



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS COMPUTACIONAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM COMPUTAÇÃO
CURSO DE MESTRADO EM ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO

Dissertação de Mestrado

Comparação entre diferentes tipos de função de ativação em um controlador cascata neural para um atuador hidráulico

Thomaz Pereira da Silva Junior

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Computação da Universidade Federal do Rio Grande, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia de Computação

Orientador: Prof. Dr. Vagner Santos da Rosa

Rio Grande, 2024

Ficha Catalográfica

S586p Silva Junior, Thomaz Pereira da.
Comparação entre diferentes tipos de função de ativação em um controlador cascata neural para um atuador hidráulico / Thomaz Pereira da Silva Junior. – 2024.
84 f.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande – FURG, Programa de Pós-Graduação em Computação, Rio Grande/RS, 2024.
Orientador: Dr. Vagner Santos da Rosa.

1. Atuador hidráulico 2. Funções de ativação 3. *Wavelet*
4. Controlador cascata neural 5. Redes neurais I. Rosa, Vagner Santos da II. Título.

CDU 004

Catálogo na Fonte: Bibliotecário José Paulo dos Santos CRB 10/2344

ATA DE SESSÃO DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Ata nº 05/2024

Aos vinte e sete dias do mês de agosto de dois mil e vinte e quatro, às dez horas, ocorreu a sessão de Defesa de Dissertação de Mestrado de Thomaz Pereira da Silva Junior, que apresentou a dissertação intitulada “**Comparação entre diferentes tipos de função de ativação em um controlador cascata neural para um atuador hidráulico**”, realizada sob a orientação do Prof. Dr. Vagner Santos da Rosa. A banca examinadora foi constituída pelos Prof. Dr. Emanuel da Silva Diaz Estrada (FURG), Prof. Dr. Cláudio Dornelles Mello Júnior (FURG) e Prof. Dr. Leonardo Bandeira Soares (IFRS), sob a presidência do orientador. Após a apresentação do trabalho, a banca arguiu o candidato e, a seguir, deliberou pela aprovação da Dissertação.

Rio Grande, 27 de agosto de 2024.

**Emanuel da Silva
Diaz****Estrada:00079780067**Digitally signed by Emanuel da Silva Diaz
Estrada:00079780067
DN: CN=Emanuel da Silva Diaz
Estrada:00079780067, OU=FURG -
Universidade Federal do Rio Grande, O=
ICPEdu, C=BR
Date: 2024.08.27 12:34:56-03'00'

Prof. Dr. Emanuel da Silva Diaz Estrada (parecer por escrito emitido)

Documento assinado digitalmente

**CLAUDIO DORNELLES MELLO JUNIOR**

Data: 27/08/2024 19:05:12-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Cláudio Dornelles Mello Júnior (participação remota)

Documento assinado digitalmente

**LEONARDO BANDEIRA SOARES**

Data: 27/08/2024 12:31:01-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Leonardo Bandeira Soares (participação remota)

Documento assinado digitalmente

**VAGNER SANTOS DA ROSA**

Data: 27/08/2024 18:35:09-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>Prof. Dr. Vagner Santos da Rosa (participação remota)
Orientador

Resumo

Os atuadores hidráulicos possuem dinâmicas não lineares intrínsecas ao seu modelo que oferecem desafios ao seguimento preciso de trajetórias. O estado da arte aborda diversas soluções, com ênfase no uso de redes neurais. Este trabalho tem como objetivo apresentar uma comparação entre dois tipos distintos de redes neurais (*wavelet* e sigmoidais) para a compensação de atrito no cilindro hidráulico e da dinâmica não-linear da servoválvula para o controle em cascata de um atuador hidráulico. As duas arquiteturas de rede são testadas e treinadas usando o algoritmo *quickpropagation*, que apresenta uma convergência mais rápida que o tradicional *backpropagation*. A pesquisa avalia a eficiência das redes neurais em termos de generalização para o atrito e para a dinâmica inversa da válvula, utilizando o modelo matemático de um atuador hidráulico. A pesquisa realiza simulações usando *Matlab* e *Simulink* para testar e comparar o desempenho das redes neurais. Os resultados mostram que as redes *wavelet* superam as sigmoidais em termos de erro de treinamento e validação, especialmente em condições com alta não linearidade e ruído. As considerações finais indicam que a implementação de redes neurais *wavelet* em controladores cascata pode melhorar significativamente o desempenho de atuadores hidráulicos, oferecendo uma alternativa mais robusta e eficiente às funções de ativação sigmoidais tradicionais quando utilizadas na representação da dinâmica inversa da servoválvula em aplicações similares ao treinamento.

Palavras-chave: Atuador Hidráulico, funções de ativação, Wavelet, Controlador Cascata Neural, Redes Neurais.

Abstract

Hydraulic actuators have non-linear dynamics intrinsic to their model that pose challenges for precise trajectory tracking. The state of the art addresses various solutions, with an emphasis on the use of neural networks. This work aims to present a comparison between two different types of neural networks (wavelet and sigmoidal) for compensating for hydraulic cylinder friction and non-linear servo valve dynamics for cascade control of a hydraulic actuator. The two network architectures are tested and trained using the quickpropagation algorithm, which has faster convergence than the traditional backpropagation. The research evaluates the efficiency of neural networks in terms of generalization for friction and for the inverse dynamics of the valve, using the mathematical model of a hydraulic actuator. The research carries out simulations using *Matlab* and *Simulink* to test and compare the performance of the neural networks. The results show that the *wavelet* networks outperform the sigmoidal ones in terms of training and validation error, especially in conditions with high non-linearity and noise. The final considerations indicate that the implementation of wavelet neural networks in cascade controllers can significantly improve the performance of hydraulic actuators, offering a more robust and efficient alternative to traditional sigmoidal activation functions when used to represent the inverse dynamics of the servovalve in applications similar to training.

Keywords: Hydraulic Actuator, activation functions, Wavelet, Cascade Neural Controller, Neural Networks.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Erro do controlador PID	12
Figura 2 – Corte em Seção de um Cilindro Hidráulico bidirecional e assimétrico	21
Figura 3 – Características de ganho de vazão (eixo vertical) por tensão (eixo horizontal) por tipos de centro	33
Figura 4 – Atuador hidráulico.	34
Figura 5 – Representação da estratégia em cascata.	38
Figura 6 – Metodologia de controle.	39
Figura 7 – Estrutura do <i>perceptron</i>	41
Figura 8 – Função logística.	43
Figura 9 – Rede neural sigmoidal 3-5-1.	44
Figura 10 – Estrutura do <i>wavelon</i>	46
Figura 11 – Função <i>mexican hat</i>	47
Figura 12 – Rede neural <i>wavelet</i> 3-5-1.	48
Figura 13 – Trajetória inferida para treinamento das redes neurais.	51
Figura 14 – Esquema de aquisição de dados para treinamento <i>offline</i> do atrito.	51
Figura 15 – Esquema de aquisição de dados para treinamento <i>offline</i> da função inversa.	52
Figura 16 – Trajetória senoidal utilizada para a validação das redes neurais. .	53
Figura 17 – Trajetória polinomial utilizada para a validação das redes neurais.	54
Figura 18 – Saída (força de atrito) da rede a ser aprendida.	56
Figura 19 – Saída (força de atrito) da rede para validação senoidal.	57
Figura 20 – Saída (força de atrito) da rede para validação polinomial.	57
Figura 21 – Erro de treinamento para o atrito com função de ativação sigmoidal.	58
Figura 22 – Erro de treinamento para atrito com ativação <i>wavelet</i>	59
Figura 23 – Validação das redes para a função atrito com trajetória senoidal. .	60
Figura 24 – Validação das redes para a função atrito com trajetória polinomial.	61
Figura 25 – Saída (b^{-1}) da rede a ser aprendida.	62
Figura 26 – Saída (b^{-1}) da rede para validação senoidal.	63
Figura 27 – Saída (b^{-1}) da rede para validação polinomial.	64
Figura 28 – Erro de treinamento para b^{-1} com função de ativação sigmoidal com 3 entradas.	65
Figura 29 – Erro de treinamento para b^{-1} com função de ativação sigmoidal com 4 entradas.	65
Figura 30 – Erro de treinamento para b^{-1} com função de ativação <i>wavelet</i> com 3 entradas.	66

Figura 31 – Erro de treinamento para b^{-1} com função de ativação <i>wavelet</i> com 4 entradas.	67
Figura 32 – Validação das redes para a função inversa com trajetória senoidal.	68
Figura 33 – Validação das redes para a função inversa com trajetória polinomial.	69
Figura 34 – Erro no controle da trajetória senoidal.	70
Figura 35 – Erro no controle da trajetória polinomial.	71
Figura 36 – Equações dos gradientes	82
Figura 37 – Parâmetros do modelo	83

Lista de tabelas

Tabela 1 – Vantagens e desvantagens de diferentes tipos de válvulas hidráulicas.	25
Tabela 2 – Diferenças entre Válvulas Proporcionais Direcionais e Servoválvulas	26
Tabela 3 – Principais características e aplicações das Válvulas Proporcionais e Servoválvulas	27
Tabela 4 – Características dos tipos de servoválvulas	29
Tabela 5 – Relação das variáveis do modelo.	36
Tabela 6 – Relação das variáveis do controle em cascata.	39
Tabela 7 – Erros RMSE no treinamento do atrito.	59
Tabela 8 – Erros RMSE de validação para a função atrito.	61
Tabela 9 – Erros RMSE no treinamento de Z	67
Tabela 10 – Erros RMSE de validação para Z	69
Tabela 11 – Erros RMSE no controle de trajetória.	71

Lista de abreviaturas e siglas

PID *Proportional Integral Derivative*

RMSE *Root Mean Square Error*

Sumário

1	INTRODUÇÃO	11
1.1	Motivação	13
1.2	Objetivos	13
1.3	Organização do trabalho	14
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	15
2.1	O atuador hidráulico	15
2.2	O cilindro	19
2.3	Válvula Hidráulica	22
2.4	Servoválvulas	27
2.5	Atrito viscoso	30
2.6	Inversa da dinâmica da válvula	32
2.7	Modelagem matemática do atuador	33
2.8	Controlador cascata neural	36
2.9	Redes Neurais	40
2.9.1	Redes Neurais Sigmoidais	40
2.9.2	Redes Neurais Wavelet	44
3	METODOLOGIA	50
3.1	Metodologia de treinamento das redes neurais	50
3.2	Metodologia de validação das redes neurais	52
3.3	Implementação	54
4	RESULTADOS	56
4.1	Rede neural Ω (atrito)	56
4.2	Rede neural Z (dinâmica inversa da válvula)	61
4.3	Resultados do controle	70
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	73
5.1	Perspectiva de continuidade	74
	REFERÊNCIAS	75
	APÊNDICE A – ALGORITMO QUICKPROPAGATION UTILIZADO	81

APÊNDICE B – DEFINIÇÃO DOS GRADIENTES	82
APÊNDICE C – PARÂMETROS DO MODELO	83

1 Introdução

Os atuadores hidráulicos são frequentemente escolhidos devido a várias vantagens, conforme destacado por (QU et al., 2021). Entre essas vantagens, destacam-se o menor tamanho e peso em comparação com atuadores elétricos de capacidade similar; o fluido hidráulico atua como lubrificante, proporcionando longa vida útil aos componentes; resposta rápida a partidas e paradas; e a capacidade de operar em regimes contínuos, intermitentes, de reversão e de parada súbita sem sofrer danos. Sistemas hidráulicos são conjuntos de elementos físicos que, utilizando um fluido como meio de transferência de energia, permitem a transmissão e o controle de forças e movimentos (REDEKAR; DEB; OZANA, 2022). Normalmente, a energia elétrica é convertida em energia hidráulica por meio de um motor elétrico, que realiza a conversão eletromecânica, e uma bomba acoplada que transforma a energia em hidráulica.

Os atuadores hidráulicos são amplamente utilizados em várias aplicações modernas, como na área militar, manuseio de materiais, transporte, suspensões ativas para veículos, aviação e robótica (SUZUMORI; FAUDZI, 2018; KUMAR, 2021). No controle de sistemas hidráulicos, há não linearidades significativas que são evidenciadas no modelo matemático (MANDALI; DONG, 2022). Entre os efeitos não lineares em atuadores hidráulicos, destaca-se o efeito *stick-slip*, identificado por (HIEU; CHUNG, 2021) como um obstáculo para a manutenção de velocidades constantes próximas de zero. Além disso, (LI et al., 2021) aponta outras não linearidades importantes, como a relação entre a variável de controle e a taxa de fluxo de óleo, vazamento interno do sistema, zona morta e saturação nas válvulas de controle. Essas não linearidades são particularmente problemáticas em aplicações que exigem alta precisão no controle de trajetória (ZHU et al., 2018).

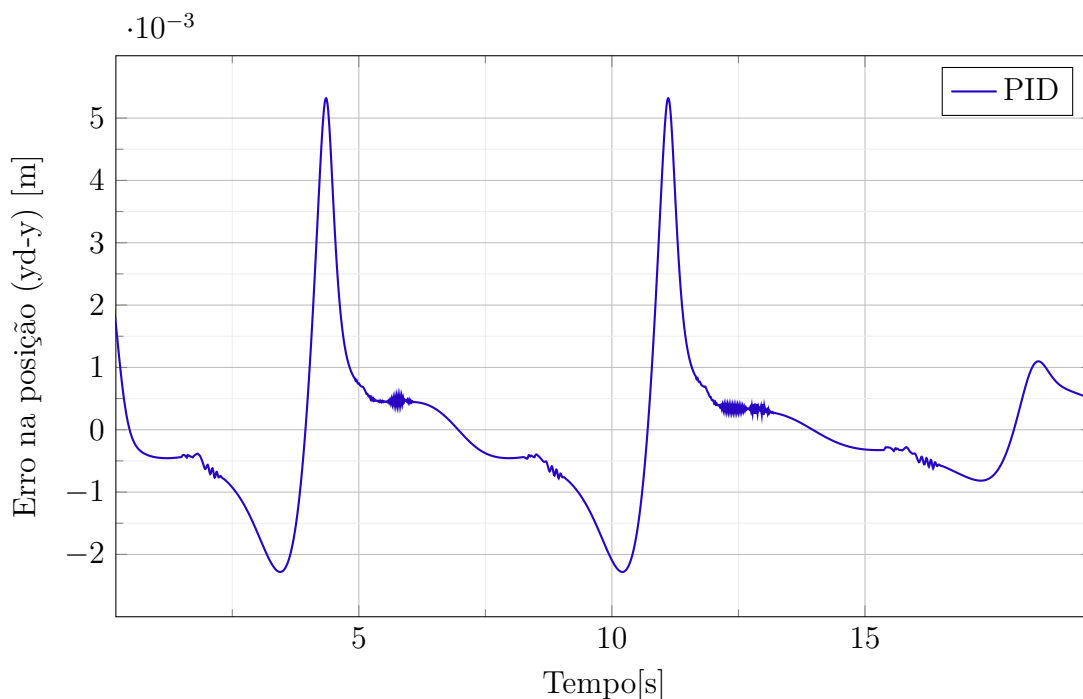
Atualmente, para mitigar os desafios apresentados pelas não linearidades, diversas abordagens têm sido exploradas. A utilização de técnicas baseadas em inteligência artificial, como as redes neurais, tem se mostrado promissora para a modelagem e predição de atuadores servo-hidráulicos. Estudos indicam que modelos baseados em aprendizado de máquina podem superar os tradicionais modelos lineares em termos de predição de múltiplos passos, mesmo em ambientes ruidosos. Isso se deve à habilidade dessas abordagens de aprender e generalizar comportamentos complexos a partir de dados experimentais, permitindo sua operação eficaz em uma ampla gama de condições operacionais, incluindo a presença de zonas mortas e não linearidades significativas no sistema (HE; SEPEHRI, 1999; PEREIRA, 2003;

MACHADO et al., 2003; VALDIERO et al., 2005; BORGES et al., 2021).

Os componentes principais de um sistema de atuação hidráulica incluem cilindros hidráulicos, válvulas proporcionais e transdutores de pressão e posição, que trabalham em conjunto para converter o sinal de controle em movimento mecânico desejado. A precisão do atuador hidráulico é fundamental para o desempenho dos sistemas em que são aplicados (LYU; CHEN; YAO, 2018; YU et al., 2020). No entanto, fatores como atrito e não linearidades podem afetar significativamente o desempenho desses sistemas (FENG et al., 2019). Para superar essas dificuldades, estratégias de controle avançadas, como o uso de controladores em cascata e técnicas de compensação de atrito, são frequentemente empregadas (CUNHA; GUENTHER, 2006; MÁRTON; FODOR, 2021).

Alguns autores, como (YAO; YAO; SUN, 2018), (BORGES et al., 2021) e (JIN et al., 2018), utilizam aprendizado de máquina, especialmente redes neurais sigmoidais, para compensação e controle de atuadores hidráulicos. A Figura 1 ilustra o erro na resposta de um sistema controlado por um tradicional controlador PID quando submetido a uma senoide com frequências variadas. A trajetória inferida pode ser vista na Figura 16.

Figura 1 – Erro do controlador PID



Fonte: o autor.

O controlador PID obteve um erro máximo de 5 milímetros, o que pode ser muito em algumas aplicações que requerem alta precisão. Logo, dependendo dos

requisitos de desempenho, controladores mais sofisticados fazem-se necessários, como por exemplo o controlador cascata, ou mesmo o controlador cascata neural, que é utilizado neste trabalho.

1.1 Motivação

Recentemente, as redes neurais wavelet têm surgido como uma alternativa promissora às redes sigmoidais tradicionais. De acordo com (MAGALHÃES A. E CHAGAS, 2019) e (SHI; LIANG; DINAHAHI, 2018), as redes wavelet oferecem vantagens como melhor desempenho e maior capacidade de generalização. (JIN et al., 2018) destaca as redes wavelet como um método promissor para a classificação de falhas em atuadores hidráulicos. As redes neurais wavelet combinam as características de localização de tempo-frequência das wavelets com a capacidade de autoaprendizagem das redes neurais artificiais, tornando-as particularmente eficazes na classificação de padrões complexos (JIN et al., 2018). A motivação deste trabalho é a avaliação da eficácia das redes *wavelet* em comparação as redes sigmoidais tradicionais.

1.2 Objetivos

A presente dissertação tem como objetivo comparar a eficácia das redes neurais sigmoidais com as redes neurais *wavelet* no controle cascata de um atuador hidráulico. Para isso, são elencados os seguintes objetivos específicos:

- Treinar redes neurais sigmoidais e wavelet para compensação de atrito;
- Treinar redes neurais sigmoidais e wavelet para reproduzir a dinâmica inversa da válvula hidráulica;
- Compensar o atrito;
- Compensar a dinâmica inversa da válvula hidráulica;
- Simular o atuador hidráulico e seu controle.

A justificativa deste projeto é contribuir para o estado da arte ao demonstrar a eficácia do uso de redes neurais *wavelet* na compensação de atrito e da dinâmica da servovalvula aplicados no controle de atuadores hidráulicos, comparando seus resultados com redes sigmoidais tradicionais.

1.3 Organização do trabalho

Este trabalho está organizado da seguinte forma: o Capítulo 2 apresenta a revisão bibliográfica dos elementos de um sistema de atuação hidráulico com destaque para o seu controle com a estratégia em cascata neural; o Capítulo 3 apresenta a metodologia empregada; O capítulo apresenta os detalhes necessários para a implementação; O Capítulo 5 apresenta os resultados enquanto o Capítulo 6 as considerações finais e perspectivas de trabalhos futuros.

2 Revisão Bibliográfica

No desenvolvimento de modelos para sistemas hidráulicos, que são intrinsecamente não lineares, recorre-se frequentemente à formulação de equações matemáticas fundamentadas em princípios físicos, bem como ao conhecimento prévio de parâmetros físicos específicos. Esta abordagem, por sua vez, restringe a análise a certos pontos operacionais e resulta em uma precisão limitada.

Alternativamente, uma abordagem promissora é a utilização de técnicas baseadas em inteligência artificial, como as redes neurais, para modelagem e predição de atuadores servo-hidráulicos. Essas técnicas possuem a capacidade de capturar e representar a complexidade e não linearidade inerentes dos sistemas hidráulicos sem a necessidade de um conhecimento detalhado dos parâmetros físicos do sistema. Estudos indicam que modelos baseados em aprendizado de máquina podem superar os tradicionais modelos lineares em termos de predição de múltiplos passos, mesmo em ambientes ruidosos. Isso é possível devido à habilidade dessas abordagens de aprender e generalizar comportamentos complexos a partir de dados experimentais. Além disso, ao contrário dos modelos lineares que são limitados a pequenas regiões operacionais, os métodos de aprendizado podem ser treinados para operar eficazmente em uma ampla gama de condições operacionais, incluindo a presença de zonas mortas e não linearidades significativas no sistema(HE; SEPEHRI, 1999),(PEREIRA, 2003),(MACHADO et al., 2003),(VALDIERO et al., 2005),(BORGES et al., 2021).

2.1 O atuador hidráulico

Um atuador hidráulico desempenha um papel fundamental em diversos sistemas de controle de movimento, sendo essencial tanto em aplicações industriais e de engenharia pesada quanto em sistemas de automação e controle. Sua função principal é converter energia hidráulica em energia mecânica para realizar uma variedade de tarefas, como mover, levantar ou pressionar objetos (SCIATICCO; SICILIANO, 2012). É especialmente valioso em situações que demandam forças elevadas e movimentos precisos, utilizando fluidos sob pressão para gerar movimento ou força de maneira eficiente e controlada (CHRISTENSEN et al., 2000; MACHADO et al., 2003). Eles são amplamente utilizados em equipamentos como escavadeiras, guindastes, sistemas de direção de veículos pesados e em processos industriais que requerem controle de movimento preciso (VALDIERO et al., 2005).

Os sistemas de atuação hidráulica geralmente incluem componentes como

cilindros hidráulicos, válvulas proporcionais e transdutores de pressão e posição, que trabalham em conjunto para converter o sinal de controle em movimento mecânico desejado (SORLI; FIGLIOLINI; PASTORELLI, 2004; XIA; DURFEE, 2013). A precisão e a eficiência dos atuadores hidráulicos são fundamentais para o desempenho dos sistemas em que são aplicados (LYU; CHEN; YAO, 2018). Eles podem ser modelados e controlados matematicamente para garantir a precisão e a eficácia dos movimentos realizados (YU et al., 2020).

A eficiência e a precisão dos atuadores hidráulicos podem ser afetadas por fatores como atrito e não-linearidades no sistema (FENG et al., 2019). Por isso, estratégias de controle avançadas, como o uso de controladores em cascata, técnicas de compensação de atrito e redes neurais são frequentemente empregadas para melhorar o desempenho dos atuadores hidráulicos, como parte de um sistema de controle mais sofisticado (CUNHA; GUENTHER, 2006; MÁRTON; FODOR, 2021).

Os componentes principais de um atuador hidráulico incluem:

- Cilindro: componente responsável pela conversão da energia hidráulica em mecânica. Por ser o componente principal do atuador hidráulico, na Seção 2.2 pode-se ver com mais detalhes suas características;
- Vedações e gaxetas: Componentes essenciais que garantem a estanqueidade do sistema, evitando vazamentos de fluido hidráulico e permitindo que a pressão seja mantida dentro do cilindro;
- Fluido hidráulico: Um fluido (geralmente óleo) que é pressurizado e utilizado para transmitir força dentro do atuador. O fluido não só transmite a força, mas também ajuda na lubrificação, na redução do desgaste e na dissipação de calor do sistema;
- Molas: Em alguns designs de atuadores, molas podem ser utilizadas para retornar o pistão à sua posição original após a remoção da pressão hidráulica, sendo usadas geralmente em acionamentos on/off;
- Sistema de controle (válvulas): componente responsável por transformar o sinal de comando (geralmente elétrico) para movimentação hidráulica. Por ser parte importante no trabalho, na Seção 2.3 pode-se ver com mais profundidade suas características.

Setores onde encontra-se aplicações de atuadores hidráulicos

Os setores de uso dos atuadores hidráulicos variam desde a indústria aeroespacial até a medicina, demonstrando a versatilidade e a importância dos atuadores

hidráulicos na modernização e na eficiência de sistemas e máquinas (XIE et al., 2022; SUZUMORI; FAUDZI, 2018; KARGOV et al., 2008; QU et al., 2021). A seguir, são apresentados os principais setores onde os atuadores hidráulicos são utilizados, destacando suas aplicações específicas dentro de cada campo.

