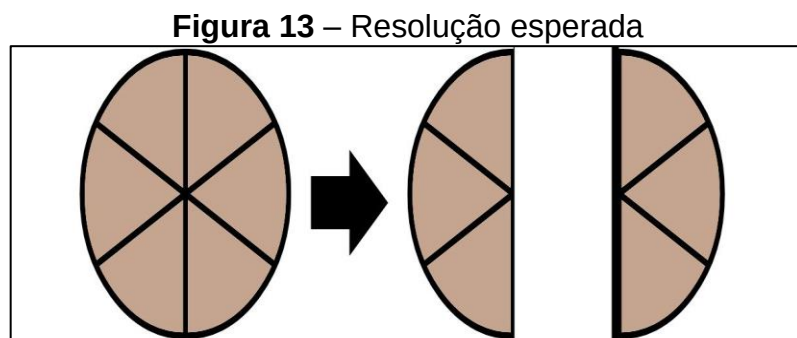
No que se refere à avaliação da questão 02 para mapear os conhecimentos dos estudantes, acredita-se que ela possui potencial, mas necessita ser ajustada, separando as duas perguntas para que nenhuma delas passe despercebida aos alunos. Seria mais apropriado que a questão fosse reescrita da seguinte maneira: “Selecione o círculo que está dividido em quatro partes iguais. Em seguida, responda:

a) Se você tirar uma das quatro partes, quanto isso representa em frações? b) Quanto representa o que restou?”. Entende-se que, expondo dessa forma, pode ser fundamental para que o aluno perceba que são duas perguntas distintas e responda-as individualmente.

Ainda em relação ao significado parte-todo das frações, a questão 3 se refere também à relação entre a representação gráfica e a fração escrita por meio da manipulação.

Questão 03 – *Selecione o círculo com 6 partes iguais. Divida-o na metade. Quanto isso representa em frações?*

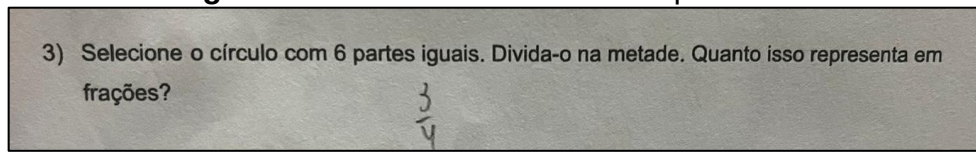
Para responder a esta questão, esperava-se que os alunos juntassem as seis peças que representavam os sextos do círculo, montando-o. Em seguida, que fizessem o movimento de separar metade para cada lado, como é representado na Figura 13.



Fonte: A pesquisadora (2024).

A Figura 13, mostra que, a partir da manipulação das peças, pretendia-se que os estudantes respondessem com $\frac{3}{6}$ (três sextos) ou $\frac{1}{2}$ (um meio).

Das 13 respostas dadas pelos alunos, 12 responderam $\frac{3}{6}$, ou seja, responderam corretamente. Desses, 6 alunos fizeram também uma representação com desenho, semelhante à figura. Somente o aluno A10 respondeu erroneamente $\frac{3}{4}$, como pode ser visto na Figura 14 abaixo.

Figura 14 – Erro do aluno A10 na questão 03

Fonte: A pesquisadora (2024).

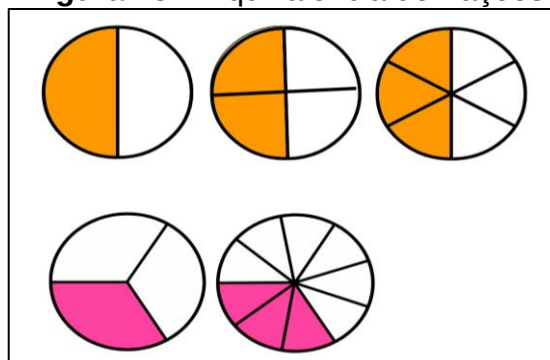
Como o aluno não apresentou a representação da manipulação feita com os discos de frações, não foi possível identificar o motivo do erro. Entendendo que a questão se referia à representação e à escrita de uma fração, sabe-se apenas que o erro ocorrido aponta que o significado parte-todo necessita de atenção.

Em relação à qualificação da questão para mapear os conhecimentos prévios dos estudantes, considera-se importante que seja ajustada e solicite que o aluno represente, por meio de um desenho, a divisão ao meio do círculo formado por seis partes iguais. Desta forma, demonstraria como realizou a associação da manipulação do material discos de frações com a fração escrita em sua resposta.

Buscando mais dados para mapear como os estudantes estão compreendendo a representação das frações, a questão analisada a seguir solicita a representação das frações.

Questão 04 – *Utilizando o material, mostre duas frações diferentes que equivalem à mesma quantidade, desenhe e descreva como fez.*

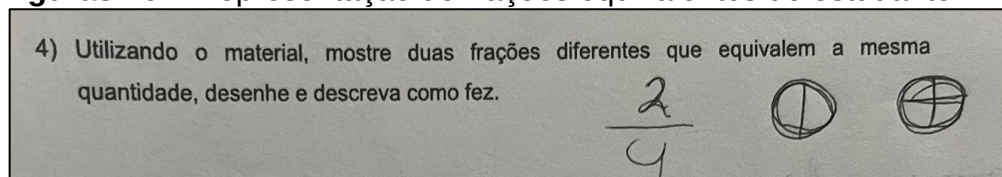
Nesta atividade, esperava-se que os alunos manipulassem as peças dos discos de frações, agrupando peças iguais (como os meios, os terços, quartos etc.) e, ao juntá-las, indicassem que algumas podem ser iguais, encontrando frações equivalentes, como no exemplo apresentado na Figura 15.

Figura 15 – Equivalência de frações

Fonte: A pesquisadora (2024).

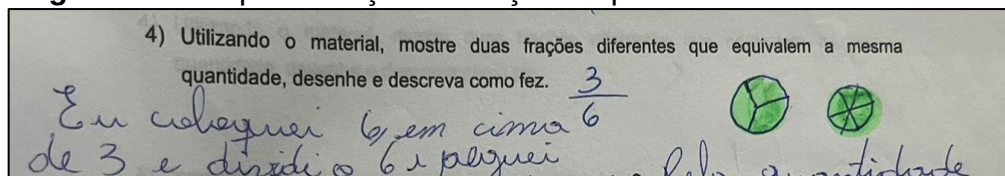
Na atividade, houve respostas diversas. Seis alunos realizaram a comparação das frações $\frac{1}{2}$ (um meio) e $\frac{2}{4}$ (dois quartos), desenharam e conseguiram descrever tal comparação. Dois alunos compararam as frações $\frac{1}{2}$ (um meio) e $\frac{3}{6}$ (três sextos). O restante dos alunos, ou seja, cinco, apresentaram erros, tais como: compararam os círculos inteiros que representam $\frac{6}{6}$ (seis sextos) com $\frac{3}{3}$ (três terços) e $\frac{2}{2}$ (dois meios) com $\frac{4}{4}$ (quatro quartos), como representado nas Figuras 16 e 17.

Figuras 16 – Representação de frações equivalentes do estudante A12



Fonte: A pesquisadora (2024).

Figura 17 – Representação de frações equivalentes do estudante A2



Fonte: A pesquisadora (2024).

Observa-se que os alunos A12 e A2 representam a manipulação feita com os discos de frações indicando o entendimento de que, mesmo os círculos estando divididos em diferentes partes, ambos formam um inteiro. Nesse caso, a mobilização da concepção parte-todo realizada pelos estudantes levou em consideração a divisão dos inteiros, de forma isolada, em partes iguais.

Conforme Silva (2005), é necessário que o sujeito entenda que o todo recebe o nome de inteiro, e que o denominador da fração indica em quantas partes iguais esse inteiro foi dividido, enquanto o numerador representa o número de partes que estão sendo consideradas. Vaz (2013), a partir de Kerslake (1986), cita que os estudantes reconhecem com mais facilidade a equivalência entre frações quando se referem à parte de uma unidade em sua representação gráfica, mas que possuem dificuldades quando apresentadas de forma numérica.

Ainda, os alunos A12 e A2 demonstram estar em processo de construção desse conhecimento, pois compreendem, em relação ao significado parte-todo, que, numa fração, o inteiro é dividido em partes iguais, mas não associam com a fração escrita.

