MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL

OTIMIZAÇÃO GEOMÉTRICA DE CAVIDADES RESFRIADORAS ATRAVÉS DA APLICAÇÃO DA TEORIA CONSTRUTAL E INTELIGÊNCIA COMPUTACIONAL

Por

Gill Velleda Gonzales

Tese para obtenção do Título de
Doutor em Modelagem Computacional

Orientador: Prof. Dr. Elizaldo Domingues dos Santos
Coorientador: Prof. Dr. Antônio José da Silva Neto

Rio Grande, Dezembro, 2020.

Gill Velleda Gonzales

"OTIMIZAÇÃO GEOMÉTRICA DE CAVIDADES RESFRIADORAS ATRAVÉS DA APLICAÇÃO DA TEORIA CONSTRUTAL E INTELIGÊNCIA COMPUTACIONAL"

Tese apresentada ao Programa de Pós Graduação em Modelagem Computacional da Universidade Federal do Rio Grande - FURG, como requisito parcial para obtenção do Grau de Doutor. Área concentração: Modelagem Computacional.

Aprovado em

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Elizaldo Domingues dos Santos

Orientador – FURG

Prof. Dr. Antônio José da Silva Neto

Coorientador - UERJ

Prof. Dr. Luiz Alberto Oliveira Rocha

UNISINOS

Prof. Dr. Gustavo Mendes Platt

FURG

Prof. Dr. Emanuel da Silva Diaz Estrada

FURG

Rio Grande - RS
2020

Ficha Catalográfica

G643o Gonzales, Gill Velleda.
Otimização geométrica de cavidades resfriadoras através da aplicação da teoria construtal e inteligência computacional / Gill Velleda Gonzales. – 2020.
183 f.

Tese (doutorado) – Universidade Federal do Rio Grande – FURG, Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional, Rio Grande/RS, 2020.
Orientador: Dr. Elizaldo Domingues dos Santos.
Coorientador: Dr. Antônio José da Silva Neto.

1. Design Construtal 2. Inteligência Computacional 3. Transferência de Calor I. Santos, Elizaldo Domingues dos II. Silva Neto, Antônio José da III. Título.

CDU 004.8

Catalogação na Fonte: Bibliotecário José Paulo dos Santos CRB 10/2344

Dedico este trabalho aos meus Pais:
Vera Lúcia Reis Velleda
Enio Gill Gonzales

"Ensino porque busco, porque indaguei, porque indago e me indago. Pesquiso para constatar, constatando, intervenho, intervindo educo e me educo."
Paulo Freire

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus pelas oportunidades que a vida me oferece e por ter plenas condições de aproveitá-las.

Agradeço a minha família pelo apoio incondicional e principalmente a minha Mãe, Vera Lúcia, pelos seus ensinamentos inspiradores que me incentivam na constante busca pelo conhecimento.

Sou extremamente grato aos professores Elizaldo Domingues dos Santos e Antônio José da Silva Neto, pelas orientações assertivas que iluminaram o caminho ao longo deste trabalho.

Agradeço ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional por ter oportunizado experiências e troca de conhecimentos entre colegas e demais professores do programa. Assim como, sou grato ao Professor Jeferson Avila Souza pelo apoio e atenção essenciais à realização deste trabalho com a infraestrutura disponibilizada e acesso aos laboratórios e computadores do LABSIN.

Agradeço ao Instituto Federal Sul-rio-grandense (IFSul) pela licença para me dedicar a finalização deste trabalho. Agradeço também pelo apoio de colegas de trabalho e chefias, quando não foi possível o meu total afastamento das atividades na Instituição. No entanto, com a compreensão destes colegas, a flexibilização e organização de meus horários de trabalho viabilizaram a realização do doutoramento.

Agradeço aos membros da banca, Professores Emanuel da Silva Diaz Estrada, Gustavo Mendes Platt e Luiz Alberto Oliveira Rocha pelas valiosas sugestões, desde da qualificação até a defesa, que contribuíram para a melhoria do trabalho final.

Agradeço a todos aqueles que de alguma forma, direta ou indiretamente, contribuíram para a concretização desta importante etapa na minha vida.

Muito Obrigado!

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO....16
1.1. Estado da Arte....19
1.2. Justificativa....23
1.3. Hipótese Científica....23
1.4. Objetivos....23
1.4.1. Objetivos Específicos....23
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA....25
2.1. Fundamentos da Teoria Construtal....25
2.1.1. Teoria Construtal Aplicada em Transferência de Calor....25
2.2. Fundamentos de Inteligência Computacional....28
2.2.1. Recozimento Simulado....29
2.2.2. Evolução Diferencial....32
2.3. Fundamentos de Análise Estatística....37
2.3.1. Identificação da distribuição pelo teste de Shapiro-Wilk....39
2.3.2. Teste Não-paramétrico de Kruskal-Wallis....40
2.3.3. Comparações Múltiplas pelo teste de Dunn....42
3. MODELO MATEMÁTICO E NUMÉRICO....44
3.1. Modelagem Matemática da Cavidade Duplo-T....44
3.2. Modelagem Matemática da Cavidade Duplo-Y....47
3.3. Solução Numérica da Cavidade Duplo-T e Duplo-Y....50
4. METODOLOGIA....52
4.1. Otimização Aplicada à Cavidade Duplo-T....52
4.1.1. Design Construtal Aplicado à Cavidade Duplo-T....52
4.1.2. Otimização Geométrica da Cavidade Duplo-T através do Algoritmo de Evolução Diferencial e Recozimento Simulado....55
4.1.3. Reprodução de Efeito dos Graus de Liberdade sobre a Geometria Ótima da Cavidade Duplo-T através dos Algoritmos de Evolução Diferencial e Recozimento Simulado....57
4.1.4. Análise de Diferentes Parâmetros do Algoritmo de Evolução Diferencial na Avaliação Geométrica da Cavidade Duplo-T....58
4.2. Otimização Aplicada à Cavidade Duplo-Y....59
4.2.1. Design Construtal Aplicado à Cavidade Duplo-Y....61
4.2.2. Otimização de Um Grau de Liberdade....64

4.2.3. Otimização de Dois Graus de Liberdade....66
4.2.4. Otimização de Três Graus de Liberdade....71
4.2.5. Otimização de Quatro Graus de Liberdade....73
4.2.6. Otimização de Cinco e Seis Graus de Liberdade....75
4.2.7. Otimização Completa e Avaliação da Restrição φ_c....77
5. RESULTADOS....81
5.1. Análise de Metodologias de Otimização Aplicadas à Cavidade Duplo-T....81
5.1.1. Comparação entre os Algoritmos de Evolução Diferencial e Recozimento Simulado para a Otimização da Cavidade Duplo-T....81
5.1.2. Comparação das Curvas de Efeito Geradas pelos Algoritmos de Evolução Diferencial e Recozimento Simulado....85
5.1.3. Avaliação de Diferentes Versões do Algoritmo de Evolução Diferencial....93
5.2. Resultados da Otimização da Cavidade Duplo-Y....98
5.2.1. Otimização de Um Grau de Liberdade....99
5.2.2. Otimização de Dois Graus de Liberdade....104
5.2.3. Otimização de Três Graus de Liberdade....118
5.2.4. Otimização de Quatro Graus de Liberdade....126
5.2.5. Otimização de Cinco e Seis Graus de Liberdade....133
5.2.6. Otimização de Sete Graus de Liberdade....139
5.2.7. Avaliação das Restrições....147
5.2.8. Comparações com Cavidades Estudadas na Literatura....154
6. CONCLUSÕES E DESDOBRAMENTOS....155
6.1. Conclusões....155
6.2. Propostas de Continuidade....160
7. Referências....163
APÊNDICE 1 – FLUXOGRAMA DO ALGORITMO DE RECOZIMENTO SIMULADO....167
APÊNDICE 2 – FLUXOGRAMA DO ALGORITMO DE EVOLUÇÃO DIFERENCIAL....168
APÊNDICE 3 – EQUAÇÕES PARA A GEOMETRIA DA CAVIDADE DUPLO-Y....169
APÊNDICE 4 – CÓDIGO DA FUNÇÃO OBJETIVO....170
APÊNDICE 5 – GEOMETRIAS DUPLO-Y....173
APÊNDICE 6 – TRABALHOS PUBLICADOS OU SUBMETIDOS....174

Lista de Figuras

Figura 2.1: Fluxograma com etapas da aplicação do método de Design Construtal.....27

Figura 2.2: Diagrama relacionando a área de IC com a IA e Otimização (OT) (Fonte: Silva Neto et al., 2016).....29

Figura 2.3: Processo de criação do vetor mutante no algoritmo de Evolução Diferencial, onde o vetor diferencial $F\times(x_{r2,g} - x_{r3,g})$ é somado ao vetor alvo $x_{r1,g}$ (Adaptado de Silva Neto et al. (2016)) 33

Figura 2.4: Operador de cruzamento do algoritmo ED (Adaptado de Storn e Price (1997)).....36

Figura 2.5: Fluxograma de aplicação de testes estatísticos.....39

Figura 3.1: Domínio da cavidade em forma de Duplo-T.....44

Figura 3.2: Domínio da cavidade em forma de Duplo-Y.....47

Figura 4.1: Fluxograma da otimização completa da cavidade Duplo-T.....54

Figura 4.2: Esquema de dependência entre graus de liberdade da cavidade Duplo-Y.....62

Figura 4.3: Esquema de otimização da cavidade Duplo-Y.....63

Figura 4.4: Limite superior da geometria L_s e projeção P_2 do braço superior no eixo y.....68

Figura 4.5: Representação das restrições geométricas L_{sup} e L_{inf}.....79

Figura 5.1: Comparação entre as diferentes versões dos algoritmos ED e RS:.....83

Figura 5.2: Teste de Kruskal-Wallis aplicado as melhores versões dos algoritmos ED e RS.....84

Figura 5.3: Comparação entre as geometrias encontradas pelos algoritmos ED1 e RS_E:.....85

Figura 5.4: Efeito de H_0/L_0 sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{3m}$ obtido por diferentes versões dos algoritmos ED e RS.…86

Figura 5.5: Efeito de H_0/L_0 sobre $(H_2/L_2)_o$ reproduzido por diferentes versões dos algoritmos ED e RS.....87

Figura 5.6: Efeito de H_0/L_0 sobre $(H_1/L_1)_{2o}$ obtido por diferentes versões dos algoritmos ED e RS.. 88

Figura 5.7: Efeito de H_0/L_0 sobre $(S_1/H_0)_{3o}$ obtido por diferentes versões dos algoritmos ED e RS.. 89

Figura 5.8: Efeito de H/L sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{4m}$ obtido por diferentes versões dos algoritmos ED e RS. a) Efeitos gerados pelas versões do algoritmo ED; b) Efeitos gerados pelas versões do algoritmo RS. 90

Figura 5.9: Efeito de H/L sobre $(H_2/L_2)_{2o}$ obtido por diferentes versões dos algoritmos ED e RS. a) Efeitos gerados pelas versões do algoritmo ED; b) Efeitos gerados pelas versões do algoritmo RS. 91

Figura 5.10: Efeito de H/L sobre $(H_1/L_1)_{3o}$ obtido por diferentes versões dos algoritmos ED e RS. a) Efeitos gerados pelas versões do algoritmo ED; b) Efeitos gerados pelas versões do algoritmo RS. 92

Figura 5.11: Efeito de H/L sobre $(S_1/H_0)_{4o}$ obtido por diferentes versões dos algoritmos ED e RS. a) Efeitos gerados pelas versões do algoritmo ED; b) Efeitos gerados pelas versões do algoritmo RS. 93

Figura 5.12: Média e desvio padrão do efeito de H/L sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{4m}$ registrados por diferentes versões do algoritmo ED com diferentes combinações de *NP* e *NG*: a) ED1 b) ED2 c) ED3 d) ED4.....95

Figura 5.13: Média e desvio padrão do efeito de H/L sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{4m}$ para $H/L \leq 0{,}5$, registrados por diferentes versões do algoritmo ED com diferentes combinações de *NP* e *NG*: a) $NP = 5$, $NG = 10$ b) $NP = 10$, $NG = 10$ c) $NP = 10$, $NG = 15$ d) $NP = 15$, $NG = 20$.....96

Figura 5.14: Média e desvio padrão do efeito de H/L sobre a geometria ótima, registrados por diferentes versões do algoritmo ED com limite de 150 iterações: a) Efeito de H/L sobre $(H_0/L_0)_o$, b) Efeito de H/L sobre $(H_2/L_2)_{2o}$, c) Efeito de H/L sobre $(H_1/L_1)_{3o}$, d) Efeito de H/L sobre $(S_1/H_0)_{4o}$.....97

Figura 5.15: Resultado da comparação múltipla pelo teste de Dunn para um conjunto reduzido de algoritmos.....101

Figura 5.16: Resultados da comparação múltipla pelo teste de Dunn para todas as versões do algoritmo ED.....102

Figura 5.17: Reprodução do efeito dos ângulos α e β em $(\tilde{\theta}_{max})_m$ pelos métodos BE e ED.....103

Figura 5.18: Comparação entre geometrias não otimizadas e geometria uma vez otimizada.....103

Figura 5.19: Efeito de α sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{2m}$ e respectivas geometrias registrados pelo método BE.....105

Figura 5.20: Resultado da comparação múltipla pelo teste de Dunn para algoritmos com $NP = 20$. 107

Figura 5.21: Resultado da comparação múltipla pelo teste de Dunn para todas as versões do algoritmo ED com $NP = 20$.....108

Figura 5.22: Resultado da comparação múltipla pelo teste de Dunn para o conjunto reduzido de algoritmos com $NP = 30$.....110

Figura 5.23: Resultado da comparação múltipla pelo teste de Dunn para todas as versões do algoritmo ED com $NP = 30$.....111

Figura 5.24: Exploração do espaço de busca e convergência das versões do algoritmo ED com $F = 1$ e $CR = 0{,}9$, EDx4. a) Convergência para $(\beta)_{2o}$; b) Convergência para $(\tilde{\theta}_{max})_{2m;}$.....112

Figura 5.25: Comparação entre o efeito do grau de liberdade pelo método BE e a exploração do espaço de busca pelas versões do algoritmo ED.....113

Figura 5.26: Comparação dos efeitos de α sobre $(\beta)_o$ e $(\tilde{\theta}_{max})_m$ reproduzidos por BE e ED2.....114

Figura 5.27: Efeito de α sobre $(\beta)_o$ e $(\tilde{\theta}_{max})_m$ reproduzido pelo método ED2.....115

Figura 5.28: Geometrias ótimas para o efeito de α sobre $(\beta)_o$ e $(\tilde{\theta}_{max})_m$:.....116

Figura 5.29: Efeito de β sobre $(\alpha)_o$ e $(\tilde{\theta}_{max})_m$ reproduzido pelo método ED2.....117

Figura 5.30: Geometrias ótimas para o efeito de β sobre $(\alpha)_o$ e $(\tilde{\theta}_{max})_m$:.....118

Figura 5.31: Resultado da classificação pelo Teste de Dunn:.....120

Figura 5.32: Exploração do espaço de busca pelas versões do algoritmo ED.....121

Figura 5.33: Efeito de S_1/H_0 para $(\alpha, \beta) \geq 0$, reproduzido pelo método ED1: a) Efeito sobre $(\alpha)_o$ e $(\beta)_{2o}$; b) Efeito sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{2m}$.....123

Figura 5.34: Geometrias ótimas para o efeito de S_1/H_0 com $(\alpha,\beta) \geq 0$:.....123

Figura 5.35: Comparação do efeito de S_1/H_0 sobre $(\alpha)_o$ e $(\beta)_{2o}$ reproduzido pelos métodos BE e ED1. 124

Figura 5.36: Comparação do efeito de S_1/H_0 sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{2m}$ reproduzido pelos métodos BE e ED1. 125

Figura 5.37: Geometrias ótimas para efeito de S_1/H_0 sobre $(\alpha)_o$ e $(\beta)_{2o}$ com ângulos negativos:.....126

Figura 5.38: Efeito de H_0/L_0 sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{3m}$.....129

Figura 5.39: Efeito de H_0/L_0 sobre $(S_1/H_0)_o$.....129

Figura 5.40: Efeito de H_0/L_0 sobre $(\alpha)_{2o}$.....130

Figura 5.41: Efeito de H_0/L_0 sobre $(\beta)_{3o}$.....131

Figura 5.42: Geometrias ótimas para o efeito de H_0/L_0 sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{3m}$:.....132

Figura 5.43: Efeito de H_0/L_0 para quatro graus de liberdade:.....135

Figura 5.44: Comparação do efeito de H_0/L_0 para seis graus de liberdade:.....137

Figura 5.45: Geometria ótima para seis graus de liberdade:.....138

Figura 5.46: Comparação do efeito de H/L sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{6m}$ entre versões do algoritmo ED.....140

Figura 5.47: Efeito de H/L sobre $(H_0/L_0)_o$, $(S_1/H_0)_{2o}$, $(H_1/L_1)_{5o}$ e $(H_2/L_2)_{6o}$.....142

Figura 5.48: Efeito de H/L sobre $(\alpha)_{3o}$ e $(\beta)_{4o}$.....143

Figura 5.49: Efeito de H/L sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{6m}$.....144

Figura 5.50: Geometrias ótimas para H/L <1:.....145

Figura 5.51: Geometrias ótimas para H/L > 1:.....146

Figura 5.52: Efeito de H/L sobre $(H_0/L_0)_o$ e $(S_1/H_0)_{2o}$ para diferentes restrições φ_c: a) Efeito sobre $(H_0/L_0)_o$; b) Efeito sobre $(S_1/H_0)_{2o}$.....147

Figura 5.53: Efeito de H/L sobre $(\alpha)_{3o}$ e $(\beta)_{4o}$ para diferentes restrições φ_c: a) Efeito sobre $(\alpha)_{3o}$; b)Efeito sobre $(\beta)_{4o}$.....148

Figura 5.54: Efeito de H/L sobre $(H_1/L_1)_{5o}$ e $(H_2/L_2)_{6o}$ para diferentes restrições φ_c: a) Efeito sobre $(H_1/L_1)_{5o}$; b) Efeito sobre $(H_2/L_2)_{6o}$.....149

Figura 5.55: Efeito de H/L sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{6m}$ para diferentes restrições de φ_c.....150

Figura 5.56: Efeito de φ_c sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{7m}$, $(H/L)_o$, $(H_0/L_0)_{2o}$, $(S_1/H_0)_{3o}$, $(H_1/L_1)_{6o}$ e $(H_2/L_2)_{7o}$.....151

Figura 5.57: Geometrias ótimas para diferentes restrições φ_c:.....152

Figura 5.58: Geometrias ótimas para φ_c= 0,2 com diferentes valores de φ_1 e φ_2:.....153

Figura 6.1: Domínio computacional da cavidade *Tree*-Y.....161

Lista de Tabelas

Tabela 2.1. Algoritmo de Recozimento Simulado.(Adaptado de Kirkpatrick et al. (1983))..... 30

Tabela 2.2. Algoritmo de Evolução Diferencial. (Adaptado de Storn e Price (1997))..... 34

Tabela 2.3: Decisões em Testes de Hipóteses (Hines et al. 2006)..... 37

Tabela 3.1: Teste de independência de malha..... 51

Tabela 3.2: Teste de precisão do método numérico empregado..... 51

Tabela 4.1. Versões do algoritmo ED e suas respectivas configurações de parâmetros..... 56

Tabela 4.2. Combinações dos parâmetros de tamanho da população (*NP*) e gerações (*NG*)..... 58

Tabela 4.3. Combinações dos parâmetros de cruzamento (CR) e fator de amplificação (F)..... 60

Tabela 4.4. Algoritmo para a determinação da razão mínima de H_1/L_1..... 67

Tabela 4.5. Algoritmo para a determinação da razão mínima de H_2/L_2..... 69

Tabela 4.6. Algoritmo para a determinação de β_{max}..... 78

Tabela 5.1. Medidas estatísticas dos resultados das diferentes versões dos algoritmos de ED e RS. 81

Tabela 5.2. Métricas estatísticas para os resultados de diferentes versões do ED..... 99

Tabela 5.3. Resultados de testes estatísticos para análises das versões do ED..... 100

Tabela 5.4. Medidas estatísticas para os resultados das versões do ED para $NP = 20$..... 105

Tabela 5.5. Testes estatísticos de SW e KW aplicados as versões do ED para $NP = 20$..... 106

Tabela 5.6. Medidas estatísticas para os resultados das versões do ED para $NP = 30$..... 109

Tabela 5.7. Resultados de testes estatísticos para análises das versões do ED para $NP = 30$..... 109

Tabela 5.8. Medidas estatísticas para análises das versões do ED com $NP = 30$ e $NG = 100$..... 119

Tabela 5.9. Resultados de testes estatísticos para as versões do ED com $NP = 30$ e $NG = 100$..... 120

Tabela 5.10. Resultados de medidas estatísticas de $(\tilde{\theta}_{max})_{3m}$ para combinações de $NP \times NG$..... 128

Tabela 5.11. Resultados de medidas estatísticas de $(\tilde{\theta}_{max})_{4m}$ para combinações de $NP \times NG$..... 134

Tabela 5.12. Resultados de medidas estatísticas de $(\tilde{\theta}_{max})_{5m}$ para combinações de $NP \times NG$..... 136

Tabela 5.13. Resultados de medidas estatísticas de $(\tilde{\theta}_{max})_{6m}$ para combinações de $NP \times NG$..... 139

Tabela 5.14. Comparação dos valores de $\tilde{\theta}_{max}$ obtidos neste trabalho com resultados da literatura. 154

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras Romanas

A	Área, m²
c_p	Calor específico, kJ/(kg·K)
H	Altura, m
i,j	Índices de iteração
k	Condutividade térmica, W/(m·K)
L	Largura, m
q'''	Taxa de geração volumétrica de calor, W/m³
S	Altura do braço inferior da cavidade, m
T	Parâmetro de Temperatura do algoritmo de Recozimento Simulado
x, y, z	Coordenadas espaciais, m

Símbolos Gregos

α, β	Ângulos entres os ramos bifurcados da cavidade Duplo-Y e o eixo x
φ	Fração de área da cavidade em relação à área do sólido retangular
ρ	Massa específica, kg/m³
θ	Temperatura, K

Subscritos

0,1	Índice de variáveis de comprimento e largura
max	Máximo
min	Mínimo
nm	*n* vezes minimizado
no	*n* vezes otimizado

Sobrescrito

(~)	Variáveis adimensionais

LISTA DE ABREVIAÇÕES

CR	Constante de Cruzamento do algoritmo de Evolução Diferencial
CS	Função de decaimento da temperatura do RS (*Cooling Schedule*)
CSV	Arquivo de texto com valores separados por vírgula (*Comma-separated values)*
DC	Design Construtal
ED	Evolução Diferencial
F	Fator de amplificação do algoritmo ED
FO	Função Objetivo
KW	Teste de Kruskal-Wallis
MEF	Método de Elementos Finitos
NG	Número de gerações do algoritmo ED
NP	Tamanho da população do algoritmo ED
PDE Tool-Box	*Partial Differential Equation ToolBox*
RMSE	Erro Quadrático Médio da Raiz (*Root Mean Square Error*)
RS	Recozimento Simulado
RS_B	Algoritmo RS com CS Boltzman
RS_BE	Algoritmo RS com CS híbrido BoltzExp
RS_C1	Algoritmo RS com CS híbrido ConstExp1
RS_C2	Algoritmo RS com CS híbrido ConstExp2
RS_E	Algoritmo RS com CS Exponencial
SW	Teste de Shapiro-Wilk

RESUMO

OTIMIZAÇÃO GEOMÉTRICA DE CAVIDADES RESFRIADORAS ATRAVÉS DA APLICAÇÃO DA TEORIA CONSTRUTAL E INTELIGÊNCIA COMPUTACIONAL

Este estudo aborda a aplicação da Inteligência Computacional associada ao Design Construtal para a otimização geométrica em problemas de transferência de calor. É proposta a aplicação dos algoritmos de Recozimento Simulado e Evolução Diferencial para a otimização geométrica de cavidades resfriadoras inseridas em um meio com geração de calor constante. Os indicadores de performance, restrições e o espaço de busca das configurações geométricas a serem avaliadas no processo de otimização são definidos através do método Design Construtal. O principal objetivo do problema de interesse é a minimização da temperatura máxima adimensional através da otimização geométrica. Para geometrias simples, com poucos graus de liberdade, o método de Busca Exaustiva é empregado no processo de otimização. Porém, geometrias complexas requerem um maior esforço computacional. As cavidades investigadas neste estudo possuem até sete graus de liberdade, o que inviabiliza o emprego do método de Busca Exaustiva para uma avaliação completa da geometria. Nesses casos, são aplicadas meta-heurísticas para a otimização geométrica. Portanto, este trabalho investigou a utilização de diferentes métodos de Inteligência Computacional, bem como buscou seus melhores parâmetros quando aplicados a problemas de otimização geométrica de cavidades resfriadoras. Os resultados mostram que o método de Evolução Diferencial com uma correta configuração de parâmetros pode tornar a busca por geometrias ótimas mais eficiente, com resultados mais confiáveis e requerendo um menor esforço computacional. Outrossim, este trabalho avaliou se os métodos de otimização empregados conduziram à reprodução adequada do efeito das razões geométricas (graus de liberdade) sobre o desempenho térmico do sistema. De acordo com os resultados da avaliação geométrica da cavidade Duplo-T, considerando as meta-heurísticas avaliadas, o algoritmo de Evolução Diferencial foi o método que apresentou o melhor desempenho na correta reprodução do efeito dos graus de liberdade sobre a performance térmica do domínio. O método de Evolução Diferencial foi aplicado na avaliação geométrica de uma nova cavidade, proposta nesse trabalho, com a forma de Duplo-Y. Os resultados obtidos na avaliação geométrica da cavidade Duplo-Y apontam paro o bom desempenho da meta-heurística empregada, assim como, o conjunto de parâmetros utilizados, de forma a contribuir significativamente com a recomendação da metodologia para a investigação de geometrias complexas na pesquisa de cavidades resfriadoras.

Palavras-chaves: Design Construtal, Inteligência Computacional, Transferência de Calor.

ABSTRACT

GEOMETRIC OPTIMIZATION OF THE COOLING CAVITIES APPLYING CONSTRUCTAL THEORY AND COMPUTATIONAL INTELLIGENCE

This study approaches the use of Computational Intelligence associated with Constructal Design for geometric optimization in heat transfer problems. It is proposed using Simulated Annealing and Differential Evolution algorithms to optimize cooling cavities into a medium with constant heat generation. The Constructal Design method will be applied to define the performance indicators, constraints, and search space of geometric configurations evaluated over the optimization process. The interest problem's primary objective is to minimize the dimensionless maximum temperature in the computational domain through geometric optimization. For simple geometries with few degrees of freedom, the Exhaustive Search method is used for the optimization process. However, cavities with more complex geometries require a significant computational effort during the optimization process. The investigated geometries in this work have at least seven degrees of freedom that turns the Exhaustive Search method infeasible for complete optimization of the cavities. In this case, Computational Intelligence is applied through meta-heuristics. Therefore, this work investigated the use of different Computational Intelligence methods and searched for their better parameters when employed in the cooling cavities' geometric optimization problems. The results showed that the Differential Evolution method with adequate parameters configurations would search for optimal geometries more efficiently, with robust results and requiring lower computational effort. Moreover, this work also evaluated if the optimization methods employed can lead to suitable reproduction of the effect of geometry ratios (degrees of freedom) over the system's thermal performance. According to the results of the geometric evaluation of the Double T-shaped cavity and considering the meta-heuristics analysed, the Differential Evolution algorithm was that showed the better achievement in the correct reproduction of the effect of degrees of freedom over the thermal performance of the computational domain. The geometric evaluation of the new cavity with a Double Y-shape, proposed in this work, was performed by the Differential Evolution algorithm. The results obtained denote the reliable performance of the employed meta-heuristic and the set of parameters used. The results contribute significantly with methodology recommendation for the research of complex geometries of cooling cavities.

Keywords: Constructal Design, Computational Intelligence, Heat Transfer.

1. INTRODUÇÃO

A Teoria Construtal (Bejan, 1997) aborda fenômenos relacionados à determinação das formas e estruturas encontradas em qualquer sistema de fluxo/escoamento de dimensões finitas, incluindo os observados na natureza. A Teoria Construtal não trata de otimização em si (busca por mínimo ou máximo), porém da noção de que sistemas de fluxo/escoamento evoluem para distribuir de forma ótima suas imperfeições. O Design Construtal é o método de aplicação da Teoria Construtal em problemas diversos. Baseado no princípio de objetivos e restrições, o Design Construtal (DC) é usado na definição do espaço de busca durante o processo de otimização e avaliação geométrica do problema estudado. Como um método de avaliação geométrica, o Design Construtal tem sido comumente empregado na análise de problemas de engenharia para a melhora do desempenho de sistemas (Dos Santos et al. 2017; Martins et al. 2018; Razera et al. 2018, Estrada et al. 2020). O método de otimização pode ser variado, desde Busca Exaustiva, simulando todas as possibilidades de configurações geométrica, até o emprego de meta-heurísticas.

O trabalho de Lorenzini et al. (2014b) foi pioneiro na associação do Design Construtal com uma estratégia meta-heurística, no caso o Algoritmo Genético (AG). A partir do uso de métodos de otimização baseados em meta-heurística os estudos com o método DC puderam avaliar outras características do problema devido a redução do esforço computacional (Lorenzini et al., 2014b, 2014c; Estrada, 2016; Fagundes et al. 2019). Em Gonzales et al. (2015a), o desempenho de diferentes estratégias heurísticas foram comparadas para o processo de otimização de uma cavidade em forma de Y. A avaliação geométrica pelo método DC tem como objetivo principal reproduzir as curvas de efeito de um determinado grau de liberdade da geometria sobre o parâmetro de performance avaliado, como por exemplo o desempenho térmico em problemas de transferência de calor.

A avaliação geométrica pelo método DC depende da etapa de otimização para a adequada reprodução do efeito da geometria sobre a performance do sistema. No entanto, existem poucos estudos avaliando a associação de heurísticas ao método DC, assim como o desempenho dos algoritmos em gerar resultados confiáveis para a reprodução das curvas de efeito. Os estudos presentes na literatura em sua maioria aplicam o AG em associação ao DC utilizando parâmetros recomendados mas sem uma análise mais específica (Lorenzini et al., 2014b, 2014c; Estrada, 2016; Fagundes et al. 2019). Portanto, a literatura carece de um entendimento do quanto os métodos heurísticos de otimização influenciam a avaliação geométrica, assim como, de uma metodologia para análise e adequação destas meta-heurística ao método DC.

Neste estudo é analisada a aplicação de métodos de Inteligência Computacional, como por exemplo meta-heurísticas do tipo Recozimento Simulado (Kirkpatrick et al., 1983) e Evolução Diferencial (Storn e Price, 1997), em associação ao Design Construtal, para otimização geométrica em problemas de transferência de calor. O problema estudado consiste em um sólido com taxa de geração de calor por unidade de volume constante e com resfriamento realizado por meio da inserção de uma cavidade isotérmica a baixa temperatura. As superfícies laterais deste sólido são mantidas em condições adiabáticas. Portanto, a energia gerada no sólido somente pode ser removida pela cavidade que se encontra a uma temperatura mínima prescrita. Desta forma, a geometria da cavidade influencia diretamente a distribuição de temperaturas no meio. O objetivo do problema é a otimização da geometria da cavidade (que minimiza a temperatura máxima em excesso no domínio sólido) e a reprodução adequada do efeito das razões geométricas investigadas sobre o parâmetro de desempenho térmico do sistema estudado.

Pesquisas em geometrias de cavidades resfriadoras a partir do método Design Construtal têm crescido desde os estudos iniciais, como o trabalho de Biserni et al. (2004), onde foram pesquisadas formas básicas, chamadas de construção elementar em I e primeira construção em forma de T, sendo a última onde surge a primeira bifurcação. Este estudo observou que o aumento da complexidade da forma da cavidade tende a minimizar a resistência térmica do domínio estudado, desde que o sistema possua uma elevada magnitude na intensidade do fluxo/escoamento. Em estudos posteriores procurou-se investigar cavidades complexas e múltiplas cavidades (Hajmohammadi, 2017; Lorenzini et al., 2013; Xie et al., 2010). A utilização do método de Busca Exaustiva, onde todas as combinações possíveis de soluções no espaço de busca são simuladas, leva a uma limitação no incremento de graus de liberdade a serem considerados e, portanto, no estudo de cavidades mais complexas, visto o alto esforço computacional exigido por este método.

Fora do âmbito do Constructal Design, a aplicação de estratégias meta-heurísticas para a otimização de problemas em transferências radiativas demonstram a redução do esforço computacional (Silva Neto et al., 2016). Pesquisas da literatura recente na área do Design Construtal também empregaram métodos meta-heurísticos como Algoritmos Genéticos (AG) e Recozimento Simulado (RS) em substituição ao método de Busca Exaustiva (Lorenzini et al., 2014b; Gonzales et al., 2015a). A utilização de meta-heurísticas possibilita, por meio da redução de esforço computacional, o incremento no número de graus de liberdade do problema de otimização, assim como a avaliação de outras condições como variáveis específicas e restrições do problema.

A Computação Evolutiva compreende técnicas de programação baseadas na teoria da evolução utilizando modelos de processos naturais para a resolução de problemas. Algoritmos Genéticos, Estratégias Evolutivas, Programação Evolutiva e Sistemas Classificadores são exemplos de algoritmos baseados em Computação Evolutiva. A meta-heurística de Evolução Diferencial (ED) é mais um exemplo que se baseia na evolução e seleção natural. Este tipo de meta-heurística utiliza uma população que representa o espaço de busca do problema e através de operadores de cruzamento e mutação procura o indivíduo mais apto como a solução ótima em um processo iterativo, evoluindo a população a cada iteração. Diferente do Algoritmo Genético clássico, a Evolução Diferencial utiliza o operador de mutação diferencial em contraste à mutação clássica aleatória. Na mutação clássica, algumas características do indivíduo são trocadas pontualmente em genes escolhidos aleatoriamente, por outro lado, a mutação diferencial utiliza a diferença entre dois ou mais indivíduos da população (Feoktistov, 2006).

Dentre os métodos que têm atraído um interesse crescente para a otimização em problemas de engenharia, destaca-se a Evolução Diferencial, proposto e desenvolvido por Storn e Price (1997). O estudo do algoritmo de Evolução Diferencial (ED) em problemas de cavidades resfriadoras, permite realizar um comparativo com os métodos heurísticos já utilizados em associação ao Design Construtal, no sentido de aprimorar a utilização deste tipo de metodologia. Neste estudo, a comparação é feita em relação ao algoritmo de Recozimento Simulado, que já foi empregado no âmbito de estudos sobre cavidades resfriadoras (Gonzales et al., 2015a). Assim sendo, a investigação do algoritmo de Evolução Diferencial vem a somar como a validação de mais uma ferramenta meta-heurística no processo de otimização geométrica de problemas de transferência de calor. Com o objetivo de possibilitar o incremento da complexidade na forma da cavidade, este estudo propõe, ao final do processo de adaptação e comparação dos resultados do algoritmo ED, a investigação de uma geometria inédita em relação as cavidades já estudadas na literatura, assim como a análise do efeito dos graus de liberdade sobre o desempenho térmico do domínio computacional. Também são investigadas diferentes estratégias de implementação das meta-heurísticas empregadas, visando a redução do esforço computacional.

O Design Construtal é um método de avaliação geométrica e uma das questões mais importantes é a reprodução do efeito das razões geométricas sobre o indicador de performance do problema estudado. Então, o presente estudo tem como propósito avaliar não somente as configurações ótimas obtidas, mas também esse efeito de geometria, que é importante para identificar a influência do design na performance do sistema. Busca-se aqui uma metodologia que

permita não apenas obter a configuração ótima global, mas reproduzir adequadamente o efeito da configuração geométrica sobre a performance do sistema.

1.1. Estado da Arte

A pesquisa em cavidades resfriadoras teve início em Biserni et al. (2004) com a proposta de otimização da forma elementar I, que consiste em uma cavidade retangular inserida em um meio com geração de calor constante e uniforme. A pesquisa abordou também a otimização de uma cavidade em forma de T, chamada de primeira construção, a qual apresenta uma performance superior à forma elementar I, considerando-se as mesmas condições térmicas. Devido a melhor distribuição da cavidade em forma de T ao longo do domínio computacional, em comparação à forma elementar, esta arquitetura consegue minimizar de maneira mais eficiente a resistência térmica entre a cavidade e o sólido, em aproximadamente 29% melhor (Biserni et al., 2004). Em Rocha et al. (2005), a melhor performance térmica para a cavidade em forma de I foi encontrada para a geometria que possui maior intrusão no domínio sólido trapezoidal. Conclui-se que para este mesmo tipo de problema, mantendo-se as mesmas condições térmicas entre as cavidades estudadas, quanto maior a complexidade da cavidade, melhor será sua distribuição ao longo do domínio, e portanto, melhor a sua eficiência térmica. Isso ocorre pois os sumidouros de energia são distribuídos de forma mais homogênea nas regiões de temperatura máxima ao longo do domínio. Os resultados evidenciam o princípio Construtal da ótima distribuição das imperfeições do sistema (Bejan e Lorente, 2008).

A partir dos trabalhos de Biserni et al. (2004) e Rocha et al. (2005), outras investigações foram realizadas com cavidades de formas mais complexas (Biserni et al., 2007; Xie et al., 2009, 2010; Lorenzini et al., 2011; Hajmohammadi, 2017). Em Biserni, et al. (2007) a cavidade em forma de H apresentou uma performance térmica até 3 vezes superior à primeira construção em T. No trabalho de Xie et al. (2010) a cavidade em forma de T apresentou melhor performance térmica a medida que consegue penetrar melhor no domínio computacional. Em Lorenzini et al. (2011) a cavidade em forma de Y apresentou uma resistência térmica 66,61% menor que a primeira construção em T, mantendo-se as mesmas condições térmicas e restrições geométricas. A cavidade complexa em forma de Ψ otimizada por Hajmohammadi (2017) apresentou performance térmica 82% melhor do que a forma elementar I, 74% melhor do que a primeira construção em T e 70% melhor em relação à forma em Y.

Em todas as pesquisas já citadas, o algoritmo de otimização empregado em associação ao Design Construtal é o método de Busca Exaustiva, onde todas as possibilidades são simuladas. Este método foi proposto em Biserni et al. (2004), como uma metodologia de otimização a ser empregada junto ao DC, visto que este não é um método de otimização, mas sim um método de avaliação geométrica baseado no princípio de objetivos e restrições. O mecanismo de Busca Exaustiva (BE) consiste em realizar uma varredura do espaço de busca procurando analisar todas as soluções possíveis considerando um incremento de variação no valor dos graus de liberdade otimizados. Nos estudos recentes de Estrada et al. (2020) e Hajmohammadi (2018), o método BE é empregado para a avaliação geométrica de cavidades resfriadoras e ambos estudos demonstram que o aumento da complexidade da geometria está relacionado à redução da temperatura máxima adimensional em excesso.

A limitação do método de Busca Exaustiva se encontra no alto esforço computacional necessário. Quanto maior o número de graus de liberdade e mais complexa a geometria da cavidade, maior será o número de simulações durante o processo de otimização. Para geometrias mais complexas, com maior número de graus de liberdade a otimização se torna inviável do ponto de vista do tempo computacional. A alternativa ao método BE é o emprego da Inteligência Computacional, como a utilização de meta-heurísticas de otimização, diminuindo drasticamente a quantidade de simulações necessárias ao processo de otimização. Um exemplo pode ser visto no trabalho pioneiro de Lorenzini et al. (2014b), onde um Algoritmo Genético (AG) foi empregado em associação ao DC para a otimização da cavidade em forma de Y. Neste trabalho inclusive, foi possível a avaliação de outras características do problema devido à redução do esforço computacional, como por exemplo, o estudo da influência das restrições sobre a performance térmica da cavidade. Em Lorenzini et al. (2014c) a aplicação do método AG possibilitou também o estudo de parâmetros convectivos e sua influência sobre a geometria ótima e desempenho térmico do sistema.

A aplicação da Inteligência Computacional em problemas de transferência de calor também pode ser observada em Silva Neto et al. (2016). Vários algoritmos foram estudados na resolução de problemas inversos em transferência radiativa, foram investigados os parâmetros de cada meta-heurística, assim como, soluções híbridas. Em Estrada (2016) e Fagundes et al. (2019), o AG foi aplicado a avaliação geométrica de cavidades e caminhos de alta condutibilidade em problemas com até sete graus de liberdade, mostrando que a associação do DC com a meta-heurística possibilitou o estudo de geometrias complexas. Devido ao conhecido teorema de NFL (No-Free-

Lunch)(Wolpert e Macready, 1997), que indica que não existe um método global que resolva todas as classes de problemas, vários métodos devem ser testados, estudando a melhor configuração de seus parâmetros ou utilizando estratégias de hibridização para aproveitar o melhor dos métodos. Desta forma, é possível uma melhor performance de determinado método à medida que ele é especializado ao problema de interesse, um exemplo na área de cavidades é apresentado no trabalho de Gonzales et al. (2015a, 2017).

Em Gonzales et al. (2015a) foi proposto um estudo dos parâmetros de configuração do algoritmo de Recozimento Simulado (RS) quando este método é aplicado ao problema de otimização de uma cavidade em forma de Y associado ao DC. Os resultados também foram comparados aos resultados do trabalho de Lorenzini et al. (2014b). Verificou-se, portanto, que existe uma influência da configuração dos parâmetros do método de otimização empregado na avaliação geométrica da cavidade. Alguns parâmetros podem levar a resultados e interpretações imprecisas, devido à possibilidade de convergência para ótimos locais dentro do espaço de busca. Assim como, a correta escolha do conjunto de parâmetros pode levar a resultados mais confiáveis e melhorar a performance do algoritmo.

Na pesquisa de Gonzales et al. (2015a), parâmetros híbridos de controle do algoritmo RS, levaram a melhores resultados, encontrando geometrias ótimas que conseguiram minimizar ainda mais a resistência térmica do problema em relação às geometrias encontradas em Lorenzini et al. (2014b). O trabalho de Gonzales et al. (2015a) investigou diferentes parâmetros de *Cooling Schedule* (CS) do algoritmo RS, os quais consistem em funções de decaimento do valor de um parâmetro de controle do algoritmo chamado de "temperatura". Neste trabalho foram propostas funções híbridas para o parâmetro de CS, estes parâmetros foram chamados de *BoltzExp*, por utilizar duas funções já implementadas no ambiente MATLAB® (*Boltzman* e *Exponencial*) e *ConstExp*, a qual mantém a temperatura constante até um determinado número de iterações e depois apresenta um decaimento exponencial. De acordo com os resultados de Gonzales et al. (2015a) os parâmetros híbridos obtiveram melhor performance em relação as funções *Boltzman* e *Exponencial* para o parâmetro de CS. No entanto, o conjunto de soluções híbridas de CS apresentou temperaturas ainda menores do que aquelas registradas pelo AG empregado em Lorenzini et al. (2014b).

Na pesquisa de Gonzales et al. (2015b), o RS foi aplicado em associação ao DC para a otimização de uma cavidade em forma de Duplo-T, utilizando os melhores parâmetros encontrados no trabalho de Gonzales et al. (2015a) para a configuração da meta-heurística. Dentre todos os parâmetros de CS investigados em Gonzales et al. (2015a), o parâmetro de CS chamado de *Fast*

apresentou os piores resultados. Em Gonzales et al. (2017), resultados do algoritmo RS, com os melhores parâmetros de CS dos estudos de Gonzales et al. (2015a), foram comparados com o algoritmo Luus-Jaakola para a otimização geométrica da cavidade em forma de Duplo-T. E nesse estudo, as versões do algoritmo RS apresentaram melhor desempenho do que aqueles algoritmos baseados no método Luus-Jaakola. No entanto, o trabalho ressalta que futuras investigações híbridas com o método Luus-Jaakola são promissoras no sentido da intensificação da busca por geometrias ótimas.

Nos estudos de Gonzales et al. (2015a) foram empregadas análises estatísticas com testes de comparação e classificação como ANOVA, seguida do teste de Tukei para classificação. No trabalho de Gonzales et al. (2017), os resultados das várias execuções dos algoritmos de LJ e RS foram classificados como dados não paramétricos pelo teste estatístico de Shapiro-Wilk e a classificação e comparação entre os métodos foi realizada através do teste de Kruskal-Wallis. Em Platt e Lima (2018), testes estatísticos para amostras não paramétricas, como os testes de Friedman e Wilcoxon, também foram empregados na comparação dos resultados das meta-heurística de Evolução Diferencial (ED) e Busca por Organismos Simbióticos para o cálculo da azeotropia em um sistema refrigerante com mais de uma solução. Neste estudo, os resultados do ED apresentaram o melhor desempenho em casos com duas soluções ótimas.

Neste estudo é proposta a comparação do algoritmo de RS em relação ao método de Evolução Diferencial (ED), para a otimização da cavidade em forma de Duplo-T, proposta em Gonzales et al. (2015b), assim como, para a otimização de uma nova cavidade com geometria complexa, denominada de Duplo-Y. Até o momento, não há na literatura a associação do algoritmo ED ao método DC, assim como não existe um estudo comparativo com outra meta-heurística aplicada à avaliação geométrica de cavidades resfriadoras. Ferramentas estatísticas de comparação e classificação, como os testes de Kruskal-Wallis e teste de Dunn (Kruskal e Wallis, 1952; Dunn, 1964) são empregadas para a análise dos resultados dos algoritmos de RS e ED. Além da indicação da meta-heurística, pretende-se avaliar a configuração dos parâmetros do algoritmo que o tornem mais eficiente e confiável na obtenção das geometrias ótimas e reprodução dos efeitos dos graus de liberdade sobre o desempenho térmico do sistema. Portanto, este trabalho pretende contribuir com a recomendação da meta-heurística e seus parâmetros quando associados ao método Design Construtal aplicados ao problema de cavidades resfriadoras.

1.2. Justificativa

De acordo com estudos da literatura recente, formas mais complexas são mais eficientes em minimizar a resistência térmica para uma mesma área ocupada em problemas de cavidades com alta capacidade de resfriamento, ou seja, com temperatura mínima prescrita ou elevado coeficiente de transferência de calor por convecção. Porém quanto maior a complexidade geométrica, maior será o número de graus de liberdade e portanto o esforço computacional necessário para a obtenção das geometrias ótimas e reprodução adequada dos efeitos da geometria sobre o desempenho térmico. Desta forma, a utilização de algoritmos mais eficientes contribui para a pesquisa de configurações mais complexas e com um maior número de graus de liberdade. Além disso, algoritmos com maior confiabilidade permitem uma reprodução mais adequada da influência da geometria sobre o indicador de performance do sistema estudado.

1.3. Hipótese Científica

O método meta-heurístico aplicado na otimização de cavidades complexas influencia diretamente os resultados da avaliação geométrica e as consequentes recomendações teóricas sobre o efeito dos graus de liberdade em relação à geometria ótima. Uma meta-heurística não suficientemente ajustada ao problema pode apresentar resultados não confiáveis em relação à geometria ótima e efeito dos graus de liberdade. Acredita-se que a aplicação do algoritmo de ED, com a adequada configuração de parâmetros, possibilitará a reprodução do efeito dos graus de liberdade sobre o desempenho térmico do sistema com resultados confiáveis e que exigem um menor esforço computacional.

1.4. Objetivos

Estudar a aplicação do algoritmo de Evolução Diferencial (ED) em associação ao Design Construtal para otimização geométrica de cavidades resfriadoras complexas inseridas em sólidos com geração de calor.

1.4.1. Objetivos Específicos

- Comparar os resultados obtidos pelo algoritmo ED com aqueles disponíveis na literatura científica em problemas onde foram aplicados métodos como o RS e Busca Exaustiva.

- Avaliar a influência das meta-heurísticas estudadas, RS e ED, sobre o desempenho global, confiabilidade, repetibilidade e reprodução do efeito de uma razão geométrica sobre o indicador de performance.

- Avaliar o parâmetro de decaimento da temperatura do algoritmo RS, ou função de decaimento, nomeado aqui de *Cooling Schedule* (CS).

- Avaliar os parâmetros de tamanho da população (NP), número de gerações (NG), taxa de cruzamento (CR), fator de amplificação (F) e operadores de mutação do algoritmo ED.

- Propor novas recomendações teóricas para o efeito da forma e estrutura de uma nova cavidade, em forma de Duplo-Y, sobre o desempenho térmico do problema abordado, através do algoritmo recomendado de acordo com os resultados dos objetivos anteriores.

- Comparar o desempenho da nova geometria proposta, em forma de Duplo-Y, com o desempenho de outras cavidades estudadas na literatura.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1. Fundamentos da Teoria Construtal

A Teoria Construtal foi proposta por Bejan (1997) como uma forma de explicar padrões geométricos presentes na natureza. Segundo a Teoria Construtal, tais geometrias são geradas de forma determinística, e não ao acaso, influenciadas por um princípio físico, a Lei Construtal. De acordo com a Teoria Construtal, as formas geométricas dos sistemas de fluxo/escoamento são preditas pela Lei Construtal. Proposta e desenvolvida por Bejan (1997), a Lei Construtal define que "Para um sistema de escoamento de dimensões finitas persistir no tempo, sua configuração deve evoluir livremente de modo a facilitar o acesso às suas correntes (fluido, energia e etc.)" (Bejan e Lorente, 2008). Ou seja, a geometria é o resultado de um processo de adaptação que busca facilitar, maximizar, o escoamento/fluxo do sistema. Este escoamento/fluxo pode ser de energia, fluido, pessoas, informações e etc., em sistemas animados ou inanimados (Bejan e Zane, 2012). De acordo com a Teoria Construtal, vários padrões surgem na natureza, e um dos principais que podem ser facilmente observados é o padrão *treelike*, ou seja, em forma de "árvore". Este padrão pode ser encontrado em vários sistemas de escoamento entre um ponto e volume, formando bifurcações nos ramos da geometria, como o delta de um rio, raízes de uma árvore, descarga elétrica e a vascularização nos pulmões humanos (Bejan e Zane, 2012). O padrão em forma de árvore (*treelike*) é a configuração geométrica mais eficiente para se distribuir uma propriedade de um ponto para um volume (Bejan e Zane, 2012).

2.1.1. Teoria Construtal Aplicada em Transferência de Calor

A aplicação da Teoria Construtal em problemas de engenharia deu origem ao método de Design Construtal. O Design Construtal (DC) é um método de avaliação geométrica, onde as geometrias são avaliadas de acordo com o princípio da aplicação de restrições e objetivos ao problema investigado. Segundo Bejan e Lorente (2008), o método não se trata de otimização, busca por mínimos ou máximos, mas sim da avaliação do sistema e a direção em que ele evolui, buscando a melhor distribuição de suas imperfeições. O método DC tem sido aplicado aos problemas de engenharia (Mardanpour et al., 2018; Martins et al., 2018; Malley-Ernewein e Lorente, 2019), principalmente na área de transferência de calor, como pode ser observado na literatura recente (Lorenzini et al., 2015; Feng et al., 2019). Na área de transferência de calor o método DC é aplicado em avaliações geométricas e otimizações de formas e estruturas, como pode ser observado nos

trabalhos em otimização de cavidades e aletas resfriadoras (Biserni et al., 2004, 2007, 2017; Lorenzini et al., 2012, 2014a, Xie et al., 2009 e Gonzales et al., 2015b).

Em Biserni et al. (2004) o método DC é aplicado para a avaliação geométrica de uma cavidade retangular. A geometria do domínio computacional proposto por Biserni et al. (2004), é formada por um sistema de duas equações que possui quatro variáveis. Desta forma, é necessário lançar mão de dois graus de liberdade para o fechamento do sistema de equações do problema, sendo os graus de liberdade H_0/L_0, geometria da cavidade, e H/L, que configuram a geometria do domínio. A restrição de área para a cavidade é representada pela equação abaixo:

$$\phi = \frac{H_0 L_0}{HL} \tag{2.1}$$

onde ϕ representa a restrição de área aplicada à cavidade, e os graus de liberdade são definidos pela razão entre as variáveis que compõem as dimensões da cavidade e do sólido, respectivamente H_0/L_0 e H/L. Sendo este último também considerado uma função da restrição de área do domínio sólido.

Em Dos Santos et al. (2017) a aplicação do DC, em associação ao método de otimização de Busca Exaustiva, é exemplificada em etapas para um problema de otimização geométrica de uma usina de chaminé solar para geração de energia solar de forma sustentável. Os passos podem ser aplicados a qualquer problema onde se identifique um sistema de escoamento. Por exemplo, no trabalho de Razera et al. (2018), os passos apresentados na Fig. 2.1 foram aplicados para a otimização geométrica de uma aleta semielíptica em um problema de transferência de calor.

A Figura 2.1 apresenta os passos necessários para a aplicação do DC para a avaliação geométrica de problemas de engenharia onde existe algum sistema de fluxo/escoamento. O passo 1, apresentado na Fig. 2.1, é o ponto de partida, onde é necessário definir o sistema de escoamento a ser estudado. A seguir, no passo 2, é preciso determinar o fluxo, qual a propriedade que escoa no sistema e qual a sua magnitude (calor, energia, dados, pessoas etc.). O passo 3 é responsável por identificar o significado de facilitar o acesso ao fluxo/escoamento do sistema e determinar o indicador de performance do problema estudado. No passo seguinte (passo 4) são determinadas as restrições do problema. Em problemas de cavidades são consideradas a área ocupada pela cavidade ou a fração da área da cavidade em relação a área total do domínio computacional.

No passo 5, apresentado na Figura 2.1, são definidos os graus de liberdade da geometria do sistema, ou seja, o conjunto de parâmetros geométricos a serem variados durante o processo de busca pela geometria ótima. Outros parâmetros, além daqueles envolvidos na geometria, podem ser avaliados, como por exemplo, parâmetros relacionados ao escoamento. Em Lorenzini et al. (2014b),

além da geometria, também foi avaliado o parâmetro relacionado à convecção na otimização da cavidade em forma de Y.

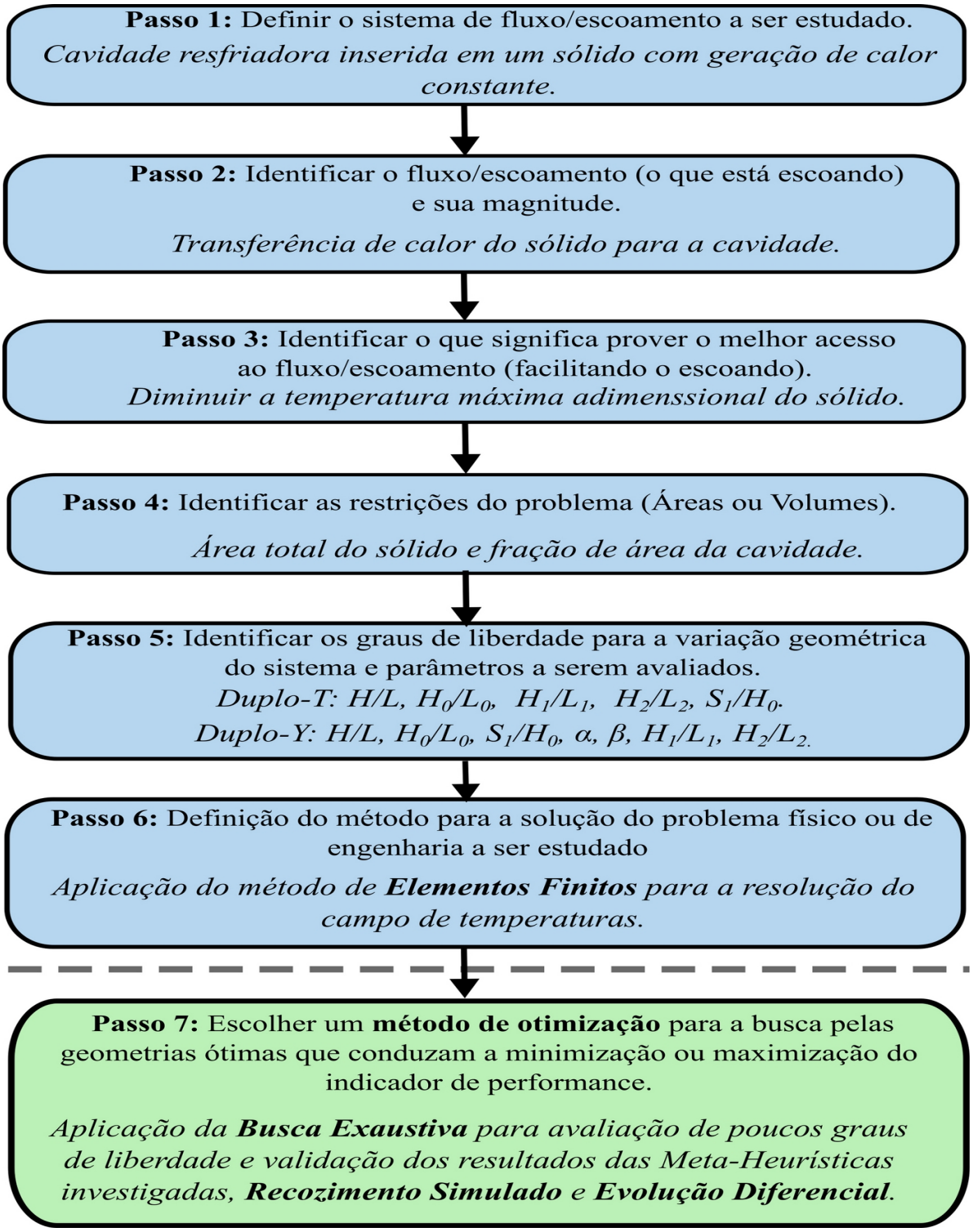


Figura 2.1: Fluxograma com etapas da aplicação do método de Design Construtal.

No passo 6, uma solução exata ou numérica deve ser aplicada para a solução do problema físico e determinação do valor máximo ou mínimo do indicador de performance. No problema de interesse desta pesquisa, assim como, no trabalho de Gonzales et al. (2015b), o indicador de performance é a temperatura máxima presente no domínio computacional. Em Razera et al. (2018), por exemplo, o indicador de performance é o número de Nusselt médio em uma aleta. No trabalho de Martins et al. (2018) o indicador de performance é a massa de água acumulada no reservatório de um dispositivo de conversão de energia das ondas do mar em energia elétrica do tipo galgamento. Ou seja, o indicador de performance depende do sistema de fluxo/escoamento estudado.

O passo 7, apresentado na Figura 2.1, representa a associação do DC com alguma metodologia de otimização, a qual pode ser o método de Busca Exaustiva (BE), ou a aplicação de meta-heurísticas, como por exemplo, os algoritmos de Recozimento Simulado ou Evolução Diferencial, estudados neste trabalho. Portanto, até o passo 7, é definida a Função Objetivo (FO) a ser avaliada pelo método de otimização. No problema de interesse desta pesquisa, pretende-se aplicar os métodos de otimização para a minimização da temperatura máxima presente no domínio computacional. Nesta etapa, portanto, é possível a associação do Design Construtal com a Inteligência Computacional. Esta associação é o tema de interesse desta pesquisa, no sentido de identificar, entre os métodos avaliados, o algoritmo mais eficiente na busca pela geometria ótima e adequada reprodução do efeito da geometria sobre o indicador de performance investigado.

2.2. Fundamentos de Inteligência Computacional

A Inteligência Computacional (IC) é a subárea da Inteligência Artificial (IA) que estuda o desenvolvimento de métodos computacionais aplicados a problemas com elevado grau de complexidade (Silva Neto et al., 2016). De acordo com Ke-Lin Du e Swamy (2016), como um campo da IA, a IC investiga mecanismos adaptativos para facilitar comportamentos inteligentes em ambientes complexos. Assim como a IA, que confia em conhecimentos derivados da expertise humana, a IC depende de dados numéricos do problema de interesse, ou seja, o espaço de busca (Ke-Lin Du e Swamy, 2016). Problemas de otimização também podem ser considerados problemas de IC, quando, por exemplo, métodos exatos não são suficientes para a resolução destes problemas (Silva Neto et al., 2016). De acordo com a IEEE Computational Intelligence Society (IEEE, 2019), a IC possui três principais pilares, Redes Neurais, Sistemas Fuzzy e Computação Evolucionária. A Figura 2.2 apresenta um diagrama de Venn, apresentando a relação entre as áreas de IA, IC e Otimização.

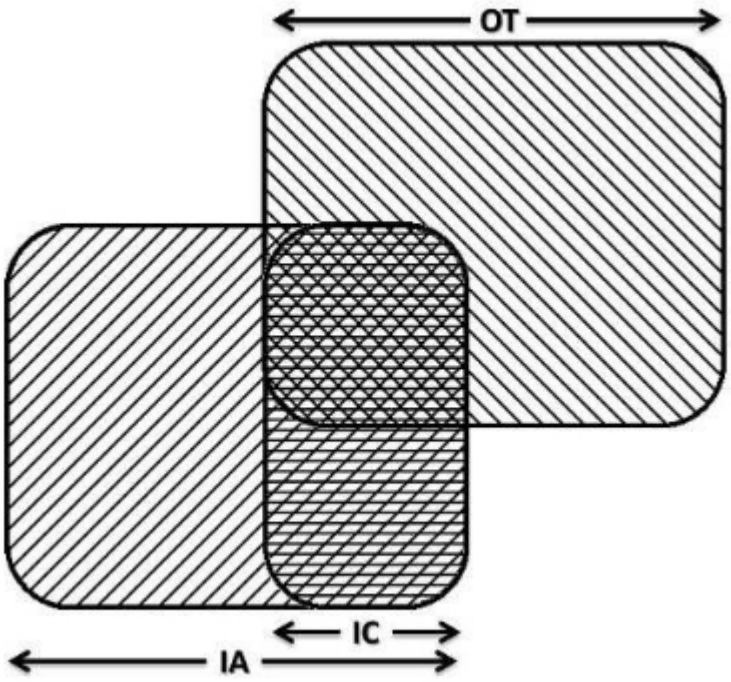


Figura 2.2: Diagrama relacionando a área de IC com a IA e Otimização (OT) (Fonte: Silva Neto et al., 2016).

De acordo com a Figura 2.2 existem problemas de Otimização (OT) que podem ser tratados como uma abordagem de IC, através da aplicação de meta-heurísticas. Nesta pesquisa serão avaliadas duas diferentes meta-heurísticas, Recozimento Simulado (RS) e Evolução Diferencial (ED), associadas ao método Design Construtal (DC), aplicadas a um problema de otimização geométrica em transferência de calor.

2.2.1. Recozimento Simulado

O algoritmo Recozimento Simulado (RS) foi proposto por Kirkpatrick et al. (1983) baseado no algoritmo de Metropolis et al. (1953) como um método de otimização combinatória. Esta meta-heurística é inspirada no processo físico de recozimento de materiais, para a preparação de materiais mais resistentes. Inicialmente, o processo de recozimento esquenta o material até temperaturas elevadas e, logo após, aplica um resfriamento lento e controlado, a fim de reorganizar as moléculas deste material para atingir a minimização da energia interna, transformando-o em uma estrutura cristalina pura e, portanto, mais resistente, (Silva Neto et al., 2016). Análogo ao processo físico, o método RS busca a otimização através do processo de minimização da diferença da energia entre os estados das soluções, neste caso, representados pelo custo, ou valor da FO, da solução na iteração atual e a melhor solução encontrada, (Kirkpatrick et al., 1983).

Baseado no fenômeno físico, o RS utiliza um parâmetro de controle chamado de temperatura do algoritmo, o qual possui um valor inicial alto que é decrementado durante as iterações do método. Para cada nível de temperatura do RS, o algoritmo descrito em Metropolis et al. (1953) é aplicado. Ao longo das iterações do método uma função, chamada de *Cooling Schedule* (CS), controla o decaimento da temperatura do algoritmo. O CS é um parâmetro definido *a priori*, originalmente proposto como uma função exponencial com taxa de decaimento constante (Kirkpatrick et al. , 1983).

Para cada nível de temperatura, o método RS avalia várias soluções, quando uma solução melhor é encontrada, ou seja, que apresente menor energia, esta é armazenada como nova solução. Quando a nova solução não melhora o estado da solução ótima atual, esta ainda pode ser aceita através de uma probabilidade calculada por uma função de aceitação (Kirkpatrick et al., 1983). A temperatura, de acordo com Kirkpatrick et al. (1983), é determinante no processo de aceitação de novas soluções para o problema. Em altas temperaturas, etapas iniciais do RS, a probabilidade de aceitar soluções que piorem o estado atual da solução ótima é maior. Próximo ao estado de baixa temperatura, esta probabilidade é menor e o algoritmo aceita apenas soluções que melhorem o estado da solução ótima atual. A função de aceitação, baseada na proposta de Metropolis et al. (1953), é a estratégia do método para fugir de ótimos locais, porém o método RS aplica a mesma função para diferentes níveis de temperatura do algoritmo. A função de aceitação pode ser observada por:

$$P(\Delta E) = \exp\left(\frac{-\Delta E}{k_b T}\right) \tag{2.2}$$

Na Eq. (2.2), ΔE representa a energia do estado atual, sendo a diferença entre o valor da FO para a solução atual e a nova solução. A temperatura do algoritmo é representada por T, e k_B representa a constante de *Boltzmann*. Portanto, a temperatura influencia diretamente o comportamento do algoritmo, sendo um parâmetro importante a função de CS, que regula o decaimento de T e, consequentemente, a forma com que o algoritmo evita ótimos locais.

Na Tabela 2.1, o algoritmo de RS é apresentado, sendo $\boldsymbol{x}$ a solução na iteração atual, $\boldsymbol{x}^*$ a solução ótima atual, *FO* a Função Objetivo, T_0 uma temperatura inicial, T_i a temperatura na iteração $\boldsymbol{i}$ corrente e $\boldsymbol{r}$ um número real, gerado aleatoriamente, entre 0 e 1. O parâmetro NFO indica o número de avaliações da Função Objetivo para cada valor de temperatura T_i.

Tabela 2.1. Algoritmo de Recozimento Simulado.(Adaptado de Kirkpatrick et al. (1983))

Algoritmo 1: Recozimento Simulado	
1	Atribuir a $\boldsymbol{x}$ uma solução inicial $\boldsymbol{x}_0$;
2	Atribuir $\boldsymbol{x}$ a solução ótima $\boldsymbol{x}^*$;
3	Definir uma temperatura inicial $\boldsymbol{T}_0$;
4	Escolher uma nova solução $\boldsymbol{x}$' na vizinhança de $\boldsymbol{x}$;
5	Calcular $\Delta E = FO(\boldsymbol{x}') - FO(\boldsymbol{x})$, incrementar NFO;
6	**Se** $\Delta E \leq 0$, **então**
7	$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}'$,
8	**Se** $FO(\boldsymbol{x}) < FO(\boldsymbol{x}^*)$, **então** $\boldsymbol{x}^* = \boldsymbol{x}$
9	**Senão, fazer**
10	gerar $\boldsymbol{r} \in [0,1]$, se $\boldsymbol{r} < \exp(-\Delta E/k_B T_i)$ então $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}'$
11	**Se** $NFO < NFO_{max}$ **então** retornar ao passo 4.
12	Atualizar $\boldsymbol{T}_i$ fazendo $\boldsymbol{T}_{i+1} = CS(\boldsymbol{T}_i)$
13	Verificar se a $\boldsymbol{T}_i \leq 0$, ou algum critério de parada, então finalizar algoritmos
14	**Senão**, retornar ao passo 4.