- **Aeronaves e Espaço**

- Sistemas de controle de voo
- Trens de pouso
- Sistemas de direção e frenagem
- Dispositivos de ajuste de asas e *flaps*

- **Agricultura**

- Máquinas de colheita
- Plantadeiras
- Pulverizadores
- Tratores

- **Automóveis**

- Direção hidráulica
- Freios hidráulicos
- Suspensões ativas

- **Equipamentos Industriais**

- Prensas hidráulicas
- Máquinas de moldagem por injeção
- Máquinas de corte e dobra
- Sistemas de movimentação de materiais

- **Equipamentos de Construção**

- Escavadeiras
- Guindastes
- Tratores
- Carregadeiras
- Pás carregadeiras

- **Indústria de Defesa**

- Sistemas de lançamento de mísseis
- Tanques e veículos blindados
- Sistemas de artilharia

- **Manufatura e Produção**

- Robótica industrial
- Máquinas-ferramenta CNC
- Sistemas de montagem automatizada

- **Medicina e Reabilitação**

- Equipamentos de fisioterapia
- Simuladores de movimento
- Dispositivos de assistência motora

- **Setor de Energia**

- Controle de turbinas hidrelétricas
- Sistemas de perfuração de petróleo e gás
- Sistemas de movimentação de plataformas de petróleo

- **Sistemas Marítimos**

- Controles de hélice
- Guindastes de navios
- Sistemas de estabilização

- **Transportes e Logística**

- Sistemas de levantamento de carga
- Plataformas elevatórias
- Sistemas de manuseio de contêineres

O estudo dos atuadores hidráulicos é importante devido à sua capacidade de gerar grandes forças em um espaço compacto, oferecendo precisão e robustez, características fundamentais em aplicações industriais e de pesquisa, como o controle de trajetória de posição (SUZUMORI; FAUDZI, 2018). Esses atuadores são ideais para aplicações onde a relação força/tamanho é crítica e são frequentemente utilizados

em sistemas com incertezas paramétricas, exigindo controladores capazes de lidar com essas incertezas para garantir desempenho e confiabilidade (CUNHA et al., 2000). O desenvolvimento de esquemas de compensação adaptativa para minimizar erros de rastreamento de trajetória, especialmente em sistemas com zona morta (CUNHA; GUENTHER, 2006). Com o avanço da eletrônica, esses atuadores têm sido aplicados em cenários de alta performance, reforçando a necessidade contínua de pesquisa e desenvolvimento para superar suas limitações e melhorar suas capacidades. Portanto, a versatilidade e a aplicação dos atuadores hidráulicos em diversas indústrias sublinham a importância de seu estudo contínuo (SUZUMORI; FAUDZI, 2018).

Os atuadores hidráulicos são aplicados no controle de trajetória de posição, onde a precisão e a robustez são essenciais. (CUNHA et al., 2002) discutem o design de controladores em cascata para o controle de trajetória de posição em atuadores hidráulicos, destacando a importância de superar as limitações impostas pela não linearidade e dinâmica levemente amortecida do sistema hidráulico; Em aplicações onde a válvula do atuador hidráulico possui uma zona morta, é necessário um esquema de compensação adaptativa para minimizar erros de rastreamento de trajetória. (CUNHA; GUENTHER, 2006) apresenta um controlador em cascata adaptativo que inclui um esquema de compensação de zona morta adaptativa, abordando as incertezas paramétricas e melhorando a precisão do controle; Sistemas com Incertezas Paramétricas: Os atuadores hidráulicos são utilizados em sistemas onde há incertezas paramétricas tanto no subsistema mecânico quanto no hidráulico. (CUNHA et al., 2000) propõem controladores em cascata fixos que consideram a dinâmica da servoválvula, visando melhorar o desempenho do atuador em presença de tais incertezas; Aplicações de Alta Performance: Devido ao desenvolvimento da eletrônica, os atuadores hidráulicos têm sido cada vez mais utilizados em aplicações de alta performance. Isso inclui a implementação de leis de controle elaboradas para superar as limitações dos atuadores hidráulicos, como discutido por (CUNHA; GUENTHER, 2006).

2.2 O cilindro

O cilindro é um dos componentes mais utilizados na indústria, crucial para a conversão de energia fluida em energia mecânica linear. Ele é amplamente empregado para gerar movimento em equipamentos industriais (GAMEZ-MONTERO et al., 2009; GARIMELLA; YAO, 2005).

Conhecido como cilindro hidráulico ou pneumático, dependendo do tipo de fluido utilizado (líquido ou ar, respectivamente) (ALI et al., 2009), esse mecanismo transforma energia hidráulica em força e movimento lineares. Ele geralmente consiste

em um elemento móvel, como um pistão com uma haste de pistão ou um êmbolo, que opera dentro de um furo cilíndrico. Além de sua função como motor hidráulico linear, o cilindro também atua como um elemento estrutural, gerando e absorvendo forças (HUININK, 1987).

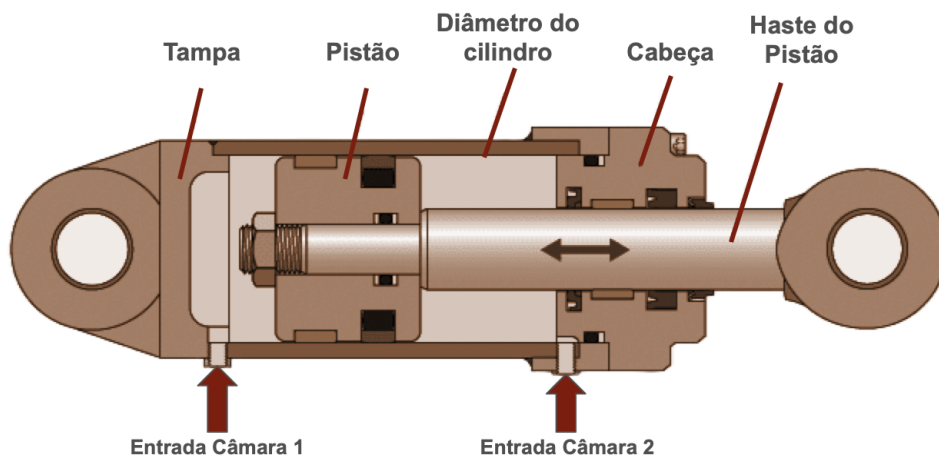
Estrutura Básica

A importância estrutural de um cilindro no contexto de atuadores hidráulicos é fundamental para a eficiência e confiabilidade dos sistemas de máquinas. Um cilindro hidráulico em sua estrutura básica é composto principalmente por (HUININK, 1987):

- **Corpo do Cilindro (Tubo Cilíndrico):** É a estrutura externa que aloja os componentes internos do cilindro. Fabricado geralmente de materiais metálicos resistentes, o corpo do cilindro deve ser capaz de suportar a pressão exercida pelo fluido sem deformar. É possuinte de duas câmaras, sendo que durante a operação, suas pressões internas são diferentes para poder ocasionar o movimento do pistão;
- **Portas de entrada e saída de fluido:** Orifícios por onde o fluido hidráulico entra e sai das câmaras do cilindro. A alternância da direção do fluxo do fluido através destas portas controla o movimento do pistão dentro do cilindro;
- **Pistão:** Um disco sólido que se move para frente e para trás no interior do corpo do cilindro. O pistão é geralmente equipado com anéis de vedação para evitar o vazamento de fluido entre as áreas (câmaras) de alta e baixa pressão dentro do cilindro;
- **Haste do Pistão:** Uma haste robusta conectada ao pistão, que se estende para fora do cilindro através de uma das extremidades. A movimentação do pistão dentro do cilindro resulta no movimento linear da haste, que é utilizada para realizar trabalho mecânico externo;
- **Cabecote e Base (ou Tampa):** As extremidades do cilindro, que fecham o tubo cilíndrico. Eles contêm vedações para prevenir vazamentos e, em alguns designs, podem alojar as portas de entrada e saída do fluido.

A Figura 2 ilustra um cilindro hidráulico seccionado transversalmente, permitindo uma análise detalhada dos seus componentes internos e da estrutura construtiva.

Figura 2 – Corte em Seção de um Cilindro Hidráulico bidirecional e assimétrico



Fonte: Adaptado do Catálogo (SKF, 2024).

Como o cilindro da Figura 2 é de dupla ação, ele permite o controle do movimento em ambos os sentidos, possuindo uma entrada individual para cada uma das câmaras de pressão ¹. Quando a pressão na câmara 1 aumenta devido ao preenchimento por fluido, ela exerce uma força que empurra o pistão em direção à câmara 2, resultando na extensão da haste do pistão. O mesmo princípio se aplica se a pressão na câmara 2 for maior que na câmara 1, resultando na retração da haste do pistão. Para manter o pistão, e consequentemente a haste, em repouso, é necessário igualar as pressões em ambas as câmaras.

O cilindro do exemplo é assimétrico, possuindo haste apenas em um dos lados, mas existem modelos simétricos. A principal diferença entre esses tipos de cilindros está no volume disponível para preenchimento por fluido na câmara 2, que é menor no caso dos cilindros assimétricos, criando uma leve assimetria no modelo matemático.

Como um motor hidráulico, o cilindro hidráulico pode ser discutido em termos de funções, tipos, modelos e qualidades específicas, tendo também uma potência específica, eficiência, meio, temperatura de trabalho, ajuste e controle (VALDIERO et al., 2005). Os cilindros hidráulicos são normalmente projetados para trabalhar com pressões de até 350 - 400 bar e, ocasionalmente, até 600 bar ou mais para propósitos especiais (HUININK, 1987).

Portanto, o cilindro hidráulico é essencial para o funcionamento eficaz dos atuadores hidráulicos, oferecendo vantagens significativas em termos de força, tamanho e eficiência para uma ampla gama de aplicações industriais e robóticas (CUNHA; GUENTHER, 2006).

¹ Cilindros de ação simples não possuem retorno controlado e geralmente utilizam molas para isso.

2.3 Válvula Hidráulica

Uma válvula hidráulica é um componente essencial em sistemas hidráulicos que controla a direção, a pressão e o fluxo do fluido hidráulico. Elas são usadas para iniciar, parar e direcionar o fluxo de um fluido hidráulico em um sistema, permitindo assim o controle preciso de máquinas e processos. As válvulas hidráulicas podem ser encontradas em uma ampla variedade de aplicações, desde sistemas industriais pesados, como maquinário de construção e equipamentos de manufatura, até aplicações mais delicadas, como dispositivos médicos e sistemas de controle aeronáutico (YU et al., 2020).

No contexto dos sistemas hidráulicos discutidos, as servo-válvulas instaladas nos dois lados do cilindro assimétrico fornecem ou drenam óleo das duas cavidades do cilindro assimétrico, demonstrando sua função crítica no controle do movimento e da força dentro do sistema. Essas válvulas são fundamentais para a realização de controle de alta precisão e alta resposta, características essenciais para a eficiência e eficácia dos sistemas hidráulicos modernos, como o sistema de acionamento controlado por bomba mencionado, que visa combinar as vantagens dos sistemas controlados por válvula e por bomba para melhorar a resposta e a eficiência energética (MÁRTON; FODOR, 2021).

Portanto, as válvulas hidráulicas são usadas em uma miríade de contextos onde o controle preciso do movimento e da força é necessário, sendo parte integrante de sistemas que exigem alta precisão, resposta rápida e eficiência energética.

Tipos de Válvulas Hidráulicas

Entender os diversos tipos de válvulas hidráulicas é essencial para quem trabalha com engenharia e automação, pois estas peças são essenciais para controlar a direção, a pressão e o fluxo do fluido em sistemas hidráulicos. Entre os diversos tipos, as servoválvulas merecem destaque especial por sua capacidade de oferecer controle preciso e resposta rápida em aplicações que exigem a mais alta precisão e eficiência (SUN et al., 2021).

Estas válvulas são projetadas para atuar em resposta a sinais elétricos e são amplamente utilizadas em sistemas de controle de movimento, onde a precisão do posicionamento e a suavidade de operação são críticas. Portanto, o conhecimento aprofundado sobre servoválvulas, além dos outros tipos de válvulas hidráulicas, é crucial para engenheiros e técnicos que visam otimizar o desempenho e a confiabilidade de sistemas hidráulicos complexos (BALASOIU; BORDEASU, 2013). Compreender suas características e aplicações nos permite não apenas escolher a válvula correta para cada aplicação, mas também otimizar o desempenho e a eficiência dos sistemas

que dependem delas:

- **Válvulas Direcionais:** Controlam a direção do fluxo do fluido, direcionando-o de uma parte do sistema para outra. Podem ser classificadas pela quantidade de posições de controle (duas posições, três posições, etc.) e pela quantidade de vias ou portas (2 vias, 3 vias, 4 vias, etc.) (AMIRANTE et al., 2014);
- **Válvulas de Pressão:** Incluem várias subcategorias, como válvulas de alívio, que protegem os sistemas contra excesso de pressão, e válvulas redutoras de pressão, que reduzem a pressão de uma parte do sistema para outra. Portanto, válvulas, que se abrem automaticamente para liberar o excesso de pressão e se fecham para prevenir a perda de fluxo, garantindo assim a segurança dos equipamentos e do pessoal (PATIL; SONDUR, 2013);
- **Válvulas de Controle de Fluxo:** Ajustam a velocidade de atuadores ou motores hidráulicos, controlando a taxa de fluxo do fluido. Incluem válvulas de controle de vazão simples, válvulas de controle de vazão compensada por pressão e válvulas de controle de vazão compensada por temperatura. É um dispositivo usado em sistemas de turbinas para gerenciar a estabilidade do fluxo, essencial para a operação eficiente e segura. Estas válvulas enfrentam problemas de instabilidade, especialmente em cargas parciais, resultando em aumento de ruído e vibração (KOLLROSS, 2017);
- **Válvulas Proporcionais Direcionais:** São componentes essenciais em sistemas de força fluida onde são necessários alta precisão e flexibilidade. As válvulas proporcionais são acionadas por solenoides proporcionais que modulam a taxa de fluxo de acordo com um sinal de entrada, permitindo uma regulação fina da taxa de fluxo e proporcionando uma resposta rápida e alta precisão (AMIRANTE et al., 2014).
- **Servoválvulas:** São válvulas de alta precisão e resposta rápida utilizadas para controlar a vazão e a pressão do fluido com uma elevada precisão. Elas utilizam um sistema de *feedback* para garantir que a posição do carretel corresponda exatamente ao sinal de controle, proporcionando um controle extremamente preciso do movimento (YU et al., 2020).

As válvulas direcionais, de pressão e de controle de fluxo, juntamente com as válvulas proporcionais e servoválvulas, desempenham papéis fundamentais em sistemas de força fluida, garantindo operações eficientes, seguras e precisas. As válvulas direcionais facilitam a gestão do caminho do fluido, adaptando-se a diversas configurações de controle e demandas de fluxo, enquanto as válvulas de pressão

protegem contra riscos de excesso de pressão, contribuindo significativamente para a segurança dos sistemas (YU et al., 2020; COELHO; CUNHA, 2011).

Vantagens e Desvantagens

As válvulas de controle de fluxo, por sua vez, ajustam a taxa de fluxo para otimizar a velocidade de atuadores e motores, e as válvulas proporcionais e servoválvulas oferecem um controle ainda mais refinado sobre a direção, pressão e fluxo do fluido, ressaltando a importância de uma compreensão aprofundada de suas características e funcionalidades para a engenharia e manutenção de sistemas hidráulicos e pneumáticos avançados. A escolha entre esses tipos de válvulas depende das especificações da aplicação e dos requisitos de desempenho (ALI et al., 2009).

Para escolher válvulas para sistemas hidráulicos, é importante entender suas vantagens e desvantagens, pois cada tipo possui características específicas que afetam operação, precisão, complexidade e custo. Esses fatores influenciam diretamente a eficácia, segurança e economia dos sistemas. A Tabela 1 a seguir oferece uma visão detalhada, contrastando as vantagens e desvantagens de cada tipo de válvula (YU et al., 2020; ALI et al., 2009).

Tabela 1 – Vantagens e desvantagens de diferentes tipos de válvulas hidráulicas.

Tipo de Válvula	Vantagens	Desvantagens
Válvulas Direcionais	Simplicidade de operação e manutenção; flexibilidade no controle da direção do fluxo; disponíveis em várias configurações.	Controle limitado a direção do fluxo; menor precisão em comparação com válvulas proporcionais ou servoválvulas.
Válvulas de Pressão	Protegem contra excesso de pressão; automatizam o controle de pressão.	Não oferecem controle de posição ou velocidade; ajustes de pressão menos finos.
Válvulas de Controle de Fluxo	Ajuste da velocidade dos atuadores; simples de usar e manter.	Controle limitado a ajustes de fluxo; precisão e flexibilidade inferiores.
Válvulas Proporcionais Direcionais	Controle variável de pressão e fluxo; maior flexibilidade e precisão.	Mais complexas e caras; requerem eletrônica para operação.
Servoválvulas	Precisão e controle excepcionais de posição, velocidade e força; ideal para controle de alta precisão.	Custo significativamente mais alto; maior complexidade e manutenção; sensibilidade a contaminações.

Fonte: Extraído de (YU et al., 2020; ALI et al., 2009; BOES, 2003; TAMBURRANO et al., 2018; BALASOIU; BORDEASU, 2013).

Comparar servoválvulas e válvulas proporcionais é crucial para escolher o nível de controle ideal. Válvulas proporcionais direcionais fornecem bom controle de fluxo e pressão com precisão moderada, mas não são adequadas para aplicações que exigem alta precisão e resposta rápida (ALI et al., 2009; TAMBURRANO et al., 2018; BALASOIU; BORDEASU, 2013). Essa comparação equilibra precisão e velocidade contra complexidade e custo, na Tabela 2 são apresentadas as diferenças dentro das suas características entre válvulas proporcionais e servoválvulas.

Tabela 2 – Diferenças entre Válvulas Proporcionais Direcionais e Servoválvulas

Características	Válvulas Proporcionais	Servoválvulas
Precisão e Resposta	Oferecem bom controle proporcional da vazão e direção, adequadas para muitas aplicações industriais que requerem precisão moderada.	Fornecem controle de alta precisão e resposta muito rápida, adequadas para aplicações que requerem controle extremamente preciso e dinâmico.
Sistema de Feedback	Algumas podem ter feedback, mas não são tão sofisticadas quanto as servoválvulas.	Sempre possuem sistemas de feedback altamente precisos para garantir que a válvula responda exatamente ao sinal de controle.
Complexidade e Custo	Menos complexas e geralmente mais baratas em comparação com as servoválvulas.	Mais complexas e caras devido à sua alta precisão e aos sistemas de feedback avançados.
Aplicações	Controlam sistemas com precisão proporcional, aplicadas em máquinas de moldagem por injeção, prensas hidráulicas e automação industrial.	Oferecem controle de alta precisão e resposta rápida, usadas em aeronáutica, robótica precisa, simuladores e máquinas-ferramentas CNC de alta performance.

Fonte: Extraído de (TAMBURRANO et al., 2018; SARKAR et al., 2013; BALASOIU; BORDEASU, 2013).

As servoválvulas são mais complexas e caras, mas para certas aplicações, o investimento é justificado pelos benefícios em desempenho e precisão. Para aplicações que não exigem controle rigoroso, as válvulas proporcionais são uma alternativa mais econômica. Avaliar as diferenças entre servoválvulas e válvulas proporcionais ajuda na escolha do equipamento certo para cada tarefa. As válvulas proporcionais são adequadas para muitas aplicações industriais que requerem precisão moderada, como em máquinas de moldagem por injeção e prensas hidráulicas, onde a flexibilidade e o custo-benefício são importantes. Já as servoválvulas são essenciais em ambientes onde a precisão extrema e a resposta rápida são críticas (COELHO; CUNHA, 2011; TAMBURRANO et al., 2018; BALASOIU; BORDEASU, 2013).

Tabela 3 – Principais características e aplicações das Válvulas Proporcionais e Servoválvulas

Tipo de Válvula	Características	Aplicações
Válvulas Proporcionais	Controle proporcional; precisão moderada; feedback opcional; complexidade moderada; custo mais baixo.	Controle de velocidade e pressão em sistemas industriais.
Servoválvulas	Alta precisão e resposta rápida; precisão alta; feedback sempre presente; complexidade alta; custo mais alto.	Sistemas de alta precisão como aeronáutica, robótica e máquinas-ferramentas avançadas.

Fonte: Extraído de (BALASOIU; BORDEASU, 2013; TAMBURRANO et al., 2018).

A escolha entre válvulas deve ser guiada pelas necessidades específicas da aplicação, considerando fatores como precisão, resposta, complexidade e custo. Válvulas proporcionais oferecem um bom controle de fluxo e pressão com precisão moderada, sendo adequadas para muitas aplicações industriais onde a flexibilidade e o custo-benefício são importantes. Por outro lado, servoválvulas, com sua precisão excepcional e resposta rápida, são essenciais em ambientes que requerem controle extremamente preciso, como em aeronáutica, robótica e máquinas-ferramentas avançadas. Portanto, ao avaliar essas opções, é crucial balancear os requisitos de desempenho com os recursos disponíveis, garantindo a eficiência e a eficácia do sistema hidráulico implementado. A seção 2.4 será dedicada à descrição de seus conceitos e características.

2.4 Servoválvulas

As servoválvulas são dispositivos eletro-hidráulicos usados para controlar a posição, velocidade e força em sistemas controlados por *feedback*. Elas convertem um sinal elétrico de entrada em um movimento proporcional da válvula hidráulica, permitindo um controle preciso do fluxo de fluido hidráulico. Isso possibilita um ajuste fino dos parâmetros mecânicos em sistemas automatizados, como máquinas industriais, aviões e equipamentos de precisão. As servoválvulas são fundamentais para a automação e controle de processos onde é necessária alta precisão e resposta rápida (BALASOIU; BORDEASU, 2013; TAMBURRANO et al., 2018).

Os principais tipos de servoválvulas incluem:

- **Servoválvulas de Jato Defletor:** Este tipo de servoválvula utiliza um jato de fluido que passa através de um bocal. O controle é realizado por um defletor que se move para alterar a direção do jato de fluido. Esta alteração na direção do jato resulta em um desequilíbrio de pressão que é usado para mover a carretel da válvula, controlando assim o fluxo do fluido para o atuador. Devido à sua resistência a contaminações no fluido, as servoválvulas de jato defletor são apropriadas para ambientes onde o fluido pode ser menos puro ou onde a manutenção é mais difícil (LI, 2016);
- **Servoválvulas de Torque Motor:** Servoválvulas de torque motor empregam um motor de torque pequeno e de alta precisão para mover diretamente a carretel dentro da válvula. O movimento da carretel regula o fluxo de fluido de maneira proporcional aos sinais de controle elétrico recebidos, permitindo assim um controle fino sobre a posição, velocidade ou força do atuador. São amplamente utilizadas em sistemas que requerem respostas rápidas e alta precisão, como equipamentos de teste, simulação de voo e maquinário industrial de alta precisão (BALASOIU; BORDEASU, 2013);
- **Servoválvulas Simétricas:** As servoválvulas simétricas são projetadas para ter uma configuração interna simétrica, o que ajuda a balancear as forças hidráulicas dentro da válvula. Este equilíbrio é crucial para minimizar o desvio de centro e melhorar a estabilidade e precisão do sistema, especialmente em condições de carga variável. Elas são ideais para aplicações que exigem um controle extremamente preciso e estável, independentemente das variações de carga, como em sistemas de controle de aviação e equipamentos de medição de alta precisão (BALASOIU; BORDEASU, 2013).

As servoválvulas podem ser classificadas como simétricas ou assimétricas, dependendo de como fornecem a vazão em resposta a sinais de entrada. As servoválvulas simétricas fornecem o mesmo valor de vazão para sinais de entrada positivos ou negativos, permitindo um controle uniforme e previsível da vazão, independentemente da direção do movimento. Em contraste, as servoválvulas assimétricas fornecem vazões diferentes para sinais de entrada positivos ou negativos, necessitando que a relação de área da válvula seja igual à relação de área do atuador para garantir o desempenho adequado (PEREIRA, 2003).

Tipos e características

Servoválvulas de Jato Defletor, Servoválvulas de Torque Motor e Servoválvulas Simétricas representam os principais tipos disponíveis, diferindo principalmente em seu princípio de funcionamento, precisão, resposta, resistência à contaminação e

aplicabilidade em diversos cenários industriais e de pesquisa. A seguir, apresentamos a Tabela 4 comparativa que destaca as diferenças e semelhanças entre esses três tipos de servoválvulas, oferecendo uma visão clara de suas respectivas vantagens e desvantagens para auxiliar na escolha do dispositivo mais apropriado para atender às necessidades específicas de cada aplicação.