Em relação à aplicação dessa questão como estratégia no que diz respeito a mapear os conhecimentos dos estudantes, acredita-se que é válida, pois todos os estudantes a responderam, alguns de forma correta e outros de forma errônea. Ainda assim, pode ser aprimorada, de forma a destacar que as frações devem ser diferentes de um inteiro, como: “Utilizando o material, mostre duas frações equivalentes, menores que um inteiro, que equivalem à mesma quantidade. Desenhe e descreva como fez.” Dessa forma, é possível que o estudante apresente tanto representações gráficas (desenho), em que a quantidade de partes seja diferente do todo, quanto indique sua forma escrita, relacionando-as.

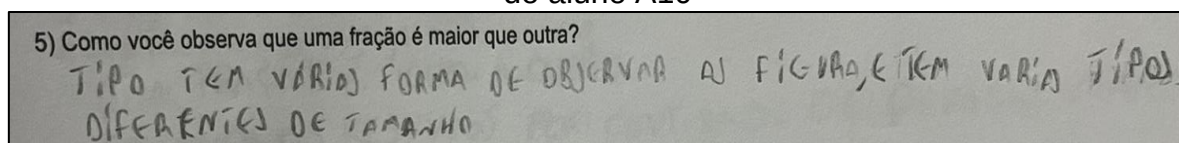
Para explorar ainda mais os entendimentos dos estudantes em relação à comparação de frações a Questão 05, a seguir, busca mapear a compreensão do significado parte-todo.

Questão 05 – Como você observa que uma fração é maior do que outra?

Esta questão refere-se à comparação entre frações e foi pensada para verificar se os estudantes possuíam algum raciocínio/ideia em relação a como poderiam comparar as frações. No entanto, as respostas obtidas não foram claras quanto aos seus pensamentos. Desse modo, os erros cometidos podem ser considerados em relação à concepção parte-todo no campo da análise e síntese, já que suas explicações são confusas (Torre, 2007)

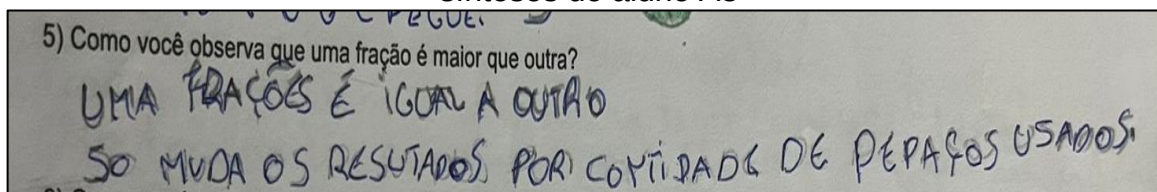
A seguir, observa-se as respostas dos alunos A10, A3 e A2 nas Figuras 18,19 e 20, respectivamente.

Figura 18 – Erro em relação à concepção parte-todo no campo da análise e síntese do aluno A10



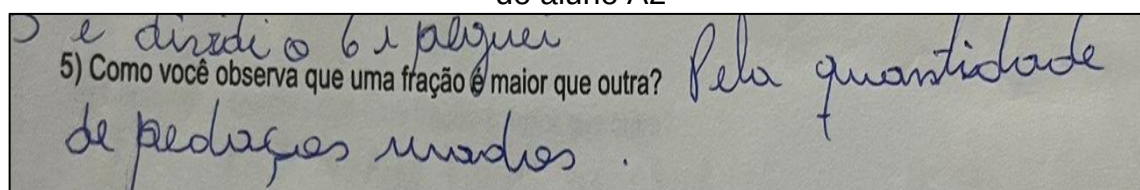
Fonte: A pesquisadora (2024).

Figura 19 – Erro em relação à concepção parte-todo no campo da análise e sínteses do aluno A3



Fonte: A pesquisadora (2024).

Figura 20 – Erro em relação à concepção parte-todo no campo da análise e síntese do aluno A2



Fonte: A pesquisadora (2024).

Os alunos A10, A3 e A2 demonstraram dificuldade em se expressar, o que está conectado à organização das informações no campo da análise e síntese (Torre, 2007), pois não conseguiram descrever com clareza a forma como observam que uma fração é maior que outra.

Entretanto, os alunos A3 e A2 mencionaram a “quantidade de pedaços usados”, fazendo referência ao numerador de uma fração. Embora não tenham mencionado a relação dessa quantidade com o todo ou o denominador, necessário para mobilizar a concepção parte-todo (Silva, 2005), dão indícios de que estão em processo de construção desses saberes.

Cabe destacar que as teses e as dissertações revisadas no Capítulo 3, que tratavam do assunto análise de erros voltadas ao Ensino Fundamental, não abordaram questões para o aluno explicar seu pensamento nem trouxeram sugestões sobre o assunto para serem utilizadas com o intuito de aperfeiçoar essa análise.

Em linhas gerais, entende-se que essa questão é falha em relação a mapear os conhecimentos dos estudantes, já que os alunos não conseguiram expressar seus entendimentos. É possível melhorá-la através de algumas representações gráficas a serem incluídas pela professora-pesquisadora na questão, como a das frações $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{5}$, de modo que os estudantes as observem para formular suas respostas.

Ainda objetivando analisar os erros envolvendo a comparação de frações, a Questão 06 envolvia a comparação de frações de pizzas, pensando nas partes dos

círculos como partes de pizza, ou até mesmo como a representação gráfica das frações.

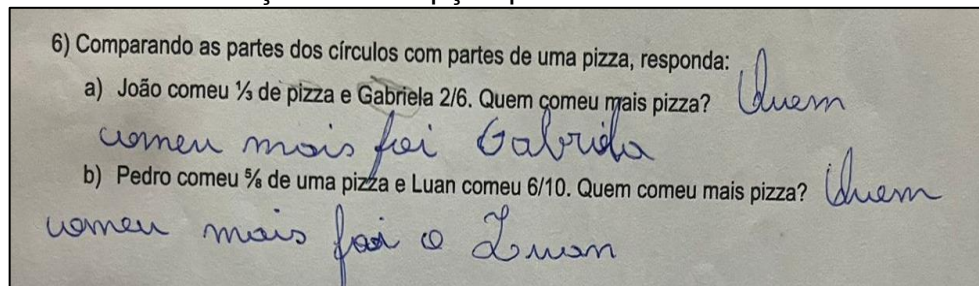
Questão 06 – Comparando as partes dos círculos com partes de uma pizza, responda:

- a) João comeu $\frac{1}{3}$ de pizza e Gabriela $\frac{2}{6}$. Quem comeu mais pizza?
 b) Pedro comeu $\frac{5}{8}$ de pizza e Luan comeu $\frac{6}{10}$. Quem comeu mais pizza?

Nas atividades, esperava-se que as respostas dos alunos estabelecessem a comparação entre as quantidades, utilizando os discos de frações para representá-las, mobilizando a concepção parte-todo (Silva, 2005) e chegando às conclusões de que a) $\frac{1}{3}$ (um terço) e $\frac{2}{6}$ (dois sextos) são frações equivalentes. Ou seja, os dois comeram a mesma quantidade de pizza, e b) $\frac{5}{8}$ (cinco oitavos) é maior que $\frac{6}{10}$ (seis décimos), então Pedro comeu mais que Luan.

Referente à *questão “a”*, onze alunos responderam corretamente. Os outros dois (alunos A2 e A3) responderam que “Gabriela comeu mais”. Quanto à *questão “b”*, 4 alunos deixaram em branco e 4 alunos responderam corretamente que “Pedro comeu mais pizza que Luan”, mas sem representação. O restante (5 alunos) respondeu de forma errônea. Ocorreram duas respostas distintas: A primeira: “quem comeu mais foi Luan”, dada pelos alunos A2, A3 e A7, e a segunda: “Os dois comeram a mesma quantidade” (A6 e A13). A resposta do aluno A2 pode ser vista na Figura 21.

Figura 21 – Erro em relação à concepção parte-todo devido à conexão do aluno A2



Fonte: A pesquisadora (2024).

É possível que os alunos com respostas como a anterior tenham respondido observando numerador e denominador separadamente. Ou seja, comparando, na letra “a”, os numeradores 1 e 2, o segundo, que se refere à Gabriela, é maior. Comparando os denominadores 3 e 6, o segundo também é maior. O mesmo

acontece com a letra “b”. Esse tipo de erro se refere à organização da informação (Torre, 2007) e é, possivelmente, um erro de conexão, pois acontece quando o indivíduo se apega a padrões estabelecidos anteriormente e rejeita mudanças.

Oliveira (2017) apresenta em sua dissertação um erro parecido numa soma de frações, em que o estudante operou numerador e denominador separadamente. Todavia, concluiu que os alunos apenas não possuíam domínio das técnicas de resolução de soma de frações.