A Tabela 2.1 descreve o algoritmo RS em sua forma canônica. No primeiro passo é atribuído um valor inicial para a variável $\boldsymbol{x}$, neste caso pode ser uma solução conhecida do problema ou um valor aleatório entre as possíveis soluções. No passo seguinte, se registra a solução inicial como a solução ótima provisória. Então no passo 3, é determinada a temperatura inicial do algoritmo (T_0), que por definição deve ser um valor elevado.

A solução atual é então perturbada no passo 4 em busca de novas soluções que melhorem o estado atual do problema. Para avaliar a nova solução é preciso calcular a Função Objetivo para a solução nova ($\boldsymbol{x}$') e para a solução atual ($\boldsymbol{x}$). É calculada, também, a energia através da subtração dos valores obtidos pela FO das duas soluções, e incrementado o contador de avaliações da FO. Pois para cada nível de temperatura é possível definir um número total de avaliações da FO.

No passo 6 é avaliado o valor de ΔE, se este valor for zero ou negativo significa que a nova solução ($\boldsymbol{x}$') é melhor do que a atual, sendo portanto aceita como solução atual ($\boldsymbol{x}$). Porém se o valor da FO para $\boldsymbol{x}$' for ainda menor, em casos de minimização, do que a FO da solução ótima ($\boldsymbol{x}^*$), então esta é aceita como nova solução ótima (linha 8). Entretanto, se ΔE for maior que zero, então a nova solução só será aceita de acordo com a função de aceitação, onde o valor aleatório de $\boldsymbol{r}$ deve ser menor do que a probabilidade $P(\Delta E)$ da Eq. (2.2).

No passo 11, verifica-se o número máximo de avaliações da FO (NFO) para uma mesma temperatura (T_i). Caso este número não atinja o valor máximo, determinado *a priori*, retorna-se ao passo 4, gerando uma nova solução $\boldsymbol{x}$' na vizinhança de $\boldsymbol{x}$, sem alterar a temperatura corrente (T_i), repetindo os processos até o passo 6. No caso contrário, segue-se ao passo 12, onde a T_i é atualizada através da aplicação do parâmetro de CS, sendo este uma função que controla o decaimento da temperatura. Ao final, no passo 13, verifica-se o critério de parada, o qual pode ser um valor de temperatura específico, como zero, ou que o valor da função objetivo para a solução ótima ($\boldsymbol{x}$*) alcance um valor predeterminado. No Apêndice 1, pode ser consultado um diagrama da aplicação do algoritmo RS ao problema de otimização geométrica de cavidades resfriadoras.

2.2.2. Evolução Diferencial

O algoritmo de Evolução Diferencial (ED) foi proposto por Storn e Price (1997) como uma meta-heurística eficiente para otimização em espaços contínuos de funções não lineares e não diferenciáveis. Storn e Price (1997), em seus resultados, testaram extensivamente vários tipos de funções e problemas de otimização, demonstrando a eficiência do método em relação a conhecidas heurísticas de otimização. O algoritmo de ED é um método de fácil utilização, robusto, com poucos parâmetros e adaptável à computação paralela (Storn e Price, 1997). Este método também é baseado em computação evolutiva, sendo tratada uma população de soluções factíveis, as quais evoluirão durante as iterações do algoritmo até atingir a solução ótima.

A forma clássica do método de ED é apresentado no trabalho de Storn e Price (1997) com os seguintes parâmetros de configuração do algoritmo: tamanho da população (*NP*), constante de cruzamento (*CR*), operador de mutação (*M*) e fator de amplificação diferencial (*F*). Outro parâmetro importante é o número total de gerações (*NG*), o qual também define o critério de parada. O algoritmo ED utiliza *NP* vetores do tamanho da dimensão do problema como uma população para cada geração *G*, sendo $x_{i,G}$ cada vetor e $i = 1,2, \ldots NP$.

Na forma canônica do método ED o valor de *NP* não muda durante o processo de otimização, assim como o número de gerações *NG*. A população inicial é gerada de maneira aleatória e deve possuir uma distribuição uniforme de forma a cobrir todo o espaço de busca (Storn e Price, 1997). Um novo vetor será gerado através da adição da diferença entre dois vetores escolhidos aleatoriamente com um terceiro vetor também escolhido de forma aleatória, e assim sucessivamente para todos os indivíduos da população. Esta operação representa o operador de

mutação do método ED. A Figura 2.3 apresenta a geração do vetor mutante $v_{i,g}$ através do operador de mutação.

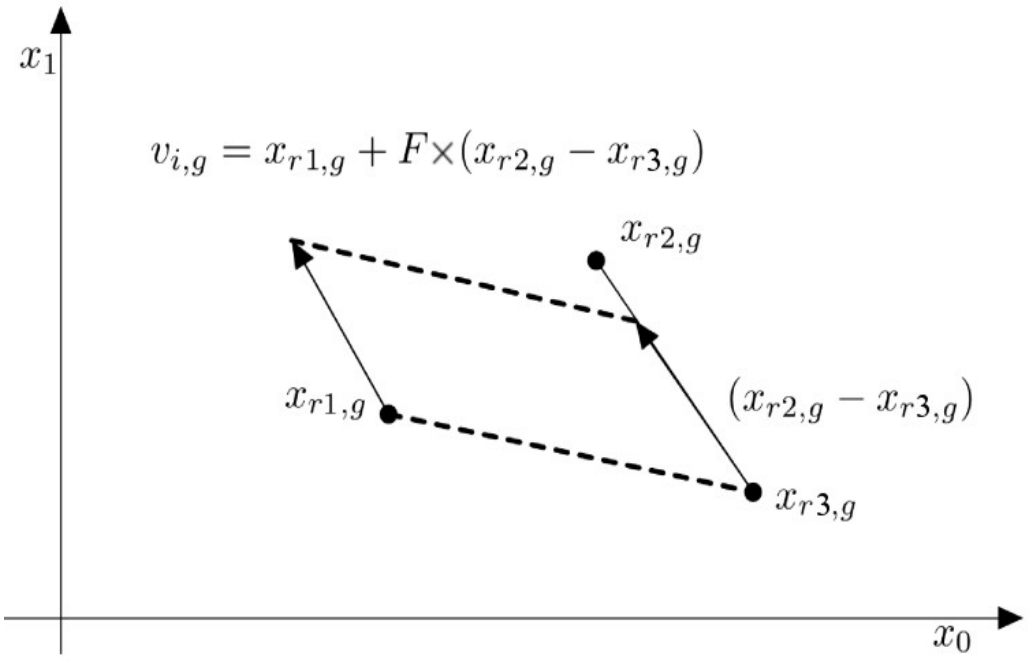


Figura 2.3: Processo de criação do vetor mutante no algoritmo de Evolução Diferencial, onde o vetor diferencial $F\times(x_{r2,g} - x_{r3,g})$ é somado ao vetor alvo $x_{r1,g}$ (Adaptado de Silva Neto et al. (2016))

Após a geração do vetor mutante, este ainda é recombinado com um vetor alvo dentro da população, a fim de perturbar a solução e gerar o novo indivíduo. O operador de cruzamento do método ED realiza a combinação entre o vetor mutante e o vetor a ser perturbado. O vetor gerado após o processo de mutação e cruzamento é chamado de candidato e este é avaliado através da FO. Se o vetor candidato representar uma solução melhor, ou seja, que minimize ou maximize o valor da FO em relação ao vetor alvo, então o vetor candidato substitui o vetor alvo para a formação da próxima geração. Todo o processo se repete para cada indivíduo da população atual com o objetivo de gerar a nova população da geração seguinte. E assim, o método é executado até atingir o critério de parada, o qual pode ser um número de gerações *NG* predeterminadas.

A Tabela 2.2 apresenta o algoritmo de ED em sua forma canônica, o primeiro passo consiste na determinação da população inicial, que por definição, deve ser aleatória com distribuição uniforme, de forma a cobrir todo o espaço de busca (Storn e Price, 1997). Logo, no passo 2, a população deverá ser avaliada, calculando o valor da FO para todos os indivíduos. No passo 3 é inicializado o índice de indivíduos da população *i* e o contador de gerações *G*.

Tabela 2.2. Algoritmo de Evolução Diferencial. (Adaptado de Storn e Price (1997))

Algoritmo 2: Evolução Diferencial	
1	Gerar uma população inicial aleatória com *NP* indivíduos. Atribuir $G = 1$.
2	Calcular a *FO* para todos os indivíduos da população.
3	Atribuir $i = 0$.
4	Escolher três indivíduos aleatórios ($x_{r1,G;}$ $x_{r2,G}$ e $x_{r3,G}$) sendo $r1$, $r2$ e $r3 \neq i$
5	Aplicar o operador de mutação utilizando o fator de amplificação *F*: $v_{i,G+1} = x_{r1,G} + F \times (x_{r2,G} - x_{r3,G}) \quad i = 1,2 \ldots, NP$
6	Criar o indivíduo candidato ($u_{i,G+1}$) aplicando o operador de cruzamento entre x_i e $v_{i,G+1}$
7	Avaliar o candidato através da *FO*. **Se** FO($u_{i,G+1}$) < FO(x_i):
8	**então**: $x_{i+1} = u_{i,G+1}$
9	**senão**: $x_{i+1} = x_i$
10	Fazer $i = i + 1$;
11	Voltar ao passo 4 enquanto $i \leq NP$
12	Fazer $G = G + 1$;
13	Voltar ao passo 3 enquanto $G <$ número máximo de gerações *NG* (definido *a priori*). Se maior, interromper o algoritmo*.
14	(*Pode ser usado outro tipo de critério de parada.)

No passo 4 é preciso escolher três indivíduos da população ($x_{r1,G;}$ $x_{r2,G}$ e $x_{r3,G}$), de forma aleatória e diferente do indivíduo alvo ($x_{i,G}$), neste caso o vetor do índice *i*. Na Tabela 2.2 os subíndices *r*1, *r*2 e *r*3 representam os índices sorteados dentro do número de indivíduos da população, sendo eles diferentes entre si. No passo 5 é realizada a mutação, para cada vetor $x_{i,G}$, i = 1,2, …, NP, sendo a mutação aplicada de acordo com:

$$v_{i,G+1} = x_{r1,G} + F \times (x_{r2,G} - x_{r3,G}) \tag{2.3}$$

Na Eq. (2.3), F é o fator de amplificação diferencial, sendo uma constante $\in$ [0, 2], este parâmetro controla a amplificação da variação diferencial $(x_{r2,G} - x_{r3,G})$. A Figura 2.3 apresenta uma representação gráfica da geração do vetor $v_{i,G+1}$ presente na Eq. (2.3). Após o operador de mutação é aplicado o operador de cruzamento, visto no passo 6, para criar o indivíduo candidato ($u_{i,G+1}$) através da mescla de informações entre o vetor alvo (x_i) e o mutante ($v_{i,G+1}$). O cruzamento é aplicado com o

objetivo de aumentar a diversidade da nova solução, sendo esta composta de acordo com a seguinte equação:

$$u_{i,G+1} = (u_{1i,G+1}, u_{2i,G+1}, \ldots, u_{Di,G+1}) \tag{2.4}$$

onde D, representa a dimensão do problema. Cada componente do vetor $u_{i,G+1}$ é formado da seguinte forma:

$$u_{ji,G+1} = \begin{cases} v_{ji,G} & Se\,(rand(j) \leq CR) \quad ou \quad j = rand(i) \\ x_{ji,G} & Se\,(rand(j) > CR) \quad e \quad j \neq rand(i) \end{cases} \qquad j = 1, 2, \ldots, D \tag{2.5}$$

Na Eq. (2.5), *CR* é a constante de cruzamento, definida a priori ($CR \in [0, 1]$). Portanto, é gerado um número aleatório para $j \in [0,1]$. Se rand(j) for menor ou igual a *CR*, então deverá ser atribuído o parâmetro $v_{ji,G+1}$ em $u_{ji,G+1}$, ou se $j = rand(i)$, sendo este um número aleatório entre 1 e D. A parte OU da lógica é aplicada para garantir que pelo menos um parâmetro do vetor mutante seja aplicado ao vetor candidato. Caso contrário, será utilizado o parâmetro de $x_{ji,G}$ para compor o novo vetor candidato.

A Figura 2.4 ilustra o processo de cruzamento binomial, onde partes do indivíduo alvo (x_i) são recombinadas com o indivíduo mutante ($v_{i,G+1}$) para a criação do candidato a nova solução, o vetor candidato ($u_{i,G+1}$), em um problema de dimensão seis (D = 6). Seguindo os passos do algoritmo, apresentado na Tabela 2.2, após o cruzamento, a solução candidata é avaliada com o cálculo da FO. Se o resultado da FO para a solução candidata for menor do que a solução corrente, então o vetor candidato substituirá a antiga solução na nova geração. No caso contrário, a solução anterior será mantida para a geração seguinte. No passo 10, o índice *i* é incrementado para se avaliar o próximo indivíduo da população.

No passo 11 é feita a verificação se todos os indivíduos passaram no processo de mutação, cruzamento e seleção. Sendo *i* igual ao tamanho da população *NP*, o algoritmo segue para o próximo passo, do contrário, se ainda há indivíduos a serem processados ($i < NP$), o algoritmo retorna ao passo 4. Na etapa 12, o contador de geração é incrementado. No passo 13 é validado o critério de parada, que pode ser um número máximo de gerações ou qualquer outro critério. Caso o critério de parada não seja satisfeito, então o algoritmo retorna ao passo 3, do contrário, o algoritmo é encerrado.

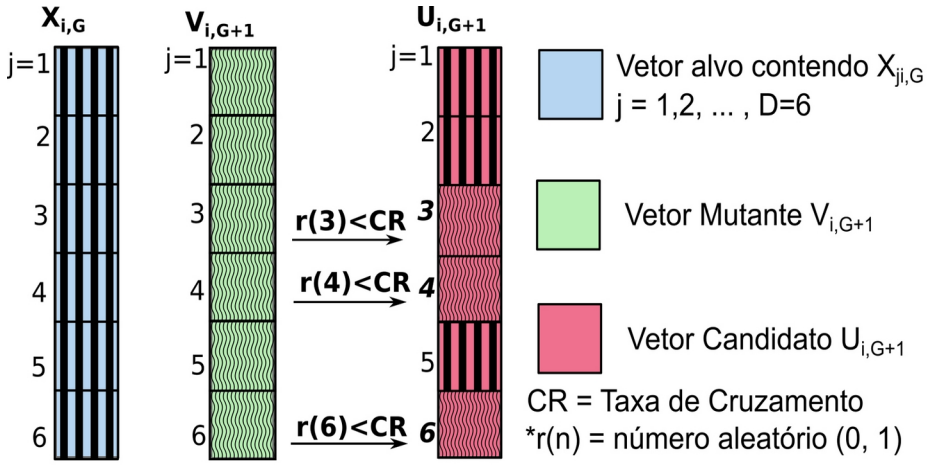


Figura 2.4: Operador de cruzamento do algoritmo ED (Adaptado de Storn e Price (1997)).

É importante destacar que existem diferentes variantes do ED, principalmente em operações de mutação e cruzamento, sendo classificadas com a seguinte nomeação x/y/z (Storn e Price, 1997), onde *x* especifica o vetor a sofrer a mutação, no caso da Eq. (2.3) seria um vetor aleatório, portanto a definição seria *rand*. O indicador *y* seria o número de subtrações de vetores usadas na operação de mutação, no caso da Eq. (2.3) seria 1, e, finalmente, *z*, denota o tipo de cruzamento, no caso apresentado seria a *bin*, de binomial, como apresenta a Eq. (2.5). Portanto o tipo de algoritmo de ED apresentado até o momento seria classificado como *rand/1/bin*.

Nesta pesquisa, são avaliadas variações do algoritmo ED, como por exemplo, o operador de mutação *best/2/bin*, conforme classificação já apresentada (x/y/z). Esta variação de ED consiste na utilização de quatro vetores, x_{r1}, x_{r2}, x_{r3} e x_{r4}, e a melhor solução encontrada, x_{best}, para a aplicação do operador de mutação. Esta versão do ED é proposta originalmente no trabalho de Storn e Price (1997), e de acordo com os autores, esta variação apresentou melhores resultados em comparação com o operador de mutação *rand/1/bin*. Devido ao objetivo proposto nesta pesquisa de se avaliar não só o algoritmo mas também diferentes configurações de parâmetros do mesmo, serão realizadas comparações entre variações do ED, como por exemplo os parâmetros *rand/1/bin* e *best/2/bin*, aplicadas ao problema de interesse. O operador de mutação do ED do tipo *best/2/bin* é dado por:

$$v_{i,G+1} = x_{best,G} + F \times \left(x_{r1,G} + x_{r2,G} - x_{r3,G} - x_{r4,G} \right) \tag{2.6}$$

Outras duas variações dos operadores de mutação e cruzamento também serão avaliadas, no entanto serão abordadas na seção 4.2. O fluxograma da aplicação do algoritmo de ED ao problema de otimização geométrica de cavidades é apresentado no Apêndice 2.

2.3. Fundamentos de Análise Estatística

A análise estatística empregada nesta pesquisa baseia-se em testes de hipóteses para avaliar a influência dos algoritmos empregados, assim como, as diferentes combinações de seus parâmetros no processo de otimização do problema de interesse. A hipótese é uma afirmação feita em relação ao objeto da análise estatística, que neste caso, serão os resultados dos algoritmos investigados. O teste de hipótese é o procedimento empregado para determinar se a hipótese é verdadeira, por exemplo, a hipótese de que as amostras observadas não possuem diferenças significativas. Se a hipótese for verdadeira, esta é aceita, caso contrário a mesma é rejeitada. A hipótese testada é chamada de Hipótese Nula, h_0, enquanto que a sua oposta é a Hipótese Alternativa, h_1, como mostra a Eq. (2.7), a seguir:

$$\begin{aligned} &h_0 : \mu_1 = \mu_2 = ... = \mu_a = 0 \\ &h_1 : \mu_i \neq 0 \qquad para\ pelo\ menos\ \ um\ \ \ i \end{aligned} \tag{2.7}$$

onde μ_i representa a média de cada tratamento (algoritmo), a o número de tratamentos, sendo i=1, 2, 3, …, a. A h_0 proposta na Eq. (2.7) afirma que a média de todos dos tratamentos é igual a zero, e a h_1 indica que, pelo menos, um tratamento possui uma média diferente. Durante a verificação das hipóteses e devido ao processo de decisão baseado em variáveis aleatórias, erros podem ocorrer, como por exemplo, rejeitar a h_0 quando esta é verdadeira, este é o Erro Tipo I. Assim como, aceitar a h_0 quando esta é falsa, chamado de Erro Tipo II (Hines et al. 2006).

A Tabela 2.3 descreve as situações em que os erros do Tipo I e do Tipo II ocorrem. Para evitar os erros considera-se uma probabilidade destes ocorrerem, chamada de Nível de Significância, representadas pelas letras gregas α (Erro Tipo I) e β (Erro Tipo II). No decorrer da pesquisa foi considerado o uso de α_s, para diferenciar da simbologia usada para os ângulos da geometria estudada. A Eq 2.8 apresenta a probabilidade de ocorrer um erro do Tipo I.

Tabela 2.3: Decisões em Testes de Hipóteses (Hines et al. 2006).

	h_0 é Veredadeira	**h_0 é Falsa**
Aceita h_0	Sem Erro	Erro Tipo II
Rejeita h_0	Erro Tipo I	Sem Erro

$$\alpha_s = P(Erro\ Tipo\ I) = P(Rejeita\ H_0\ quando\ H_0\ é\ verdadeira) \tag{2.8}$$

Para a avaliação das heurísticas empregadas nesta Tese, o teste de hipótese deverá verificar a hipótese h_0 de que não existem diferenças entre os resultados das diferentes heurísticas quando aplicadas ao problema de otimização geométrica de cavidades resfriadoras. No entanto, guando a hipótese nula h_0 é rejeitada, é aceita a hipótese alternativa h_1, verifica-se, então, que existem diferenças estatisticamente significativas entre as amostras. Ou seja, diferentes combinações de parâmetros ou meta-heurísticas levam a diferentes resultados, influenciando a avaliação geométrica pelo Design Construtal. Portanto, para a metodologia proposta nesta Tese, a análise estatística é uma ferramenta fundamental na etapa que compreende os ajustes e escolha dos melhores parâmetros para os algoritmos de otimização.

O interesse desta pesquisa é investigar o efeito dos diferentes algoritmos aplicados ao processo de otimização geométrica da cavidade na minimização da temperatura máxima em excesso adimensional e reprodução do efeito da geometria sobre o desempenho térmico do sistema. O algoritmo portanto é o fator de interesse e as diferentes versões dos algoritmos são os níveis deste fator, ou também chamados de tratamentos. As versões dos algoritmos se diferem pelos tipos de parâmetros empregados. A ferramenta estatística aplicada para a análise de um fator é a análise de variância, ou ANOVA, guando as populações observadas provem de uma distribuição normal (Montgomery e Runger, 2003; Hines et al. 2006). No entanto, se os resultados dos algoritmos não apresentarem distribuição normal, métodos não-paramétricos devem ser empregados, como por exemplo o teste de Kruskal-Wallis (Kruskal e Wallis, 1952).

A identificação da distribuição dos resultados é feita através do teste de Shapiro-Wilk (Shapiro e Wilk, 1965), o qual testa a hipótese de que a população observada provem de uma distribuição normal. A análise estatística consiste em primeiro identificar se as amostras possuem distribuição normal e baseado nessa verificação aplicar métodos paramétricos ou não-paramétricos. De acordo com os resultados dos testes, quando rejeitada a h_0, pode ser aplicado ainda um teste de comparações múltiplas. A Figura 2.5 apresenta um fluxograma de quais testes a serem aplicados de acordo com a distribuição das amostras e decisões sobre a h_0, também são apresentados alguns testes equivalentes entre paramétricos e não-paramétricos. Nos experimentos desta Tese, todos os resultados apresentaram distribuição livre, ou seja, não foram identificados como pertencentes a

distribuição normal pelo teste de Shapiro-Wilk (SW). Portanto, apenas os testes não-paramétricos de Kruskal-Wallis e teste de Dunn foram aplicados para avaliação dos algoritmos estudados.

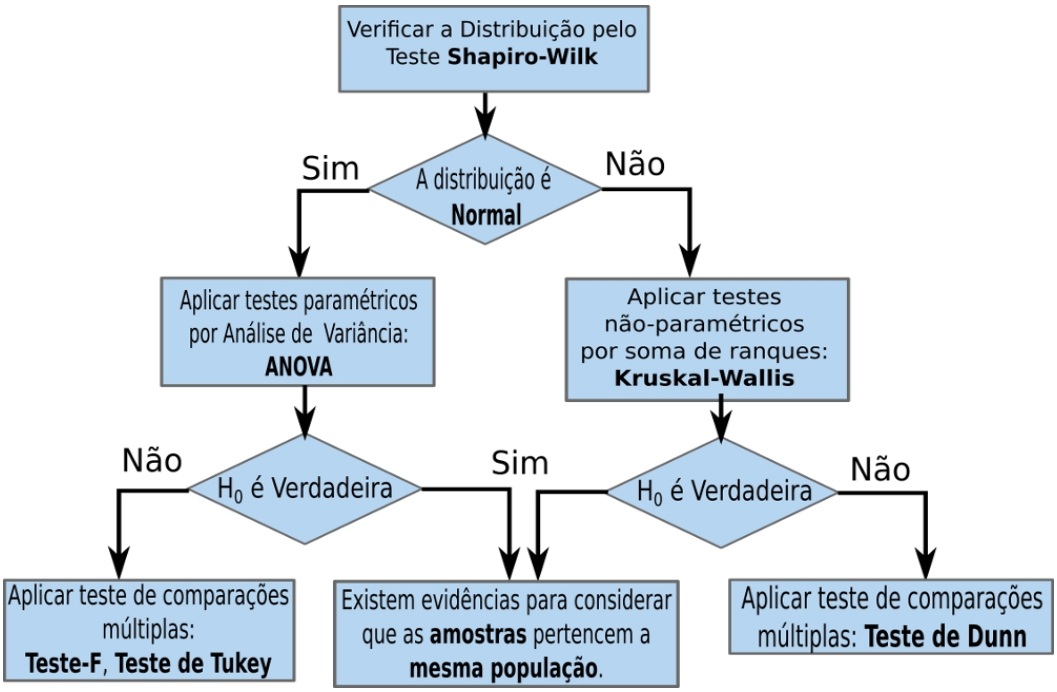


Figura 2.5: Fluxograma de aplicação de testes estatísticos

2.3.1. Identificação da distribuição pelo teste de Shapiro-Wilk

O teste de Shapiro-Wilk (SW) testa a hipótese de que a amostra analisada provêm de uma população com distribuição normal. O método é independente de escala e fornece um teste composto da hipótese nula de normalidade (Shapiro e Wilk, 1965). O teste baseia-se em calcular um valor estatístico W, se este valor for muito pequeno, menor do que o nível de significância escolhido, então a Hipótese Nula, h_0, é rejeitada, e portanto, h_1 é aceita e considera-se que a amostra não possui uma distribuição normal. De acordo com o trabalho original de Shapiro e Wilk (1965) e dada uma amostra totalmente aleatória de tamanho n, $x_1, x_2, \ldots, x_n$, os passos necessário para se computar W são descritos a seguir:

(i) Ordenar as observações para obter-se uma amostra ordenada $y_1 <= y_2 <= \ldots <= y_n$.

(ii) Calcular:

$$S^2 = \sum_{1}^{n} (y_i - \bar{y})^2 = \sum_{1}^{n} (x_i - \bar{x})^2 \tag{2.9}$$

(iii)

(a) Se n é par, $n = 2k$, calcule:

$$b=\sum_{1}^{n} a_{n-i+1}\left(y_{n-i+1}-y_i\right)^2 \tag{2.10}$$

onde os valores de a_{n-i+1} são apresentados em tabelas por Shapiro e Wilk (1965).

(b) Se n é ímpar, $n = 2k+1$; o cálculo é o mesmo do passo (iii) (a), desde que $a_{k+1} = 0$ quando $n = 2k+1$. Portanto encontra-se:

$$b=a_n\left(y_n-y_1\right)+\ldots+a_{k+2}\left(y_{k+2}-y_k\right), \tag{2.11}$$

onde o valor de y_{k+1}, a mediana da amostra, não participa do cálculo do b.

(iv) Calcule $W = b^2/S^2$.

(v) O resultado deve ser comparado com a tabela de distribuição de W de 1 a 99 % dados em Shapiro e Wilk (1965), quanto menor o valor de W, mais significante é o resultado quanto a não-normalidade.

O teste estatístico SW foi computado através do Software R® (R CORE TEAM, 2020), utilizando a função integrada ao ambiente de programação chamada de *shapiro.test*. De acordo com a documentação da plataforma, a função *shapiro.test* implementa os métodos descritos em (Royston, 1982), uma extensão do teste original para adaptá-lo a amostras grandes, $n \leq 2000$.

2.3.2. Teste Não-paramétrico de Kruskal-Wallis

Amostras não-paramétricas são aquelas que não provem de uma distribuição específica. A identificação da não-normalidade da distribuição de uma amostra é feita através do teste de SW, discutido na seção anterior. Portanto, para se analisar estas populações, existem técnicas não baseadas em distribuição, conhecidas como não-paramétricas ou livres de distribuição (Hines et al, 2006). As técnicas de análise estatística não paramétrica são baseadas em postos, ou *ranks*, após uma ordenação da amostra e atribuição de uma posição para cada observação.

A análise de variância de um fator para a comparação de populações pode ser representado pela Eq. (2.12) a seguir:

$$y_{ij}=\mu+\tau_i+\varepsilon_{ij}\begin{cases} i=1,2,\ldots,a, \\ j=1,2,\ldots,n, \end{cases} \tag{2.12}$$

onde y_{ij} é uma variável aleatória que representa a *ij*-ésima observação, μ é um parâmetro comum a todos os tratamentos, considerado média global, τ_i é um parâmetro associado ao *i*-ésimo tratamento, efeito do *i*-ésimo tratamento, e ε_{ij} o componente de erro aleatório.

Quando o erro ε_{ij} apresenta distribuição normal e independente, é possível aplicar testes paramétricos. No entanto, quando não existe uma distribuição normal, uma alternativa é o teste de Kruskal-Wallis (Kruskal e Wallis, 1952). O único requisito do teste de Kruskal-Wallis (KW) é que ε_{ij} apresente a mesma distribuição contínua para todos os tratamentos i= 1,2, … *a* (Hines et al, 2006).

Supondo que *N* seja o número total de observações entre todos os tratamentos. São ranqueadas todas as *N* observações do menor valor ao maior e considera-se o menor valor como ranque 1, o próximo menor valor como 2, e assim por diante atribuindo ao maior valor ao ranque *N*. Se a Hipótese Nula, representada pela Eq. (2.13) é verdadeira, então as *N* observações advém da mesma distribuição e todas as possíveis atribuições de postos às amostras de cada tratamento são iguais. Neste caso é esperado que os ranques 1,2…, *N* sejam misturados ao longo das amostras.

$$\begin{aligned} &h_0 : \mu_1 = \mu_2 = ... = \mu_a \\ &h_1 : \mu_i \neq \mu_a \qquad para\ pelo\ menos\ \ um \quad i \end{aligned} \tag{2.13}$$

Quando alguma amostra é composta por observações que possuem predominantemente ranques pequenos, enquanto outra amostra entre os tratamentos é formada por observações que possuem ranques altos, a h_0 é falsa. Sendo R_{ij} o ranque de uma observação y_{ij}, R_i e $\tilde{R}_i$ o total e a média dos n_i ranques no i-ésimo tratamento. As Equações (2.14) e (2.15) a seguir representam o cálculo estatístico de R_i e $\tilde{R}_i$ quando a h_0 é verdadeira.

$$E(R_{ij}) = \frac{N+1}{2} \tag{2.14}$$

$$E(\tilde{R}_i) = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} E(R_{ij}) \tag{2.15}$$

O teste estatístico de KW mede o grau em que a média atual do ranque $\tilde{R}_i$ observada difere do seu valor esperado (*N*+1)/2, Eq. (2.14). Se essa diferença é muito grande a hipótese nula h_0 é rejeitada. O teste estatístico é representado pela Eq. (2.16) a seguir.

$$K = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^{a} \frac{R_i^2}{n_i} - 3(N+1) \tag{2.16}$$

A Hipótese Nula h_0 deve ser rejeitada se a amostra gerar um volar alto para *K*. Para um nível de significância α_s a h_0 é rejeitada para $K \geq \chi^2(\alpha_s, a\text{-}1)$. Tabelas com os valores críticos para *K* baseados na distribuição qui quadrada podem ser encontradas em Siegel (1956). Durante a análise dos resultados desta Tese, os testes estatístico de KW foram realizados através da função *kruskal.test* do ambiente de computação estatística Software R® (R CORE TEAM, 2020).

2.3.3. Comparações Múltiplas pelo teste de Dunn

Com os testes estatísticos apresentados até o momento é possível apenas inferir que as amostras observadas, ou seja, os resultados de diferentes algoritmos estudados na Tese, provêm de uma mesma população, quando não possuem diferenças significativas, ou que, pelo menos, um algoritmo é diferente dos demais. Não é possível identificar exatamente qual algoritmo se difere do restante apenas pelo teste de KW. Neste caso, quando a h_0 é rejeitada, é preciso utilizar métodos de comparações múltiplas, em que as amostras de cada tratamento (versões dos algoritmos) serão comparadas com as demais amostras.

O teste de Dunn (Dunn, 1964) realiza comparações múltiplas em análise estatística não-paramétrica, aplicado após o teste de KW. O teste consegue identificar as diferenças entre os tratamentos, que no caso deste estudo são as diferentes versões dos algoritmos investigados. Através da aplicação do teste de Dunn é possível identificar quais tratamentos são diferentes e quais não possuem diferenças significativas, inclusive identificar grupos semelhantes. O teste de Dunn é computado durante este trabalho através da função *dunn.test* do pacote *dunn.test*, (Dinno, 2017), presente no ambiente de computação estatística Software R® (R CORE TEAM, 2020).

O procedimento proposto por Dunn (1964) consiste em combinar os tratamentos e ordenar todas as amostras do menor ao maior valor para todos os *a* tratamentos. Quando ocorrerem empates o procedimento segue a mesma solução utilizada em técnicas de ranques, ou seja, distribuir a média da soma dos ranques entre as observações empatadas. Após o ranqueamento das amostras é calculada a média dos ranques $\tilde{R}$ para cada tratamento *i.* A h_0 de que os tratamentos são iguais é aceita de acordo com a Eq. (2.17) a seguir:

$$\left|\widetilde{R}_i - \widetilde{R}_{i'}\right| \geq \underbrace{Z_{\alpha'}\left[\frac{N(N+1)}{12}\right]^{1/2}\left(\frac{1}{n_i}+\frac{1}{n_{i'}}\right)^{1/2}}_{\text{diferença mínima significativa}} \tag{2.17}$$

onde *i'* representa um tratamento de índice diferente de *i* para *i*=1,2,3, … *a, a* é quantidade de tratamentos. O valor α' representa α/(*a*-1) e o valor estatístico é calculado de acordo com a distribuição normal *Z*. Na Eq. (2.17) *N* é o número total de observações entre os tratamentos comparados e *n* é a quantidade de observações em cada tratamento (*i*, *i'*). Portanto, para h_0 ser rejeitada, o valor de $|\tilde{R}_i - \tilde{R}_{i'}|$ deve ser menor do que a diferença mínima significativa e os tratamentos serão considerados de populações distintas.

3. MODELO MATEMÁTICO E NUMÉRICO

3.1. Modelagem Matemática da Cavidade Duplo-T

O problema de cavidade abordado foi originalmente proposto por Gonzales et al. (2015b). A Figura 3.1 apresenta o sólido em um domínio bidimensional, com a terceira dimensão *W*, perpendicular ao plano da figura. Também é considerado que o problema está em regime permanente. O domínio sólido é representado pela região cinza, a qual possui uma geração de calor interna constante e uniforme, a uma taxa volumétrica dada por $q'''(\mathrm{Wm}^{-3})$. O sólido possui uma condutividade térmica constante *k*. As superfícies externas do sólido estão perfeitamente isoladas (adiabáticas). Neste caso, o calor só pode ser removido através da cavidade em forma de Duplo-T, que está mantida a uma temperatura mínima (θ_{min}). A temperatura mínima da cavidade representa idealmente o escoamento de um fluido refrigerante em mudança de fase a baixa temperatura na região da cavidade. Nestes casos, o coeficiente de transferência de calor na parede da cavidade é assumido tão grande que a resistência convectiva pode ser negligenciada em comparação com a resistência condutiva do sólido.

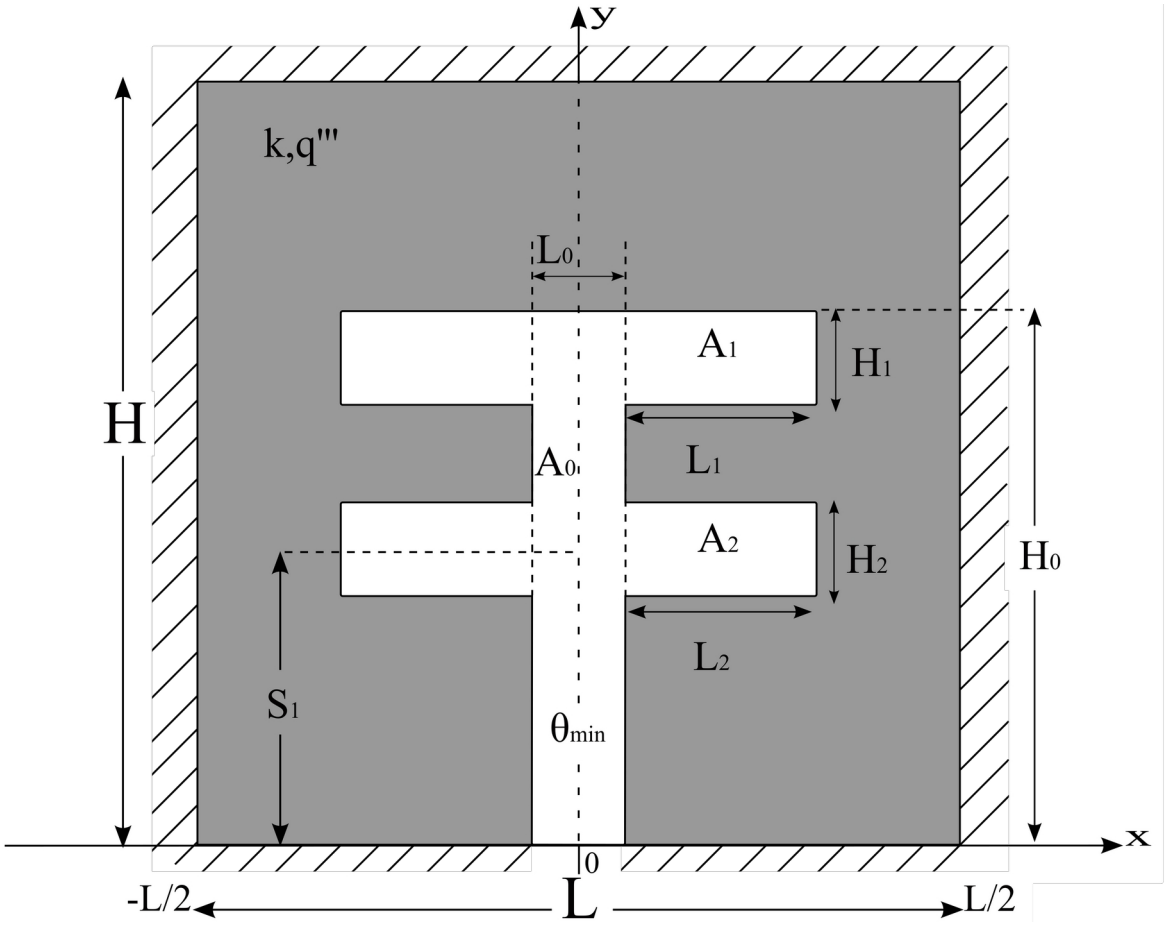


Figura 3.1: Domínio da cavidade em forma de Duplo-T.

O objetivo do problema é encontrar a geometria (H/L, H_0/L_0, H_2/L_2, H_1/L_1 e S_1/H_0) que retorne a menor temperatura máxima em excesso adimensional $(\theta_{max} - \theta_{min})/(q'''A)$. De acordo com o método Design Construtal, a avaliação geométrica deve ser submetida às restrições da área total do domínio e da área da cavidade, representadas respectivamente por:

$$A = HL \tag{3.1}$$

$$A_c = A_0 + 2A_1 + 2A_2 \tag{3.2}$$

$$A_0 = H_0 L_0 \tag{3.3}$$

$$A_1 = H_1 L_1 \tag{3.4}$$

$$A_2 = H_2 L_2 \tag{3.5}$$

A Eq. (3.2) pode ser expressa como a fração da área da cavidade em relação à área total, sendo dada por:

$$\varphi = A_c / A \tag{3.6}$$

Para a determinação do campo de temperaturas no domínio sólido é necessária a resolução numérica da equação da difusão do calor dada por:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial \theta}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial \theta}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial \theta}{\partial z}\right) + q''' = \rho c_p \frac{\partial \theta}{\partial t} \tag{3.7}$$

Assumindo o problema em regime permanente, como efeito de hipótese simplificativa, o termo transiente no lado direito da Eq. (3.7) é considerado nulo. O termo referente à terceira dimensão z é desconsiderado devido ao problema ser tratado de forma bidimensional, i.e. $\frac{\partial \theta}{\partial z} \ll 0$. Vale destacar que, os ramos horizontais inferiores e superiores foram considerados simétricos, ou seja, os braços no lado direito e esquerdo são iguais. Portanto, considerando a condutividade k constante, a Eq. (3.7) é reescrita por:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{q'''}{k} = 0 \tag{3.8}$$

onde θ é o campo de temperaturas no sólido (K ou ºC), x e y são as coordenadas espaciais (m).

Com o processo de transformação adimensional da Eq. (3.8), o termo q'''/k é evidenciado em todos os termos o que resulta na unidade 1 no terceiro termo da equação da difusão do calor adimensional, e passa a ser representada, respectivamente, pela equação e suas variáveis adimensionais relacionadas abaixo:

$$\frac{\partial^2 \widetilde{\theta}}{\partial \widetilde{x}^2}+\frac{\partial^2 \widetilde{\theta}}{\partial \widetilde{y}^2}+1=0 \tag{3.9}$$

onde:

$$\widetilde{\theta}=\frac{\theta-\theta_{min}}{q'''\cdot\frac{A}{k}} \tag{3.10}$$

A variável adimensional de temperatura é definida pela Eq. (3.10), e as demais variáveis adimensionais são dadas pela seguinte equação:

$$\widetilde{x},\widetilde{y},\widetilde{H}_0,\widetilde{H}_1,\widetilde{H}_2,\widetilde{L}_0,\widetilde{L}_1,\widetilde{L}_2,\widetilde{H},\widetilde{L},\widetilde{S}_1=\frac{x,y,H_0,H_1,H_2,L_0,L_1,L_2,H,L,S_1}{A^{1/2}} \tag{3.11}$$

As condições de contorno de fluxo nulo nas superfícies externas do domínio, assim como as condições de contorno nas superfícies da cavidade em Duplo-T, podem ser observadas no trabalho de Gonzales et al. (2015b).

A forma adimensional das Eqs. (3.1) a (3.5), são dadas pelas seguintes equações:

$$1=\widetilde{H}\,\widetilde{L} \tag{3.12}$$

$$\varphi_c=\varphi_0+2\,\varphi_1+2\,\varphi_2 \tag{3.13}$$

$$\varphi_0=\widetilde{H}_0\widetilde{L}_0 \tag{3.14}$$

$$\varphi_1=\widetilde{H}_1\widetilde{L}_1 \tag{3.15}$$

$$\varphi_2=\widetilde{H}_2\widetilde{L}_2 \tag{3.16}$$

O objetivo é minimizar a temperatura máxima $\tilde{\theta}_{max}$ dada por:

$$\widetilde{\theta}_{max} = \frac{\theta_{max} - \theta_{min}}{q''' \cdot \frac{A}{k}} \tag{3.17}$$

Para a minimização da temperatura máxima em excesso é necessária a otimização da geometria da cavidade representada pelos cinco graus de liberdade (H/L, H_0/L_0, H_2/L_2, H_1/L_1 e S_1/H_0). O processo de otimização é submetido às três restrições de área da cavidade (φ_c, φ_1 e φ_2) além da área total do sólido representada pela Eq. (3.1).

3.2. Modelagem Matemática da Cavidade Duplo-Y

A Figura 3.2 apresenta o domínio computacional da cavidade em forma de Duplo-Y proposta nesta Tese. O sólido é apresentado na Fig. 3.2 em um domínio bidimensional, sendo a terceira dimensão W, perpendicular ao plano da figura.

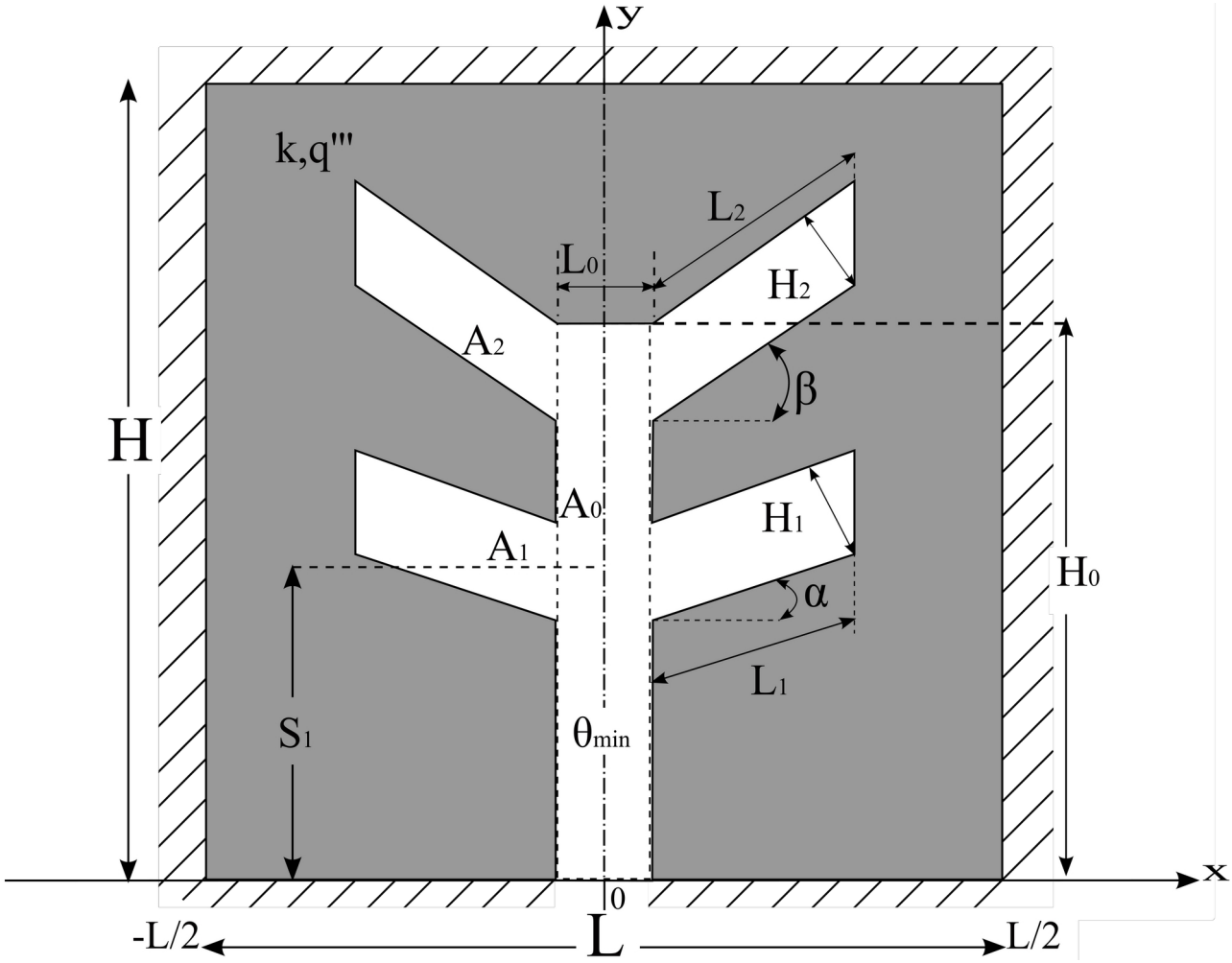


Figura 3.2: Domínio da cavidade em forma de Duplo-Y.

O problema apresenta as mesmas características da cavidade em forma de Duplo-T. Portanto, o sólido representado pela região cinza na Fig. 3.2, possui geração de calor q''' interna uniforme e condutibilidade térmica k constante, assim como, superfícies isoladas em condições adiabáticas. A taxa volumétrica de geração de calor é dada por $q'''(\mathrm{Wm^{-3}})$. Todo calor gerado pelo sólido só pode ser removido pela cavidade mantida a uma temperatura mínima prescrita θ_{min}.

A única mudança relevante do problema em relação a cavidade anterior está na geometria, pois esse caso apresenta mais dois novos graus de liberdade, α e β, pertencentes ao intervalo de α = β ∈ [-80 °, 80º]. Os novos graus de liberdade representam os ângulos de inclinação dos braços da geometria Duplo-Y. O objetivo da otimização é encontrar a geometria ótima representada pelos sete graus de liberdade (H/L, H_0/L_0, H_1/L_1, H_2/L_2, S_1/H_0, α e β) que minimize a temperatura máxima em excesso adimensional $(\theta_{max} - \theta_{min})/(q'''A)$. De acordo com o método Design Construtal, a otimização deve ser submetida as restrições de área total do domínio e área da cavidade. As restrições aplicadas à cavidade em forma de Duplo-Y são as mesmas do problema da cavidade Duplo-T, representadas pelas Eqs. (3.1) a (3.5). A Eq. (3.6), também poder ser utilizada para modelar a restrição da fração da área da cavidade em relação a área total. Considerando as mesmas hipóteses simplificativas do problema da cavidade em Duplo-T, como por exemplo o regime permanente, a bidimensionalidade e a condutividade térmica k constante, é possível modelar o problema de transferência de calor através da Eq. (3.8) e resolver o campo de temperaturas no domínio computacional.

O problema da cavidade Duplo-Y é tratado em sua forma adimensional, assim como o problema da cavidade Duplo-T. Desta forma, o modelo matemático descrito pela Eq. (3.8) é aplicado na sua forma adimensional de acordo com as Eqs. (3.9) a (3.10). Dadas as semelhanças entre as variáveis geométricas que descrevem a geometria da cavidade Duplo-Y em relação aquelas que descrevem a geometria da cavidade Duplo-T, é possível aplicar a Eq. (3.11) para representar as variáveis H, L, H_0, L_0, H_1, L_1, H_2, L_2 e S_1 em sua forma adimensional. A forma adimensional das restrições de área aplicadas ao problema (φ_c, φ_1 e φ_2) são representadas pelas Eqs. (3.12) a (3.16).

As condições de contorno de fluxo nulo aplicadas as laterais do sólido no domínio computacional, assim como as condições de temperatura mínima prescrita nas superfícies da cavidade Duplo-Y, são representadas nas seguintes equações:

$$\frac{\partial \widetilde{\theta}}{\partial \widetilde{x}} = 0 \quad \text{em} \quad \widetilde{x} = -\frac{\widetilde{L}}{2} \quad \text{ou} \quad \widetilde{x} = \frac{\widetilde{L}}{2} \quad \text{e} \quad 0 \le \widetilde{y} \le \widetilde{H} \tag{3.18}$$

$$\frac{\partial \widetilde{\theta}}{\partial \widetilde{y}}=0 \quad \text{em} \quad \widetilde{y}=0 \quad \text{e} \quad -\frac{\widetilde{L}}{2} \le \widetilde{x} \le -\frac{\widetilde{L}_0}{2} \quad \text{ou} \quad \frac{\widetilde{L}_0}{2} \le \widetilde{x} \le \frac{\widetilde{L}}{2} \tag{3.19}$$

$$\frac{\partial \widetilde{\theta}}{\partial \widetilde{y}}=0 \quad \text{em} \quad \widetilde{y}=\widetilde{H} \quad \text{e} \quad -\frac{\widetilde{L}}{2} \le \widetilde{x} \le \frac{\widetilde{L}}{2} \tag{3.20}$$

$$\widetilde{\theta}=\widetilde{\theta}_{\min} \quad \text{em} \quad 0 \le \widetilde{y} \le \widetilde{S}_1-\frac{\widetilde{H}_1}{2\sin(90°-\alpha)} \quad \text{e} \quad \widetilde{x}=-\frac{\widetilde{L}_0}{2} \quad \text{ou} \quad \widetilde{x}=\frac{\widetilde{L}_0}{2} \tag{3.21}$$

$$\begin{gathered}\widetilde{\theta}=\widetilde{\theta}_{\min} \quad \text{em} \quad \widetilde{S}_1-\frac{\widetilde{H}_1}{2\sin(90°-\alpha)} \le \widetilde{y} \le \widetilde{L}_1\sin\alpha+\widetilde{S}_1-\frac{\widetilde{H}_1}{2\sin(90°-\alpha)} \\ \text{e} \quad -\frac{\widetilde{L}_0}{2}-\widetilde{L}_1\cos\alpha \le \widetilde{x} \le -\frac{\widetilde{L}_0}{2} \quad \text{ou} \quad \frac{\widetilde{L}_0}{2} \le \widetilde{x} \le \frac{\widetilde{L}_0}{2}+\widetilde{L}_1\cos\alpha\end{gathered} \tag{3.22}$$

$$\begin{gathered}\widetilde{\theta}=\widetilde{\theta}_{\min} \quad \text{em} \quad \widetilde{x} = -\frac{\widetilde{L}_0}{2} -\widetilde{L}_1\cos\alpha \quad \text{ou} \quad \widetilde{x} = \frac{\widetilde{L}_0}{2} +\widetilde{L}_1\cos\alpha \\ \text{e} \quad \widetilde{L}_1\sin\alpha+\widetilde{S}_1-\frac{\widetilde{H}_1}{2\sin(90°-\alpha)} \le \widetilde{y} \le \widetilde{L}_1\sin\alpha+\widetilde{S}_1+\frac{\widetilde{H}_1}{2\sin(90°-\alpha)}\end{gathered} \tag{3.23}$$

$$\begin{gathered}\widetilde{\theta}=\widetilde{\theta}_{\min} \quad \text{em} \quad -\frac{\widetilde{L}_0}{2}-\widetilde{L}_1\cos\alpha \le \widetilde{x} \le -\frac{\widetilde{L}_0}{2} \quad \text{ou} \quad \frac{\widetilde{L}_0}{2} \le \widetilde{x} \le \frac{\widetilde{L}_0}{2}+\widetilde{L}_1\cos\alpha \\ \text{e} \quad \widetilde{S}_1+\frac{\widetilde{H}_1}{2\sin(90°-\alpha)} \le \widetilde{y} \le \widetilde{L}_1\sin\alpha+\widetilde{S}_1+\frac{\widetilde{H}_1}{2\sin(90°-\alpha)}\end{gathered} \tag{3.24}$$

$$\begin{gathered}\widetilde{\theta}=\widetilde{\theta}_{\min} \quad \text{em} \quad \widetilde{S}_1+\frac{\widetilde{H}_1}{2\sin(90°-\alpha)} \le \widetilde{y} \le \widetilde{H}_0-\frac{\widetilde{H}_2}{\sin(90°-\beta)} \\ \text{e} \quad \widetilde{x} = -\frac{\widetilde{L}_0}{2} \quad \text{ou} \quad \widetilde{x} = \frac{\widetilde{L}_0}{2}\end{gathered} \tag{3.25}$$

$$\begin{gathered}\widetilde{\theta}=\widetilde{\theta}_{\min} \quad \text{em} \quad -\frac{\widetilde{L}_0}{2}-\widetilde{L}_2\cos\beta \le \widetilde{x} \le -\frac{\widetilde{L}_0}{2} \quad \text{ou} \quad \frac{\widetilde{L}_0}{2} \le \widetilde{x} \le \frac{\widetilde{L}_0}{2}+\widetilde{L}_2\cos\beta \\ \text{e} \quad \widetilde{H}_0-\frac{\widetilde{H}_2}{\sin(90°-\beta)} \le \widetilde{y} \le \widetilde{H}_0-\frac{\widetilde{H}_2}{\sin(90°-\beta)}+\widetilde{L}_2\sin\beta\end{gathered} \tag{3.26}$$

$$\begin{gathered}\widetilde{\theta}=\widetilde{\theta}_{\min} \quad \text{em} \quad \widetilde{x} = -\frac{\widetilde{L}_0}{2} -\widetilde{L}_2\cos\beta \quad \text{ou} \quad \widetilde{x} = \frac{\widetilde{L}_0}{2} +\widetilde{L}_2\cos\beta \quad \text{e} \\ \widetilde{H}_0-\frac{\widetilde{H}_2}{\sin(90°-\beta)}+\widetilde{L}_2\sin\beta \le \widetilde{y} \le \widetilde{H}_0+\widetilde{L}_2\sin\beta\end{gathered} \tag{3.27}$$

$$\widetilde{\theta}=\widetilde{\theta}_{min} \quad \text{em} \quad \widetilde{H}_0 \le \widetilde{y} \le \widetilde{H}_0+\widetilde{L}_2\sin\beta$$
$$\text{e} \quad -\frac{\widetilde{L}_0}{2}-\widetilde{L}_2\cos\beta \le \widetilde{x} \le -\frac{\widetilde{L}_0}{2} \quad \text{ou} \quad \frac{\widetilde{L}_0}{2} \le \widetilde{x} \le \frac{\widetilde{L}_0}{2}+\widetilde{L}_2\cos\beta \tag{3.28}$$

$$\widetilde{\theta}=\widetilde{\theta}_{min} \quad \text{em} \quad \widetilde{y} = \widetilde{H}_0 \quad \text{e} \quad -\frac{\widetilde{L}_0}{2} \le \widetilde{x} \le \frac{\widetilde{L}_0}{2} \tag{3.29}$$

Com as condições de contorno definidas o objetivo é encontrar a geometria que minimize a temperatura máxima em excesso adimensional $\tilde{\theta}_{max}$ expressa pela Eq. (3.17). Portanto é necessária a otimização da geometria da cavidade representada pelos sete graus de liberdade (H/L, H_0/L_0, H_1/L_1, H_2/L_2, S_1/H_0, α e β). O processo de otimização é submetido às três restrições de área da cavidade (φ_c, φ_1 e φ_2,) além da área total do sólido representada pela Eq. (3.1).

3.3. Solução Numérica da Cavidade Duplo-T e Duplo-Y

O método numérico utilizado para o cálculo do campo de temperaturas das cavidades em forma de Duplo-T e Duplo-Y é o mesmo empregado nos estudos da cavidade Y (Lorenzini et al., 2011). Desta forma, o Método de Elementos Finitos (MEF) (Reddy e Gartling, 1994) é empregado para a resolução do campo de temperaturas e determinação da temperatura máxima $\tilde{\theta}_{max}$. O MEF é implementado através do PDE *ToolBox* (*Partial Differential Equation ToolBox*) do ambiente MATLAB® (Matlab, 2018). Este pacote de software tem sido utilizado em vários trabalhos sobre cavidades resfriadoras na literatura (Biserni et al., 2004; Lorenzini et al. 2011, 2014a, 2014c). Durante o processo de otimização, a minimização da temperatura se dá através da busca pela geometria ótima representada pela combinação dos cinco graus de liberdade H/L, H_0/L_0, S_1/H_0, H_1/L_1 e H_2/L_2, para a cavidade Duplo-T, e sete graus de liberdade, com a inclusão dos ângulos α e β, para a cavidade Duplo-Y. A malha utilizada para a aplicação do MEF no domínio computacional de ambos os problemas de cavidades estudados nesta Tese, é determinada através de sucessivos testes de refinamento para alcançar o número de elementos que caracterize a solução independente da malha. A equação e o critério utilizado no teste de independência de malha são dados a seguir:

$$|(\widetilde{\theta}^i_{max}-\widetilde{\theta}^{i+1}_{max})/\widetilde{\theta}^i_{max}|<2\times10^{-4} \tag{3.30}$$

O tamanho apropriado da malha é encontrado quando satisfeita a Eq. (3.30), onde θ^i_{max} representa o valor máximo de temperatura calculado com a malha corrente, e θ^{i+1}_{max} corresponde ao valor calculado com a malha refinada, ou seja, aproximadamente quatro vezes mais elementos do que a malha anterior. A Tabela 3.1, demonstra os resultados do teste de independência de malha,

sendo possível verificar que a solução independente de malha é obtida após três refinamentos, com o total de 20.480 elementos finitos triangulares. Considerando que a geometria da cavidade em forma de Duplo-T é uma das possíveis formas da cavidade em forma de Duplo-Y, mantendo os graus de liberdade α e β iguais a zero, o mesmo refinamento de malha foi empregado na avaliação geométrica da cavidade Duplo-Y. Os testes de malha foram executados para uma geometria com os seguintes parâmetros $\varphi_c = 0{,}1$; $\varphi_1 = 0{,}015$; $\varphi_2 = 0{,}015$; $H/L = 1$; $H_0/L_0 = 6$; $S_1/H_0 = 0{,}5$; $H_1/L_1 = 0{,}4$; $H_2/L_2 = 0{,}4$; (Duplo-Y: $\alpha = \beta = 0$).

Tabela 3.1: Teste de independência de malha.

Número de Elementos	$\tilde{\theta}_{max}$	$\lvert(\tilde{\theta}^{i}_{max} - \tilde{\theta}^{i+1}_{max})/\ \tilde{\theta}^{i}_{max}\rvert$
1.265	0,16767	$1{,}2\times10^{-3}$
5.132	0,16787	$4{,}579\times10^{-4}$
20.480(Malha Independente)	0,16795	$1{,}866\times10^{-4}$
82.592	0,16798	$7{,}307\times10^{-5}$
325.431	0,16799	–

As equações para a construção da cavidade Duplo-Y, assim como o código do MATLAB® para a resolução do campo de temperaturas, podem ser consultados, respectivamente nos Apêndices 3 e 4. A precisão do código aplicado nessa pesquisa foi testado em comparação com os resultados de Biserni et al. (2004) e Lorenzini et al. (2011), na avaliação da cavidade em forma de T. No entanto, é necessário estabelecer uma restrição de área extra ψ, para a correta comparação do modelo numérico utilizado neste estudo com aqueles presentes na literatura. Esta restrição representa o volume que a cavidade Duplo-T, ou Duplo-Y, ocupa em relação ao sólido. Dessa forma, considerando $\alpha = \beta = 0$, para a cavidade Duplo-Y, ψ é dado pela seguinte equação:

$$\psi = H_0 \times (2L_2 + L_0) \tag{3.31}$$

A geometria utilizada para o teste de precisão do método assemelha-se a primeira construção em forma de T e é dada por $\psi = 0{,}5$, $\varphi_c = 0{,}1$; $\varphi_1 = 0{,}02$; $\varphi_2 = 0{,}02$; $H/L = 1$; $H_0/L_0 = 20$; $S_1/H_0 = 0{,}45$; $H_1/L_1 = 14$; $H_2/L_2 = 0{,}14$; (Duplo-Y: $\alpha = \beta = 0$). A Tabela 3.2 apresenta a comparação entre resultados obtidos com o método numérico empregado neste estudo com os resultados presentes na literatura.

Tabela 3.2: Teste de precisão do método numérico empregado.

Método Numérico	$\tilde{\theta}_{max}$
Presente Trabalho	0,0756
Lorenzini et al. (2011)	0,0762
Biserni et al. (2004)	0,0755

4. METODOLOGIA

A metodologia para a avaliação geométrica das cavidades estudadas neste trabalho é baseada no método de Design Construtal. O método DC já foi abordado no capítulo 2.1.1, assim como ilustradas as suas etapas pelo diagrama da Fig.2.1. O método DC define a aplicação de restrições e objetivos, assim como a criação do espaço de busca e graus de liberdade. O problema de otimização geométrica compreende uma das etapas finais para a avaliação geométrica do problema pelo método DC. E nesta etapa do processo, como descrevem Razera et al. (2017) e Estrada et al. (2020), é necessária a escolha de um método de otimização, caso o problema necessite ser otimizado. As próximas seções apresentam a metodologia empregada para a otimização das cavidades em forma de Duplo-T e Duplo-Y, bem como, a investigação das meta-heurísticas empregadas e respectiva influência dos seus parâmetros nos resultados da otimização geométrica.

4.1. Otimização Aplicada à Cavidade Duplo-T

Após a definição dos graus de liberdade e objetivos de otimização através do DC, a pesquisa concentra-se na comparação entre diferentes métodos de IC aplicados ao problema. São avaliadas diferentes versões dos algoritmos de Evolução Diferencial e Recozimento Simulado, variando a configuração de seus parâmetros, na obtenção das geometrias ótimas para a otimização de quatro graus de liberdade da cavidade em forma de Duplo-T. Ferramentas estatísticas são usadas a fim de classificar e analisar a eficiência dos métodos.

4.1.1. Design Construtal Aplicado à Cavidade Duplo-T

O emprego do método DC apresentado neste capítulo está de acordo com o método aplicado nos estudos de Gonzales et al. (2015b). O problema estudado busca maximizar a transferência de calor entre o sólido e a cavidade em forma de Duplo-T, ou seja, maximizar o fluxo de calor em direção à cavidade através da geometria ótima a qual minimiza a resistência térmica entre o sólido e a cavidade. A variação da geometria da cavidade está sujeita a restrições, sendo a principal restrição a fração de área da cavidade em relação à área total (φ_c) representada pela Eq.(3.13).

Para a variação da geometria da cavidade em Duplo-T é necessária a definição de cinco graus de liberdade, ou seja, variáveis que determinarão a geometria do domínio computacional. A geometria do domínio estudado possui nove variáveis (H, L, H_0, L_0, H_1, L_1, H_2, L_2 e S_1), e quatro restrições de área (A, A_0, A_1 e A_2), desta forma, para o fechamento das equações e determinação das variáveis, são necessários cinco graus de liberdade (H/L, H_0/L_0, H_1/L_1, H_2/L_2 e S_1/H_0). Os cinco graus

de liberdade assumem valores determinados através da discretização do espaço de busca durante o processo de otimização. As equações que apresentam a definição das variáveis através dos graus de liberdade são apresentadas no trabalho de Gonzales et al. (2015b).

Com os cinco graus de liberdade definidos (H/L, H_0/L_0, H_1/L_1, H_2/L_2 e S_1/H_0), é possível seguir para o processo de otimização determinando o espaço de busca a ser investigado, ou seja, o conjunto de valores que os graus de liberdade poderão assumir e combinar entre si para a geração da variedade de configurações geométricas a serem avaliadas. A partir da definição dos graus de liberdade e restrições do problema de interesse, a reprodução do efeito da geometria ou das restrições estabelecidas sobre a performance do sistema, é guiada por uma árvore de otimização que representa a hierarquia entre os próprios graus de liberdade e restrições.

A Figura 4.1 apresenta a árvore de otimização aplicada no trabalho de Gonzales et al. (2015b), para a cavidade em forma de Duplo-T. A razão H/L é o grau de liberdade com maior hierarquia, enquanto que o grau de liberdade S_1/H_0 é o que possui a menor hierarquia, pois não existe nenhum outro parâmetro geométrico que dependa de sua configuração. Portanto, o processo de otimização inicia-se com poucos graus de liberdade, sendo mantidos fixos alguns parâmetros e variando outros, até a otimização completa. Para otimizar um grau de liberdade, por exemplo, mantêm-se fixo os valores de H/L, H_0/L_0, H_2/L_2, H_1/L_1 e busca-se o valor ótimo para S_1/H_0, ou seja, o valor de $(S_1/H_0)_o$.

Para a otimização de dois graus de liberdade, mantêm-se constantes os valores de H/L, H_0/L_0, H_2/L_2 e são otimizados os valores de H_1/L_1 e S_1/H_0. A máxima temperatura em excesso adimensional mínima obtida é duas vezes minimizada, $(\tilde{\theta}_{max})_{2m}$, e as geometrias ótimas correspondentes são a razão H_1/L_1 uma vez otimizada, $(H_1/L_1)_o$, e a razão S_1/H_0 duas vezes otimizada, $(S_1/H_0)_{2o}$. Esse processo é repetido até a otimização completa de todos os graus de liberdade. Para essa condição, tem-se a máxima temperatura em excesso adimensional cinco vezes minimizada, $(\tilde{\theta}_{max})_{5m}$, e as geometrias ótimas correspondentes são: $(H/L)_o$, $(H_0/L_0)_{2o}$, $(H_2/L_2)_{3o}$, $(H_1/L_1)_{4o}$ e $(S_1/H_0)_{5o}$. A sequência de níveis de otimização pode ser observado na Fig. 4.1, representando o caminho da otimização dos cinco graus de liberdade para a cavidade Duplo-T.