Tabela 4 – Características dos tipos de servoválvulas

Característica	Servoválvulas de Jato Defletor	Servoválvulas de Torque Motor	Servoválvulas Simétricas
Princípio de Funcionamento	Deflexão de um jato de fluido por um bocal controlador.	Movimento direto da carretel por um motor de torque.	Configuração interna simétrica para equilibrar forças hidráulicas.
Precisão	Boa	Alta	Muito alta
Resposta	Moderada	Rápida	Rápida
Aplicações	Ambientes com potencial para fluidos contaminados	Sistemas que requerem alta precisão e resposta rápida	Sistemas que demandam extrema precisão e estabilidade sob variação de carga
Vantagens	Robustez diante de fluidos contaminados; boa faixa de controle de fluxo.	Alta precisão; resposta rápida; controle fino sobre amplas faixas de fluxo e pressão.	Precisão e estabilidade superiores; minimiza erros de desequilíbrio de pressão interna.
Desvantagens	Menos precisão comparada às servoválvulas de torque motor.	Sensível a contaminações no fluido; pode requerer manutenção mais frequente.	Mais complexas e caras devido ao design para simetria.

Fonte: Extraído de (TAMBURRANO et al., 2018; LI, 2016).

Entender essas diferenças é essencial para engenheiros e projetistas na seleção da servoválvula mais adequada, garantindo assim o desempenho ótimo do sistema e a realização efetiva de tarefas críticas em variados campos industriais e tecnológicos. Com essa compreensão, pode-se fazer escolhas informadas que equilibram as necessidades operacionais com as características técnicas das servoválvulas disponíveis no mercado.

2.5 Atrito viscoso

O atrito viscoso é a resistência interna ao fluxo que ocorre quando um fluido viscoso se move através de condutos, como tubulações e canais (WADA, 1927). Ocorre quando há resistência ao movimento dentro de um fluido que tem viscosidade. A viscosidade é um fator crucial que influencia o comportamento do fluxo de fluidos em canais, afetando diretamente o atrito e a queda de pressão observados durante o movimento do fluido (WANG et al., 2004). Fluidos com alta viscosidade, como óleos lubrificantes, apresentam maior resistência ao fluxo, enquanto fluidos de baixa viscosidade, como a água, fluem mais facilmente. A viscosidade pode ser influenciada por fatores como temperatura e pressão. Como foi mencionado anteriormente, o comportamento do fluido se manifesta de maneiras diferentes durante seu fluxo.

O atrito viscoso desempenha um papel crucial na dinâmica dos fluidos, especialmente em situações onde a resistência ao movimento é significativa. Em fluxos geofísicos, como os encontrados em oceanografia e meteorologia, as forças viscosas são fundamentais para a descrição do movimento em diferentes escalas.

Efeitos do Atrito Viscoso

O atrito viscoso tem vários efeitos importantes em sistemas de fluxo, por exemplo, em superfícies sólidas, o atrito viscoso dá origem a camadas limite onde a velocidade do fluido varia rapidamente (PEDLOSKY; PEDLOSKY, 1987). A viscosidade influencia a transição entre fluxo laminar, onde o movimento do fluido é ordenado e suave, e fluxo turbulento, onde ocorre movimento desordenado e caótico (PEDLOSKY; PEDLOSKY, 1987).

Tipos de fluxo

No estudo de sistemas hidráulicos, o atrito viscoso e os tipos de fluxo são fatores cruciais que influenciam diretamente o desempenho dos atuadores e válvulas. Segundo (MURARO, 2009), o comportamento do fluido pode ser dividido principalmente em fluxo laminar, caracterizado por um movimento ordenado, e fluxo turbulento, com movimento caótico. O atrito viscoso varia significativamente entre esses dois tipos de fluxo, sendo linear no fluxo laminar e não-linear no fluxo turbulento. Para modelar com precisão o atrito viscoso em sistemas hidráulicos, é fundamental utilizar coeficientes que considerem essas variações. Ensaios experimentais confirmam que ignorar a diferença entre fluxos laminar e turbulento pode levar a erros significativos na previsão do comportamento do sistema, afetando a eficiência e a estabilidade do controle de posição. Portanto, incluir as características do atrito viscoso e os

tipos de fluxo nos modelos matemáticos é essencial para garantir maior precisão e confiabilidade nos sistemas eletro-hidráulicos.

(MURARO, 2009) descreve que no fluxo laminar, o fluido flui em camadas paralelas, sem mistura entre elas, com o atrito viscoso sendo predominantemente uma função linear da velocidade do fluido, facilmente previsível por equações matemáticas. Já no fluxo turbulento, caracterizado por movimentos caóticos e mistura de fluidos entre camadas, o atrito viscoso é mais complexo, aumentando exponencialmente com a velocidade do fluido e sendo influenciado por fatores como a rugosidade das paredes do conduto.

Efeitos: Hunting, Standstill e Stick-slip

Nos sistemas de posicionamento, onde a tarefa principal é controlar a localização de um objeto massivo até uma posição alvo com precisão, os fenômenos associados ao atrito desempenham um papel crucial e muitas vezes indesejável no comportamento do sistema (RUAN et al., 2021). Estes efeitos são tipicamente manifestados de três maneiras principais:

- *Hunting*: Este fenômeno ocorre quando o sistema, ao tentar alcançar a posição exata desejada, entra em um ciclo de correções de curso excessivas. Isso é causado pela natureza não-linear do atrito presente entre as superfícies em contato, resultando em movimentos oscilatórios em torno da posição alvo. Essas oscilações podem ser amplificadas por inércias no sistema e pela resposta retardada dos controles à dinâmica do sistema, dificultando a estabilização na posição pretendida (HURTADO-HURTADO et al., 2022);
- *Standstill*: Este efeito é observado quando a massa que está sendo posicionada não consegue iniciar o movimento a partir de uma posição estática devido ao atrito estático, que é tipicamente maior do que o atrito cinético. O atrito estático precisa ser superado para que qualquer movimento inicie. Este fenômeno é particularmente problemático em sistemas de alta precisão, onde as forças aplicadas para mover a massa são relativamente pequenas, pois a força necessária para superar o atrito estático pode causar um movimento excessivo assim que é aplicada, ultrapassando a posição desejada (FEENY et al., 1998);
- *Stick-slip*: Este efeito é uma manifestação do ciclo repetitivo de adesão e deslizamento entre as superfícies em contato, gerando um movimento intermitente ou irregular. Quando o sistema tenta mover a massa, o atrito estático mantém as superfícies em contato até que a força aplicada seja suficiente para vencer esse atrito. Uma vez superado, o objeto move-se subitamente devido ao atrito

cinético mais baixo, até que a força diminua e o atrito estático volte a prevalecer, parando o movimento novamente. Esse comportamento cíclico causa uma movimentação descontínua e imprecisa, complicando o controle preciso da posição (IBRAHIM, 1994).

A compreensão e mitigação desses efeitos de atrito são fundamentais para o desenvolvimento de sistemas de posicionamento eficientes e precisos. Métodos como a modelagem dinâmica avançada, o uso de materiais com propriedades de atrito otimizadas, e a implementação de algoritmos de controle sofisticados são empregados para minimizar o impacto desses fenômenos e melhorar a performance dos sistemas de posicionamento.

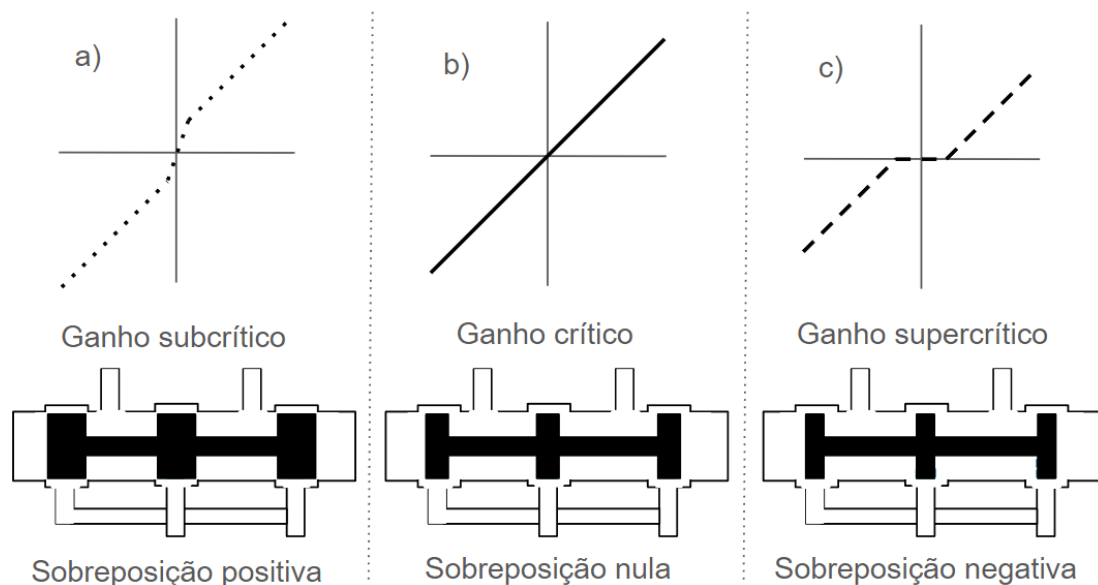
2.6 Inversa da dinâmica da válvula

As dificuldades na modelagem não linear de atuadores hidráulicos são intensificadas por peculiaridades dos componentes eletro-hidráulicos, tais como o fenômeno de estrangulamento e as características dos componentes, que incluem estagnação viscosa e zonas mortas (ANYI et al., 1997).

(HONG; KAIFANG; TINGQI, 2002) indica que controlar válvulas em sistemas servo-hidráulicos é desafiador devido à influência de distúrbios externos incertos e desconhecidos, que afetam o desempenho do sistema. Além disso, controladores convencionais como o PID frequentemente não conseguem garantir um desempenho satisfatório, dado a natureza não linear desses sistemas. A adaptação a incertezas e a aprendizagem das não linearidades inerentes ao sistema tornam o controle ainda mais complexo.

(KNOHL; UNBEHAUEN, 2000) aborda principalmente a grande zona morta na válvula hidráulica, que impacta o desempenho do sistema de servocontrole eletro-hidráulico. Segundo (MERRIT, 1967), o tipo de centro afeta significativamente o comportamento do sistema de atuação. A Figura 3 ilustra três tipos de centro juntamente da curva de vazão. Na situação *a*) a válvula possui um centro com sobreposição positiva, logo ganho de vazão torna-se subcrítico. Nas situação *c*) o ganho torna-se supercrítico por causa da sobreposição negativa. Com superposição nula (situação *b*), o ganho é crítico.

Figura 3 – Características de ganho de vazão (eixo vertical) por tensão (eixo horizontal) por tipos de centro



Fonte: adaptado de (MURARO, 2009)

A sobreposição gera uma zona morta, que provoca alterações na vazão. Tornando necessário utilizar uma função inversa para fazer com que a servoválvula trabalhe fora de zonas mortas (CUNHA, 2001; VALDIERO et al., 2005).

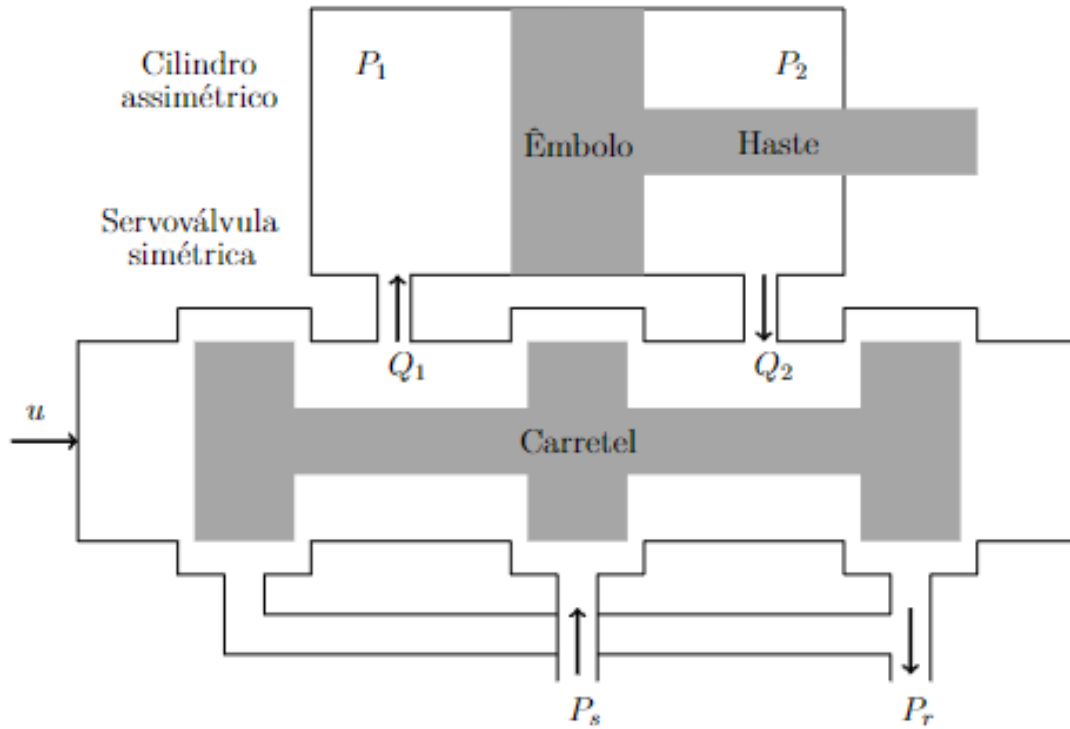
2.7 Modelagem matemática do atuador

A modelagem matemática de um atuador hidráulico difere de acordo com a escolha de seus componentes. Por exemplo, pode-se utilizar um cilindro de dupla ação, onde o retorno é controlado, ou um cilindro de ação simples. O cilindro ainda pode ser simétrico, com haste em ambas as direções, ou assimétrico, com haste em apenas uma direção, o que também influencia no modelo matemático. Da mesma forma, o uso de uma servoválvula simétrica resulta em um modelo diferente do que com uma servoválvula assimétrica.

O atuador hidráulico escolhido neste trabalho é composto por um cilindro assimétrico de dupla ação, sendo esta uma configuração bastante utilizada nas mais diversas aplicações. O atuador também é composto por uma servoválvula simétrica, visando uma melhor precisão. O conjunto é ilustrado pela Figura 4².

² Para a simulação, foi utilizado o modelo matemático e os valores paramétricos apresentados em (BORGES, 2017).

Figura 4 – Atuador hidráulico.



Fonte: o autor.

Para o estudo em questão, é necessário simular um atuador hidráulico e isso requer o uso de seu modelo matemático. O atuador hidráulico funciona da seguinte forma: um sinal elétrico aplicado à servoválvula causa um deslocamento proporcional de seu carretel, o que significa que, se for positivo, faz com que o carretel se mova para a direita e, se for negativo, se mova para a esquerda. O deslocamento do carretel permite que os orifícios da servoválvula se abram, também proporcionalmente, causando, por meio da pressão de alimentação (P_s), diferenças entre as pressões nas câmaras 1 e 2 (P_1 e P_2 , respectivamente), gerando as vazões Q_1 e Q_2 assim ocasionando movimento do pistão e da haste.

O modelo não linear do atuador hidráulico adotado neste projeto é apresentado a seguir por meio das equações descritas a seguir. A equação 2.1 representa o equacionamento das forças no sistema, de acordo com a segunda lei de Newton, onde F_A é a força de atrito no cilindro.

$$P_1 A_1 - P_2 A_2 = M \ddot{y} + F_A + F_L \quad (2.1)$$

A Equação 2.2 tem por base a equação da continuidade em fluidos hidráulicos, (LINSINGEN, 2001) a equação de fluxo em orifícios, onde A_1 e A_2 são as áreas das

câmaras 1 e 2 do cilindro, enquanto V_1 e V_2 são os volumes iniciais de cada câmara. A posição do êmbolo é representada por y , enquanto a velocidade e a aceleração são representadas por $\dot{y}$ e $\ddot{y}$ respectivamente.

$$\dot{P}_1 A_1 - \dot{P}_2 A_2 = (A_1 f_1 K_{VA} g_1 + A_2 f_2 K_{VB} g_2) u - (A_1^2 f_1 + A_2^2 f_2) \dot{y} \quad (2.2)$$

As Equações 2.3 a 2.6 representam os termos intermediários presentes na Equação 2.2. As constantes K_{VA} e K_{VB} são respectivamente, os coeficientes da válvula para a via 1 e 2, enquanto β é o módulo de compressibilidade volumétrica efetiva do fluido.

$$g_1 = \begin{cases} \sqrt{P_1 - \Delta P_3}, & \text{para } u < 0 \\ \sqrt{P_S - P_1 - \Delta P_1}, & \text{para } u \geq 0 \end{cases} \quad (2.3)$$

$$g_2 = \begin{cases} \sqrt{P_S - P_2 - \Delta P_2}, & \text{para } u < 0 \\ \sqrt{P_2 - \Delta P_4}, & \text{para } u \geq 0 \end{cases} \quad (2.4)$$

$$f_1 = \frac{\beta}{V_{10} + A_1 y} \quad (2.5)$$

$$f_2 = \frac{\beta}{V_{20} - A_2 y} \quad (2.6)$$

As simulações são realizadas no software Matlab com a ferramenta de modelagem Simulink, usando as equações 2.1 a 2.6.

A Tabela 5 elenca as variáveis do modelo com suas respectivas descrições e unidades.³

³ Os parâmetros do modelo podem ser vistos no Apêndice C.

Tabela 5 – Relação das variáveis do modelo.

Variável	Descrição	Unidade
P_1	Pressão na câmara 1 do cilindro	Pa
P_2	Pressão na câmara 2 do cilindro	Pa
P_S	Pressão de suprimento	Pa
ΔP_1	Perda de carga no trecho 1	Pa
ΔP_2	Perda de carga no trecho 2	Pa
ΔP_3	Perda de carga no trecho 3	Pa
ΔP_4	Perda de carga no trecho 4	Pa
β	Módulo de compressibilidade efetivo	Pa
A_1	Área da secção transversal do êmbolo do pistão	m^2
A_2	Área da secção transversal do êmbolo do pistão menos a área da secção transversal da haste do pistão	m^2
V_{10}	Volume inicial da câmara 1 do cilindro mais tubulações	m^3
V_{20}	Volume inicial da câmara 2 do cilindro mais tubulações	m^3
y	Posição do êmbolo do pistão	m
$\dot{y}$	Velocidade do êmbolo do pistão	m/s
$\ddot{y}$	Aceleração do êmbolo do pistão	m/s^2
M	Massa da carga + massa do pistão + massa do óleo nas mangueiras	Kg
F_A	Força de atrito do pistão	N
F_L	Força atuante na carga	N
u	Sinal de entrada da válvula	V
K_{VA}	Coeficiente da válvula considerando u máximo para a via 1	$m^3/sVPa^{\frac{1}{2}}$
K_{VB}	Coeficiente da válvula considerando u máximo para a via 2	$m^3/sVPa^{\frac{1}{2}}$

Fonte: o autor.

2.8 Controlador cascata neural

Os sistemas de controle em cascata são amplamente reconhecidos pela sua capacidade de melhorar a performance e a robustez em diversas aplicações de engenharia. Tradicionalmente, esses sistemas utilizam controladores Proporcional-Integral-Derivativo (PID) tanto nas malhas interna quanto externa. No entanto, a sintonia desses controladores pode ser uma tarefa árdua, e sua performance pode ser insatisfatória em condições de operação variáveis (GUO; SONG; CAI, 2007). Para superar essas limitações, a aplicação de redes neurais em sistemas de controle em cascata tem se mostrado promissora. As redes neurais têm a capacidade de modelar sistemas não lineares e se adaptar a mudanças dinâmicas, o que as torna adequadas para substituir controladores PID fixos na malha externa de um sistema de controle

em cascata (GUO; SONG; CAI, 2007).

Recentemente, a aplicação de redes neurais artificiais em controladores em cascata tem ganhado destaque, especialmente em sistemas não lineares. Essas redes possuem a capacidade de modelar e controlar sistemas dinâmicos complexos, superando as limitações dos métodos tradicionais (ŽILKOVÁ; TIMKO; GIROVSKÝ, 2006). Conforme discutido por (ŽILKOVÁ; TIMKO; GIROVSKÝ, 2006), as redes neurais artificiais são particularmente úteis na síntese de controladores não lineares devido à sua habilidade em modelar sistemas complexos. Existem duas abordagens principais no design de controladores utilizando redes neurais: o controle inverso direto, onde um modelo neural do inverso do sistema é utilizado como controlador, e o design indireto, onde a rede neural prediz a saída do processo.

O controle em cascata envolve o uso de múltiplos controladores em série, onde a saída de um controlador é a entrada de outro. Isso permite que cada controlador atue em diferentes níveis ou aspectos do sistema, melhorando a precisão e a estabilidade geral. (HUANG; HSIEH; FU, 1997) demonstraram a aplicação de uma arquitetura de aprendizado em cascata em problemas de calibração de cor, mostrando melhorias significativas na velocidade de aprendizado e na precisão da calibração.

Em sistemas de controle em cascata, as redes neurais podem ser aplicadas em diferentes níveis de controle. Por exemplo, em um sistema de controle de velocidade de motor de indução, uma rede neural pode ser usada para reconstruir componentes de corrente desejados e outra para reconstruir componentes de tensão correspondentes para um conversor PWM, conforme descrito por (ŽILKOVÁ; TIMKO; GIROVSKÝ, 2006). Esse tipo de estrutura permite uma melhor aproximação das funções não lineares do sistema, resultando em um controle mais preciso e eficiente.

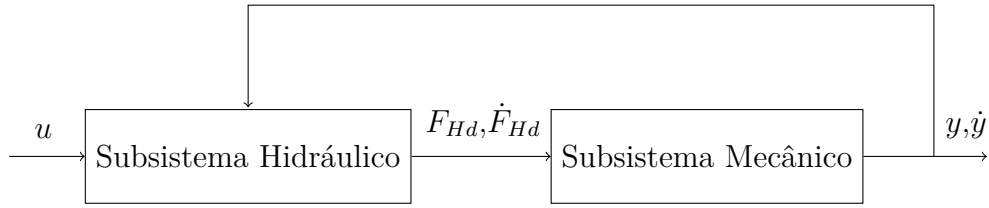
A aplicação de redes neurais em controladores em cascata tem mostrado resultados promissores em diversas áreas. Por exemplo, em (HUANG; HSIEH; FU, 1997), a arquitetura Cascade-CMAC foi aplicada na calibração de cores de *scanners* e impressoras, melhorando significativamente a precisão e a velocidade do processo de calibração. Outro exemplo é a utilização de redes neurais para controle de conversores *buck-boost* DC-DC, onde a combinação de estratégias PID fracionárias e redes neurais resultou em um controlador robusto e adaptativo, conforme apresentado em outro estudo (ŽILKOVÁ; TIMKO; GIROVSKÝ, 2006).

Estratégia de controle em cascata neural aplicada ao atuador hidráulico

A estratégia de controle em cascata é aplicada ao atuador hidráulico, onde ele é dividido em dois subsistemas: mecânico e hidráulico, como em (BORGES, 2017). Isso permite o uso de diferentes leis de controle para cada um dos subsistemas. A

representação da estratégia em cascata pode ser vista na Figura 5.

Figura 5 – Representação da estratégia em cascata.



Fonte: o autor.

É necessário atingir a Força hidráulica desejada e sua derivada para atingir a posição desejada com a velocidade desejada. Para atingir a força hidráulica também é necessário estimular a servoválvula com a tensão adequada. Para isto tem-se leis de controles diferentes e separadas para cada um dos subsistemas.

O objetivo do controle é fazer com que o pistão siga precisamente uma determinada trajetória de posição y_d . Para isso, é necessário compensar as não linearidades do atrito e a dinâmica inversa da válvula hidráulica.

Uma vez que é parâmetro para a lei mecânica, faz-se necessário o conhecimento da força de atrito empregada no sistema. Enquanto para a lei hidráulica faz-se necessário o conhecimento da dinâmica inversa da válvula. Ao utilizar redes neurais para estimar essas duas dinâmicas, pode-se chamar o controlador de Cascata Neural.