Em vista disso, a questão se mostrou importante para mapear os conhecimentos dos estudantes quanto ao significado parte-todo, pois pôde-se verificar se os estudantes compreendiam a fração escrita, entendendo que o denominador é o total de partes iguais em que a pizza é dividida e o numerador são as partes consumidas por cada indivíduo citado na questão. Também foi possível observar se os alunos estabeleciam a relação entre a fração escrita com sua representação gráfica, conhecimentos que são mobilizados ao utilizar o significado parte-todo. Para aperfeiçoar a questão, pode-se acrescentar o pedido para que o aluno desenhe cada situação.

A questão a seguir já mobiliza um maior número de comparações.

Questão 07 - *Utilizando os discos de frações, compare as frações abaixo, por meio dos símbolos > (maior que), < (menor que) ou = (igual a). Desenhe ao lado a comparação feita.*

a) $\frac{2}{3}$ — $\frac{3}{4}$

b) $\frac{3}{7}$ — $\frac{5}{8}$

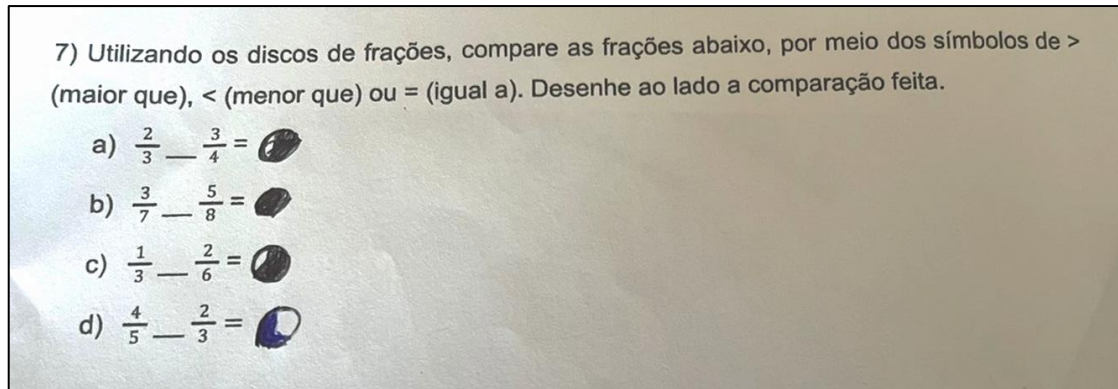
c) $\frac{1}{3}$ — $\frac{2}{6}$

d) $\frac{4}{5}$ — $\frac{2}{3}$

Para responder a essa questão, os estudantes precisavam acionar a concepção parte-todo, associando as frações escritas à sua representação gráfica. A partir desse pensamento, os alunos deveriam verificar quais eram maiores, menores, ou iguais, para, então, completar com os símbolos. Contudo, não houve respostas totalmente corretas.

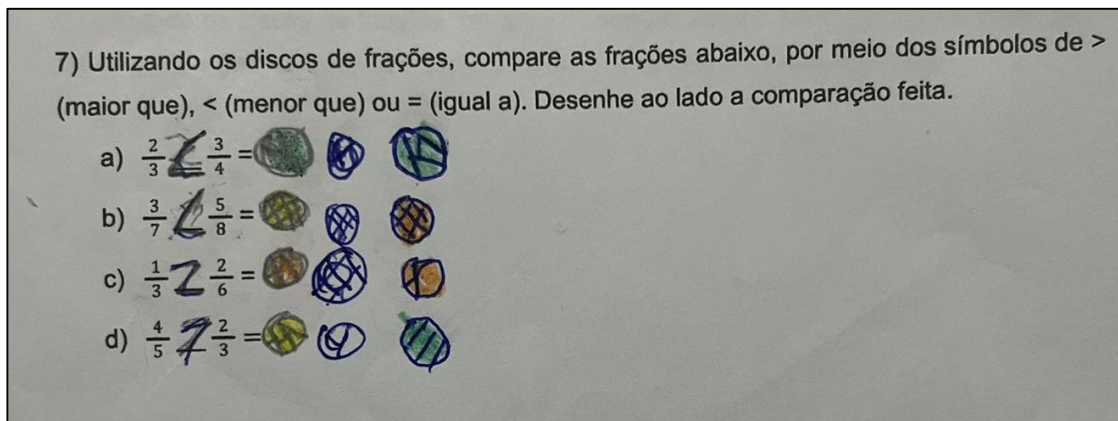
Dois alunos, por exemplo, fizeram representações com figuras divididas aleatoriamente, como pode ser observado nas Figuras 22 e 23.

Figura 22 – Erro em relação à concepção parte-todo no campo da percepção do estudante A5



Fonte: A pesquisadora (2024).

Figura 23 – Erro em relação à concepção parte-todo no campo da percepção e conexão do estudante A3



Fonte: A pesquisadora (2024).

O estudante A5 desenhou apenas um círculo em cada uma das comparações, que não representava nenhuma das frações, já que os círculos são pintados por inteiro ou parcialmente, sem mostrar as divisões em partes iguais. Já o aluno A3 desenhou círculos divididos aleatoriamente para representar a comparação que é solicitada na questão. Além disso, as frações foram comparadas numerador com numerador e denominador com denominador, separadamente. Neste caso, pode-se notar dois erros.

O primeiro erro, do aluno A5, aparenta ser um erro de análise e síntese (Torre, 2007), em que o estudante não compreendeu o que foi solicitado pelo professor na questão. Este mesmo aluno, não cometeu erro nas demais questões que se referiam

à concepção de parte-todo, o que corrobora o indício de que o erro se relaciona ao não entendimento do que se esperava da questão.

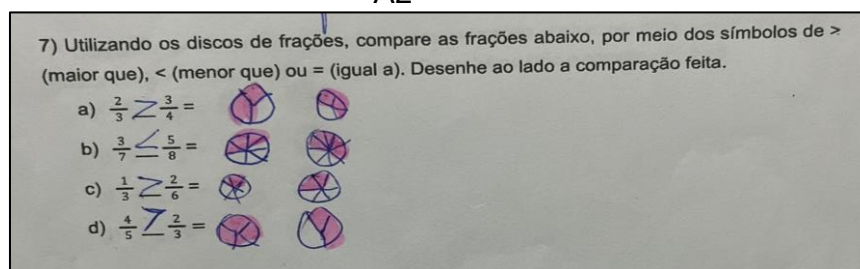
Além de cometer erros na representação gráfica das frações e não utilizar a manipulação dos discos de frações, o aluno A3 observou apenas as frações escritas. Apegou-se à observação dos numeradores e denominadores de forma separada, comparando numerador com numerador e denominador com denominador, caracterizando o erro de conexão, que acontece no momento de organização das informações (Torre, 2007). Uma vez que, novamente, o aluno voltou-se aos números naturais de experiências anteriores, um padrão já estabelecido, e rejeitou o entendimento da fração, em que numerador e denominador formam um número.

Observa-se que, nesse caso, o estudante A3 ainda não mobilizou a concepção parte-todo, já que não compreende a relação entre o numerador e o denominador (registro escrito) e a figura que representa (Silva, 2005). Cabe registrar que foi possível observar outros erros do aluno em relação a esse significado nas questões anteriores.

Mesmo tendo manipulado os discos de frações para realizar as atividades, os estudantes não os relacionaram com o que foi solicitado na questão. Smole e Diniz (2016) alertam que, mesmo os materiais manipulativos possuindo grande valor potencial para a aprendizagem, o que permite a mediação entre os procedimentos didáticos e o resultado da aprendizagem são as operações de pensamento do aluno.

Também na Questão 7, com o subsídio dos discos de frações, quatro estudantes realizaram a representação utilizando algumas figuras de forma correta, porém utilizaram os símbolos errados, conforme o exemplo da resolução do aluno A2 na Figura 24.

Figura 24 – Erro referente à concepção parte todo do tipo mecânico do estudante A2



Fonte: A pesquisadora (2024).

Ao realizar os desenhos das comparações das letras “a” e “b”, o estudante A2 não cometeu erros. Entretanto, nas letras “c” e “d”, o estudante aparenta ter feito os

desenhos de maneira aligeirada, causando os erros. Em relação ao uso dos símbolos para a comparação, não foi possível identificar a estratégia utilizada pelo aluno. É provável que também tenha respondido apressadamente, prestando menos atenção, configurando-se, assim, em um erro na etapa de execução, do tipo mecânico (Torre, 2007). Esse erro, que aparenta ter acontecido por distração, não implica que o estudante não tenha mobilizado a concepção parte-todo, pois as resoluções estão parcialmente corretas, o que indica, portanto, que esse conhecimento está em processo de construção.