A Figura 4.1 também apresenta o esquema de otimização quanto ao método utilizado para a busca da geometria ótima e resistência térmica mínima para os vários níveis de otimização. Até três graus de liberdade (H_1/L_1, H_2/L_2 e S_1/H_0) o processo de otimização utiliza tanto a Busca Exaustiva (BE) quanto a aplicação de alguma meta-heurística, como algoritmo de Recozimento Simulado, e compara os resultados de ambos os processos. Esta primeira etapa é caracterizada pela comparação dos resultados e validação dos parâmetros da meta-heurística com base nos resultados encontrados

pela BE. A Figura 4.1 apresenta a árvore de otimização completa da cavidade Duplo-T, assim como a combinação das meta-heurísticas e o método BE.

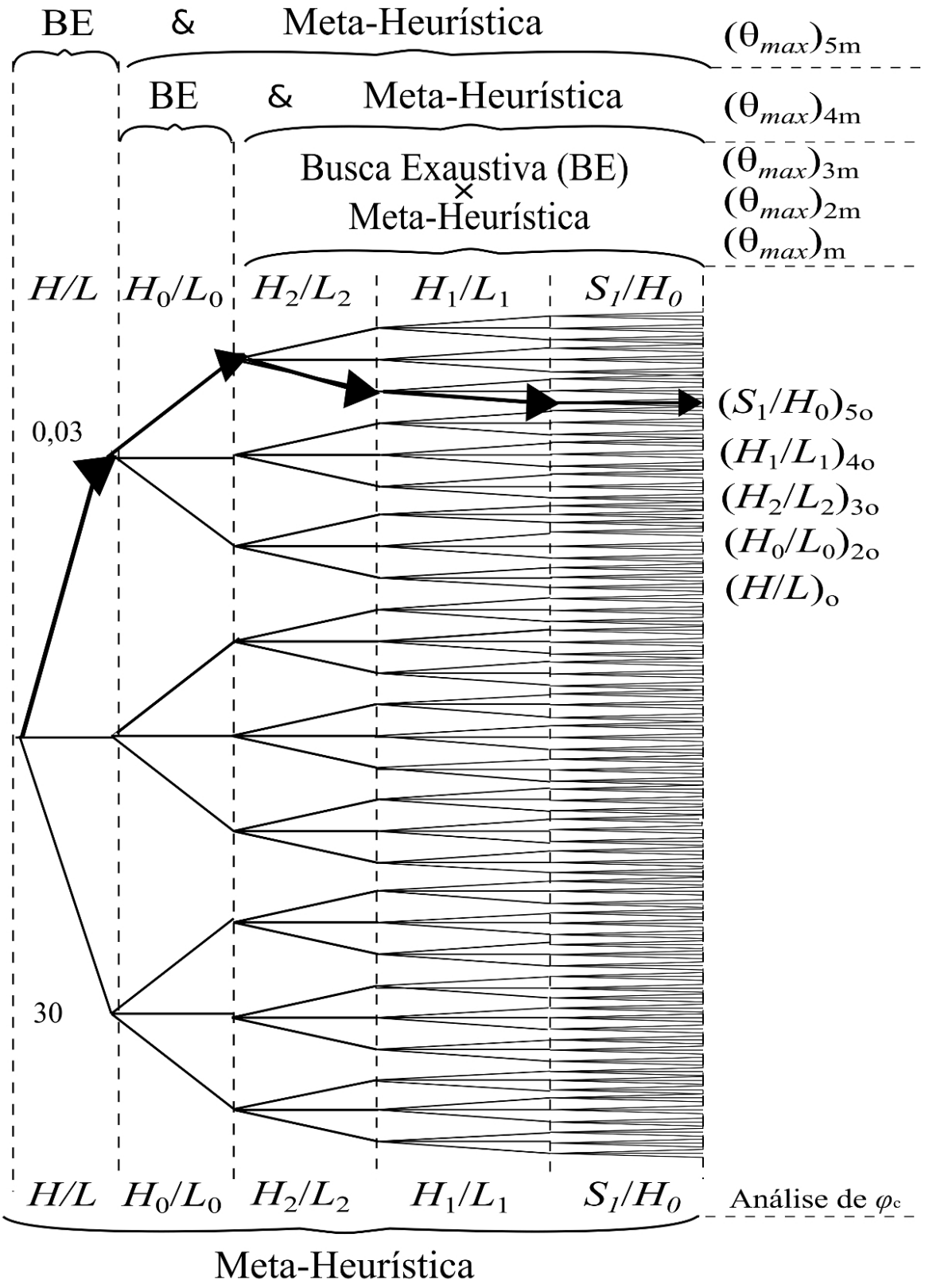


Figura 4.1: Fluxograma da otimização completa da cavidade Duplo-T.

Para a reprodução do efeito de um grau de liberdade sobre a performance térmica do sistema, é necessário realizar a otimização dos demais graus de liberdade para diferentes valores do grau de liberdade analisado. Por exemplo, otimizar os graus de liberdade H_1/L_1, H_2/L_2 e S_1/H_0 para diferentes valores de H_0/L_0 e, desta forma, reproduzir o efeito de H_0/L_0 sobre a geometria ótima de $(H_2/L_2)_o$, $(H_1/L_1)_{2o}$ e $(S_1/H_0)_{3o}$, assim como, o efeito sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{3m}$. Neste caso, é feita uma combinação do método de Busca Exaustiva (BE) e alguma meta-heurística de otimização, como os algoritmos estudados nesta Tese. Ou seja, é feita a aplicação da meta-heurística de forma exaustiva para cada valor do espaço discreto de busca do grau de liberdade avaliado. A Figura 4.1 mostra o exemplo de aplicação da combinação dos métodos BE e meta-heurística para os graus de liberdade H_0/L_0 e H/L. Para o estudo das restrições também é necessário aplicar a meta-heurística para a otimização de todos os graus de liberdade de forma exaustiva para diferentes valores da restrição estudada, neste caso o ϕ_c.

4.1.2. Otimização Geométrica da Cavidade Duplo-T através do Algoritmo de Evolução Diferencial e Recozimento Simulado

A comparação entre os algoritmos de Evolução Diferencial e Recozimento Simulado é realizada para a otimização de quatro graus de liberdade da cavidade Duplo-T. Os graus de liberdade otimizados foram: H_0/L_0, H_1/L_1, H_2/L_2 e S_1/H_0. A razão H/L, que define a geometria do domínio sólido, foi mantida em H/L=1. As restrições do problema permaneceram constantes com os seguintes valores: φ_c = 0,1, φ_1 = 0,015 e φ_2 = 0,015. O estudo também observou diferentes parâmetros de cada método, executando quatro versões do algoritmo ED e cinco do algoritmo RS. Foram executadas trinta execuções de cada versão dos algoritmos, devido à natureza estocástica dos métodos, os resultados foram registrados para análise. Através desse registro foram extraídas informações estatísticas a fim de comparar o desempenho de cada método. Medidas estatísticas e ferramentas de comparações múltiplas foram empregadas, a fim de classificar e diferenciar os algoritmos com melhor desempenho. Informações como média, valores máximos e mínimos foram utilizadas para a visualização do comportamento dos diferentes algoritmos e parâmetros estudados. Devido à natureza estocástica dos métodos, apenas uma comparação simples de média não é suficiente para atestar diferenças significativas entre os experimentos (Siegel, 1956). Através da avaliação da distribuição dos resultados pelo teste de Shapiro-Wilk (Shapiro e Wilk, 1965), foi observado que estes resultados não apresentam uma distribuição normal. Portanto, para a análise e comparação dos resultados foi necessário a aplicação de ferramentas estatísticas não-paramétricas, que não dependem de uma distribuição normal. Neste sentido, o método de Kruskal-Wallis (Kruskal

e Wallis, 1952) foi empregado para a avaliação dos resultados e identificação de diferenças estatisticamente significativas entre os experimentos executados. Todo o processamento estatístico, incluindo a plotagem de gráficos, foi executada através da linguagem e plataforma de análise estatística software R® (R CORE TEAM, 2020).

O algoritmo de ED foi adaptado ao problema da cavidade Duplo-T e implementado no ambiente de programação MATLAB®. Quatro diferentes versões do algoritmo foram utilizadas durante o processo de otimização. As versões variam na configuração de parâmetros, como o tipo de mutação, taxa de cruzamento (*CR*) e fator de amplificação diferencial (*F*). Foram empregados dois tipos de mutação, *rand/1/bin* e *best/2/bin*. Para o parâmetro *CR* foram analisados os valores 0,7 e 0,9. Como fator de amplificação foram observados os valores 1,5 e 2. O número de gerações (*NG*) foi configurado para 25, e o tamanho da população (*NP*) em 20 indivíduos, portanto são 500 avaliações da FO. Os parâmetros utilizados nestes experimentos são explicados na seção 2.2.2, que trata da meta-heurística ED, e os valores investigados estão todos dentro das faixas de valores recomendadas pelos autores (Storn e Price, 1997). As quatro versões do algoritmo ED foram identificadas aqui como ED1, ED2, ED3 e ED4. A Tabela 4.1 apresenta as diferentes versões e combinações de parâmetros utilizadas para o algoritmo ED.

Tabela 4.1. Versões do algoritmo ED e suas respectivas configurações de parâmetros.

Algoritmos	**Tipo de Mutação**	**Cruzamento (*CR*)**	**Fator de Amplificação (*F*)**
ED1	rand/1/bin	0,7	1,5
ED2		0,9	2,0
ED3	best/2/bin	0,9	2,0
ED4		0,7	1,5

Diferentes versões do algoritmo RS foram avaliadas, sendo os algoritmos diferenciados pelo emprego de variados parâmetros de *Cooling Schedule* (CS), explicado na seção 2.2.1. As funções utilizadas, como CS, para controlar o decaimento da temperatura do RS, foram as tradicionais *Boltz* e *Exponencial*, presentes na plataforma de desenvolvimento MATLAB®. O pacote de otimização utilizado através da plataforma MATLAB® ainda conta com o parâmetro de CS identificado como *Fast*, porém de cordo com Gonzales et al. (2015a), esse CS foi descartado por apresentar desempenho inferior quando aplicado ao tipo de problema de interesse. Foram analisadas também, outras versões do algoritmo RS, com parâmetros de CS híbridos, identificados como *BoltzExp, ConstExp1* e *ConstExp2* (Gonzales et al., 2015a, 2015b). Mesmo utilizando o pacote de otimização da plataforma MATLAB®, algumas funções do RS precisaram ser implementadas, assim como as

funções de CS, a fim de adaptar o método ao problema de interesse. Portanto, para o algoritmo RS, cinco versões foram avaliadas, diferenciando apenas o parâmetro de CS. Os parâmetros de CS avaliados foram os tradicionais presentes na plataforma MATLAB® e mais três parâmetros híbridos propostos por Gonzales et al. (2015a, 2015b) sendo eles, respectivamente: *Boltz*, *Exponencial*, *BoltzExp*, *ConstExp1* e *ConstExp2*. As versões do algoritmo RS foram identificadas de acordo com o parâmetro de CS, sendo respectivamente: RS_B, RS_E, RS_BE, RS_C1 e RS_C2. O máximo de 500 iterações foi definido como critério de parada para o algoritmo RS, a fim de comparação com o algoritmo ED. Outro parâmetro configurado foi o *Reannealing*, com o valor de 150. Este parâmetro controla quando a temperatura pode voltar ao valor inicial, neste caso, após 150 iterações. Na seção de resultados, 5.1.1, serão apresentadas as classificações geradas pela análise estatística, todas executadas através do ambiente de programação do Software R©.

4.1.3. Reprodução de Efeito dos Graus de Liberdade sobre a Geometria Ótima da Cavidade Duplo-T através dos Algoritmos de Evolução Diferencial e Recozimento Simulado

Até o presente momento, os experimentos focaram na habilidade da meta-heurística em encontrar a geometria ótima, e não se prender em mínimos locais. Como um próximo passo, esta seção aborda não só a obtenção de geometrias ótimas, mas também a reprodução do efeito dos graus de liberdade sobre o desempenho térmico da cavidade. Nesta avaliação, são executadas otimizações geométricas para diferentes valores em um intervalo predeterminado para um determinado grau de liberdade H/L ou H_0/L_0. Por exemplo, para um intervalo de $H/L \in [0{,}3;\ 30]$, a cada valor deste intervalo são otimizados os demais graus de liberdade (H_0/L_0, H_1/L_1, H_2/L_2 e S_1/H_0) e encontrados os valores da temperatura máxima em excesso adimensional quatro vezes minimizada $(\tilde{\theta}_{max})_{4m}$. Portanto, são reproduzidos os efeitos dos graus de liberdade H_0/L_0 e H/L sobre as temperaturas $(\tilde{\theta}_{max})_{3m}$ e $(\tilde{\theta}_{max})_{4m}$, respectivamente.

Para reproduzir o efeito de H/L sobre os demais graus de liberdade e sobre o desempenho térmico, são realizadas trinta execuções de cada algoritmo para cada valor do espaço de busca de H/L. Os resultados de geometria ótima e temperatura máxima em excesso adimensional quatro vezes mínima são registrados em arquivos CSV. Com estes resultados, temos as informações de média, desvio padrão, máximos e mínimos em relação a geometria ótima e $(\tilde{\theta}_{max})_{4m}$. O mesmo procedimento é aplicado para a reprodução do efeito de H_0/L_0 sobre a geometria ótima e $(\tilde{\theta}_{max})_{3m}$, porém com o intervalo $H_0/L_0 \in [0{,}44;\ 24{,}5]$. As médias dos resultados de todas as diferentes versões dos algoritmos de ED e RS foram comparadas com os valores geométricos ótimos que levaram aos menores valores de $(\tilde{\theta}_{max})_{4m}$ ou $(\tilde{\theta}_{max})_{3m}$ registrados por diferentes algoritmos. O objetivo é observar

qual algoritmo possui a média dos resultados mais próxima da curva de efeito gerada com os melhores resultados.

As versões dos algoritmos ED e RS avaliadas nesta seção são as mesmas descritas na seção anterior, 4.1.2. Apenas o número máximo de iteração foi alterado, para o efeito de H_0/L_0 todos os algoritmos foram mantidos com o máximo de 150 iterações. Para a reprodução do efeito de H/L, o critério de parada foi alterado para 300 iterações, pois é necessário otimizar quatro graus de liberdade. Os resultados e a comparação entre as curvas de efeito entre cada algoritmo são apresentados na seção 5.1.2.

4.1.4. Análise de Diferentes Parâmetros do Algoritmo de Evolução Diferencial na Avaliação Geométrica da Cavidade Duplo-T

Nesta seção foram avaliadas diferentes versões do algoritmo de Evolução Diferencial (ED) na reprodução dos efeitos do grau de liberdade H/L sobre a geometria ótima e temperatura máxima em excesso adimensional quatro vezes minimizada da cavidade Duplo-T. Foi utilizado o mesmo espaço de busca de H/L da seção anterior. A intenção é observar, através das medidas estatísticas, a influência da configuração de parâmetros do método ED na obtenção das geometrias ótimas e reprodução de efeito da geometria em relação ao desempenho térmico da cavidade.

As versões do algoritmo ED avaliadas, são as mesmas apresentadas nas seções anteriores (ED1, ED2, ED3 e ED4). Porém, nesta análise, além dos parâmetros do algoritmo ED, como F e CR, o número de iterações também é variado, para que se possa identificar a influência dos parâmetros de número de gerações (NG) e tamanho da população (NP). Portanto, as versões do algoritmo ED e as configurações de parâmetros utilizadas podem ser verificadas na Tab. 4.2. A Tabela 4.2, a seguir, apresenta as combinações entre NG e NP para formar o número de iterações, ou avaliações da FO.

Tabela 4.2. Combinações dos parâmetros de tamanho da população (NP) e gerações (NG).

Tamanho da População (*NP*)	**Número de Gerações (*NG*)**	**Total de Iterações**
5	10	50
10		100
10	15	150
15	20	300

Para cada valor de *H*/*L* são realizadas trinta execuções de cada versão do algoritmo ED, para a reprodução do efeito deste grau de liberdade sobre a geometria ótima. Ao final de cada rodada, os resultados de todos os algoritmos são registrados em arquivos CSV. A análise é feita através da média e desvio padrão dos resultados obtidos durante o processo de otimização. Os resultados da análise das diferentes versões do algoritmo ED são apresentados no próximo capítulo, na seção 5.1.3.

4.2. Otimização Aplicada à Cavidade Duplo-Y

O algoritmo de Evolução Diferencial (ED) foi a meta-heurística escolhida para os processos de otimização, devido ao seu melhor desempenho em comparação ao algoritmo de Recozimento Simulado, que será discutido no capítulo de resultados. A metodologia de Busca Exaustiva (BE) é aplicada para os primeiros níveis de otimização, onde não existe esforço computacional considerável, e seus resultados são utilizados para validar os resultados da meta-heurística empregada. Para a avaliação de graus de liberdade de maior hierarquia e análise de restrições, o método BE é aplicado em combinação com o ED para a reprodução do efeito dos graus de liberdade sobre as geometrias ótimas e desempenho térmico do domínio computacional.

Durante a otimização da cavidade Duplo-Y, foram novamente estudadas versões do algoritmo ED, diferenciadas pelos parâmetros de mutação, cruzamento (*CR)* e fator de amplificação diferencial (*F)*. Além dos operadores de mutação já apresentados no capítulo 2.2.2, Eqs. (2.3) e (2.6), dois novos operadores foram investigados, denominados *best/1/bin* e *current-to-best/1/bin* (Chakraborty, 2008), representados respectivamente pelas Eqs. (4.1) e (4.2). As versões foram nomeadas de: ED1 (*rand/1bin*), Eq. (2.3); ED2 (*best/1/bin*) Eq. (4.1); ED3 (*best/2/bin*) Eq. (2.6); ED4 (*current-to-best/1/bin*) Eq. (4.2).

$$v_{i,G+1} = x_{best,G} + F \times \left(x_{r1,G} - x_{r2,G} \right) \tag{4.1}$$

$$v_{i,G+1} = x_{i,G} + F \times \left(x_{best,G} - x_{i,G} \right) + F \times \left(x_{r1,G} - x_{r2,G} \right) \tag{4.2}$$

Em relação aos parâmetros de cruzamento (*CR*) e fator de amplificação (*F*), foram empregados aqueles que apresentaram os melhores resultados nas otimizações realizadas com a cavidade Duplo-T, portanto *CR* = 0,7 e *F* = 1,5. Novos valores para *CR* e *F* também são avaliados. Para aumentar a velocidade de convergência do algoritmo, se optou por uma taxa de cruzamento

maior, CR = 0,9. Seguindo recomendações de Storn e Price (1997), o fator de amplificação foi reduzido para F = 1. Portanto, esses valores configuram um meio termo entre a combinação de parâmetros CR e F avaliados na otimização da cavidade Duplo-T. A Tabela 4.3 apresenta as possíveis combinação entre os parâmetros de CR e F, assim como, uma codificação de nome para a versão do algoritmo ED (ED*xy*), onde o x representa o operador de mutação de acordo com as versões ED1, ED2 ED3 e ED4, e y refere-se as combinações de F e CR presentes na Tab. 4.3. Por exemplo, a versão ED11, representa a seguinte configuração de parâmetros para mutação, cruzamento e fator de amplificação: *rand/1/bin*, CR = 0,7 e F = 1,5. Sendo x = 1 o operador de mutação *rand/1/bin* e y = 1 a combinação de CR e F da Tab. 4.3. Já o algoritmo ED12, é a versão que utiliza o operador de mutação *rand/1/bin* e os valores de CR = 0,7 e F = 1.

Tabela 4.3. Combinações dos parâmetros de cruzamento (CR) e fator de amplificação (F).

Versões do Algoritmo ED	**Cruzamento**	**Fator de Amplificação**
ED*x*1	0,7	1,5
ED*x*2	0,7	1
ED*x*3	0,9	1,5
ED*x*4	0,9	1
	Operador de Mutação	
ED1*y*	*rand/1/bin*	
ED2*y*	*best/1bin*	
ED3*y*	*best/2/bin*	
ED4*y*	*current-to-best/1/bin*	

Durante o processo de avaliação geométrica e de acordo com cada nível de otimização, ou seja, número de graus de liberdade otimizados, foram analisadas diferentes combinações de tamanho da população (*NP*) e número de gerações (*NG*). Visto que estes são os parâmetros mais influentes no comportamento do algoritmo ED, segundo a literatura (Piotrowski, 2017; Platt e Lima, 2018). Portanto, os valores empregados em cada processo de otimização serão apresentados nos capítulos a seguir.

Os processos foram executados em computadores distintos, dividindo a carga de trabalho de acordo com cada experimento. Foram utilizados, portanto, um Intel(R) Xeon(R) E31240 de 3,30 GHz com 8GB de RAM, um i7-6700HQ de 2,60GHz com 16GB de RAM, e um i7-6800K de 3,40GHz com 16GB de memória RAM. Todos os computadores utilizados na pesquisa executam sistemas operacionais baseados no Kernel Linux.

4.2.1. Design Construtal Aplicado à Cavidade Duplo-Y

Os sete graus de liberdade que determinam a geometria da cavidade Duplo-Y (H/L, H_0/L_0, S_1/H_0, H_1/L_1, H_2/L_2, α e β) são variados durante o processo de otimização na busca pela geometria ótima. As geometrias estão sujeitas às restrições de área φ_c, φ_1 e φ_2, respectivamente a fração de área da cavidade em relação a área total e fração de área de cada braço da cavidade Duplo-Y. As equações que definem as variáveis da geometria de acordo com os graus de liberdade são apresentadas a seguir:

$$\widetilde{\mathrm{L}} = \sqrt{\left(\frac{1}{H/L}\right)} \tag{4.3}$$

$$\widetilde{\mathrm{H}} = H/L \times \widetilde{\mathrm{L}} \tag{4.4}$$

$$\widetilde{\mathrm{L}}_0 = \sqrt{\left(\frac{\varphi_c - 2\,\varphi_1 + 2\,\varphi_2}{H_0/L_0}\right)} \tag{4.5}$$

$$\widetilde{\mathrm{H}}_0 = H_0/L_0 \times \widetilde{\mathrm{L}}_0 \tag{4.6}$$

$$\widetilde{S}_1 = S_1/H_0 \times \widetilde{\mathrm{H}}_0 \tag{4.7}$$

$$\widetilde{L}_1 = \sqrt{\left(\frac{\varphi_1}{H_1/L_1}\right)} \tag{4.8}$$

$$\widetilde{H}_1 = H_1/L_1 \times \widetilde{L}_1 \tag{4.9}$$

$$\widetilde{L}_2 = \sqrt{\left(\frac{\varphi_2}{H_2/L_2}\right)} \tag{4.10}$$

$$\widetilde{H}_2 = H_2/L_2 \times \widetilde{\mathrm{L}}_2 \tag{4.11}$$

Os graus de liberdade que formam a geometria da cavidade Duplo-Y possuem relação de dependência entre si. Por exemplo, o grau de liberdade H_0/L_0 não pode ser definido com uma razão que extrapole a área do domínio computacional definida pelo grau de liberdade H/L. Portanto os valores máximos e mínimos de H_0/L_0, estão limitados pela razão H/L. O mesmo processo acontece com os demais graus de liberdade, como por exemplo a razão H_1/L_1, que depende de S_1/H_0, que por sua vez depende do valor da razão H_0/L_0. Porém, H_1/L_1 também depende de α para ser definido

corretamente. Dessa forma, para que se possa gerar dinamicamente o espaço de busca de cada grau de liberdade durante o processo de otimização, é necessário calcular os valores máximos e mínimos do limite geométrico do espaço de busca, de acordo com a dependência entre os graus de liberdade. As equações utilizadas para determinar o espaço de busca de cada grau de liberdade serão apresentadas nas seções seguintes, de acordo com cada nível de otimização. A Figura 4.2 mostra um diagrama simplificado que exemplifica as dependências entre os graus de liberdade. As dependências são representadas através de conexões interligando a razão independente na direção da razão dependente.

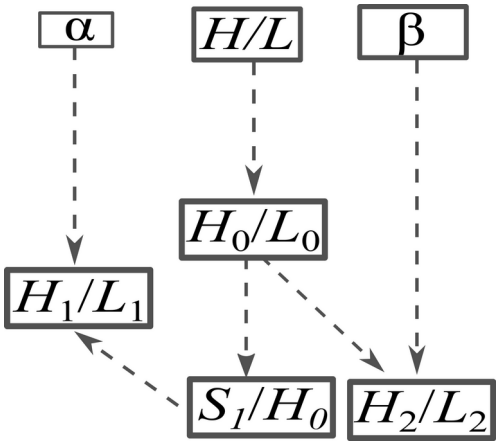


Figura 4.2: Esquema de dependência entre graus de liberdade da cavidade Duplo-Y.

A Figura 4.3 apresenta um diagrama em forma de escada onde os graus de liberdade estão ordenados de acordo com sua hierarquia, estabelecida a partir das suas relações de dependências. Os traços em destaque no diagrama de escada representa o caminho para geometria ótima entre várias possibilidades de configurações geométricas. Devido ao grande número de variáveis, o diagrama em forma de escada, Fig. 4.3, substitui a árvore de otimização apresentada na Fig. 4.1. Os níveis de otimização, 1º ao 7º, empregados na avaliação geométrica pelo método DC, são representados por barras horizontais indicando os graus de liberdade incluídos no processo de otimização.

A primeira etapa da avaliação geométrica da cavidade Duplo-Y consiste na otimização dos graus de liberdade α e β, ou seja, os ângulos de inclinação dos braços da geometria. Os demais graus de liberdade foram mantidos com valores constantes, assim como a restrição ϕ_c. Para o primeiro nível de otimização, foram otimizados os dois ângulos com os mesmos valores, considerando ambos como um único grau de liberdade (α = β). A otimização de dois graus de liberdade compreendeu a busca dos ângulos α e β de forma independente. Para o terceiro nível de

otimização, o grau de liberdade a ser otimizado foi a altura do braço inferior, representada pela razão S_1/H_0.

O quarto nível de otimização buscou a geometria ótima da razão H_0/L_0, que representa o ramo principal da cavidade Duplo-Y, ou tronco. O processo de avaliação geométrica para identificar o efeito de H_0/L_0 sobre os graus de liberdade e indicador de performance, foi realizado através da combinação dos métodos de otimização de Busca Exaustiva (BE) e o algoritmo de Evolução Diferencial (ED). Para a otimização de quatro graus de liberdade o processo de otimização buscou a geometria ótima para diferentes valores discretos para a razão H_0/L_0. O método de BE foi utilizado para a variação da razão H_0/L_0, enquanto que o algoritmo ED foi empregado na busca das geometrias ótimas.

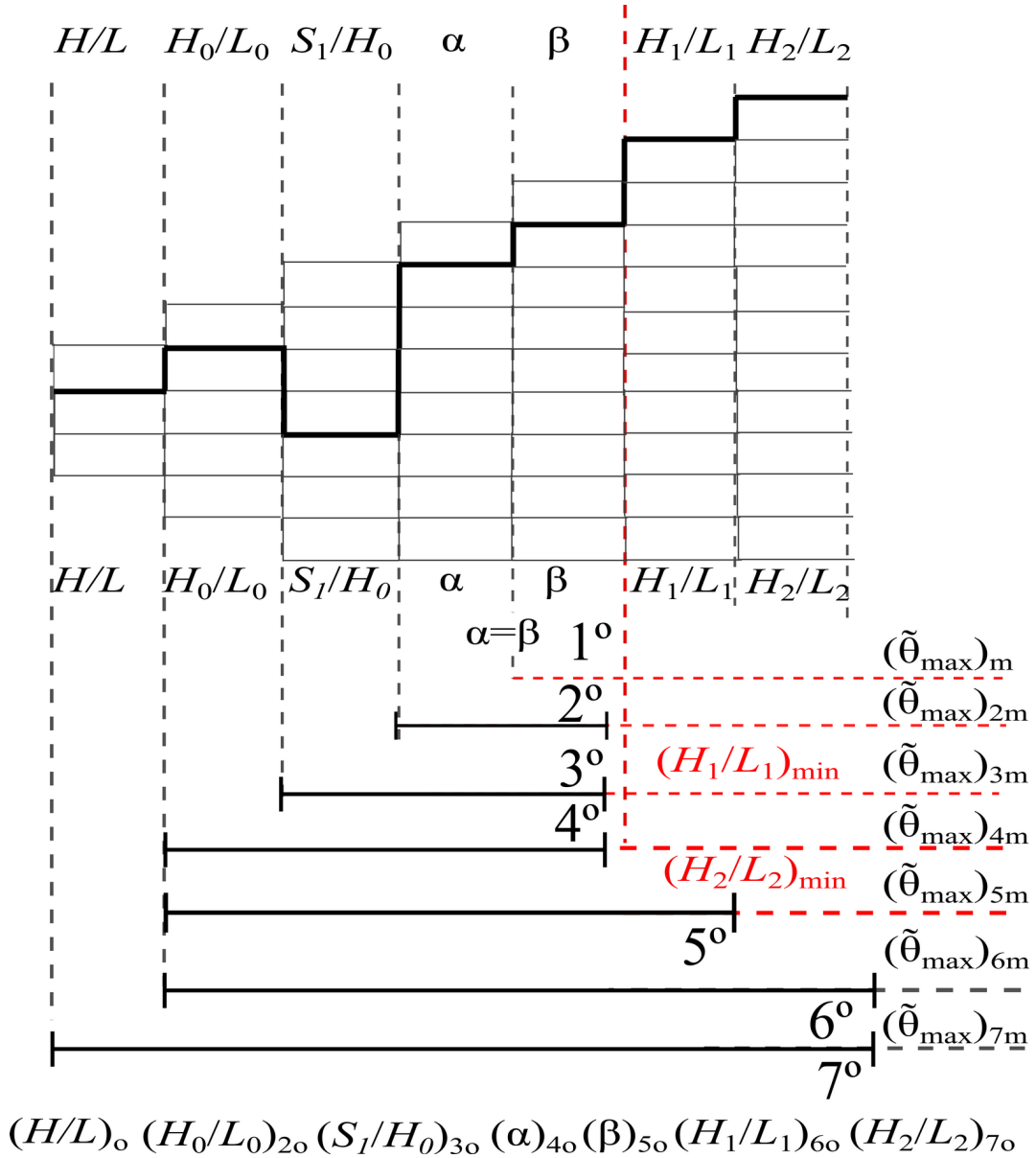


Figura 4.3: Esquema de otimização da cavidade Duplo-Y

A otimização de cinco e seis graus de liberdade foi realizada através da otimização das razões dos braços da cavidade Duplo-Y, H_1/L_1 e H_2/L_2. Nos níveis anteriores de otimização, esses graus de liberdade foram mantidos com valores mínimos, ou seja, o comprimento dos braços se estendem até o limite do domínio computacional. De acordo com a avaliação geométrica da cavidade Duplo-T, as razões mínimas de H_1/L_1 e H_2/L_2 foram as que apresentaram o melhor desempenho para H/L = 1. Em estudos em cavidades resfriadoras, com valor de fração de área/volume pequeno, observa-se que quanto mais a geometria adentrar o domínio, melhor será a eficiência em remover o calor (Biserni et al. 2004). Portanto, com esse processo de otimização, será possível validar esta afirmação, ou seja, de que as razões ótimas para H_1/L_1 e H_2/L_2 devem ser as mínimas possíveis, quando os braços adentram ao domínio computacional até o limite da geometria do sólido.

A otimização completa da geometria incluiu a busca pela geometria ótima do grau de liberdade que determina o formato do domínio sólido, H/L, mantendo-se constante apenas a restrição de área da cavidade φ_c. Nesse processo de avaliação geométrica, o interesse principal é a reprodução do efeito do formato do domínio computacional, representado pela razão H/L, sobre as geometrias ótimas e indicador de performance térmica. A última avaliação realizada reproduz o efeito de H/L sobre a geometria ótima para diferentes restrições φ_c, assim como, o efeito das restrições sobre a geometria sete vezes otimizada e temperatura adimensional sete vezes mínima $(\tilde{\theta}_{max})_{7m}$. Nas próximas seções serão tratadas as particularidades de cada etapa do processo de avaliação geométrica da cavidade Duplo-Y, assim como as características de cada nível de otimização, incluindo detalhes da geração do espaço de busca e aplicação dos métodos de otimização de BE e ED.

4.2.2. Otimização de Um Grau de Liberdade

Para a avaliação geométrica de um grau de liberdade a pesquisa considerou uma análise baseada na geometria da cavidade Duplo-T. Portanto, os graus de liberdade H_0/L_0, H_1/L_1 e H_2/L_2 foram mantidos com razões constantes com geometria semelhante ao Duplo-T. Sendo assim, as razões foram definidas como H/L = 1, H_0/L_0 = 10, S_1/H_0 = 0,5 e $H_1/L_1 = H_2/L_2$ = 0,07. A restrição de área da cavidade foi definida como φ_c = 0,1. Para o estudo da influência da angulação dos braços da geometria no desempenho térmico do domínio computacional, foram analisados os ângulos α e β. Neste primeiro momento, os ângulos foram investigados como um único grau de liberdade, ou seja, α = β.

A metodologia aplicada na otimização de um grau de liberdade compreende a aplicação do método de BE e da meta-heurística de ED. Para este primeiro nível de otimização o espaço de busca dos ângulos compreende o intervalo de $\alpha = \beta \in [-80°, 80°]$, com o incremento $\Delta\alpha = \Delta\beta = 1°$. Portanto, são necessárias 160 simulações para a otimização com a metodologia de BE. Os resultados da otimização com o método BE são utilizados para validar os resultados da meta-heurística ED. Quanto ao parâmetro de tamanho da população (*NP*) e número de gerações (*NG)*, foram definidos respectivamente como 5 e 10, somando um total de 50 simulações, menos de 32% do esforço computacional requerido pelo método BE.

Para a comparação entre as diferentes versões do algoritmo de ED, foram realizadas trinta execuções de cada versão e registradas as informações de $(\alpha)_o = (\beta)_o$ e $(\tilde{\theta}_{max})_m$ encontradas em cada rodada. As informações coletadas em cada rodada foram armazenadas em formato de arquivo CSV, que salva os dados em formato de texto puro, separados pelo caractere vírgula. Através destes dados foi possível a realização de testes estatísticos para a avaliação das diferentes versões do algoritmo de ED quanto a influência do parâmetro de mutação. Nos estudos anteriores, com a cavidade Duplo-T, os resultados indicaram os parâmetros de *CR* e *F*, dentre aqueles estudados, com o melhor desempenho. Para a cavidade Dublo-Y a pesquisa analisa os diferentes operadores de mutação e, para os demais níveis de otimização, diferentes combinações de *NP* e *NG*.

O teste estatístico de Shapiro-Wilk foi aplicado para identificar o tipo de distribuição dos dados correspondentes aos resultados do processo de otimização com cada versão do algoritmo ED. Se confirmado que os dados não apresentam uma distribuição normal, é aplicado o teste de Kruskal-Wallis (KW), para amostras não-paramétricas, caso contrário, é utilizada a análise de variância pelo método ANOVA e comparações múltiplas pelo teste de Tukey (Hines et al, 2006). Após a aplicação dos testes estatísticos é possível identificar a existência de diferenças estatisticamente significativas entre os resultados das versões do algoritmo ED. Essa metodologia também foi aplicada nos demais níveis de otimização. Porém, em todos os casos, os dados são classificados como não-paramétricos, e o teste utilizado foi o KW.

O método KW apenas indica que existe uma diferença significativa entre as versões do ED, mas não identifica quais são as versões diferentes das demais. A comparação múltipla entre as versões foi realizada através do teste de Dunn (Dunn, 1964), sendo possível classificar as versões em diferentes grupos e identificar quais algoritmos possuem comportamento semelhante, assim como, quais são realmente distintos. O nível de significância empregado em todos os testes foi $\alpha_s = 0{,}05$. Com a avaliação estatística é possível identificar quais dos parâmetros têm maior influência

no desempenho dos algoritmos e assim escolher o conjunto de parâmetros mais adequado ao problema de interesse. Os resultados da avaliação geométrica de um grau de liberdade, bem como, a análise das versões do algoritmo ED, serão tratados em detalhes na sessão 5.2.1.

4.2.3. Otimização de Dois Graus de Liberdade

Para a otimização de dois graus de liberdade a pesquisa investigou os ângulos α e β, reproduzindo a influência do ângulo α em relação a geometria ótima do ângulo β, assim como, a influência sobre o desempenho térmico do domínio computacional. O processo inverso, influência de β sobre α, também é investigado. Ao final se obtêm a geometria duas vezes otimizada que leva à máxima temperatura em excesso adimensional duas vezes minimizada, $(\tilde{\theta}_{max})_{2m}$. Os demais graus de liberdade foram mantidos com valores predefinidos durante o processo de otimização, sendo: H/L=1, H_0/L_0=10 e S_1/H_0 = 0,5. A restrição em relação à fração de área da cavidade sobre a área total empregada foi φ_c = 0,1. Para as razões H_1/L_1 e H_2/L_2, foram mantidos os valores mínimos, ou seja, o menor valor dentro do espaço de busca. Desta forma a geometria dos braços se estende até as laterias do domínio computacional, da mesma forma como indicam os resultados da otimização da cavidade em forma de Duplo-T. Para a determinação da razão mínima do grau de liberdade $(H_1/L_1)_{min}$, as equações são adaptadas às variáveis que constroem a geometria do braço inferior da cavidade Duplo-Y, assim como aos graus de liberdade hierarquicamente superiores. Ou seja, para a definição do grau de liberdade H_1/L_1 é necessário antes definir os graus de liberdade H/L, H_0/L_0, S_1/H_0 e α. A equação a seguir descreve a magnitude mínima para o grau de liberdade H_1/L_1:

$$\left(\mathrm{H_1/L_1}\right)_{\min} \simeq \frac{\varphi_1}{\left(\dfrac{0.5\,\mathrm{L}-0.5\,\mathrm{L_0}-0.01}{\cos|\alpha|}\right)^2} \tag{4.12}$$

A Equação (4.12) não é totalmente precisa para valores negativos do grau de liberdade α. Portanto é necessário ainda uma segunda validação do valor calculado para $(H_1/L_1)_{min}$ a fim de evitar a geração de uma geometria inválida. Portanto, duas variáveis são utilizadas para auxiliar na minimização do grau de liberdade H_1/L_1, sendo elas P_1 e L_f, respectivamente a projeção do braço inferior no eixo y e o limite inferior da geometria. As novas variáveis são determinadas pelas equações a seguir:

$$L_f = \left(S_1 - 0{,}01\right) \tag{4.13}$$

$$P_1 = L_1 \sin|\alpha| \tag{4.14}$$

Os valores 0,01, presentes nas Eqs. (4.12) e (4.13), são usados para evitar que a geometria da cavidade interfira nos limites do sólido, permitindo a geração da malha no domínio computacional. A variável geométrica S_1 na Eq. (4.13), derivada do grau de liberdade S_1/H_0, representa a posição do braço inferior no tronco da cavidade Duplo-Y, ou seja, em que altura de H_0 o braço estará posicionado. Portanto, se a projeção do braço inferior no eixo y for maior do que o limite inferior, $P_1 > L_f$, será gerada uma geometria inválida, sendo necessário portanto a aplicação da equação a seguir para corrigir.

$$\left(H_1/L_1\right)_{min} \simeq \frac{\varphi_1}{\left(\frac{L_f}{\sin|\alpha|}\right)^2} \tag{4.15}$$

Porém a Equação (4.15) também é uma aproximação e em alguns casos ainda pode gerar geometrias inválidas. Portanto essa equação é usada como solução inicial, ponto de partida, para a resolução final na forma de algoritmo, representado no pseudocódigo da Tabela 4.4.

Tabela 4.4. Algoritmo para a determinação da razão mínima de H_1/L_1.

Algoritmo 3: Definição da razão $(H_1/L_1)_{min}$	
1	φ_c , φ_1, H/L, H_0/L_0, S_1/H_0, L, L_0, H_0 *e* S_1 são definidos *a priori*
2	$L_f \leftarrow S_1 - 0{,}01$
3	$\alpha \leftarrow$ Define um valor entre -80 e 80
4	$(H_1/L_1)_{min} \leftarrow \varphi_1 / ((L/2 - L_0/2 - 0{,}01)/\cos(\lvert\alpha\rvert))^2$
5	***Se*** $\alpha < 0$
6	$L_1 \leftarrow \sqrt{}(\varphi_1 / (H_1/L_1)_{min})$
7	$P_1 \leftarrow L_1 \sin\lvert\alpha\rvert$
8	***Se*** $L_f < P_1$ **:**
9	$(H_1/L_1)_{min} \leftarrow \varphi_1 / (L_f / \sin\lvert\alpha\rvert)^2$
10	$L_1 \leftarrow \sqrt{}(\varphi_1 / (H_1/L_1)_{min})$
11	$H_1 = (H_1/L_1)_{min} \times L_1$
12	**Enquanto** $S_1 - (H_1/\sin(90 + \alpha))/2 - L_1 \sin\lvert\alpha\rvert - 0.01 \leq 0$ ***faça*:**
13	$L_1 = L_1 - 0{,}01$;
14	$(H_1/L_1)_{min} \leftarrow \varphi_1 / (L_1)^2$;
15	$H_1 = (H_1/L_1)_{min} \times L_1$
16	***Fim Enquanto***
17	***Fim Se***
18	***Fim Se***

Para a determinação da razão mínima do grau de liberdade $(H_2/L_2)_{min}$ é utilizada a mesma estratégia empregada na determinação de $(H_1/L_1)_{min}$, porém adaptada aos graus de liberdade

hierarquicamente superiores na construção da cavidade, H/L, H_0/L_0 e β. As equações que determinam os valores mínimos para o grau de liberdade H_2/L_2 são apresentadas a seguir:

$$(H_2/L_2)_{min} \simeq \frac{\varphi_2}{\left(\frac{(0{,}5\,L - 0{,}5\,L_0 - 0{,}01)}{\cos|\beta|}\right)^2} \tag{4.16}$$

A Equação (4.16) ainda pode gerar algumas geometrias inválidas, quando o comprimento do braço superior ultrapassa a geometria do domínio computacional, tanto na parte superior (β > 0) quanto para a parte inferior (β < 0). Portanto, são necessárias novas variáveis: L_s, L_f e P_2. A variável P_2 representa a projeção do braço da cavidade no eixo y. Enquanto que L_s e L_f representam, respectivamente, os limites superior e inferior do domínio computacional. As novas variáveis são determinadas pelas equações a seguir:

$$L_s = (H - H_0 - 0.01) \tag{4.17}$$

$$L_f = (H_0 - 0.01) \tag{4.18}$$

$$P_2 = L_2 \sin|\beta| \tag{4.19}$$

A variável P_2, portanto, indica se a razão para H_2/L_2 faz com que a geometria do braço superior extrapole o domínio computacional. A Figura 4.4 apresenta um esquema representando as variáveis L_s e P_2.

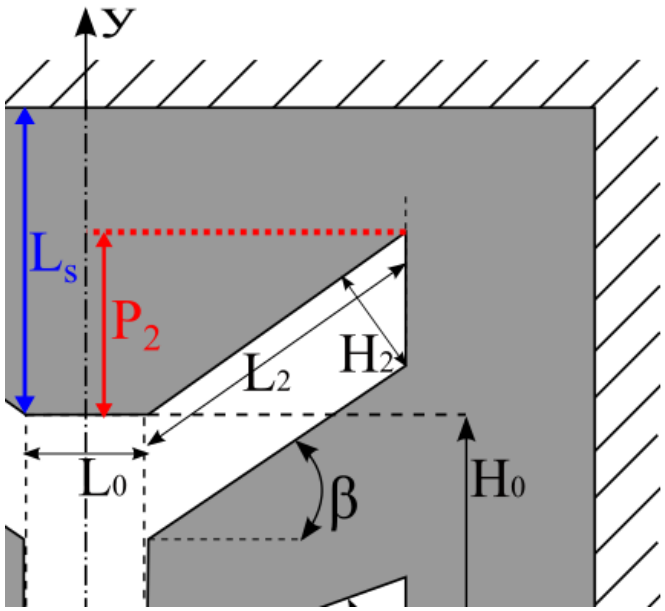


Figura 4.4: Limite superior da geometria L_s e projeção P_2 do braço superior no eixo y.

Se o valor de P_2 for maior do que os limites geométricos determinados por L_s e L_f, então o valor de $(H_2/L_2)_{min}$ é atualizado pela seguinte equação:

$$\left(H_2/L_2\right)_{min} \simeq \begin{cases} \dfrac{\varphi_2}{\left(\dfrac{L_s}{\sin|\beta|}\right)^2}, & \text{se} \quad \beta > 0 \quad \text{e} \quad L_s < P_2 \\ \dfrac{\varphi_2}{\left(\dfrac{L_f}{\sin|\beta|}\right)^2}, & \text{se} \quad \beta < 0 \quad \text{e} \quad L_f < P_2 \end{cases} \tag{4.20}$$

Para valores de $\beta < 0$, o ajuste aplicado na Eq. (4.20) ainda não é totalmente preciso, sendo necessário, em alguns casos, um algoritmo para resolver o valor mínimo de H_2/L_2. O pseudocódigo da Tabela 4.5 apresenta o processo de determinação de $(H_2/L_2)_{min}$ para todos os valores possíveis de β.

Tabela 4.5. Algoritmo para a determinação da razão mínima de H_2/L_2.

Algoritmo 4: Definição da razão $(H_2/L_2)_{min}$	
1	$\varphi_c \leftarrow 0{,}1$
2	$\varphi_2 \leftarrow 0{,}6 \times \varphi_c / 4$
3	$H/L \leftarrow 1$
4	$H_0/L_0 \leftarrow 10$
5	$L \leftarrow \sqrt{}(1/H/L)$
6	$L_0 \leftarrow \sqrt{}((\varphi_c - 4\varphi_1)/H_0/L_0)$
7	$H_0 \leftarrow L_0 \times H_0/L_0$
8	$L_s \leftarrow H - H_0 - 0{,}01$
9	$L_f \leftarrow H_0 - 0{,}01$
10	$\beta \leftarrow$ Define um valor entre -80 e 80
11	$(H_2/L_2)_{min} \leftarrow \varphi_2 / ((L/2 - L_0/2 - 0{,}01)/\cos(\|\beta\|))^2$
12	$L_2 \leftarrow \sqrt{}(\varphi_2 / (H_2/L_2)_{min})$
13	$P_2 \leftarrow L_2 \sin\|\beta\|$
14	***Se*** $\beta > 0$ ***e*** $L_s < P_2$**:**
15	$(H_2/L_2)_{min} \leftarrow \varphi_2/(L_s / \sin\|\beta\|)^2$
16	***Senão Se*** $\beta < 0$ ***e*** $L_f < P_2$ **:**
17	$(H_2/L_2)_{min} \leftarrow \varphi_2 / (L_f / \sin\|\beta\|)^2$
18	$L_2 \leftarrow \sqrt{}(\varphi_2 / (H_2/L_2)_{min})$
19	$H_2 = (H_2/L_2)_{min} \times L_2$
20	**Enquanto** $H_0 - H_2/\sin(90 + \beta) - L_2 \sin\|\beta\| - 0.01 \leq 0$ ***faça*****:**
21	$L_2 = L_2 - 0{,}01$;
22	$(H_2/L_2)_{min} \leftarrow \varphi_2 / (L_2)^2$;
23	$H_2 = (H_2/L_2)_{min} \times L_2$
24	***Fim Enquanto***
25	***Fim Se***

Os passos da linha 20 à linha 23 do algoritmo presente na Tab. 4.5 resolvem o problema de geometria inválida ocasionada pela condição de $L_f < P_2$. Nesse caso, se utiliza o próprio valor de L_f para se gerar um valor aproximado de $(H_2/L_2)_{min}$. Logo após, a estrutura de repetição ***Enquanto*** é empregada para minimizar o valor de L_2, o qual é decrementado até que a expressão da linha 20 retorne um valor maior do que zero. As variáveis H, L, H_0, L_0, H_2 e L_2 são determinadas de acordo com as Eqs. (4.3) a (4.11) apresentadas na seção 4.2.1.

A estratégia de definição de um valor mínimo para os graus de liberdade H_1/L_1 e H_2/L_2 será utilizada em todos os próximos níveis de otimização. Esses graus de liberdade serão otimizados nos níveis cinco e seis da análise pelo método Design Construtal. Até o nível quatro, onde são otimizados quatro graus de liberdade, serão aplicados os valores mínimos de H_1/L_1 e H_2/L_2 em vez de um valor fixo. A proposta com esta metodologia é seguir as recomendações do processo de avaliação geométrica da cavidade Duplo-T, onde o melhor desempenho se obteve quando a geometria dos braços da cavidade adentraram até o limite do domínio computacional, (Gonzales et al., 2015b).

Os resultados do método de Busca Exaustiva (BE) serão utilizados para validar os resultados do algoritmo de Evolução Diferencial (ED). Foram investigadas as mesmas versões do algoritmo ED estudadas na seção para a avaliação de um grau de liberdade, ou seja, dezesseis diferentes combinações para o operador de mutação, taxa de cruzamento (CR) e fator de amplificação (F). Portanto, é analisada a influência desses parâmetros no desempenho dos algoritmos. Duas combinações de tamanho da população (NP) e número de gerações (NG) foram aplicadas. Primeiro foram analisadas as versões da Tab. 4.3 com $NP = 20$ e $NG = 50$, e uma segunda rodada de experimentos foi realizada empregando $NP = 30$, mantendo o mesmo valor de NG.

A análise estatística empregada na comparação dos resultados das diferentes versões do algoritmo ED seguiu a mesma metodologia aplicada na análise dos resultados da otimização de um grau de liberdade. Primeiramente foram calculadas métricas estatísticas para cada algoritmo, na seção de resultados serão apresentadas apenas as mais relevantes, porém entre as métricas utilizadas estão a Média, Variância, Desvio Padrão, Erro Padrão e a Raiz do Erro Médio Quadrático (RMSE). Os Testes estatísticos de Shapiro-Wilk e Kruskal-Wallis foram aplicados para classificar e diferenciar os resultados das versões do algoritmo ED.

Após a análise de desempenho dos algoritmos e classificação pela análise estatística, uma única versão foi escolhida para a reprodução do efeito dos graus de liberdade sobre a geometria ótima e desempenho térmico da cavidade Duplo-Y. A busca pela geometria duas vezes otimizada,

ou seja, a otimização de dois graus de liberdade de forma simultânea pela meta-heurística é eficiente para a determinação da geometria ótima final, mas não é capaz de demonstrar o efeito de um grau de liberdade sobre outra variável geométrica e indicador de performance, $(\tilde{\theta}_{max})_m$. Essa ineficácia é demonstrada através da comparação da exploração do espaço de busca das melhores versões do algoritmo ED e o real efeito reproduzido pelo método BE. Os resultados dessa comparação são discutidos na seção 5.2.2.

Para a reprodução do efeito dos graus de liberdade sobre a geometria ótima e a resistência térmica do domínio computacional, é utilizada uma combinação entre os métodos BE e ED. A combinação entre esses dois métodos de otimização é feita da seguinte forma: para reproduzir o efeito de α sobre β, é empregada uma discretização no espaço de busca de α. Para cada valor discreto dentro desse espaço de busca é aplicada a meta-heurística para a procura do valor ótimo de β. Ou seja, se aplica a meta-heurística de ED exaustivamente (BE) para cada valor de α. Desta forma, é possível reproduzir o efeito de um grau de liberdade sobre a geometria ótima e consequente desempenho térmico, sem simular todas as possíveis combinações e reduzindo o esforço computacional. A versão do algoritmo ED escolhida é aquela que apresenta os melhores resultados na análise estatística, assim como, com o menor número de simulações para a convergência. Os resultados da reprodução do efeito de α e β sobre $(\tilde{\theta}_{max})_m$, assim como as respectivas geometrias ótimas, serão apresentados na seção 5.2.2.

4.2.4. Otimização de Três Graus de Liberdade

A aplicação do método de Design Construtal (DC) para a avaliação geométrica de três graus de liberdade da cavidade Duplo-Y, consiste na otimização da razão S_1/H_0 e seus efeitos sobre a geometria ótima dos ângulos α e β, assim como o efeito sobre a máxima temperatura em excesso adimensional. O grau de liberdade S_1/H_0 representa a altura do braço inferior da geometria em relação ao tronco principal. A razão entre altura e espessura do último é dada por H_0/L_0. Portanto, a configuração geométrica ótima dos três graus de liberdade (S_1/H_0, α e β) conduz a máxima temperatura em excesso adimensional três vezes minimizada, $(\tilde{\theta}_{max})_{3m}$. Os graus de liberdade H_1/L_1 e H_2/L_2 continuam sendo utilizados com seus valores mínimos de acordo com o espaço de busca e combinação geométrica dos demais graus de liberdade, como descrito na seção 4.2.3. Os demais graus de liberdade foram mantidos com valores fixos de $H/L = 1$ e $H_0/L_0 = 16$. As restrições de área empregadas foram $\varphi_c = 0{,}1$, $\varphi_1 = \varphi_2 = 0{,}015$. A razão H_0/L_0 foi alterada para o valor próximo ao valor ótimo da geometria quatro vezes otimizada da cavidade Duplo-T (Gonzales et al., 2017). Essa mudança foi realizada com propósito de comparar a geometria ótima final, se ela será semelhante ao

Duplo-T ou será uma geometria com angulação nos braços e mais semelhante aos formatos de Duplo-Y ou X.

Nas seções anteriores, o valor da razão S_1/H_0 foi definido a priori, e seu valor mantido constante durante os processos de otimização. De forma que a sua influência sobre o desempenho térmico do domínio computacional não pôde ser verificada, sendo este também um objetivo da atual seção. Ou seja, a influência de S_1/H_0 sobre a geometria ótima dos ângulos α e β, assim como sobre a $(\tilde{\theta}_{max})_{2m}$. Para a reprodução do efeito do grau de liberdade S_1/H_0 foi empregada a combinação dos métodos de otimização de Busca Exaustiva (BE) e meta-heurística de Evolução Diferencial (ED).

Assim como as seções anteriores, a metodologia consiste em usar os resultados da otimização pelo método BE para validar os resultados do algoritmo ED. Esse foi o último processo de busca pelas geometrias ótimas com a aplicação da metodologia de BE, devido ao alto esforço computacional requerido. Os demais processos de otimização geométrica foram realizados apenas com a meta-heurística ED. No entanto, para a avaliação geométrica, a combinação de BE e demais versões do algoritmo ED foi empregada para a reprodução dos efeitos de uma determinada razão sobre a geometria ótima e desempenho térmico do domínio computacional.

O espaço de busca utilizado no processo de otimização é composto pelos ângulos α e β no intervalo de números inteiros [-80°; 80°] e nove valores para a razão S_1/H_0 no intervalo de [0,1; 0,9], definidos de forma arbitrária. A otimização pelo método BE avaliou 230.400 geometrias, porém resolveu computacionalmente 116.257 combinações geométricas válidas. Através dos resultados desse processo de otimização é possível identificar a geometria ótima e o efeito do grau de liberdade sobre os valores ótimos dos ângulos α e β, assim como o efeito sobre a temperatura máxima adimensional duas vezes minimizada, $(\tilde{\theta}_{max})_{2m}$.

A aplicação da meta-heurística de ED foi composta por três diferentes versões, que se diferenciam pelo operador de mutação empregado. Portanto, as versões do algoritmo de ED que utilizam os operadores de mutação *rand/1/bin*, *best/1/bin* e *best/2/bin*, descritos pelas Eqs. (2.3), (2.6) e (4.1), foram nomeadas respectivamente de ED1, ED2 e ED3. Os parâmetros de taxa de cruzamento (*CR*) e fator de amplificação (*F*) empregados foram $F = 1$ e $CR = 0.9$. Nesta seção, não foi feita a análise da influência dos parâmetros *CR* e *F*, pois foram escolhidos aqueles que apresentaram melhor desempenho nas etapas anteriores do processo de avaliação geométrica, como será mostrado nas seções sobre os resultados, 5.2.1 e 5.2.2. Considerando a configuração aplicada ao parâmetro *F*, o operador de mutação *current-to-best/1/bin*, representado pela Eq. (4.2), não foi avaliado. Pois para $F = 1$, esse operador de mutação se iguala ao operador *best/1/bin*.

As diferentes versões do algoritmo ED foram empregadas em dois processos. Primeiro a otimização de terceiro nível para a busca da geometria ótima dos três graus de liberdade (S_1/H_0, α e β) e consequente determinação da máxima temperatura em excesso adimensional três vezes minimizada $(\tilde{\theta}_{max})_{3m}$. Para o segundo processo, relacionado à reprodução do efeito do grau de liberdade S_1/H_0, a versão ED1 foi utilizada em associação com método BE. A versão utilizada no processo de reprodução do efeito do grau de liberdade foi escolhida de acordo com os dados da análise estatística empregada para comparar os resultados entre as diferentes versões do algoritmo ED (ED1, ED2 e ED3). A comparação entre os resultados dos algoritmos foi realizada através da coleta e registro dos dados referentes a geometria ótima e valores de $(\tilde{\theta}_{max})_{3m}$ em arquivos no formato CSV. Com os resultados registrados foi realizada a mesma análise estatística empregada na otimização de dois graus de liberdade. Os resultados da análise estatística dos algoritmos ED1, ED2 e ED3 são apresentados na seção 5.2.3.

O efeito do grau de liberdade S_1/H_0 sobre os ângulos de $(\alpha)_o$ e $(\beta)_{2o}$ e sobre a máxima temperatura em excesso adimensional duas vezes minimizada, $(\tilde{\theta}_{max})_{2m}$, foi gerado primeiro pelo método BE. Esse resultado foi utilizado para validar o efeito reproduzido pelo método ED1, escolhido de acordo com os resultados da análise estatística. O efeito de S_1/H_0 sobre os ângulos α e β, considerando apenas o espaço de busca com valores positivos, foi reproduzido pelo método ED1. Os resultados do terceiro nível de otimização, assim como a influência da razão S_1/H_0 sobre o desempenho térmico do domínio computacional, são apresentados com maiores detalhes na seção 5.2.3.

4.2.5. Otimização de Quatro Graus de Liberdade

Esta seção aborda a metodologia empregada na avaliação do grau de liberdade H_0/L_0, razão que representa a altura do ramo principal da cavidade Duplo-Y. O objetivo é reproduzir o efeito de H_0/L_0 sobre as geometrias ótimas e desempenho térmico do domínio computacional, assim como, encontrar a geometria quatro vezes otimizada composta por $(H_0/L_0)_o$, $(S_1/H_0)_{2o}$, $(\alpha)_{3o}$ e $(\beta)_{4o}$ que levam à temperatura máxima adimensional quatro vezes mínima $(\tilde{\theta}_{max})_{4m}$. Para o quarto nível de otimização foram mantidos constantes o grau de liberdade $H/L = 1$, a restrição de área da cavidade $\varphi_c = 0{,}1$ e as restrições de área dos braços da cavidade em $\varphi_1 = \varphi_2 = 0{,}015$. O espaço de busca do grau de liberdade H_0/L_0 foi composto de dez valores linearmente espaçados gerados através da função *linspace* do ambiente MATLAB®. Os limites do espaço de busca são formados pelos valores possíveis (mínimo e máximo) da razão H_0/L_0 para $H/L = 1$. Os valores mínimos e máximos de H_0/L_0 são calculados de acordo com as seguintes equações:

$$\left(H_0/L_0\right)_{\min}=\frac{H\times 0{,}3}{\left(\frac{\varphi_c-2\varphi_1-2\varphi_2}{H\times 0{,}3}\right)} \tag{4.21}$$

$$\left(H_0/L_0\right)_{\max}=\frac{H-0{,}01}{\left(\frac{\varphi_c-2\varphi_1-2\varphi_2}{H-0{,}01}\right)} \tag{4.22}$$

As Equações (4.21) e (4.22) representam geometrias para a altura do ramo principal da cavidade que correspondam, respectivamente, no mínimo 30% da altura do sólido e altura máxima de até *H*-0,01. A aplicação da função *linspace* do ambiante MATLAB® para a geração de dez valores discretos e linearmente espaçados, considerando $H/L = 1$, gera o espaço de busca representado abaixo:

$$H_0/L_0=[2{,}25\ \ 4{,}72\ \ 7{,}19\ \ 9{,}66\ \ 12{,}14\ \ 14{,}61\ \ 17{,}08\ \ 19{,}55\ \ 22{,}03\ \ 24{,}50] \tag{4.23}$$

Os graus de liberdade H_1/L_1 e H_2/L_2 continuaram sendo utilizados com seus valores mínimos definidos pelas Eqs. (4.16) a (4.15) e algoritmos apresentados na seção 4.2.3. Portanto, os graus de liberdade otimizados foram S_1/H_0, α e β. O espaço de busca dos três graus liberdade compreende os mesmos valores aplicados na seção anterior, 4.2.4, sendo $\alpha = \beta \in [-80°; 80°]$ e $S_1/H_0 \in [0{,}1; 0{,}9]$, com variação de um grau para α e β e $\Delta S_1/H_0 = 0{,}1$. Com o método de Busca Exaustiva (BE) seria necessária a avaliação de 2.304.000 (2 milhões e 304 mil) diferentes combinações geométricas para a reprodução do efeito de H_0/L_0 sobre as geometrias ótimas e busca da geometria quatro vezes otimizada. Nessa seção, devido ao alto esforço computacional requerido pelo método BE, apenas estratégias com a meta-heurística de Evolução Diferencial (ED) serão empregadas.

Os algoritmos baseados na meta-heurística ED escolhidos foram os mesmos aplicados na seção anterior, 4.2.4, para a otimização de três graus de liberdade. Portanto, os parâmetros de taxa de cruzamento e fator de amplificação foram definidos como $F = 1$ e $CR = 0{,}9$. Os operadores de mutação *rand/1/bin*, *best/1/bin* e *best/2/bin*, foram aplicados às versões do ED respectivamente nomeadas de ED1, ED2 e ED3. Para o ajuste dos parâmetros de tamanho da população (*NP*) e número total de gerações (*NG*) foram escolhidos três pontos no espaço de busca de H_0/L_0, valor inicial, intermediário e final. Para essas razões de H_0/L_0, trinta execuções de cada algoritmo com várias combinações de *NP* e *NG* foram realizadas. A escolha do melhor algoritmo para reproduzir o

efeito de H_0/L_0 considerou aquele que apresentou o menor desvio padrão e média de $(\tilde{\theta}_{max})_{3m}$, bem como, o menor esforço computacional representado pelo número total de simulações, $NP \times NG$.

A reprodução do efeito de H_0/L_0 sobre a geometria ótima e desempenho térmico do domínio computacional é realizada através da aplicação da meta-heurística na otimização geométrica de terceiro nível para cada valor do espaço de busca discreto de H_0/L_0. A aplicação direta da meta-heurística na otimização dos quatro graus de liberdade, incluindo H_0/L_0, não garante a reprodução adequada do efeito desta razão sobre os demais graus de liberdade e máxima temperatura em excesso adimensional, essa questão será exemplificada na seção 5.2.2, como o exemplo aplicado a otimização de três graus de liberdade. Os resultados da avaliação geométrica de quarto nível da cavidade Duplo-Y são apresentados e discutidos com maiores detalhes na seção 5.2.4.

4.2.6. Otimização de Cinco e Seis Graus de Liberdade

Para a otimização de cinco e seis graus de liberdade foram investigadas as razões H_1/L_1 e H_2/L_2, que representam os braços da geometria do Duplo-Y. Os resultados dessa investigação serão comparados aos valores mínimos do espaço de busca de H_1/L_1 e H_2/L_2, calculados para cada valor de H_0/L_0 durante a otimização de quatro graus de liberdade. Desta forma, será possível, ao final do experimento, validar as recomendações dos estudos da geometria Duplo-T, em que apresenta, para $H/L = 1$, que a geometria ótima da cavidade é aquela que consegue estender ao máximo o comprimento dos braços até os limites do sólido (Gonzales et al., 2017). O grau de liberdade H/L é mantido com razão constante durante o processo de otimização em $H/L = 1$, assim como as frações de área ($\varphi_c = 0{,}1$ e $\varphi_1 = \varphi_2 = 0{,}015$). O espaço de busca de H_0/L_0. é o mesmo utilizado na seção anterior, 4.2.5.

O espaço de busca das razões H_1/L_1 e H_2/L_2 é calculado de acordo com os valores mínimos e máximos possíveis para ambos graus de liberdade. Para a determinação dos valores mínimos que compõem uma solução factível de geometria para os braços do Duplo-Y, foram empregadas as Eqs. (4.15) a (4.16), assim como os algoritmos das Tabs. 4.4 e 4.5, apresentadas na seção 4.2.3. A determinação do valor máximo do espaço de busca para as razões H_1/L_1 e H_2/L_2 é realizada de acordo com as equações a seguir:

$$\left(H_2/L_2\right)_{max} = \frac{1}{\varphi_2}\left(\left(\frac{H_0}{3} - 0{,}01\right) \times \left(\sin\left(90° - |\beta|\right)\right)\right)^2 \tag{4.24}$$

$$(H_1)_{max} \simeq 2\left(H_0 - \frac{H_2}{\sin(90° - |\beta|)} - S_1\right) - 0{,}01 \qquad se: \quad \frac{(H_1)_{max}}{2} - 0{,}01 \leq S_1 \tag{4.25}$$

$$(H_1)_{max} = 2(S_1 - 0{,}01) \qquad se: \quad \frac{(H_1)_{max}}{2} - 0{,}01 > S_1 \tag{4.26}$$

$$(H_1/L_1)_{max} = \frac{1}{\varphi_1}\left|(H_1)_{max} \times \sin(90° - |\alpha|)\right|^2 \tag{4.27}$$

Durante o processo de otimização, é primeiro determinado o valor de $(H_2/L_2)_{max}$, através da Eq. (4.24), assim como, gerado aleatoriamente um valor para H_2/L_2. A Eq. (4.24) é gerada com base nas Eqs. (4.10) a (4.11) que definem as variáveis da geometria do braço superior da cavidade em função do grau de liberdade H_2/L_2. Logo, a partir da determinação de que a secção do braço superior, que representa a junção ao ramo principal, deve ocupar no máximo um terço da altura do ramo principal, com uma margem de 0,01, é construída a equação Eq. (4.24), que define $(H_2/L_2)_{max}$.

A determinação do valor máximo da razão H_1/L_1 é realizada em duas etapas. A primeira etapa, representada pela Eq. (4.25), modela uma aproximação do valor de $(H_1)_{max}$ a partir da identificação da altura restante do ramo principal, H_0, descontados os valores calculados para H_2 e uma margem de 0,01. Caso este processo gere um valor de $(H_1)_{max}$ maior do que S_1, então é aplicada a correção da Eq. (4.26). Ao final, a Eq. (4.27) calcula a razão máxima de $(H_1/L_1)_{max}$ de acordo com o valor de $(H_1)_{max}$. Os valores máximos e mínimos das razões H_1/L_1 e H_2/L_2 são utilizados para definir os limites do espaço de busca a ser explorado pela meta-heurística durante o processo de otimização.