A metodologia de controle em cascata neural aplicada neste trabalho é a mesma usada em (BORGES, 2017). As equações usadas na simulação podem ser vistas abaixo, enquanto a lista de variáveis usadas está relacionada na Tabela 6.

$$F_{Hd} = M\ddot{y}_r - K_d z + \Omega \quad (2.7)$$

$$\dot{y}_r = \dot{y}_d - \lambda \tilde{y} \quad (2.8)$$

$$\tilde{y} = y - y_d \quad (2.9)$$

$$z = \dot{y} - \dot{y}_r = \dot{\tilde{y}} + \lambda \tilde{y} \quad (2.10)$$

Onde Ω é a rede neural que compensa o atrito entre o pistão e a parede do cilindro. A equação 2.11 representa a saída como uma função das entradas e das variáveis internas.

$$u = [\dot{F}_{Hd} - K_p \tilde{F}_H + (A_1^2 f_1 + A_2^2 f_2) \dot{y}] Z \quad (2.11)$$

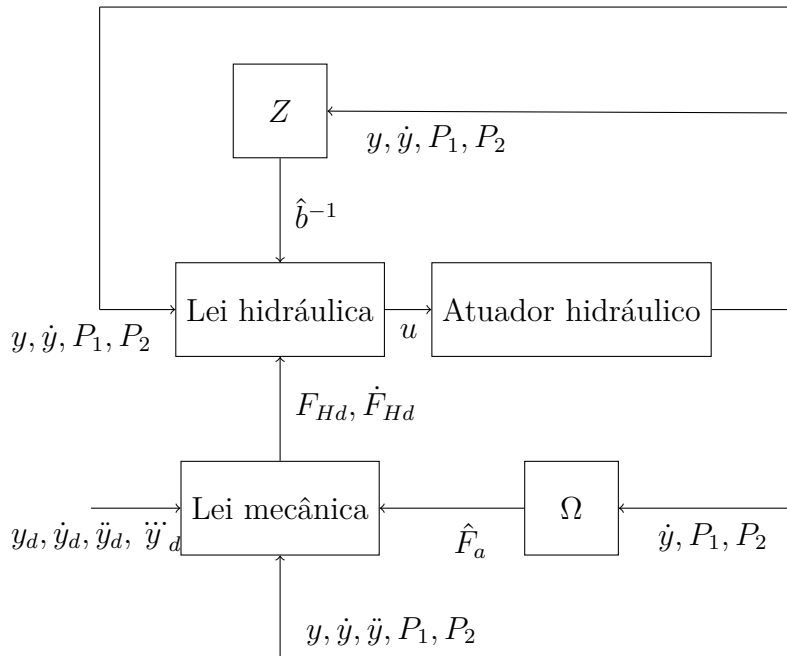
Tabela 6 – Relação das variáveis do controle em cascata.

Variável	Descrição	Unidade
F_H	Força hidráulica	N
F_{Hd}	Força hidráulica desejada	N
$\tilde{F}_H$	Erro de força hidráulica	N
K_d	Ganho do subsistema mecânico	—
K_p	Ganho do subsistema hidráulico	—
λ	Ganho do subsistema mecânico	—
z	Erro de velocidade no seguimento de trajetória	m/s
$\dot{y}_r$	Velocidade de referência	m/s
$\dot{y}_d$	Velocidade desejada do êmbolo do pistão	m/s
$\tilde{y}$	Erro de posição	m
$\tilde{y}_d$	Deslocamento desejado do êmbolo	m

Fonte: o autor.

Onde Z é a rede neural que compensa a dinâmica inversa da válvula hidráulica. A Figura 6 descreve a metodologia de controle aplicada em (BORGES, 2017).

Figura 6 – Metodologia de controle.



Fonte: o autor.

Na Figura 6 tem-se a estratégia a ser empregada. Tendo Ω , que é a rede neural que infere o comportamento do atrito a partir das suas entradas, permite-se

utilizar uma lei de controle mecânica para, a partir da força de atrito estimada $\hat{F}_a$, calcular a força hidráulica desejada F_{Hd} e sua derivada $\dot{F}_{Hd}$. Em posse de Z , que é a rede neural que infere o comportamento da dinâmica inversa da válvula hidráulica, é possível utilizar uma lei hidráulica para, com a dinâmica estimada $\hat{b}^{-1}$, calcular a saída de tensão necessária a ser aplicada no atuador para que o mesmo siga uma trajetória desejada.

2.9 Redes Neurais

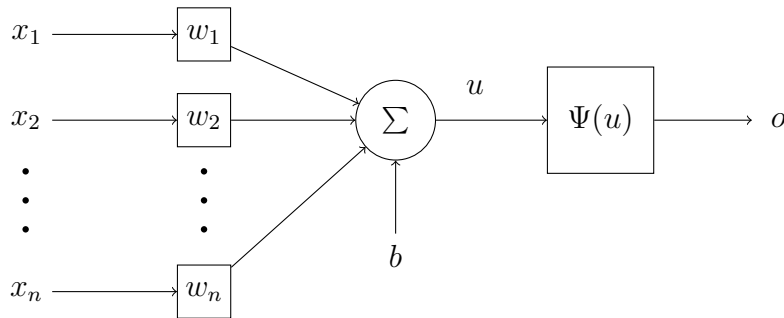
Redes neurais artificiais são modelos computacionais inspirados nas redes neurais biológicas. Essas redes são compostas por neurônios artificiais que utilizam funções de ativação para transformar entradas em saídas, influenciando diretamente a expressividade e a eficiência das redes. As funções de ativação desempenham um papel crucial no treinamento e desempenho dessas redes, introduzindo a não-linearidade necessária para que os modelos aprendam representações complexas e generalizem bem para novos dados (LEDERER, 2021), (RASAMOELINA; ADJAILIA; SINČÁK, 2020).

Tradicionalmente, funções de ativação como a sigmoide logística e a tangente hiperbólica foram amplamente utilizadas devido às suas propriedades matemáticas desejáveis, como a capacidade de aproximar funções contínuas e a facilidade de derivação. No entanto, novas funções de ativação, que mantêm as características fundamentais das funções tradicionais, mas apresentam propriedades otimizadas, têm mostrado potencial significativo em melhorar o desempenho de redes neurais em várias tarefas de reconhecimento e classificação (RASAMOELINA; ADJAILIA; SINČÁK, 2020), (NJIKAM; ZHAO, 2016).

2.9.1 Redes Neurais Sigmoidais

Do ponto de vista biológico, um neurônio coleta, processa e dissemina sinais por meio de sinapses, elétricas ou químicas. Na sinapse elétrica, um sinal elétrico recebido pela sinapse é transferido diretamente para o lado pós-sináptico. No caso da sinapse química, os sinais recebidos fluem do lado pré-sináptico para a área pós-sináptica por meio de um processo químico em vez de uma conexão elétrica. Quando o sinal acumulado excede um limite, o núcleo da célula do neurônio produz um pulso elétrico (QUARANTA; LACARBONARA; MASRI, 2020).

Um análogo computacional do neurônio é o perceptron, que funciona ponderando as entradas com seus respectivos pesos e, em seguida, usando uma função de ativação responsável por permitir o envio de um sinal de saída, dada a soma (SINGH; BANERJEE, 2019). Na Figura 7, vemos uma representação do perceptron.

Figura 7 – Estrutura do *perceptron*.

Fonte: o autor.

A equação 2.12 representa, em forma de vetor, a relação entre a entrada e a saída do perceptron. Sendo b um parâmetro independente de entrada e W e X , respectivamente, os vetores de peso e de entrada.

$$O = \Psi(W^T X + b) \quad (2.12)$$

As redes neurais mais comumente usadas em atuadores hidráulicos têm como ativação a função sigmoide. Existem diversos tipos de função de ativação sigmoidal. (MENON et al., 1996) cita as mais comuns e suas particularidade que são elencadas abaixo.

- Tangente Hiperbólica ($\tanh$) $y = \tanh(x)$

Vantagens: É uma função ímpar e analítica, com assíntotas horizontais em $y = \pm 1$. Suave e derivável, o que facilita o cálculo de gradientes. Os valores de saída estão centrados em zero, o que pode acelerar a convergência durante o treinamento de redes neurais.

Desvantagens: Pode sofrer de saturação para valores de entrada grandes, onde os gradientes se aproximam de zero, causando o problema de gradientes desaparecendo.

- Sigmoide Logística $y = \frac{1}{1+e^{-x}}$

Vantagens: Simples e amplamente utilizada em várias aplicações. Produz uma saída suave e derivável entre 0 e 1, útil para problemas de classificação binária.

Desvantagens: Como a tangente hiperbólica, pode sofrer de saturação para valores de entrada grandes. Não está centrada em zero, o que pode tornar o treinamento mais lento comparado à tangente hiperbólica.

- Sigmoides Algébricas $y = \frac{x}{1+x^2}$

Vantagens: Menos propensa à saturação comparada às funções logísticas e tanh. A função é suave e tem uma derivada simples.

Desvantagens: Menos utilizada em prática e menos estudada em comparação com tanh e a sigmoide logística. Pode ter uma interpretação menos intuitiva em alguns contextos.

- Gudermannian $y = \tanh(x/2)$

Vantagens: Relaciona funções circulares e hiperbólicas sem o uso de números complexos. Pode ser útil em certas transformações matemáticas e teóricas.

Desvantagens: Menos conhecida e menos utilizada em implementações práticas de redes neurais. Pode ser mais complexa de implementar e interpretar em contextos aplicados.

- Função de Erro (erf) $y = \text{erf}(x)$

Vantagens: É uma função sigmoide suave e analítica. Frequentemente usada em teoria de probabilidade e estatística.

Desvantagens: Menos comum em implementações práticas de redes neurais. A inversa da função de erro não possui uma forma fechada simples, o que pode complicar alguns cálculos.

- Sigmoides Hiperbólicas Gerais $y = \frac{x}{(1-x^2)^a}$

Vantagens: Podem ser ajustadas para diferentes comportamentos assintóticos. Flexibilidade em representar uma variedade de formas sigmóides com ajustes nos parâmetros.

Desvantagens: Complexidade adicional ao ajustar os parâmetros para obter a forma desejada. Pode exigir mais cuidado no cálculo de derivadas e inversas.

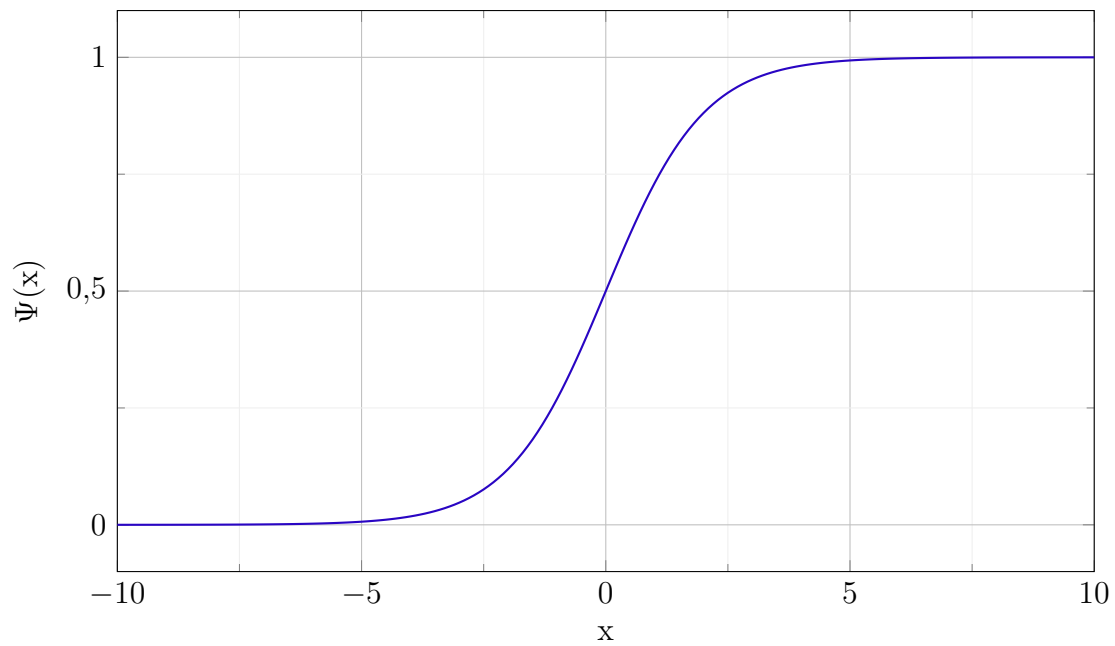
A função logística, que é diferenciável, assume uma faixa contínua de valores entre 0 e 1 e tem um parâmetro de inclinação *theta*. A função logística, usada neste trabalho, é descrita pela Equação 2.13 e ilustrada pela Figura 8.

$$\Psi(u) = \frac{1}{1 + e^{-\theta u}} \quad (2.13)$$

Onde, *theta* é o coeficiente de inclinação da curva e *u* a entrada do neurônio. De acordo com (MASTERS, 1993), o valor de θ não interfere no resultado do treinamento, mas sim em sua velocidade, neste trabalho o parâmetro θ foi considerado 1, sendo esse seu valor mais comum. Já a derivada da função logística pode ser vista na Equação 2.14.

$$\frac{d\Psi(u)}{du} = \Psi(u)(1 - \Psi(u)) \quad (2.14)$$

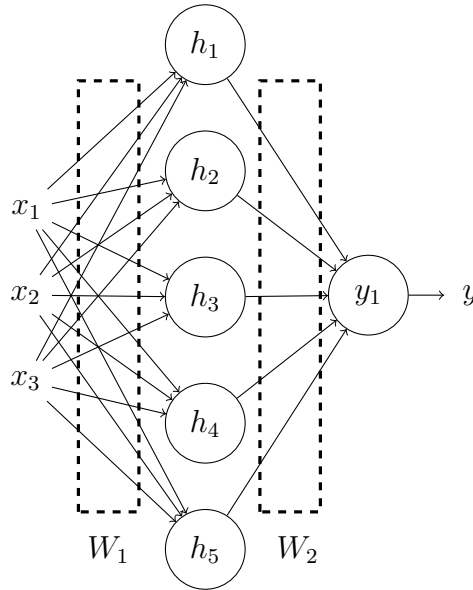
Figura 8 – Função logística.



Fonte: o autor.

Na Figura 9, vemos um exemplo de uma rede neural com cinco perceptrons na camada comumente chamada de camada oculta. A rede tem três entradas e uma saída, que é a soma das saídas de cada perceptron.

Figura 9 – Rede neural sigmoidal 3-5-1.



Fonte: o autor.

A equação para a saída da rede, independentemente do número de entradas ou neurônios, pode ser vista na Equação 2.15.

$$y = \Psi(W_2^T \Psi(W_1^T X + b_1) + b_2) \quad (2.15)$$

Para a camada oculta e a camada de saída, os pesos das redes sigmoidais são iniciados com valores aleatórios da ordem de 1×10^{-10} .

2.9.2 Redes Neurais Wavelet

De acordo com (JIN et al., 2018), as redes neurais *wavelet* (WNN) combinam os méritos das características de localização de tempo-frequência das wavelets e a capacidade de autoaprendizagem das redes neurais artificiais, o que as torna particularmente atraentes para a classificação de padrões complexos.

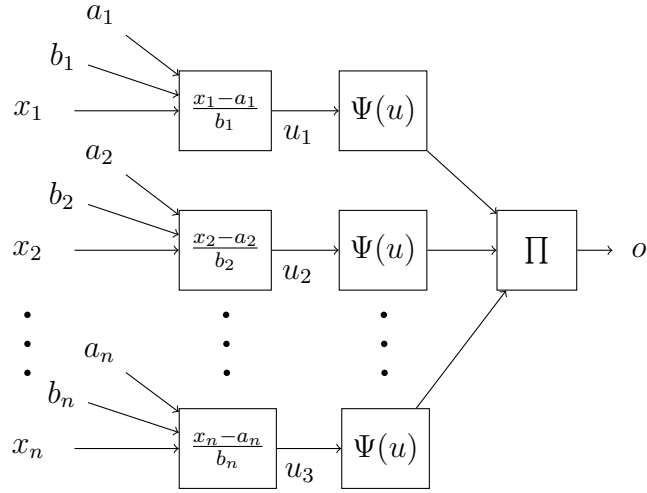
Segundo (BANAKAR; AZEEM, 2008), os três principais tipos de funções de ativação *wavelet* utilizadas nas redes neurais. Estas são listadas abaixo.

- *Mexican Hat* (Chapéu Mexicano) Vantagens: Derivada da função densidade de probabilidade Gaussiana, é não ortogonal e tem suporte infinito. Possui máxima energia ao redor da origem com banda estreita. Desvantagens: Não é ortogonal, o que pode levar a redundâncias em algumas aplicações. A banda

estreita pode limitar a capacidade de captura de informações em sinais com variações de frequência amplas.

- *Morlet* Vantagens: Combina uma função cosseno com uma função densidade de probabilidade Gaussiana, sendo não ortogonal e com suporte infinito. Possui máxima energia ao redor da origem com banda estreita, similar ao Chapéu Mexicano, mas inclui componentes de alta frequência devido ao termo cosseno. Flexível para capturar tanto componentes de baixa quanto de alta frequência. Desvantagens: A combinação de Gaussiana e cosseno pode introduzir complexidade adicional na análise de sinais, especialmente em altas frequências.
- *Sinc* (Shannon) Vantagens: Baseada na função seno, é não ortogonal com suporte infinito e possui máxima energia em uma banda mais larga ao redor da origem. É eficaz na captura de componentes de frequência ampla do sinal. Desvantagens: A função Sinc pode ser menos eficiente em representar variações locais rápidas devido ao seu suporte infinito e à forma da função.

As WNNs consistem em três camadas: uma camada de entrada, uma camada oculta e uma camada de saída. Os valores são inseridos na camada de entrada e, em seguida, os dados são processados na camada oculta, que usa funções do tipo *wavelet*, e o resultado da WNN é direcionado pela camada de saída. As WNNs geralmente têm uma estrutura de alimentação, com uma camada oculta tendo neurônios intitulados *wavelons* e um neurônio na camada de saída (KHAN; MENDES; CHALUP, 2018). A estrutura de um *wavelon* é ilustrada na Figura 10. A equação 2.16 representa a relação entre a entrada e a saída do *wavelon*.

Figura 10 – Estrutura do *wavelon*.

Fonte: o autor.

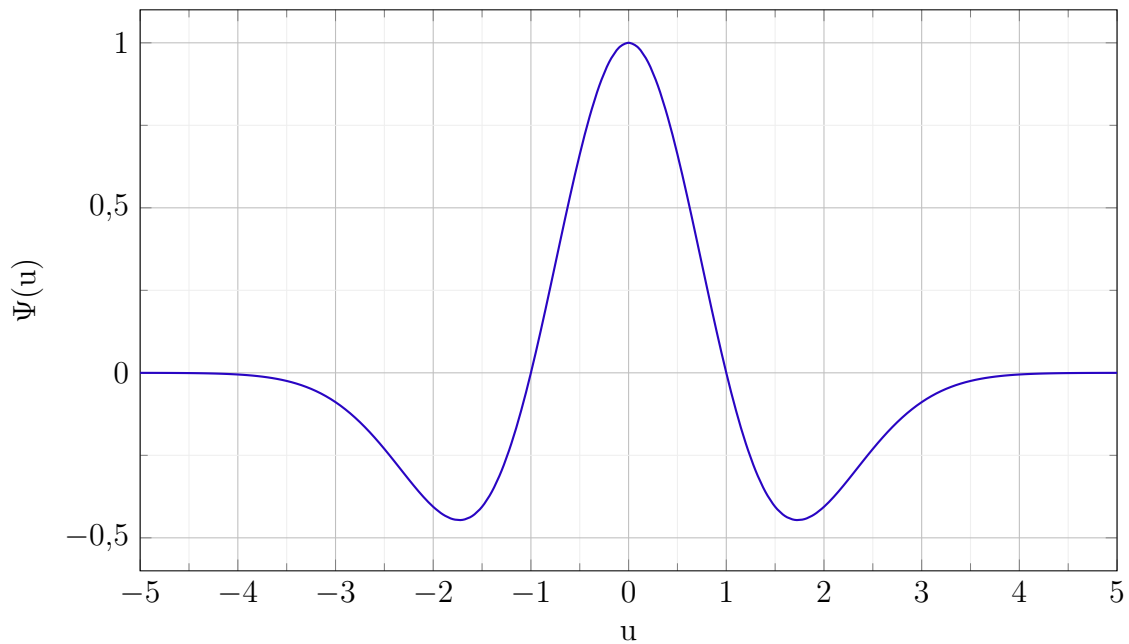
$$O = \prod_{i=1}^n \left(\Psi\left(\frac{x_i - b_i}{a_i}\right) \right) \quad (2.16)$$

Onde a é o coeficiente de translação da curva, b o coeficiente de dilatação e x a entrada do próprio neurônio. Ψ é a função de ativação. No presente trabalho, devido suas vantagens, foi usada a função *mexican hat* que é descrita pela Equação 2.17. Onde u é o parâmetro de entrada. Sua derivada pode ser vista na Equação 2.18.

$$\Psi(u) = e^{-\frac{u^2}{2}} (1 - u^2) \quad (2.17)$$

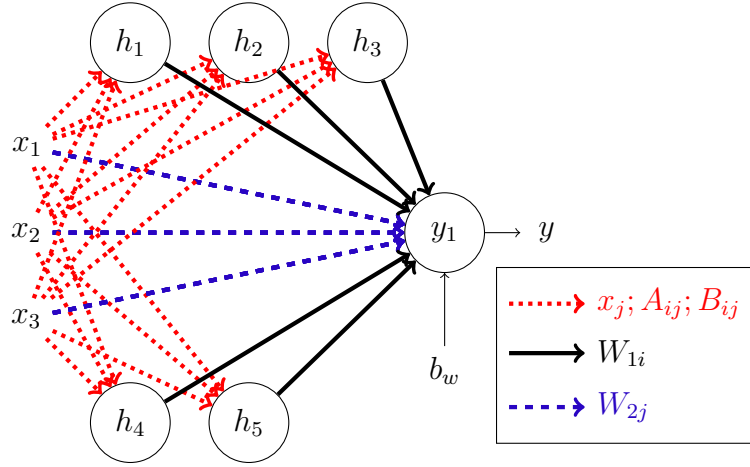
$$\frac{d\Psi(u)}{du} = e^{-\frac{u^2}{2}} (u^3 - 3u) \quad (2.18)$$

Na Figura 11 vê-se a função *Mexican Hat*.

Figura 11 – Função *mexican hat*.

Fonte: o autor.

A arquitetura da rede wavelet usada no presente trabalho é baseada em (ALEXANDRIDIS A. K. E ZAPRANI, 2013) e se baseia em duas matrizes de peso, W_1 que relaciona as saídas dos wavelons à saída da rede, enquanto a matriz W_2 relaciona a entrada à saída. Na Figura 12, a linha sólida preta ilustra os elementos de W_1 , e os elementos de W_2 são representados pela linha azul tracejada. A linha vermelha pontilhada ilustra o vetor de entrada X e os elementos das matrizes A e B , que armazenam respectivamente cada valor de translação e dilatação para os wavelons.

Figura 12 – Rede neural *wavelet* 3-5-1.

Fonte: o autor.

A equação 2.19 descreve a rede neural wavelet em forma de matriz, considerando que ela tem uma única saída.

$$y_w = W_1 \beta(A, B, X) + b_w + W_2 X \quad (2.19)$$

Em que W_1 é o vetor de pesos que conecta os wavelons da camada oculta à camada de saída, b_w é a polarização associada à camada de saída, W_2 é um vetor de pesos que conecta o vetor de entrada X e a camada de saída, e β é o vetor de saídas dos wavelons, calculado de acordo com o vetor de entrada X e as matrizes de translação e dilatação A e B .

Trabalhando com uma rede neural wavelet com entradas de m e n , obtém-se a Equação 2.20.

$$y_w = \sum_{i=1}^m (W_{1i} \beta_i) + b_w + \sum_{j=1}^n (W_{2j} X_j) \quad (2.20)$$

Onde β_i é calculado usando as Equações 2.21 e 2.22.

$$\beta_i = \prod_{j=1}^n \Psi(z_{ij}) \quad (2.21)$$

$$Z_{ij} = \frac{x_j - b_{ij}}{a_{ij}} \quad (2.22)$$

Para os pesos da rede wavelet, o mesmo método das redes sigmoidais é usado para os pesos contidos em W_1 e W_2 . De acordo com (ZHANG Q E BENVENISTE,

1992), as matrizes A e B não podem ser inicializadas com essa metodologia. A metodologia de inicialização usada é a proposta por esses mesmos autores e descrita nas Equações 2.23 e 2.24.

$$b_{i,j} = 0,5(M_j + N_j) \quad (2.23)$$

$$a_{i,j} = 0,5(M_j - N_j) \quad (2.24)$$

Onde M_j e N_j são os valores máximo e mínimo de cada entrada j no conjunto de dados de treinamento.