Percebe-se, então, que essa questão possui potencial para mapear os conhecimentos prévios dos alunos sobre o significado parte-todo, que é necessário para realizar comparação de frações, pois, associada ao material manipulativo, pode despertar operações de pensamento que levem o estudante a externar seus conhecimentos. A questão pode ainda ser aprimorada, sendo entregue para os estudantes já com os círculos desenhados, e sendo disponibilizadas réguas, para os alunos apenas desenharem e colorirem as repartições dos círculos.

De modo geral, a atividade utilizando os discos de frações mostrou-se valiosa para mapear os conhecimentos dos estudantes referentes à concepção parte-todo, por meio de questões que envolvem comparação e equivalência de frações e que necessitam da mobilização desse significado. Contudo, diante das atividades realizadas, a avaliação utilizando os discos de frações e a atividade frações em pizza, notou-se que, em algumas questões, não era possível entender o que o aluno sabia em relação à questão, o que entendeu ou o que ele pensou para responder. Com isso optou-se por realizar entrevistas com alguns estudantes para que falassem sobre seus entendimentos.

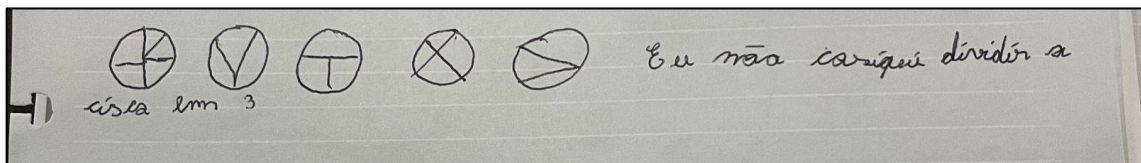
5.1.2 O que pensaram os estudantes

As entrevistas foram realizadas com o intuito de entender os pensamentos dos estudantes durante a resolução de questões que apresentaram erros nas atividades utilizando os discos de frações e na atividade das frações em pizza. Todavia, os alunos relataram somente dificuldades relacionadas ao significado parte-todo envolvendo as representações de frações nas questões da avaliação utilizando os discos fracionários. Oportuno registrar que houve questões em que os estudantes não lembraram no momento da entrevista como haviam feito para resolvê-las

anteriormente, devido ao fato de ela ter ocorrido na semana posterior a da realização das atividades.

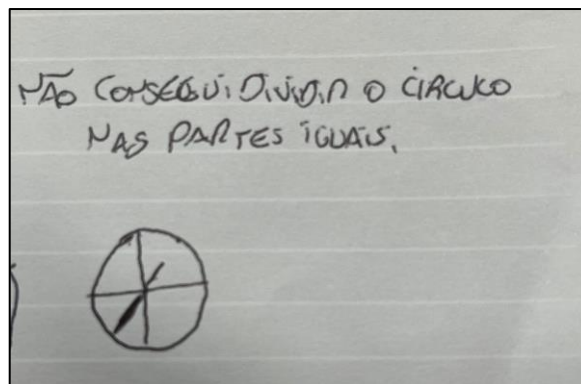
Durante a realização das entrevistas, quando os alunos foram questionados sobre como pensaram para resolver algumas questões em que cometeram erros, referente à Questão 07 da atividade, os alunos A3 e A11 relataram dificuldade na representação gráfica, em dividir o inteiro em partes iguais, mesmo com o material dos discos de frações disponíveis para manipulação, como ilustram as Figuras 25 e 26.

Figura 25 – Erro de compreensão da concepção parte-todo devido à falha lógica do aluno A11



Fonte: A pesquisadora (2024).

Figura 26 – Erro de compreensão da concepção parte-todo devido à falha lógica do aluno A3



Fonte: A pesquisadora (2024).

As duas Figuras mostram as tentativas dos alunos de dividir um inteiro em partes iguais juntamente com sua explicação dita na entrevista. Isso aponta um erro de compreensão em relação à concepção parte-todo, pois demonstra um conhecimento ainda frágil por parte do aluno sobre a partição do inteiro na quantidade de partes iguais necessária (Silva, 2005), resultando numa falha lógica (Torre, 2007).

Pinto (2000) destaca que o aluno possui mais facilidade de observar o erro em situações orais, pois estas propiciam uma maior visibilidade do erro, que pode se aproximar de uma correção. No caso acima, o próprio estudante explicou e, em seguida, escreveu o que fez de errado e o motivo.

Logo, as entrevistas mostraram-se uma estratégia importante para os alunos pensarem em seus erros, compreendê-los e até mesmo explicá-los. Nessa pesquisa, elas foram realizadas apenas com quatro dos treze estudantes participantes, em virtude da disponibilidade de tempo, porém se verificou a importância de realizar com o restante, para que seja possível compreender melhor os pensamentos dos demais estudantes em relação aos seus erros.

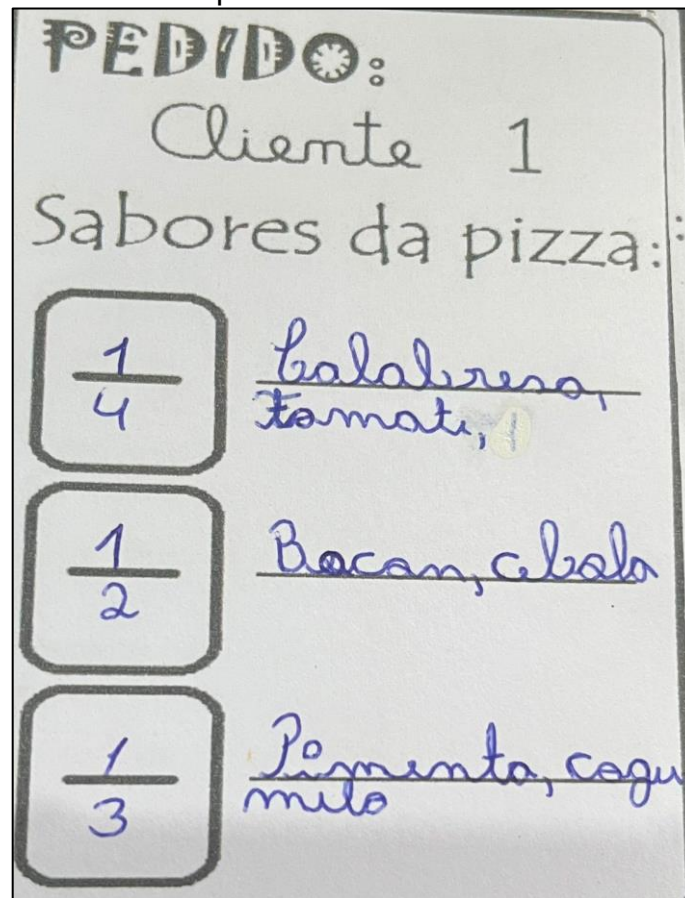
A seguir, discute-se sobre os erros apresentados pelos estudantes em relação à concepção operador.

5.2 Erros em relação à concepção operador

O significado operador é mobilizado quando uma fração atua em relação a alguma quantidade, modificando-a e resultando em uma nova quantidade (Silva, 2005). Os erros referentes a esse significado foram notados, em especial, na atividade frações em pizza. Tal atividade buscava mapear os conhecimentos dos estudantes em relação ao significado de operador multiplicativo. Nesse sentido, os alunos deveriam preparar dois pedidos de pizza, um solicitado pela professora-pesquisadora e outro por um colega; também deveriam criar um pedido para ser feito pelos colegas. Para isso, precisavam calcular quantos pedaços de pizza representavam cada fração.

Os quatro estudantes entrevistados (A1, A4, A7 e A10) criaram pedidos em que o resultado era maior que um inteiro. O pedido deveria ser composto por frações de sabores de pizza que, juntas, formassem uma pizza inteira de 12 fatias. Na Figura 27, pode ser visto o pedido do aluno A4.

Figura 27 – Erro referente à concepção operador no campo da análise e síntese no pedido do aluno A4



Fonte: A pesquisadora (2024).

Os erros quanto à formação de uma pizza inteira, que deviam ser resultado das atuações das frações como operadores em relação aos 12 pedaços que formam a pizza (Silva, 2005), remetem a um equívoco na organização das informações referentes à análise e à síntese. Isto porque decorre do fato de analisar cada um dos elementos – nesse caso, cada fração, de forma isolada, sem combiná-las e juntá-las (Torre, 2007).

Na mesma atividade, a professora-pesquisadora solicitou que os estudantes montassem uma pizza de 12 fatias, seguindo o pedido apresentado na seção *Roteiro de aplicação das atividades*, formada por $\frac{1}{2}$ de calabresa com cebola, $\frac{1}{4}$ de bacon com abacaxi e $\frac{1}{4}$ de tomate com pimentão. O aluno A12 cometeu outro tipo de erro. O equívoco pode ser observado na Figura 28.