A busca pelas razões ótimas de H_1/L_1 e H_2/L_2 é realizada em dois processos, sendo o primeiro a otimização de cinco graus de liberdade, $(H_2/L_2)_{5o}$. O segundo processo buscou os seis graus de liberdade, incluindo $(H_1/L_1)_{5o}$ e $(H_2/L_2)_{6o}$. Apenas para a otimização de $(H_2/L_2)_{5o}$ o grau de liberdade H_1/L_1 foi mantido com o valor mínimo em seu espaço de busca, $(H_1/L_1)_{min}$, determinado de acordo com a seção 4.2.3. O processo de otimização foi realizado apenas pela aplicação das versões do algoritmo de Evolução Diferencial (ED). Foram empregadas as mesmas três versões investigadas na seção 4.2.5. Em um primeiro momento, foram realizados experimentos para ajustes das combinações de *NP* e *NG,* para poucos casos da razão H_0/L_0. Os experimentos contaram com trinta execuções de cada algoritmo e ao final foram registrados em arquivos CSV os resultados referentes a máxima temperatura em excesso adimensional mínima. Esta primeira fase de calibração dos parâmetros *NP* e *NG* foi realizada para três valores da razão H_0/L_0: 2,25; 12,14 e 24,5. As

medidas de média e desvio padrão dos valores de $(\tilde{\theta}_{max})_{4m}$, para $(H_2/L_2)_{4o}$ e $(\tilde{\theta}_{max})_{5m}$, para $(H_1/L_1)_{4o}$ e $(H_2/L_2)_{5o}$, em diferentes valores de H_0/L_0, foram utilizadas para determinar a melhor combinação de *NP* e *NG*. As combinações de *NP* e *NG* empregas seguiram configurações em torno de cinco a sete mil simulações, iniciando com 40×125 a 75×66 para $(H_2/L_2)_{4o}$, e 60×100 a 120×60 para $(H_1/L_1)_{4o}$ e $(H_2/L_2)_{5o}$.

Após a etapa de calibração dos parâmetros de tamanho da população (*NP*) e número de gerações (*NG*) do algoritmo ED, aquela versão com melhor desempenho entre ED1, ED2 e ED3 foi empregada na otimização de $(\tilde{\theta}_{max})_{4m}$ e $(\tilde{\theta}_{max})_{5m}$ para todos os valores do espaço de busca de H_0/L_0. Além da reprodução do efeito de H_0/L_0 sobre as geometrias ótimas de $(H_1/L_1)_{4o}$ e $(H_2/L_2)_{5o}$, também foi possível encontrar a configuração ótima de $(H_0/L_0)_o$, $(H_1/L_1)_{5o}$ e $(H_2/L_2)_{6o}$. Ao final foi possível comparar o efeito de H_0/L_0 sobre $(H_1/L_1)_{4o}$ e $(H_2/L_2)_{5o}$ com o efeito sobre os valores de $(H_1/L_1)_{min}$ e $(H_2/L_2)_{min}$ empregados na seção 5.2.4. Os resultados referentes a otimização dos cinco e seis graus de liberdade são apresentados e discutidos na seção 5.2.5.

4.2.7. Otimização Completa e Avaliação da Restrição φ_c

A avaliação geométrica de sete graus de liberdade da cavidade Duplo-Y, de acordo com o método Design Construtal, abordou a otimização da razão *H*/*L*, que representa o formato do sólido. O objetivo é reproduzir o efeito de *H*/*L* sobre os demais graus de liberdade e desempenho térmico do sistema. Este processo de otimização também tem como propósito encontrar a geometria sete vezes otimizada representada por $(H/L)_o$, $(H_0/L_0)_{2o}$, $(S_1/H_0)_{3o}$, $(\alpha)_{4o}$, $(\beta)_{5o}$, $(H_1/L_1)_{6o}$ e $(H_2/L_2)_{7o}$ que leva a máxima temperatura em excesso adimensional sete vezes minimizada, $(\tilde{\theta}_{max})_{7m}$. O espaço de busca de *H*/*L* foi definido com a finalidade de se avaliar a influência da geometria do sólido sobre a geometria da cavidade para formas retangulares horizontais, $H/L < 1$, assim como, formas verticais, $H/L > 1$. Portanto, para a geração do espaço de busca foi utilizada a função *linspace* do ambiente de programação do software MATLAB®, sendo determinada a primeira porção com dez valores linearmente distribuídos entre o intervalo de 0,03 a 0,44. A segunda parte do espaço de busca, gerado pela função *linspace*, foi definida entre o intervalo de 0,5 a 30. Os valores do espaço de busca da razão *H*/*L* podem ser conferidos na matriz representada pela equação a seguir:

$$H/L = \begin{bmatrix} 0{,}03 & 0{,}07 & 0{,}12 & 0{,}16 & 0{,}21 \\ 0{,}26 & 0{,}30 & 0{,}35 & 0{,}40 & 0{,}44 \\ 0{,}50 & 3{,}77 & 7{,}05 & 10{,}33 & 13{,}61 \\ 16{,}88 & 20{,}16 & 23{,}44 & 26{,}72 & 30 \end{bmatrix} \tag{4.28}$$

A restrição representada pela fração de área da cavidade em relação a área total aplicada ao problema, foi mantida com o mesmo valor das seções anteriores, $\varphi_c = 0{,}1$, ou seja, a cavidade ocupa no total 10% da área do sólido. As restrições de área dos braços da geometria foram definidas como $\varphi_1 = \varphi_2 = 0{,}015$. A reprodução do efeito de H/L sobre a geometria ótima dos demais graus de liberdade e temperatura máxima adimensional seis vezes mínima foi gerado a partir do processo de otimização de H_0/L_0, S_1/H_0, α, β, H_1/L_1 e H_2/L_2, para cada valor do espaço de busca discreto representado pela Eq. (4.28). O espaço de busca do grau de liberdade H_0/L_0 foi determinado a partir da definição dos valores mínimos e máximos de acordo com a seção 4.2.5. Para as razões H_1/L_1 e H_2/L_2, o espaço de busca também foi gerado de acordo com os valores mínimos e máximos possíveis, como explicado nas seções 4.2.3 e 4.2.6, respectivamente. A razão S_1/H_0, que representa a posição do braço inferior em relação ao ramo principal, variou no intervalo de 0,1 a 0,9 com $\Delta S_1/H_0 = 0{,}1$. Os ângulos α e β foram investigados no intervalo de -80º a 80º, com variação $\Delta\alpha = \Delta\beta = 1º$. No entanto, foi necessário calcular um limite máximo para o ângulo β em função de H_0/L_0 e H/L, com o propósito de se evitar a geração em demasia de combinações geométricas inválidas. A Tabela 4.6 apresenta a solução algorítmica utilizada para a limitação do valor máximo do ângulo β.

Tabela 4.6. Algoritmo para a determinação de β_{max}.

	Algoritmo 5: Definição do ângulo máximo de β em função de H_0/L_0 e H/L
1	$\varphi_c \leftarrow 0{,}1$
2	$\varphi_2 \leftarrow (0{,}6 \times \varphi_c)/\ 4$
3	$H/L \leftarrow 0{,}5$
4	$H_0/L_0 \leftarrow 10$
5	$L \leftarrow \sqrt{}(1/H/L)$
6	$H \leftarrow L \times H/L$
7	$L_0 \leftarrow \sqrt{}((\varphi_c - 4\varphi_2)/H_0/L_0)$
8	$H_0 \leftarrow L_0 \times H_0/L_0$
9	$L_{sup} \leftarrow H - H_0 - 0.01$
10	$L_{inf} \leftarrow H_0/3 - 0.01$
11	$\beta_{max} \leftarrow 81$
12	***faça***:
13	$\beta_{max} \leftarrow \beta_{max} - 1$
14	$\delta H_2/L_2 = (L_{inf} \times \sin(90 - \beta_{max}))^2/\varphi_2 - \varphi_2/(L_{sup} / \sin(\beta_{max}))^2$
15	***Se*** $\beta_{max} < 0$**:** $\beta_{max} \leftarrow 0$
16	$\delta H_2 L_2 \leftarrow 1$
17	***Fim Se***
18	***Enquanto*** $\delta H_2/L_2 <= 0$

No algoritmo representado pela Tab. 4.6 as variáveis L_{sup} e L_{inf}, definidos respectivamente nas linhas 9 e 10, representam os limites geométricos impostos ao braço superior da cavidade

Duplo-Y. A partir desses limites e do ângulo β, é possível determinar a razão máxima de H_2/L_2, que deve ser igual para L_{sup} e L_{inf}. Portanto, o algoritmo determina um valor inicial para β, linha 11, e calcula $\delta H_2/L_2$, na linha 14, que representa a diferença entre a razão H_2/L_2 do limite inferior, L_{inf}, para a razão H_2/L_2 calculada para o limite superior, L_{sup}. Enquanto $\delta H_2/L_2 \leq 0$, o valor de β é decrementado até que a razão máxima para H_2/L_2 respeite as restrições geométricas impostas por L_{sup} e L_{inf}, $\delta H_2/L_2 > 0$. Essa metodologia impede a geração, durante a exploração do espaço de busca, de muitas geometrias inválidas, além de tornar dinâmica a exploração do ângulo β de acordo com a geometria dos graus de liberdade hierarquicamente superiores, H_0/L_0 e H/L, na determinação de H_2/L_2. A Figura 4.5 ilustra um exemplo com a indicação das restrições geométricas L_{sup} e L_{inf}.

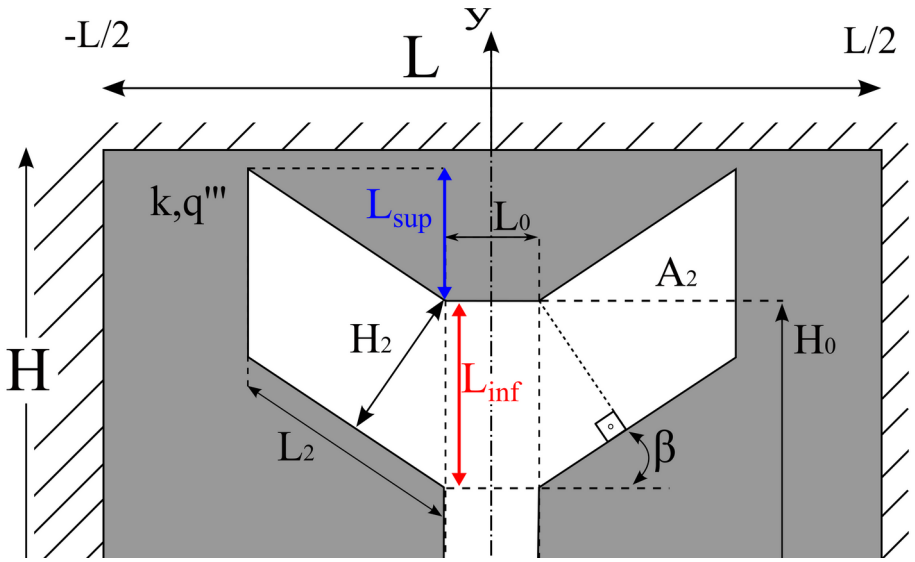


Figura 4.5: Representação das restrições geométricas L_{sup} e L_{inf}.

O processo de otimização dos seis graus de liberdade (H_0/L_0, S_1/H_0, α, β, H_1/L_1 e H_2/L_2) para cada valor no espaço de busca de H/L foi conduzido através da meta-heurística de Evolução Diferencial (ED). Os parâmetros de taxa de cruzamento (CR) e fator de amplificação diferencial (F) empregados foram os mesmos da seção 4.2.6, $CR = 0.9$ e $F = 1$. A metodologia para a escolha do tamanho da população (NP) e número de gerações (NG), baseia-se na redução do desvio padrão e média de $(\tilde{\theta}_{max})_{6m}$ em trinta execuções do algoritmo na otimização de algumas razões de H/L. Foram escolhidas cinco razões do espaço de busca de H/L, sendo elas: 0,03; 0,44; 3,77; 13,61 e 30. Para cada razão foram executadas as versões ED1, ED2 e ED3, que se diferenciam pelo operador de mutação utilizado, respectivamente, *rand/1bin*, *best/1/bin* e *best/2/bin*. A otimização de todas as razões do espaço de busca de H/L foi executada pela versão do algoritmo ED que apresentou os melhores indicadores de desempenho de convergência quanto a média e desvio padrão de $(\tilde{\theta}_{max})_{6m}$.

O processo de otimização para cada valor no espaço de busca discreto do grau de liberdade H/L, leva a obtenção da geometria seis vezes otimizada, assim como, a máxima temperatura em excesso adimensional seis vezes minimizada $(\tilde{\theta}_{max})_{6m}$. Nesse processo, a razão H/L com o menor valor de $(\tilde{\theta}_{max})_{6m}$ representa a otimização completa da cavidade Duplo-Y, ou seja, a geometria sete vezes otimizada que leva a temperatura máxima adimensional sete vezes minimizada $(\tilde{\theta}_{max})_{7m}$. Portanto, para a avaliação de diferentes restrições φ_c, foi empregada a mesma metodologia de otimização para a restrição $\varphi_c = 1$. Com esse processo, além de encontrar as geometrias ótimas para a otimização de sétimo nível, também é possível comparar o efeito de H/L sobre as geometrias ótimas e desempenho térmico para diferentes restrições φ_c.

A meta-heurística empregada na investigação das restrições é a mesma versão do algoritmo ED que obteve os melhores resultados para $\varphi_c = 1$. As restrições investigadas pertencem ao intervalo de $\varphi_c \in [0{,}01; 0{,}05; 0{,}15.; 0{,}2]$. Os valores de φ_1 e φ_2 são determinados de acordo com a Eq. (3.2). Para manter a distribuição de área da cavidade aplicada em $\varphi_c = 0{,}1$, em todas as restrições φ_c avaliadas, os braços ocupam 60% da área da cavidade Duplo-Y. Portanto, φ_1 e φ_2 são definidos em função de φ_c, de acordo com a equação a seguir:

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \frac{0.6\,\varphi_c}{4} \tag{4.29}$$

5. RESULTADOS

5.1. Análise de Metodologias de Otimização Aplicadas à Cavidade Duplo-T

Neste capítulo são apresentados os resultados da pesquisa, os quais consistem em análises e comparações de resultados dos diferentes métodos abordados neste estudo (Recozimento Simulado e Evolução Diferencial), aplicados na otimização geométrica da cavidade em forma de Duplo-T. Os resultados serão abordados e discutidos na mesma ordem em que foram apresentadas as metodologias aplicadas aos experimentos nas seções 4.1.2 a 4.1.4.

5.1.1. Comparação entre os Algoritmos de Evolução Diferencial e Recozimento Simulado para a Otimização da Cavidade Duplo-T

Nesta seção são apresentados os resultados da comparação dos algoritmos de Evolução Diferencial (ED) e Recozimento Simulado (RS) aplicados na otimização de quatro graus de liberdade da geometria da cavidade Duplo-T, conforme descreve a metodologia apresentada na seção 4.1.2. Foram realizadas trinta execuções de cada versão dos algoritmos ED e RS, os resultados de cada rodada, como o valor do máximo excesso de temperatura quatro vezes minimizado $(\tilde{\theta}_{max})_{4m}$, foram registrados para posterior análise e comparação. Na Tabela 5.1 são apresentados os valores mínimo, máximo e médio de $(\tilde{\theta}_{max})_{4m}$, gerados pelas diferentes versões dos algoritmos ED e RS.

Tabela 5.1. Medidas estatísticas dos resultados das diferentes versões dos algoritmos de ED e RS.

$(\tilde{\theta}_{max})_{4m}$	ED1	ED2	ED3	ED4	RS_E	RS_B	RS_BE	RS_C1	RS_C2
Min.	0,0257	0,0258	0,0259	0,0262	0,0264	0,0258	0,0255	0,0256	0,0256
Máx.	0,0308	0,0409	0,0453	0,0458	0,0821	0,0724	0,0696	0,0722	0,0727
Média	0,0272	0,0305	0,0346	0,0328	0,0502	0,0421	0,0337	0,0391	0,0353

Na Tabela 5.1 as versões do algoritmo ED são nomeadas de ED1 a ED4, enquanto que as versões do algoritmo RS são nomeadas de acordo com os parâmetros utilizados no procedimento de *Cooling Schedule* (CS). Desta forma, as abreviações RS_E, RS_B, RS_BE, RS_C1 e RS_C2, representam, respectivamente, as versões do RS com os parâmetros de CS *Exponencial*, *Boltz*, *BoltzExp*, *ConstExp1* e *ConstExp2*. Observando os valores da Tabela 5.1, baseado nos valores de $(\tilde{\theta}_{max})_{4m}$, o algoritmo ED1 foi o que apresentou melhor desempenho, com os menores valores para

$(\tilde{\theta}_{max})_{4m}$. O pior desempenho foi apresentado pelo algoritmo RS_E, considerando que seus resultados possuem os maiores valores para $(\tilde{\theta}_{max})_{4m}$.

Os resultados dos algoritmos não possuem uma distribuição normal, esta conclusão se faz através do teste estatístico de Shapiro-Wilk (Shapiro e Wilk, 1965) para identificar a normalidade de uma amostra. Neste caso a distribuição não foi identificada, e o conjunto de dados são classificados como parte de uma amostra não paramétrica. Portanto, é necessário um teste estatístico não paramétrico, para identificar se existe diferença significativa entre as amostras, ou resultados das simulações de cada algoritmo. O teste estatístico não paramétrico de Kruskal-Wallis, proposto por Kruskal e Wallis (1952), foi executado para avaliar os resultados e atestar se realmente existem diferenças estatisticamente significativas entre as amostras observadas. O teste confirma se a hipótese nula h_0 é verdadeira, de forma que não existe diferença significativa entre os resultados e os mesmos provavelmente fazem parte de uma mesma população. Se a h_0 é rejeitada, então a hipótese alternativa h_1 é aceita. A h_1 considera, portanto, que os resultados possuem diferença significativa e são de populações diferentes (Siegel, 1956). O teste foi aplicado com um nível de significância de 0,05, indicando que o resultado é 99,95% confiável. Toda a análise estatística foi executada com o Software R® (R CORE TEAM, 2020).

A Figura 5.1 apresenta os resultados dos testes estatísticos de Kruskal-Wallis e teste de Dunn para as diferentes versões dos algoritmos ED e RS. Na Figura 5.1(a) é apresentado o gráfico do tipo BoxPlot com a comparação e classificação do teste estatístico de Dunn entre as diferentes versões do algoritmo ED. A Figura 5.1(b) mostra um gráfico do tipo BoxPlot e a classificação pelo teste de Dunn das diferentes versões do algoritmo de RS. Na Figura 5.1(a), o algoritmo ED1 é classificado no grupo *A* de forma isolada, sendo seus resultados, portanto, diferentes das distribuições dos demais algoritmos (ED2, ED3 e ED4). O teste estatístico não identificou diferença significativa entre os resultados dos algoritmos ED3 e ED4, classificados no grupo *C*. Para os resultados das diferentes versões do algoritmo RS, Fig. 5.1(b), o teste de Dunn identifica quatro grupos com diferenças significativas (*A*, *B*, *AB* e *C*). No grupo *B* são alocados os resultados do algoritmo RS_BE de forma isolada, sendo essa versão do RS a que apresenta o melhor desempenho. A versão RS_BE é inclusive aquela que apresenta a menor média e menor valor mínimo de $(\tilde{\theta}_{max})_{4m}$ entre as versões do algoritmo RS.

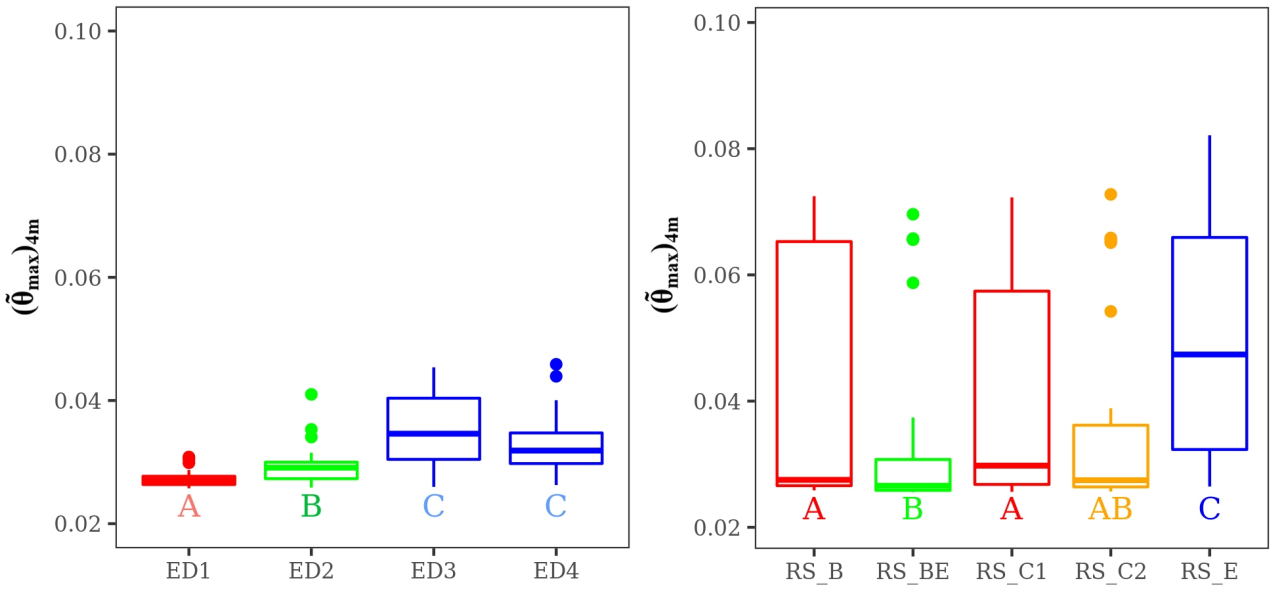


Figura 5.1: Comparação entre as diferentes versões dos algoritmos ED e RS:

a) testes de Kruskal-Wallis e Dunn para versões do algoritmo ED,

b) testes de Kruskal-Wallis e Dunn para versões do algoritmo RS.

De acordo com o teste de Kruskal-Wallis e a classificação de Dunn, o algoritmo RS_E, foi classificado em um grupo à parte (*C*). Esta versão apresentou o pior desempenho em relação às demais versões do algoritmo RS, como é possível constatar através dos altos valores de média e máximo para a $(\tilde{\theta}_{max})_{4m}$, mostrados na Tabela 5.1. As versões RS_B e RS_C1 não apresentaram diferenças significativas entre si e são classificados no grupo *A*. A versão RS_C2 foi classificada no grupo *AB*, de acordo com o teste de Dunn, essa versão pode ser considerada com desempenho intermediário entre os grupos (*A*) e (*B*). A Figura 5.2 apresenta o resultado do teste de Kruskal-Wallis e classificação pelo teste de Dunn entre as melhores versões dos algoritmos ED e RS. Nesta comparação, o teste estatístico aceita a h_0, para qualquer combinação entre os três algoritmos avaliados e classifica todos no mesmo grupo. Estes algoritmos apresentam resultados semelhantes de acordo com o teste estatístico realizado, mas apenas para o problema tratado nesta seção. Estes resultados não garantem que os algoritmos continuarão apresentando a mesma performance em um problema mais complexo, como por exemplo, a otimização completa da cavidade Duplo-T.

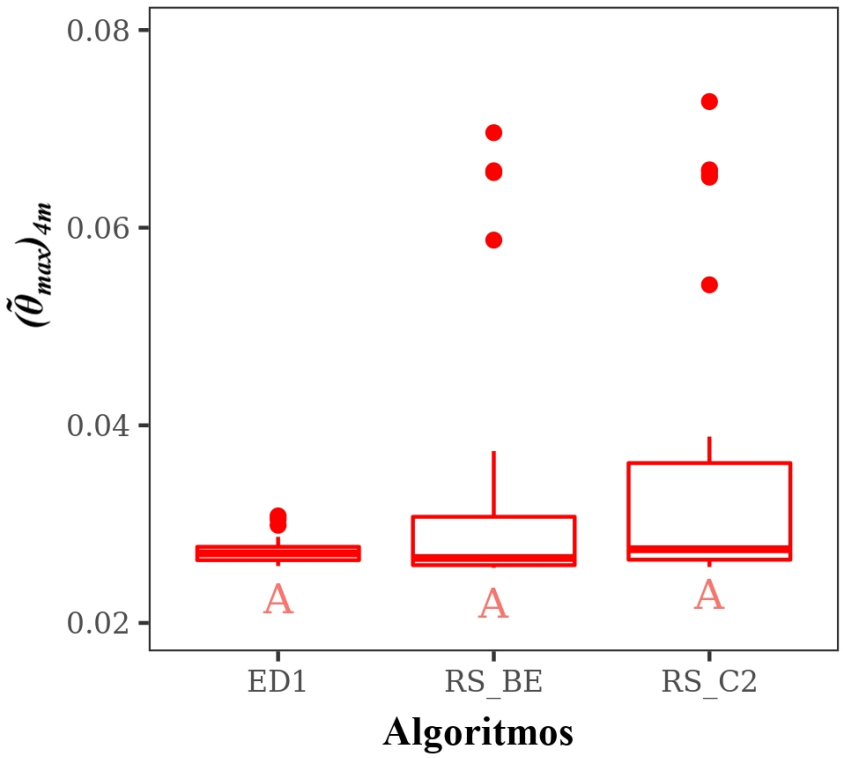


Figura 5.2: Teste de Kruskal-Wallis aplicado as melhores versões dos algoritmos ED e RS.

Na Figura 5.3 são apresentadas as melhores e piores geometrias encontradas pelos diferentes algoritmos avaliados. São mostradas as geometrias encontradas pelo algoritmo ED1 e pelo algoritmo RS_E. A intenção é observar a variação entre as melhores e piores geometrias encontradas com o algoritmo de melhor desempenho em comparação às geometrias encontradas pelo algoritmo de pior desempenho. Na Figura 5.3(a) é apresentada a geometria ótima encontrada pelo algoritmo ED1, enquanto que na Fig. 5.3(b) é apresentada a pior geometria. Nas Figuras 5.3(c) e 5.3(d) são apresentadas, respectivamente, a melhor e a pior geometria, encontradas pelo algoritmo RS_E. Através da Figura 5.3, é possível observar que mesmo o pior algoritmo, RS_E, pode encontrar a geometria ótima. No entanto, este algoritmo possui uma grande variação nos resultados. Esta variação pode ser notada na diferença entre as geometrias das Fig. 5.3(c) e Fig. 5.3(d), assim como, no gráfico do tipo *BoxPlot* da Fig. 5.1(b), e nos dados da Tabela 5.1. Por outro lado, o algoritmo ED1 é a versão com a melhor performance considerando a pequena diferença entre a melhor e a pior geometria, as quais levam respectivamente aos menores valores para a média, mínimo e máximo de $(\tilde{\theta}_{max})_{4m}$, conforme pode ser confirmado pelos resultados numéricos apresentados na Tabela 5.1.

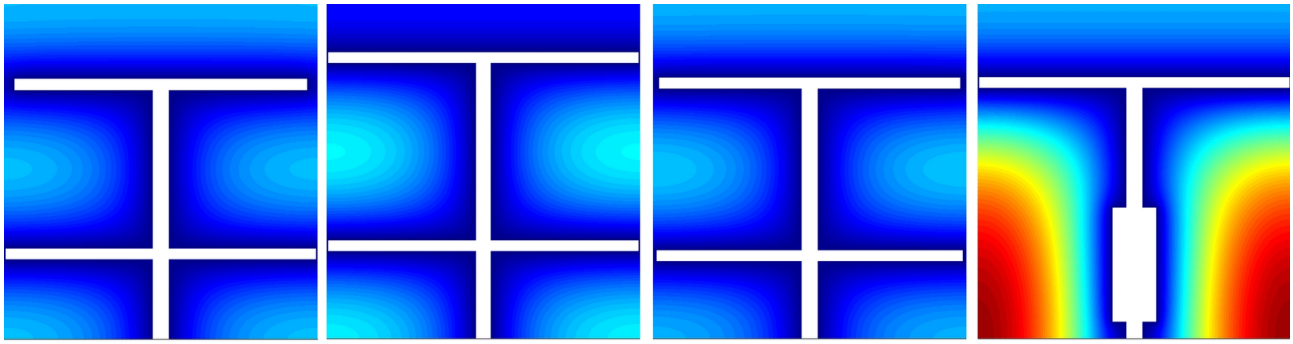


Figura 5.3: Comparação entre as geometrias encontradas pelos algoritmos ED1 e RS_E:

a) $(\tilde{\theta}_{\max})_{4m} = 0{,}0257$; b) $(\tilde{\theta}_{\max})_{4m} = 0{,}0308$; c) $(\tilde{\theta}_{\max})_{4m} = 0{,}0264$; d) $(\tilde{\theta}_{\max})_{4m} = 0{,}0821$;

5.1.2. Comparação das Curvas de Efeito Geradas pelos Algoritmos de Evolução Diferencial e Recozimento Simulado

Nesta seção são apresentados e discutidos os resultados da otimização e geração de curvas de efeito da geometria sobre o desempenho térmico do problema de otimização da cavidade Duplo-T, como explanado na seção 4.1.3. O objetivo é analisar os algoritmos de Evolução Diferencial e Recozimento Simulado, bem como suas diferentes versões, que variam em relação aos seus parâmetros ou no tipo de função de decaimento (*Cooling Schedule*). A análise desta seção compreende a reprodução dos efeitos dos graus de liberdade sobre o indicador de performance (temperatura máxima em excesso) e as razões geométricas ótimas, não apenas na busca por uma configuração ótima. Os resultados abordados até o momento, são válidos para isolar qual a metodologia é mais eficiente durante o processo de otimização. Porém, não são conclusivos se estas mesmas metodologias seguirão tendo um desempenho satisfatório para a otimização da geometria da cavidade em outras condições, como por exemplo, diferentes razões de H/L.

Espera-se que o melhor algoritmo em uma determinada situação de otimização, siga com o mesmo desempenho e também consiga reproduzir adequadamente as curvas de efeito, determinantes na avaliação e recomendações geométricas. Portanto, como explicado na seção 4.1.3, trinta execuções de diferentes versões dos algoritmos de ED e RS foram executadas e seus resultados registrados durante a otimização de H_1/L_1, H_2/L_2 e S_1/H_0 para diferentes valores de H_0/L_0. O grau de liberdade H_0/L_0, varia no intervalo de 0,44 a 24,5 e as restrições permanecem constantes em $\varphi_c = 0{,}1$, $\varphi_1 = 0{,}015$ e $\varphi_2 = 0{,}015$, assim como a razão $H/L = 1$. O mesmo procedimento foi realizado para diferentes valores de H/L, mas otimizando agora quatro graus de liberdade (H_0/L_0,

H_1/L_1, H_2/L_2 e S_1/H_0). Desta forma, obtém-se, no final de todo o processo, a possibilidade de reproduzir o efeito tanto de H/L como H_0/L_0, sobre a geometria ótima e desempenho térmico da cavidade.

Os primeiros resultados abordados serão da otimização de três graus de liberdade (H_1/L_1, H_2/L_2 e S_1/H_0), para diferentes valores de H_0/L_0. Para efeito de comparação, serão utilizados os melhores resultados entre todos os algoritmos simulados, ou seja, as geometrias ótimas que retornam as menores temperaturas máximas três vezes minimizadas $(\tilde{\theta}_{max})_{3m}$. E as médias dos resultados, tanto para os graus de liberdade, quanto para o valor de $(\tilde{\theta}_{max})_{3m}$, de cada algoritmo, serão utilizadas para comparação. Portanto, a Figura 5.4, se utiliza destes resultados para plotar o gráfico com a comparação das curvas de efeito de H_0/L_0 sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{3m}$. As curvas foram geradas por diferentes versões dos algoritmos ED e RS, assim como, os melhores resultados com os valores mínimos de $(\tilde{\theta}_{max})_{3m}$, registrados por todos os algoritmos.

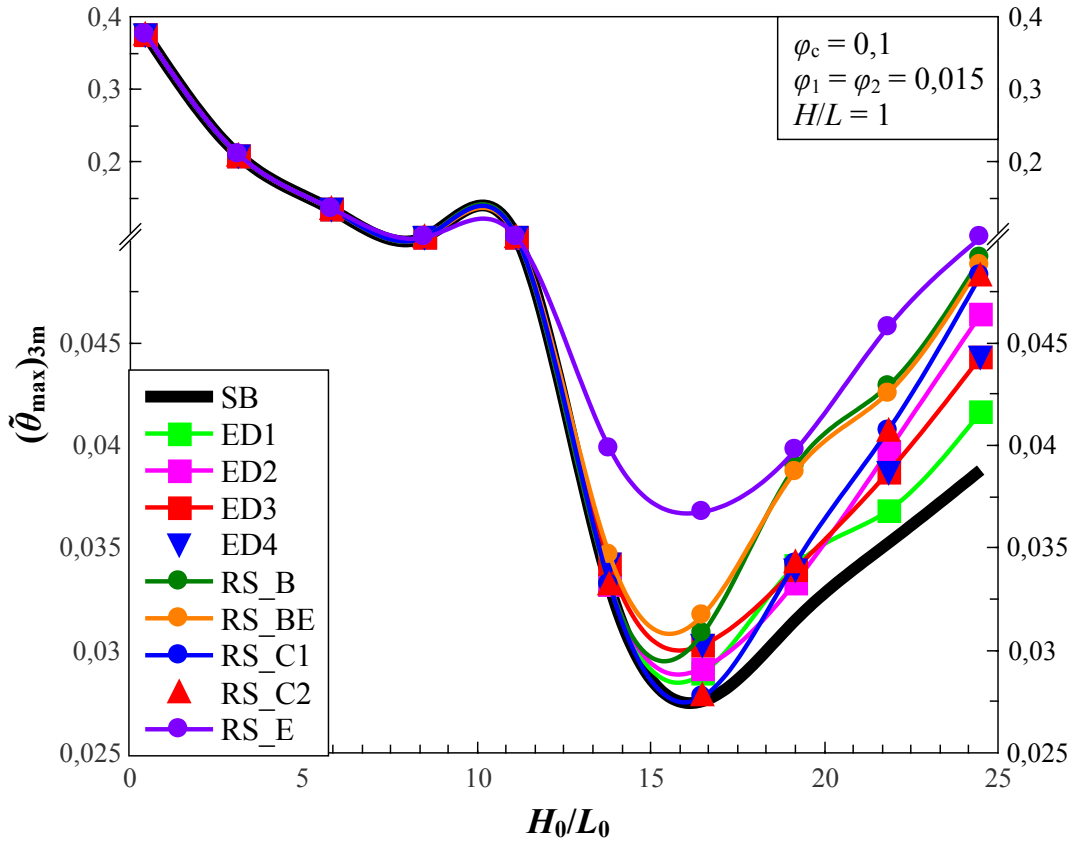


Figura 5.4: Efeito de H_0/L_0 sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{3m}$ obtido por diferentes versões dos algoritmos ED e RS.

Na Figura 5.4 a curva na cor preta, representa o efeito de H_0/L_0 sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{3m}$, registrado pelos melhores resultados de todos os algoritmos, ou seja, os valores mínimos de $(\tilde{\theta}_{max})_{3m}$. Esta

curva, portanto, representa a Solução *Benchmark* (SB) a qual será usada para comparação. As demais curvas, são as médias dos resultados obtidos pelas diferentes versões dos algoritmos ED e RS. Portanto, o algoritmo com melhor desempenho, mais eficiente e eficaz, será aquele que apresentar os resultados mais próximos da curva de efeito da SB. Deste modo, é possível observar, através da Fig. 5.4, que para a razão de $H_0/L_0 \leq 10$, todos os algoritmos possuem desempenho similar. No entanto, para razões de $H_0/L_0 > 10$, os resultados gerados pelas versões do algoritmo ED, possuem uma melhor aproximação com a curva de melhores resultados, principalmente a versão ED1. Apesar de algumas diferenças, o resultado desta versão reproduz de forma adequada o efeito de H_0/L_0 sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{3m}$. Para os algoritmos baseados no método RS, as versões com os parâmetros de *Cooling Schedules* (CS) *Exponencial*, *Boltzman* e híbrido *BoltzExp* (RS_E, RS_B, RS_BE), apresentaram os piores resultados, com um efeito inadequado que poderia levar a interpretações errôneas em relação a influência de H_0/L_0 sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{3m}$. O efeito de H_0/L_0 sobre a geometria de $(H_2/L_2)_o$,é representado na Fig. 5.5.

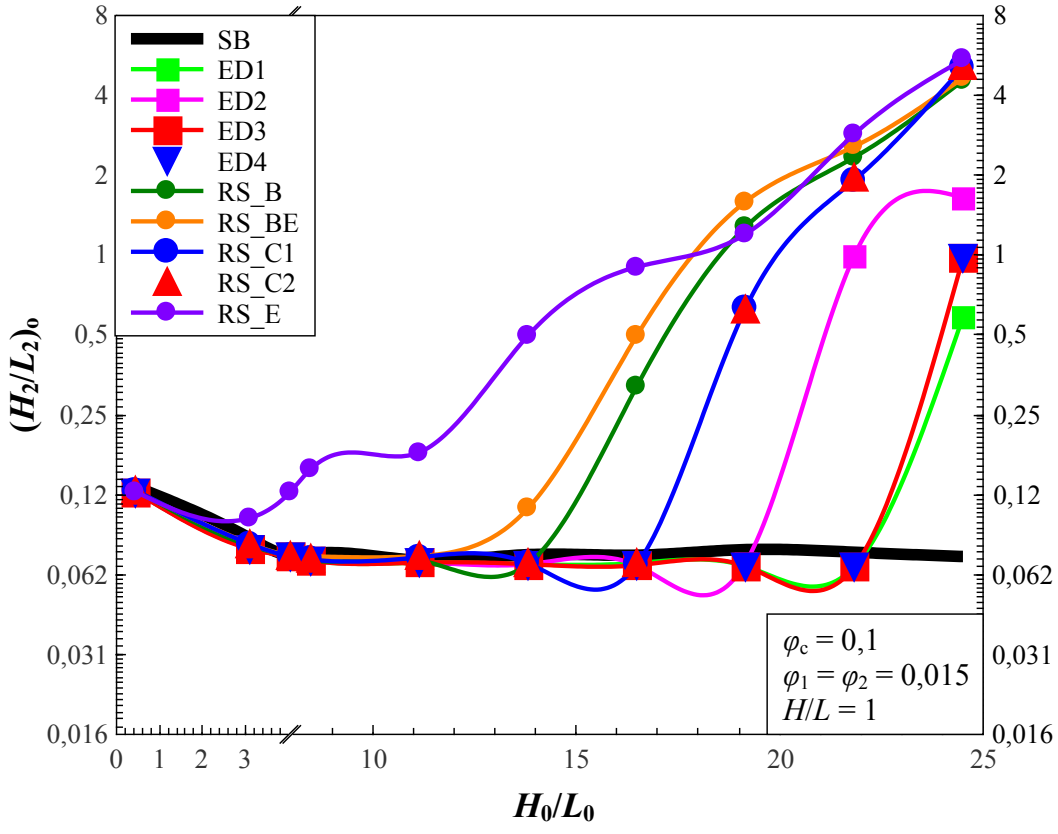


Figura 5.5: Efeito de H_0/L_0 sobre $(H_2/L_2)_o$ reproduzido por diferentes versões dos algoritmos ED e RS

Na Figura 5.5 é possível observar que o efeito de H_0/L_0 sobre $(H_2/L_2)_o$ possui uma tendência similar ao comportamento observado no feito de H_0/L_0 sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{3m}$, ou seja, todos algoritmos convergiram para a curva de melhor resultado para valores de $H_0/L_0 \leq 10$. O único algoritmo que não obteve o mesmo desempenho foi o RS_E, que apresentou os piores resultados, inclusive para valores de $H_0/L_0 \leq 10$. Mas em uma comparação geral, entre classes de algoritmos, RS em relação a ED, as versões do algoritmo RS apresentam, na maioria das vezes, o efeito de H_0/L_0 sobre $(H_2/L_2)_o$ em desacordo com a Solução *Benchmark* (SB). Para razões de $H_0/L_0 \leq 10$, as melhores representações do efeito de H_0/L_0 sobre $(H_2/L_2)_o$, são obtidas através das versões do algoritmo ED, principalmente as versões ED1, ED3 e ED4. As diferenças observadas para maiores magnitudes de H_0/L_0, se devem, provavelmente, por maior ocorrência de ótimos locais.

O efeito de H_0/L_0 sobre $(H_1/L_1)_{2o}$, é representado pela Fig. 5.6. As curvas de efeito de cada algoritmo são geradas de acordo com a média dos valores de $(H_1/L_1)_{2o}$ encontrados por estes algoritmos. A Solução *Benchmark* (SB), na Fig. 5.6, representada pela curva em cor preta, é gerada com os valores de $(H_1/L_1)_{2o}$ que fazem parte da configuração geométrica ótima que leva aos valores mínimos de $(\tilde{\theta}_{max})_{3m}$ da SB apresentada na Fig. 5.4.

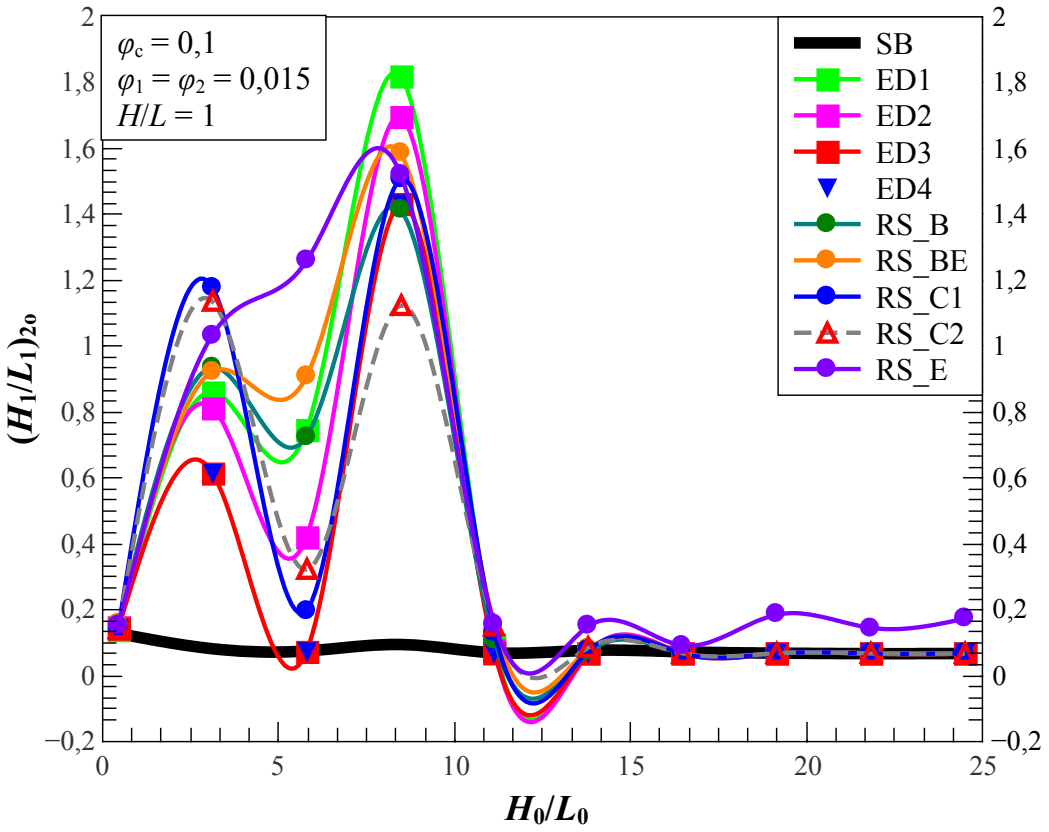


Figura 5.6: Efeito de H_0/L_0 sobre $(H_1/L_1)_{2o}$ obtido por diferentes versões dos algoritmos ED e RS.

Na Figura 5.6, é possível observar que as maiores diferenças entre as curvas de efeito ocorrem para razões de $H_0/L_0 < 10$. Enquanto que, para razões de $H_0/L_0 \geq 10$, as curvas de todos os algoritmos, versões de ED e RS, convergiram, inclusive com valores próximos às magnitudes corretas para o efeito de H_0/L_0 sobre $(H_1/L_1)_{2o}$. É importante observar, porém, que as divergências nas curvas do efeito de H_0/L_0 sobre $(H_1/L_1)_{2o}$, para $H_0/L_0 < 10$, não refletem no efeito de H_0/L_0 sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{3m}$, mostrado na Fig. 5.4. Este fato ocorre em razão da baixa sensibilidade deste grau de liberdade em relação ao desempenho térmico da cavidade.

O efeito de H_0/L_0 sobre $(S_1/H_0)_{3o}$ é representado na Figura 5.7. Para esse grau de liberdade, os melhores resultados são alcançados pelas versões do algoritmo ED, principalmente ED1 e ED2. Entre as versões do algoritmo RS, as que se destacam são as que utilizam os parâmetros de CS híbridos, *ConstExp1* e *ConstExp2* (RS_C1 e RS_C2).

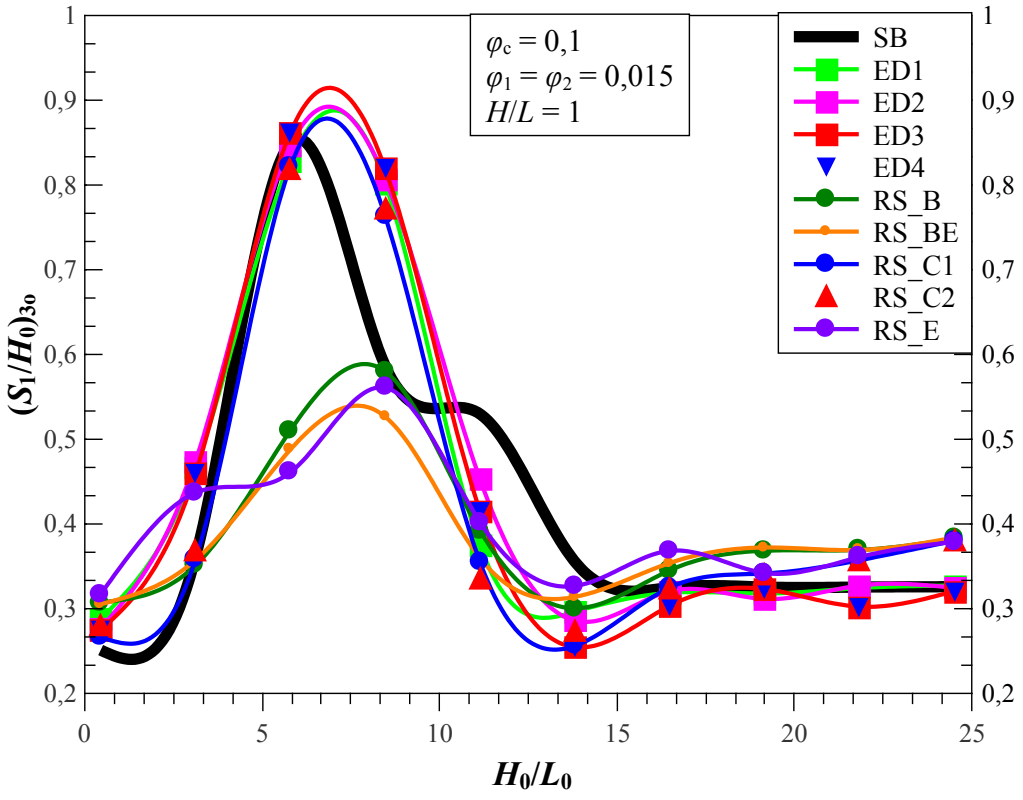


Figura 5.7: Efeito de H_0/L_0 sobre $(S_1/H_0)_{3o}$ obtido por diferentes versões dos algoritmos ED e RS.

Para a avaliação de cinco graus de liberdade da cavidade Duplo-T, o número de iterações foi alterado para 300, a fim de aprimorar os resultados da busca pelas geometrias ótimas e correta

reprodução do efeito de H/L sobre a performance térmica da cavidade. Foram realizadas trinta execuções de cada algoritmo para cada valor do intervalo de H/L. Os resultados do máximo excesso de temperatura quatro vezes minimizado $(\tilde{\theta}_{max})_{4m}$, assim como as geometrias ótimas ($(H_0/L_0)_o$, $(H_2/L_2)_{2o}$, $(H_1/L_1)_{3o}$ e $(S_1/H_0)_{4o}$), encontrados por algoritmo e para cada valor de H/L, foram registrados nos arquivos CSV. A partir destes resultados, utilizando as médias dos valores gerados em cada rodada de cada algoritmo e os menores valores de $(\tilde{\theta}_{max})_{4m}$, e suas respectivas geometrias ótimas, são reproduzidas as curvas de efeito de H/L. Deste modo, a Figura 5.8 mostra o efeito de H/L sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{4m}$, onde novamente, a curva em preto representa os menores valores como a Solução *Benchmark* (SB), enquanto que as demais são geradas através da média de valores registrados para cada versão dos algoritmos ED e RS.

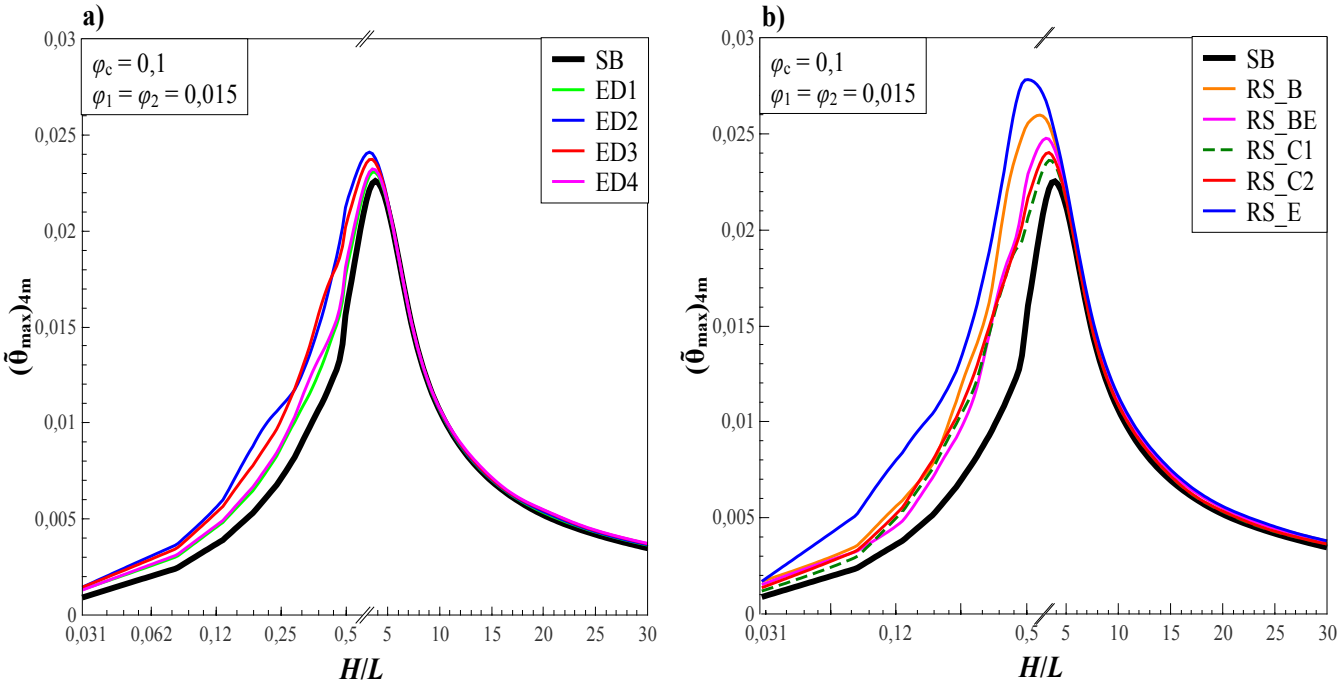


Figura 5.8: Efeito de H/L sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{4m}$ obtido por diferentes versões dos algoritmos ED e RS. a) Efeitos gerados pelas versões do algoritmo ED; b) Efeitos gerados pelas versões do algoritmo RS.

Os resultados presentes nas Figuras 5.8(a) e 5.8(b) mostram que as versões do algoritmo ED conseguem reproduzir melhor o efeito de H/L sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{4m}$ em comparação as versões do algoritmo RS. Para valores de $H/L > 5$ todos os algoritmos reproduzem com precisão a influência de H/L sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{4m}$. O mesmo efeito foi observado em relação ao efeito de H/L sobre $(H_0/L_0)_o$, onde a média dos valores encontrados por todos os algoritmos convergiram para a curva da Solução *Benchmark* (SB), com os melhores resultados. Entre as versões do algoritmo ED, a que mais se aproxima da curva da SB é o algoritmo ED1, para valores de $H/L < 5$. Entre os resultados das versões do algoritmo RS, é possível notar, através da Fig. 5.8(b), que a curva mais próxima da

melhor representação é a curva gerada pela média de valores do algoritmo RS_BE, com o CS híbrido *BoltzExp*. Já o algoritmo RS_E, com o CS *Exponencial* apresenta a curva média mais distante da SB. Os demais algoritmos estão em posições intermediárias. Claramente, o algoritmo com maior confiabilidade é aquele em que a média é mais próxima dos valores mínimos, neste caso, o algoritmo ED1.

A influência do algoritmo na reprodução do efeito de H/L sobre a geometria ótima do grau de liberdade H_2/L_2, pode ser observado na Fig. 5.9. Nesse caso, é possível notar que as versões do algoritmo ED novamente apresentam curvas mais próximas ou exatamente iguais à curva dos melhores resultados com a Solução *Benchmark* (SB) para o efeito de H/L sobre $(H_2/L_2)_{2o}$. A única versão que apresenta alguma oscilação nos resultados é a versão ED2, como pode ser visto na Fig. 5.9(a). Por outro lado, os resultados do algoritmo RS, assim como suas diferentes versões, apresentam maior divergência, principalmente em $H/L < 5$, em relação à curva dos melhores resultados para a reprodução do efeito de H/L sobre $(H_2/L_2)_{2o}$, como pode ser visto na Fig. 5.9(b). Apenas em $H/L > 5$, que as versões do algoritmo RS apresentam magnitudes próximas a melhor solução, principalmente as versões RS_C1e RS_C2. Esta dificuldade em convergir para os valores ótimos de H_2/L_2 para menores valores de H/L, explica as diferenças apresentadas na reprodução do efeito de H/L sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{4m}$ observadas na Fig. 5.8(b).

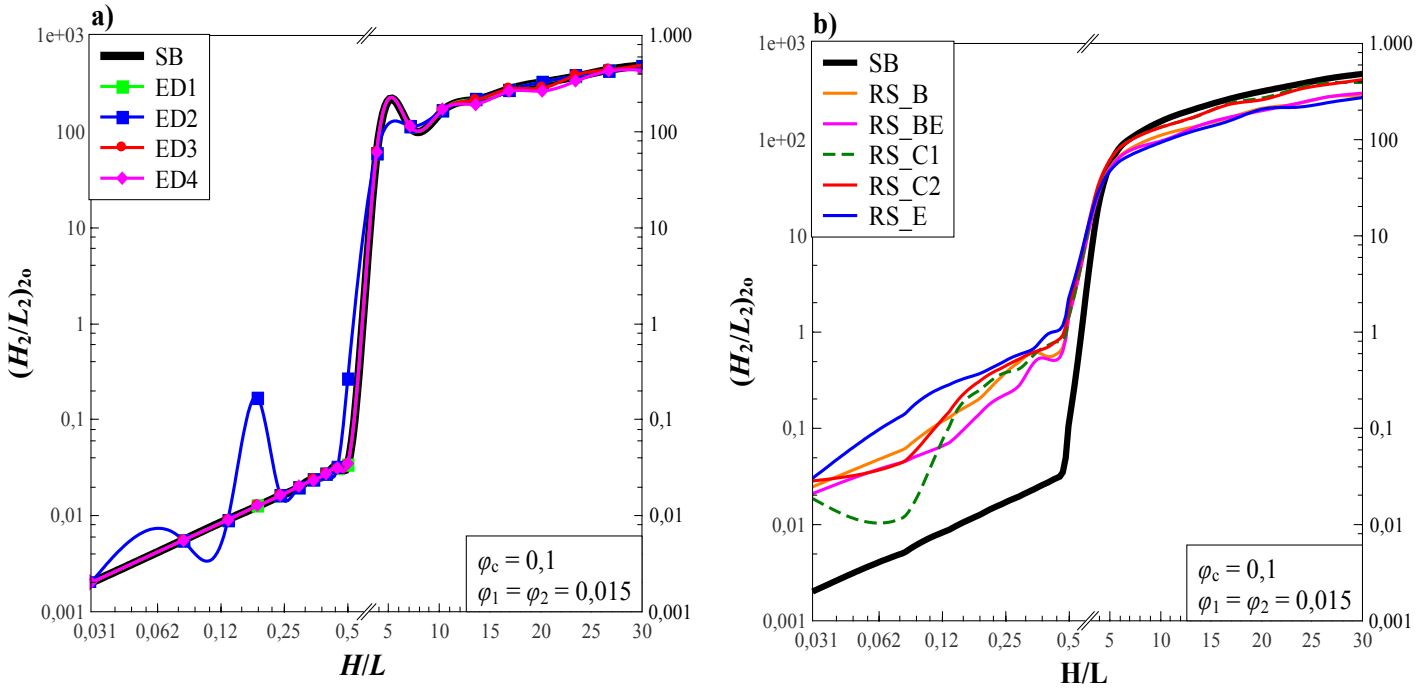


Figura 5.9: Efeito de H/L sobre $(H_2/L_2)_{2o}$ obtido por diferentes versões dos algoritmos ED e RS. a) Efeitos gerados pelas versões do algoritmo ED; b) Efeitos gerados pelas versões do algoritmo RS.

A Figura 5.10 apresenta o efeito do grau de liberdade H/L sobre $(H_1/L_1)_{3o}$. Os resultados das versões do algoritmo ED são apresentados na Fig. 5.10(a), enquanto que os resultados das versões do algoritmo RS podem ser vistos na Fig. 5.10(b). Como pode ser observado, através das Figs. 5.10(a) e 5.10(b), novamente os resultados das versões do algoritmo ED apresentam maior concordância com a curva do efeito de H/L reproduzido pelos melhores resultados da SB, em comparação aos resultados das versões do algoritmo RS. Entre as versões do algoritmo ED, as versões ED1 e ED2, apresentam os melhores resultados. Por outro lado, entre as versões do algoritmo RS, com resultados mais divergentes, o algoritmo RS_E, com o parâmetro de CS *Exponencial,* apresenta os piores resultados. O algoritmo RS_B, com o parâmetro de CS *Boltz*, também apresenta um resultado insatisfatório, divergindo dos melhores resultados. Neste caso, o algoritmo RS com o parâmetro híbrido para a função de CS *BoltExp*, RS_BE, também não converge para a curva de efeito adequada. Entre as versões do algoritmo RS, aquelas configuradas com os parâmetros híbridos de CS, *ConstExp1* e *ConstExp2*, apresentaram as curvas de efeito mais próximas ao efeito de H/L sobre $(H_1/L_1)_{3o}$. Estes resultados são semelhantes aos apresentados pelas versões ED3 e ED4 do algoritmo ED, Fig. 5.10(a).

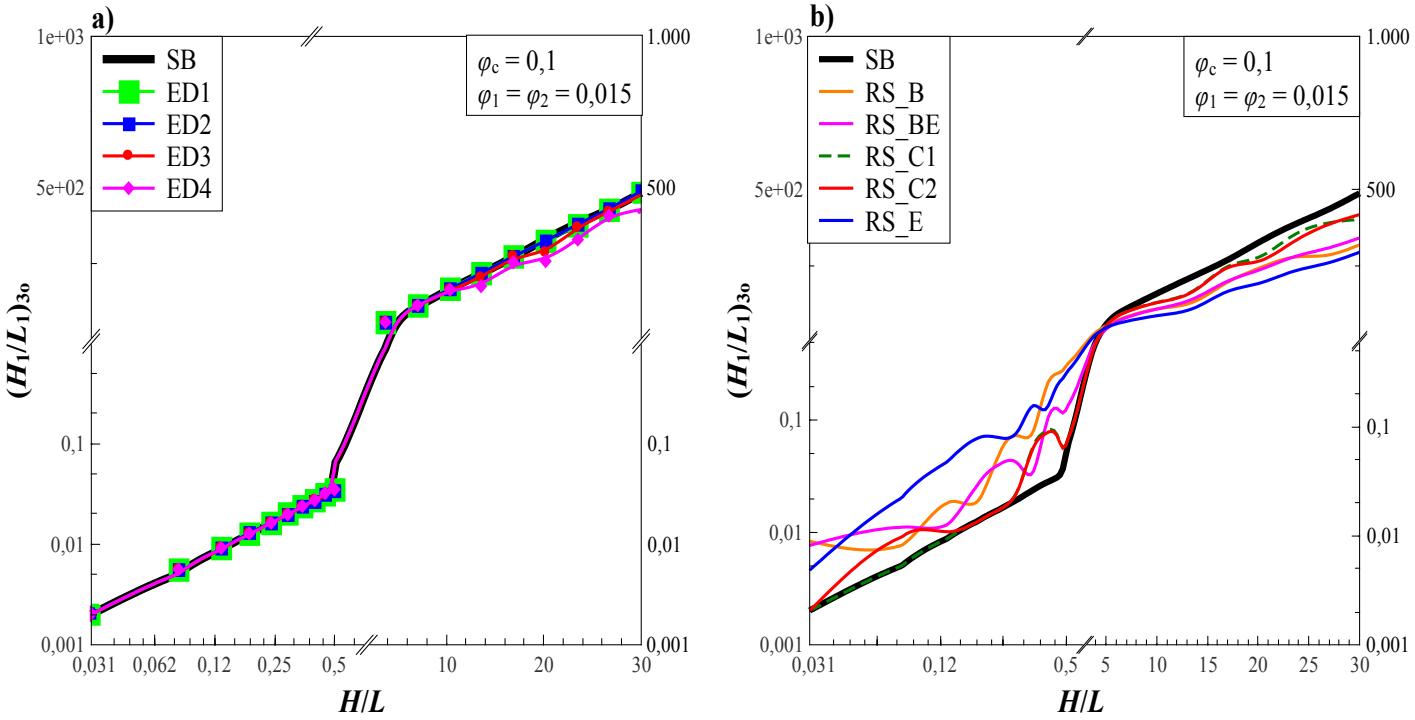


Figura 5.10: Efeito de H/L sobre $(H_1/L_1)_{3o}$ obtido por diferentes versões dos algoritmos ED e RS. a) Efeitos gerados pelas versões do algoritmo ED; b) Efeitos gerados pelas versões do algoritmo RS.

A Figura 5.11 mostra que a média dos resultados para o efeito de H/L sobre $(S_1/H_0)_{4o}$, registrada por todos os algoritmos, diverge em relação ao efeito gerado pelos melhores resultados, para qualquer valor de H/L. Na Figura 5.11(a), é possível observar que, para valores de $H/L < 5$, todas as versões do algoritmo ED não conseguem encontrar os valores ótimos e reproduzir o efeito correto. Apenas para o algoritmo ED1 apresenta um efeito próximo à curva dos melhores resultados, principalmente para $H/L > 5$. Em relação aos resultados das versões do algoritmo RS, apresentados na Fig. 5.11(b), é notável a grande dificuldade destes métodos em encontrar corretamente as geometrias ótimas e o efeito de H/L sobre $(S_1/H_0)_{4o}$, para qualquer valor de H/L.

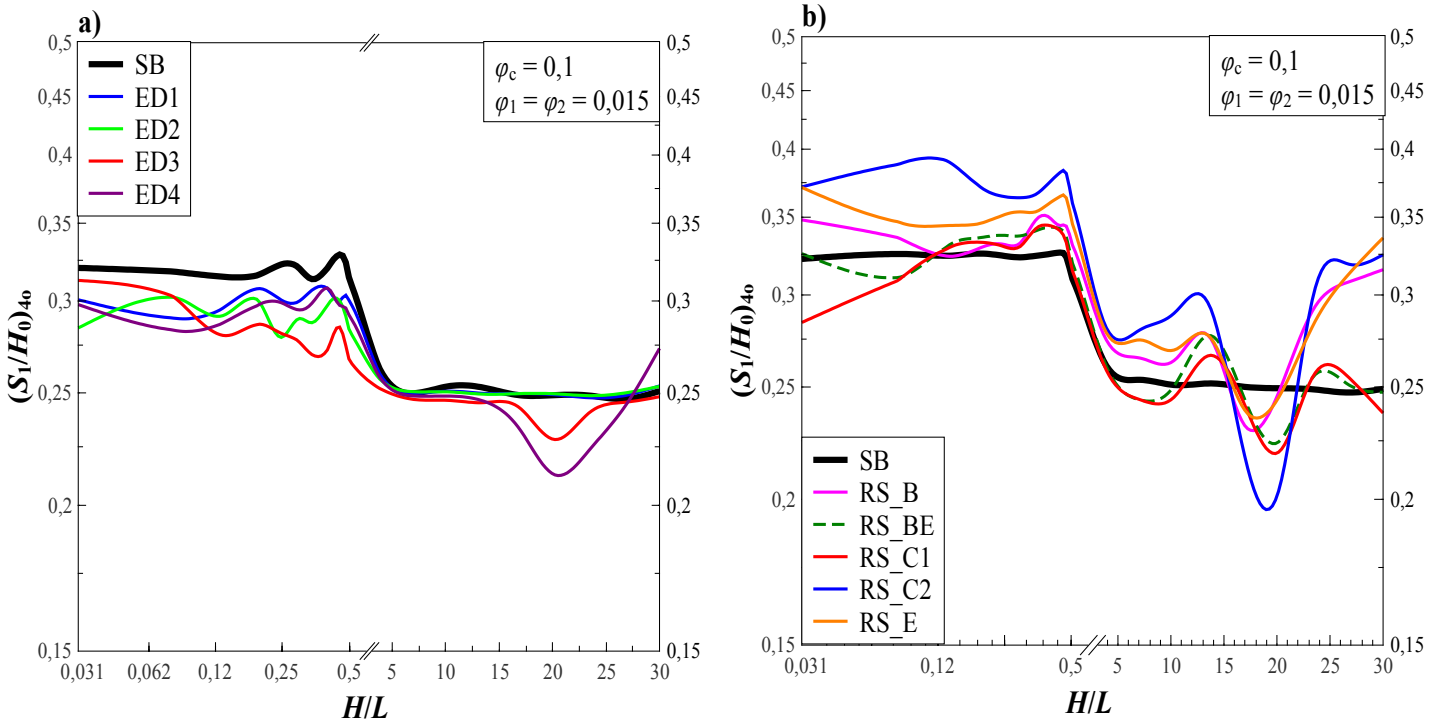


Figura 5.11: Efeito de H/L sobre $(S_1/H_0)_{4o}$ obtido por diferentes versões dos algoritmos ED e RS. a) Efeitos gerados pelas versões do algoritmo ED; b) Efeitos gerados pelas versões do algoritmo RS.