3 Metodologia

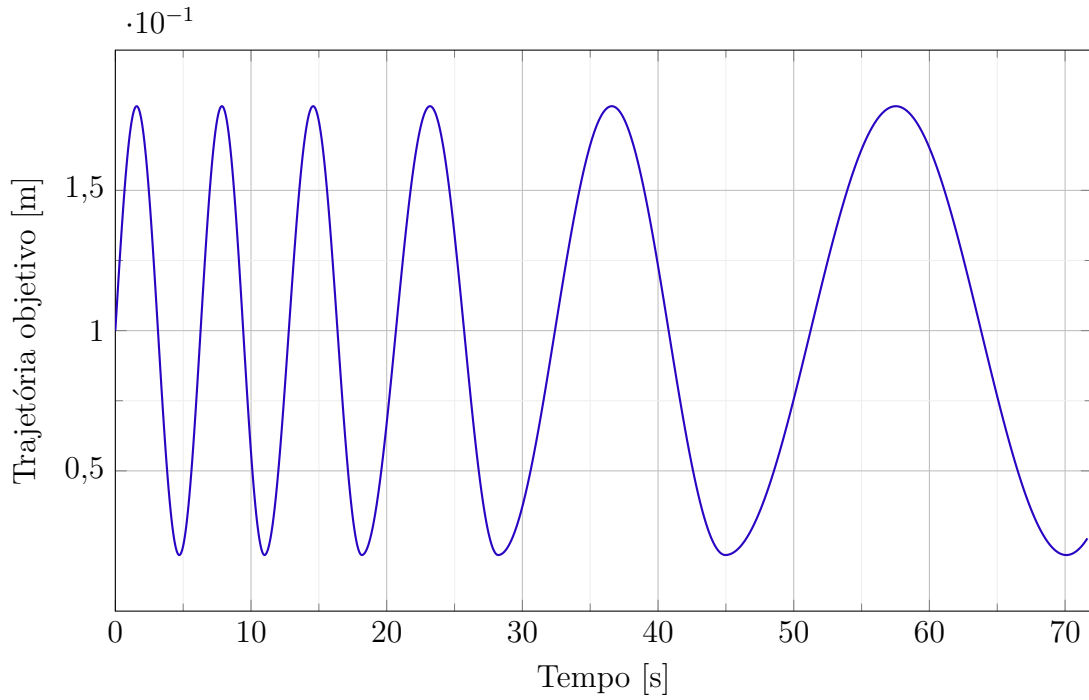
Nas seções seguintes são descritos os procedimentos metodológicos aplicados no presente trabalho. A primeira seção aborda a obtenção dos pares necessários para o treinamento e a metodologia de treinamento das redes neurais. A metodologia de validação é a segunda seção. Por fim, descreve-se em uma última seção o algoritmo usado para implementação das redes.

3.1 Metodologia de treinamento das redes neurais

As funções a serem aprendidas pelas redes neurais são a força de atrito e o inverso da função b , que geralmente é usada na linearização de feedback do controlador do subsistema hidráulico na estratégia de controle em cascata. Eles são necessários, respectivamente, para compensação e controle adicionais. Para obter pares de treinamento para a rede neural de modelagem de atrito, bem como para a rede de modelagem da função inversa b , é necessário inferir uma trajetória desejada, neste caso composta de 5 senóides com a mesma amplitude, mas diferentes frequências, ilustrada na Figura 13.

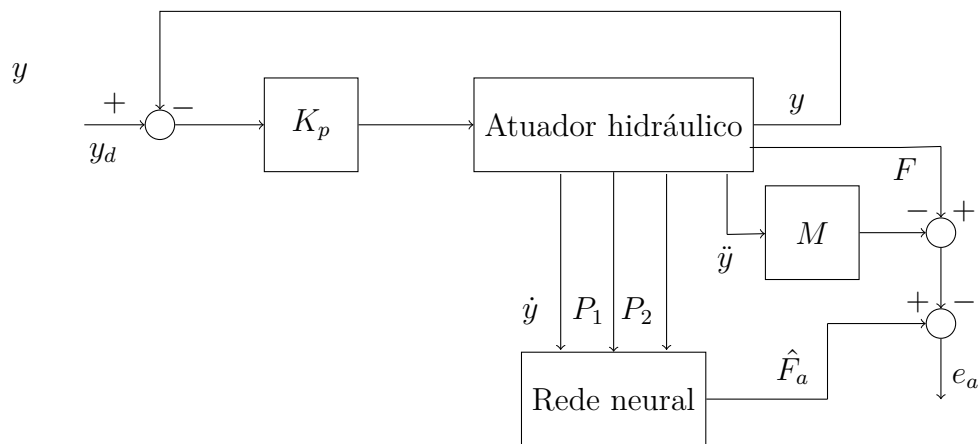
$$y_d = \begin{cases} 0,1 + 0,08\text{sen}(t), & 0 < t \leq 11 \\ 0,1 + 0,08\text{sen}(0,875t), & 11 < t \leq 18,18 \\ 0,1 + 0,08\text{sen}(0,625t), & 18,18 < t \leq 28,23 \\ 0,1 + 0,08\text{sen}(0,375t), & 28,23 < t \leq 44,98 \\ 0,1 + 0,08\text{sen}(0,25t), & 44,98 < t \leq 71,65 \end{cases} \quad (3.1)$$

Figura 13 – Trajetória inferida para treinamento das redes neurais.



Fonte: o autor.

Além disso é necessário o acoplamento de um controlador proporcional ao modelo, de modo que a saída seja limitada. A metodologia de treinamento offline usada em (BORGES, 2017) é seguida e está representada na Figura 14.

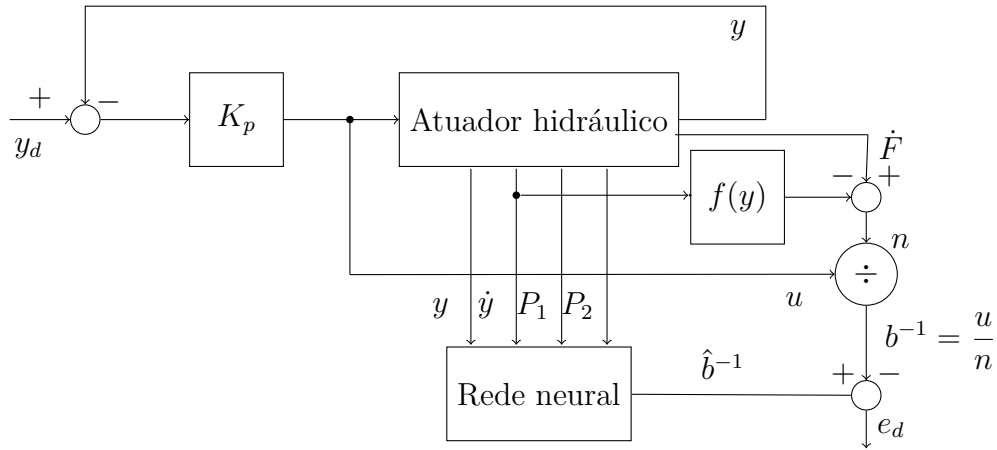
Figura 14 – Esquema de aquisição de dados para treinamento *offline* do atrito.

Fonte: o autor.

No presente trabalho, são adotadas duas metodologias para obter a função inversa, a primeira utilizada em (BORGES, 2017) e demonstrada na Figura 15. Já a

segunda é uma adaptação da anterior, na qual a posição não é considerada como entrada para a rede, fazendo com que a função inversa tenha as mesmas entradas que a função de atrito para avaliar a resposta das rede quando diminuída uma dimensão.

Figura 15 – Esquema de aquisição de dados para treinamento *offline* da função inversa.



Fonte: o autor.

Os valores para a inversa, b^{-1} , podem ser obtidos pela manipulação algébrica da Equação 2.11, resultando na Equação 3.2. Os valores coletados das entradas de treinamento são facilmente extraídos da simulação do modelo.

$$b^{-1} = \frac{u}{[\dot{F}_H + (A_1^2 f_1 + A_2^2 f_2) \dot{y}]} = \frac{u}{n} \quad (3.2)$$

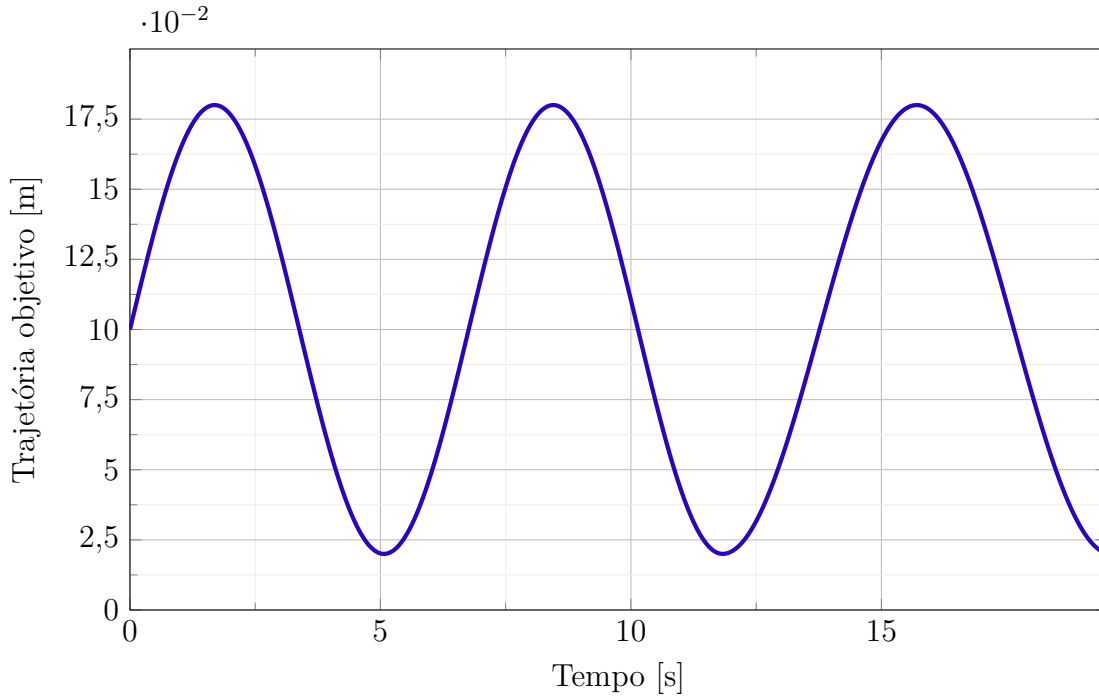
As funções de atrito e inversa serão representadas por diferentes configurações de rede neural. Com funções de ativação variadas e diferentes configurações para o número de neurônios. A função inversa também é representada por diferentes números de entradas. Para evitar o crescimento da função em baixas velocidades, os dados são limitados a velocidades acima de 1×10^{-3} . Para ambos os modelos de rede, tanto na dinâmica de fricção quanto na dinâmica inversa da válvula, foram usados 5, 10 e 30 neurônios na camada oculta.

3.2 Metodologia de validação das redes neurais

No presente trabalho utiliza-se a metodologia de validação cruzada, descrita em HAYKIN (2001). Dois conjuntos são selecionados: o conjunto de treinamento e o de validação. Para o conjunto de validação utiliza-se a senoide da Equação 3.3. A mesma também pode ser vista na Figura 16.

$$y_d = \begin{cases} 0,1 + 0,08\text{sen}(0,93t) & 0 < t \leq 11,81 \\ 0,1 + 0,08\text{sen}(0,81t) & 11,81 < t \leq 19,5 \end{cases} \quad (3.3)$$

Figura 16 – Trajetória senoidal utilizada para a validação das redes neurais.



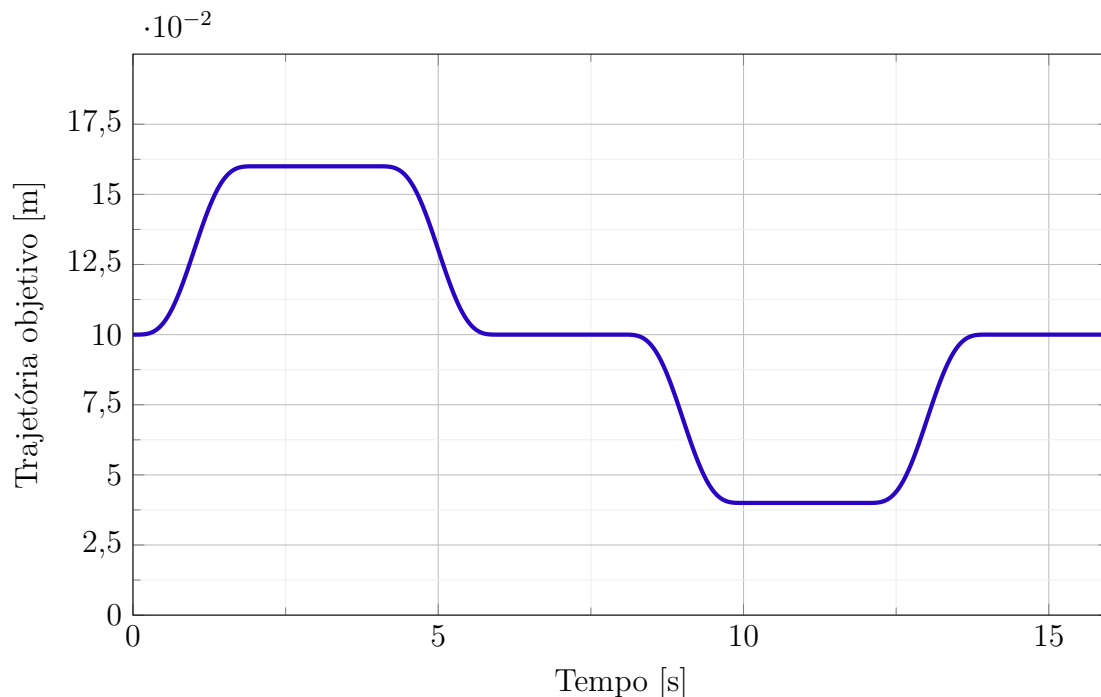
Fonte: o autor.

Também é utilizada uma segunda curva para validação, sendo essa, por sua vez, polinomial e não senoidal como as curvas de validação anterior e de treinamento. A mesma é descrita pela Equação 3.4. Essa curva pode ser vista na Figura 17.

$$y_d = \begin{cases} y(0,75t) + 0,1 & 0 < t < 1,5 \\ 0,16 & 1,5 < t \leq 4 \\ -y(0,5t - 2) + 0,16 & 4 < t \leq 6 \\ 0,1 & 6 < t \leq 8 \\ -y(0,5t - 4) + 0,1 & 8 < t \leq 10 \\ 0,04 & 10 < t \leq 12 \\ y(0,75t - 9) + 0,04 & 12 < t \leq 13,5 \\ 0,1 & 13,5 < t \leq 16 \end{cases} \quad (3.4)$$

$$y(t) = 0,6(-2t^7 + 7t^6 - 8,4t^5 + 3,5t^4) \quad (3.5)$$

Figura 17 – Trajetória polinomial utilizada para a validação das redes neurais.



Fonte: o autor.

Observa-se que esta trajetória tem natureza diferente da primeira validação, que por sua vez compartilha natureza com a trajetória de treinamento. Objetivando testar as redes quanto a sua capacidade de generalização para domínios distintos do seu treinamento.

3.3 Implementação

Foram implementados diversos scripts em MATLAB para permitir o treinamento de todas as redes utilizadas no trabalho. Isso é feito por meio de treinamento baseado em épocas, aplicando o algoritmo de *quickpropagation*, que traz algumas modificações heurísticas para o mais tradicional *backpropagation*. (FAHLMAN, 1988) desenvolveu o algoritmo com base no método de Newton, aproximando o hessiano utilizando duas simplificações: primeiro, que a curva *erro X peso* para cada um dos pesos pode ser aproximada por uma parábola côncava para cima; segundo, que a alteração na derivada da curva para um peso não é afetada pela alteração nos outros pesos. A equação 3.6 descreve a equação hessiana levando em conta as simplificações mencionadas.

$$\Delta W_{ij} = \frac{\frac{\partial E}{\partial W_{ij}}}{\frac{\partial E}{\partial W_{ij}}(t-1) - \frac{\partial E}{\partial W_{ij}}} \Delta W_{ij}(t-1) \quad (3.6)$$

Junto com a hessiana, o algoritmo leva em conta outras heurísticas, dependendo da ocorrência das seguintes situações:

- A derivada atual é menor que a derivada anterior e com mesma direção;

Então o peso segue mudando na mesma direção e o tamanho do passo depende do quanto menor a derivada atual é menor que a derivada anterior.

- A derivada atual tem direção oposta da anterior;

Isso indica que o algoritmo passou do mínimo e agora tem de dar passos na direção oposta para um lugar entre a posição anterior e a atual.

- A derivada atual tem mesmo tamanho ou é maior que a anterior, mas tem a mesma direção.

Nessa situação ocasiona um erro, pois os passos tenderão ao infinito. Como solução, FAHLMAN (1988) introduz um fator μ de crescimento, sendo este o limitante da relação de crescimento do passo atual em relação ao anterior.

Como o *quickpropagation* altera os pesos usando os valores da iteração anterior, para a primeira iteração, bem como para os casos de etapa zero, adicionamos a equação 3.6 com a derivada atual multiplicada por uma taxa de aprendizado η . E quando as derivadas anterior e atual têm direções diferentes (segunda situação), apenas a equação 3.6 é usada.

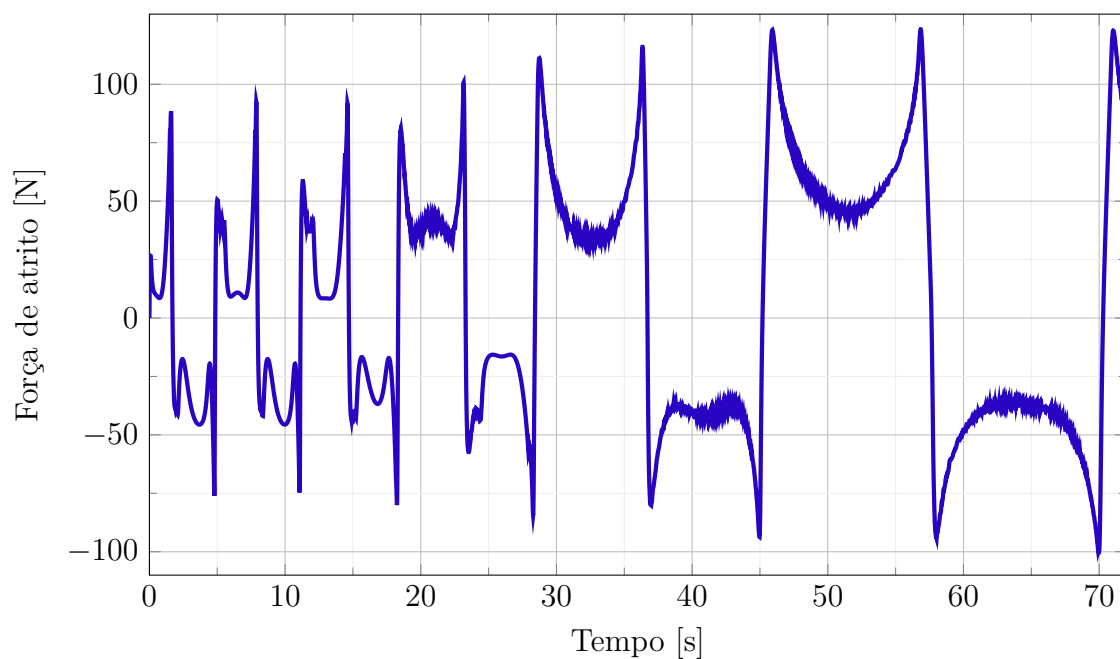
4 Resultados

Nas seções seguintes serão apresentados os resultados do treinamento das redes neurais e a posterior aplicação das mesmas em simulações de controle cascata neural.

4.1 Rede neural Ω (atrito)

Para a rede Ω foram utilizadas as entradas $\dot{y}$, P_1 e P_2 (vistas na Figura 6) para ambas as redes *wavelet* e sigmoidal. A partir da trajetória vista na Figura 13, os dados para o treinamento da rede são extraídos. A Figura 18 mostra a função atrito a ser aprendida.

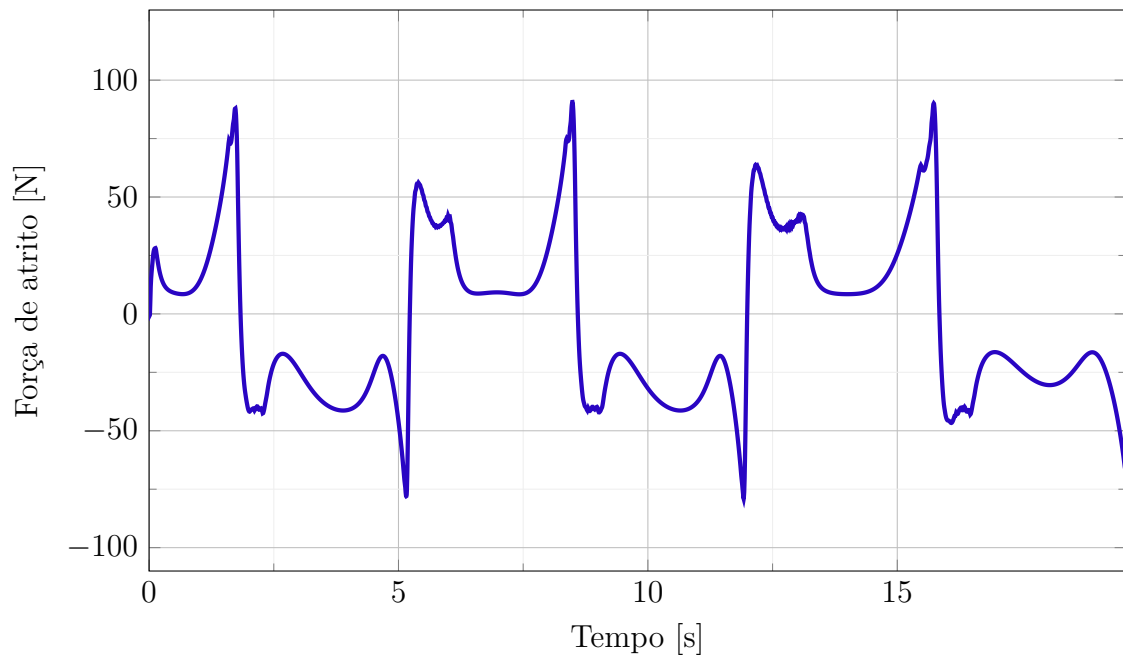
Figura 18 – Saída (força de atrito) da rede a ser aprendida.



Fonte: o autor.

A Figura 19 mostra a função atrito para ser validada. Sendo essa extraída com a inferência da trajetória senoidal vista anteriormente na Figura 16.

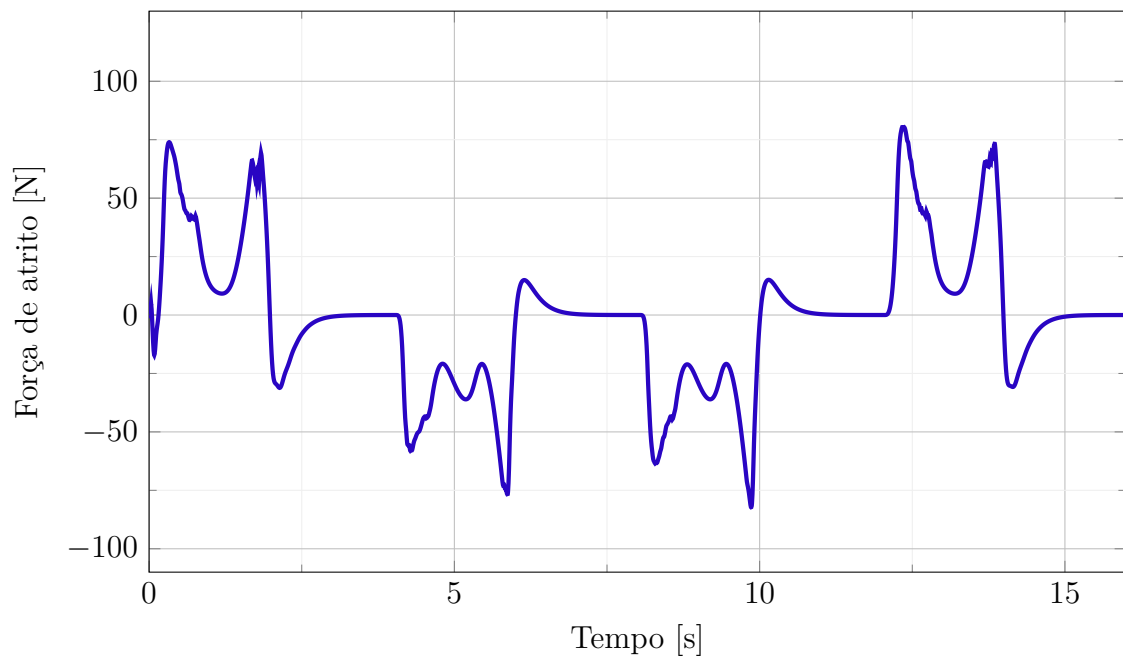
Figura 19 – Saída (força de atrito) da rede para validação senoidal.