Figura 28 – Erro em relação à concepção operador do tipo operacional do aluno A12



Fonte: A pesquisadora (2024).

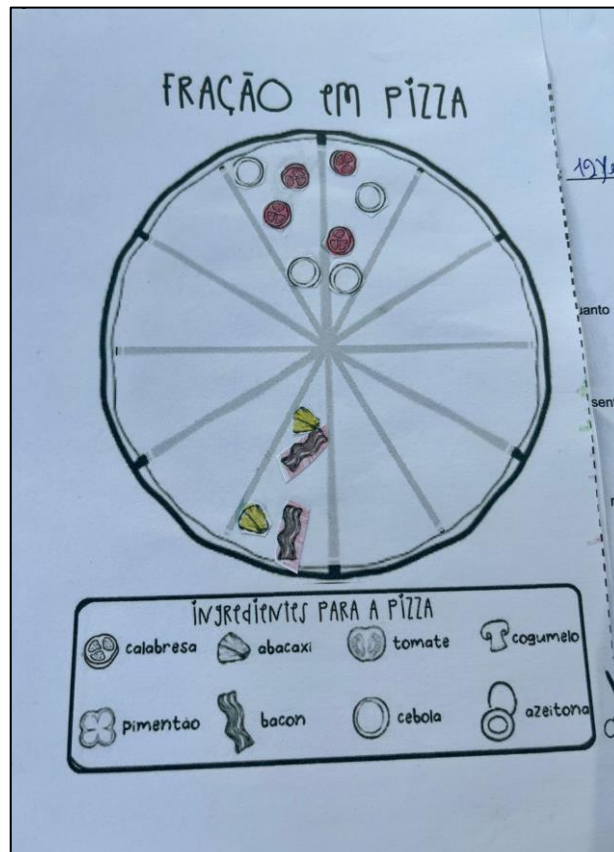
O aluno A12 montou corretamente $\frac{1}{2}$ da pizza de calabresa com cebola, mas equivocou-se com $\frac{1}{4}$ de bacon com abacaxi e $\frac{1}{4}$ de tomate com pimentão, adicionando uma fatia a mais de bacon com abacaxi e, por conseguinte, uma a menos de tomate com pimentão.

Esse erro se caracteriza como operacional, podendo ter ocorrido devido à distração ou ao nervosismo, pois o aluno montou a fração $\frac{1}{2}$ de calabresa com cebola, e em seguida, $\frac{1}{4}$ de bacon com abacaxi. O erro ocorreu ao realizar o cálculo de $\frac{1}{4}$ de 12 fatias, dividindo as 12 fatias em 4 grupos iguais, que resultaria em 3 fatias. No entanto, o aluno colou os ingredientes em 4 fatias, sobrando apenas 2 para o outro sabor. Isso sugere, ainda, que o estudante está em processo de aprendizagem da concepção de fração como operador (Silva, 2005), uma vez que compreende que, nesse caso, a fração opera em relação ao todo de 12 fatias e que resulta em uma

nova quantidade dessas fatias. Esse mesmo aluno demonstrou compreender o conceito parte-todo.

Outros três estudantes demonstraram erros em relação à concepção de fração como operador, mas do tipo de percepção, como evidenciado a seguir (Figura 29).

Figura 29 – Erro em relação à concepção operador do tipo de percepção do aluno A13

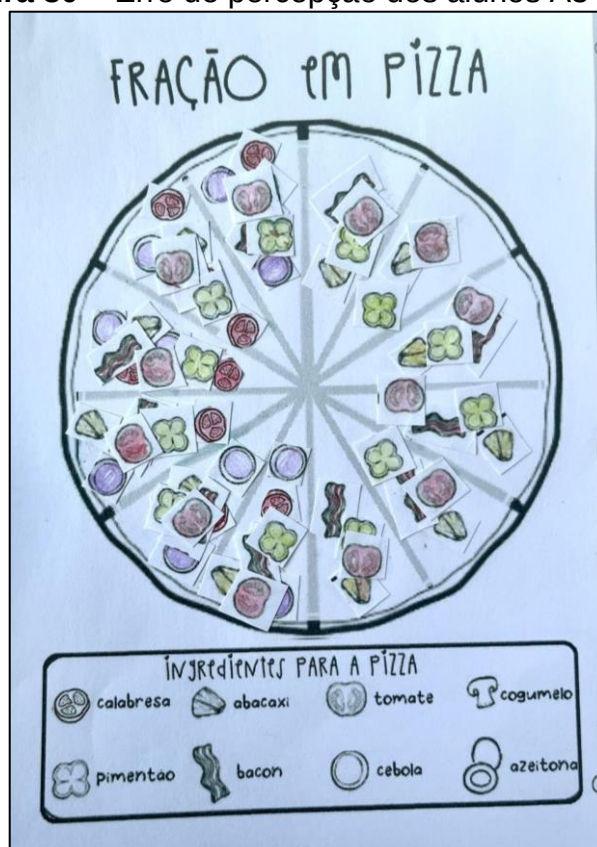


Fonte: A pesquisadora (2024).

Na figura acima, o aluno A13 não conseguiu executar a atividade solicitada. É possível observar que ele iniciou sem compreender como fazer o que foi pedido. Este tipo de erro se caracteriza como um erro de percepção, devido à inadequada interação entre as informações da atividade e a cognição do estudante (Torre, 2007). Os erros de percepção, geralmente, ocorrem quando é introduzido um novo conteúdo, esperando-se que o aluno já compreenda sua base. No caso dessa atividade, o conteúdo já foi estudado no ano anterior e, por isso, esperava-se que os estudantes compreendessem com mais facilidade.

Já os alunos A3 e A10 misturaram os ingredientes, não utilizando as frações como referência, conforme visto na Figura 30.

Figura 30 – Erro de percepção dos alunos A3 e A10



Fonte: A pesquisadora (2024).

No caso apresentado na figura anterior, os alunos A3 e A10 não utilizaram as informações sobre as frações da pizza de cada sabor, apontando, novamente, um erro de percepção (Torre, 2007).

Em ambos os casos, os estudantes demonstraram dificuldades referentes à concepção de fração como operador, que, conforme Silva (2005), é quando uma fração atua em relação a uma quantidade. No caso da atividade, o operador (fração) atuava em relação à quantidade total de fatias da pizza, ou seja, 12. Para que os estudantes desenvolvam tal concepção, Silva (2005) salienta que é necessária a manipulação de representações para a construção de técnicas que possam cumprir satisfatoriamente a tarefa.

Com esse propósito, os alunos já haviam manipulado os discos de frações anteriormente ao manejo dos ingredientes da pizza. Conforme Smole e Diniz (2016), o sentido que os alunos atribuem às atividades com materiais didáticos manipuláveis não ocorrem de imediato, todavia, são construídos e se modificam de acordo com o decorrer das atividades propostas.

Acredita-se que o uso da atividade frações em pizza como estratégia para mapear os conhecimentos prévios dos alunos em relação às frações foi importante no que se refere ao entendimento do significado de operador. Todos os alunos participantes da pesquisa realizaram a atividade, ou seja, não houve atividades em branco. Seria interessante, ainda, aprimorar a atividade, trazendo uma anterior a ela, em que os estudantes pudessem ter contato com o cardápio de uma pizzeria e informações como a quantidade de sabores possíveis em um pedido, número de fatias etc., para que, ao aplicar a atividade frações em pizza posteriormente, ela faça mais sentido.

De modo geral, as estratégias utilizadas foram relevantes para mapear os conhecimentos dos estudantes sobre frações em relação aos significados parte-todo e operador multiplicativo, com atividades envolvendo representações das frações escritas e gráficas. Foi possível, também, identificar, através dos erros, como está a construção de conhecimentos dos estudantes, pois uma mesma questão pode apontar diferentes dificuldades e diferentes estágios da aprendizagem. Por meio da análise, os erros deixaram de ser vistos como sinal de fracasso ou de falta de atenção do aluno e passaram a fornecer informações sobre seus entendimentos e suas dificuldades.

As estratégias compostas por um conjunto de instrumentos que objetivavam a coleta de dados para avaliação diagnóstica, como sugere Luckesi (2011), foram elaboradas visando que o estudante fosse incentivado a expor seus conhecimentos. Todavia, foram limitadas, porque só revelaram o que o estudante externaliza, evidenciando que algumas alterações em determinadas questões foram – e são necessárias – para que as atividades sejam mais claras e, ao mesmo tempo, ofereçam espaço para o aluno manifestar seus entendimentos.