5.1.3. Avaliação de Diferentes Versões do Algoritmo de Evolução Diferencial

Nesta seção serão apresentados os resultados da análise das diferentes versões do algoritmo de Evolução Diferencial (ED) para a reprodução do efeito do grau de liberdade H/L sobre a geometria ótima e desempenho térmico da cavidade Duplo-T. Diferente da seção anterior, nesta seção, o estudo se concentra nas versões do algoritmo ED. É apresentada também, uma comparação da influência do número de iterações, ou avaliações da Função Objetivo (FO), conforme a metodologia explicada na seção 4.1.4. Serão abordadas como medida de comparação a média e o desvio padrão obtidos para cada algoritmo com diferentes configurações na reprodução do efeito de

H/L sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{4m}$ e suas respectivas geometrias ótimas. As restrições do problema são mantidas constantes em $\varphi_c = 0{,}1$, $\varphi_1 = 0{,}015$ e $\varphi_2 = 0{,}015$.

Na Figura 5.12 são apresentados os resultados da otimização geométrica de quatro graus de liberdade para diferentes valores de H/L. Foram realizadas trinta execuções de cada versão do algoritmo ED para diferentes combinações de tamanho da população (*NP*) e número de gerações (*NG*). Na Figura 5.12 é possível observar a média, representada pelos pontos, e o desvio padrão, representado pelas barras verticais, em relação ao efeito de H/L sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{4m}$. Para as razões geométricas de $H/L > 0{,}5$, todos os algoritmos apresentaram um desvio padrão muito pequeno na Fig. 5.12, independente do número de iterações ($NP \times NG$). Consequentemente, a dificuldade de convergência para as geometrias ótimas encontra-se em valores de $H/L \leq 0{,}5$. Esta é uma região do espaço de busca mais desafiadora para os algoritmos por possuir muitos ótimos locais na configuração geométrica estudada. Neste caso, os valores aplicados aos parâmetros de configuração do algoritmo influenciam diretamente no desempenho do mesmo. Observando estes resultados é possível identificar quais parâmetros, assim como os seus respectivos valores, são mais adequados na adaptação da meta-heurística ao problema de interesse.

A Figura 5.12 apresenta em cada gráfico, uma comparação dentro de cada versão do algoritmo, modificando apenas o número de iterações. É possível notar a influência dos parâmetros *NP* e *NG* no desempenho do algoritmo, reduzindo o desvio padrão. Obviamente, quanto maior o número de iterações, e maior custo computacional, a tendência será de melhorar os resultados dos algoritmos. Entretanto, observando as Figs. 5.12(a) e 5.12(d), com as versões ED1 e ED4, nota-se que estas apresentam menor desvio padrão do que as demais versões, mesmo com apenas 50 iterações. Quando o número de iterações é aumentado para 300, a redução no desvio padrão também é mais evidente nas versões ED1 e ED4. Por outro lado, nas Fig. 5.14(b) e 5.14(c), as versões ED2 e ED3 apresentam um desvio padrão muito maior e uma menor redução desta medida estatística em relação ao aumento de iterações. É interessante notar, que, mesmo com 300 iterações, o desvio padrão das versões ED2 e ED3 apresentam a mesma magnitude do que as versões ED1 e ED4 com a metade de iterações.

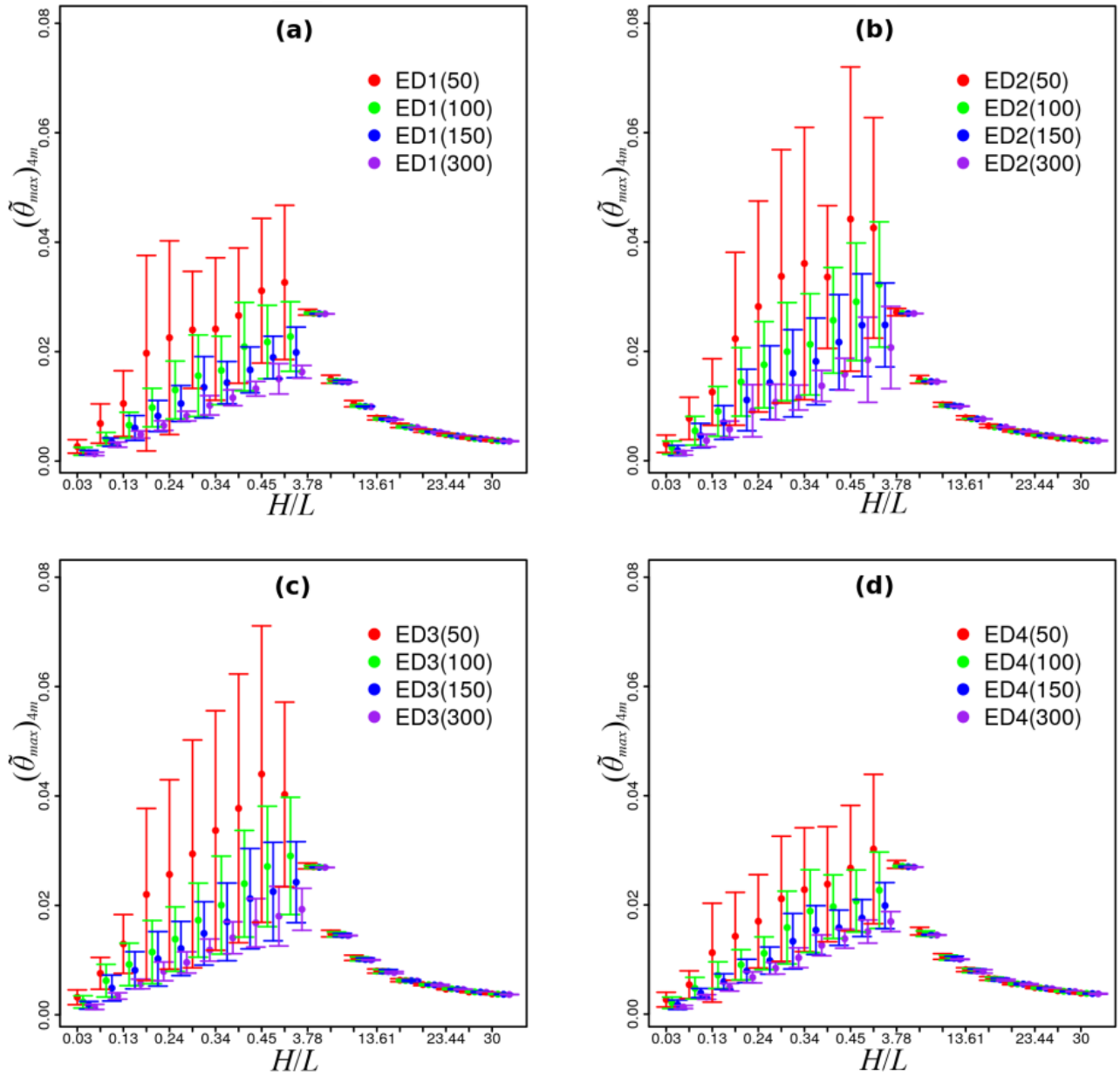


Figura 5.12: Média e desvio padrão do efeito de H/L sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{4m}$ registrados por diferentes versões do algoritmo ED com diferentes combinações de NP e NG: a) ED1 b) ED2 c) ED3 d) ED4.

A Figura 5.13 apresenta a comparação entre as diferentes versões do algoritmo ED para cada combinação dos parâmetros de ($NP \times NG$). As Figs. 5.13(a) a 5.13(d) apresentam os resultados de diferentes algoritmos com os limites de iterações 50, 100, 150 e 300. É possível observar, através dos gráficos apresentados na Fig. 5.13, que os maiores valores de desvio padrão para $(\tilde{\theta}_{max})_{4m}$ são registrados pelos algoritmos ED2 e ED3. Sendo que o desvio padrão destas versões para 100 iterações, é próximo aos valores de desvio padrão das versões ED1 e ED4 com 50 iterações. Esta situação pode ser observada comparando-se os gráficos da Fig. 5.13(c) em relação à Fig. 5.13(b), assim como, entre as Fig. 5.13(d) e 5.13(c). Portanto, os algoritmos ED1 e ED4, apresentaram

maior eficiência do que os algoritmos ED2 e ED3, pois geram o mesmo desvio padrão com um menor número de iterações.

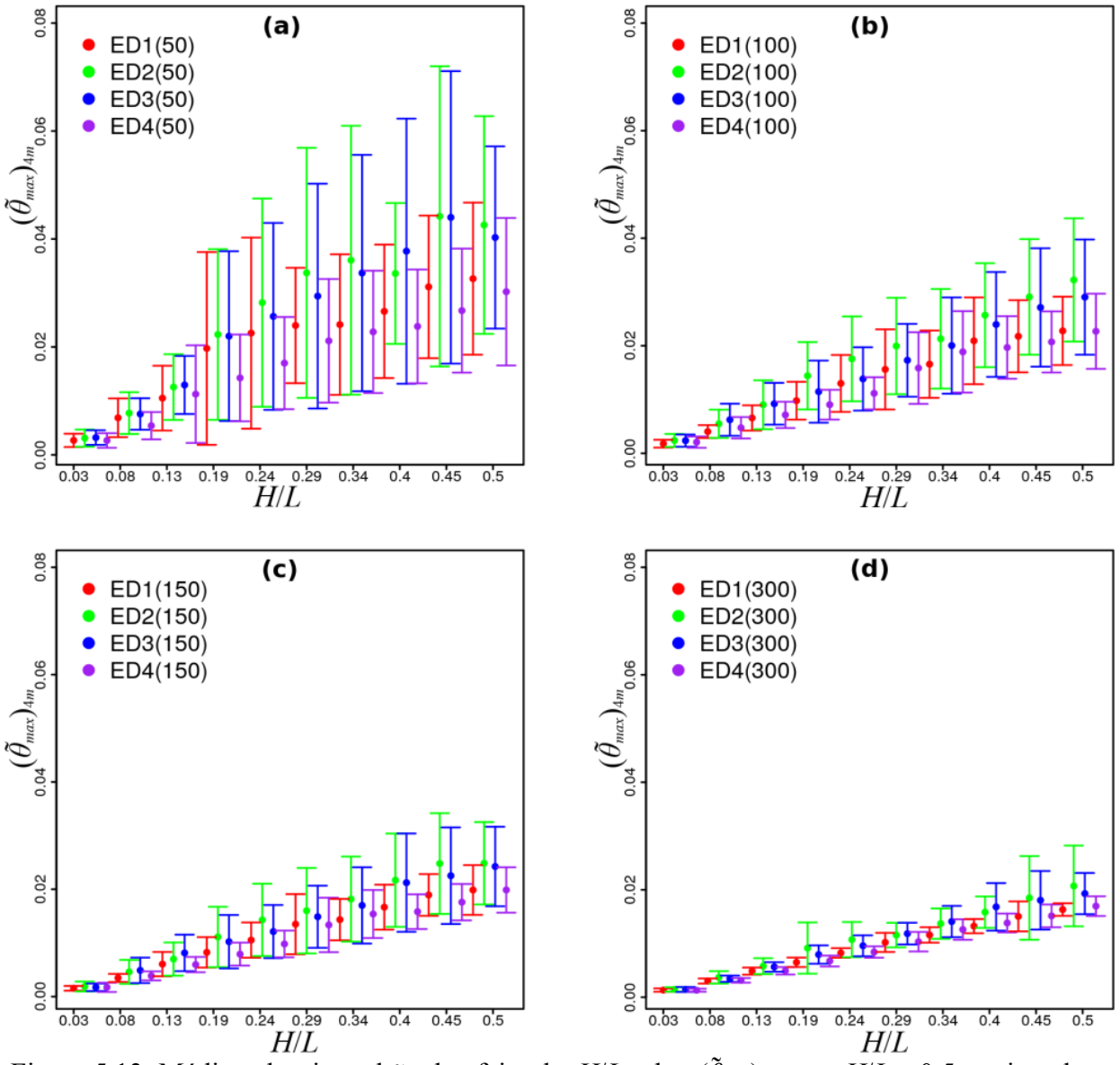


Figura 5.13: Média e desvio padrão do efeito de H/L sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{4m}$ para $H/L \leq 0{,}5$, registrados por diferentes versões do algoritmo ED com diferentes combinações de NP e NG: a) $NP = 5$, $NG = 10$ b) $NP = 10$, $NG = 10$ c) $NP = 10$, $NG = 15$ d) $NP = 15$, $NG = 20$.

Em alguns casos, os resultados do desvio padrão de $(\tilde{\theta}_{max})_{4m}$ do algoritmo ED2 com 300 iterações ($H/L \leq 0{,}5$), é maior do que os resultados das versões ED1 e ED4, com 150 iterações, Fig. 5.13(d) ($NP = 10$ e $NG = 15$). O incremento no número de iterações dos algoritmos, através dos parâmetros de população (NP) e gerações (NG) contribui significativamente para a redução da dispersão dos resultados, principalmente entre 50 e 150 iterações. Porém, a diferença entre 150 e 300 iterações na diminuição do desvio padrão é muito pequena, sendo notada apenas para as

versões ED1 e ED4. A partir de 300 iterações o custo computacional é injustificável e sua contribuição para a redução do desvio padrão é muito pequena. A variação no tempo de processamento é linear, ou seja, 300 iterações custam praticamente o dobro do tempo computacional de 150 iterações.

A Figura 5.14 apresenta o resultado das diferentes versões do algoritmo ED para o efeito de H/L sobre as geometrias ótimas da cavidade Duplo-T. Do mesmo modo que a temperatura $(\tilde{\theta}_{max})_{4m}$, neste experimento também foram calculadas a média e desvio padrão para os valores dos graus de liberdade que formam a geometria ótima.

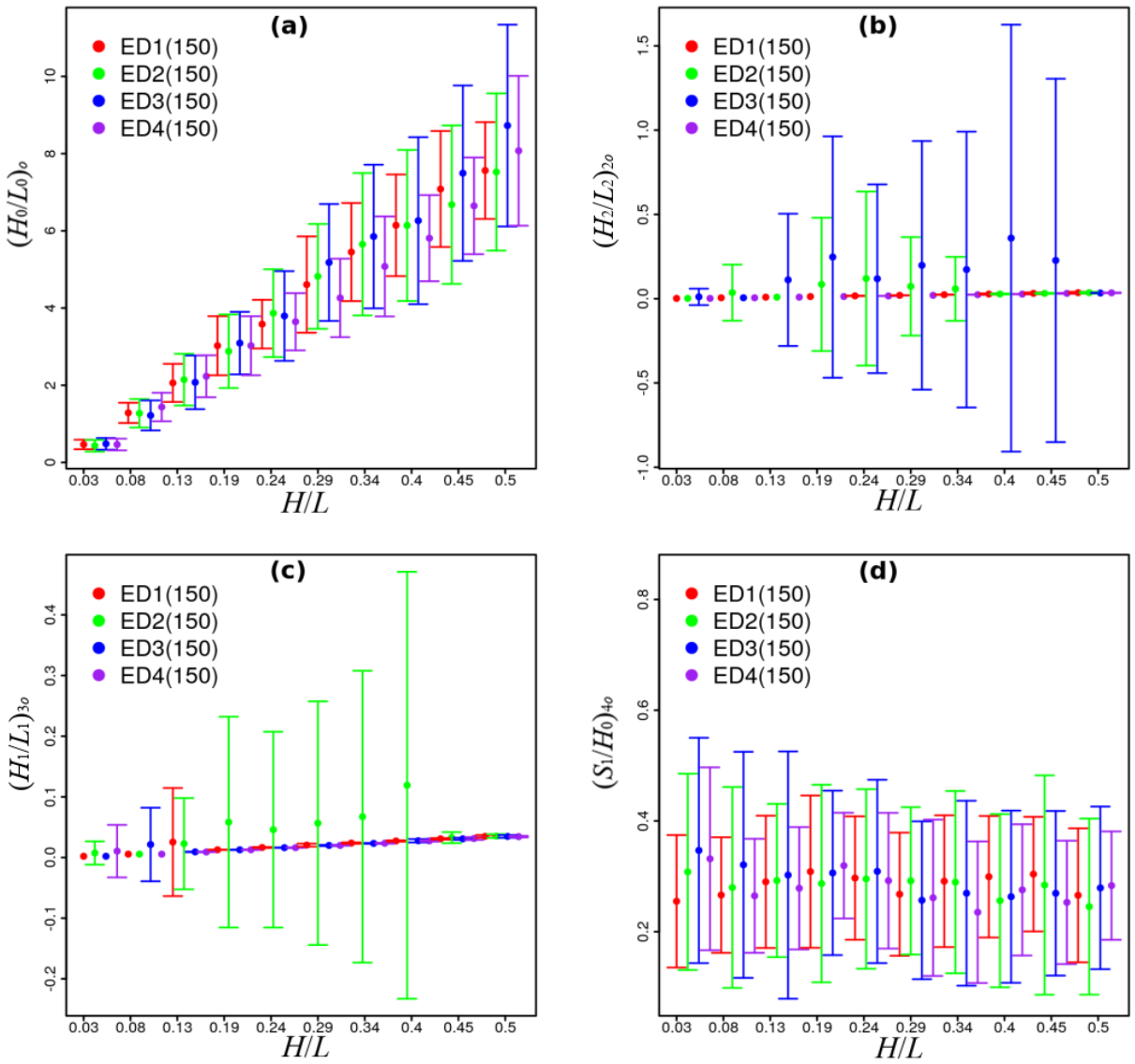


Figura 5.14: Média e desvio padrão do efeito de H/L sobre a geometria ótima, registrados por diferentes versões do algoritmo ED com limite de 150 iterações: a) Efeito de H/L sobre $(H_0/L_0)_o$, b) Efeito de H/L sobre $(H_2/L_2)_{2o}$, c) Efeito de H/L sobre $(H_1/L_1)_{3o}$, d) Efeito de H/L sobre $(S_1/H_0)_{4o}$.

A Figura 5.14 apresenta o desvio padrão e a média do efeito de H/L sobre a geometria ótima. Na Figura 5.14(a), é possível observar a dispersão e a média do efeito de H/L sobre $(H_0/L_0)_o$. A determinação de qual o melhor algoritmo para este caso não é clara, visto que para este grau de liberdade todos apresentam um desvio padrão semelhante, que aumenta de acordo com o aumento de H/L e da magnitude de $(H_0/L_0)_o$. De acordo com as Figuras 5.14(a) e 5.14(d), o desvio padrão apresentado pelas versões ED1 e ED4 é levemente menor, mas não apresenta uma diferença significativa que possa influenciar a interpretação dos resultados e a avaliação geométrica. Entretanto, para o efeito de H/L sobre $(H_2/L_2)_{2o}$, representado pela Fig. 5.14(c), existem valores de desvio padrão acentuados para as versões ED2 e ED3 do algoritmo ED, em várias razões de H/L. Esta informação evidencia a dificuldade destas versões de escaparem de mínimos locais, apresentando resultados que poderiam comprometer recomendações teóricas sobre a influência de H/L. A versão ED2 também apresenta um elevado valor de desvio padrão no efeito de H/L sobre $(H_1/L_1)_{3o}$, como pode ser visto na Fig. 5.14(c). Em relação ao efeito de H/L sobre $(H_2/L_2)_{2o}$ e $(H_1/L_1)_{3o}$ os únicos algoritmos que não apresentam desvio padrão elevado são as versões ED1 e ED4. O algoritmo ED3 também apresenta um bom desempenho para a otimização de $(H_1/L_1)_{3o}$, como mostra a Fig. 5.14(c). Para o efeito de H/L sobre $(S_1/H_0)_{4o}$, apresentado na Fig. 5.14(d), não é possível determinar qual versão do algoritmo ED obteve um melhor desempenho. As versões ED1 e ED4, novamente, apresentam uma dispersão ligeiramente menor, mas nada que configure um desempenho muito melhor do que os demais algoritmos.

5.2. Resultados da Otimização da Cavidade Duplo-Y

O presente capítulo aborda a avaliação geométrica da nova geometria complexa proposta nesta Tese, a geometria em forma de Duplo-Y. Também serão analisados os resultados das metodologias de otimização de Busca Exaustiva (BE) e a meta-heurística de Evolução Diferencial (ED), ambas aplicadas na otimização da Cavidade Duplo-Y. As próximas seções estão organizadas de acordo com os níveis de otimização definidos pela aplicação do método Design Construtal (DC). Ou seja, a avaliação geométrica inicia com poucos graus de liberdade e a cada nível inclui a avaliação de mais um grau de liberdade de acordo com a hierarquia das razões geométricas. A ordem também é definida de forma arbitrária quando não se tem uma dependência específica entre as razões ou variáveis, exemplo de α e β. A ordem de otimização apresentada nas demais seções está de acordo com o processo de avaliação pelo método DC apresentado na seção 4.2.1.

5.2.1. Otimização de Um Grau de Liberdade

O primeiro nível de otimização compreendeu a análise dos ângulos α e β considerando-os iguais, ou seja, como um único grau de liberdade, α = β. As demais razões foram mantidas com valores fixos de $H/L = 1$, $H_0/L_0 = 10$, $H_2/L_2 = H_1/L_1 = 0{,}07$ e $S_1/H_0 = 0{,}5$. A restrição de área aplicada foi de $\varphi_c = 0{,}1$. O método de Busca Exaustiva foi empregado na otimização da geometria dos ângulos em um intervalo de α = β ∈ [-80°, 80°], com variação Δ(α) = Δ(β) = 1º. Foram avaliadas 160 diferentes geometrias, das quais apenas 92 configurações foram validas, portanto o intervalo investigado foi de α = β ∈ [-39°, 52°]. A Tabela 5.2 apresenta as métricas calculas para a obtenção de $(\tilde{\theta}_{max})_m$. Por motivos de brevidade, são apresentados apenas os dois primeiros grupos e os dois últimos grupos, ordenados de forma crescente de acordo com as métricas estatísticas. De acordo com os resultados da Tab. 5.2 os algoritmos ED12 e ED14 obtiveram o melhor desempenho, apresentando a menor média e desvio padrão, assim como os menores valores de Erro Padrão e Raiz do Erro Quadrático Médio (RMSE). Esses algoritmos são configurados com o operador de mutação *rand/1/bin*, Eq. (2.3), e fator de amplificação $F = 1$. As versões ED12 e ED14 diferem apenas no parâmetro de CR, sendo $CR = 0{,}7$ e $CR = 0{,}9$ respectivamente.

Tabela 5.2. Métricas estatísticas para os resultados de diferentes versões do ED

Versões do Algoritmo ED	Médias $(\tilde{\theta}_{max})_m$	Variância	Desvio Padrão	Erro Padrão	RMSE
ED12; ED14	0,05232	$1{,}76\times10^{-6}$	$1{,}33\times10^{-3}$	$2{,}42\times10^{-4}$	$1{,}61\times10^{-3}$
ED22; ED24	0,05253	$3{,}83\times10^{-6}$	$1{,}96\times10^{-3}$	$3{,}57\times10^{-4}$	$2{,}24\times10^{-3}$
ED41; ED43	0,05491	$7{,}28\times10^{-5}$	$8{,}53\times10^{-3}$	$1{,}56\times10^{-3}$	$9{,}10\times10^{-3}$
ED31; ED33	0,05770	$1{,}87\times10^{-4}$	$1{,}37\times10^{-2}$	$2{,}50\times10^{-3}$	$14{,}9\times10^{-3}$

O segundo grupo de algoritmos com um bom desempenho são as versões ED22 e ED24, tais algoritmos possuem os parâmetros $F = 1$ e operador de mutação *best/1/bin*, Eq. (4.1). A taxa de cruzamento aplicada é de $CR = 0{,}7$ para ED22 e $CR = 0{,}9$ para ED24. Como já explicado na seção 4.2, os finais 2 e 4 representam $CR = 0{,}7$ e $CR = 0{,}9$, respectivamente e ambos com $F = 1$. É possível notar que os grupos configurados com o fator de amplificação $F = 1$, obtiveram um melhor desempenho em encontrar o valor de $(\tilde{\theta}_{max})_m$. Por outro lado os dois últimos grupos, nas duas últimas linhas da Tab. 5.2, apresentaram o pior desempenho. Ou seja, essas versões obtiveram valores mais distantes da média de $(\tilde{\theta}_{max})_m$ em relação ao valor ótimo, assim como, maiores valores para Desvio Padrão, Erro Padrão e RMSE. Esses grupos têm em comum o fator de amplificação F=1,5. Entre os operadores de mutação *best/2/bin* e *current-to-best/1/bin*, Eqs. (2.6) e (4.2) o primeiro foi o que apresentou o pior desempenho (ED31 e ED33). É possível observar pelos dados da Tab. 5.2 que o

parâmetro *CR* não exerce uma grande influência no desempenho dos algoritmos analisados, sendo mais influentes os parâmetros *F* e operador de mutação. Esta análise é valida apenas quando observados um conjunto com os mesmos valores para *NP* e *NG*, sendo estes, em geral, os parâmetros mais influentes segundo a literatura (Piotrowski, 2017).

Os testes estatísticos de Shapiro Wilk (SW), Kruskal-Wallis (KW) e Dunn foram aplicados para determinar de forma estatística se existem diferenças significativa entre os 16 algoritmos analisados, assim como, quais versões apresentam comportamento semelhante. Primeiramente a Tabela 5.3 apresenta o resultado do teste de SW para identificar se as amostras dos resultados de cada algoritmo possuem uma distribuição Normal. São apresentados os resultados dos algoritmos presentes na Tab. 5.2 com o *p-value* para o teste de SW. Todos os algoritmos analisados não apresentam distribuição Normal, e portanto o teste de KW foi aplicado para identificar diferenças significativas entre os resultados analisados. Na segunda parte da Tab. 5.3 são apresentados os valores do teste de KW através do *p-value* entre o conjunto de versões do algoritmo ED presentes na Tab. 5.2, assim como o valor de *p-value* para todas as 16 versões. O nível de significância utilizado foi $\alpha_s = 0{,}05$, e todos os resultados apresentaram *p-value* $<< \alpha_s$, portanto, é constatada a existência de diferenças significativas entre os resultados dos algoritmos analisados, rejeitando a h_0.

Tabela 5.3. Resultados de testes estatísticos para análises das versões do ED

Shapiro Wilk: teste de hipótese de distribuição normal			
Versões do ED	*p-value*		
ED12; ED14	$2{,}785\times10^{-6}$		não-normal
ED22; ED24	$3{,}275\times10^{-7}$		não-normal
ED31; ED33	1.498×10^{-9}		não-normal
ED41; ED43	$1{,}87\times10^{-4}$		não-normal
Kruskal-Wallis: teste da soma dos postos			
Versões do ED	*p-value*	α_s	
ED [12, 14, 22, 24, 31, 33, 41, 43]	$1{,}932\times10^{-6}$	0,05	diferença significativa
Todas as Versões	$1{,}109\times10^{-7}$	0,05	diferença significativa

A Figura 5.15 apresenta o resultado da comparação múltipla pareada pelo teste de Dunn para o conjunto de versões do algoritmo ED presentes na Tab. 5.2. A distribuição de cada algoritmo é apresentada através de um gráfico de caixa com a cor representando o grupo em que os mesmos são classificados de acordo com o resultado do teste de Dunn. A Fig. 5.15 mostra dois grupos *A* e *B*, o que significa que os algoritmos presentes em cada um desses grupos não apresentam diferenças significativas com os algoritmos do mesmo grupo. A diferença significativa é observada apenas

entre algoritmos de grupos diferentes, por exemplo, existe diferença entre as versões ED12 e ED31, porém não há diferença entre as versões ED12 e ED41 ou entre as versões ED31 e ED33.

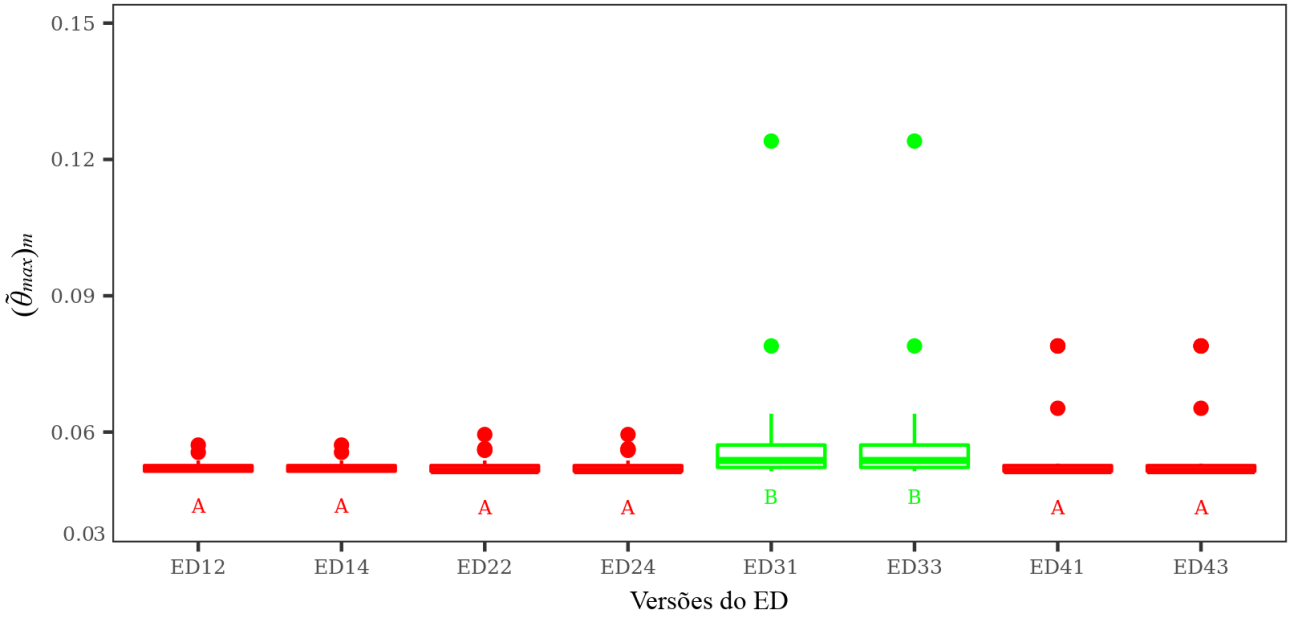


Figura 5.15: Resultado da comparação múltipla pelo teste de Dunn para um conjunto reduzido de algoritmos.

Os resultados do teste de Dunn corroboram a observação de que os parâmetros mais influentes, entre os analisados, são o fator de amplificação (F) e operador de mutação, nesta ordem. A taxa de cruzamento (CR) não apresenta influência no resultado dos algoritmos, considerando apenas os valores analisados, 0,7 e 0,9. O resultados do teste de Dunn para todos os 16 algoritmos apresentados na Fig. 5.16, reforçam a interpretação da sensibilidade dos métodos ao fator de amplificação F. Através dessa comparação é possível observar que entre as versões do algoritmo ED, classificados no grupo A, o parâmetro em comum é o fator de amplificação. Com exceção para os algoritmos da classe ED4y onde a variação dos parâmetros F e CR não influencia no comportamento da meta-heurística de forma a apresentar diferença significativa entre suas variações.

Os resultados do teste de Dunn, para todos os 16 algoritmos avaliados, presentes na Fig.5.16, também deixam claro que aqueles algoritmos que usam o parâmetro F = 1,5, apresentaram os piores desempenhos, em especial aqueles classificados no grupo B. Em uma análise por operador de mutação, EDx, as versões ED1y são as que sofrem pouca influência dos parâmetros F. Os operadores *best/1/bin* e *best/2/bin* representados pelas versões ED2y e ED3y, são os que apresentam maior sensibilidade ao parâmetro F. Entre as versões que utilizam o parâmetro F = 1,5, o melhor desempenho está na variação ED4y, seguido de ED1y. Portanto, em relação ao parâmetro F, os resultados indicam fortemente que F = 1 é o melhor parâmetro para as versões ED1y, ED2y e ED3y.

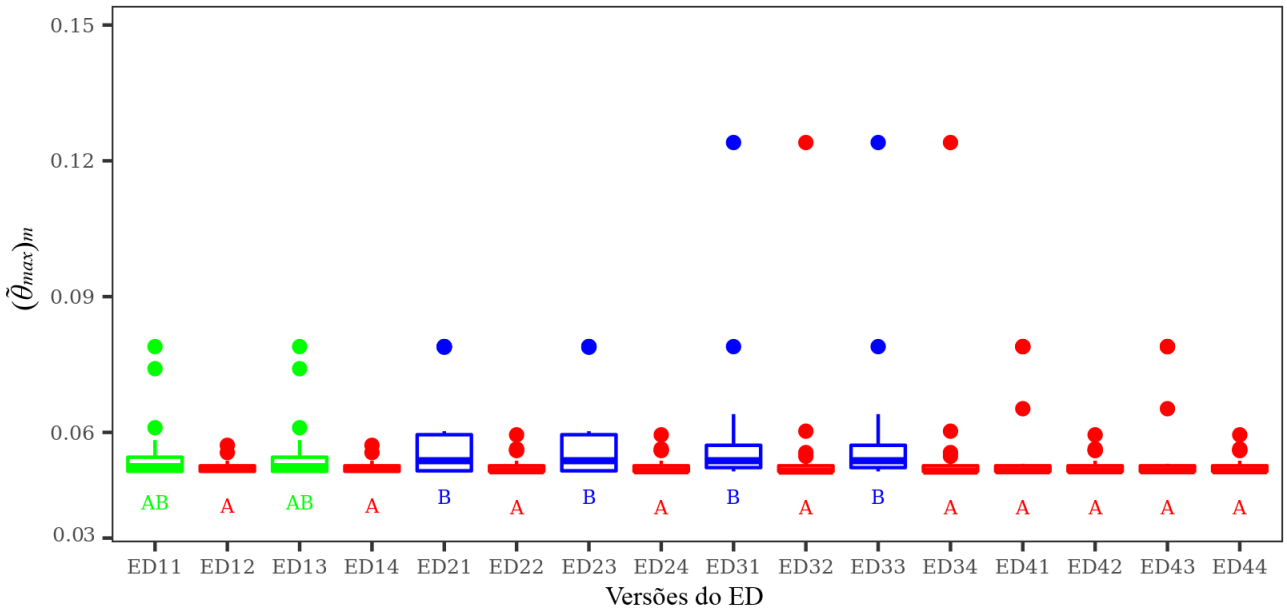


Figura 5.16: Resultados da comparação múltipla pelo teste de Dunn para todas as versões do algoritmo ED.

A Figura 5.17 apresenta o efeito dos ângulos α e β, representados pelo grau de liberdade α = β, em $(\tilde{\theta}_{max})_m$ reproduzidos pelo método de BE em comparação à exploração do espaço de busca pelos métodos ED*x*4. É possível observar que todos os métodos convergem rapidamente para a região de ótimo, visto a concentração dos pontos visitados durante o processo de otimização perto da solução ótima. A exploração mais dispersa presente na Fig. 5.17, foi obtida pela versão ED34, Fig. 5.17 (c), e a mais concentrada estaria representada pela versão ED14, Fig. 5.17 (a). A exploração do espaço de busca pelas versões ED24 e ED44 é idêntica, visto que o uso do parâmetro $F = 1$ para ED44 faz com que os dois métodos utilizem o mesmo operador de mutação, vide as Eqs. (4.1) e (4.2).

A avaliação pelo método DC do efeito de α e β sobre $(\tilde{\theta}_{max})_m$ mostra a grande influência dos ângulos α e β sobre o desempenho térmico da cavidade Duplo-Y. O efeito da variação angular dos braços da cavidade, reproduzido pelo método de BE, mostra uma redução de 58% na máxima temperatura em excesso adimensional, entre os ângulos -39º a 15º. A Figura 5.18 apresenta as geometrias geradas durante o processo de otimização de um grau de liberdade da cavidade Duplo-Y. No extremo negativo do espaço de busca, com α = β =-39º, a Fig. 5.18(a) apresenta a geometria com pior desempenho térmico. A geometria ótima, com os ângulos $(\alpha)_o = (\beta)_o = 15º$, é apresentada na Fig. 5.18(b) com a máxima temperatura em excesso adimensional uma vez minimizada $(\tilde{\theta}_{max})_m = 0.051374$. Na outra extremidade do espaço de busca, o campo de temperaturas obtido para o ângulo positivo de α = β = 52º é apresentado na Fig. 5.18(c). É possível notar, pelas geometrias da Fig. 5.18, que o melhor desempenho aparece para o padrão *treelike* (Bejan e Zane, 2012). Na Figura

5.18 observa-se que a geometria ótima é a que distribuiu os pontos de maior temperatura em 3 diferentes regiões, ao passo que nos extremos inferior e superior dos ângulos investigados, ocorreu uma distribuição menos homogênea das temperaturas máximas em 1 e 2 regiões, respectivamente.

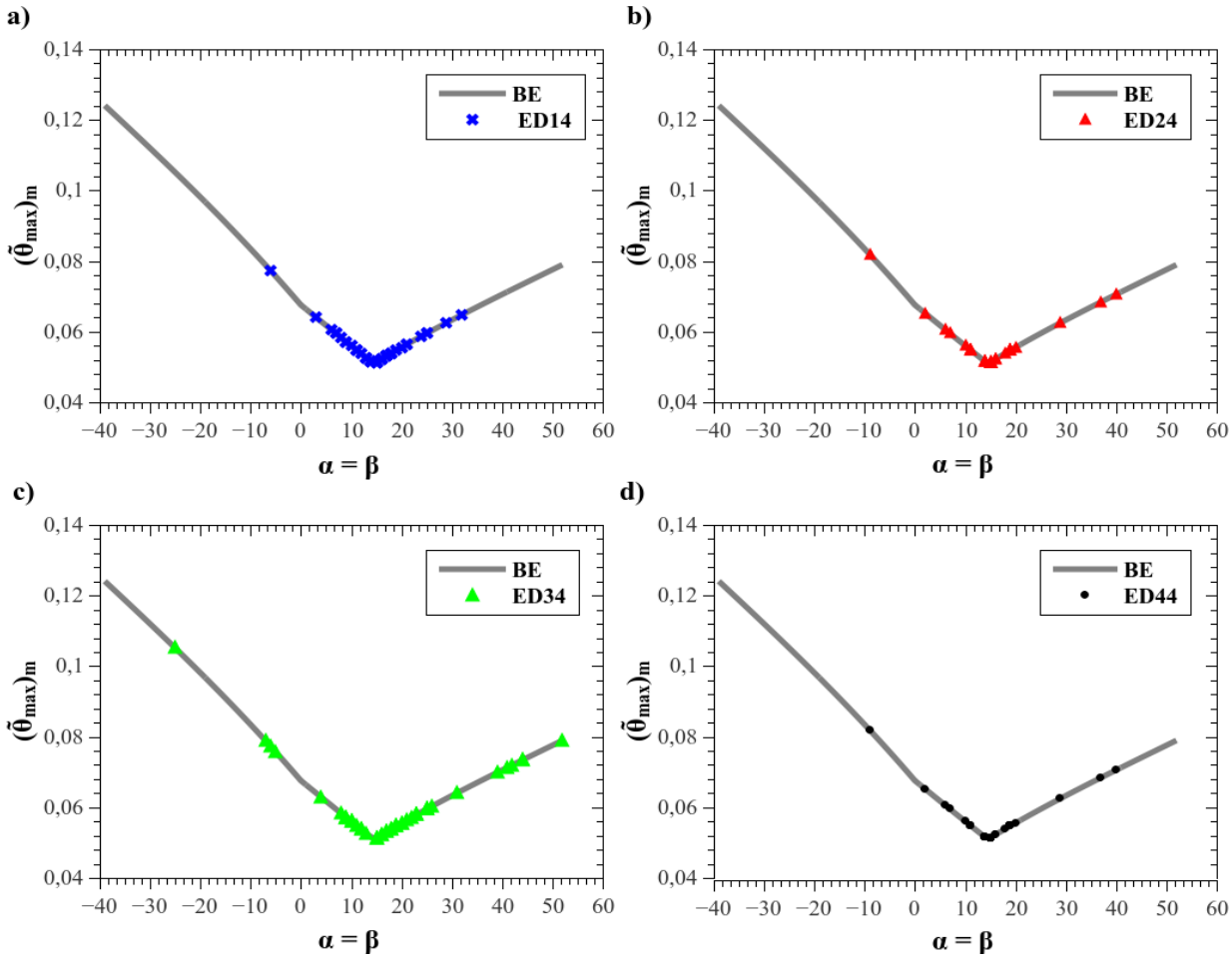


Figura 5.17: Reprodução do efeito dos ângulos α e β em $(\tilde{\theta}_{max})_m$ pelos métodos BE e ED.

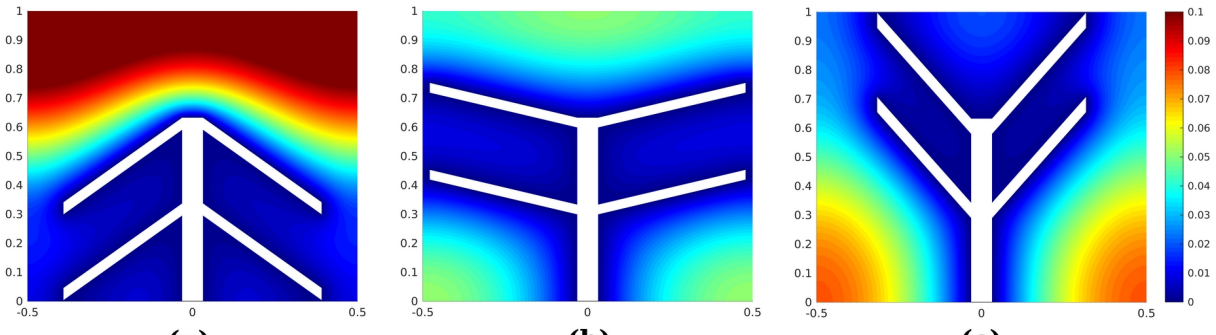


Figura 5.18: Comparação entre geometrias não otimizadas e geometria uma vez otimizada.
a) α = β = -39° $\tilde{\theta}_{max}$ = 0,124043; b) $(\alpha)_o = (\beta)_o$ = 15° $(\tilde{\theta}_{max})_m$ = 0,051374; c) α = β = 52°, $\tilde{\theta}_{max}$ = 0,078953;

5.2.2. Otimização de Dois Graus de Liberdade

Os dois graus de liberdade otimizados para o segundo nível do processo de avaliação geométrica se deu através da busca pelas geometrias ótimas dos ângulos α e β de forma independente. Os demais graus de liberdade forma mantidos com valores contantes durante o processo de otimização, sendo $H/L = 1$, $H_0/L_0 = 10$ e $S_1/H_0 = 0{,}5$. A restrição de área da cavidade aplicada foi de $\varphi_c = 0{,}1$. A restrição de área dos braços da geometria foi definido como $\varphi_1 = \varphi_2 = 0{,}015$. Os graus de liberdade H_2/L_2 e H_1/L_1, foram mantidos com os seus valores mínimos do espaço de busca, conforme explanado na seção 4.2.3. Assim como nos processos de otimização anteriores, foi aplicado primeiramente o método de BE. O espaço de busca considerado para a otimização dos dois ângulos compreende o intervalo $\alpha, \beta \in [-80°, 80°]$, com variação de 1°. Portanto, o método de busca exaustiva avaliou 25.600 combinações geométricas, sendo calculado o campo de temperaturas para 14.237 geometrias válidas.

A Figura 5.19 apresenta o efeito do ângulo α sobre $(\tilde{\theta}_{max})_m$. Também são apresentadas as geometrias e os campos de temperatura nos extremos de α, assim como a geometria ótima e a distribuição de temperatura para $(\alpha)_o$ e $(\tilde{\theta}_{max})_{2m}$. A solução ótima encontrada pelo método BE é de $(\alpha)_o = -7°$ e $(\beta)_{2o} = 36°$, com a temperatura máxima adimensional duas vezes minimizada de $(\tilde{\theta}_{max})_{2m} = 0{,}029970$. É possível observar na Fig. 5.19 que a geometria ótima ocorre quando há uma ótima distribuição das imperfeições do sistema, neste caso, pontos de calor. A geometria ótima no centro da Fig. 5.19 apresenta até cinco regiões de maior temperatura, enquanto os extremos apresentam 3 e 2 regiões. Dessa forma, os resultados indicam que a geometria que conduz a distribuição mais homogênea do campo de temperaturas maximizará o desempenho térmico do problema.

O processo de otimização de dois graus de liberdade através da meta-heurística de Evolução Diferencial (ED) foi realizado com as mesmas dezesseis versões avaliadas na seção 5.2.1. Os resultados obtidos com o método de BE foram utilizados para validar os resultados das versões do algoritmo ED. Para a avaliação das versões do algoritmo ED, foram empregadas análises estatísticas comparando os resultados obtidos pelos algoritmos. A primeira análise estatística apresentada aborda a etapa de experimentos com $NP = 20$. A Tabela 5.4 apresenta as medidas estatísticas de Média, Variância, Desvio Padrão, Erro Padrão e RMSE. Os algoritmos presentes na Tab. 5.4 representam os melhores e piores casos, para simplificar a discussão não são apresentadas as métricas para todos os dezesseis algoritmos.

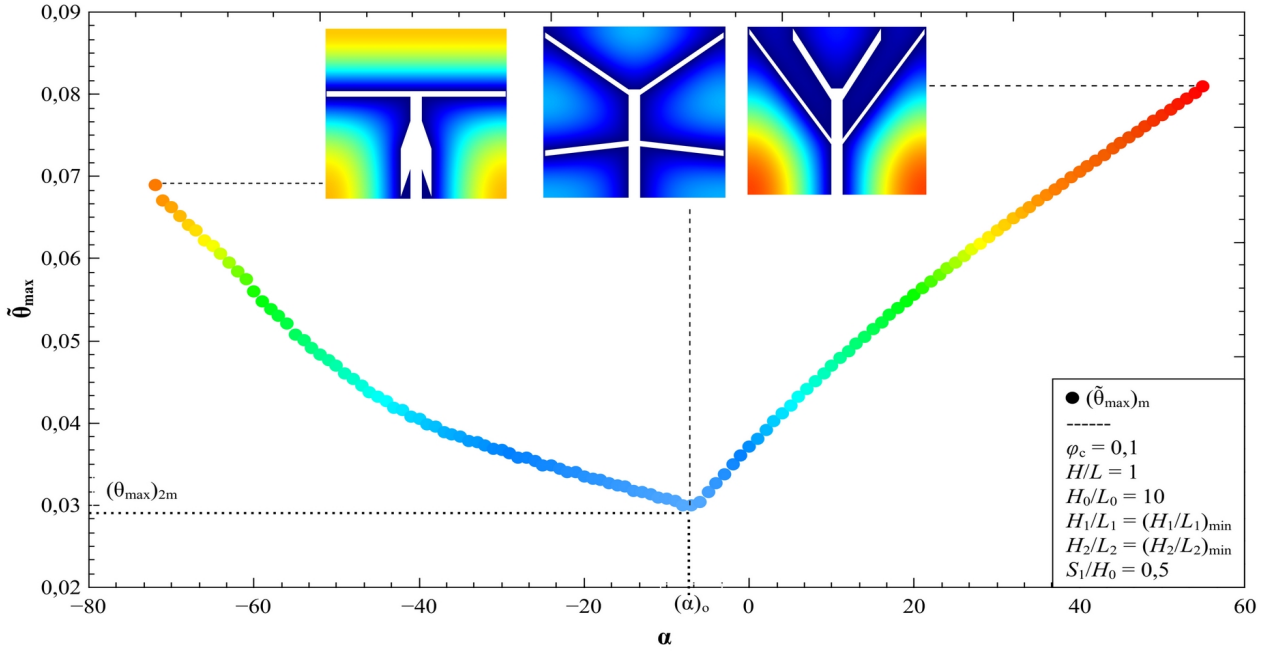


Figura 5.19: Efeito de α sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{2m}$ e respectivas geometrias registrados pelo método BE.

Os dados presentes na Tab. 5.4 mostram que as versões ED12, ED32 e ED34 obtiveram o melhor desempenho, encontrando a geometria ótima em 100% das execuções. Apresentam portanto variância, desvio padrão e erros nulos. Em segundo lugar estão os algoritmos ED13 e ED14, os quais apresentam os menores valores de variância, desvio padrão e erros. O que essas versões do ED possuem em comum é o parâmetro $F = 1$, com exceção do ED13. Por outro lado, os piores resultados estão com os algoritmos ED24, ED44 e ED23. Nesses casos, o que é compartilhado é o operador de mutação *best/1/bin*, que combinado com $F = 1{,}5$ e $CR = 0{,}9$, apresentam os maiores valores de variância, desvio padrão e erros. Os valores de variância, desvio padrão, erro e RMSE para os algoritmos da primeira linha da Tab. 5.4, ocorrem devido a todas as execuções destes algoritmos alcançarem os valores ótimos de $(\alpha)_o = -7°$ e $(\beta)_{2o} = 36°$, encontrando, portanto o valor de $(\tilde{\theta}_{max})_{2m} = 0{,}029969$ em todas as observações. Isso ocorre porque os valores do espaço de busca dos ângulos foram variados de forma discreta, ou seja, $\Delta\alpha = \Delta\beta = 1°$.

Tabela 5.4. Medidas estatísticas para os resultados das versões do ED para $NP = 20$.

Versões do Algoritmo ED	**Médias** $(\tilde{\theta}_{max})_m$	**Variância**	**Desvio Padrão**	**Erro Padrão**	**RMSE**
ED12; ED32; ED34	0,029969	0	0	0	0
ED13; ED14	0,029974	$3{,}44\times10^{-10}$	$1{,}86\times10^{-5}$	$3{,}39\times10^{-6}$	$1{,}89\times10^{-5}$
ED24; ED44	0,030169	$1{,}94\times10^{-7}$	$4{,}41\times10^{-4}$	$8{,}05\times10^{-5}$	$4{,}77\times10^{-4}$
ED23	0,030472	$1{,}12\times10^{-6}$	$1{,}06\times10^{-3}$	$1{,}93\times10^{-4}$	$1{,}15\times10^{-5}$

Além das medidas estatísticas observadas na Tab. 5.4, uma análise mais criteriosa é feita para se identificar as reais diferenças entre os métodos avaliados. Nesse sentido, o teste de Shapiro-Wilk (SW), presente na Tab. 5.5, mostra que os resultados dos algoritmos analisados não são provenientes de uma distribuição Normal. Portanto, é possível se lançar mão do Teste de Kruskal-Wallis (KW) para análise de dados não-paramétricos, ou seja, que não são provenientes de uma distribuição Normal. O teste de KW foi aplicado entre os algoritmos presentes na Tab. 5.5 e entre todas as versões, com nível de significância de 0,05. Os valores de *p-value* presentes nas duas últimas linhas da Tab. 5.5 mostram que existem diferenças significativas entre os métodos avaliados.

Tabela 5.5. Testes estatísticos de SW e KW aplicados as versões do ED para $NP = 20$.

Shapiro Wilk: teste de hipótese de distribuição normal			
Versões do ED	p-value		
ED12; ED32; ED34	-		valores idênticos
ED13; ED14	$4{,}402\times10^{-11}$		não-normal
ED24; ED44	$7{,}169\times10^{-9}$		não-normal
ED23	$1{,}479\times10^{-8}$		não-normal
Kruskal-Wallis: teste da soma dos postos			
Versões do ED	p-value	α_s	
ED [12, 13, 14, 23, 24, 34, 44]	$1{,}576\times10^{-8}$	0,05	diferença significativa
Todas as Versões	$2{,}2\times10^{-16}$	0,05	diferença significativa

A Figura 5.20 apresenta a classificação através do teste de Dunn para comparações múltiplas entre os algoritmos da Tab. 5.4. Os resultados apresentados na Fig. 5.20 indicam que não existem diferenças significativas entre os algoritmos classificados no grupo *A*: ED12, ED13, ED14, ED32 e ED34. Assim como não existem diferenças significativas entre os algoritmos classificados no grupo *B*: ED23, ED24 e ED44. No entanto, qualquer algoritmo classificado no grupo *A* possui diferença significativa em seus resultados em comparação com aqueles algoritmos classificados no grupo *B*. De acordo com a Tab. 5.4, os algoritmos do grupo *B* apresentam o pior desempenho.

A Figura 5.21 apresenta os resultados da classificação geral pelo teste de Dunn, onde todos os dezesseis algoritmos foram analisados. O nível de significância aplicado para o teste foi de 0,05, e três grupos foram identificados dentre todas as versões do ED: *A*, *B* e *C*. O grupo *A* compreende os algoritmos com o melhor desempenho, entre eles estão aqueles apresentados nas duas primeiras linhas da Tab. 5.4. Esse grupo apresenta um conjunto de parâmetros heterogêneo, não existe predominância de um determinado parâmetro. Estão classificados no grupo *A* todos os diferentes valores para *F* e *CR* analisados, além de todos os operadores de mutação. Quanto ao grupo *B*, com algoritmos com os piores desempenhos e alguns intermediários, a maioria dos algoritmos pertence

ao operador de mutação *best/1/bin* (ED2*y*). Porém também estão no grupo *B* as versões ED31 e ED44, duas versões que não compartilham nenhum parâmetro em comum. O grupo *C* é composto apenas pelo algoritmo ED33, o que significa que seu resultado não se assemelha com nenhuma outra versão analisada.

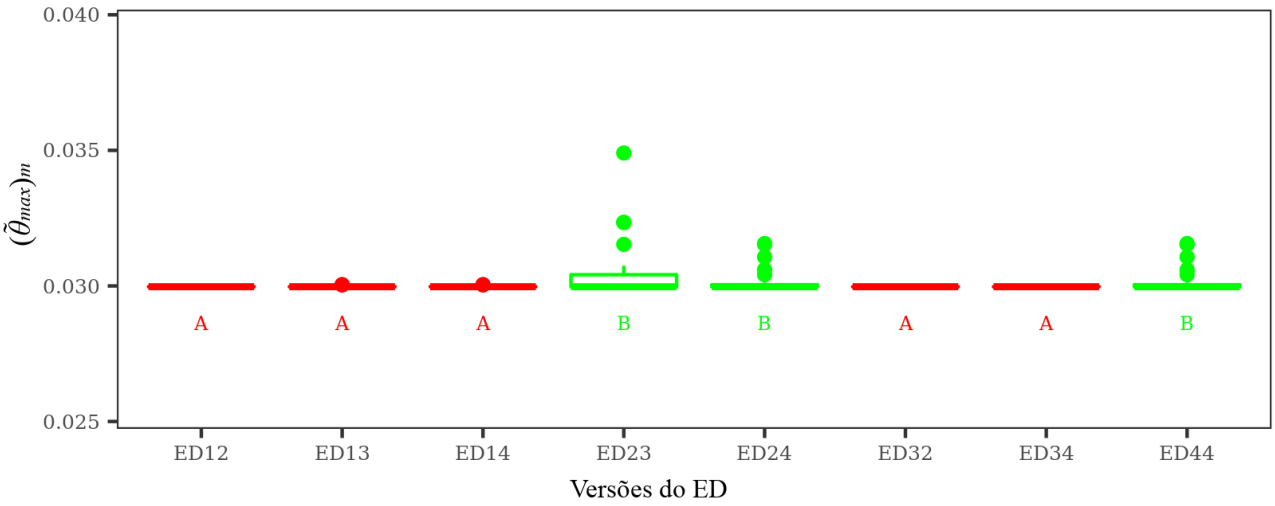


Figura 5.20: Resultado da comparação múltipla pelo teste de Dunn para algoritmos com *NP* = 20.

Em uma análise por operador de mutação, é possível observar através da Fig. 5.21 que entre as versões do algoritmo ED que utilizam o operador *rand/1/bin* (ED1*y*), não existem diferenças significativas. Ou seja, para *NP* = 20 e *NG* = 50, os parâmetros *F* e *CR* não alteram o comportamento do algoritmo. Porém para as versões ED2*y*, com o operador de mutação *best/1/bin*, a combinação *F* = 1 e *CR* = 0,7 apresentou o melhor desempenho, sendo classificada no grupo *A*. As demais versões do ED2*y* estão todas no grupo B, não possuem diferenças significativas.

O grupo de algoritmos configurados com o operador de mutação *best/2/bin* (ED3*y*), apresenta uma grande sensibilidade ao parâmetro *F*. Visto que aquelas versões que utilizaram *F* = 1, (ED32 e ED34) apresentam diferenças significativas em relação as demais (ED31 e ED33) e estão no grupo de melhor desempenho, grupo *A*. Também é possível observar que para as versões ED3*y* com o *F* = 1, o parâmetro *CR* é irrelevante, considerando os valores 0,7 e 0,9 investigados. Dentre as demais versões (ED31 e ED33), o parâmetro *CR* = 0,9 piorou ainda mais o desempenho do operador de mutação *best/2/bin* quando usado o *F* = 1,5, sendo essa versão isolada no grupo *C*.

Entre as versões do algoritmo ED que utilizam o operador de mutação *current-to-best/1/bin* (ED4*y*), todos foram classificados no grupo *A*, exceto a versão ED44. Para esse operador de mutação o uso de *F* = 1,5 propiciou uma variância menor nos resultados, em comparação as outras

duas versões com $F = 1$. A versão ED44, com $CR = 0{,}9$ e $F = 1$, foi classificada no grupo *B*, sendo visível na Fig. 5.21 que seus resultados apresentam uma distribuição diferenciada das demais, com mais pontos de *outliers* no gráfico de caixas. Esses pontos de *outliers* ilustram mínimos locais registrados pelos algoritmos do grupo *B*.

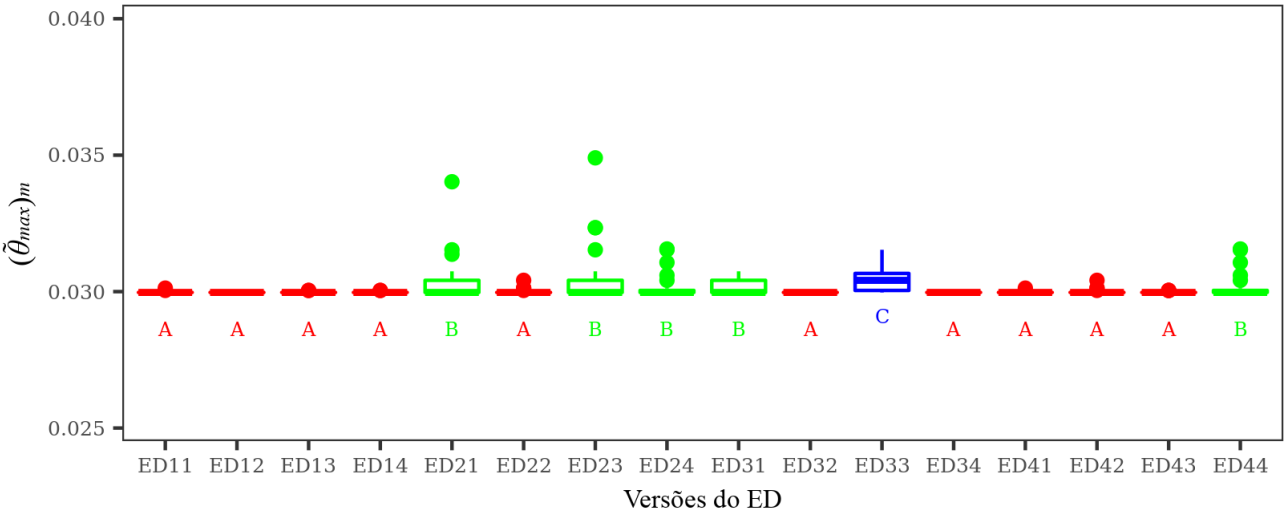


Figura 5.21: Resultado da comparação múltipla pelo teste de Dunn para todas as versões do algoritmo ED com $NP = 20$.

A Tabela 5.6 apresenta medidas estatísticas calculadas para as versões do algoritmo ED com $NP = 30$. Para simplificar, são apresentados apenas os dois melhores grupos e os dois piores, ordenados de acordo com a média calculada. É possível observar, através dos resultados da Tab. 5.6 que o aumento no número de indivíduos teve uma grande influência no desempenho dos algoritmos. A primeira linha da Tab. 5.6 mostra que mais versões do algoritmo ED apresentaram variância, desvio padrão e erros nulos. O aumento do número de indivíduos influenciou diretamente o desempenho de vários algoritmos, independente dos parâmetros F, CR ou operador de mutação. Esse resultado já era previsível de acordo com a literatura, (Piotrowski, 2017). Por outro lado, alguns algoritmos continuaram apresentando um baixo desempenho, como o caso dos algoritmos presentes nas duas últimas linhas da Tab. 5.6, ED33 e ED21. Esses algoritmos não aparecem na Tab. 5.4, portanto, para título de comparação, suas médias para $(\tilde{\theta}_{max})_{2m}$ são respectivamente 0,030410 e 0,030322 para $NP = 20$. A redução é muito pequena em comparação aos valores da Tab. 5.6. Na Tab. 5.6 novamente aparecem valores de variância, erro e desvio padrão iguais a zero, no entanto cabe observar que esta situação ocorre pois se trata do mesmo espaço de busca discreto para os ângulos α e β.

Tabela 5.6. Medidas estatísticas para os resultados das versões do ED para *NP* = 30.

Versões do Algoritmo ED	Médias $(\tilde{\theta}_{max})_{2m}$	Variância	Desvio Padrão	Erro Padrão	RMSE
ED [11, 12, 14, 24, 32 ,34, 41, 43, 44]	0,029969	0	0	0	0
ED13, ED22, ED42	0,029972	$1{,}78\times10^{-10}$	$1{,}34\times10^{-5}$	$2{,}44\times10^{-6}$	$1{,}34\times10^{-5}$
ED33	0,030236	$7{,}57\times10^{-8}$	$2{,}75\times10^{-4}$	$5{,}02\times10^{-5}$	$3{,}80\times10^{-4}$
ED21	0,030051	$1{,}87\times10^{-7}$	$4{,}33\times10^{-4}$	$7{,}90\times10^{-5}$	$4{,}33\times10^{-4}$

A Tabela. 5.7 apresenta os resultados dos testes estatísticos de Shapiro-Wilk (SW) e Kruskal-Wallis (KW) que identificam se existem diferenças significativas entre os algoritmos avaliados. Os resultados do teste SW presentes na Tab. 5.7 indicam que os resultados não pertencem a uma distribuição normal. Portanto, aplica-se a análise não-paramétrica (KW), que identifica diferenças significativas entre os algoritmos, vide os resultados dos *p-value* << α_s presentes na Tab 5.7.

Tabela 5.7. Resultados de testes estatísticos para análises das versões do ED para *NP* = 30.

Shapiro Wilk: teste de hipótese de distribuição normal			
Versões do ED	*p-value*		
ED [11, 12, 14, 24, 32 ,34, 41, 43, 44]	-		valores idênticos
ED13, ED22, ED42	$7{,}76\times10^{-12}$		não-normal
ED33	$9{,}32\times10^{-5}$		não-normal
ED21	$8{,}97\times10^{-12}$		não-normal
Kruskal-Wallis: teste da soma dos postos			
Versões do ED	*p-value*	α_s	
ED [11, 12, 13, 21, 22, 33, 34, 44]	$2{,}2\times10^{-16}$	0,05	diferença significativa
Todas as Versões	$2{,}2\times10^{-16}$	0,05	diferença significativa

Após o teste estatístico de KW é possível aplicar o teste de Dunn e realizar a comparação múltipla pareada entre as versões do algoritmo ED investigadas. A Figura 5.22 apresenta o resultado do teste de Dunn para um grupo reduzido de algoritmos, aqueles presentes na Tab. 5.6. A intenção com esta primeira análise é mostrar de forma sucinta uma comparação entre os grupos das duas menores médias em relação aos grupos de algoritmos com as maiores médias, como é apresentado na Tab. 5.6.

Para o grupo reduzido, presente na Fig. 5.22, a análise pelo teste de Dunn apresenta apenas duas classificações distintas, *A* e *B*. Sendo que, com este teste, a análise baseada apenas na média e demais métricas estatísticas presentes na Tab. 5.6 não é totalmente confiável, vide o exemplo do

algoritmo ED21. Mesmo esse algoritmo apresentando a última posição em termos de média, ele é classificado no grupo *A*, ou seja, mesmo desempenho que os algoritmos que apresentam erro zero, como ED11 ou ED12. Por outro lado, o algoritmo ED33, penúltima média na Tab. 5.6, apresenta diferença significativa em relação aos demais métodos, sendo classificado de forma isolada no grupo *B*. Portanto, evidencia-se a importância da aplicação de testes estatísticos para análise de variância, considerando tanto testes paramétricos quanto não paramétricos.

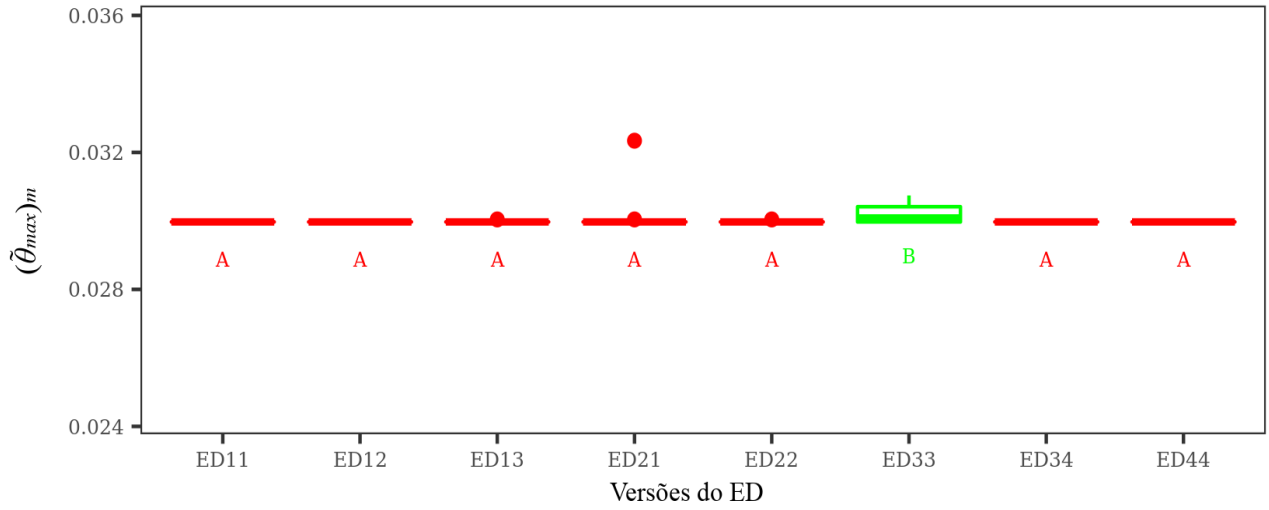


Figura 5.22: Resultado da comparação múltipla pelo teste de Dunn para o conjunto reduzido de algoritmos com $NP = 30$.