Fonte: o autor.

A Figura 20 mostra a outra função atrito a ser validada. Sendo essa extraída com a inferência da trajetória polinomial vista anteriormente na Figura 17.

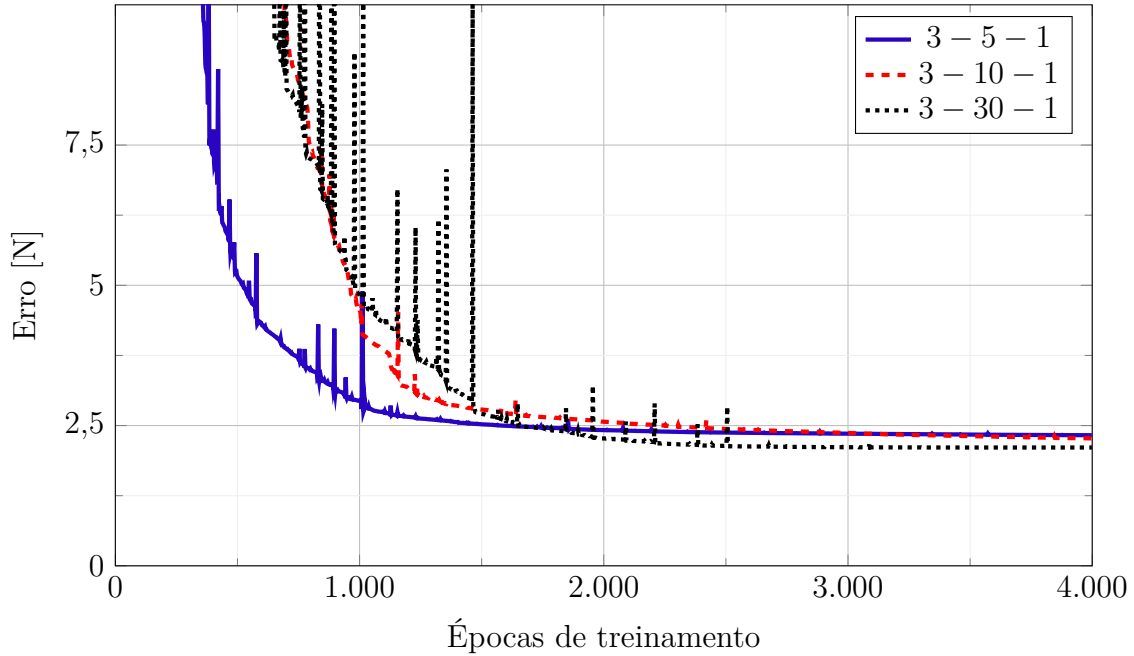
Figura 20 – Saída (força de atrito) da rede para validação polinomial.



Fonte: o autor.

A Figura 21 mostra o erro de treinamento ao longo das épocas para as redes com ativação sigmoidal, possuindo 5, 10 e 30 neurônios na camada escondida.

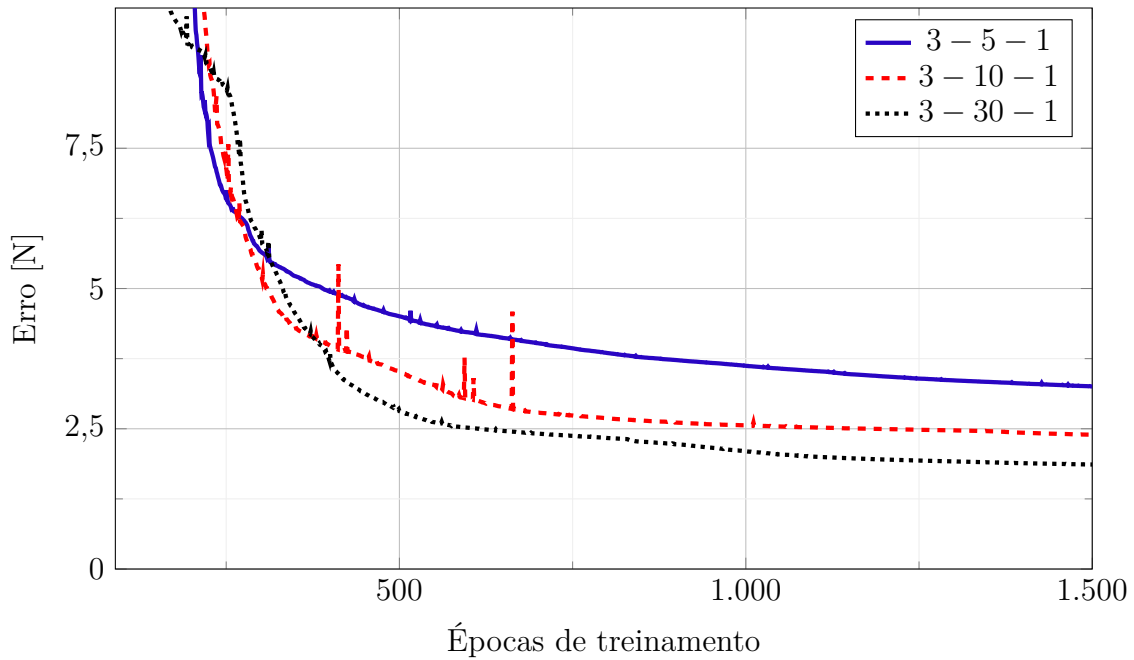
Figura 21 – Erro de treinamento para o atrito com função de ativação sigmoidal.



Fonte: o autor.

É notável que as redes de menor dimensão na camada escondida, por terem menos pesos, convergem primeiro. No entanto, estagnam e são ultrapassadas em precisão conforme a rede de maior dimensão é treinada com mais épocas.

De forma análoga à Figura 21, a Figura 22 mostra o erro de treinamento ao longo das épocas para as redes com ativação *wavelet*, também possuindo 5, 10 e 30 neurônios na camada escondida.

Figura 22 – Erro de treinamento para atrito com ativação *wavelet*.

Fonte: o autor.

As redes *wavelet* convertem consideravelmente mais rápido que as redes sigmoidais, o que pode ser uma vantagem em aplicações onde o tempo de treinamento é considerado relevante. E entre as redes *wavelet*, o comportamento de as redes a de menor dimensão convergirem mais rápido se mantém.

Na Tabela 7 são elencados os erros do tipo RMSE (*root mean square error*) do treinamento de todas as redes de atrito, calculados de acordo com a Equação 4.1, onde n é o número de elementos do conjunto de treinamento.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{F}_a - F_a)^2} \quad (4.1)$$

Tabela 7 – Erros RMSE no treinamento do atrito.

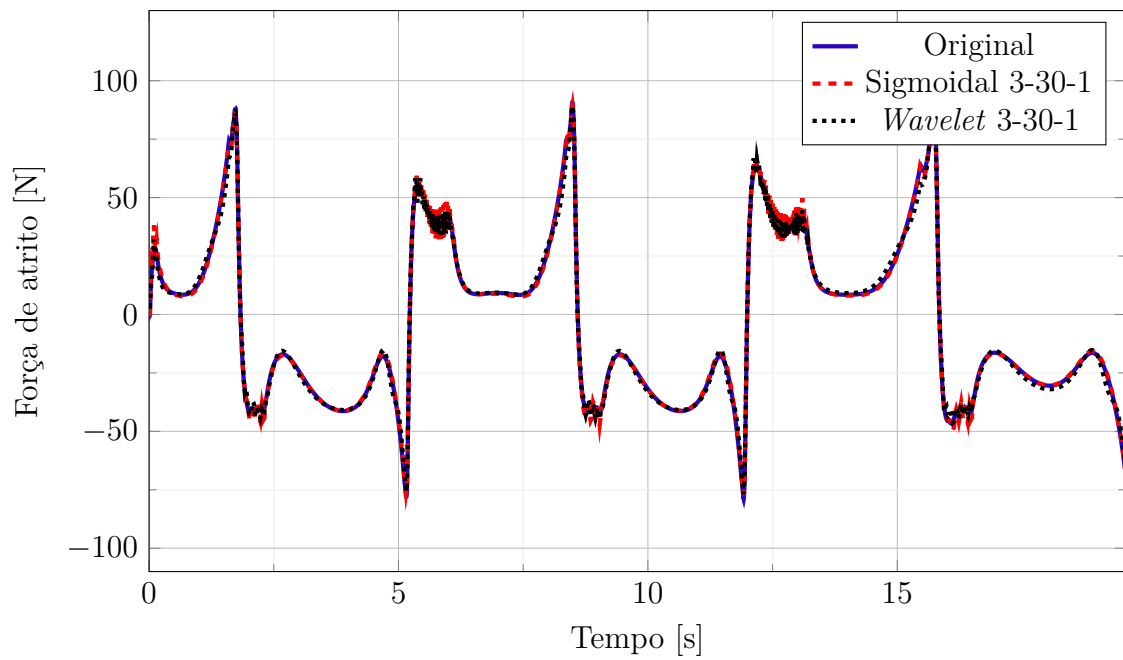
Arquitetura	Erro de treinamento [N]
Wavelet 3-5-1	3,25
Wavelet 3-10-1	2,39
Wavelet 3-30-1	1,86
Sigmoid 3-5-1	2,33
Sigmoid 3-10-1	2,27
Sigmoid 3-30-1	2,11

Fonte: o autor.

As redes *wavelet* saíram-se melhor no treinamento quando comparadas com suas respectivas sigmoidais.

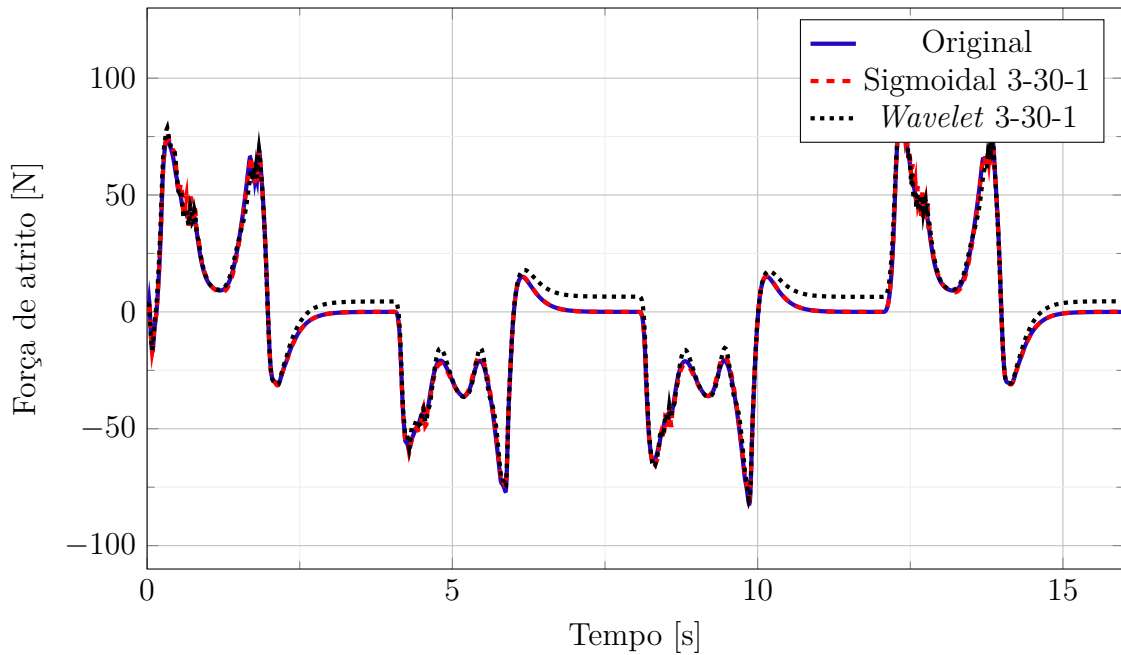
A validação senoidal do atrito para as melhores redes *wavelet* e sigmoide pode ser vista na Figura 23. Enquanto a validação polinomial é vista na Figura 24.

Figura 23 – Validação das redes para a função atrito com trajetória senoidal.



Fonte: o autor.

Figura 24 – Validação das redes para a função atrito com trajetória polinomial.



Fonte: o autor.

A Tabela 8 mostra o erro RMSE de cada validação, para cada uma das redes do atrito.

Tabela 8 – Erros RMSE de validação para a função atrito.

Arquitetura	Erro com trajetória polinomial [N]	Erro com trajetória senoidal [N]
<i>Wavelet</i> 3-5-1	6,23	4,55
<i>Wavelet</i> 3-10-1	2,88	2,06
<i>Wavelet</i> 3-30-1	4,2	2,29
Sigmoid 3-5-1	3,22	2,07
Sigmoid 3-10-1	2,35	1,95
Sigmoid 3-30-1	1,27	1,74

Observa-se que as redes sigmoidais saíram-se sempre superiores às redes *wavelet* de respectiva dimensão. Também é perceptível que a rede *wavelet* com 10 neurônios apresentou melhor desempenho do que a com 30 neurônios.

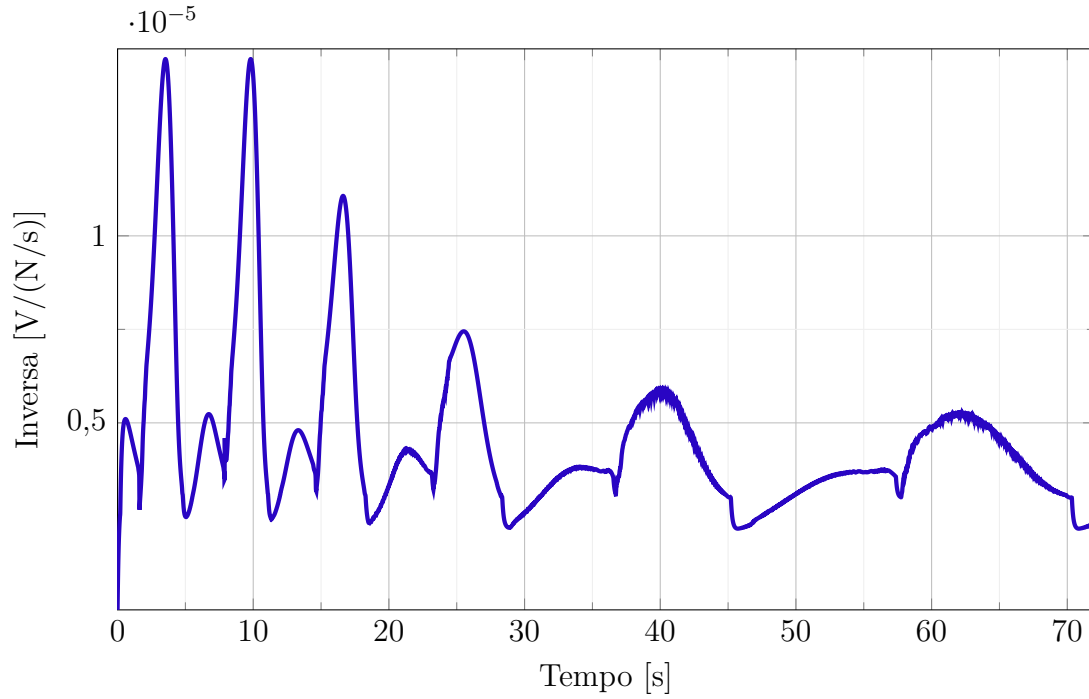
4.2 Rede neural Z (dinâmica inversa da válvula)

Para a rede Z optou-se por dois cenários. No primeiro as redes neurais foram treinadas com 3 entradas: $\dot{y}$, P_1 e P_2 e no segundo cenário utilizou-se e entradas: y ,

$\dot{y}$, P_1 e P_2 , como em BORGES (2017).

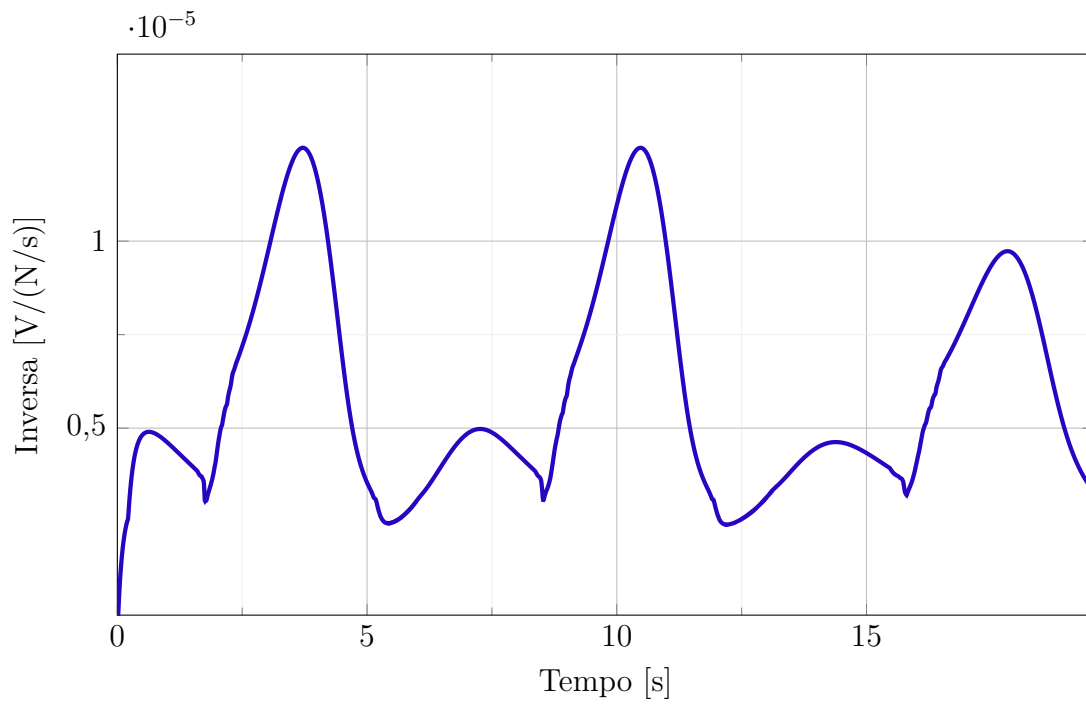
O treinamento da função inversa, também obteve-se, por meio da trajetória inferida, uma função inversa respectiva. A mesma pode ser vista na Figura 25.

Figura 25 – Saída (b^{-1}) da rede a ser aprendida.



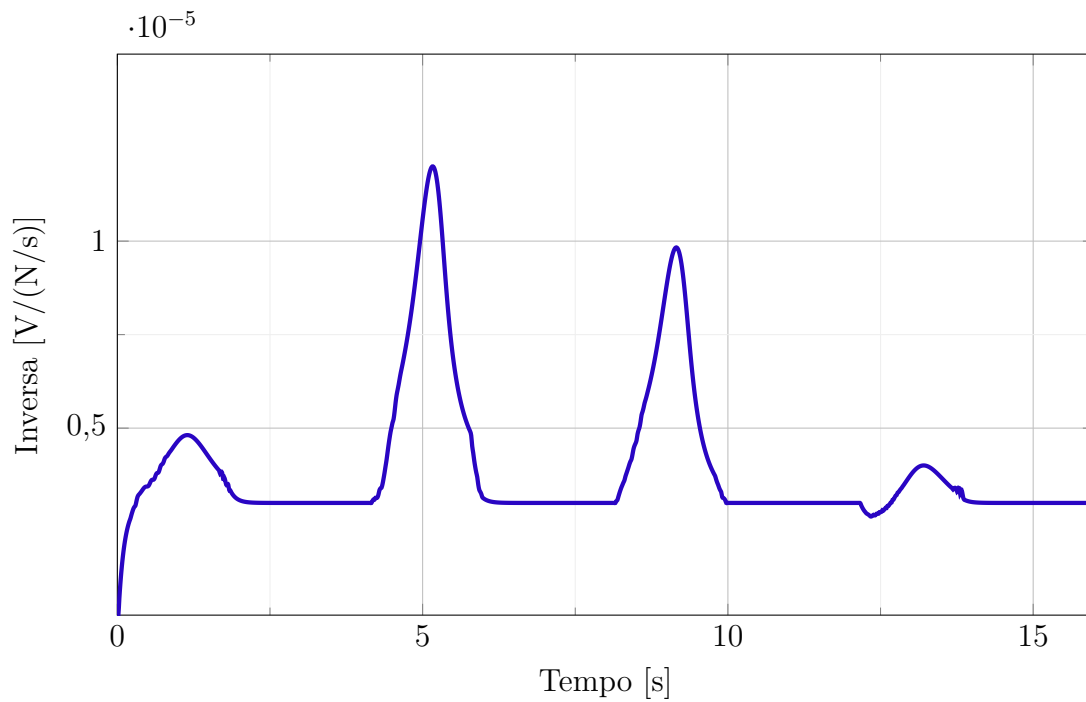
Fonte: o autor.

A Figura 26 mostra a função inversa para ser validada. Sendo essa extraída com a inferência da trajetória senoidal vista anteriormente na Figura 16.

Figura 26 – Saída (b^{-1}) da rede para validação senoidal.

Fonte: o autor.

A Figura 27 mostra a outra função inversa a ser validada. Sendo essa extraída com a inferência da trajetória polinomial vista anteriormente na Figura 17.

Figura 27 – Saída (b^{-1}) da rede para validação polinomial.

Fonte: o autor.

A Figura 28 mostra o erro de treinamento ao longo das épocas para as redes com ativação sigmoideal, possuindo 5, 10 e 30 neurônios na camada escondida e considerando 3 entradas. Enquanto a Figura 29 mostra o erro de treinamento quando considera-se 4 entradas.

Figura 28 – Erro de treinamento para b^{-1} com função de ativação sigmoidal com 3 entradas.