Nesse contexto, as entrevistas e as situações orais merecem destaque, pois mostraram-se fontes de informações valiosas sobre como os estudantes pensavam, e/ou em que questões cometeram erros. Ao explicar seus raciocínios nas questões errôneas, pôde-se perceber que o erro do estudante não quer dizer que ele não sabe, mas evidencia como ocorre a construção do seu conhecimento.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Por meio deste estudo, teve-se como objetivo avaliar estratégias para mapear os conhecimentos prévios dos estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental em relação ao objeto de conhecimento frações, a partir da análise de erros. A qual é entendida, nesta pesquisa, como metodologia de pesquisa e ensino, de forma indissociável. Isso se deve ao fato de ser através da pesquisa que se detecta e se busca entender os erros, mas é no ensino que esses entendimentos passam efetivamente a atuar, modificando e adaptando os planejamentos, conforme a necessidade de cada estudante.

Para mapear os conhecimentos prévios principais sobre o objeto de conhecimento frações, utilizaram-se, como instrumentos de coleta de dados, folhas de atividades, com a possibilidade de uso de materiais manipulativos e entrevistas individuais sobre os erros cometidos, em uma turma de 7º ano do Ensino Fundamental no primeiro semestre de 2024.

Os materiais manipulativos auxiliaram os estudantes a desenvolverem suas operações de pensamento a respeito dos significados das frações, como parte-todo e operador, que foram observadas na análise de dados deste trabalho. Como havia-se observado em outras pesquisas sobre o assunto, somente os testes escritos prévios e posteriores ao trabalho com os erros mostravam uma melhora nos resultados, mas não davam indícios suficientes para verificar a construção dos conhecimentos através dos entendimentos dos estudantes. Destaca-se que as entrevistas mostraram a importância de atividades feitas oralmente, em que o aluno possa expressar-se e manifestar seus entendimentos, sem julgamentos.

Ao realizar a análise de conteúdo, foram estabelecidas categorias baseadas nos erros envolvendo o objetivo de conhecimento de frações em articulação com os tipos de erros propostos por Torre (2007). Esse processo permitiu que se mapeasse os conhecimentos dos estudantes, pois os erros deram indícios de como estava o processo de aprendizagem, sendo possível identificar a mobilização dos significados parte-todo e operador.

Nesse sentido, as estratégias utilizadas para mapear os conhecimentos dos estudantes sobre frações mostraram-se válidas, porém necessitam de ajustes para que esses conhecimentos sejam mais expressos e, conseqüentemente, melhor analisados.

A partir dos resultados obtidos, o erro pode ser utilizado como norteador da prática pedagógica, servindo como ponto de partida para novas oportunidades de ensino. Em vista disso, como resultado desta pesquisa, foi desenvolvido um produto educacional: um guia para correção utilizando a análise de erros para mapear os conhecimentos prévios dos estudantes sobre frações, que contém os instrumentos para avaliação diagnóstica utilizados neste trabalho e sugestões para que o professor possa ir além da correção usual.

Durante o processo de correção de atividades e avaliações, muitas vezes o professor se pergunta o que o aluno pensou ao responder uma questão, que para ele não faz sentido. Nesta pesquisa, ao analisar e classificar os erros, foi necessário, observar alguns deles por inúmeras vezes, buscando compreender o raciocínio por detrás deles. Ainda assim, esse processo despertou na pesquisadora a seguinte pergunta: “quando um erro pode estar indicando discalculia?”. A pesquisadora acredita que tal questionamento possa ser importante para se trabalhar o conteúdo de maneira mais eficaz com o estudante e, ainda, considera que seria uma pesquisa relevante a partir deste trabalho.

Espera-se, também, que, com este trabalho, seja possível observar, compartilhar e fazer circular o valor positivo do erro, como indicador do que o aluno já sabe e norteador da prática docente, tendo em vista a aprendizagem do estudante.

Cabe destacar que este estudo pode ser considerado uma das possibilidades de se trabalhar a análise de erros quando se tem em vista a compreensão dos entendimentos dos alunos sobre conceitos matemáticos, neste caso, frações. Almeja-se, pois, que inspire novos olhares e discussões acerca do erro.

REFERÊNCIAS

- ANASTASIOU, Léa das Graças Camargos. Ensinar, aprender, apreender e processos de ensinagem. *In*: ANASTASIOU, Léa das Graças Camargos; ALVES, Leonir Pessate (Org.). **Processos de ensinagem na universidade**: pressupostos para as estratégias de trabalho em aula. 10. ed. Joinville, SC: Editora Univille, 2015. p. 15-44.
- BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 1979.
- BARRETO, José Rogério. **Análise de erros cometidos por alunos do 6º ano na resolução de problemas envolvendo operações com frações**. 2017, 79 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal de Sergipe, Rio de Janeiro, Itabaiana, 2017.
- BASSO, Bruno Mendes. **Utilização de um objeto de aprendizagem na forma de jogo no ensino de matemática**: análise e contribuições. 2018. 146 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2018.
- BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. 1. ed. Porto Alegre: Porto Editora, 1994.
- BORASI, Raffaella. **Reconceiving mathematics instruction**: a Focus on Errors. Norwood, NJ: Ablex Publishing Corporation, 1996.
- BORASI, Raffaella. Using errors as springboards for the learning of mathematics: as introduction. **Focus in Learning Problems in Mathematics**, v. 7, n. 3-4, p. 1-14, 1985.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Educação é a Base. 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_sit e.pdf. Acesso em: 13 jul. 2023.
- BROUSSEAU, Guy. Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. **Recherches em Didactique des Mathématiques**, v. 4, n. 2, p. 165-198, 1983.
- BRUM, Lauren Darold. **Análise de erros cometidos por alunos de 8º ano do Ensino Fundamental em conteúdos de álgebra**. 2013. 94 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Física e Matemática) – Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, 2013.
- CASTANHO, Simone Braga. **Análise de erros no Ensino Fundamental**: uma transição do 5º para o 6º ano. 2015. 192 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2015.

CAVALCANTI, Érica M. S; GUIMARÃES, Gilda L. Os significados de fração em livros didáticos das séries iniciais. **Artigo apresentado 2º SIPEMAT**, 2008.

COSTA, José Roberto. **Desenvolvimento profissional de professores que lecionam matemática no Ensino Fundamental**: possibilidades a partir da reflexão sobre os erros dos alunos. 2014. 257 f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2014.

CRUZ, Guilherme Nascimento da. **Estudo de áreas e de perímetros de polígonos, com o auxílio do geoplano e do papel quadriculado, numa turma de sétimo ano do ensino fundamental de uma escola pública**. 2020. 94 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2020.

CURY, Helena Noronha. A formação dos formadores de professores de matemática: quem somos, o que fazemos, o que podemos fazer? *In*: CURY, Helena Noronha (Org.). **Formação de professores de matemática**: uma visão multifacetada. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2001. p. 11-28.

CURY, Helena Noronha. **Análise de erros**: o que podemos aprender com as respostas dos alunos. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2015.

CURY, Helena Noronha. “Professora, eu só errei um sinal!”: como a análise de erros pode esclarecer problemas de aprendizagem. *In*: CURY, Helena Noronha (Org.). **Disciplinas Matemáticas em cursos superiores**: reflexões, relatos, propostas. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2004. p. 111-138.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GIL, Antônio Carlos. **Como fazer pesquisa qualitativa**. São Paulo: Atlas, 2021.

GITIRANA, Verônica. Planejamento e avaliação em matemática. *In*: SILVA, Janssen Felipe da; HOFFMANN, Jussara; ESTEBAN, Maria Teresa (Org.). **Práticas avaliativas e aprendizagens significativas**: em diferentes áreas do currículo. 11. ed. Porto Alegre: Mediação, 2018. p. 67 - 78.

GONÇALVES, Alessandro. **Análise das estratégias e erros dos alunos do 9º ano em questões de álgebra baseadas no Saresp de 2008 a 2011**. 2014. 178 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2014.

HATTIE, John. **Aprendizagem visível para professores**: como maximizar o impacto da aprendizagem. Porto Alegre: Penso, 2017.

HOFFMANN, Jussara. **Avaliação e Educação Infantil**: um olhar sensível e reflexivo sobre a criança. 22. ed. Porto Alegre: Mediação, 2018.

HOFFMANN, Jussara. **Avaliação Mediadora**: uma prática em construção da pré-escola à universidade. 35. ed. Porto Alegre: Mediação, 2019.