O resultado do teste de Dunn presente na Fig.5.22 mostra que a influência dos parâmetros *F*, *CR* e operador de mutação sobre o desempenho dos algoritmos é mínima quando se tem um aumento significativo no tamanho da população. Pois é possível observar um conjunto heterogêneo de parâmetros classificados no mesmo grupo *A*. Os resultados evidenciam a dependência do problema em questão em relação ao tamanho da população (*NP*) do algoritmo ED. Quanto maior a população, melhor será a convergência do algoritmo para as regiões de ótimo global, o que é esperado.

A Figura 5.23 apresenta os resultados da comparação múltipla do teste de Dunn para todas as versões do algoritmo ED, com o parâmetro $NP = 30$. Nessa comparação ampla surge um novo grupo *AB*, além dos grupos *A*, *B* e *C*. O grupo *AB* representa um conjunto intermediário, que pode se assemelhar tanto com o grupo *A*, quanto com o grupo *B*, porém possui diferenças significativas com os algoritmos do grupo *C*. Nessa análise mais ampliada é possível correlacionar, dentro dos grupos, quais parâmetros de *F*, *CR* ou operador de mutação dominam o grupo.

Na classificação do teste de Dunn, presente na Fig. 5.23, é observável a dominância do parâmetro $F = 1$ em relação ao grupo A. Entre os nove algoritmos presentes no grupo A, seis versões utilizam o parâmetro $F = 1$. Entre essas versões não existem diferenças quanto ao parâmetro CR, sendo esse parâmetro o menos influente no comportamento do grupo A. O grupo AB, se apresenta como um grupo intermediário entre A e B, não sendo possível uma correlação entre os parâmetros F, CR ou operador de mutação. O grupo B apresenta apenas um algoritmo, sendo possível apenas uma análise em relação aos demais algoritmos do seu mesmo tipo de operador de mutação, ED2y. Nesse caso, é possível notar que o uso do parâmetro $F = 1{,}5$ influenciou no comportamento do algoritmo ED32 em comparação ao algoritmo ED24. Ou seja, o algoritmo com o operador de mutação *best/1/bin* e o parâmetro $CR = 0{,}9$, é sensível ao fator de amplificação. Outra versão do ED sensível ao parâmetro F é a ED3y, ou seja, aquela que emprega operador de mutação *best/2/bin*.

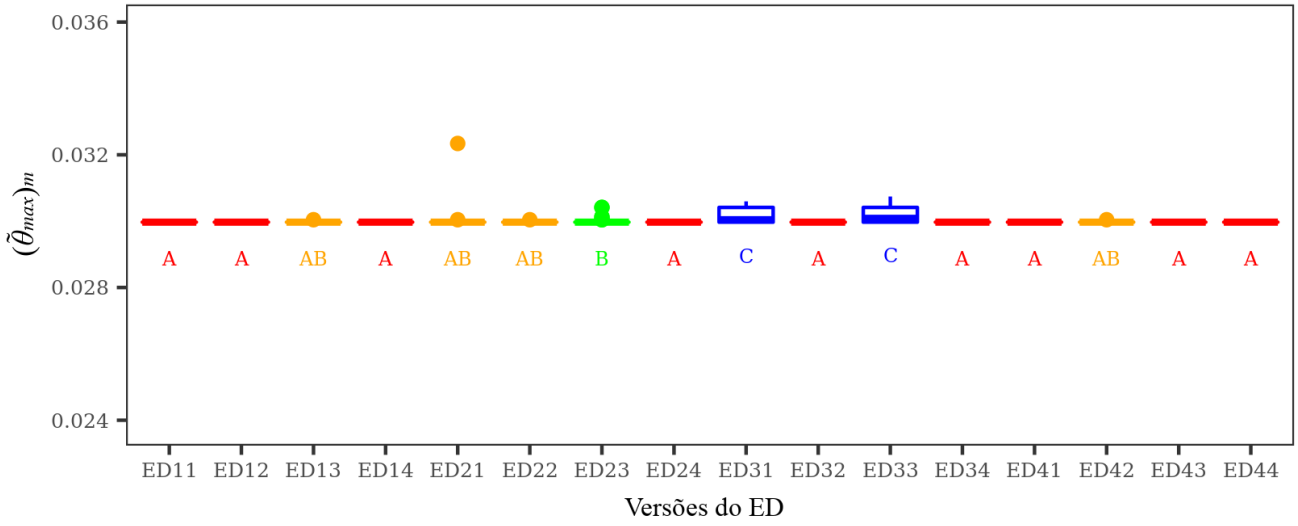


Figura 5.23: Resultado da comparação múltipla pelo teste de Dunn para todas as versões do algoritmo ED com $NP = 30$.

A Figura 5.24 apresenta uma comparação dos processos de exploração e convergência entre os algoritmos da versão EDx4, ou seja, aqueles configurados com $F = 1$ e $CR = 0{,}9$. Foram escolhidos esses algoritmos por pertencerem todos ao grupo A, e possuírem o mesmo desempenho entre todos os operadores de mutação. A evolução da otimização do grau de liberdade β é abordado na Fig. 5.24(a) onde é possível observar a concentração dos valores do ângulo próximo ao valor ótimo de $(\beta)_{2o} = 36°$. Para a versão ED14, a convergência ocorre logo após as mil simulações ou avaliações da função objetivo. Para a versão ED34, a convergência ocorre mais próximo ao final das simulações. Os métodos ED24 e ED44 são os que apresentam a convergência mais rápida, sendo registradas em aproximadamente 700 simulações. Nesse caso, as duas versões apresentam

desempenhos idênticos durante o processo de exploração do espaço de busca. Essa mesma característica pode ser observada na Fig. 5.24(b), para o processo de minimização de $\tilde{\theta}_{max}$. Portanto, para as próximas investigações com o parâmetro $F = 1$, o operador de mutação *curret-to-best/1/bin* não será aplicado. A convergência dos algoritmos para a busca de $(\tilde{\theta}_{max})_{2m}$ é semelhante a otimização de $(\beta)_{2o}$ em relação ao número de simulações necessárias, como apresenta a Fig. 5.24(b).

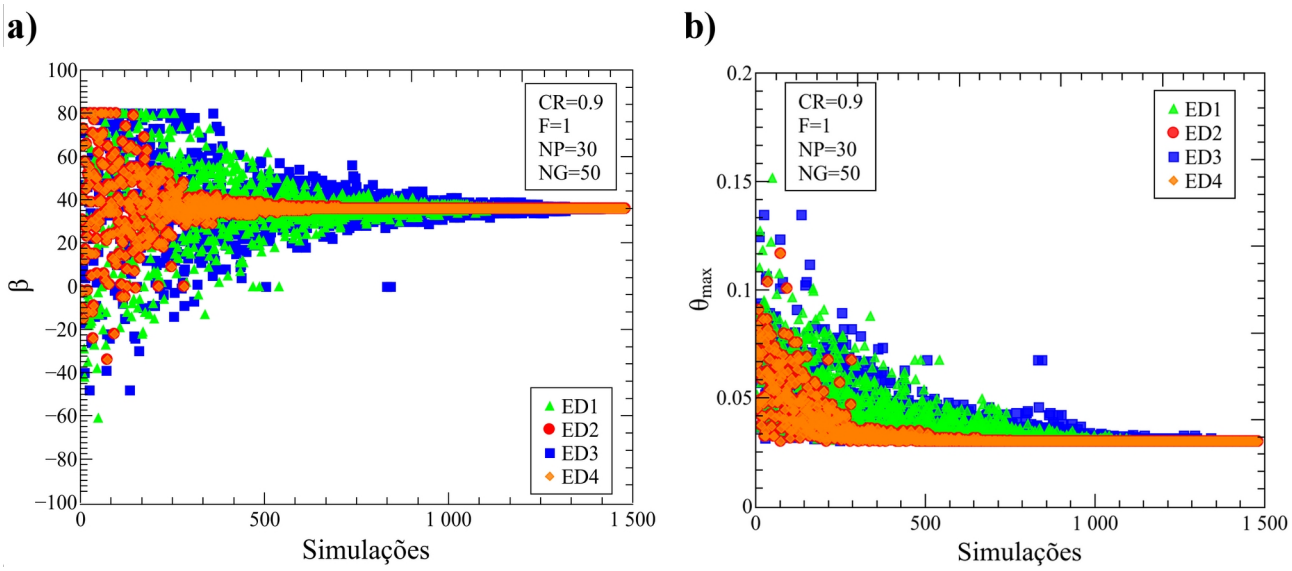


Figura 5.24: Exploração do espaço de busca e convergência das versões do algoritmo ED com $F = 1$ e $CR = 0{,}9$, EDx4. a) Convergência para $(\beta)_{2o}$; b) Convergência para $(\tilde{\theta}_{max})_{2m;}$

Até o momento os resultados demonstraram a capacidade dos algoritmos investigadas em encontrar as geometrias ótimas e minimizar a resistência térmica do domínio computacional. Através das ferramentas estatísticas foi possível comparar o desempenho de cada versão do algoritmo de ED em encontrar as configurações ótimas. Sendo observado um melhor desempenho no grupo *A*, que concentra na maioria dos casos o uso do parâmetro $F = 1$ e $CR = 0{,}9$. No entanto, o método Design Construtal não está interessado apenas na geometria ótima, mas também no efeito do grau de liberdade investigado sobre o desempenho térmico do sistema, sendo essa é a principal contribuição da avaliação geométrica empregada pelo método.

A Figura 5.25 apresenta uma comparação do efeito do grau de liberdade α sobre o grau de liberdade $(\beta)_o$ e temperatura máxima adimensional mínima $(\tilde{\theta}_{max})_m$, reproduzidos pelo método de BE em relação aos pontos visitados pelas versões do algoritmo ED. Os dados registrados durante a exploração do espaço de busca pelos métodos ED14 e ED24 foram ordenados de acordo com o ângulo α, pontos verdes e vermelhos, para a comparação com o efeito deste grau de liberdade, curvas na cor cinza. Os pontos em azul nos gráficos da Fig. 5.25 representam os valores ótimos de $(\beta)_o$ e mínimos de $(\tilde{\theta}_{max})_m$ para cada valor de α, visitados durante a exploração do espaço de busca

pelas meta-heurísticas. Na Figura 5.25 é possível notar que o algoritmo ED14 apresenta pontos mais difusos em comparação com os pontos concentrados nas regiões de ótimo da versão ED24. Para o efeito de α sobre $(\tilde{\theta}_{max})_m$, os dados da versão ED14, presentes na Fig. 5.25(a), mostram que é possível uma boa aproximação do efeito a partir do ângulo α = -40°. Esse resultado é obtido devido ao processo de otimização do algoritmo ED14 possuir uma convergência mais lenta e apresentar dados mais dispersos. Entretanto, mesmo com uma maior dispersão nos dados da versão ED14, não é possível reproduzir o efeito de α sobre $(\beta)_o$ quando comparado ao efeito reproduzido pela BE, Fig. 5.25(b). De acordo com a Fig. 5.25(b), só é possível obter uma aproximação do efeito de α sobre $(\beta)_o$ próximo a região ótima de $(\alpha)_o$, em torno de -7°. Para valores de α > 0° o problema apresenta mais de uma solução, ou seja, diferentes valores de β levam a valores muito próximos de $(\tilde{\theta}_{max})_m$, como pode ser observado nas Figs. 5.25(a) e (c). Pois a influência do ângulo α sobre $(\tilde{\theta}_{max})_m$, nesses casos, é maior. Para a versão ED24, a reprodução do efeito de α sobre $(\beta)_o$ e $(\tilde{\theta}_{max})_m$ é ainda mais imprecisa devido a rápida convergência do método e concentração da exploração na região ótima de $(\alpha)_o$, como pode ser observado nas Figs. 5.25 (c) e (d).

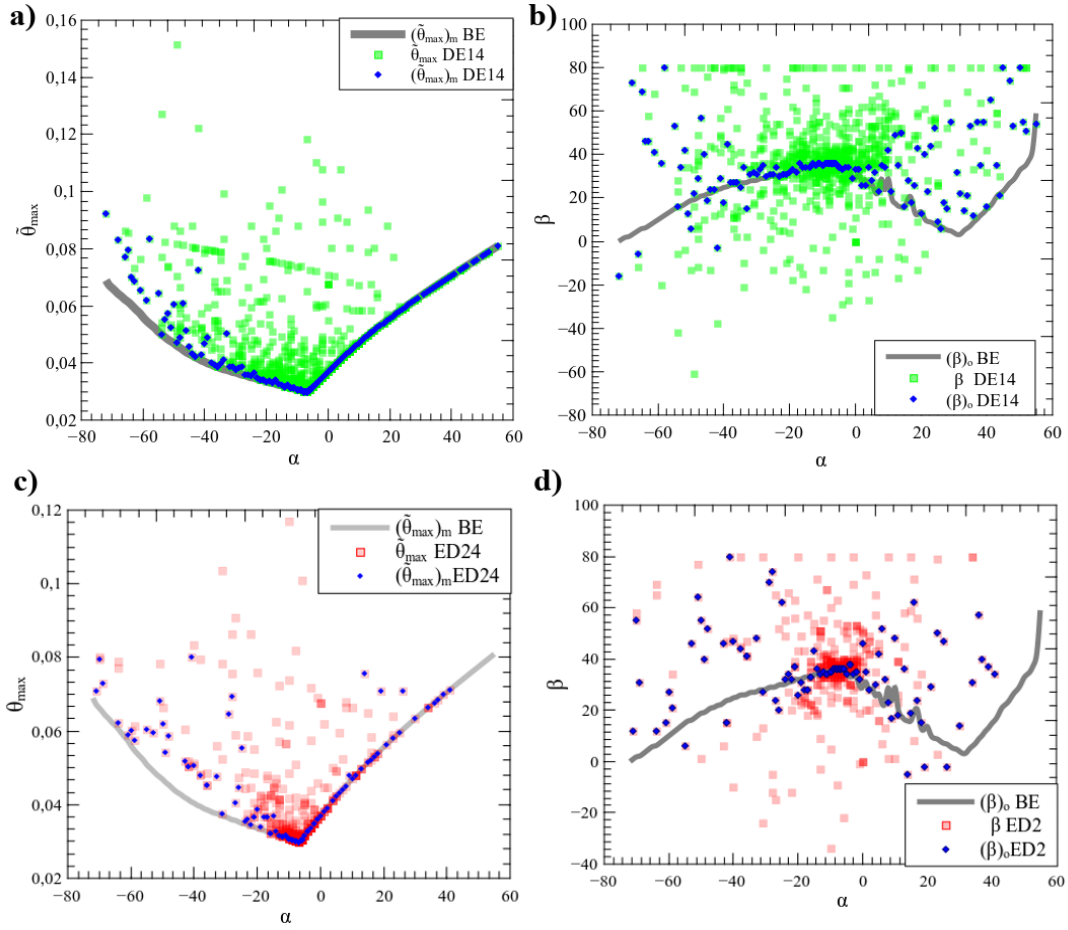


Figura 5.25: Comparação entre o efeito do grau de liberdade pelo método BE e a exploração do espaço de busca pelas versões do algoritmo ED

Para a correta reprodução do efeito de um determinado grau de liberdade sobre a geometria ótima e temperatura máxima adimensional, faz se necessário a combinação dos métodos de BE e ED. Essa combinação é realizada através do uso da BE para o grau de liberdade ao qual se pretende investigar a influência sobre as demais geometrias. Desta forma, para a obtenção do efeito de α sobre $(\beta)_o$ e sobre $(\tilde{\theta}_{max})_m$, o método BE é aplicado ao ângulo α, com o espaço de busca discretizado, enquanto que a meta-heurística é aplicada à otimização de β, para cada valor de α. Em síntese, a combinação BE/ED é a aplicação da meta-heurística na otimização das geometrias (β) de forma exaustiva para cada valor do grau de liberdade de interesse (α).

A Figura 5.26 apresenta a uma comparação do efeito de α sobre $(\beta)_o$ e $(\tilde{\theta}_{max})_m$ reproduzidos pelos métodos de BE e a combinação de BE/DE2, nomeado aqui apenas de ED2. Para clareza do texto, será usado sempre o nome da meta-heurística em todas reproduções de efeitos de graus de liberdade. O algoritmo ED2, apresentado na Fig. 5.26, utilizou os parâmetros $F = 1$ e $CR = 0{,}9$, e foi escolhido para a reprodução do efeito de α devido a sua rápida convergência e resultados iguais aos demais métodos do grupo *A*, segundo a análise estatística, e que obtiveram o melhor desempenho. Os resultados da Fig. 5.26 mostram que o método ED2 conseguiu convergir para os valores ótimos de $(\beta)_o$ e mínimos de $(\tilde{\theta}_{max})_m$ para todos os valores de α corretamente de acordo com os resultados do método BE.

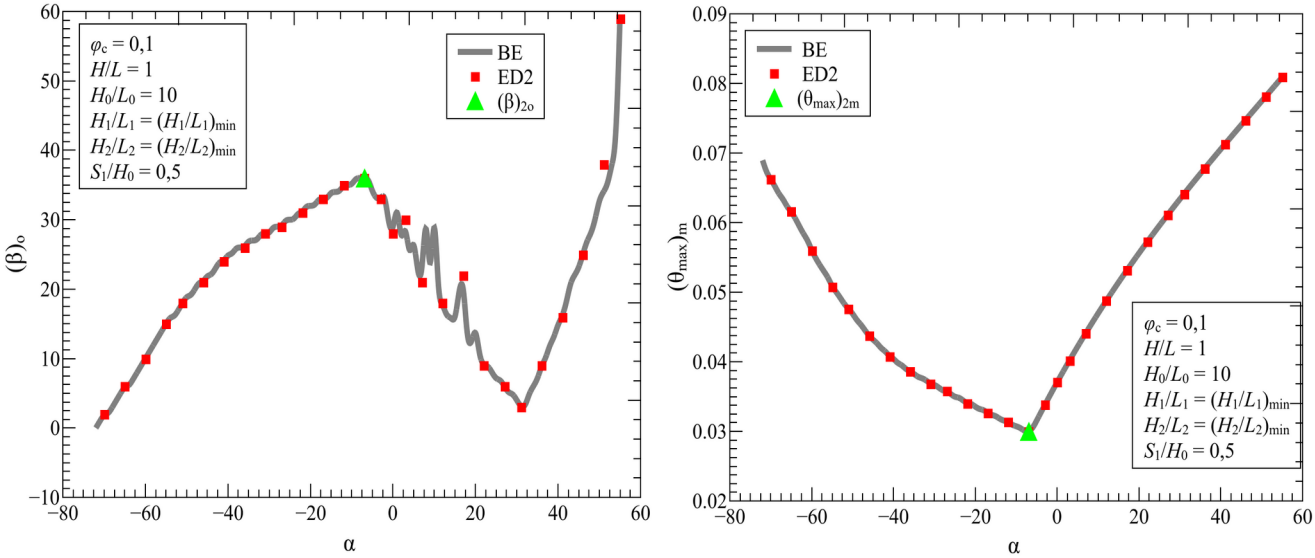


Figura 5.26: Comparação dos efeitos de α sobre $(\beta)_o$ e $(\tilde{\theta}_{max})_m$ reproduzidos por BE e ED2.

A Figura 5.27 apresenta o efeito de α sobre $(\beta)_o$ e $(\tilde{\theta}_{max})_m$ reproduzido pela versão ED2 do algoritmo ED. É possível observar, de acordo com a Fig. 5.27, a queda da $(\tilde{\theta}_{max})_m$ até o valor ótimo do ângulo $(\alpha)_o = -7°$, assim como o aumento do ângulo $(\beta)_o$ até o valor duas vezes otimizado de $(\beta)_{2o}$

= 36°. Essa configuração geométrica conduz a temperatura máxima adimensional duas vezes minimizada de $(\tilde{\theta}_{max})_{2m} = 0{,}029969$.

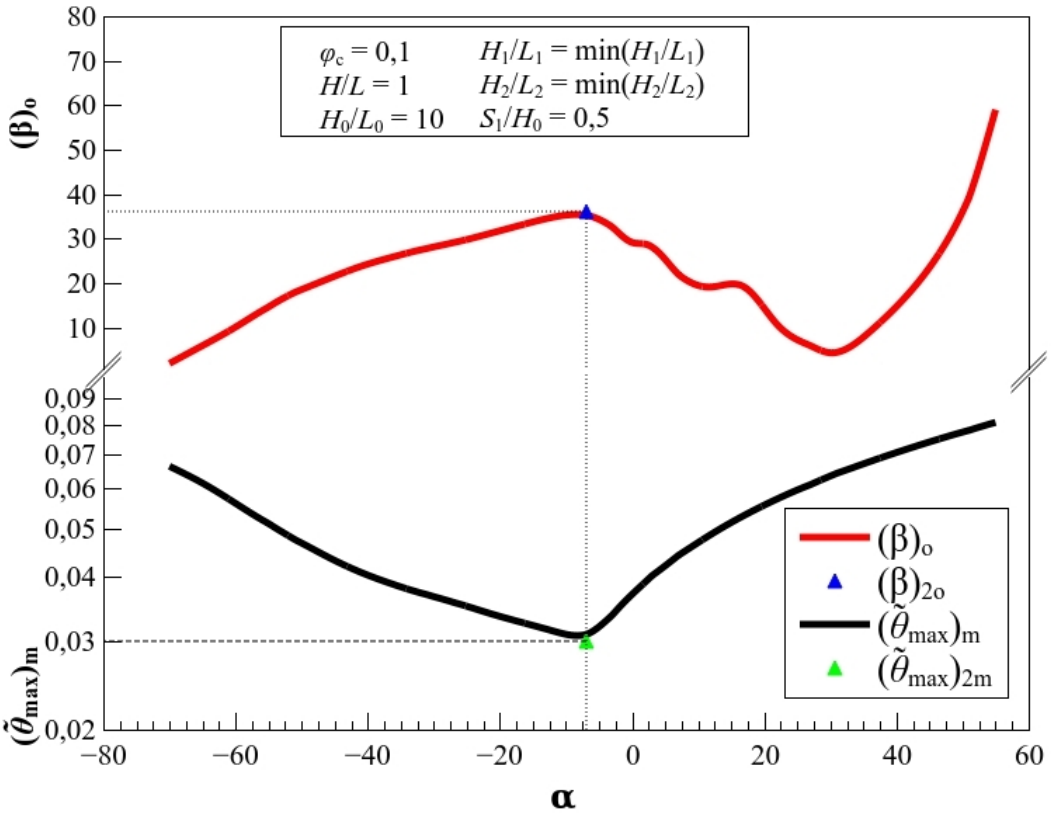


Figura 5.27: Efeito de α sobre $(\beta)_o$ e $(\tilde{\theta}_{max})_m$ reproduzido pelo método ED2.

As geometrias nos extremos do espaço de busca de α, assim como a geometria duas vezes otimizada, podem ser observadas na Fig. 5.28. A geometria apresentada na Fig. 5.28 (a) mostra uma forma semelhante a primeira construção em T, investigada em Biserni et al. (2004). A geometria em forma de um T surge a partir da otimização do ângulo β para o valor extremo negativo de α = -70°. Nesse caso, o ângulo β obteve mais possibilidades em seu espaço de busca, sendo a geometria ótima o valor de $(\beta)_o$ = 2° que dividiu o domínio computacional em três áreas de temperaturas aproximadamente iguais. Para o extremo oposto do espaço de busca de α, em α = 55°, a geometria do braço superior da cavidade é incapaz de influenciar de forma significativa para a redução da resistência térmica do domínio computacional, como pode ser observado na Fig 5.28 (c). Essa última geometria representa de forma clara o porque de existirem várias soluções para $(\beta)_o$, com diferenças pequenas de $(\tilde{\theta}_{max})_m$ para valores acentuados do ângulo α, como ficou registrado nas Figs. 5.25 (b) e (d). A geometria do ângulo α, com os valores mínimos da razão H_1/L_1, faz com que a geometria do braço superior não tenha influência sobre a área inferior do domínio computacional.

Portanto, o ângulo β contribui apenas para evitar outra área de alta temperatura na região superior do sólido.

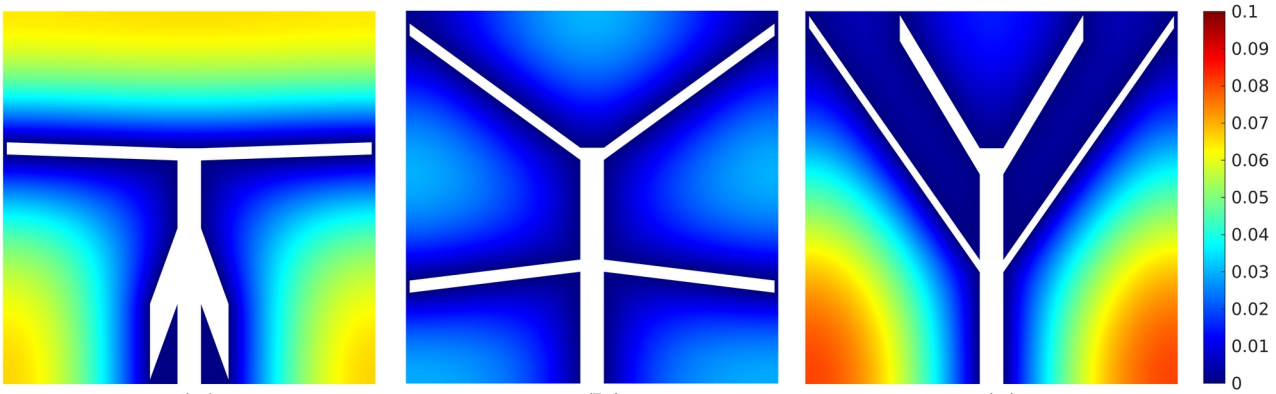


Figura 5.28: Geometrias ótimas para o efeito de α sobre $(\beta)_o$ e $(\tilde{\theta}_{max})_m$:
a) α = -70° $(\beta)_o$ = 2° $(\tilde{\theta}_{max})_m$ = 0,0662
b) $(\alpha)_o$ = -7° $(\beta)_{2o}$ = 36° $(\tilde{\theta}_{max})_{2m}$ = 0,0299
c) α = 55° $(\beta)_o$ = 59° $(\tilde{\theta}_{max})_m$ = 0,0809

A Figura 5.28 (b) apresenta a geometria duas vezes otimizada composta por $(\alpha)_o$ e $(\beta)_{2o}$, com redução de aproximadamente 54% e 63% da máxima temperatura em excesso adimensional em comparação com as geometrias das Figs. 5.28 (a) e (c), respectivamente. Entre as três geometrias apresentadas na Fig. 5.28 a configuração duas vezes ótima da cavidade da Fig. 5.28 (b) possui uma quantidade maior de regiões com máxima temperatura. A cavidade com o segundo melhor desempenho térmico apresenta três regiões de calor, Fig 5.28 (a). O pior quadro de resfriamento é aquele que apresenta apenas duas regiões com temperatura máxima, Fig. 5.28 (c). A distribuição das áreas de calor da geometria duas vezes otimizada representa uma característica coerente com o princípio baseado na Teoria Construtal da ótima distribuição das imperfeições de um sistema.

A Figura 5.29 apresenta uma análise inversa entre os ângulos α e β, ou seja, o efeito do ângulo β sobre $(\alpha)_o$ e $(\tilde{\theta}_{max})_m$. Os resultados apresentados na Fig. 5.29 foram reproduzidos pelo algoritmo ED2 com os mesmos parâmetros empregados na reprodução do efeito de α sobre $(\beta)_o$. A investigação do efeito do ângulo β sobre $(\alpha)_o$ é possível devido aos dois ângulos não possuírem uma hierárquica pré-definida na construção da geometria, ou seja, uma relação de interdependência entre eles para a criação dos seus espaços de busca, como foi exposto na seção 4.2.1 e exemplificado na Fig. 4.2. Portanto, por serem graus de liberdade totalmente independentes, é possível avaliar também o efeito de β sobre $(\alpha)_o$. Nos demais níveis de otimização, por razão de brevidade, será abordado apenas o efeito de α sobre $(\beta)_o$.

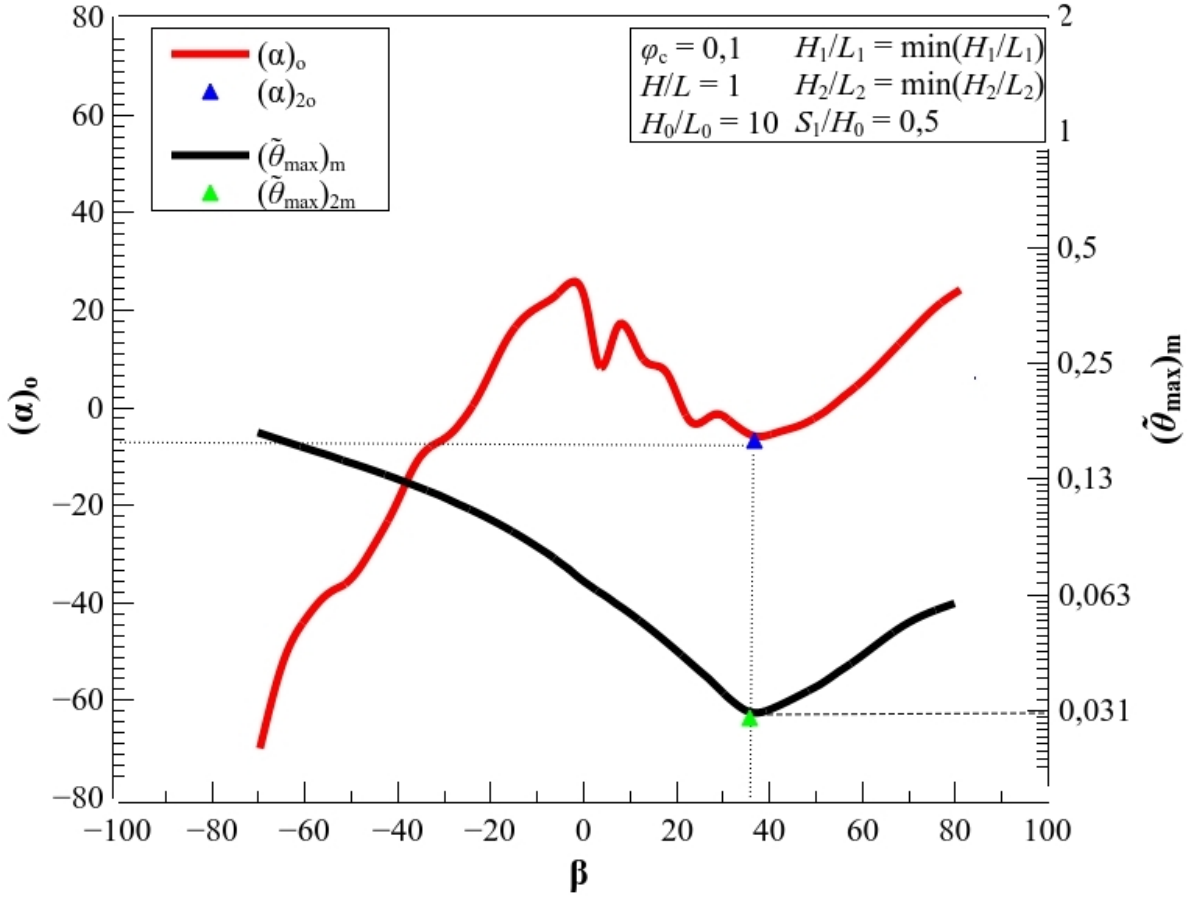


Figura 5.29: Efeito de β sobre $(\alpha)_o$ e $(\tilde{\theta}_{max})_m$ reproduzido pelo método ED2.

A curva do ângulo $(\alpha)_o$ apresentada na Fig. 5.29 mostra uma tendência de incremento deste grau de liberdade de acordo com o crescimento do ângulo β, acompanhados pela queda substancial da $(\tilde{\theta}_{max})_m$, até pelo menos β = 0. O que se observa na evolução da geometria ótima de $(\alpha)_o$ com o aumento do ângulo β é na verdade o resfriamento geral do domínio pela diminuição da temperatura nas áreas superiores do sólido. A partir de valores de β > 0, a tendência do ângulo $(\alpha)_o$, para se continuar resfriando o sólido, é de queda até o valor de $(\alpha)_{2o}$ = -7° quando $(\beta)_o$ = 36°. O resfriamento da parte superior do sólido segue se intensificando de acordo com o aumento do ângulo β e força uma nova tendência de crescimento para $(\alpha)_o$ a partir de β > $(\beta)_o$.

A Figura 5.30 apresenta as geometrias geradas durante a reprodução do efeito de β sobre $(\alpha)_o$ e $(\tilde{\theta}_{max})_m$. As geometrias estão organizadas de acordo com o espaço de busca de β, sendo a Fig. 5.30 (a) a primeira geometria válida para β = -70° e a Fig. 5.30 (c) a última geometria válida, β = 80°. A geometria duas vezes otimizada para $(\beta)_o$ e $(\alpha)_{2o}$ é apresentada na Fig. 5.30(b). Novamente é possível observar na Fig. 5.30, que as geometrias que conseguem criar a maior quantidade de regiões quentes e distribuir a temperatura máxima entre estas regiões, apresentaram o melhor desempenho. A geometria ótima da Fig. 5.30(b) possui cinco regiões de máxima temperatura e a

cavidade da Fig. 5.30(c) possui quatro regiões de maior temperatura com a segunda melhor configuração geométrica para o resfriamento do domínio computacional. A geometria da cavidade presente na Fig. 5.30(c) possui uma redução de 64% da $(\tilde{\theta}_{max})_m$ em relação a cavidade de pior desempenho da Fig. 5.30(a). A geometria duas vezes ótima, Fig. 5.30(b), reduz aproximadamente 82% a máxima temperatura em excesso adimensional duas vezes minimizada em relação a pior geometria uma vez otimizada, Fig. 5.30(a).

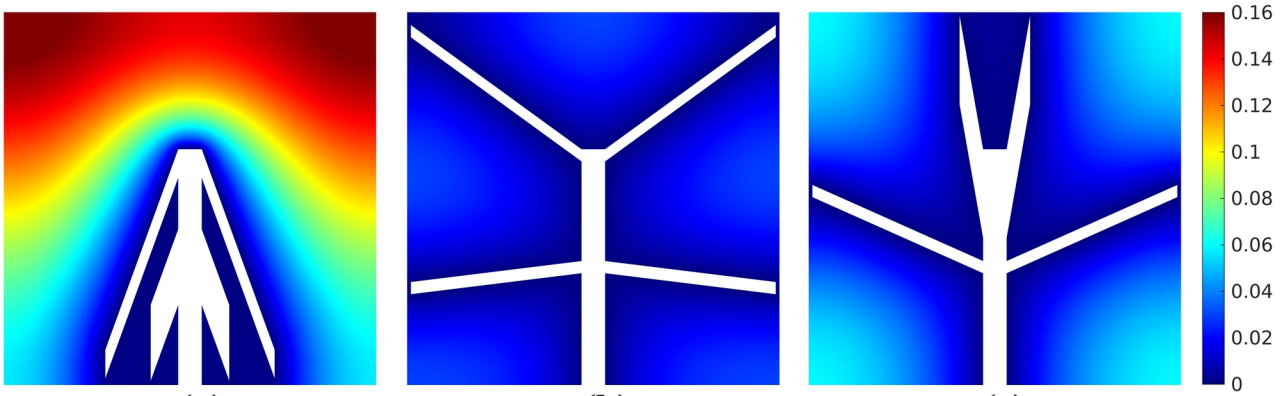


Figura 5.30: Geometrias ótimas para o efeito de β sobre $(\alpha)_o$ e $(\tilde{\theta}_{max})_m$:
a) β = -70°, $(\alpha)_o$ = -70°, $(\tilde{\theta}_{max})_m$ = 0,1646
b) $(\beta)_o$ = 36°, $(\alpha)_{2o}$ = -7°, $(\tilde{\theta}_{max})_{2m}$ = 0,0299
c) β = 80°, $(\alpha)_o$ = 24°, $(\tilde{\theta}_{max})_m$ = 0,0591

5.2.3. Otimização de Três Graus de Liberdade

A avaliação geométrica de terceiro nível da cavidade Duplo-Y foi realizada através da otimização do grau de liberdade S_1/H_0. O objetivo do processo de otimização é encontrar a configuração geométrica ótima de $(S_1/H_0)_o$, $(\alpha)_{2o}$ e $(\beta)_{3o}$ que leva a máxima temperatura em excesso adimensional três vezes minimizada $(\tilde{\theta}_{max})_{3m}$. Os demais graus de liberdade foram mantidos em H/L = 1 e H_0/L_0 = 16. As razões dos braços da cavidade Duplo-Y, H_1/L_1 e H_2/L_2, foram minimizadas de acordo com a Eq. (4.12) para $(H_1/L_1)_{min}$ e Eq. (4.16) para $(H_2/L_2)_{min}$. A restrição de área aplicada é a mesma para a otimização de dois graus de liberdade, φ_c = 0,1 e $\varphi_1 = \varphi_2$ = 0,015.

A metodologia de Busca Exaustiva (BE) foi aplicada para a otimização da geometria dos três graus de liberdade, mantendo o espaço de busca de α e β iguais aos utilizados na seção anterior, 5.2.2. O espaço de busca do grau de liberdade S_1/H_0, que representa a altura do braço inferior da cavidade Duplo-Y, foi mantido com nove valores discretos no intervalo $S_1/H_0 \in [0{,}1;\ 0{,}9]$ com variação $\Delta S_1/H_0$ = 0,1. Portanto, foram avaliadas pelo método BE um total de 230.400 diferentes combinações geométricas, sendo calculado o campo de temperaturas para 116.257 geometrias

válidas. Em relação às meta-heurísticas investigadas, nessa seção foram analisadas apenas as versões do algoritmo de Evolução Diferencial que obtiveram a melhor performance em análises anteriores. Para parâmetros como o fator de amplificação diferencial (F) e taxa de cruzamento (CR), foram utilizados $F = 1$ e $CR = 0{,}9$. Os operadores de mutação aplicados e analisados a partir desta seção serão os operadores representados pelas Eqs. (2.3), (4.1) e (4.2). Portanto, as versões do algoritmo ED foram nomeadas aqui como ED1, ED2 e ED3, respectivamente de acordo com os operadores de mutação *rand/1/bin*, *best/1/bin* e *best/2/bin*. Os parâmetros de tamanho da população (NP) e número de gerações (NG) foram definidos como $NP = 30$ e $NG = 100$.

A Tabela 5.8 apresenta medidas estatísticas sobre o desempenho dos algoritmos em encontrar a geometria três vezes otimizada. As métricas foram calculadas com os resultados gerados em trinta execuções de cada algoritmo. Os algoritmos foram ordenados de acordo com a média, e como pode ser observado na Tab. 5.8, as versões ED1 e ED3 obtiveram o melhor desempenho, apresentando variâncias, desvio padrão e erros nulos. Esses resultados ocorrem devido ao emprego de espaços de busca discretos para S_1/H_0, α e β, além dos algoritmos ED1 e ED3 encontrarem, em todas as execuções, os mesmos valores ótimos de $(S_1/H_0)_o$, $(\alpha)_{2o}$ e $(\beta)_{3o}$. A versão com o pior desempenho na comparação é o algoritmo ED2, porém com uma média muito próxima ao $(\tilde{\theta}_{max})_{3m}$.

Tabela 5.8. Medidas estatísticas para análises das versões do ED com $NP = 30$ e $NG = 100$.

Versões do Algoritmo ED	**Médias** $(\tilde{\theta}_{max})_{3m}$	**Variância**	**Desvio Padrão**	**Erro Padrão**	**RMSE**
ED1 e ED3	0,020797	0	0	0	0
ED2	0,021520	$1{,}91\times10^{-6}$	$1{,}38\times10^{-3}$	$2{,}52\times10^{-4}$	$1{,}54\times10^{-3}$

A Tabela 5.9 apresenta os resultados dos testes de Shapiro-Wilk (SW) e Kruskal-Wallis (KW) para as versões do algoritmo ED investigadas. Os testes da Tab. 5.9 foram calculados a partir dos registros de $(\tilde{\theta}_{max})_{3m}$ em trinta execuções de cada algoritmo. Os resultados para o teste SW mostram que as observações não são provenientes de uma distribuição normal. O teste de KW indica, através do seu *p-value* muito menor do que o nível de significância α_s, que existem diferenças significativas entre as versões do ED avaliadas. A Fig. 5.31 apresenta os resultados da análise dos algoritmos pelo teste de comparação múltipla de Dunn. Através do teste de Dunn é possível classificar os algoritmos em grupos de acordo com os resultados do teste de KW e da comparação múltipla

Tabela 5.9. Resultados de testes estatísticos para as versões do ED com $NP = 30$ e $NG = 100$.

Shapiro Wilk: teste de hipótese de distribuição normal			
Versões do ED	*p-value*		
ED1 e ED3	-		valores idênticos
ED2	$2{,}018\times10^{-8}$		não-normal
Kruskal-Wallis: teste da soma de postos			
Versões do ED	*p-value*	α_s	
ED1,ED2,ED3	$4{,}42\times10^{-6}$	0,05	diferença significativa

A Figura 5.31 apresenta a classificação pelo teste de Dunn para os dados da exploração do espaço de busca pelos algoritmos, Fig. 5.31 (a), e a classificação de acordo com os resultados da convergência para $(\tilde{\theta}_{max})_{3m}$ registrados nas trinta execuções de cada algoritmo, Fig. 5.31 (b). Os resultados do teste de Dunn presentes na Fig. 5.31 (a) mostram que a exploração do espaço de busca pelos três algoritmos analisados é estatisticamente diferente. Os pontos menores e com um certo nível de transparência, presentes na Fig. 5.31 (a), são os valores de $(\tilde{\theta}_{max})_{3m}$ gerados pelos algoritmos durante o processo de otimização e exploração do espaço de busca. De acordo com o teste de Dunn, as versões ED1 e ED3, possuem diferenças significativas em relação aos resultados da versão ED2, como pode ser observado na Fig. 5.31 (b).

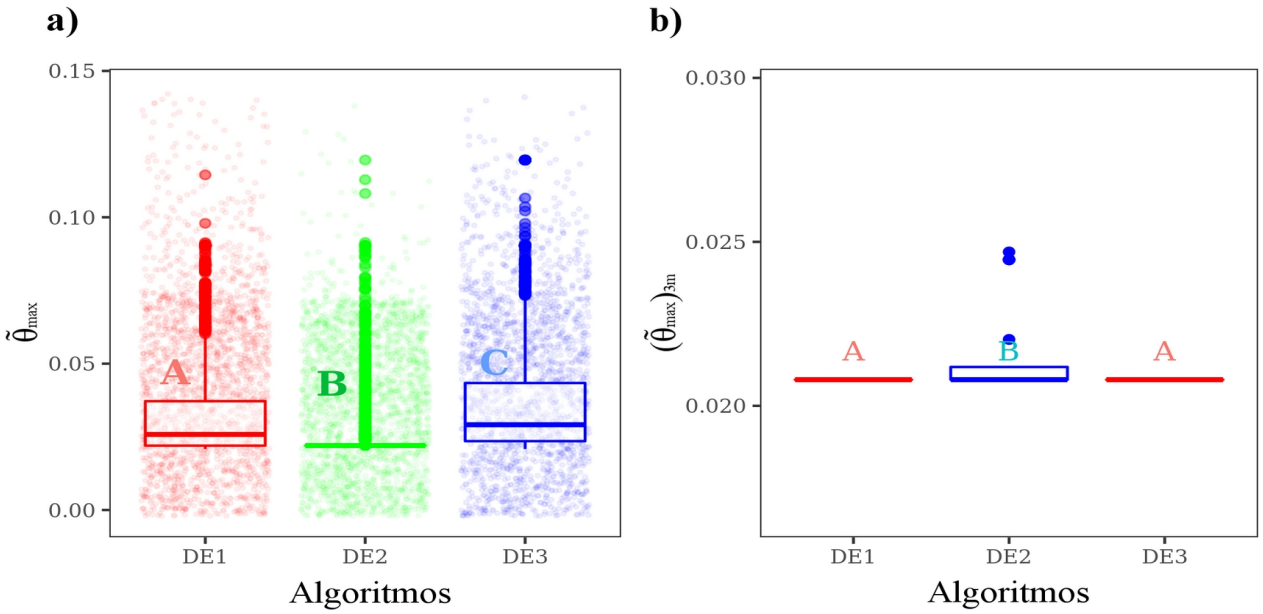


Figura 5.31: Resultado da classificação pelo Teste de Dunn:
a) Exploração do espaço e busca; b) Resultado das trinta execuções

A Figura 5.32 apresenta evolução do processo de otimização dos graus de liberdade $(S_1/H_0)_o$, $(\alpha)_{2o}$, e $(\beta)_{3o}$, assim como a minimização da temperatura máxima adimensional três vezes mínima, $(\tilde{\theta}_{max})_{3m}$, registrado para uma rodada de cada versão do algoritmo ED. A Fig. 5.32(a) apresenta a

otimização de $(S_1/H_0)_o$, e como é possível observar, a versão ED2 converge para o valor ótimo de 0,9 antes da marca das mil simulações enquanto que as outras versões do ED ainda apresentam valores não ótimos após as duas mil simulações. A velocidade de convergência do método ED2 também pode ser observada na Fig. 5.32(b), em relação ao processo de otimização de $(\beta)_{3o}$.

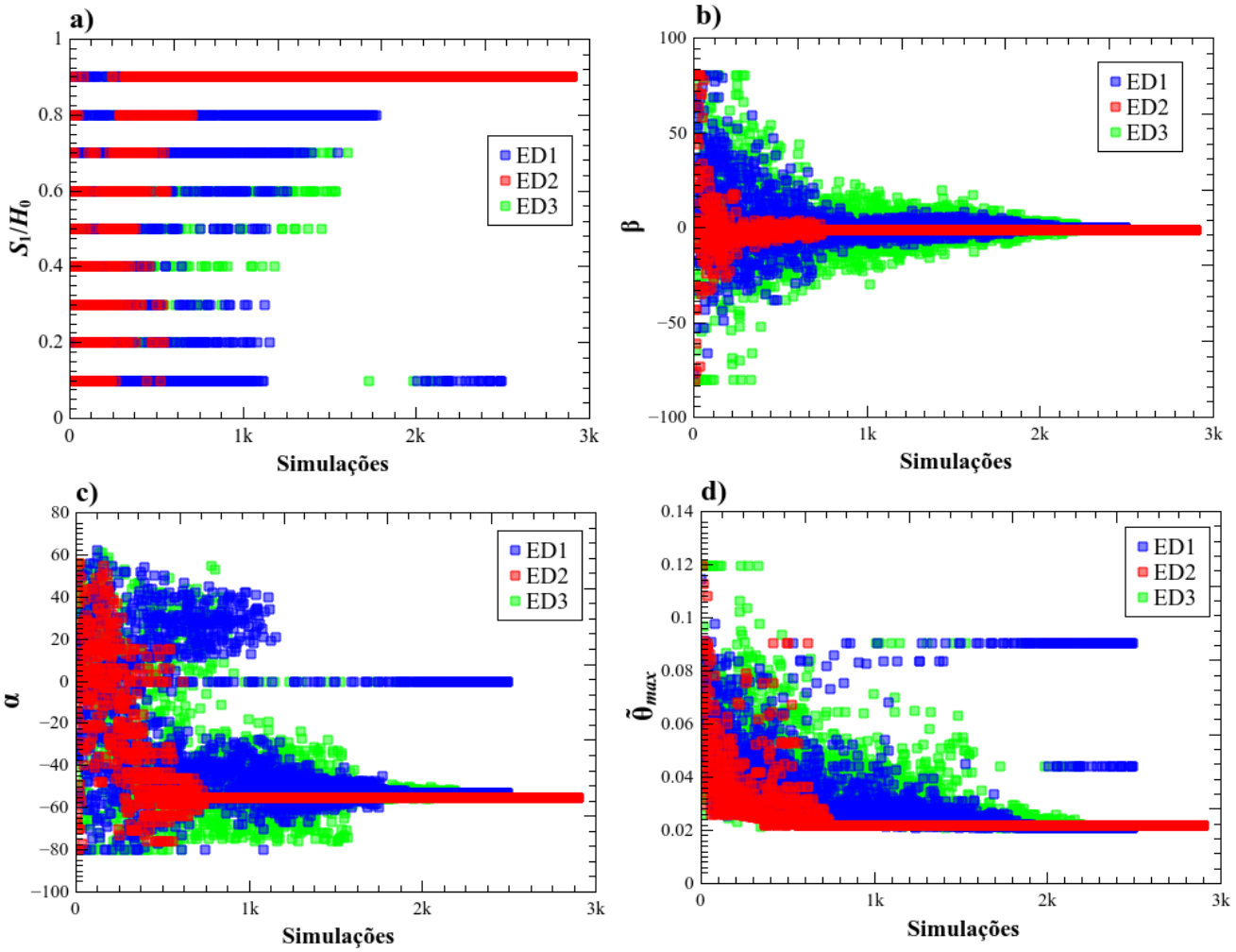


Figura 5.32: Exploração do espaço de busca pelas versões do algoritmo ED
para a otimização de três graus de liberdade:
a) Otimização de S_1/H_0 ;b) Otimização de β; c) Otimização de α; d) Minimização de $(\tilde{\theta}_{max})_{3m}$

A versão ED1 apresenta uma maior concentração dos valores de β próximo ao valor ótimo após mil simulações, porém só converge após duas mil simulações, como mostra a Fig. 5.32(b). O algoritmo ED3 é a versão que apresenta a maior dispersão na exploração do espaço de busca para a otimização de β. De acordo com os dados apresentados na Fig. 5.32(b), a versão ED3 começa a apresentar um afunilamento da vizinhança de exploração próximo as duas mil simulações, e converge após essa marca. Para o ângulo α, a Fig. 5.32(c) mostra que a versão ED2 converge com um pouco mais de 750 simulações, ou 25 gerações, para o valor ótimo de $(\alpha)_{2o}$ = -53°. Os outros

algoritmos ainda apresentam valores distintos do valor ótimo até as últimas gerações, como pode ser observado pelos pontos na cor azul na altura do valor zero. Estes valores influenciam nos valores de $(\tilde{\theta}_{max})_{3m}$, como pode ser visto na Fig. 5.32(c), onde também podem ser observados indivíduos nas últimas gerações com valores distantes do valor mínimo de $(\tilde{\theta}_{max})_{3m}$.

As versões ED1 e ED3 não convergem plenamente para o valor de $(\tilde{\theta}_{max})_{3m}$ em todos os indivíduos da sua população, porém possuem os valores mínimos nas últimas gerações. Essa convergência lenta, garante aos métodos ED1 e ED3, fugirem de mínimos locais e apresentarem os resultados da Tab. 5.8, com variância nula para todas as execuções dos algoritmos. Por outro lado, a velocidade de convergência apresentada pela versão ED2, ocasiona alguns casos de convergência prematura para mínimos locais, como pode ser visto na distribuição dos dados das trinta rodadas de otimização presentes na Fig. 5.31 (b).

A versão ED1 do algoritmo ED foi empregada na reprodução do efeito S_1/H_0 sobre as geometrias ótimas de $(\alpha)_o$ e $(\beta)_{2o}$, assim como o efeito sobre a temperatura máxima adimensional duas vezes mínima de $(\tilde{\theta}_{max})_{2m}$. O processo de otimização foi realizado com a aplicação do algoritmo ED1 na busca das geometrias ótimas de $(\alpha)_o$ e $(\beta)_{2o}$ para cada valor do espaço de busca da razão S_1/H_0. A análise do efeito de S_1/H_0 foi realizada em duas etapas, primeiro considerando apenas valores positivos para os ângulos α e β, e em um segundo momento, foram considerados também valores negativos. O objetivo deste processo é comparar a diferença entre a geometria ótima para ângulos positivos em relação a geometria ótima para ângulos negativos.

A Figura 5.33 apresenta os efeitos de S_1/H_0 sobre as geometrias ótimas de $(\alpha)_o$ e $(\beta)_{2o}$, Fig. 5.33 (a), assim como o efeito sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{2m}$, Fig. 5.33 (b), para valores positivos dos ângulos α e β. De acordo com as curvas presentes na Fig. 5.33 (a), é possível observar que para valores da razão $S_1/H_0 \leq 0{,}3$, a geometria do ângulo $(\alpha)_o$ tende a assumir valores de $\alpha \geq 10$. Ou seja, quando o braço inferior está posicionado na área inferior do sólido, o ângulo tende a ser maior na tentativa de resfriar a área central do domínio computacional e redistribuir melhor a temperatura. Em relação ao ângulo β, a geometria ótima de $(\beta)_{2o}$ é próximo a zero. As razões $S_1/H_0 \leq 0{,}3$ também representam as geometrias ótimas com os menores valores de $(\tilde{\theta}_{max})_{2m}$, segundo a curva da Fig. 5.33 (b).

Para as razões de $S_1/H_0 > 0{,}3$ a geometria ótima do ângulo α tende a ser minimizada em direção a zero até 0,4 e se mantendo em zero para $S_1/H_0 > 0{,}5$. Por outro lado, com o ângulo β o efeito é o contrário enquanto $S_1/H_0 < 0{,}8$. Para $S_1/H_0 = 0{,}9$ a geometria ótima tende ao formato de um T (Biserni et al., 2004). A Figura 5.34 apresenta as geometrias ótimas para três valores da razão S_1/H_0, onde é possível observar os campos de temperatura consequentes do efeito da Fig. 5.34 (b). A

cavidade com menor resistência térmica é representada pela Fig. 5.34 (a). Mais uma vez a geometria de melhor desempenho é aquela que redistribuir melhor as áreas de temperatura máxima, considerando as condições de contorno do problema de interesse.

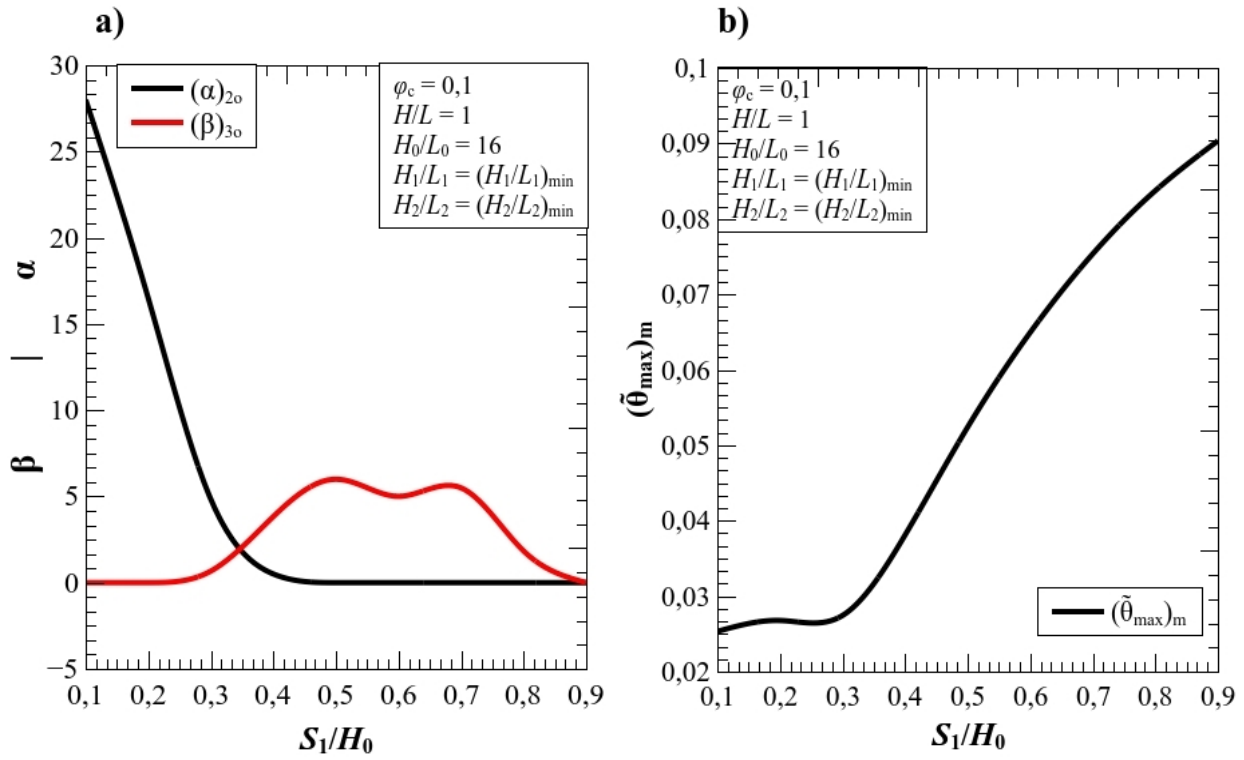


Figura 5.33: Efeito de S_1/H_0 para (α, β) ≥ 0 , reproduzido pelo método ED1: a) Efeito sobre $(\alpha)_o$ e $(\beta)_{2o}$; b) Efeito sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{2m}$.

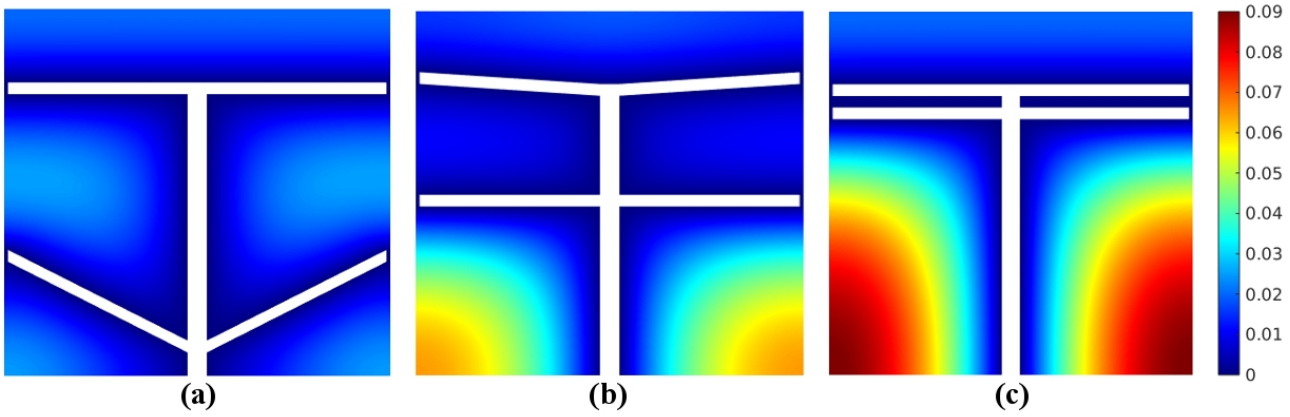


Figura 5.34: Geometrias ótimas para o efeito de S_1/H_0 com (α,β) ≥ 0:

a) $(S_1/H_0)_o = 0,1$;
$(\alpha)_{2o} = 28°$;
$(\beta)_{3o} = 0°$;
$(\tilde{\theta}_{max})_{3m} = 0,0253$;

b) $S_1/H_0 = 0,6$;
$(\alpha)_o = 0°$
$(\beta)_{2o} = 4°$;
$(\tilde{\theta}_{max})_{2m} = 0,0649$;

c) $S_1/H_0 = 0,9$;
$(\alpha)_o = 0°$;
$(\beta)_{2o} = 0°$;
$(\tilde{\theta}_{max})_{2m} = 0,0903$.

A segunda etapa do estudo sobre o efeito da altura do braço inferior da cavidade Duplo-Y, compreende a ampliação do espaço de busca dos ângulos α e β para valores negativos, ou seja,

intervalo de [-80, 80]. A meta-heurística empregada na reprodução do efeito de S_1/H_0 foi a versão ED1 do algoritmo ED. A Figura 5.35 apresenta uma comparação entre os resultados do efeito de S_1/H_0 reproduzidos pelo algoritmo ED1 e o efeito gerado pelo método de BE para α e β, Figs. 5.35 (a) e (b) respectivamente. É possível observar pelas Figs. 5.35 (a) e (b) que a meta-heurística conseguiu encontrar os valores ótimos de $(\alpha)_o$ e $(\beta)_{2o}$ para todos os valores de S_1/H_0 investigados e de acordo com a curva do efeito gerada pelo método BE. O mesmo acontece para o efeito de S_1/H_0 sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{2m}$, apresentado na Fig. 5.36. A Figura 5.35 (a) mostra a curva descendente do ângulo $(\alpha)_o$ em relação ao crescimento da razão S_1/H_0. Os valores de $(\alpha)_o$ praticamente invertem de magnitudes positivas para negativas, 20 a -20, essa característica surge a partir da necessidade de redistribuição da temperatura no centro da cavidade para $S_1/H_0 < 0{,}3$, e na parte inferior quando $S_1/H_0 > 0{,}3$. Com o aumento de S_1/H_0 os valores negativos para o ângulo α se intensificam como $(\alpha)_o$. Por outro lado o ângulo β oscila entre $-4 \geq (\beta)_{2o} \leq 0$, na tentativa de manter a parte superior do sólido resfriada. Para $S_1/H_0 > 0{,}5$, $(\beta)_{2o}$ aumenta progressivamente até zero, convertendo o ramo principal e o braço superior na primeira construção elementar de T, (Biserni et al., 2004). A Figura 5.36 mostra o reflexo do efeito de S_1/H_0 sobre $(\alpha)_o$ e $(\beta)_{2o}$ na temperatura $(\tilde{\theta}_{max})_{2m}$, onde é possível notar a queda acentuada da resistência térmica partir de $S_1/H_0 > 0{,}4$.

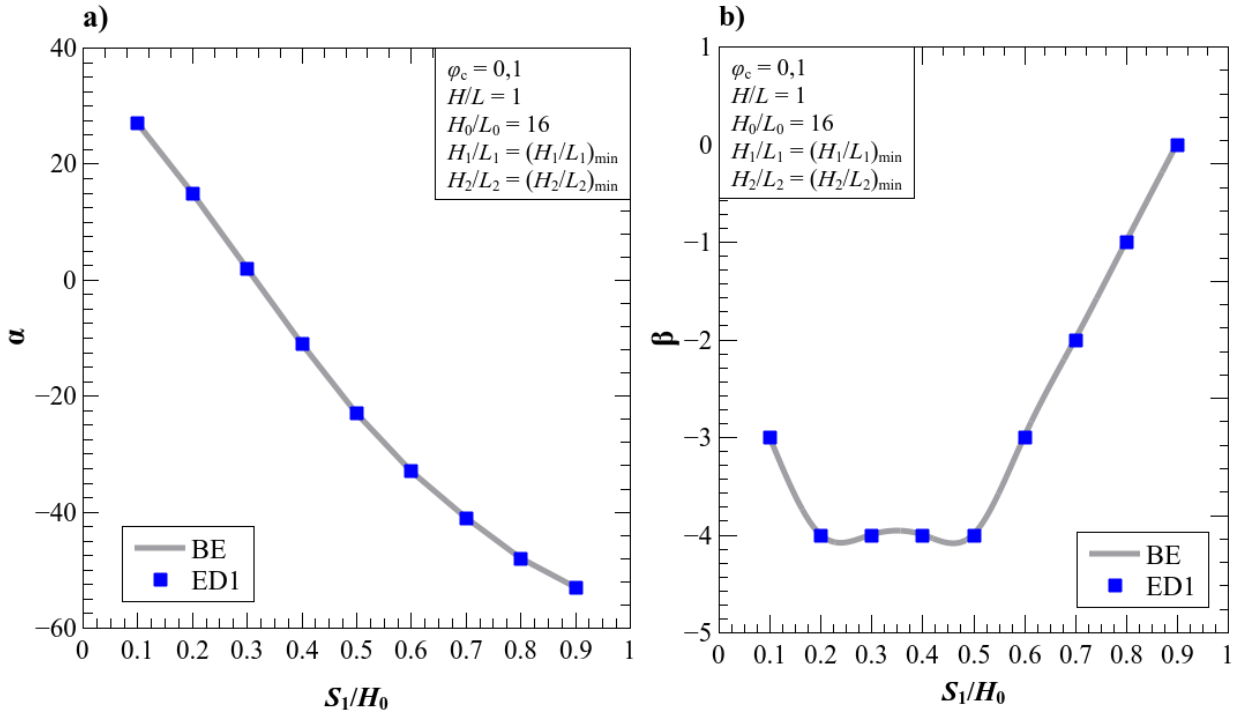


Figura 5.35: Comparação do efeito de S_1/H_0 sobre $(\alpha)_o$ e $(\beta)_{2o}$ reproduzido pelos métodos BE e ED1.

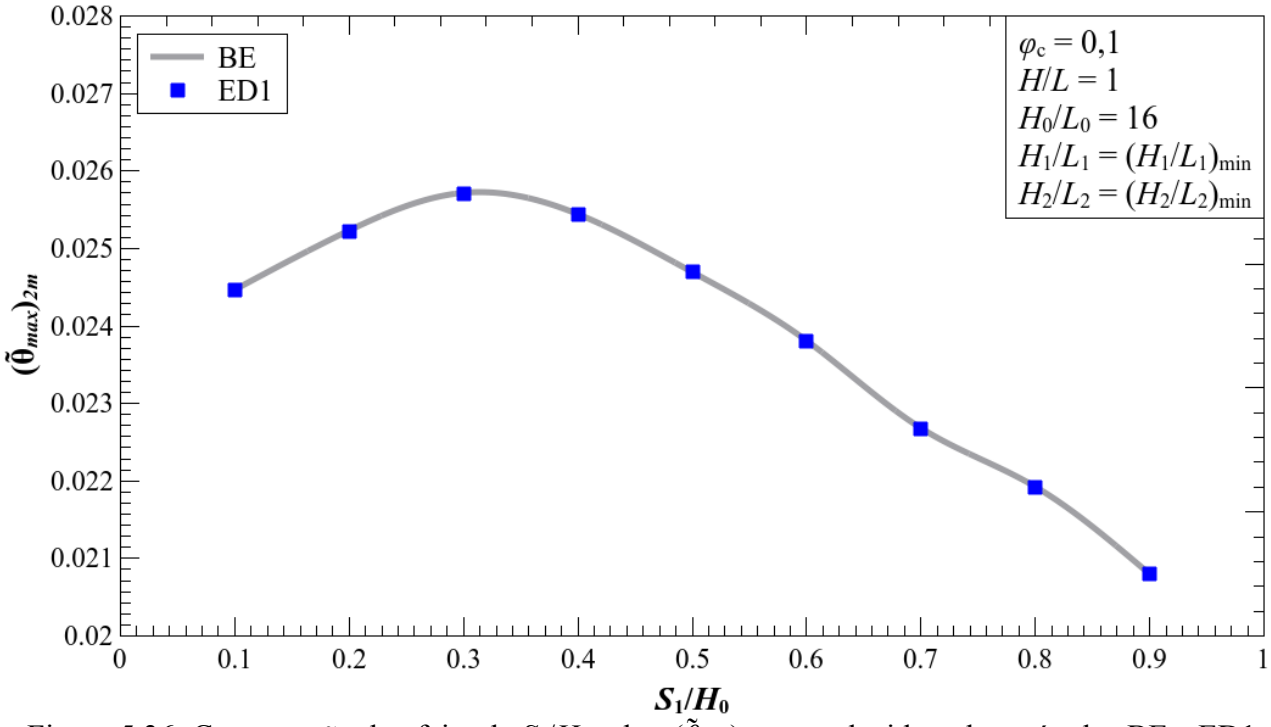


Figura 5.36: Comparação do efeito de S_1/H_0 sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{2m}$ reproduzido pelos métodos BE e ED1.