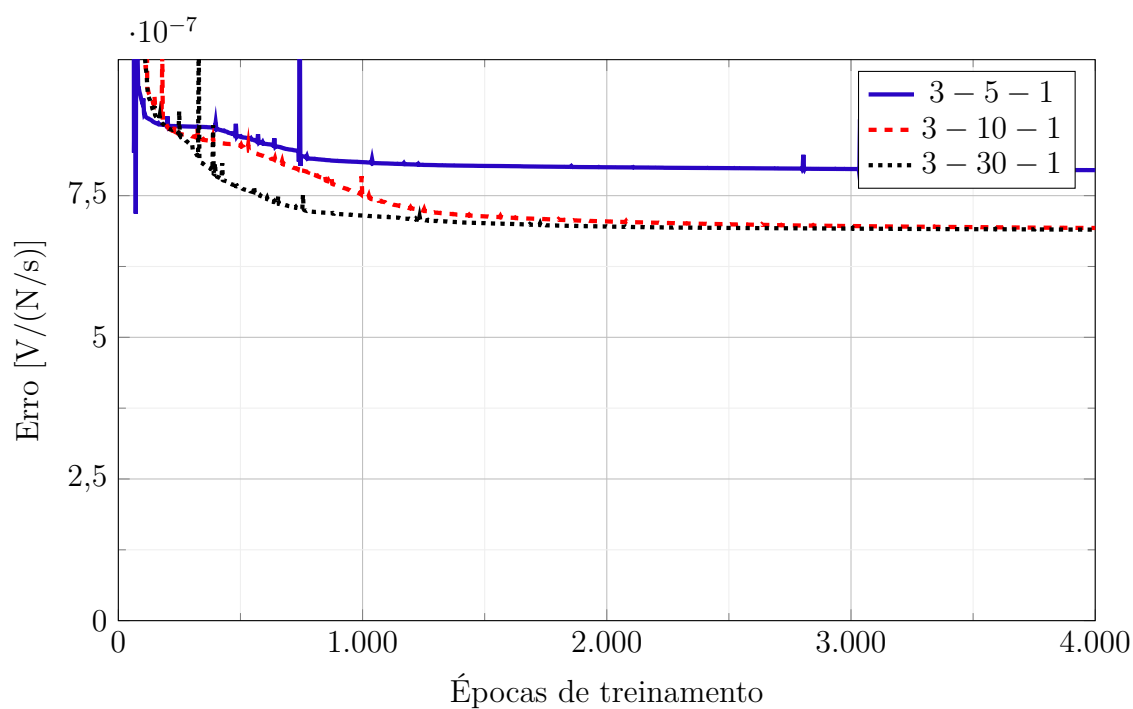
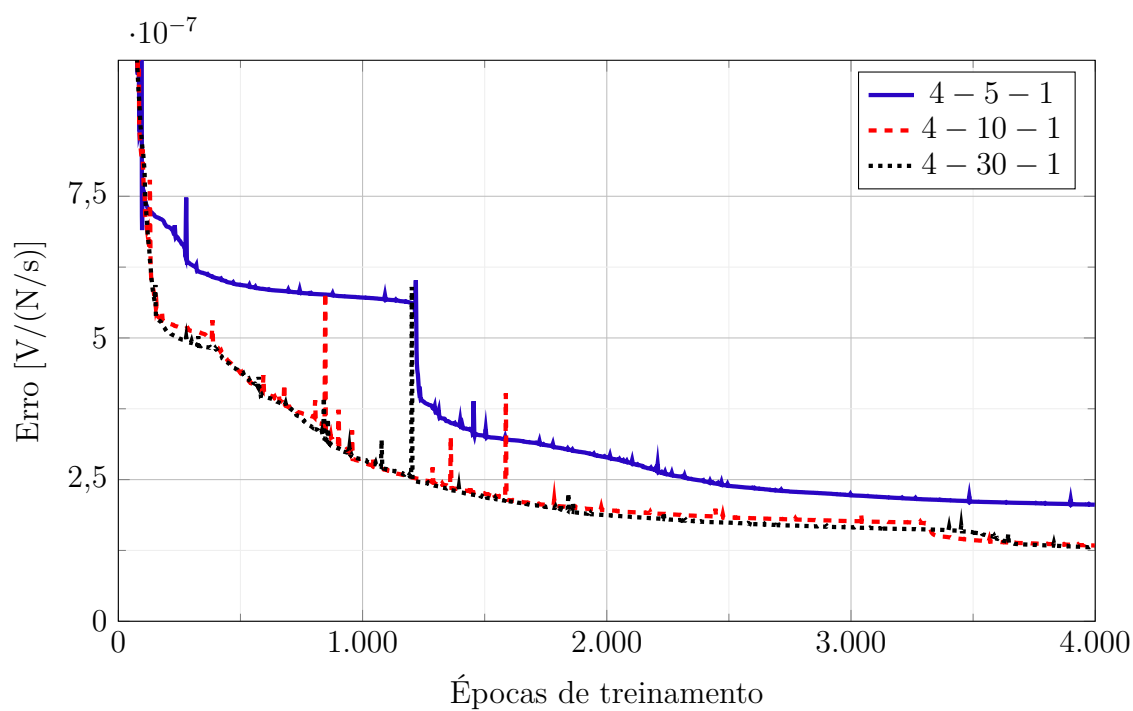
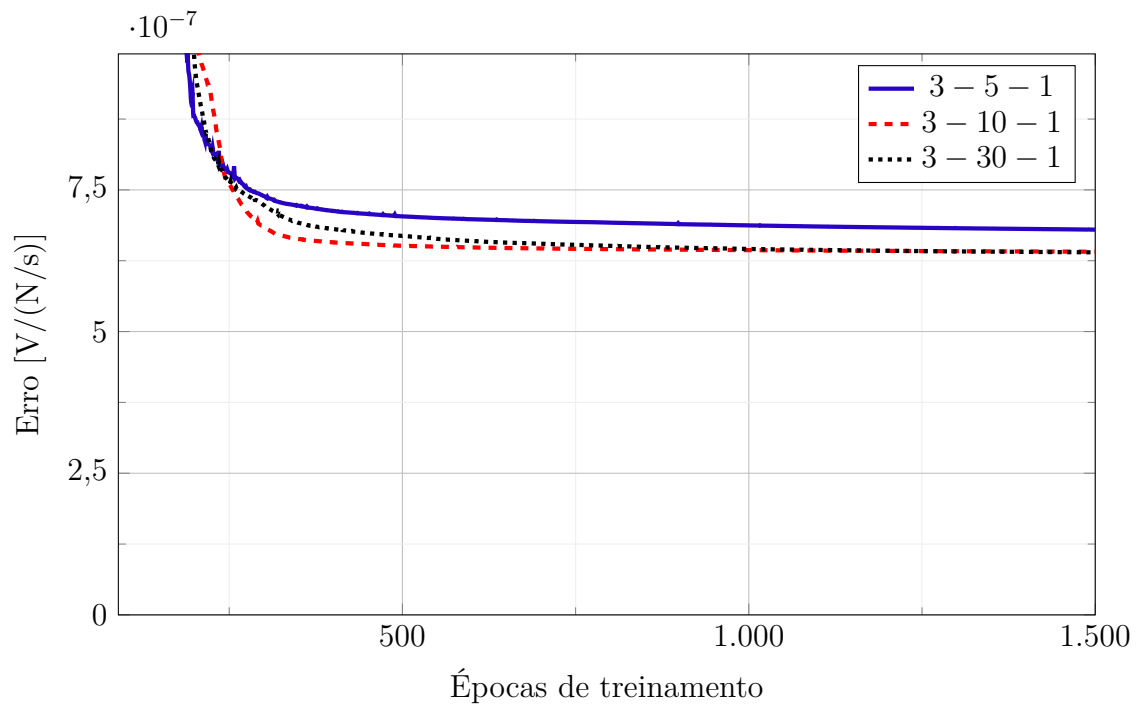


Figura 29 – Erro de treinamento para b^{-1} com função de ativação sigmoidal com 4 entradas.



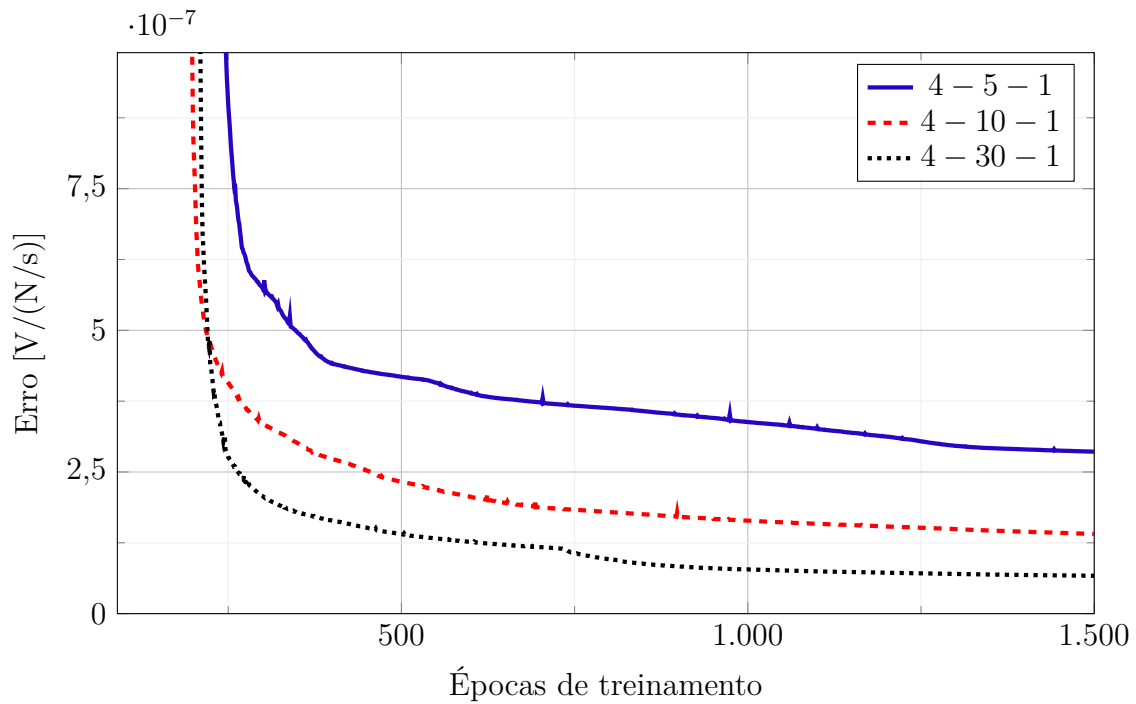
A Figura 30 mostra o erro de treinamento ao longo das épocas para as redes com ativação *wavelet*, possuindo 5, 10 e 30 neurônios na camada escondida e considerando 3 entradas. Enquanto a Figura 31 mostra o erro de treinamento quando considera-se 4 entradas.

Figura 30 – Erro de treinamento para b^{-1} com função de ativação *wavelet* com 3 entradas.



Fonte: o autor.

Figura 31 – Erro de treinamento para b^{-1} com função de ativação *wavelet* com 4 entradas.



Na Tabela 9 são elencados os erros do tipo RMSE do treinamento de todas as redes Z .

Tabela 9 – Erros RMSE no treinamento de Z .

Arquitetura	Erro de treinamento [V/(N/s)]
<i>Wavelet</i> 3-5-1	$6,80 \times 10^{-7}$
<i>Wavelet</i> 3-10-1	$6,41 \times 10^{-7}$
<i>Wavelet</i> 3-30-1	$6,40 \times 10^{-7}$
<i>Wavelet</i> 4-5-1	$2,86 \times 10^{-7}$
<i>Wavelet</i> 4-10-1	$1,41 \times 10^{-7}$
<i>Wavelet</i> 4-30-1	$6,68 \times 10^{-8}$
Sigmoid 3-5-1	$7,95 \times 10^{-7}$
Sigmoid 3-10-1	$6,93 \times 10^{-7}$
Sigmoid 3-30-1	$6,9 \times 10^{-7}$
Sigmoid 4-5-1	$2,06 \times 10^{-7}$
Sigmoid 4-10-1	$1,34 \times 10^{-7}$
Sigmoid 4-30-1	$1,30 \times 10^{-7}$

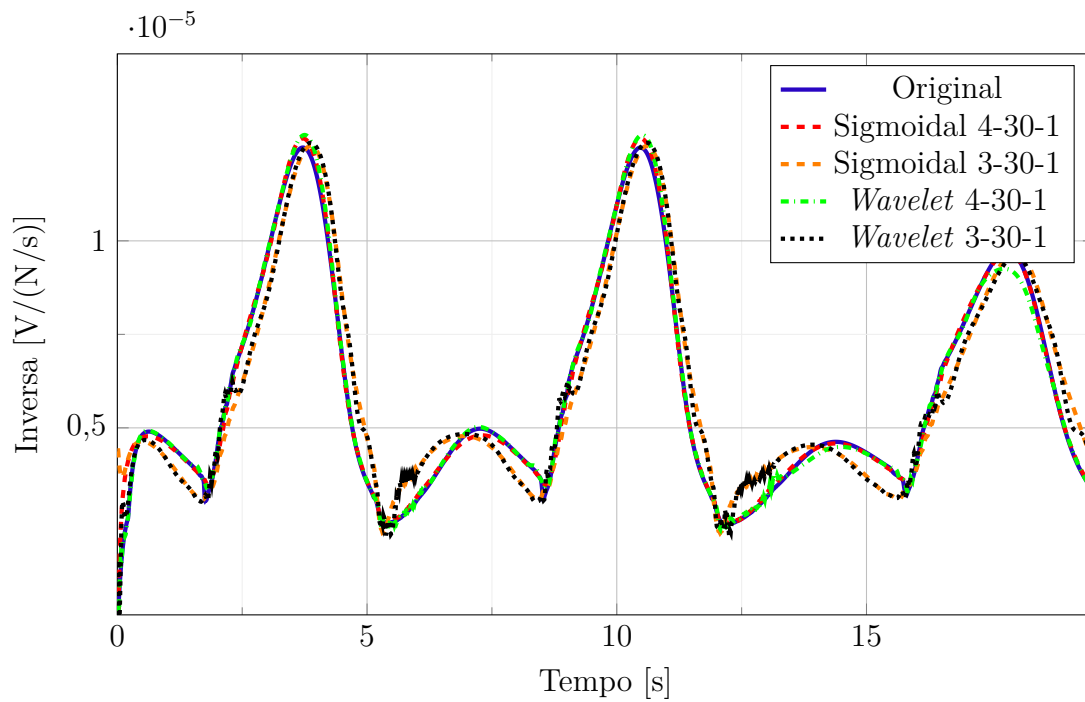
Fonte: o autor.

A maioria das redes *wavelet* apresentou desempenho consideravelmente superior

a sua respectiva sigmoide.

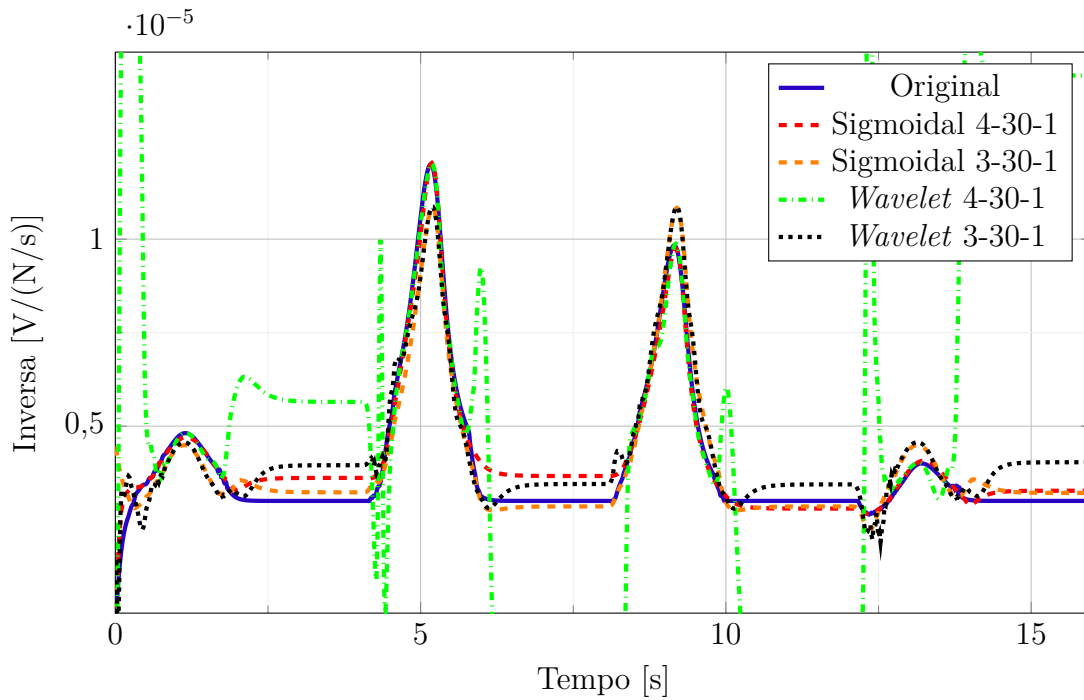
A validação senoidal da inversa para as melhores redes *wavelet* e sigmoide pode ser vista na Figura 32. Enquanto a validação polinomial é vista na Figura 33.

Figura 32 – Validação das redes para a função inversa com trajetória senoidal.



Fonte: o autor.

Figura 33 – Validação das redes para a função inversa com trajetória polinomial.



Fonte: o autor.

A Tabela 10 mostra o erro RMSE de cada validação, para cada uma das redes Z .

Tabela 10 – Erros RMSE de validação para Z .

Arquitetura	Erro com trajetória polinomial [V/(N/s)]	Erro com trajetória senoidal [V/(N/s)]
Sigmoid 3-5-1	$6,31 \times 10^{-7}$	$1,04 \times 10^{-6}$
Sigmoid 3-10-1	$5,31 \times 10^{-7}$	$9,09 \times 10^{-7}$
Sigmoid 3-30-1	$5,27 \times 10^{-7}$	$9,08 \times 10^{-7}$
Sigmoid 4-5-1	$3,5 \times 10^{-7}$	$2,97 \times 10^{-7}$
Sigmoid 4-10-1	$3,72 \times 10^{-7}$	$1,97 \times 10^{-7}$
Sigmoid 4-30-1	$3,95 \times 10^{-7}$	$1,89 \times 10^{-7}$
Wavelet 3-5-1	$5,86 \times 10^{-7}$	$8,87 \times 10^{-7}$
Wavelet 3-10-1	$6,04 \times 10^{-7}$	$8,21 \times 10^{-7}$
Wavelet 3-30-1	$6,63 \times 10^{-7}$	$8,23 \times 10^{-7}$
Wavelet 4-5-1	$1,39 \times 10^{-5}$	$3,80 \times 10^{-7}$
Wavelet 4-10-1	$1,94 \times 10^{-5}$	$1,88 \times 10^{-7}$
Wavelet 4-30-1	$6,90 \times 10^{-6}$	$1,67 \times 10^{-7}$

Observa-se que as redes *wavelet* oferecem melhor desempenho na validação senoidal quando comparadas com suas redes sigmoide respectivas. No entanto as

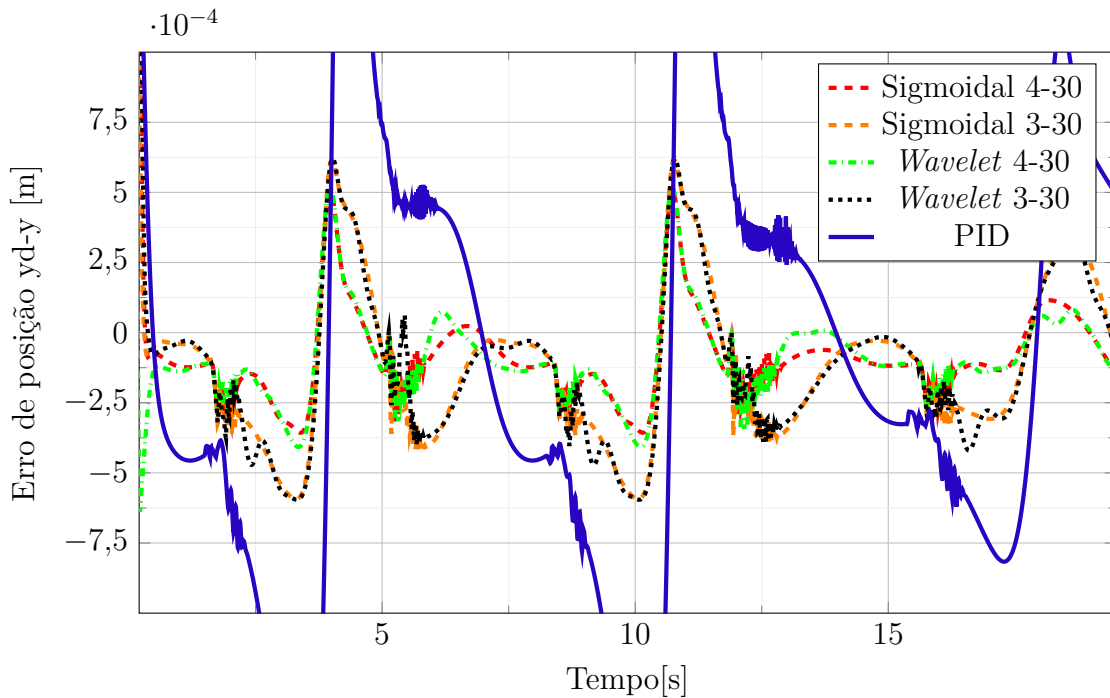
redes *wavelet* com 4 entradas apresentam resultados muito inferiores na validação polinomial. Isso sugere uma menor capacidade de generalização da não linearidade, uma vez que na trajetória de treinamento não existiam momentos de repouso, que são bem explícitos na trajetória de validação polinomial.

4.3 Resultados do controle

Para comparação dos resultados de controle obtidos utilizou-se o controlador em cascata neural de BORGES (2017) com os seguintes ganhos: $K_p = 200$, $K_d = 5000$ e $\lambda = 150$. Para quantizar a efetivação dos resultados, também é utilizado um controlador PID novamente com os mesmos ganhos sintonizados em BORGES (2017), e esses são: $K_P = 420$, $K_D = 2018$ E $K_I = 0,9$.

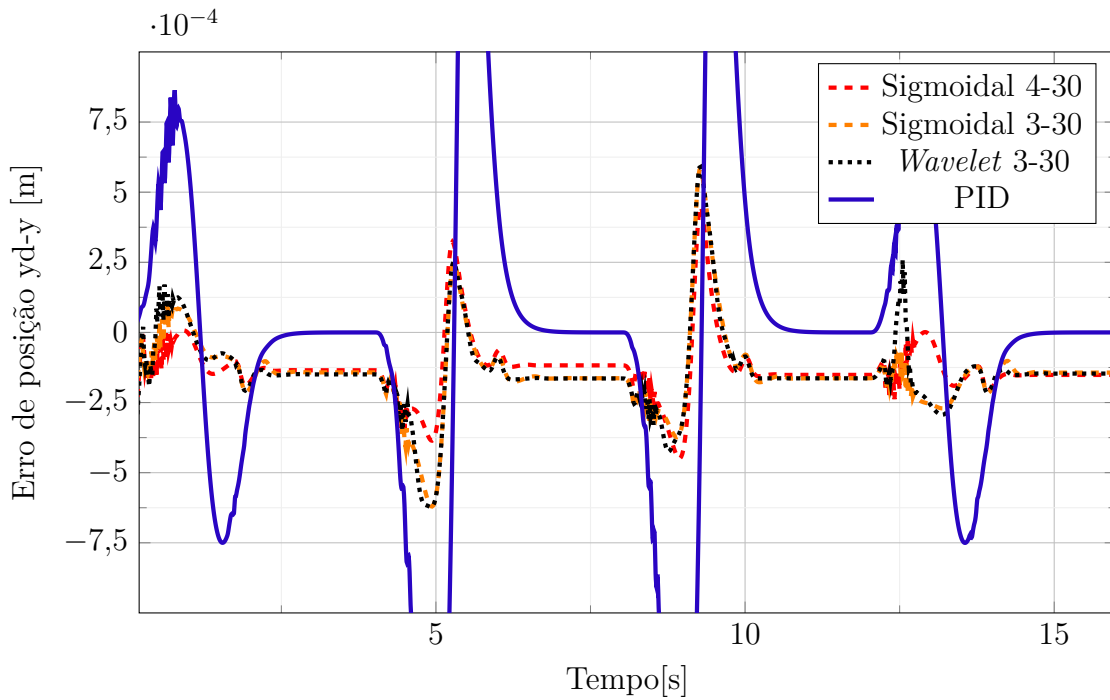
As Figura 34 mostra o erro no controle do atuador hidráulico quando inferida a trajetória senoidal vista anteriormente na Figura 16. Enquanto a Figura 35 mostra o erro quando inferida a trajetória polinomial vista na Figura 17. Em ambas as situações, são comparadas juntamente com o controle em cascata neural, um controlador PID.

Figura 34 – Erro no controle da trajetória senoidal.



Fonte: o autor.

Figura 35 – Erro no controle da trajetória polinomial.



Fonte: o autor.

A tabela 11 apresenta os erros RMSE, para todos os controladores, em ambas as trajetórias. A rede neural *wavelet* com 4 entradas provocou erros de simulação devido sua muito baixa eficiência e portanto o controle do atuador com a mesma não foi capaz de ser simulado.

Tabela 11 – Erros RMSE no controle de trajetória.

Arquitetura		Erro com trajetória polinomial [m]	Erro com trajetória senoidal [m]
PID		$7,61 \times 10^{-4}$	$1,38 \times 10^{-3}$
Z	Ω		
Wavelet 3-30-1	Wavelet 3-30-1	$2,06 \times 10^{-4}$	$3,14 \times 10^{-4}$
Wavelet 4-30-1	Wavelet 3-30-1	—	$1,95 \times 10^{-4}$
Sigmoid 3-30-1	Sigmoid 3-30-1	$2,01 \times 10^{-4}$	$3,13 \times 10^{-4}$
Sigmoid 4-30-1	Sigmoid 3-30-1	$1,78 \times 10^{-4}$	$1,91 \times 10^{-4}$

Fonte: o autor.

Na trajetória senoidal as redes com diferentes funções de ativação apresentaram valores muito semelhantes quando comparadas com suas respectivas. O mesmo

ocorre para a validação polinomial, com exceção da *wavelet* que, como mencionado anteriormente, não foi capaz de ser simulada.

5 Considerações finais

Esta dissertação teve como objetivo comparar a eficácia do uso de redes neurais *wavelets* e sigmoidais na compensação das dinâmicas do atrito e da servoválvula no controle de um atuador hidráulico. Com base nas análises e resultados apresentados nas seções anteriores, conclui-se que as redes *wavelet* podem inclusive ser utilizadas como substitutas das redes sigmoidais tradicionais na representação da dinâmica inversa da válvula em situações onde a maior complexidade justifique uma melhoria na performance.