LAPA, Clésia M. dos S. **O ensino de frações e seus diferentes significados: um estudo a partir do livro didático A conquista da Matemática e dos registros dos cadernos de alunos do 7º ano da rede municipal de Aracaju/SE.** Dissertação (Mestrado de Ensino de Ciências Naturais e Matemática). Universidade Federal do Sergipe, São Cristóvão, 2013.

LIMA, Rafael Pontes. **O ensino e a aprendizagem significativa das operações com frações: Sequência didática e o uso de tecnologias digitais para alunos do Ensino Fundamental II'** 19/11/2014. 233 f. Doutorado em EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA - UFMT - UFPA - UEA Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO, Belém Biblioteca Depositária: UFMT - UEA – UFPA, 2014.

LUCKESI, Cipriano Carlos. **Avaliação da aprendizagem:** componente do ato pedagógico. São Paulo: Cortez, 2011.

MARCONI, Marina de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. **Fundamentos de Metodologia Científica.** 5. ed. São Paulo: Atlas, 2003.

MERLINI, Vera L. **O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico com alunos de 5º e 6ª série do Ensino Fundamental.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

MOREIRA, Marco Antônio. **Teorias de aprendizagem.** São Paulo: EPU, 1999.

MOREIRA, Plínio Cavalcanti; DAVID, Maria Manuela M. S. **A formação matemática do professor:** licenciatura e prática docente escolar. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2016.

MOUTINHO, Leonel V. **Fração e seus diferentes significados: um estudo com alunos das 4ª e 8ª séries do Ensino Fundamental.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

NEWELL, A.; SIMON, H. A. **Human Problem Solving.** Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1972.

OLIVEIRA, Luis Carlos Gois De. **Análise de erros cometidos pelos discentes do sétimo ano do Ensino Fundamental e primeiro ano do Ensino Médio no estudo dos números racionais na sua forma fracionária.** 2017. 97 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal de Sergipe, Itabaiana, 2017.

PINTO, Neuza Bertoni. **O erro como estratégia didática:** estudo do erro no ensino da matemática elementar. 2. ed. Campinas: Papirus, 2000.

PORTELA, Eliana Teles. **Aprendendo por meio da análise de erros: uma investigação sobre as operações com frações numa função afim.** 2018. 61 f.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino) – Universidade Federal de Sergipe, Rio de Janeiro, 2018.

ROSSATO, Sabrina Londero da Silva. **Análise de erros na divisão de números decimais por alunos do 6º ano do Ensino Fundamental**. 2014. 111 f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e Matemática) – Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, 2014.

SILVA, Edson Passos da. **Entendimentos e Estratégias Desenvolvidos por Docentes do 6º ano do Ensino Fundamental a partir da Análise de Erros em Matemática**. 2021. 150 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas) – Universidade Federal do Rio Grande, Santo Antônio da Patrulha, 2021.

SILVA, Janssen Felipe da. Avaliação do ensino e da aprendizagem numa perspectiva formativa-reguladora. *In*: SILVA, Janssen Felipe da; HOFFMANN, Jussara; ESTEBAN, Maria Teresa (Org.). **Práticas avaliativas e aprendizagens significativas**: em diferentes áreas do currículo. 11. ed. Porto Alegre: Mediação, 2018. p. 9-22.

SILVA, Janssen Felipe da. **Avaliação formativa**: pressupostos teóricos e práticos. 5. ed. Porto Alegre: Mediação, 2019.

SILVA, Maria J. F. Investigando saberes de professores do Ensino Fundamental com enfoque em números fracionários para a quinta série. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

SILVA, Paulo Henrique Freitas. **ENSINO-APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES: UM OLHAR PARA AS PESQUISAS E PARA A SALA DE AULA**' 04/05/2017 164 f. Mestrado em ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAIBA, Campina Grande Biblioteca Depositária: UEPB, 2017.

SMOLE, Katia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. **Materiais manipulativos para o ensino de frações e números decimais**. Porto Alegre: Penso, 2016.

TEIXEIRA, Paulo Marcelo Marini; MEGID NETO, Jorge. Uma proposta de tipologia para pesquisas de natureza interventista. **Ciência e Educação**, Bauru, v. 23, n. 4, p. 1055-1076, 2017.

TORRE, Saturnino de la. **Aprender com os erros**: o erro como estratégia de mudança. Porto Alegre: Artmed, 2007.

VAZ, Rafael Filipe Novoa. **Metodologia didática de análise de soluções aplicada no ensino de frações**. 2013. 94 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2013.

ANEXOS

ANEXO A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)



TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

TCLE (Res.510/2016-CNS)

Para os responsáveis legais dos menores de 18 anos.

Esclarecimentos:

Você está sendo convidado a participar da pesquisa “ANÁLISE DE ERROS: ESTRATÉGIA PARA MAPEAR CONHECIMENTOS DE ESTUDANTES DO 7º ANO SOBRE FRAÇÕES”, coordenada pela pesquisadora **Alessandra Natália dos Passos**, mestranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas da Universidade Federal de Rio Grande - FURG, orientado pela Prof^a.Dr^a **Patrícia Ignácio**.

Queremos contribuir para o ensino e a aprendizagem de frações no 7º ano do Ensino Fundamental. Para isso, buscaremos através de testes com materiais manipulativos e entrevistas para compreender o que o aluno sabe, através de seus erros e acertos, a fim de planejar o ensino conforme suas necessidades.

Com isso, você só precisa participar da pesquisa se quiser, é um direito seu e não terá nenhum problema se desistir. As crianças que irão participar desta pesquisa têm de 11 a 15 anos de idade.

Portanto, você irá participar de 3 (três) testes, com duração de aproximada de uma hora cada, que serão desenvolvidos em sala de aula, sendo dois deles usando materiais manipulativos e outras entrevistas com perguntas sobre a realização dos testes anteriores. Durante esse período as atividades poderão ser gravadas/filmadas/fotografadas e serão utilizados na pesquisa. Por meio de análise do material colhido, serão produzidos textos acadêmicos sobre os resultados alcançados.

Durante a execução da pesquisa poderão ocorrer desconfortos, riscos à integridade moral, intelectual e emocional. O aluno pode se sentir desconfortável ao

responder os questionários, participar de entrevista ou ao ser filmado/fotografado. Entretanto, não é obrigatório e não existe penalidade quanto a não participação. Para isso, todas as imagens serão editadas para minimizar o risco de identificação. A pesquisa não necessita de materiais físicos ou ações físicas que necessitem do uso de EPI (Equipamento de Proteção Individual). Como benefícios da pesquisa, ela poderá propiciar ao menor uma melhor aprendizagem de conteúdos Matemáticos, além de contribuir para a melhoria dos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática em um contexto geral, bem como para a coleta de dados relevantes para a produção acadêmica.

Em caso de complicações ou danos à saúde que o menor possa ter relacionados com a pesquisa, compete ao pesquisador responsável garantir o direito à assistência integral e gratuita, que será prestada pela unidade de saúde pública mais próxima.

Durante todo o período da pesquisa, você poderá tirar suas dúvidas ligando para Alessandra Natália dos Passos, contato: 51 9 81906783 ou enviando e-mail para o endereço alessandrapassos@sou.faccat.br.

Você tem o direito de não autorizar ou retirar o seu consentimento da participação do menor em qualquer fase da pesquisa, sem nenhum prejuízo para ele.

Os dados resultantes dessa investigação (impresso e digital) serão mantidos na Universidade Federal do Rio Grande, no Campus Santo Antônio da Patrulha, sob a guarda e responsabilidade da orientadora dessa pesquisa. Os dados coletados serão utilizados exclusivamente para a execução dessa pesquisa e serão guardados pelo período mínimo de 5 anos. Sendo de responsabilidade de o pesquisador fazer o *download* dos dados coletados para um dispositivo eletrônico local, apagando todo e qualquer registro de qualquer plataforma virtual, ambiente compartilhado ou "nuvem". Isso também será feito com os registros de consentimento livre e esclarecido e com as gravações de áudio. As informações geradas somente serão divulgadas de forma anônima, não sendo usadas iniciais ou quaisquer outras indicações que possam identificar os participantes da pesquisa e a Instituição.

Não haverá despesas nem compensações financeiras ao aluno participante da pesquisa. Caso houver alguma despesa, será garantido aos participantes o ressarcimento de despesas decorrentes da participação na pesquisa.

Se o menor sofrer qualquer dano decorrente desta pesquisa, sendo ele imediato ou tardio, previsto ou não, o menor será indenizado.