A Figura 5.37 mostra as geometrias ótimas com seus respectivos campos de temperatura para três diferentes razões de S_1/H_0. A primeira geometria construída a partir da menor razão de S_1/H_0 é representada pela Fig. 5.37 (a). É possível observar o ângulo acentuado de $(\alpha)_o = 27°$ para equilibrar a temperatura no centro do sólido. A cavidade com pior performance é apresentada na Fig. 5.37 (b), com uma geometria semelhante à cavidade Duplo-T (Gonzales et al., 2017). A última cavidade e de melhor desempenho está representada pela Fig. 5.37 (c), onde a angulação negativa de $(\alpha)_o$ consegue apresentar um resfriamento mais eficiente no centro do domínio computacional. No entanto com um decréscimo de apenas 0,005 na $(\tilde{\theta}_{max})_{2m}$ em relação a geometria da Fig. 5.37 (b). A geometria ótima apresentada na Fig. 5.37 (c) divide o domínio computacional em cinco regiões de temperaturas máximas semelhantes. A melhor distribuição das regiões quentes do domínio computacional é o que consegue um melhor desempenho térmico, como já foi discutido nas otimizações anteriores de um e dois graus de liberdade.

A liberdade dada a razão S_1/H_0, combinada com o ângulo α, fez com que o seu valor ótimo seja a altura máxima do braço inferior da geometria. O ângulo duas vezes ótimo negativo de $(\alpha)_{2o} = -53°$ levou a uma maior redistribuição das temperaturas da parte inferior do sólido. No entanto, para o grau e liberdade β, a geometria ótima $(\beta)_{3o} = 0$, faz com que a cavidade se assemelhe à primeira construção em forma de T (Biserni et al., 2004). A redução da temperatura da cavidade Duplo-Y em comparação com a cavidade Duplo-T é muito pequena, cerca de 0,008. Ou seja, nesse caso, para

H_0/L_0 = 16, a geometria do Duplo-Y, com braços angulados, não tem influência considerável no aumento da performance térmica do domínio computacional em comparação à geometria ótima da cavidade em forma de Duplo-T com $H_0/L_0 \simeq 16$, apresentada na seção 4.1.2. No entanto, a melhor comparação será feita na próxima seção 5.2.4, pois o valor de $H_0/L_0 \simeq 16$ não é otimizado para a cavidade Duplo-Y, como é para a cavidade Duplo-T.

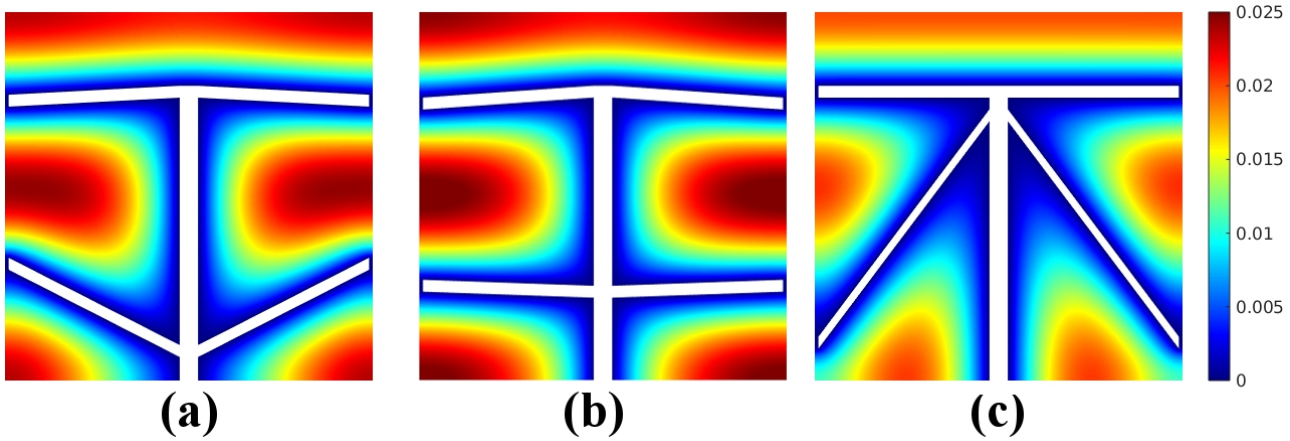


Figura 5.37: Geometrias ótimas para efeito de S_1/H_0 sobre $(\alpha)_o$ e $(\beta)_{2o}$ com ângulos negativos:

a) $S_1/H_0 = 0{,}1$;	b) $S_1/H_0 = 0{,}3$;	c) $(S_1/H_0)_o = 0{,}9$;
$(\alpha)_o = 27°$;	$(\alpha)_o = 2°$;	$(\alpha)_{2o} = -53°$;
$(\beta)_{2o} = -3°$;	$(\beta)_{2o} = -4°$;	$(\beta)_{3o} = 0°$;
$(\tilde{\theta}_{max})_{2m} = 0{,}024456$;	$(\tilde{\theta}_{max})_{2m} = 0{,}025710$;	$(\tilde{\theta}_{max})_{3m} = 0{,}020784$

5.2.4. Otimização de Quatro Graus de Liberdade

Nesta seção são apresentados os resultados da avaliação geométrica de quarto nível baseada no método Design Construtal. A análise compreende a geometria da altura da cavidade, representada pelo grau de liberdade H_0/L_0. O objetivo da avaliação é reproduzir a influência da razão H_0/L_0 sobre a geometria ótima, definida pelos dos graus de liberdade $(S_1/H_0)_o$, $(\alpha)_{2o}$ e $(\beta)_{3o}$, bem como, a influência sobre o desempenho térmico do sistema, aferido pelo parâmetro de performance $(\tilde{\theta}_{max})_{3m}$. O processo de avaliação buscou as geometrias ótimas para o espaço de busca discreto de H_0/L_0, representado pela Eq. (4.23), seção 4.2.5. A geometria do sólido permaneceu constate com a razão H/L = 1, assim como a restrição de área, definida a priore com φ_c = 0,1. Os graus de liberdade H_1/L_1 e H_2/L_2 foram calculados com os valores mínimos possíveis de acordo com as Eqs. (4.15) e (4.16). A avaliação geométrica do grau de liberdade H_0/L_0 foi realizada através da otimização dos graus de liberdade S_1/H_0, α e β para cada valor do espaço de busca de H_0/L_0. O processo de otimização foi realizado apenas através dos algoritmos baseados na meta-heurística de

Evolução Diferencial. Foram empregadas as versões ED1, ED2 e ED3, que diferem quanto ao operador de mutação, conforme explanado na seção 4.2.5. Nesse caso a metodologia de Busca Exaustiva não foi aplicada devido ao potencial esforço computacional requerido, pois seriam necessárias aproximadamente dois milhões de simulações.

A primeira etapa do processo de otimização compreendeu uma fase de ajuste da combinação de parâmetros de tamanho da população (*NP*) e número total de gerações (*NG*). Os valores aplicados partiram de $NP \geq 30$, utilizado no último processo de otimização, por apresentar uma boa convergência para as versões ED1 e ED3, conforme seção 5.2.3. Para a validação da configuração dos parâmetros *NP* e *NG*, foram realizadas trinta execuções de cada versão dos algoritmos para três valores de H_0/L_0, e calculadas as métricas estatísticas de média e desvio padrão do valor de $(\tilde{\theta}_{max})_{3m}$ registrado em todas as execuções.

A Tabela 5.10 apresenta as medidas estatísticas calculadas de acordo com os resultados das versões do algoritmo ED. A primeira coluna da Tab. 5.10 contém os valores da razão H_0/L_0 para os quais foram aplicados os processos de otimização. Na segunda coluna estão as combinações de *NP* e *NG* avaliadas. As demais colunas apresentam a média e desvio padrão de $(\tilde{\theta}_{max})_{3m}$ para cada algoritmo. A Tab. 5.10 mostra que, para $NP = 30$ e $NG = 66$, todas as versões do algoritmo ED possuem algum nível de desvio padrão, sendo o mais acentuado aquele calculado para a versão ED2 na otimização para $H_0/L_0 = 2{,}25$. No geral, os resultados da Tab. 5.10 mostram que essa versão apresenta um nível de desvio padrão alto em relação aos demais algoritmos, essa característica está relacionada à convergência prematura do operador de mutação empregado. Desconsiderando os casos de desvio padrão nulo, o algoritmo ED3 é a versão que apresenta os menores valores, inclusive com a média muito próxima aos valores mínimos. Outra característica importante de ser observada na Tab. 5.11 é que para a maioria dos casos o aumento do número de gerações não influência de forma significativa nas estatísticas calculadas, em alguns casos, como as versões ED1 e ED2, não há alteração.

Para todos os valores de H_0/L_0 investigados, o algoritmo ED1 é o que apresentou a melhor performance em encontrar a configuração geométrica ótima e consequentemente convergir para os valores ótimos de $(\tilde{\theta}_{max})_3$. Quanto a combinação $NP = 45$ e $NG = 75$, a versão ED1 apresentou desvio padrão nulo, ou seja, convergiu para solução ótima em todas as execuções para todos os valores de H_0/L_0. A versão ED1 e a combinação de *NP* e *NG* citada, são as configurações do algoritmo ED escolhidas para a reprodução do efeito de H_0/L_0 e busca pela geometria quatro vezes

ótima. Portanto para cada valor do espaço de busca de H_0/L_0, o algoritmo ED1 buscou a geometria ótima de $(S_1/H_0)_o$, $(\alpha)_{2o}$ e $(\beta)_{3o}$.

Tabela 5.10. Resultados de medidas estatísticas de $(\tilde{\theta}_{max})_{3m}$ para combinações de *NP*×*NG*.

		ED1		**ED2**		**ED3**	
H_0/L_0	**NP×NG**	**Média** $\times 10^{-3}$	**Desvio Padrão** $\times 10^{-4}$	**Média** $\times 10^{-3}$	**Desvio Padrão** $\times 10^{-4}$	**Média** $\times 10^{-3}$	**Desvio Padrão** $\times 10^{-4}$
2,25	30×66	28,39	12,86	29,75	33,39	28,30	6,20
	30×100						
	40×75	28,16	0	28,16	0	28,26	5,81
	40×112						
12,14	30×66	25,54	0	26,01	7,04	25,72	3,79
	30×100					25,55	1,07
	40×75			26,16	6,44	25,57	1,23
	40×112					25,54	0
24,50	30×66	18,45	9,00	19,20	17,84	18,51	5,44
	30×100	18,42	8,93			18,26	0
	40×75	18,26	0	19,05	17,11	18,30	1,53
	40×112					18,26	0

A Figura 5.38 mostra o efeito de H_0/L_0 sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{3m}$, bem como a geometria ótima da razão H_0/L_0, $(H_0/L_0)_o$ = 24,5. A influência da altura da cavidade Duplo-Y na performance térmica do domínio computacional é apresentada na Fig. 5.38. A queda da temperatura não é significativa, amplitude de 0,01, no entanto demonstra a importância da razão H_0/L_0 no desempenho térmico do sistema. Essa pequena diferença é explicada pela competência da inclinação dos braços da cavidade Duplo-Y em manter resfriadas as partes inferiores e superiores do sólido para todas as razões de H_0/L_0.

A Figura 5.39 apresenta o efeito de H_0/L_0 sobre $(S_1/H_0)_o$, onde é possível observar que para valores de $H_0/L_0 \leq 5$ a razão ótima é 0,1. Ou seja, quando a altura da cavidade é pequena a posição ótima do braço inferior é na base do ramo principal. Por outro lado, quando o ramo principal aumenta de tamanho, $H_0/L_0 > 8$, a geometria ótima da razão S_1/H_0 é estagnada na altura máxima possível para o braço inferior, $S_1/H_0 = 0,9$, sendo este também o valor duas vezes ótimo de $(S_1/H_0)_{2o}$. Esse efeito ocorre também devido a liberdade do ângulo α assumir valores negativos, sendo estes os valores ótimos de $(\alpha)_{2o}$ para $H_0/L_0 > 8$, como é possível observar na Fig. 5.40.

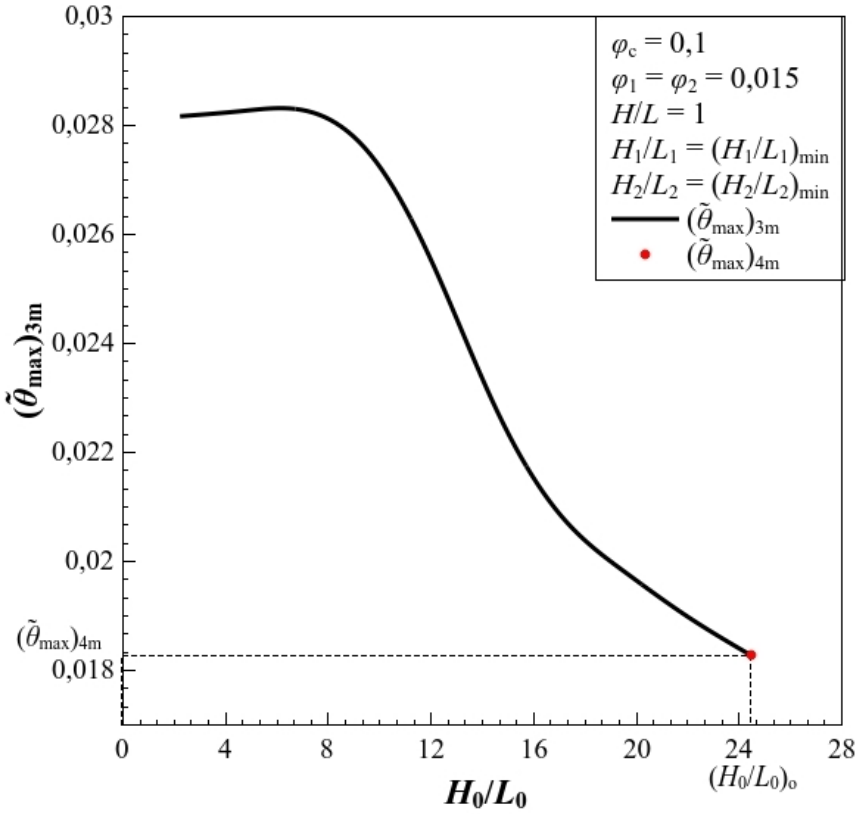


Figura 5.38: Efeito de H_0/L_0 sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{3m}$

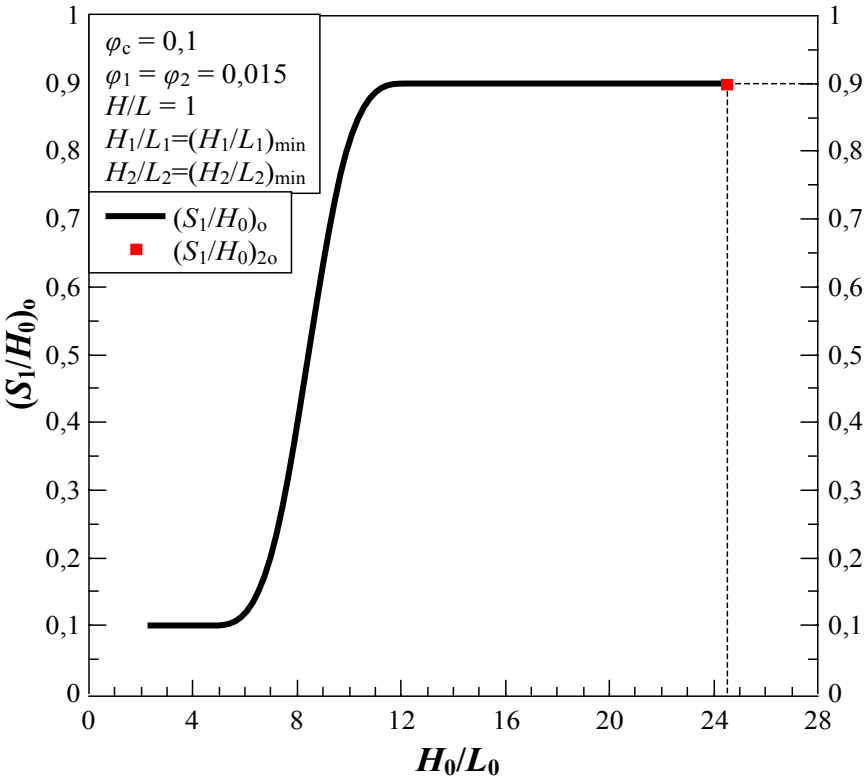


Figura 5.39: Efeito de H_0/L_0 sobre $(S_1/H_0)_o$.

O efeito de H_0/L_0 sobre $(\alpha)_{2o}$ retratado na Fig. 5.40, mostra que quando o ramo principal da cavidade não possui altura suficiente para resfriar a área superior do domínio computacional, os braços do Duplo-Y assumem esta responsabilidade, inclusive o braço inferior com ângulo $(\alpha)_{2o}$ acentuado, $(\alpha)_{2o} > 40°$. No entanto, há uma inversão dos valores ótimos de 20° para -20° rapidamente próximo a $7 \leq H_0/L_0 \leq 9$. A medida que a cavidade cresce em direção à parte superior do sólido, acontece o efeito contrário, o ângulo $(\alpha)_{2o}$ é decrementado abruptamente para que os braços da geometria possam alcançar as áreas inferiores redistribuindo as regiões de alta temperatura.

A Figura 5.41 apresenta o efeito de H_0/L_0 sobre $(\beta)_{3o}$, assim como o valor quatro vezes ótimo $(\beta)_{4o}$ para este grau de liberdade. É possível notar, pela Fig. 5.41 que a transição para valores negativos não é tão rápida para esse grau de liberdade. Para a maioria dos valores de H_0/L_0 investigados, o ângulo três vezes ótimo de $(\beta)_{3o}$ é positivo. Pois o trabalho de resfriamento da área superior do sólido é deste grau de liberdade, até pelo menos a razão H_0/L_0 assumir valores maiores, $H_0/L_0 > 16$. No entanto, o efeito de H_0/L_0 sobre $(\beta)_{3o}$ é de uma curva decrescente, com $(\beta)_{4o}$ também negativo.

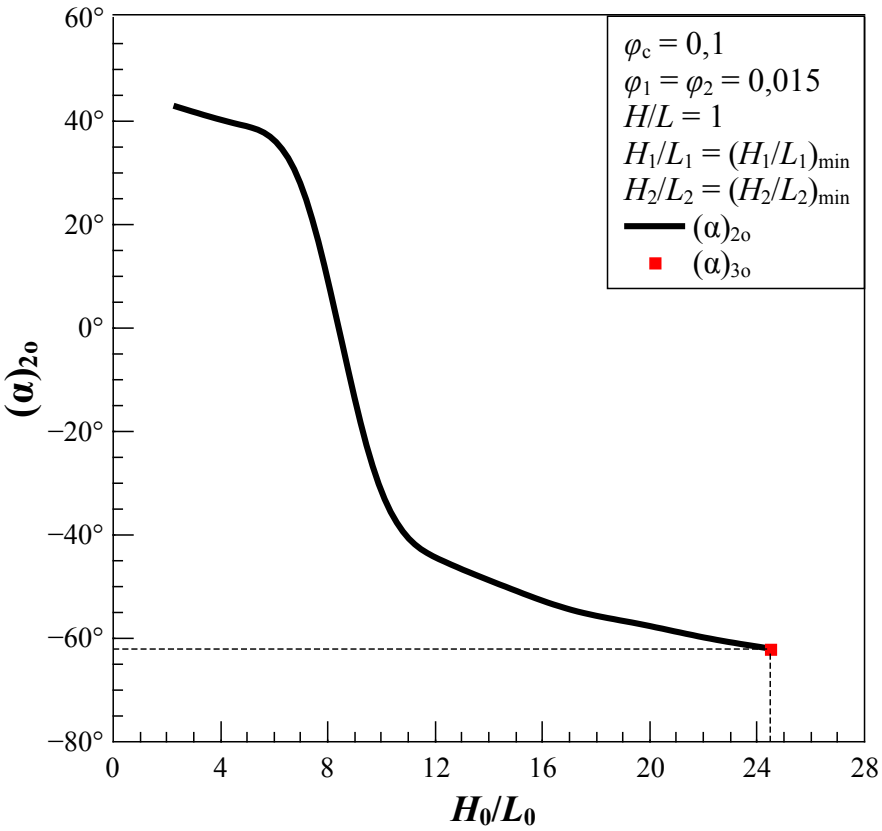


Figura 5.40: Efeito de H_0/L_0 sobre $(\alpha)_{2o}$.

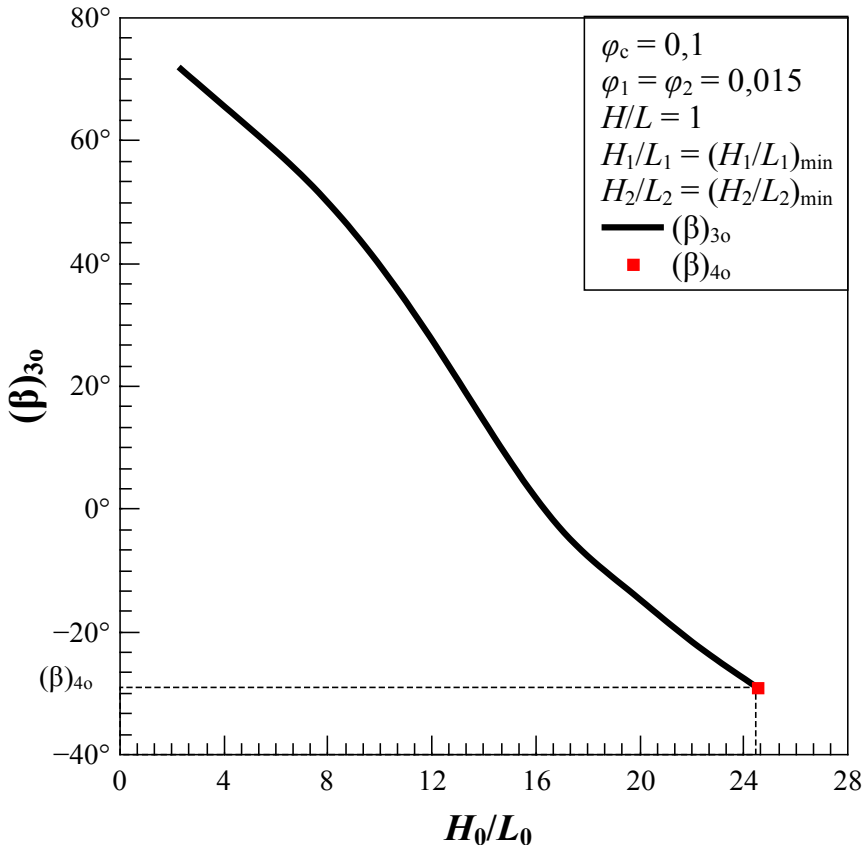


Figura 5.41: Efeito de H_0/L_0 sobre $(\beta)_{3o}$.

A Figura 5.42 apresenta as geometrias ótimas para diferentes valores da razão H_0/L_0. As quatro cavidades apresentadas na Fig. 5.42 representam a evolução da geometria, passando por várias formas semelhantes as cavidades já estudadas na literatura, como T, Y e X (Biserni et al., 2004; Lorenzini et al. 2011, 2014a). A adaptação da inclinação dos braços da cavidade Duplo-Y, principalmente por assumir valores negativos, conseguiu manter a temperatura máxima adimensional do domínio computacional entre 0,028 e 0,018. A primeira geometria, presenta na Fig. 5.42 (a), é construída a partir da primeira razão do espaço de busca de H_0/L_0, com a altura da cavidade ocupando apenas 30% do sólido no eixo y. No entanto, a geometria dos braços, com a inclinação dos ângulos $(\alpha)_{2o}$ e $(\beta)_{3o}$, conseguiu distribuir de forma homogênea as regiões de altas temperaturas presentes no domínio computacional, assumindo um forma semelhante a construção Y, ou propriamente a forma que nomeia o projeto da cavidade Duplo-Y. A segunda geometria, apresentada na Fig. 5.42 (b), para a razão $H_0/L_0 = 9{,}66$, não apresenta uma queda significativa na resistência térmica do domínio computacional em relação á cavidade anterior. No entanto, é interessante observar a flexibilidade do modelo da forma Duplo-Y em assumir ângulos $(\alpha)_{2o}$ e $(\beta)_{3o}$ que adaptam a geometria a uma construção semelhante à cavidade em forma de X, proposta por Lorenzini et al. (2014a).

A cavidade da Fig. 5.42 (c), baseada na razão H_0/L_0 = 14,61, apresenta uma resistência térmica um pouco menor em comparação com as geometrias anteriores. A geometria dessa configuração ótima tende a uma forma semelhante ao T (Biserni et al., 2004), porém com braços auxiliares, representados pelos ramos inferiores, que distribuem melhor a temperatura na região inferior do sólido. A geometria quatro vezes ótima é representada pela cavidade da Fig. 5.42 (d). Devido aos ângulos mais fechados entre os braços e o ramo principal da cavidade Duplo-Y, assim como a altura do ramo principal, a geometria da Fig. 5.42 (d) apresenta o melhor desempenho térmico. As geometrias ótimas para os demais valores do espaço de busca discreto de H_0/L_0 podem ser conferidas no Apêndice 5.

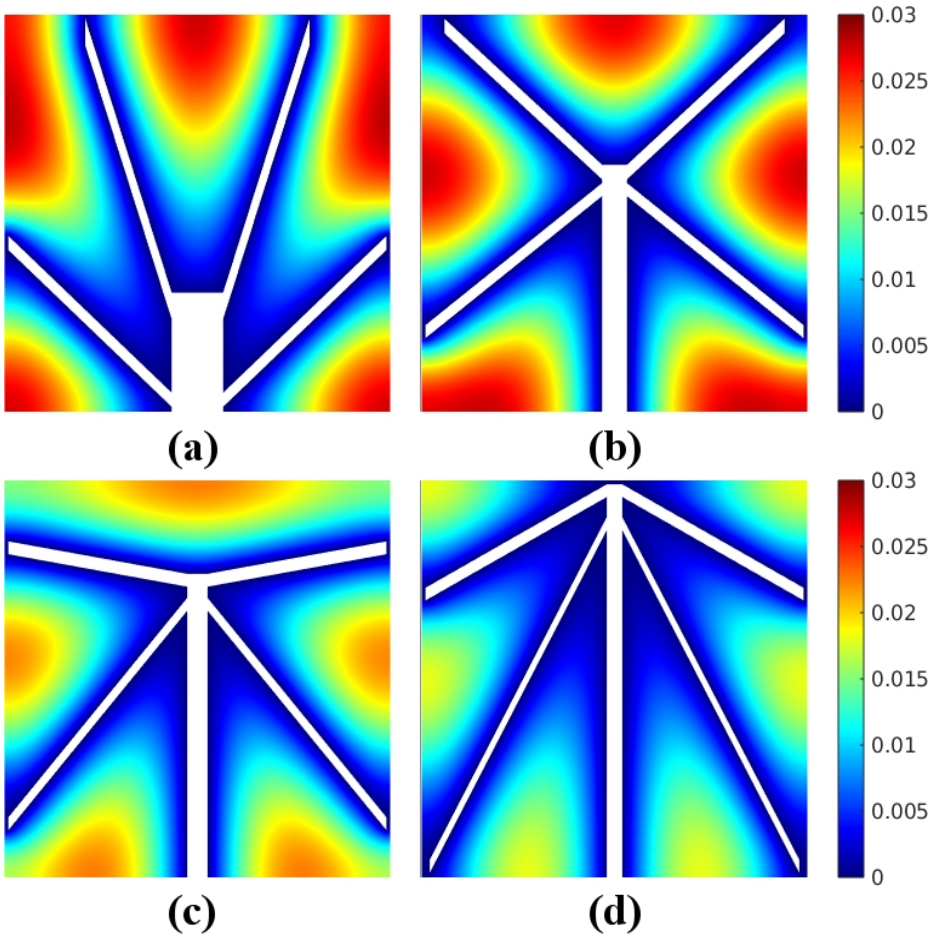


Figura 5.42: Geometrias ótimas para o efeito de H_0/L_0 sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{3m}$:

a) H_0/L_0 = 2,25; $(S_1/H_0)_o$ = 0,1, $(\alpha)_{2o}$ = 43°, $(\beta)_{3o}$ = 72°, $(\tilde{\theta}_{max})_{3m}$ = 0,0281;

b) H_0/L_0 = 9,66; $(S_1/H_0)_o$ = 0,9, $(\alpha)_{2o}$ = -38°, $(\beta)_{3o}$ = 42°, $(\tilde{\theta}_{max})_{3m}$ = 0,0276;

c) H_0/L_0 = 14,61; $(S_1/H_0)_o$ = 0,9, $(\alpha)_{2o}$ = -50°, $(\beta)_{3o}$ = 10°, $(\tilde{\theta}_{max})_{3m}$ = 0,0225;

d) $(H_0/L_0)_o$ = 24,50; $(S_1/H_0)_{2o}$ = 0,9, $(\alpha)_{3o}$ = -62°, $(\beta)_{4o}$ = -29°, $(\tilde{\theta}_{max})_{4m}$ = 0,0182;

5.2.5. Otimização de Cinco e Seis Graus de Liberdade

A avaliação geométrica de cinco e seis graus de liberdade da cavidade Duplo-Y compreende a otimização das razões H_1/L_1 e H_2/L_2, para diferentes valores da razão H_0/L_0. O objetivo é reproduzir o efeito de H_0/L_0 sobre o indicador de performance $(\tilde{\theta}_{max})_{5m}$ e as geometrias ótimas de $(H_1/L_1)_{4o}$ e $(H_2/L_2)_{5o}$, além da busca pela geometria seis vezes otimizada de $(H_0/L_0)_o$, $(S_1/H_0)_{2o}$, $(\alpha)_{3o}$, $(\beta)_{4o}$, $(H_1/L_1)_{5o}$ e $(H_2/L_2)_{6o}$ e respectiva $(\tilde{\theta}_{max})_{6m}$. Este capítulo também tem como objetivo validar o uso da recomendação de minimização das razões dos braços da geometria, baseada na avaliação geométrica da cavidade Duplo-T. Os resultados apresentados nesta seção mostrarão a comparação entre os valores encontrados pelos algoritmos durante a otimização de H_1/L_1 e H_2/L_2 com os valores mínimos calculados para as razões dos braços na seção anterior, 5.2.4. Portanto, o problema segue sendo o mesmo abordado na seção anterior, empregando inclusive o mesmo espaço de busca para a razão H_0/L_0, assim como valores de H/L e restrição φ_c.

O processo de otimização das razões H_1/L_1 e H_2/L_2 foi realizado através das versões do algoritmo de Evolução Diferencial (ED) ED1, ED2 e ED3, com as mesmas configurações de parâmetros utilizadas na seção anterior, 5.2.4. Os únicos parâmetros ajustados ao problema com cinco e seis graus de liberdade foram o tamanho da população (*NP*) e número total de gerações (*NG*). As combinações testadas buscaram limitar o total de simulações em cinco mil para a otimização de H_2/L_2, e seis mil para a otimização de H_1/L_1 e H_2/L_2. O primeiro processo a ser apresentado é a otimização do braço superior (H_2/L_2), nesse caso o valor da razão H_1/L_1 é mantida com os valores mínimos, de acordo com a seção 4.2.3. A segunda etapa realizou a otimização de ambas as razões dos braços da cavidade Duplo-Y.

A Tabela 5.11 apresenta o ajuste dos parâmetros de *NP* e *NG* para a otimização de cinco graus de liberdade da cavidade Duplo-Y. Foram escolhidos três valores do espaço de busca de H_0/L_0 para as trinta execuções de cada algoritmo investigado. As medidas estatísticas de média e desvio padrão para $(\tilde{\theta}_{max})_{4m}$ são apresentadas na Tab. 5.11 para diferentes combinações de *NP*×*NG* para as três versões do ED avaliadas. De acordo com os resultados, é possível identificar que a razão H_0/L_0 = 2,25 apresenta maior desvio padrão para todos os algoritmos, representando uma possível dificuldade de convergência nesta região do espaço de busca. Outra observação importante para essa razão de H_0/L_0, é a queda da média e do desvio padrão com o aumento do número de indivíduos na população, mesmo com o decréscimo no número de gerações. O melhor desempenho para H_0/L_0 = 2,25 é registrado pelo algoritmo ED1, com desvio padrão nulo para *NP* = 75 e *NG* = 66. Para as demais versões o aumento da população também refletiu na queda do desvio padrão e

maior proximidade da média com o valor mínimo. Porém, para a última combinação, tanto ED2 quanto ED3 apresentaram aumento no desvio padrão, provavelmente pela redução do número de gerações. Este efeito também ocorreu com ED1 e ED3, para H_0/L_0 = 12,14. Em outro caso, para esta mesma razão, o algoritmo ED3 apresentou desvio padrão zero para combinações de *NP*×*NG* com maior quantidade de gerações, mostrando que, para esta versão do algoritmo ED, a quantidade de gerações é mais importante no seu desempenho. O algoritmo ED2 segue sem apresentar bons resultados para H_0/L_0 = 12,14. Por outro lado, a versão ED1 apresentou novamente os melhores resultados para média e desvio padrão. Para a razão H_0/L_0 = 24,50 a versão ED1 também apresenta o melhor desempenho, com melhor convergência para até a terceira combinação de *NP* = 66 e *NG* = 75. Nesse caso, para a última combinação avaliada, presente na última linha da Tab. 5.11, todas as versões apresentaram um aumento nas medidas de desvio padrão e média porém em geral não é um aumento significativo. Portanto, A versão escolhida para a reprodução do efeito de H_0/L_0 sobre a geometria ótima de H_2/L_2 foi o algoritmo ED1 com a combinação de parâmetros *NP* = 75 e *NG* = 66.

Tabela 5.11. Resultados de medidas estatísticas de $(\tilde{\theta}_{max})_{4m}$ para combinações de *NP*×*NG*.

		ED1		**ED2**		**ED3**	
H_0/L_0	**NP×NG**	**Média** $\times 10^{-3}$	**Desvio Padrão** $\times 10^{-4}$	**Média** $\times 10^{-3}$	**Desvio Padrão** $\times 10^{-4}$	**Média** $\times 10^{-3}$	**Desvio Padrão** $\times 10^{-4}$
2,25	40×125	28,75	17,15	29,84	22,85	30,31	25,13
	50×100	28,97	20,24	30,39	27,76	29,44	21,88
	66×75	28,19	2,13	28,89	18,46	28,30	3,81
	75×66	28,15	0	29,37	21,68	28,51	11,25
12,14	40×125	25,57	2,21	25,94	6,61	25,53	0
	50×100	25,53	0	25,76	4,64		
	66×75			26,06	6,10	25,56	0,9
	75×66	25,54	0,26	25,78	4,92	25,65	2,14
24,50	40×125	18,25	0	18,67	12,78	18,25	0
	50×100			18,74	14,94		
	66×75			18,45	9,03	18,30	1,81
	75×66	18,33	2,13	18,50	9,82	18,33	1,78

A Figura 5.43 ilustra a reprodução do efeito de H_0/L_0 sobre $(H_2/L_2)_{4o}$ e $(\tilde{\theta}_{max})_{4m}$, Fig. 5.43 (a) e (b), respectivamente. As curvas de efeito foram geradas a partir dos resultados do algoritmo ED1 para cada valor de H_0/L_0, com *NP* = 75 e *NG* = 66. Na Figura 5.43 (a) são apresentadas as curvas relacionadas aos valores máximos, médios e mínimos registrados para $(H_2/L_2)_{4o}$, assim como o

próprio valor ótimo, representado pelos círculos na cor azul. A curva em cinza na Fig. 5.43 (a) ilustra o efeito de H_0/L_0 sobre os valores mínimos de H_2/L_2 para cada geometria ótima dos graus de liberdade $(S_1/H_0)_o$, $(\alpha)_{2o}$ e $(\beta)_{3o}$ encontrados na seção anterior, 5.2.4. É possível observar que os valores ótimos de $(H_2/L_2)_{4o}$ são muito próximos aos mesmos valores mínimos de $(H_2/L_2)_{min}$ calculados no processo de otimização de quatro graus de liberdade, seção 5.2.4. Portanto, a recomendação de razão mínima para os braços da geometria, descrita no processo de otimização de quatro graus de liberdade da cavidade Duplo-T, pode ser aplicada igualmente à cavidade Duplo-Y, para o braço superior. Outro detalhe importante das Figs. 5.43 (a) e (b) é o erro de $(H_2/L_2)_{4o}$ e $(\tilde{\theta}_{max})_{4m}$ presente em H_0/L_0 = 14,61, ilustrado pela linha tracejada, representado pelos valores máximos registrados pelo algoritmo ED1. A amplitude entre o valor máximo e mínimo de $(H_2/L_2)_{4o}$ não reflete em uma grande diferença em relação ao valor de $(\tilde{\theta}_{max})_{4m}$.

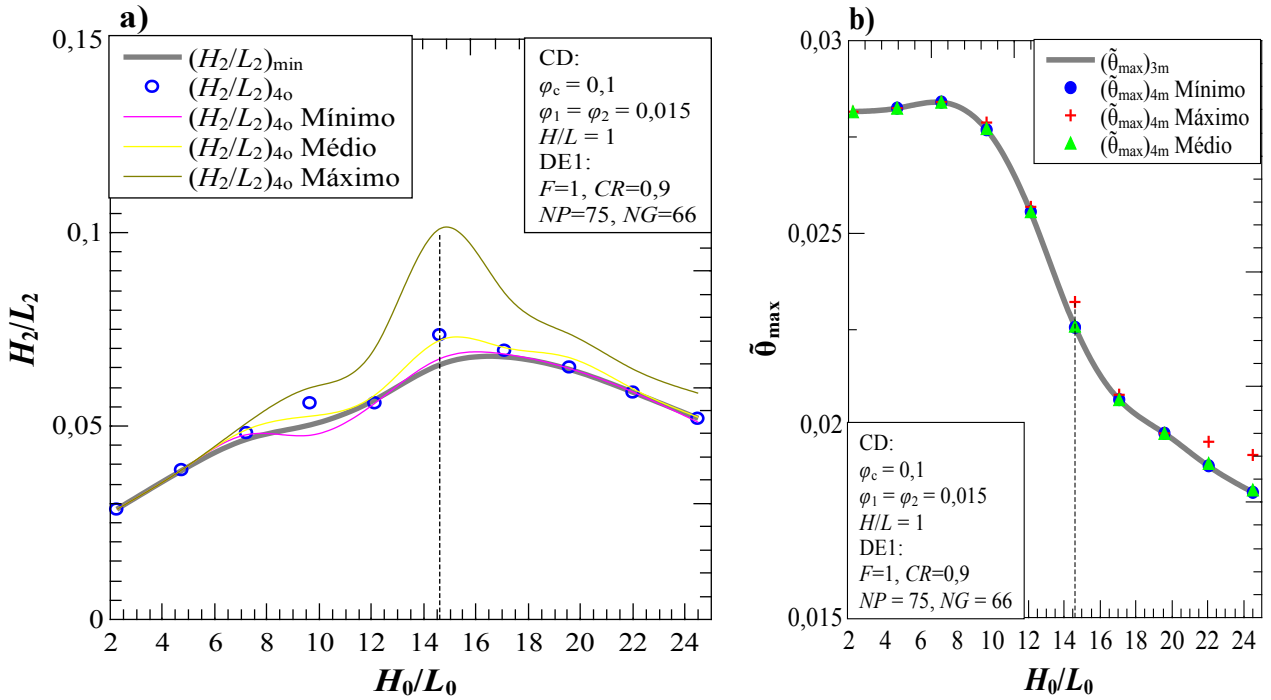


Figura 5.43: Efeito de H_0/L_0 para quatro graus de liberdade:
a) Efeito sobre $(H_2/L_2)_{4o}$; b) Efeito sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{4m}$;

A avaliação de sexto nível compreende a otimização dos graus de liberdade H_1/L_1 e H_2/L_2 para cada valor do espaço de busca de H_0/L_0. Ao final, obtém-se o valor ótimo de $(H_0/L_0)_o$, assim como os valores ótimos dos demais graus de liberdade: $(S_1/H_0)_{2o}$, $(\alpha)_{3o}$, $(\beta)_{4o}$, $(H_1/L_1)_{5o}$ e $(H_2/L_2)_{6o}$. Antes da realização do processo de otimização foi empregada a etapa de ajuste dos parâmetros de NP e NG para alguns valores da razão H_0/L_0. Trinta execuções das versões ED1, ED2 e ED3 foram realizadas e seus resultados armazenados em arquivos CSV para posterior análise. As medidas

estatísticas de média e desvio padrão foram calculadas para cada combinação de *NP* e *NG* investigada.

A Tabela 5.12 apresenta os resultados da etapa de análise e calibração dos parâmetros *NP* e *NG*. Os resultados apresentados na Tab. 5.12 evidenciam a dificuldade dos algoritmos em convergirem para a solução ótima com a otimização de cinco variáveis. Em nenhum dos casos foi registrado desvio padrão nulo. No entanto, a versão com maior dificuldade foi o algoritmo ED2, que apresenta desvio padrão considerável para a maioria das razões de H_0/L_0 avaliadas. Todas as combinações foram construídas tentando manter o máximo de seis mil simulações. Portanto, quando *NP* é incrementado *NG* sofre um decremento no sentido de manter o limite máximo de simulações. Porém, para a maioria dos casos, o aumento de *NP* acompanhado do decremento de *NG* não melhorou o desempenho dos algoritmos, pelo contrário, acabou aumentando os valores de média e desvio padrão.

Tabela 5.12. Resultados de medidas estatísticas de $(\tilde{\theta}_{max})_{5m}$ para combinações de *NP*×*NG*.

		ED1		**ED2**		**ED3**	
H_0/L_0	**NP×NG**	**Média** $\times 10^{-3}$	**Desvio Padrão** $\times 10^{-4}$	**Média** $\times 10^{-3}$	**Desvio Padrão** $\times 10^{-4}$	**Média** $\times 10^{-3}$	**Desvio Padrão** $\times 10^{-4}$
2,25	60×100	29,23	22,51	30,24	26,16	28,92	17,65
	80×75	28,39	10,89	30,02	25,29	28,74	17,90
	100×60	28,40	9,64	29,90	24,06	28,38	10,81
	120×60	28,15	0,00	28,95	19,63	28,19	2,36
	120×70						
12,14	60×100	25,57	2,22	26,26	6,06	25,80	4,97
	80×75	25,67	2,68	26,34	5,83	25,72	3,23
	100×60	26,21	4,66	26,30	5,97	26,06	5,72
	120×60	26,04	4,39	26,22	6,13	25,85	3,96
	120×70	25,74	2,89			25,73	2,95
24,50	60×100	18,31	1,95	20,63	24,33	18,37	2,57
	80×75	18,64	5,65	19,62	21,59	18,60	9,06
	100×60	19,49	6,88	19,31	21,66	18,87	7,66
	120×60	19,32	6,92	19,63	21,61	18,54	3,88
	120×70	18,79	4,6			18,41	2,73

A razão H_0/L_0 = 2,25 foi a que apresentou a maior dificuldade de convergência pelos algoritmos, como pode ser visto pelos valores de desvio padrão apresentados na Tab. 5.12. Para melhorar a convergência dos métodos, outras combinações foram investigadas aumentando para o máximo de até 8.400 simulações, com as combinações de *NP*×*NG* mostradas nas duas últimas

linhas da Tab. 5.12. Para as últimas combinações apresentadas, os métodos ED1 e ED3 apresentaram o melhor desempenho. O método ED2 apresenta uma pequena diminuição nos valores de desvio padrão em relação aos resultados anteriores, porém entre NG = 60 e NG = 70, não há mudança nos resultados para NP = 120.

A Figura 5.44 ilustra os efeitos de H_0/L_0 sobre os graus de liberdade $(H_1/L_1)_{4o}$ e $(H_2/L_2)_{5o}$, Fig. 5.44 (a), e $(\tilde{\theta}_{max})_{5m}$, Fig. 5.44 (b), reproduzidos através do algoritmo ED1 usando NP = 120 e NG = 70. Os símbolos de cruz utilizados na Fig. 5.44, representam os melhores resultados registrados nas trinta execuções do algoritmo. Os demais resultados foram gerados com apenas uma rodada do algoritmo ED1. As curvas em cinza representam os valores de $(H_2/L_2)_{min}$, $(H_1/L_1)_{min}$ e $(\tilde{\theta}_{max})_{3m}$, gerados na otimização de quatro graus de liberdade, seção anterior 5.2.4. O efeito de H_0/L_0 sobre $(H_1/L_1)_{4o}$ e $(H_2/L_2)_{5o}$ é semelhante ao efeito produzido sobre $(H_1/L_1)_{min}$ e $(H_2/L_2)_{min}$, como pode ser observado na Fig.5.44 (b). Os valores de $(\tilde{\theta}_{max})_{3m}$ e $(\tilde{\theta}_{max})_{5m}$ também são idênticos, exceto para H_0/L_0 = 19,5, porém, neste caso, o algoritmo ED1 obteve a um mínimo local muito próximo. Apenas em algumas razões de H_0/L_0 os valores de $(H_1/L_1)_{4o}$ e $(H_2/L_2)_{5o}$ não convergiram para as curvas de efeito de $(H_1/L_1)_{min}$ e $(H_2/L_2)_{min}$, porém não se registrou influência significativa nos resultados de $(\tilde{\theta}_{max})_{5m}$.

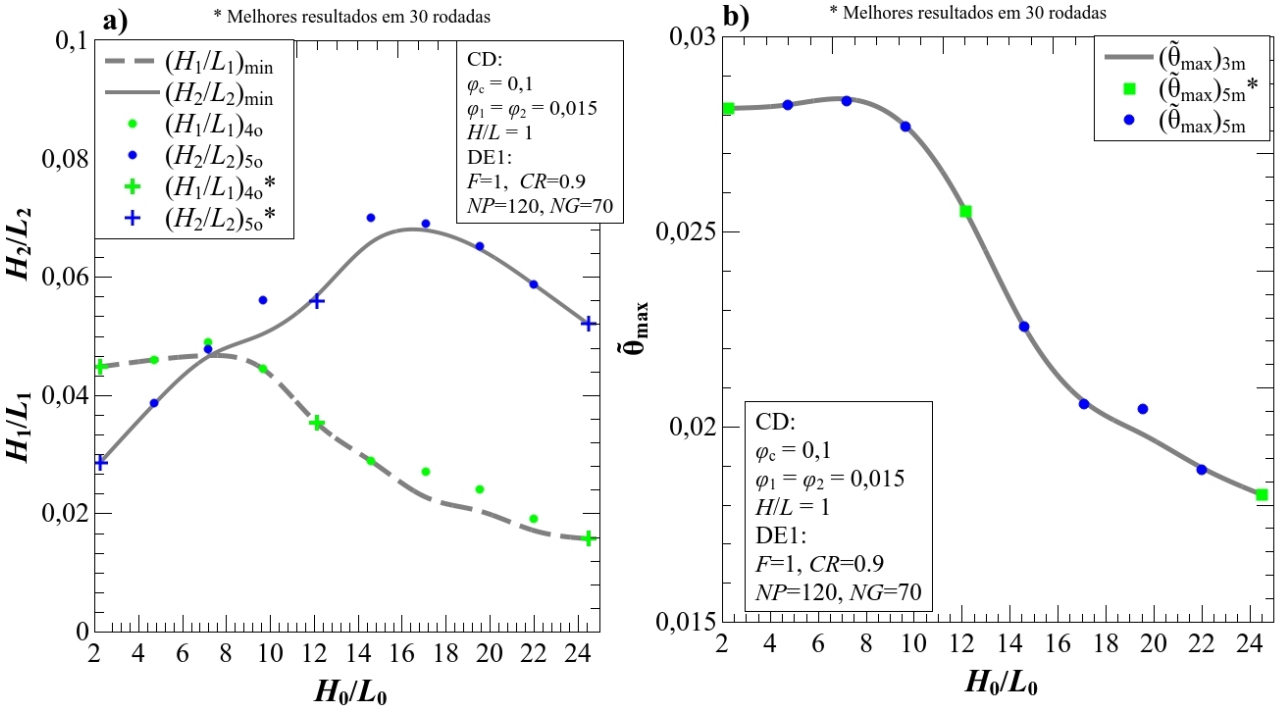


Figura 5.44: Comparação do efeito de H_0/L_0 para seis graus de liberdade:
a) Efeito sobre $(H_1/L_1)_{4o}$ e $(H_2/L_2)_{5o}$; b) Efeito sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{3m}$ e $(\tilde{\theta}_{max})_{5m}$;

A Figura 5.45 mostra a geometria seis vezes ótima formada pelos graus de liberdade $(H_0/L_0)_o$, $(S_1/H_0)_{2o}$, $(\alpha)_{3o}$, $(\beta)_{4o}$, $(H_1/L_1)_{5o}$ e $(H_2/L_2)_{6o}$. A Figura 5.45 ilustra também os contornos de

temperatura e indicadores de intensidade do gradiente de temperatura, inverso ao fluxo de calor. A geometria apresentada é exatamente igual à geometria encontrada para a otimização de quatro graus de liberdade, seção 5.2.4, inclusive com os mesmos valores de $(\tilde{\theta}_{max})_{4m}$ e $(\tilde{\theta}_{max})_{6m}$. Ou seja, os algoritmos convergiram para os valores mínimos de H_1/L_1 e H_2/L_2 no espaço de busca durante o processo de otimização. Os resultados da otimização de seis graus de liberdade validam as recomendações teóricas encontradas na otimização da cavidade Duplo-T, para H/L = 1. Os resultados mostram que quanto maior for a inserção da cavidade no domínio computacional melhor será o seu desempenho térmico. A geometria ótima apresentada na Fig. 5.45 conduz a formação de seis regiões de temperatura máxima, indicando que a distribuição mais homogênea dos pontos de máxima temperatura conduzem a um melhor desempenho térmico, coerente com o princípio da Teoria Construtal da ótima distribuição das imperfeições (Bejan e Zane, 2012).

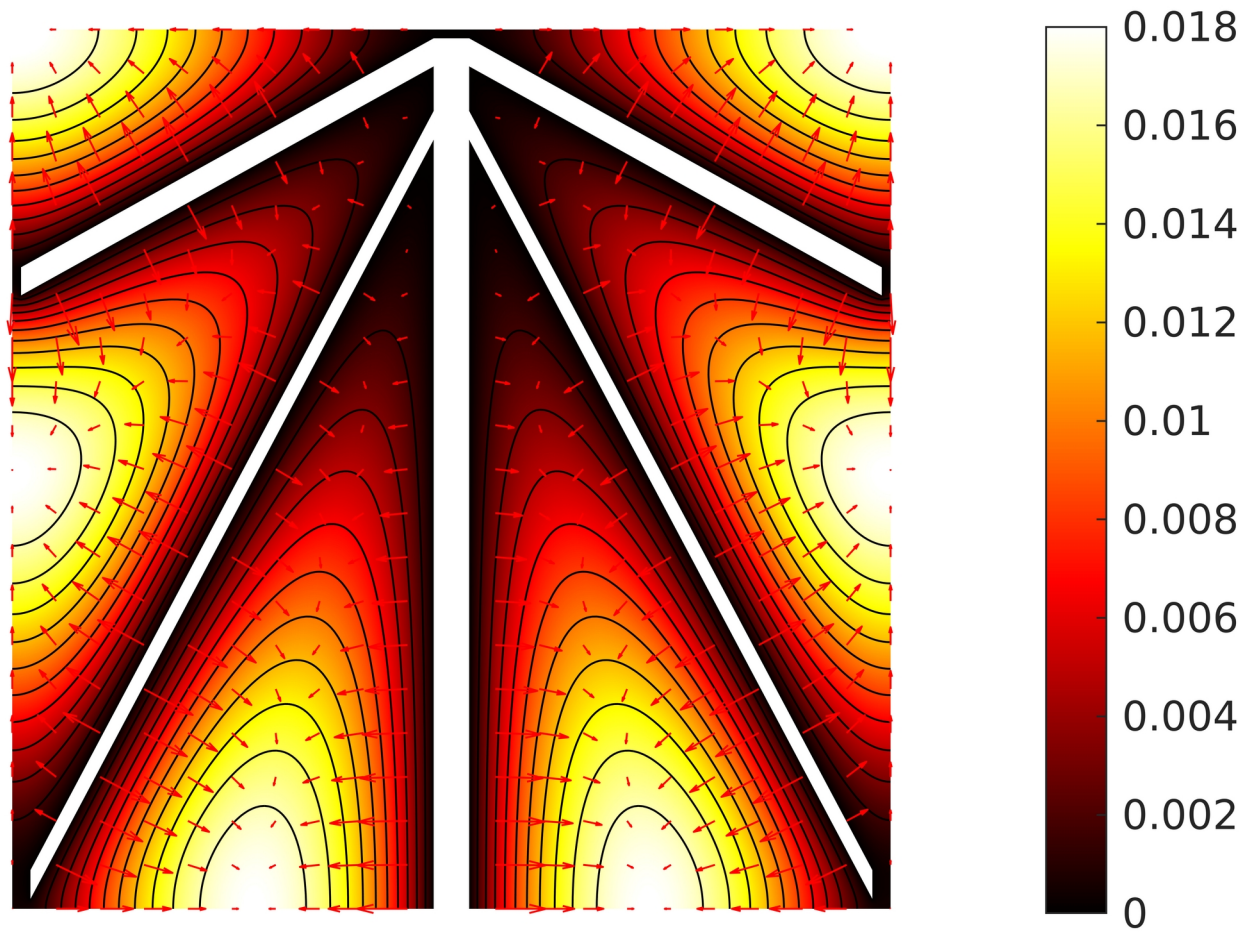


Figura 5.45: Geometria ótima para seis graus de liberdade:
$(H_0/L_0)_o$ = 24,50; $(S_1/H_0)_{2o}$ = 0,9; $(\alpha)_{3o}$ = -62º, $(\beta)_{4o}$ = -29º; $(H_1/L_1)_{5o}$ = 0,0156, $(H_2/L_2)_{6o}$ = 0,0519, $(\tilde{\theta}_{max})_{6m}$ = 0,0182

5.2.6. Otimização de Sete Graus de Liberdade

A otimização completa da cavidade Duplo-Y foi realizada através da busca pelas geometrias ótimas, $(H_0/L_0)_o$, $(S_1/H_0)_{2o}$, $(\alpha)_{3o}$, $(\beta)_{4o}$, $(H_1/L_1)_{5o}$ e $(H_2/L_2)_{6o}$, para cada valor do espaço de busca discreto da razão H/L, apresentado na Eq. (4.28). Portanto, o processo de otimização empregado foi uma combinação da Busca Exaustiva e do algoritmo de Evolução Diferencial, ou seja, a aplicação exaustiva da meta-heurística na busca pelas geometrias ótimas para cada razão de H/L. No entanto, antes da execução do algoritmo para todas as razões de H/L, foram ajustados os parâmetros de NP e NG, assim como analisados os resultados das versões ED1, ED2 e ED3. A Tabela 5.13 apresenta os resultados de média e desvio padrão de $(\tilde{\theta}_{max})_{6m}$ registrados pelas diferentes versões do algoritmo ED aplicadas para quatro valores da razão H/L. As razões de H/L utilizadas são mostradas na primeira coluna da Tab. 5.13, assim como, os menores valores da máxima temperatura em excesso adimensional seis vezes minimizada, $(\tilde{\theta}_{max})_{6m}$, registrados para a respectiva razão.

Tabela 5.13. Resultados de medidas estatísticas de $(\tilde{\theta}_{max})_{6m}$ para combinações de $NP \times NG$.

		ED1		**ED2**		**ED3**	
H*/*L	**NP×NG**	**Média** $\times 10^{-3}$	**Desvio Padrão** $\times 10^{-4}$	**Média** $\times 10^{-3}$	**Desvio Padrão** $\times 10^{-4}$	**Média** $\times 10^{-3}$	**Desvio Padrão** $\times 10^{-4}$
0,03 $(\tilde{\theta}_{max})_{6m}$ $0{,}8\times10^{-3}$	70×100	1,31	7,86	1,35	8,37	1,34	7,84
	100×70	1,51	8,96	1,51	8,89	1,64	8,75
	140×50	1,64	8,27	1,52	8,81	1,82	8,78
	200×100	1,26	7,91	1,23	7,83	1,31	8,88
	300×100	1,22	6,31	1,21	6,29	1,21	6,30
0,40 $(\tilde{\theta}_{max})_{6m}$ 11×10^{-3}	70×100	18,02	90,73	15,70	89,69	18,78	85,88
	100×70	17,72	86,20	16,47	90,42	18,51	82,68
	140×50	16,82	66,87	13,90	65,09	17,42	67,13
	200×100	15,29	75,81	14,42	79,43	15,88	77,10
	300×100	15,65	68,51	13,87	69,98	16,09	67,46
3,77 $(\tilde{\theta}_{max})_{6m}$ 15×10^{-3}	70×100	20,09	9,8	21,87	19,46	21,60	16,67
	100×70	20,37	6,3	22,16	16,98	21,55	13,98
	140×50	20,15	6,9	21,20	15,74	21,48	15,79
	200×100	19,92	7,3	21,22	14,92	21,01	15,41
	300×100	19,81	8,1	20,87	13,53	20,43	14,01
30 $(\tilde{\theta}_{max})_{6m}$ $3{,}5\times10^{-3}$	70×100	3,71	0,93	3,75	0,88	3,70	0,94
	100×70	3,71	0,77	3,68	1,03	3,69	0,96
	140×50	3,68	0,86	3,63	0,88	3,65	0,89
	200×100	3,63	0,77	3,59	0,39	3,61	0,65
	300×100	3,61	0,67	3,59	0,49	3,60	0,69

A segunda coluna da Tab. 5.13 apresenta as combinações de $NP \times NG$ investigadas. As demais colunas apresentam os valores da média e desvio padrão de $(\tilde{\theta}_{max})_{6m}$ para os algoritmos ED1, ED2 e ED3. Os resultados da Tabela 5.13 mostram que a performance dos algoritmos varia de acordo com a razão de H/L. Para a razão H/L = 0,03, todas as versões do algoritmo ED apresentam desvio padrão entre 6 $\times 10^{-4}$ e 8 $\times 10^{-4}$, sendo o desvio padrão menor encontrado para NP = 300 e NG = 100. Para H/L = 0,03, ainda é possível notar uma pequena redução da média e do desvio padrão de $(\tilde{\theta}_{max})_{6m}$ com o aumento de NP, de 70 para 300, mantendo constante NG = 100. Na tentativa de se manter o número total de simulações, sete mil, as combinações NG = [70, 100, 140] e NG = [100, 70, 50], não representaram redução no desvio padrão ou na média de $(\tilde{\theta}_{max})_{6m}$. Portanto, o incremento do número de indivíduos (NP) com a redução das gerações (NG), não conduz melhorias na performance dos algoritmos.

Para a razão H/L = 0,4, a performance dos algoritmos foi semelhante ao obtido para H/L = 0,03. Apesar do aumento de magnitude dos valores de desvio padrão e média, o desempenho dos algoritmos em relação as combinações de $NP \times NG$ foi semelhante ao registrado para H/L = 0,03. Desta forma, não houve uma redução significativa nas medidas estatísticas com o aumento de iterações do algoritmo. A mesma situação ocorre para H/L = 30, não se observa um algoritmo com resultados muito diferentes em relação aos demais, assim como, a redução dos valores de média e desvio padrão para as diferentes combinações de $NP \times NG$ é pequena. A maior diferença de performance aparece para H/L = 3,77, onde a versão ED1 apresenta os menores valores de desvio padrão e média para $(\tilde{\theta}_{max})_{6m}$. Os resultados da Tab. 5.13 podem ser observados na Fig. 5.46 através do efeito de H/L sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{6m}$ reproduzido pelas diferentes versões do algoritmo ED.

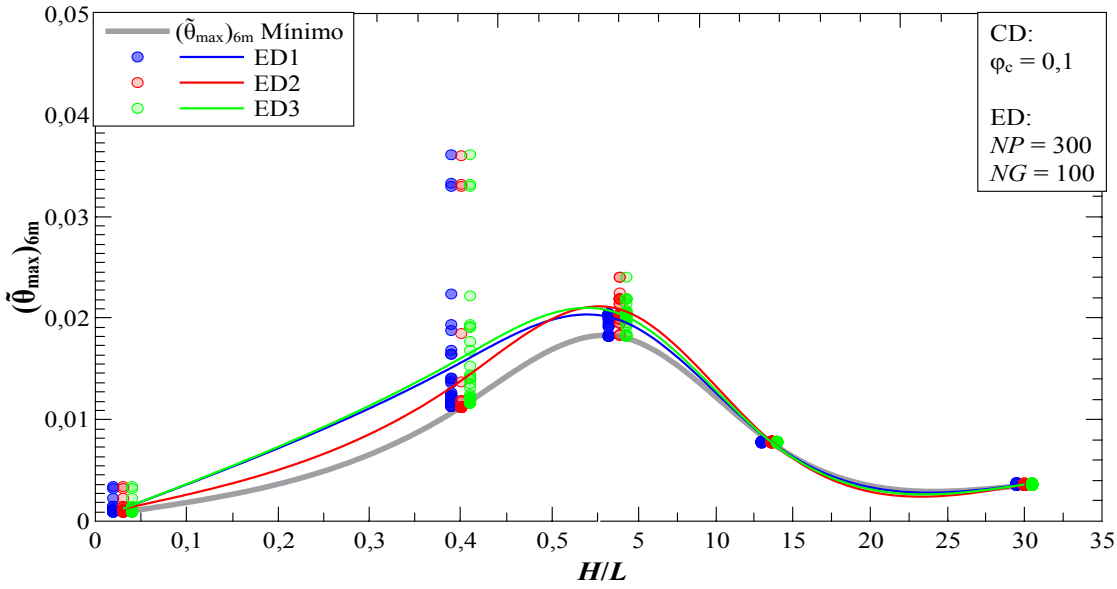


Figura 5.46: Comparação do efeito de H/L sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{6m}$ entre versões do algoritmo ED.

A reprodução do efeito de H/L sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{6m}$ e respectivas geometrias ótimas, foi realizada através da execução em paralelo dos algoritmos ED1 e ED2. O espaço de busca foi dividido entre os algoritmos, sendo empregado o ED1 para $H/L > 1$ e o ED2 para $H/L < 1$. Para a reprodução do efeito de $H/L > 1$, foi executada apenas uma rodada do algoritmo ED1 para cada valor de H/L. Por outro lado, devido a grande dispersão dos resultados apresentados pelos algoritmos para $H/L < 1$, a estratégia escolhida para aplicação do algoritmo ED2 foi a realização de trinta execuções do algoritmo para cada valor de H/L. Durante este processo, foram registrados os menores valores de $(\tilde{\theta}_{max})_{6m}$, assim como as respectivas razões ótimas dos demais graus de liberdade que levam a máxima temperatura em excesso adimensional seis vezes mínima. Para ambos algoritmos foram utilizados os parâmetros $NP = 300$ e $NG = 100$. Além de NG, também foi empregado como critério de parada o desvio padrão de $(\tilde{\theta}_{max})_{6m}$ entre todos os indivíduos da geração atual do algoritmo. Ou seja, quando o desvio padrão for menor do que 1×10^{-3}, o algoritmo é finalizado.

Considerando apenas os parâmetros de NP e NG, seriam executadas aproximadamente 9×10^{6} e 3×10^{5} simulações para $H/L < 1$ e $H/L > 1$, respectivamente, totalizando $9{,}3\times10^{6}$ simulações para todo o processo de reprodução do efeito de H/L com as versões ED1 e ED2 do algoritmo ED. Com o método BE, considerando um espaço de busca discreto com dez valores para cada razão e o mesmo espaço de busca utilizado pelas meta-heurísticas para os ângulos α e β, seriam necessárias aproximadamente $10^{4} \times 160^{2} = 256\times10^{6}$ simulações para cada valor de H/L, um total de $5{,}12\times10^{9}$ simulações para todo o processo de reprodução do efeito de H/L. A aplicação da meta-heurística representa uma redução de 99,8% do número total de simulações requeridas pelo método de BE. Em relação ao tempo de execução, considerando uma média de 1 segundo para cada simulação, seriam necessários, aproximadamente, 60 mil dias com o método de BE e 100 dias com a meta-heurística.

O espaço de busca de H/L foi dividido em 4 processos rodando em paralelo. Dois processos para $H/L < 1$, com o algoritmo ED2 e mais dois processos da versão ED1 para $H/L > 1$. Devido ao critério de parada aplicado, nem todas as execuções completaram as 100 gerações, algumas finalizaram antes do limite de NG. Desta forma, o tempo real registrado para todo o processo de reprodução do efeito de H/L sobre o indicador de performance do sistema e geometrias ótimas, foi de aproximadamente 5 horas para $H/L > 1$, executando uma rodada do algoritmo ED1 para cada valor de H/L, e 3 dias para $H/L < 1$, realizando trinta execuções da versão ED2.

A Figura 5.47 ilustra o efeito de H/L sobre as razões ótimas dos graus de liberdade $(H_0/L_0)_o$, $(S_1/H_0)_{2o}$, $(H_1/L_1)_{5o}$ e $(H_2/L_2)_{6o}$ para $\varphi_c = 0{,}1$ e $\varphi_1 = \varphi_2 = 0{,}015$. É possível observar, através da Fig.

5.47, que a geometria do sólido, representada por H/L, exerce uma influência significativa na razão ótima de $(H_0/L_0)_o$, que basicamente cresce proporcionalmente ao incremento de H/L, tendo uma pequena variação em torno de $H/L = 1$. Esse efeito mostra a tentativa da altura do tronco da cavidade Duplo-Y crescer junto com a altura do domínio computacional, de forma a manter a ótima distribuição das imperfeições do sistema. A mesma característica pode ser observada no efeito de H/L sobre as razões dos braços da cavidade, $(H_1/L_1)_{5o}$ e $(H_2/L_2)_{6o}$, que acompanham, quase que paralelamente o efeito de H/L sobre $(H_0/L_0)_o$, para $H/L < 1$.

Os efeitos de H/L sobre $(H_1/L_1)_{5o}$ e $(H_2/L_2)_{6o}$ representam as geometrias dos braços sendo estendidas horizontalmente de modo a contemplar toda a largura do domínio computacional, que diminui com o aumento de H/L. As razões $(H_1/L_1)_{5o}$ e $(H_2/L_2)_{6o}$ são iguais até $H/L < 0,5$, a partir deste valor, as razões ótimas dos braços apresentam variações, porém com a tendência de crescimento acompanhado do aumento da altura do sólido. Também pode ser observado que a razão ótima de $(S_1/H_0)_{2o}$ apresenta uma variação pequena até $H/L < 0,5$, se mantendo próximo a 0,3. Entre os valores de $0,5 \leq H/L \leq 10$ a altura do braço inferior da geometria apresenta uma maior variação, se mantendo novamente estável para valores de $H/L > 10$.