Embora as redes *wavelet* tenham demonstrado um desempenho superior na reprodução da dinâmica inversa das servoválvulas hidráulica no treinamento e na validação senoidal, elas apresentaram certas limitações. Especificamente, a rede *wavelet* com quatro entradas, representando o inverso da dinâmica da válvula, teve um desempenho muito melhor na validação senoidal, mas pior na validação polinomial, indicando uma menor capacidade de generalização em comparação com as redes sigmoidais. As redes *wavelet* também se mostraram inferiores quando utilizadas para representarem o atrito, apesar de no treinamento terem se mostrado promissoras. Essas limitações podem estar relacionadas ao tamanho das entradas, ao domínio do problema, ao conjunto de treinamento ou à alta não linearidade das redes *wavelet*. Conclui-se portanto que tratando-se de escopos de uso semelhantes ao escopo de treinamento, as redes *wavelet* ofertarão melhor desempenho na representação da dinâmica inversa, enquanto as redes sigmoidais mantêm-se mais eficazes em escopos mais diversos e também na representação do atrito.

Por outro lado, é importante destacar que as redes *wavelet* convergiram mais rapidamente do que as redes sigmoidais, exigindo menos épocas de treinamento. Essa característica pode ser vantajosa em aplicações onde o tempo de treinamento é um fator crítico.

Este trabalho contribui para o avanço do estado da arte no controle de atuadores hidráulicos, demonstrando que as redes neurais baseadas em *wavelets* podem oferecer soluções mais precisas e eficientes em comparação com as redes sigmoidais tradicionais. Espera-se que estas conclusões incentivem a adoção de redes *wavelet* em aplicações industriais, promovendo sistemas de controle mais robustos e confiáveis.

5.1 Perspectiva de continuidade

Apesar dos resultados promissores, a pesquisa foi realizada em condições controladas. Portanto, recomenda-se que futuros estudos explorem a implementação das redes *wavelet* em ambientes industriais reais, testando sua eficácia sob diversas condições operacionais e com diferentes tipos de atuadores.

Adicionalmente, o desenvolvimento de algoritmos de treinamento mais eficientes para redes *wavelet* pode contribuir para uma adoção mais ampla dessa técnica, reduzindo o tempo e os recursos computacionais necessários. A integração de redes *wavelet* com outras técnicas de inteligência artificial e controle adaptativo pode aprimorar ainda mais a precisão e a eficiência dos sistemas hidráulicos. Também recomenda-se a investigação do resultado do controle quando utilizadas redes neurais *wavelet* na representação da dinâmica inversa da servoválvula juntamente do uso de redes sigmoidais para representação do atrito.

Referências

- ALEXANDRIDIS A. K. E ZAPRANI, A. D. Wavelet neural networks: A practical guide. *Elsevier Neural Networks*, v. 147, 2013. Citado na página 47.
- ALI, H. I. et al. A review of pneumatic actuators (modeling and control). *Australian Journal of Basic and Applied Sciences*, Citeseer, v. 3, n. 2, p. 440–454, 2009. Citado 3 vezes nas páginas 19, 24 e 25.
- AMIRANTE, R. et al. Fluid-dynamic design optimization of hydraulic proportional directional valves. *Engineering Optimization*, Taylor & Francis, v. 46, n. 10, p. 1295–1314, 2014. Citado na página 23.
- ANYI, H. et al. Identification and adaptive control for electro-hydraulic servo system using neural networks. In: IEEE. *1997 IEEE International Conference on Intelligent Processing Systems (Cat. No. 97TH8335)*. [S.l.], 1997. v. 1, p. 688–692. Citado na página 32.
- BALASOIU, V.; BORDEASU, I. Electrohydraulic proportional servo valves-electrohydraulic servo distributors. *Hidraulica*, n. 4, 2013. Citado 5 vezes nas páginas 22, 25, 26, 27 e 28.
- BANAKAR, A.; AZEEM, M. F. Artificial wavelet neural network and its application in neuro-fuzzy models. *Applied Soft Computing*, Elsevier, v. 8, n. 4, p. 1463–1485, 2008. Citado na página 44.
- BOES, C. The advantages of new proportional and servo valves with integrated digital electronics. *Moog Technical Paper*, 2003. Citado na página 25.
- BORGES, F. Controle em cascata de um atuador hidráulico utilizando redes neurais. *Tese de Doutorado, UFRGS*, 2017. Citado 8 vezes nas páginas 33, 37, 38, 39, 51, 62, 70 e 83.
- BORGES, F. et al. A neural network-based inversion method of a feedback linearization controller applied to a hydraulic actuator. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 2021. Citado 3 vezes nas páginas 11, 12 e 15.
- CHRISTENSEN, G. et al. The state of hydraulic technology and its electric competitors. *Developments in fluid power control of machinery and manipulators. Cracow: Fluid Power Net Publication*, p. 156–159, 2000. Citado na página 15.
- COELHO, L. dos S.; CUNHA, M. A. B. Adaptive cascade control of a hydraulic actuator with an adaptive dead-zone compensation and optimization based on evolutionary algorithms. *Expert Systems with Applications*, Elsevier, v. 38, n. 10, p. 12262–12269, 2011. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 26.
- CUNHA, M. et al. A fixed cascade controller applied to a hydraulic actuator including the servovalve dynamic. *PTMC, Ed. CR Burrows and KA Edge (University of Bath), Suffolk: Prof. Eng. Publishing*, p. 59–72, 2000. Citado na página 19.

- CUNHA, M. A.; GUENTHER, R. Adaptive cascade control of a hydraulic actuator with an adaptive dead-zone compensation. In: *ABCM Symposium Series in Mechatronics*. [S.l.: s.n.], 2006. v. 2, p. 385–392. Citado 4 vezes nas páginas 12, 16, 19 e 21.
- CUNHA, M. A. et al. Design of cascade controllers for a hydraulic actuator. *International Journal of Fluid Power*, Taylor & Francis, v. 3, n. 2, p. 35–46, 2002. Citado na página 19.
- CUNHA, M. A. B. Controle de cascata de um atuador hidráulico: contribuições teóricas e experimentais. *Tese de Doutorado, UFSC*, 2001. Citado na página 33.
- FAHLMAN, S. E. An empirical study of learning speed in back-propagation networks. 1988. Citado 2 vezes nas páginas 54 e 55.
- FEENY, B. et al. A historical review on dry friction and stick-slip phenomena. 1998. Citado na página 31.
- FENG, H. et al. Identification and compensation of non-linear friction for a electro-hydraulic system. *Mechanism and Machine Theory*, Elsevier, v. 141, p. 1–13, 2019. Citado 2 vezes nas páginas 12 e 16.
- GAMEZ-MONTERO, P. et al. Misalignment effects on the load capacity of a hydraulic cylinder. *International Journal of Mechanical Sciences*, Elsevier, v. 51, n. 2, p. 105–113, 2009. Citado na página 19.
- GARIMELLA, P.; YAO, B. Model based fault detection of an electro-hydraulic cylinder. In: IEEE. *Proceedings of the 2005, American Control Conference, 2005*. [S.l.], 2005. p. 484–489. Citado na página 19.
- GOMES, S. C. P. Modelagem de atritos internos às articulações de robôs manipuladores. *XIII Congresso de Engenharia Mecânica*, Belo Horizonte, MG, 1995. Citado na página 83.
- GUO, C.; SONG, Q.; CAI, W. A neural network assisted cascade control system for air handling unit. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, IEEE, v. 54, n. 1, p. 620–628, 2007. Citado 2 vezes nas páginas 36 e 37.
- HAYKIN, S. *Redes Neurais: princípios e práticas*. [S.l.]: Bookman, 2001. Citado na página 52.
- HE, S.; SEPEHRI, N. Modeling and prediction of hydraulic servo actuators with neural networks. In: IEEE. *Proceedings of the 1999 American Control Conference (Cat. No. 99CH36251)*. [S.l.], 1999. v. 5, p. 3708–3712. Citado 3 vezes nas páginas 11, 12 e 15.
- HIEU, N.; CHUNG, P. Analysis of stability and stick-slip motion of a friction-induced vibrating system with dwell-time effect. *International Journal of Mechanical Sciences*, Elsevier, v. 205, p. 106605, 2021. Citado na página 11.
- HONG, Z.; KAIFANG, D.; TINGQI, L. A online-trained neural network controller for electro-hydraulic servo system. In: IEEE. *Proceedings of the 4th World Congress on Intelligent Control and Automation (Cat. No. 02EX527)*. [S.l.], 2002. v. 4, p. 2983–2986. Citado na página 32.

HUANG, K.-L.; HSIEH, S.-C.; FU, H.-C. Cascade-cmac neural network applications on the color scanner to printer calibration. In: IEEE. *Proceedings of International Conference on Neural Networks (ICNN'97)*. [S.l.], 1997. v. 1, p. 10–15. Citado na página 37.

HUININK, T. The hydraulic cylinder. In: *Proc 2nd Biennial Movable Bridge Symposium, St. Petersburg Beach, Florida*. [S.l.: s.n.], 1987. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 21.

HURTADO-HURTADO, G. et al. Frequency analysis of the railway track under loads caused by the hunting phenomenon. *Mathematics*, MDPI, v. 10, n. 13, p. 2286, 2022. Citado na página 31.

IBRAHIM, R. A. Friction-induced vibration, chatter, squeal, and chaos—part i: mechanics of contact and friction. 1994. Citado na página 32.

JIN, Y. et al. Fault diagnosis of hydraulic seal wear and internal leakage using wavelets and wavelet neural network. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, IEEE, v. 68, n. 4, p. 1026–1034, 2018. Citado 3 vezes nas páginas 12, 13 e 44.

KARGOV, A. et al. Development of a miniaturised hydraulic actuation system for artificial hands. *Sensors and Actuators A: Physical*, Elsevier, v. 141, n. 2, p. 548–557, 2008. Citado na página 17.

KHAN, M. M.; MENDES, A.; CHALUP, S. K. Evolutionary wavelet neural network ensembles for breast cancer and parkinson's disease prediction. *PLoS One*, Public Library of Science San Francisco, CA USA, v. 13, n. 2, p. e0192192, 2018. Citado na página 45.

KNOHL, T.; UNBEHAUEN, H. Adaptive position control of electrohydraulic servo systems using ann. *Mechatronics*, Elsevier, v. 10, n. 1-2, p. 127–143, 2000. Citado na página 32.

KOLLROSS, P. Introduction to flow instability in turbine control valve. In: AIP PUBLISHING. *AIP Conference Proceedings*. [S.l.], 2017. v. 1889, n. 1. Citado na página 23.

KUMAR, M. A survey on electro hydrostatic actuator: Architecture and way ahead. *Materials Today: Proceedings*, Elsevier, v. 45, p. 6057–6063, 2021. Citado na página 11.

LEDERER, J. Activation functions in artificial neural networks: A systematic overview. *arXiv preprint arXiv:2101.09957*, 2021. Citado na página 40.

LI, C. et al. Precision motion control of an independent metering hydraulic system with nonlinear flow modeling and compensation. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, IEEE, v. 69, n. 7, p. 7088–7098, 2021. Citado na página 11.

LI, Y. Mathematical modelling and characteristics of the pilot valve applied to a jet-pipe/deflector-jet servovalve. *Sensors and Actuators A: Physical*, Elsevier, v. 245, p. 150–159, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 29.

- LINSINGEN, I. von. *Fundamentos de sistemas hidráulicos*. [S.l.]: Universidade Federal de Santa Catarina, 2001. Citado na página 34.
- LYU, L.; CHEN, Z.; YAO, B. Development of pump and valves combined hydraulic system for both high tracking precision and high energy efficiency. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, IEEE, v. 66, n. 9, p. 7189–7198, 2018. Citado 2 vezes nas páginas 12 e 16.
- MACHADO, C. L. D. et al. Compensação de atrito em atuadores hidráulicos utilizando redes neurais. Florianópolis, SC, 2003. Citado 3 vezes nas páginas 11, 12 e 15.
- MAGALHÃES A. E CHAGAS, T. P. Predição da velocidade do vento utilizando redes neurais wavelet. *14^o SIMPÓSIO BRASILEIRO DE AUTOMAÇÃO INTELIGENTE*, 2019. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 82.
- MANDALI, A.; DONG, L. Modeling and cascade control of a pneumatic positioning system. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, American Society of Mechanical Engineers, v. 144, n. 6, p. 061004, 2022. Citado na página 11.
- MÁRTON, L.; FODOR, S. Neural network-based friction identification in hydraulic actuators. In: *Proc. 10th Int. Symp. Hung. Researchers Comput. Intell. Inform.* [S.l.: s.n.], 2021. p. 481–491. Citado 3 vezes nas páginas 12, 16 e 22.
- MASTERS, T. *Practical Neural Network Recipes in C++*. [S.l.]: Morgan Kaufmann, 1993. Citado na página 42.
- MENON, A. et al. Characterization of a class of sigmoid functions with applications to neural networks. *Neural networks*, Elsevier, v. 9, n. 5, p. 819–835, 1996. Citado na página 41.
- MERRIT, H. *Hydraulic control systems*. New York: John Wiley and Sons, inc, 1967. Citado na página 32.
- MURARO, I. *Estudo das características comportamentais de válvulas proporcionais e seus efeitos nos posicionadores eletro-hidráulicos*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico, Programa de Pós ..., 2009. Citado 3 vezes nas páginas 30, 31 e 33.
- NJIKAM, A. N. S.; ZHAO, H. A novel activation function for multilayer feed-forward neural networks. *Applied Intelligence*, Springer, v. 45, p. 75–82, 2016. Citado na página 40.
- PATIL, B.; SONDUR, V. Pressure relief valve selection. *International Journal of Innovations in Engineering and Technology*, Citeseer, v. 2, n. 1, p. 40–47, 2013. Citado na página 23.
- PEDLOSKY, J.; PEDLOSKY, J. Friction and viscous flow. *Geophysical Fluid Dynamics*, Springer, p. 179–253, 1987. Citado na página 30.
- PEREIRA, P. *Análise teórico-experimental de controladores para sistemas hidráulicos*. [S.l.]: Tese de Mestrado, UFSC, 2003. Citado 4 vezes nas páginas 11, 12, 15 e 28.

- QU, S. et al. A high-efficient solution for electro-hydraulic actuators with energy regeneration capability. *Energy*, Elsevier, v. 216, p. 119291, 2021. Citado 2 vezes nas páginas 11 e 17.
- QUARANTA, G.; LACARBONARA, W.; MASRI, S. F. A review on computational intelligence for identification of nonlinear dynamical systems. *Nonlinear Dynamics*, Springer, v. 99, n. 2, p. 1709–1761, 2020. Citado na página 40.
- RASAMOELINA, A. D.; ADJAILIA, F.; SINČÁK, P. A review of activation function for artificial neural network. In: IEEE. *2020 IEEE 18th World Symposium on Applied Machine Intelligence and Informatics (SAMI)*. [S.l.], 2020. p. 281–286. Citado na página 40.
- REDEKAR, A.; DEB, D.; OZANA, S. Functionality analysis of electric actuators in renewable energy systems—a review. *Sensors*, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 22, n. 11, p. 4273, 2022. Citado na página 11.
- RUAN, W. et al. Friction compensation control of electromechanical actuator based on neural network adaptive sliding mode. *Sensors*, MDPI, v. 21, n. 4, p. 1508, 2021. Citado na página 31.
- SARKAR, B. K. et al. Approaching servoclass tracking performance by a proportional valve-controlled system. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, IEEE, v. 18, n. 4, p. 1425–1430, 2013. Citado na página 26.
- SCIAVICCO, L.; SICILIANO, B. *Modelling and control of robot manipulators*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2012. Citado na página 15.
- SHI, Z.; LIANG, H.; DINAHAHI, V. Wavelet neural network based multiobjective interval prediction for short-term wind speed. *IEEE Access*, IEEE, v. 6, p. 63352–63365, 2018. Citado na página 13.
- SINGH, J.; BANERJEE, R. A study on single and multi-layer perceptron neural network. In: IEEE. *2019 3rd International Conference on Computing Methodologies and Communication (ICCMC)*. [S.l.], 2019. p. 35–40. Citado na página 40.
- SKF. *Hydraulic Cylinders*. 2024. Accessed: 2024-07-22. Disponível em: <<https://www.skf.com/br/products/industrial-seals/hydraulic-seals/general-technical-information/introduction-to-fluid-power/hydraulic-cylinders>>. Citado na página 21.
- SORLI, M.; FIGLIOLINI, G.; PASTORELLI, S. Dynamic model and experimental investigation of a pneumatic proportional pressure valve. *IEEE/ASME transactions on Mechatronics*, IEEE, v. 9, n. 1, p. 78–86, 2004. Citado na página 16.
- SUN, X. et al. A performance prediction method for a high-precision servo valve supported by digital twin assembly-commissioning. *Machines*, MDPI, v. 10, n. 1, p. 11, 2021. Citado na página 22.
- SUZUMORI, K.; FAUDZI, A. A. Trends in hydraulic actuators and components in legged and tough robots: a review. *Advanced Robotics*, Taylor & Francis, v. 32, n. 9, p. 458–476, 2018. Citado 4 vezes nas páginas 11, 17, 18 e 19.

- TAMBURRANO, P. et al. A review of electro-hydraulic servovalve research and development. *International Journal of Fluid Power*, Taylor & Francis, p. 1–23, 2018. Citado 4 vezes nas páginas 25, 26, 27 e 29.
- VALDIERO, A. C. et al. Controle de robôs hidráulicos com compensação de atrito. Florianópolis, SC, 2005. Citado 5 vezes nas páginas 11, 12, 15, 21 e 33.
- WADA, K. On frictional resistance of fluid of small viscosity. *Journal of Zosen Kiokai*, The Japan Society of Naval Architects and Ocean Engineers, v. 1927, n. 41, p. 103–115, 1927. Citado na página 30.
- WANG, C.-C. et al. Frictional performance of highly viscous fluid in minichannels. *Applied thermal engineering*, Elsevier, v. 24, n. 14-15, p. 2243–2250, 2004. Citado na página 30.
- XIA, J.; DURFEE, W. K. Analysis of small-scale hydraulic actuation systems. *Journal of mechanical design*, American Society of Mechanical Engineers, v. 135, n. 9, p. 091001, 2013. Citado na página 16.
- XIE, D. et al. Actuators and sensors for application in agricultural robots: A review. *Machines*, MDPI, v. 10, n. 10, p. 913, 2022. Citado na página 17.
- YAO, Z.; YAO, J.; SUN, W. Adaptive rise control of hydraulic systems with multilayer neural-networks. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, IEEE, v. 66, n. 11, p. 8638–8647, 2018. Citado na página 12.
- YU, B. et al. Design, mathematical modeling and force control for electro-hydraulic servo system with pump-valve compound drive. *IEEE Access*, IEEE, v. 8, p. 171988–172005, 2020. Citado 6 vezes nas páginas 12, 16, 22, 23, 24 e 25.
- ZHANG Q E BENVENISTE, A. Wavelet networks. *IEE Transactions on neural networks*, v. 3, 1992. Citado na página 49.
- ZHU, Y. et al. High-precision trajectory tracking control for space manipulator with neutral uncertainty and deadzone nonlinearity. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, IEEE, v. 27, n. 5, p. 2254–2262, 2018. Citado na página 11.
- ŽILKOVÁ, J.; TIMKO, J.; GIROVSKÝ, P. Nonlinear system control using neural networks. *Acta Polytechnica Hungarica*, Citeseer, v. 3, n. 4, p. 85–94, 2006. Citado na página 37.

APÊNDICE A – Algoritmo quickpropagation utilizado

Algorithm 1 Algoritmo de atualização para todo peso W_i

```

if  $\Delta W_{i-1} > 0$  then
  if  $\frac{\partial E}{\partial W_i} > 0$  then
    
$$\Delta W_i = \eta \cdot \frac{\partial E}{\partial W_i}$$

  end if
  if  $\frac{\partial E}{\partial W_i} > \frac{\mu}{1 + \mu} \cdot \frac{\partial E}{\partial W_{i-1}}$  then
    
$$\Delta W_i = \Delta W_i + \mu \cdot \Delta W_{i-1}$$

  else
    
$$\Delta W_i = \Delta W_i + \frac{\frac{\partial E}{\partial W_i}}{\frac{\partial E}{\partial W_{i-1}} - \frac{\partial E}{\partial W_i}} \Delta W_{i-1}$$

  end if
else if  $\Delta W_{i-1} < 0$  then
  if  $\Delta W_{i-1} < 0$  then
    
$$\Delta W_i = \eta \cdot \frac{\partial E}{\partial W_i}$$

  end if
  if  $\frac{\partial E}{\partial W_i} < \frac{\mu}{1 + \mu} \cdot \frac{\partial E}{\partial W_{i-1}}$  then
    
$$\Delta W_i = \Delta W_i + \mu \cdot \Delta W_{i-1}$$

  else
    
$$\Delta W_i = \Delta W_i + \frac{\frac{\partial E}{\partial W_i}}{\frac{\partial E}{\partial W_{i-1}} - \frac{\partial E}{\partial W_i}} \Delta W_{i-1}$$

  end if
else
  
$$\Delta W_i = \eta \cdot \frac{\partial E}{\partial W_i}$$

end if

$$W_i = W_i + \Delta W_i$$


```

APÊNDICE B – Definição dos gradientes

Figura 36 – Equações dos gradientes

$$\nabla L[\beta_{s(k)}]^{(i_t)} = -\frac{1}{n \cdot u} \sum_{p=1}^n E_{(p,k)} \cdot \zeta'_{s(p,k)}$$

$$\nabla L[W_{s(k,g)}]^{(i_t)} = -\frac{1}{n \cdot u} \sum_{p=1}^n E_{(p,k)} \cdot \zeta'_{s(p,k)} \cdot \Psi_{(p,g)}$$

$$\begin{aligned} \nabla L[b_{(i,g)}]^{(i_t)} = & \frac{1}{n \cdot u} \sum_{p=1}^n \sum_{k=1}^f E_{(p,k)} \cdot \zeta'_{s(p,k)} \cdot \frac{W_{s(k,g)}}{a_{(i,g)}} \\ & \cdot \psi_{(1,g,p)} \cdot \dots \cdot \psi'_{(i,g,p)} \cdot \dots \cdot \psi_{(m,g,p)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \nabla L[a_{(i,g)}]^{(i_t)} = & \frac{1}{n \cdot u} \sum_{p=1}^n \sum_{k=1}^f E_{(p,k)} \cdot \zeta'_{s(p,k)} \cdot z_{(i,g,p)} \\ & \cdot \frac{W_{s(k,j)}}{a_{(i,g)}} \cdot \psi_{(1,g,p)} \cdot \dots \cdot \psi'_{(i,g,p)} \cdot \dots \cdot \psi_{(m,g,p)} \end{aligned}$$

Fonte: (MAGALHÃES A. E CHAGAS e Chagas, 2019).

APÊNDICE C – Parâmetros do modelo

Figura 37 – Parâmetros do modelo

Parâmetro	Valor
V_{I0}	$12,446 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$
V_{20}	$9,9060 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$
$y_0 = 0$	0,1 m (pistão centralizado)
$K_{VA}; K_{VB}$	$\sqrt{2} \cdot 15,11 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3 / (\text{sV}\sqrt{\text{Pa}})$
C_{I1}	$1,7598 \cdot 10^{-11} (\text{m}^3/\text{s})/\text{Pa}$
C_{I2}	$2,2985 \cdot 10^{-11} (\text{m}^3/\text{s})/\text{Pa}$
C_{I3}	$2,7833 \cdot 10^{-11} (\text{m}^3/\text{s})/\text{Pa}$
C_{I4}	$2,7833 \cdot 10^{-11} (\text{m}^3/\text{s})/\text{Pa}$
M	14,54 kg
A_1	$4,91 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$
A_2	$2,37 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$
β	$1,0 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$
P_s	5 MPa

Fonte: (BORGES, 2017).

Abaixo estão as equações polinomiais utilizadas para implementar o modelo de GOMES (1995).

$$F_A' = c_6 \dot{y}^6 + c_5 \dot{y}^5 + c_4 \dot{y}^4 + c_3 \dot{y}^3 + c_2 \dot{y}^2 + c_1 \dot{y} + c_0 \quad ; \quad \dot{y} > 0,$$

$$F_A' = d_5 \dot{y}^5 + d_4 \dot{y}^4 + d_3 \dot{y}^3 + d_2 \dot{y}^2 + d_1 \dot{y} + d_0 \quad ; \quad \dot{y} < 0,$$

$$\begin{aligned} \mathbf{c}^T &= [3616055991,90211 \quad -1259149259,42947 \quad 171035516,506081 \\ &\quad -1509039,8703813 \quad 424512,463097214 \quad -6778,25791735762 \quad 166,069950482143]^T, \\ \mathbf{d}^T &= [-338186182,095526 \quad -65714639,6349697 \quad -4701264,37738616 \quad -194099,979524457 \\ &\quad -2677,58352606057 \quad -113,147119937170]^T. \end{aligned}$$