Qualquer dúvida sobre a ética desta pesquisa, você deverá ligar para o Comitê de Ética em Pesquisa FURG (CEP - FURG) – instituição que avalia a ética das pesquisas antes que elas comecem e fornece proteção aos participantes das mesmas – da Universidade Federal do Rio Grande, nos telefones (53) 3237-3013 ou e-mail cep@furg.br. Você ainda pode ir pessoalmente à sede do CEP, no prédio das Pró-Reitorias segundo andar-Propesp, disponível nas segundas-feiras das 8 às 12h, nas terças-feiras das 09 às 13h, nas quartas-feiras das 13h30min às 17h30min, nas quintas-feiras das 9 às 17h30min, ou em outros horários mediante agendamento, Universidade Federal do Rio Grande (FURG), Avenida Itália, Km 08 - Campus Carreiros - Caixa Postal 474 - Rio Grande/RS - CEP: 96203-900.

Este documento foi impresso em duas vias. Uma ficará com você e a outra com o pesquisador responsável **Alessandra Natália dos Passos**.

Consentimento Livre e Esclarecido

Eu, _____, representante legal do menor _____, autorizo sua participação na pesquisa **“ANÁLISE DE ERROS: ESTRATÉGIA PARA MAPEAR CONHECIMENTOS DE ESTUDANTES DO 7º ANO SOBRE FRAÇÕES”**.

Esta autorização foi concedida após ter sido esclarecido sobre os objetivos, a importância e o modo como os dados serão coletados nessa pesquisa, além de conhecer os riscos desconfortos e benefícios que ela poderá trazer para o jovem e também por ter compreendido todos os direitos que ele(a) terá como participante e eu como seu representante legal.

Autorizo, ainda, a publicação das informações por ele(a) em congressos e/ou publicações científicas, desde que os dados apresentados não possam identificá-lo(a).

Parobé/RS, _____ de _____ de 2023.

Assinatura do responsável legal

Declaração do pesquisador responsável

Como pesquisador responsável pelo estudo “ANÁLISE DE ERROS: ESTRATÉGIA PARA MAPEAR CONHECIMENTOS DE ESTUDANTES DO 7º ANO SOBRE FRAÇÕES”, declaro que assumo a inteira responsabilidade de cumprir fielmente os procedimentos metodológicos e garantir os direitos que foram esclarecidos e assegurados ao participante desse estudo, assim como manter sigilo e confidencialidade sobre a identidade do mesmo.

Declaro ainda estar ciente que na inobservância do compromisso ora assumido infringirei as normas e diretrizes propostas pela Resolução 466/12 do Conselho Nacional de Saúde – CNS, que regulamenta as pesquisas envolvendo o ser humano.

Parobé/RS, ____ de _____ de 2023.

Assinatura do pesquisador responsável

ANEXO B – TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TALE)**TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO
(TALE)*****Esclarecimentos:***

Você está sendo convidado a participar da pesquisa “ANÁLISE DE ERROS: ESTRATÉGIA PARA MAPEAR CONHECIMENTOS DE ESTUDANTES DO 7º ANO SOBRE FRAÇÕES”, coordenada pela pesquisadora **Alessandra Natália dos Passos**, mestranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas da Universidade Federal de Rio Grande - FURG, orientado pela Prof.^a Dr.^a **Patrícia Ignácio**.

Queremos contribuir para o ensino e a aprendizagem de frações no 7º ano do Ensino Fundamental. Para isso, buscaremos através de testes com materiais manipulativos e entrevistas para compreender o que o aluno sabe, através de seus erros e acertos, a fim de planejar o ensino conforme suas necessidades.

Com isso, você só precisa participar da pesquisa se quiser, é um direito seu e não terá nenhum problema se desistir. As crianças que irão participar desta pesquisa têm de 11 a 15 anos de idade.

Portanto, você irá participar de 3 (três) testes, com duração de aproximada de uma hora cada, que serão desenvolvidos em sala de aula, sendo dois deles usando materiais manipulativos e outras entrevistas com perguntas sobre a realização dos testes anteriores. Durante esse período as atividades poderão ser gravadas/filmadas/fotografadas e serão utilizados na pesquisa. Por meio de análise do material colhido, serão produzidos textos acadêmicos sobre os resultados alcançados.

Durante a execução da pesquisa poderão ocorrer desconfortos, riscos à integridade moral, intelectual e emocional. O aluno pode se sentir desconfortável ao

responder os questionários, participar de entrevista ou ao ser filmado/fotografado. Entretanto, não é obrigatório e não existe penalidade quanto a não participação. Para isso, todas as imagens serão editadas para minimizar o risco de identificação. A pesquisa não necessita de materiais físicos ou ações físicas que necessitem do uso de EPI (Equipamento de Proteção Individual). Como benefícios da pesquisa, ela poderá propiciar ao menor uma melhor aprendizagem de conteúdos Matemáticos, além de contribuir para a melhoria dos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática em um contexto geral, bem como para a coleta de dados relevantes para a produção acadêmica.

Em caso de complicações ou danos à saúde que o menor possa ter relacionados com a pesquisa, compete ao pesquisador responsável garantir o direito à assistência integral e gratuita, que será prestada pela unidade de saúde pública mais próxima.

Durante todo o período da pesquisa, você poderá tirar suas dúvidas ligando para Alessandra Natália dos Passos, contato: 51 9 81906783 ou enviando e-mail para o endereço alessandrapassos@sou.faccat.br.

Você tem o direito de não autorizar ou retirar o seu consentimento da participação do menor em qualquer fase da pesquisa, sem nenhum prejuízo para ele.

Os dados resultantes dessa investigação (impresso e digital) serão mantidos na Universidade Federal do Rio Grande, no Campus Santo Antônio da Patrulha, sob a guarda e responsabilidade da orientadora dessa pesquisa. Os dados coletados serão utilizados exclusivamente para a execução dessa pesquisa e serão guardados pelo período mínimo de 5 anos. Sendo de responsabilidade de o pesquisador fazer o *download* dos dados coletados para um dispositivo eletrônico local, apagando todo e qualquer registro de qualquer plataforma virtual, ambiente compartilhado ou "nuvem". Isso também será feito com os registros de consentimento livre e esclarecido e com as gravações de áudio.

As informações geradas somente serão divulgadas de forma anônima, não sendo usadas iniciais ou quaisquer outras indicações que possam identificar os participantes da pesquisa e a Instituição. Dessa forma, garante-se o anonimato, a confidencialidade das informações, a privacidade dos participantes, o sigilo e a proteção de sua identidade.

Os participantes e a rede de ensino terão acesso aos resultados que serão divulgados após a defesa desse trabalho.

Não haverá despesas nem compensações financeiras ao aluno participante da pesquisa. Caso houver alguma despesa, será garantido aos participantes o ressarcimento de despesas decorrentes da participação na pesquisa.

Se o menor sofrer qualquer dano decorrente desta pesquisa, sendo ele imediato ou tardio, previsto ou não, o menor será indenizado.

Qualquer dúvida sobre a ética desta pesquisa, você deverá ligar para o Comitê de Ética em Pesquisa FURG (CEP - FURG) – instituição que avalia a ética das pesquisas antes que elas comecem e fornece proteção aos participantes das mesmas – da Universidade Federal do Rio Grande, nos telefones (53) 3237-3013 ou e-mail cep@furg.br. Você ainda pode ir pessoalmente à sede do CEP, no prédio das Pró-Reitorias segundo andar-Propesp, disponível nas segundas-feiras das 8 às 12h, nas terças-feiras das 09 às 13h, nas quartas-feiras das 13h30min às 17h30min, nas quintas-feiras das 9 às 17h30min, ou em outros horários mediante agendamento, Universidade Federal do Rio Grande (FURG), Avenida Itália, Km 08 - Campus Carreiros - Caixa Postal 474 - Rio Grande/RS - CEP: 96203-900.

Este documento foi impresso em duas vias. Uma ficará com você e a outra com o pesquisador responsável **Alessandra Natália dos Passos**.

CONSENTIMENTO PÓS INFORMADO

Eu, _____, aceito participar da pesquisa **“ANÁLISE DE ERROS: ESTRATÉGIA PARA MAPEAR CONHECIMENTOS DE ESTUDANTES DO 7º ANO SOBRE FRAÇÕES”**.

Entendi as coisas ruins e as coisas boas que podem acontecer.

Entendi que posso dizer “sim” e participar, mas que, a qualquer momento, posso dizer “não” e desistir e que ninguém vai ficar com raiva de mim.

Os pesquisadores tiraram minhas dúvidas e conversaram com os meus responsáveis.

Recebi uma via deste termo de assentimento. A outra via ficará com o pesquisador responsável (nome do pesquisador responsável). Li o documento e concordo em participar da pesquisa.

Parobé/RS, _____ de _____ de 2023.

Assinatura do menor

Assinatura do pesquisador