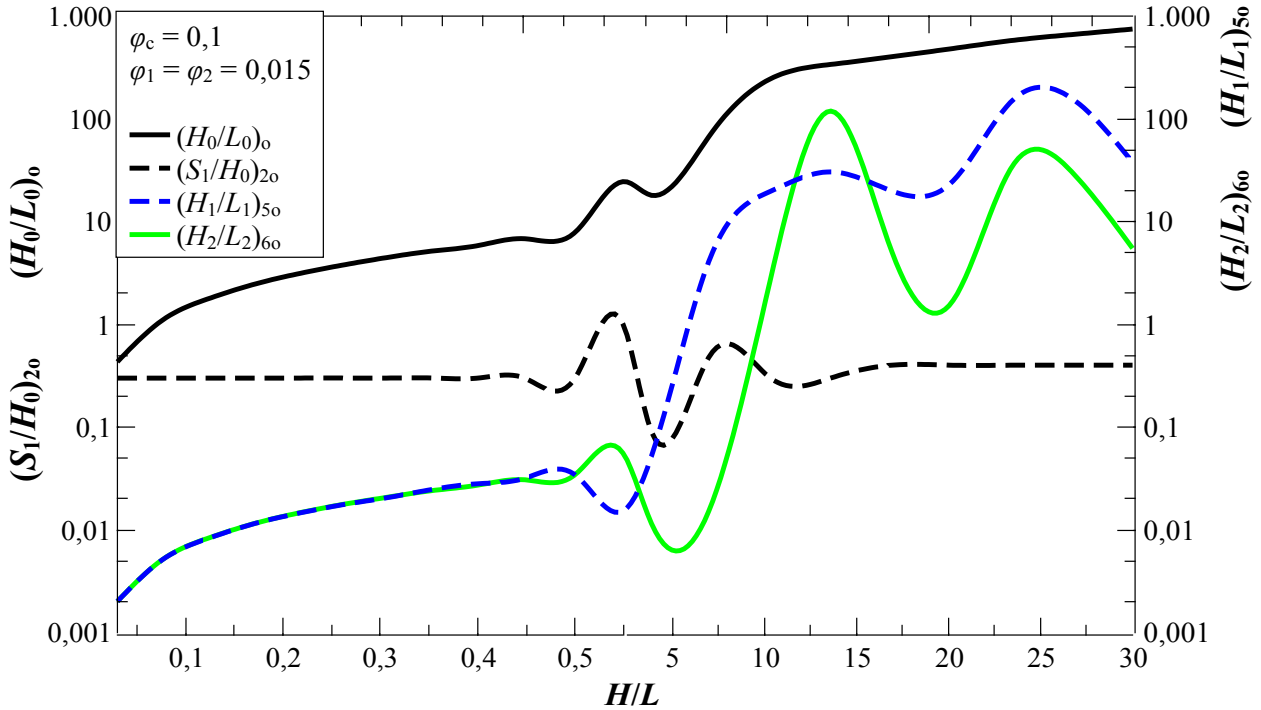


Figura 5.47: Efeito de H/L sobre $(H_0/L_0)_o$, $(S_1/H_0)_{2o}$, $(H_1/L_1)_{5o}$ e $(H_2/L_2)_{6o}$.

A Figura 5.48 apresenta os efeitos de H/L sobre $(\alpha)_{3o}$ e $(\beta)_{4o}$. As variações nos efeitos de H/L sobre as razões $(H_0/L_0)_o$, $(S_1/H_0)_{2o}$, $(H_1/L_1)_{5o}$ e $(H_2/L_2)_{6o}$ para $H/L > 0,5$ são explicadas pelas

geometrias ótimas dos ângulos $(\alpha)_{3o}$ e $(\beta)_{4o}$. Para $H/L \leq 0{,}5$ os valores ótimos de $(\alpha)_{3o}$ e $(\beta)_4$ são todos com ângulo zero, ou seja, a geometria ótima da cavidade se assemelha ao Duplo-T (Gonzales et al., 2017). Porém, a partir de $H/L > 0{,}5$, os ângulos $(\alpha)_{3o}$ e $(\beta)_4$ apresentam maior influência no resfriamento do domínio computacional. Para as razões de $H/L > 10$, o efeito de H/L sobre as geometrias ótimas $(H_0/L_0)_o$ e $(S_1/H_0)_{2o}$ é mais estável em relação ao efeito sobre os demais graus de liberdade. Essa característica mostra que a razão H_0/L_0 possuem maior influência no desempenho térmico da geometria, que se assemelha a forma de I, (Biserni et al. , 2004).

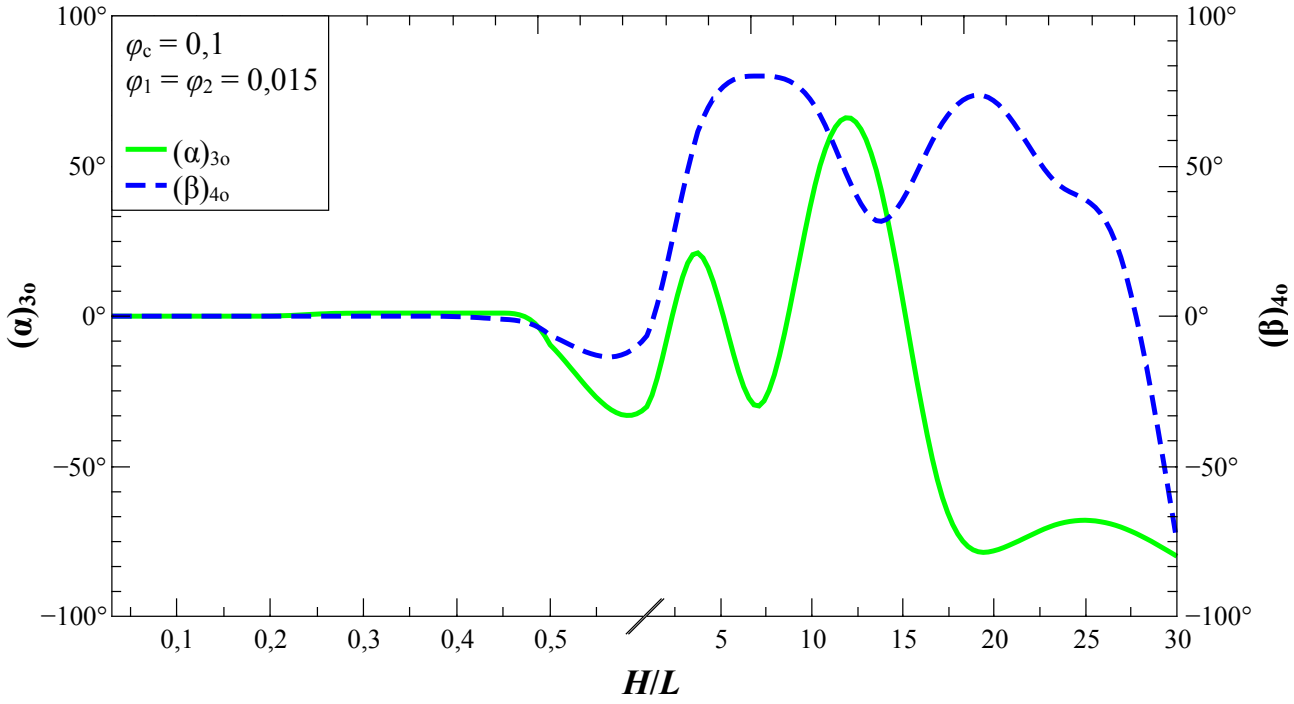


Figura 5.48: Efeito de H/L sobre $(\alpha)_{3o}$ e $(\beta)_{4o}$.

A Figura 5.49 apresenta o efeito de H/L sobre a máxima temperatura em excesso adimensional seis vezes minimizada, $(\tilde{\theta}_{max})_{6m}$. De acordo como o efeito representado pela Fig. 5.49, é possível observar que as razões extremas de H/L apresentam um melhor desempenho térmico, sendo a máxima temperatura em excesso adimensional sete vezes mínima $(\tilde{\theta}_{max})_{7m} = 0{,}0008$, registrada para $(H/L)_o = 0{,}03$. No outro extremo, $H/L = 30$, a temperatura é $(\tilde{\theta}_{max})_{6m} = 0{,}0035$, e a maior temperatura é $(\tilde{\theta}_{max})_{6m} = 0{,}0182$, para $H/L = 1$. O desempenho ótimo para a razão $H/L = 0{,}03$, assim como queda de temperatura a medida que H/L diminui em direção a 0,03, está relacionado ao avanço da geometria dos braços da cavidade até os limites laterais do domínio computacional, assumindo uma forma semelhante ao Duplo-T (Gonzales et al., 2017). Em contrapartida, quando H/L cresce em direção a $H/L = 30$, a geometria da cavidade estende a altura ao máximo, transformando a geometria ótima na forma de I, (Biserni et al. , 2004).

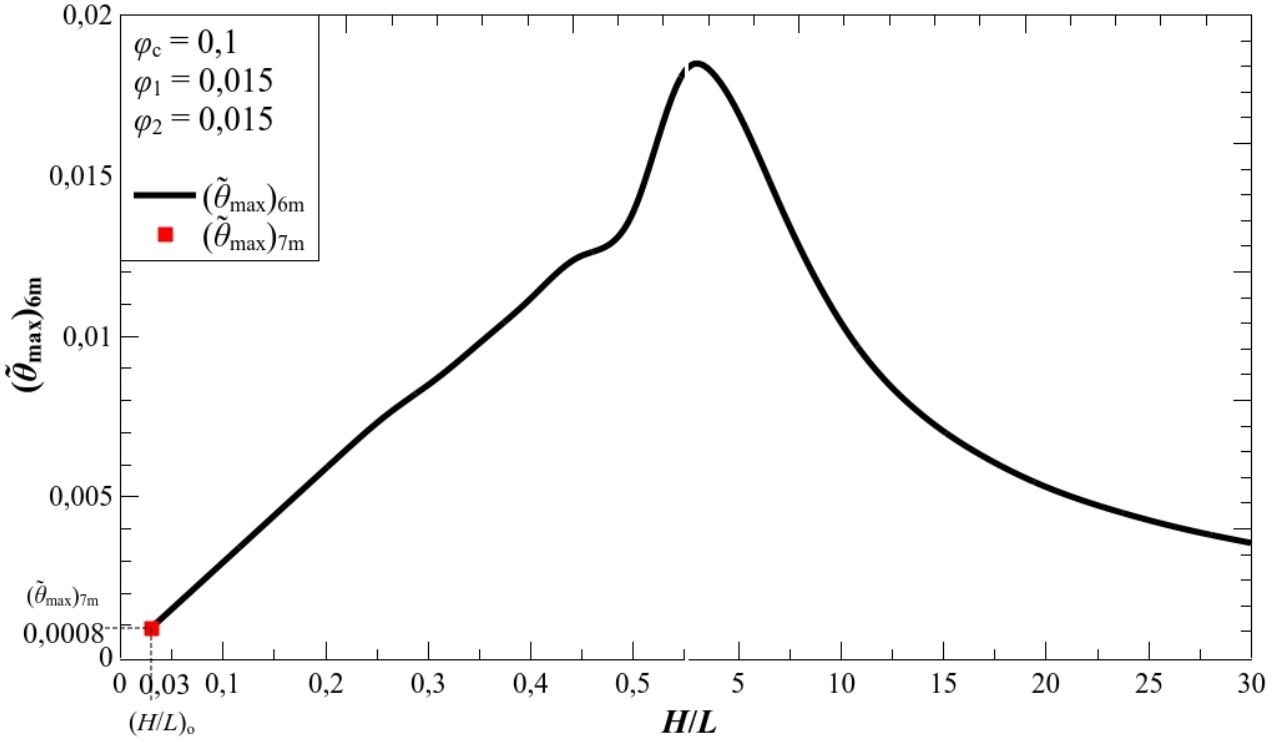


Figura 5.49: Efeito de H/L sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{6m}$.

As Figuras 5.50 e 5.51 apresentam as geometrias ótimas para várias razões de H/L, sendo três geometrias para $H/L < 1$, Figs. 5.50 (a)-(c), e três para $H/L > 1$, Figs. 5.51 (a)-(c). A geometria sete vezes otimizada é representada pela cavidade da Fig. 5.50 (a), onde é possível observar a sua forma em Duplo-T, como já comentado. As cavidades presentes nas Figs. 5.50 (b) e (c), também apresentam geometrias semelhantes ao formato da cavidade Duplo-T, porém com valores discretos para $(\alpha)_{3o}$ e $(\beta)_{4o}$. Portanto, como pode ser observados nas geometrias das Figs. 5.50 (a)-(c), para razões $H/L < 1$, a melhor geometria, neste caso, não necessariamente foi a mais complexa, principalmente devido às restrições geométricas impostas pelo domínio computacional. Por outro lado, para razões de $H/L \approx 1$, como em $H/L = 3,7$, Fig. 5.51 (a), a geometria ótima é justamente a forma de um Duplo-Y, seguindo o padrão em forma de árvore (*treelike*), Bejan e Zane, (2012). No outro extremo do espaço de busca da razão H/L, H/L= [10,33; 30], as geometrias ótimas tendem a geometria elementar em forma de I, Figs. 5.51 (b) e (c).

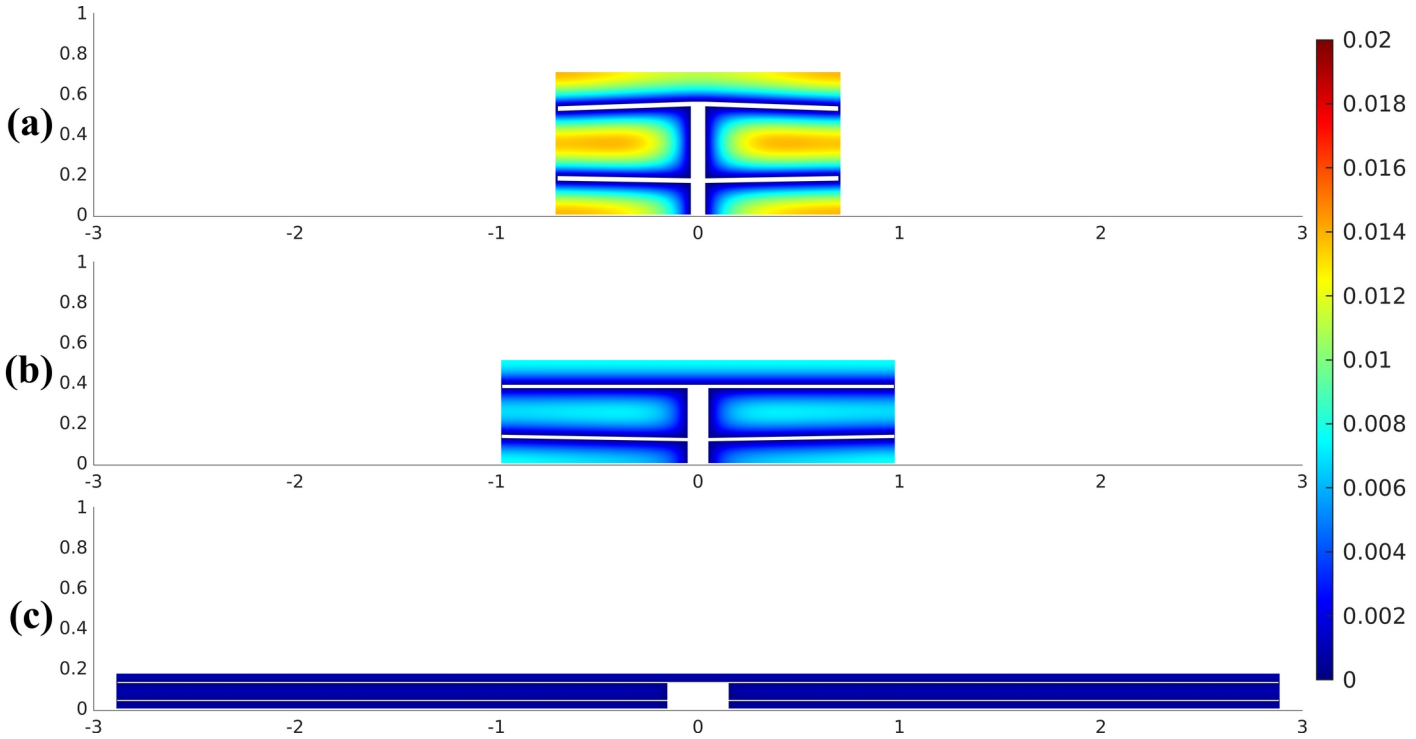


Figura 5.50: Geometrias ótimas para H/L <1:

a) $H/L = 0{,}5$; $(H_0/L_0)_o = 7{,}84$; $(S_1/H_0)_{2o} = 0{,}3$; $(\alpha)_{3o} = 1°$; $(\beta)_{4o} = -2°$; $(H_1/L_1)_{5o} = 0{,}0343$; $(H_2/L_2)_{6o} = 0{,}0343$; $(\tilde{\theta}_{max})_{6m} = 0{,}0138$;

b) $H/L = 0{,}26$; $(H_0/L_0)_o = 3{,}78$; $(S_1/H_0)_{2o} = 0{,}3$; $(\alpha)_{3o} = 1°$; $(\beta)_{4o} = 0°$; $(H_1/L_1)_{5o} = 0{,}0176$; $(H_2/L_2)_{6o} = 0{,}0177$; $(\tilde{\theta}_{max})_{6m} = 0{,}0075$;

c) $(H/L)_o = 0{,}03$; $(H_0/L_0)_{2o} = 0{,}43$; $(S_1/H_0)_{3o} = 0{,}3$; $(\alpha)_{4o} = 0°$; $(\beta)_{5o} = 0°$; $(H_1/L_1)_{6o} = 0{,}002$; $(H_2/L_2)_{7o} = 0{,}002$; $(\tilde{\theta}_{max})_{7m} = 0{,}0008$;

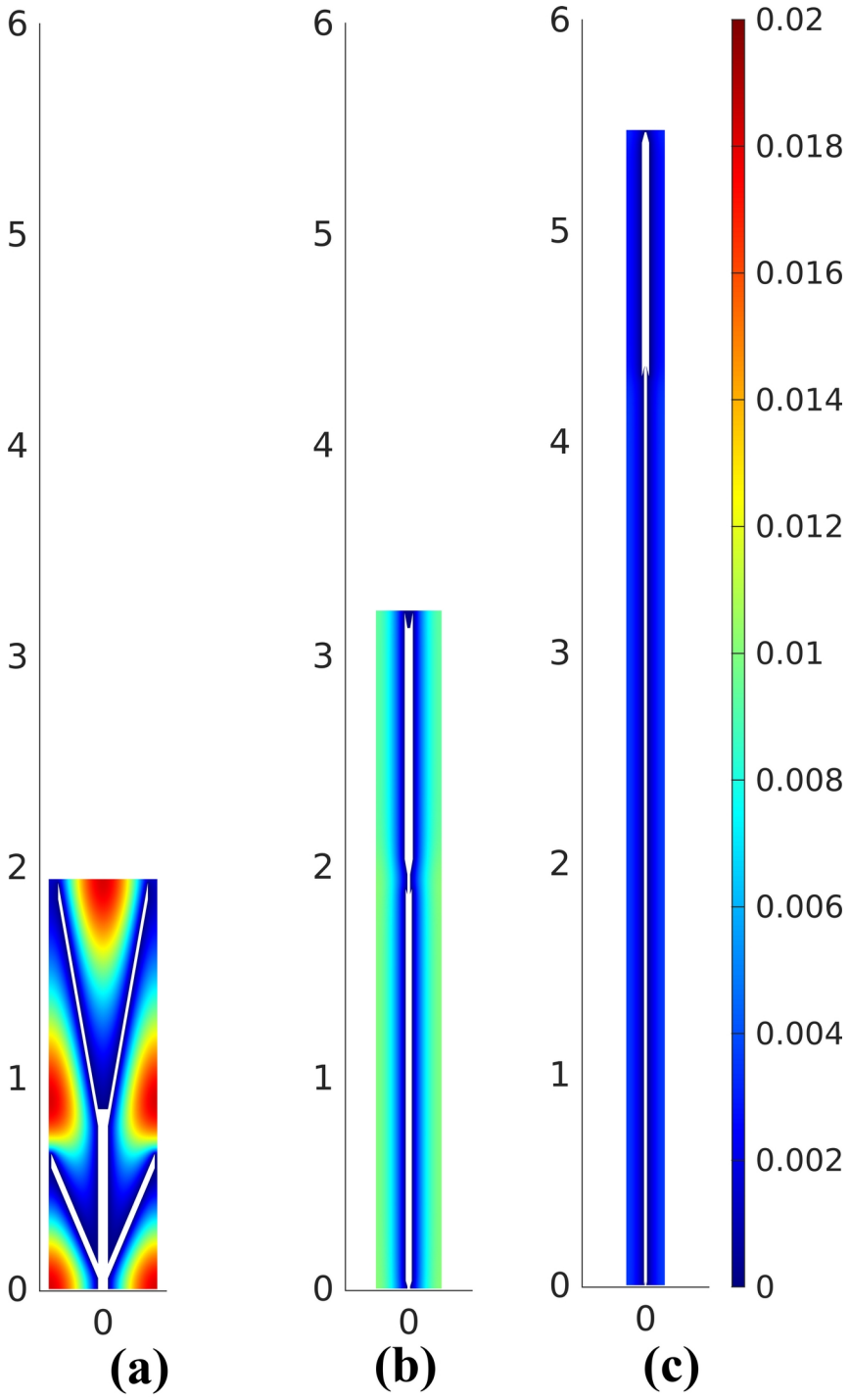


Figura 5.51: Geometrias ótimas para $H/L > 1$:

a) $H/L = 3{,}77$; $(H_0/L_0)_o = 18{,}13$; $(S_1/H_0)_{2o} = 0{,}1$; $(\alpha)_{3o} = 67°$; $(\beta)_{4o} = 80°$; $(H_1/L_1)_{5o} = 0{,}0466$; $(H_2/L_2)_{6o} = 0{,}0124$; $(\tilde{\theta}_{max})_{6m} = 0{,}0181$;

b) $H/L = 10{,}33$, $(H_0/L_0)_o = 254.27$; $(S_1/H_0)_{2o} = 0{,}3$; $(\alpha)_{3o} = 73°$, $(\beta)_{4o} = -80°$; $(H_1/L_1)_{5o} = 20{,}432$; $(H_2/L_2)_{6o} = 2{,}229$; $(\tilde{\theta}_{max})_{6m} = 0{,}0101$;

c) $H/L = 30$, $(H_0/L_0)_o = 747{,}26$; $(S_1/H_0)_{2o} = 0{,}4$; $(\alpha)_{3o} = -80°$; $(\beta)_{4o} = -75°$; $(H_1/L_1)_{5o} = 37{,}75$; $(H_2/L_2)_{6o} = 5{,}48$; $(\tilde{\theta}_{max})_{6m} = 0{,}0035$;

5.2.7. Avaliação das Restrições

A avaliação da restrição de fração de área da cavidade Duplo-Y em relação a área total, φ_c, foi realizada através das versões ED1 e ED2 do algoritmo de Evolução Diferencial. A metodologia empregada foi a mesma utilizada na reprodução do efeito de H/L sobre o indicador de performance e geometrias ótimas para $\varphi_c = 0{,}1$. Portanto, foram executadas trinta rodadas do algoritmo ED2 e registrados os menores valores de $(\tilde{\theta}_{max})_{6m}$, assim como, suas respectivas geometrias ótimas para cada valor do espaço de busca de $H/L < 1$. Para o espaço de busca de $H/L > 1$, foi empregado o algoritmo ED1. Os parâmetros de tamanho da população e número de gerações foram definidos como $NP = 300$ e $NG = 100$. Os valores para a restrição φ_c investigados foram 0,01; 0,05; 0,15 e 0,2. A Figura 5.52 apresenta os resultados do efeito de H/L sobre a geometria ótima dos graus de liberdade $(H_0/L_0)_o$ e $(S_1/H_0)_{2o}$, para diferentes valores de φ_c. O efeito de H/L sobre $(H_0/L_0)_o$ é semelhante em todos os valores de φ_c, como ilustra a Fig. 5.52 (a). Para todas as restrições avaliadas a altura ótima do ramo principal da cavidade, representada por $(H_0/L_0)_o$, acompanha o crescimento da altura do domínio computacional, representado pelo aumento da razão H/L. O aumento na restrição φ_c influencia apenas na magnitude da razão $(H_0/L_0)_o$, o que significa que a espessura do tronco da cavidade aumenta de acordo com o crescimento da área ocupada pela mesma. No entanto, para a razão $(S_1/H_0)_{2o}$, as diferentes restrições influenciam a geometria ótima apenas para as razões de $0{,}5 \leq H/L \leq 20$. Para as demais razões de H/L, $(S_1/H_0)_{2o}$ não é sensível a variação de φ_c, como mostra a Fig. 5.52 (b).

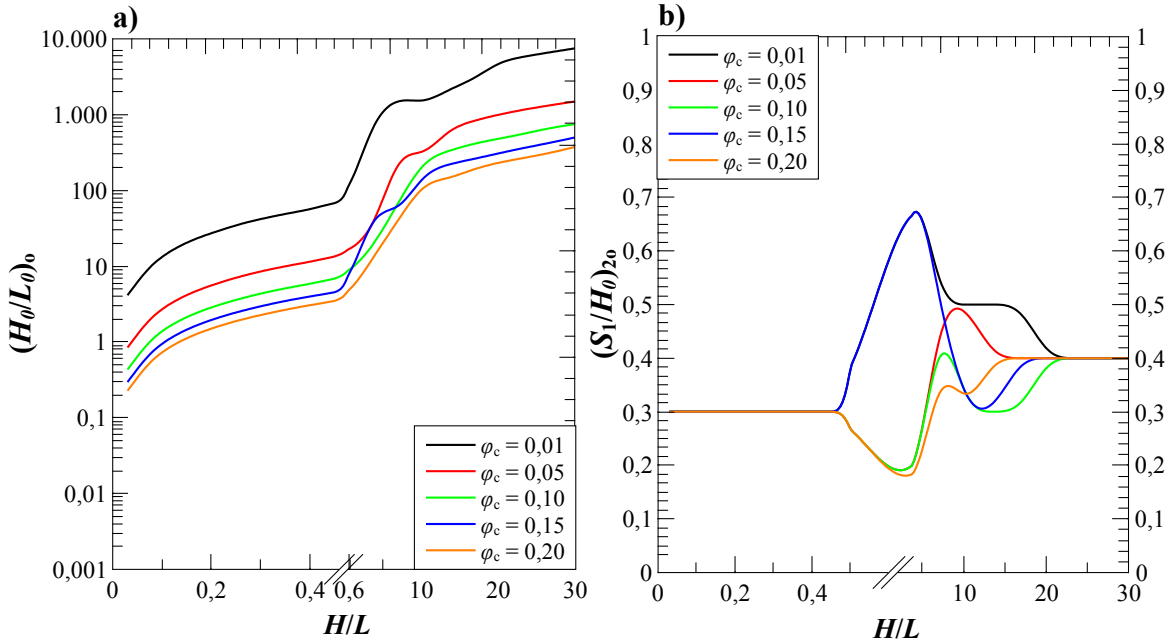


Figura 5.52: Efeito de H/L sobre $(H_0/L_0)_o$ e $(S_1/H_0)_{2o}$ para diferentes restrições φ_c: a) Efeito sobre $(H_0/L_0)_o$; b) Efeito sobre $(S_1/H_0)_{2o}$

A Figura 5.53 ilustra o efeito de H/L sobre os ângulos $(\alpha)_{3o}$ e $(\beta)_{4o}$, Fig. 5.53 (a) e (b), respectivamente, para diferentes valores de φ_c. Os dois graus de liberdade são insensíveis as mudanças de restrição empregadas até a razão $H/L = 0{,}5$, como pode ser observado nas Figs. 5.53 (a) e (b). Desta forma, para $H/L \leq 0{,}5$ a geometria se assemelha à cavidade em forma de Duplo-T, com os braços formando ângulos retos com o ramo principal da cavidade, independente da restrição investigada. A partir de $H/L > 0{,}5$ o ângulo ótimo de $(\alpha)_{3o}$ oscila ente 80° e -80º até $H/L < 30$, em $H/L = 30$ o ângulo ótimo é $(\alpha)_{3o}$ = -80º para praticamente todos os valores de φ_c. Para o ângulo $(\beta)_{4o}$ a Fig. 5.53 (b) apresenta uma variação entre -50° e 80° até sofrer um decaimento para valores negativos partir de $H/L = 15$ e para $\varphi_c \leq 0.1$. Para $\varphi_c > 0.1$ o ângulo ótimo $(\beta)_{4o}$ voltar a ser zero ao final do espaço de busca de H/L. Como a altura da cavidade, representada por $(H_0/L_0)_o$, se estende ao máximo para resfriar o domínio computacional, não exite espaço para o aumento do ângulo $(\beta)_{4o}$, limitando-o ao valor 0°. De acordo com a geometria que o sólido assume para valores maiores de H/L, forma retangular com $H >> L$, surge uma grande variação no efeito de H/L sobre os ângulos $(\alpha)_{3o}$ e $(\beta)_{4o}$ entre as diferentes restrições φ_c analisadas, ou seja, esses graus de liberdade não são determinantes no resfriamento do domínio computacional, e provavelmente existe mais de uma solução com valores muito próximos de $(\tilde{\theta}_{max})_{6m}$. Pois a geometria predominante da cavidade é próxima a forma de I, e nesse caso, os ângulos dos braços não são importantes no resfriamento. Portanto, entre as restrições φ_c avaliadas, as curvas das Figs. 5.53 (a) e (b) não apresentam um padrão no efeito de H/L sobre os valores ótimos de $(\alpha)_{3o}$ e $(\beta)_{4o}$, para a $H/L > 10$, como aparece para $(H_0/L_0)_o$ e $(S_1/H_0)_{2o}$.

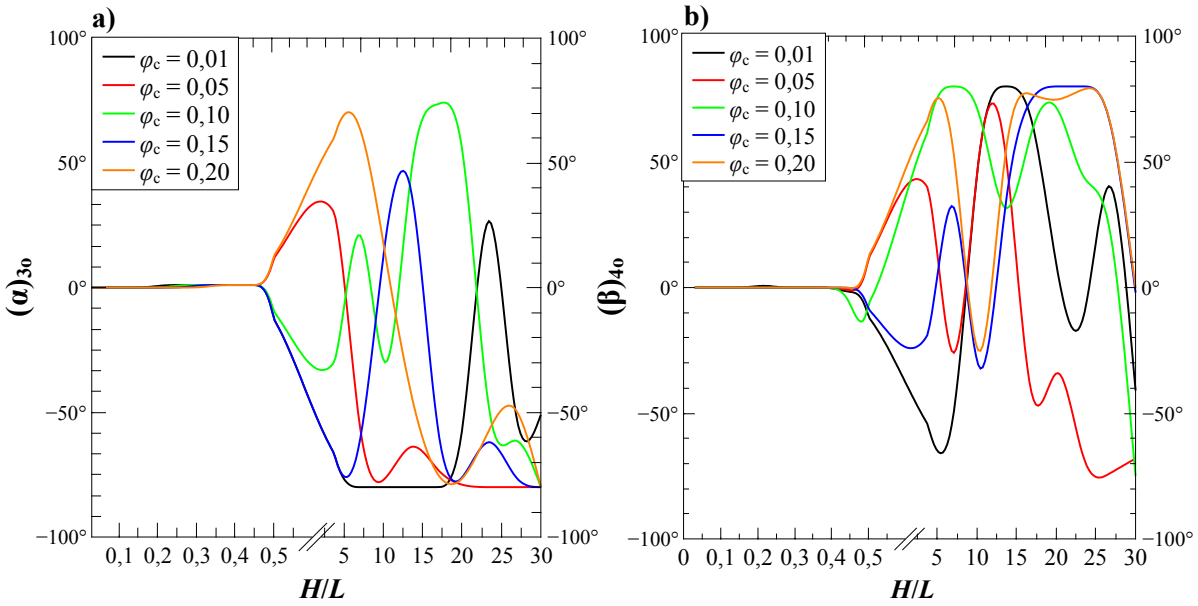


Figura 5.53: Efeito de H/L sobre $(\alpha)_{3o}$ e $(\beta)_{4o}$ para diferentes restrições φ_c: a) Efeito sobre $(\alpha)_{3o}$; b)Efeito sobre $(\beta)_{4o}$.

As Figuras 5.54 (a) e (b) ilustram o efeito de H/L sobre $(H_1/L_1)_{5o}$ e $(H_2/L_2)_{6o}$, respectivamente, para diferentes valores de φ_c avaliados. As curvas presentes nas Figs. 5.54 (a) e (b) apresentam o mesmo padrão para o efeito de H/L sobre $(H_1/L_1)_{5o}$ e $(H_2/L_2)_{6o}$ para $H/L < 1$. Esse padrão de aumento das razões ótimas de $(H_1/L_1)_{5o}$ e $(H_2/L_2)_{6o}$ de acordo com H/L representa a espessura dos braços da geometria que também é incrementada com a diminuição da largura do sólido. Todos os valores de $(H_1/L_1)_{5o}$ e $(H_2/L_2)_{6o}$ encontrados para $H/L < 1$ são formados pela razão mínima, ou seja, os maiores valores de L_1 e L_2 possíveis. Portanto, a geometria dos braços se estende até o limite geométrico do domínio computacional, formando, junto aos demais graus de liberdade, uma geometria semelhante ao formato da cavidade Duplo-T. No entanto, não existe um padrão claro para o efeito de H/L sobre $(H_1/L_1)_{5o}$ e $(H_2/L_2)_{6o}$ para $H/L \geq 10$, entre todas as restrições avaliadas. Os valores de $(H_1/L_1)_{5o}$ apresentam aumento considerável entre $1 \leq H/L < 10$, a partir de $H/L \geq 10$, variam em torno de 100 na escala logarítmica, de acordo com a Fig. 5.54 (a). Para $H/L > 1$, o efeito de H/L sobre a razão $(H_2/L_2)_{6o}$ também apresenta oscilações entre as restrições φ_c investigadas, porém com tendência de crescimento até próximo de 100 para $H/L = 30$. As variações apresentadas nos valores de $(H_1/L_1)_{5o}$ e $(H_2/L_2)_6$, para valores altos de H/L, estão relacionadas com a transformação da geometria em uma estrutura em forma de I. Nesse caso, as razões $(H_1/L_1)_{5o}$ e $(H_2/L_2)_{6o}$ podem apresentar mais de uma solução sem diferença significativa na máxima temperatura em excesso adimensional seis vezes mínima, $(\tilde{\theta}_{max})_{6m}$. Essa mesma característica aparece no efeito de H/L sobre $(\alpha)_{3o}$ e $(\beta)_{4o}$, ilustrada nas Figs. 5.53 (a) e (b).

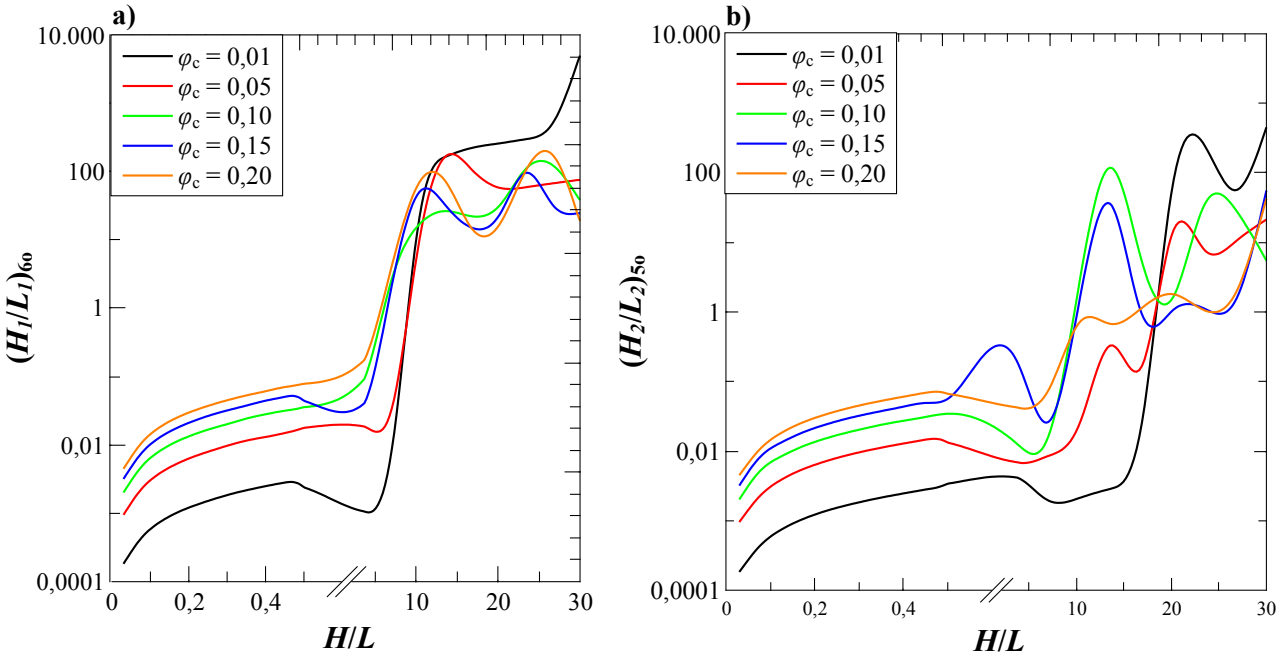


Figura 5.54: Efeito de H/L sobre $(H_1/L_1)_{5o}$ e $(H_2/L_2)_{6o}$ para diferentes restrições φ_c: a) Efeito sobre $(H_1/L_1)_{5o}$; b) Efeito sobre $(H_2/L_2)_{6o}$.

A Figura 5.55 apresenta o efeito de H/L sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{6m}$ para diferentes restrições de φ_c. Como pode ser observado pelas curvas apresentadas na Fig. 5.55, não há uma diferença significativa entre as restrições avaliadas para efeito de H/L na resistência térmica do domínio computacional. Existe apenas uma pequena variação de magnitude dos valores de $(\tilde{\theta}_{max})_{6m}$ para cada φ_c, porém o efeito de H/L segue o mesmo padrão para todas as restrições. A comparação das curvas de efeito de H/L sobre os demais graus de liberdade com o efeito sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{6m}$, evidencia qual grau de liberdade exerce maior influência no desempenho térmico geral do sistema. Por exemplo, para $H/L < 1$, é observado um padrão no efeito de H/L sobre os graus de liberdade $(H_0/L_0)_{2o}$, $(H_1/L_1)_{5o}$ e $(H_2/L_2)_{6o}$ para cada restrição φ_c, Fig. 5.52 (a) e Figs 5.54(a) e (b). Por outro lado, para $H/L > 1$, as razões ótimas de $(H_1/L_1)_{5o}$ e $(H_2/L_2)_{6o}$ apresentam muita variação entre as restrições φ_c, sem influenciar o valor final da $(\tilde{\theta}_{max})_{6m}$, como mostra a Fig. 5.55. Apenas a razão $(H_0/L_0)_{2o}$ mantém o mesmo padrão no efeito de razões $H/L > 1$ para diferentes restrições φ_c, o que indica a maior influência dessa razão para o desempenho térmico do sistema para valores maiores de H/L. Os menores valores de $(\tilde{\theta}_{max})_{6m}$ se encontram em $H/L = 0{,}03$, sendo essa a razão ótima de $(H/L)_o$ para todas as restrições φ_c.

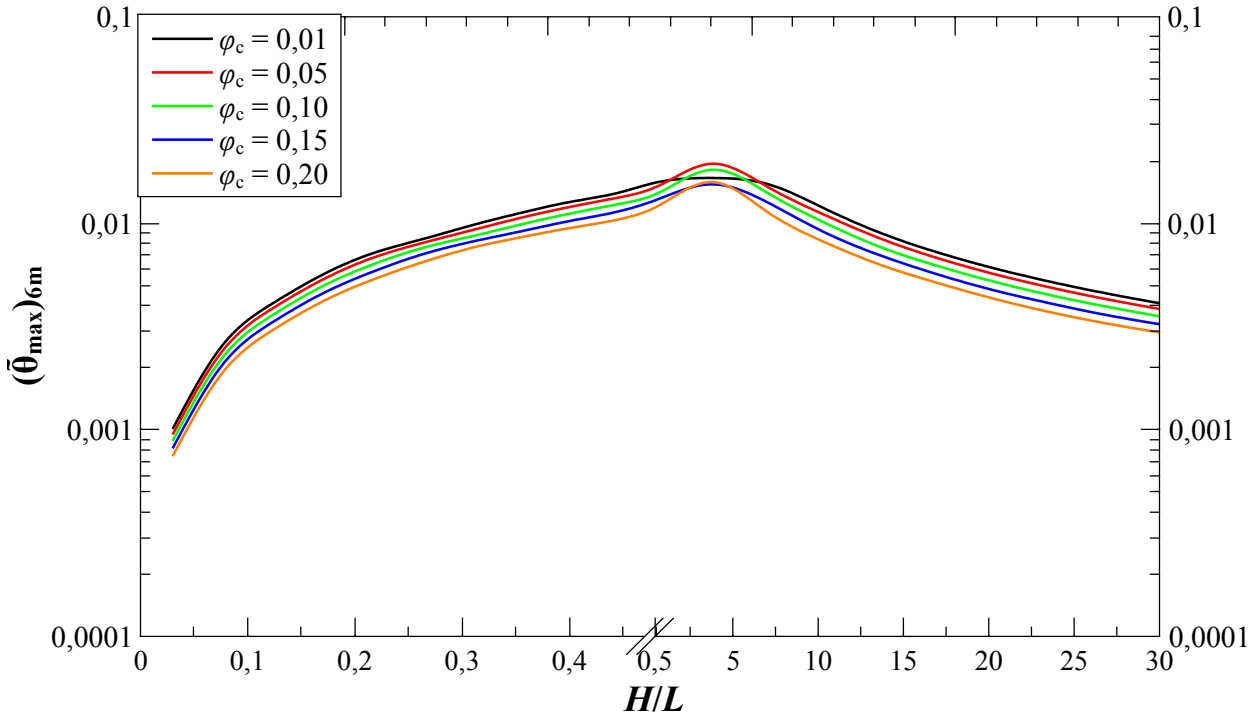


Figura 5.55: Efeito de H/L sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{6m}$ para diferentes restrições de φ_c.

A Figura 5.56 ilustra o efeito de φ_c sobre a máxima temperatura em excesso adimensional sete vezes mínima, $(\tilde{\theta}_{max})_{7m}$, assim como, o feito sobre a geometria sete vezes otimizada $(H/L)_o$, $(H_0/L_0)_{2o}$, $(S_1/H_0)_{3o}$, $(H_1/L_1)_{6o}$ e $(H_2/L_2)_{7o}$. Os ângulos $(\alpha)_{4o}$ e $(\beta)_{5o}$ não são representados na Fig. 5.56, o ângulo ótimo para todas as restrições foi de 0°. Os graus de liberdade $(H/L)_o$ e $(S_1/H_0)_o$ também

são insensíveis as variações na restrição φ_c, sendo mantidos os valores ótimos de $(H/L)_o = 0{,}03$ e $(S_1/H_0)_o = 0{,}3$. O efeito de H/L sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{6m}$, apresentado pela Fig. 5.55, indica que quanto menor a razão de H/L menor será a temperatura $(\tilde{\theta}_{max})_{7m}$, mantendo o valor de $(H/L)_o$ insensível as restrições. Essa característica é uma propriedade relacionada a estrutura da cavidade Duplo-Y, que para valores de $H/L < 1$, convergiu para a forma Duplo-T, com desempenho térmico mais eficiente para esses casos. O efeito da restrição φ_c sobre os graus de liberdade $(H_0/L_0)_{2o}$, $(H_1/L_1)_{5o}$ e $(H_2/L_2)_{6o}$, apresentado na Fig. 5.56, representa o aumento de espessura dos ramos principal e secundários, ou seja, do tronco e dos braços da cavidade em forma de Duplo-T.

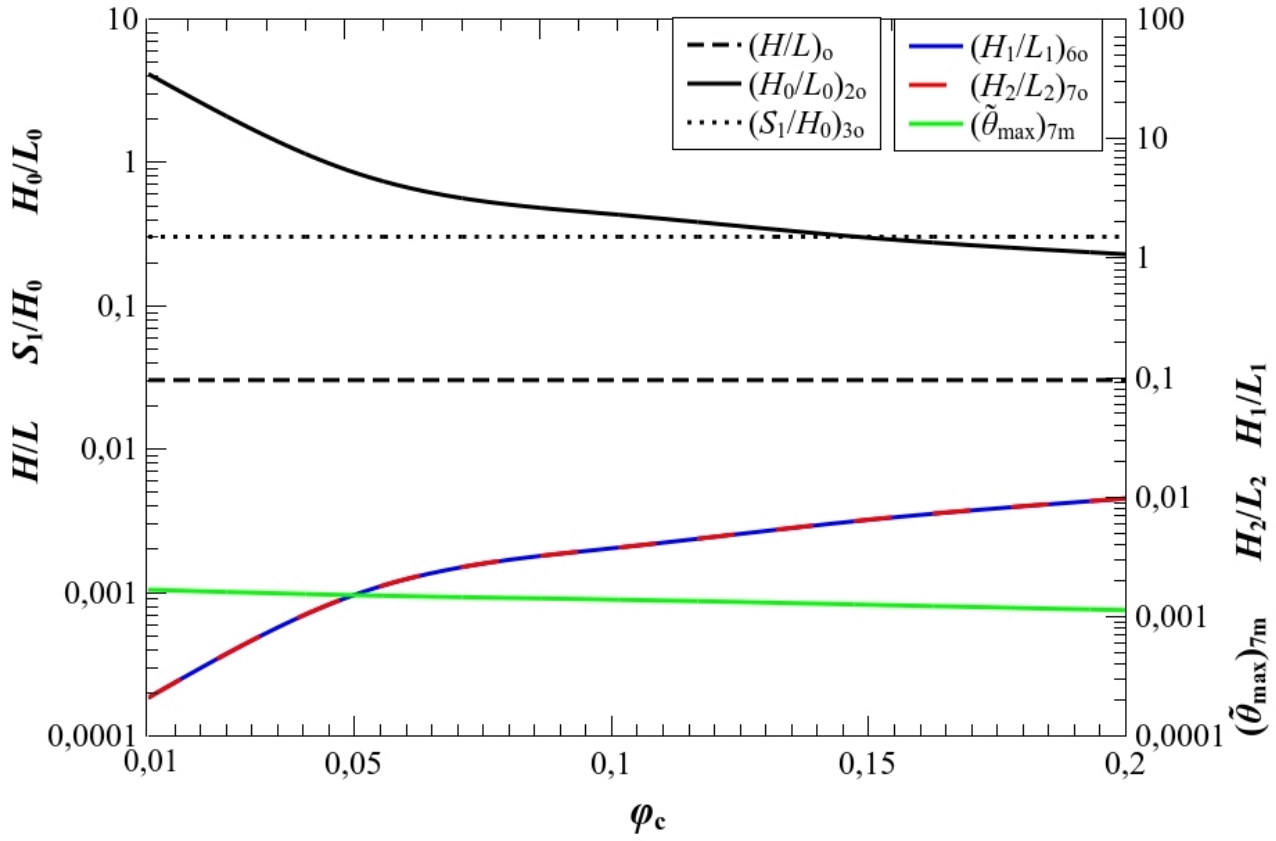


Figura 5.56: Efeito de φ_c sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{7m}$, $(H/L)_o$, $(H_0/L_0)_{2o}$, $(S_1/H_0)_{3o}$, $(H_1/L_1)_{6o}$ e $(H_2/L_2)_{7o}$.

A Figura 5.57 apresenta as geometrias ótimas para cada restrição φ_c analisada, começando com a geometria ótima para $\varphi_c = 0{,}01$, na Fig. 5.57 (a), até a geometria ótima para $\varphi_c = 0{,}2$, Fig. 5.57 (b). Todas as geometrias sete vezes otimizadas apresentam os mesmos valores ótimos de $(H/L)_o$, $(S_1/H_0)_{3o}$, $(\alpha)_{4o}$ e $(\beta)_{5o}$, e possuem a estrutura da cavidade Duplo-T. Devido a forma como foram distribuídas as restrições de áreas da cavidade (φ_c, φ_1 e φ_2), Eq. (4.29), o tronco é responsável por ocupar 40% e os braços 60%, nota-se uma grande concentração da geometria da cavidade no centro do domínio computacional. O resfriamento relacionado com o aumento de φ_c ocorre

principalmente pelo crescimento da espessura dos braços da cavidade, que se estendem até os limite laterais do sólido como pode ser observado nas geometrias ótimas presentes na Fig. 5.57.

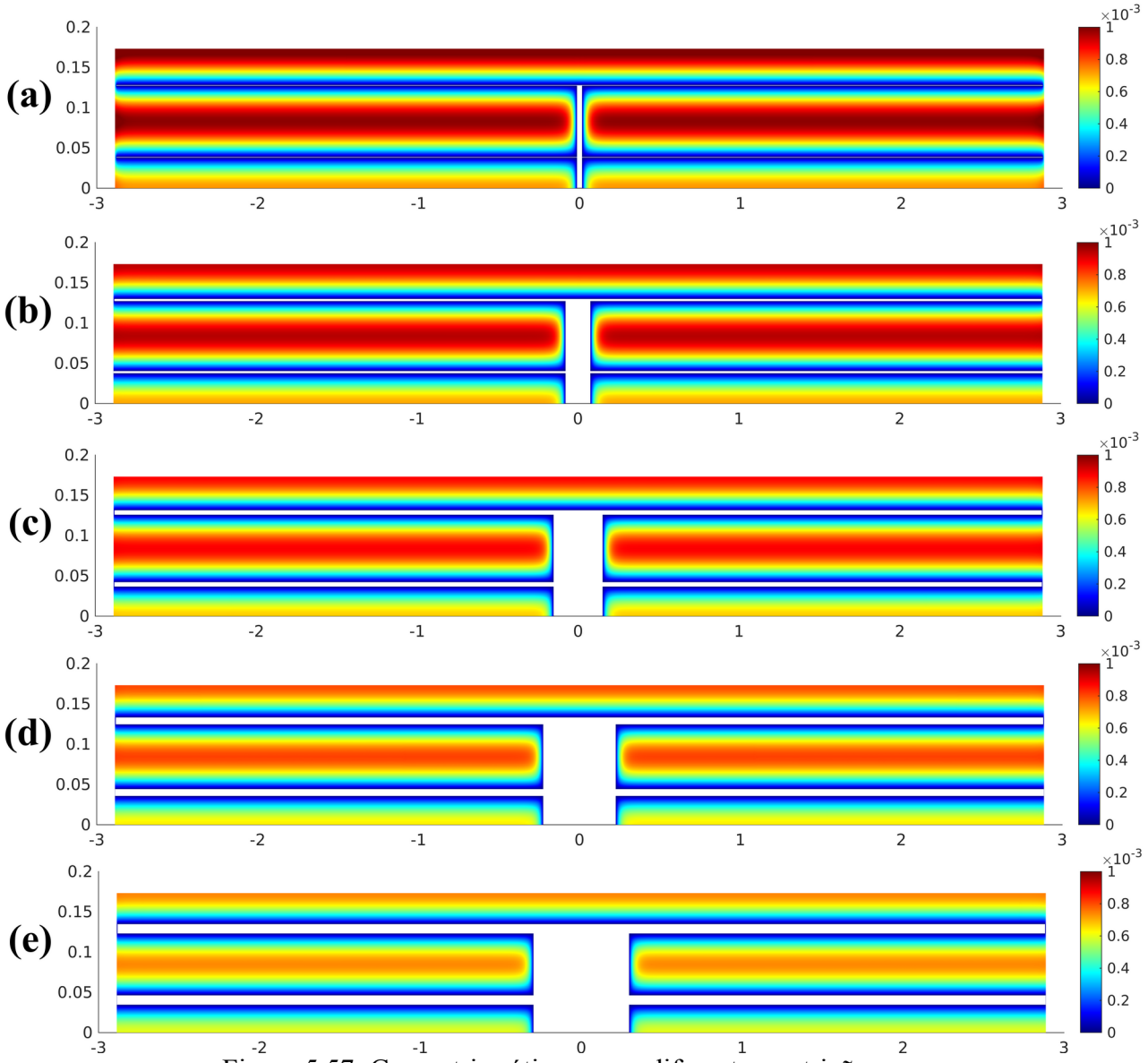


Figura 5.57: Geometrias ótimas para diferentes restrições φ_c:

$(H/L)_o = 0{,}03$; $(S_1/H_0)_{3o} = 0{,}3$; $(\alpha)_{4o} = (\beta)_{5o} = 0^o$

a) $\varphi_c = 0{,}01$; $(H_0/L_0)_{2o} = 4{,}13$; $(H_2/L_2)_{6o} = (H_1/L_1)_{7o} = 0{,}00018$; $(\tilde{\theta}_{max})_{7m} = 10{,}1 \times 10^{-4}$;

b) $\varphi_c = 0{,}05$; $(H_0/L_0)_{2o} = 0{,}84$; $(H_2/L_2)_{6o} = (H_1/L_1)_{7o} = 0{,}0009$; $(\tilde{\theta}_{max})_{7m} = 9{,}4 \times 10^{-4}$;

c) $\varphi_c = 0{,}10$; $(H_0/L_0)_{2o} = 0{,}43$; $(H_2/L_2)_{6o} = (H_1/L_1)_{7o} = 0{,}002$; $(\tilde{\theta}_{max})_{7m} = 8{,}8 \times 10^{-4}$;

d) $\varphi_c = 0{,}15$; $(H_0/L_0)_{2o} = 0{,}29$; $(H_2/L_2)_{6o} = (H_1/L_1)_{7o} = 0{,}003$; $(\tilde{\theta}_{max})_{7m} = 8{,}1 \times 10^{-4}$;

e) $\varphi_c = 0{,}2$; $(H_0/L_0)_{2o} = 0{,}22$; $(H_2/L_2)_{6o} = (H_1/L_1)_{7o} = 0{,}004$; $(\tilde{\theta}_{max})_{7m} = 7{,}4 \times 10^{-4}$;

As geometrias presentes na Figura 5.57 mostram que a distribuição das áreas entre o ramo principal (tronco) e ramo secundário (braços) da cavidade, pode ter limitado a capacidade de resfriamento da geometria ótima. Desta forma, se a distribuição da área da cavidade estiver concentrada nos ramos secundários, o desempenho térmico será melhor para $H/L = 0{,}03$. Portanto, baseado na geometria ótima encontrada para $\varphi_c = 0{,}2$, com os ramos secundários ocupando 60% ($\varphi_1 = \varphi_2 = 0{,}03$) da área da cavidade, foram geradas novas geometrias, de forma empírica, com os braços ocupando 80%, 90% e 95% da área da cavidade. A Figura 5.58 apresenta uma comparação entre as geometrias ótimas de $\varphi_c = 0{,}2$, para diferentes distribuições de áreas entre φ_1 e φ_2. Através da comparação ilustrada pela Fig. 5.58, observa-se que é possível aumentar o desempenho térmico com uma melhor distribuição da restrição de área entre a estrutura da geometria da cavidade.

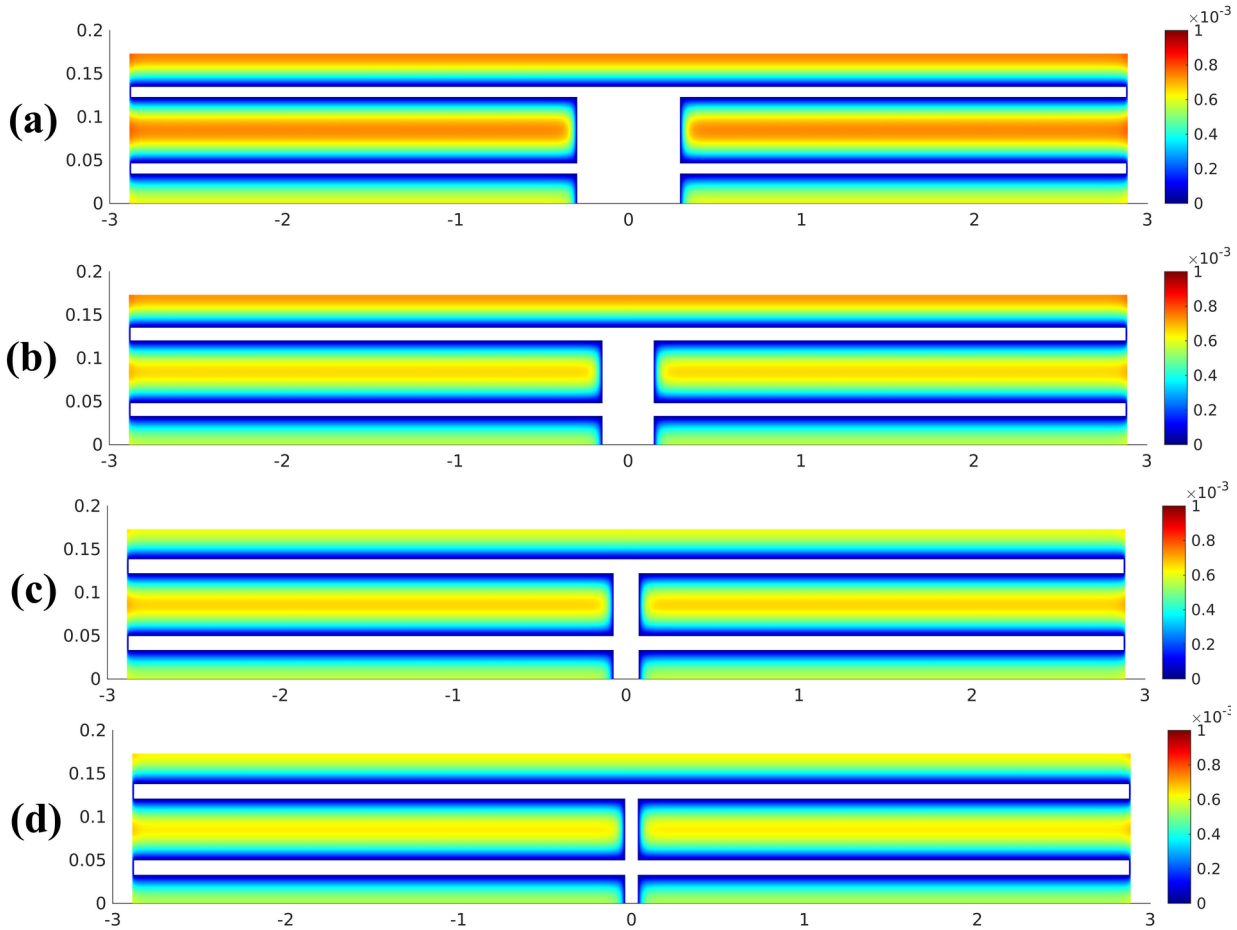


Figura 5.58: Geometrias ótimas para $\varphi_c = 0{,}2$ com diferentes valores de φ_1 e φ_2:

(a) $\varphi_1 = \varphi_2 = 0{,}03$ (60%); $(H_0/L_0)_{2o} = 0{,}22$; $(H_2/L_2)_{6o} = (H_1/L_1)_{7o} = 0{,}0044$; $(\tilde{\theta}_{max})_{7m} = 7{,}4 \times 10^{-4}$;

(b) $\varphi_1 = \varphi_2 = 0{,}04$ (80%); $(H_0/L_0)_{2o} = 0{,}45$; $(H_2/L_2)_{6o} = (H_1/L_1)_{7o} = 0{,}0053$; $(\tilde{\theta}_{max})_{7m} = 7{,}5 \times 10^{-4}$;

(c) $\varphi_1 = \varphi_2 = 0{,}045$ (90%); $(H_0/L_0)_{2o} = 0{,}95$; $(H_2/L_2)_{6o} = (H_1/L_1)_{7o} = 0{,}0057$; $(\tilde{\theta}_{max})_{7m} = 6{,}9 \times 10^{-4}$;

(d) $\varphi_1 = \varphi_2 = 0{,}0475$ (95%); $(H_0/L_0)_{2o} = 1{,}9$; $(H_2/L_2)_{6o} = (H_1/L_1)_{7o} = 0{,}0058$; $(\tilde{\theta}_{max})_{7m} = 6{,}7 \times 10^{-4}$;

5.2.8. Comparações com Cavidades Estudadas na Literatura

A proposta da cavidade em forma de Duplo-Y surge com o objetivo de se investigar o impacto do aumento da complexidade da geometria no desempenho térmico do sistema. Nesse sentido, a Tabela 5.14 apresenta uma comparação dos resultados obtidos para $\tilde{\theta}_{max}$ durante a avaliação geométrica da cavidade Duplo-Y, com aquelas temperaturas registradas por outras cavidades na literatura. As maiores diferenças estão para as primeiras construções, com redução da $\tilde{\theta}_{max}$ de 81% e 74%, respectivamente, para as formas em I e T, (Biserni et al., 2004). Em relação a cavidade em forma de Y, estudada por Lorenzini et al. (2011, 2014b), para $H/L = 1$ e considerando a mesma restrição de área, a inserção de mais dois ramos, representados pela geometria ótima da cavidade Duplo-Y, reduz a máxima temperatura em excesso adimensional em até 70%. Considerando a geometria do sólido definida pela razão $H/L = 1$ e a restrição $\varphi_c = 0{,}1$, a geometria seis vezes ótima da cavidade Duplo-Y é até 29% mais eficiente do que a geometria quatro vezes otimizada da cavidade Duplo-T, encontrada com a meta-heurística de Luus-Jaakola no trabalho de Gonzales et al. (2017), com a redução de $(\tilde{\theta}_{max})_{4m} = 0{,}0258$, para $(\tilde{\theta}_{max})_{6m} = 0{,}0182$. Para a cavidade em forma de H o ganho de desempenho é semelhante ao ganho em comparação a cavidade Duplo-T. Em comparação a geometria ótima da cavidade em forma de X, uma das formas em que a cavidade Duplo-Y assume durante a avaliação da razão H_0/L_0, a redução de $\tilde{\theta}_{max}$ chega a 44%. O desempenho térmico da cavidade apresentada nessa pesquisa é semelhante ao desempenho da cavidade em forma de Ψ, considerando $\varphi_c = 0{,}1$ e $H/L = 1$. Em relação a razão $H/L \neq 1$ a cavidade Duplo-Y também apresenta um valor de $\tilde{\theta}_{max}$ próximo daqueles registrados para as cavidades com geometrias em forma de Y e Duplo-T (Gonzales et al., 2020[1]).

Tabela 5.14. Comparação dos valores de $\tilde{\theta}_{max}$ obtidos neste trabalho com resultados da literatura.

I **Biserni et al. (2004)**	**T** **Biserni et al. (2004)**	**H** **Biserni et al. (2007)**	**Y** **Lorenzini et al. (2011, 2014b)**	**Vários I** **Hajmohammadi et al. (2012)**	**X** **Lorenzini et al. (2014a)**	**Ψ** **Hajmohammadi et al. (2017)**	**Duplo-T** **Gonzales et al. (2017, 2020[1])**	**Duplo-Y**
$\varphi_c = 0{,}1$ e $H/L = 1$								
0,1008	0,0710	0,0245	0,0611	0,0064	0,0330	0,0180	0,0257	0,0182
$\varphi_c = 0{,}1$ e $H/L > 1$								
–	–	–	0,0033x	–	–	–	0,0034[1]	0,0035
$\varphi_c = 0{,}1$ e $H/L < 1$								
–	–	–	–	–	–	–	0,0009[1]	0,0008

1 Trabalho submetido ao *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Apêndice 6.

6. CONCLUSÕES E DESDOBRAMENTOS

6.1. Conclusões

Nesta pesquisa foi realizada a análise da aplicação da Inteligência Computacional associada ao Design Construtal para a otimização geométrica de problemas de transferência de calor. O trabalho abordou um problema de otimização geométrica de uma cavidade isotérmica mantida a uma temperatura mínima prescrita e introduzida em um sólido com geração uniforme e constante de calor. Com as laterais deste sólido em condições adiabáticas, o sentido do fluxo de calor só pode ser em direção à cavidade. O problema foi tratado em regime permanente e o tipo de transferência de calor predominante foi a condução. Portanto, a geometria influenciou diretamente o desempenho térmico do domínio. Para a definição do problema de otimização com a aplicação de restrições e objetivos, assim como, a determinação dos graus de liberdade e o espaço de busca do processo de otimização, foi aplicado o método Design Construtal. O processo de otimização foi guiado pela aplicação da Inteligência Computacional, através de meta-heurísticas de otimização. Neste trabalho foram avaliados os algoritmos de Recozimento Simulado e Evolução Diferencial. O objetivo principal foi avaliar o desempenho das diferentes meta-heurísticas e suas configurações de parâmetros quando aplicadas ao problema de interesse. A contribuição principal está na recomendação do algoritmo mais eficiente entre os estudados, assim como, a melhor configuração de seus parâmetros para a avaliação geométrica em problemas de transferência de calor empregando o método Design Construtal. Um aspecto extremamente importante no método Design Construtal é recomendar a influência do design do problema estudado sobre o indicador de performance do sistema. Dessa forma, é importante que o método de otimização não apenas conduza a alguma configuração ótima global, mas também permita (quando variado algum grau de liberdade) a reprodução adequada do efeito de alguma razão geométrica sobre o indicador de performance avaliado e as outras respectivas configurações geométricas ótimas.

A comparação entre os algoritmos de Recozimento Simulado (RS) e Evolução Diferencial (ED) se deu com diferentes versões de ambos os métodos empregadas na otimização geométrica de quatro graus de liberdade da cavidade Duplo-T. O estudo avaliou quatro versões do algoritmo de ED e cinco do algoritmo RS, todas diferentes entre si em relação à configuração e combinação de parâmetros. Para cada algoritmo foram realizadas trinta execuções, e seus resultados foram registrados para posterior análise através do teste estatístico Kruskal-Wallis, para amostras não paramétricas. A análise estatística através dos testes de Kruskal-Wallis e teste de Dunn indicou

diferenças entre as versões do algoritmo ED, classificando a versão ED1, com o melhor desempenho, em um grupo isolado. Em relação ao algoritmo RS, a versão com o parâmetro de CS *Exponencial* apresentou o pior desempenho, com grande variação entre a melhor e pior geometria. Para as demais versões, entre os dois algoritmos avaliados, ED e RS, as versões ED2, RS_B e RS_C1, não foram observadas diferenças significativas. As melhores versões do algoritmo RS, foram aquelas configuradas com os parâmetros de CS *BoltzExp* (RS_BE) e *ConstExp2* (RS_C2), classificadas em um mesmo grupo segundo os testes estatísticos de Kruskal-Wallis e Dunn. A comparação final entre as melhores versões das duas meta-heurísticas investigadas, indicou que não existem diferenças estatisticamente significativas entre estas versões (ED1, RS_BE e RS_C2). Portanto, para o problema estudado, mantendo-se as mesmas condições e características, para otimização de quatro graus de liberdade da cavidade Duplo-T, estas versões possuem performance similar. Entretanto, não é possível confirmar, se esta similaridade de desempenho se manterá para problemas mais complexos, com maior número de graus de liberdade. Os resultados e as análises realizadas, garantem que estas três versões dos algoritmos ED e RS, foram similares neste problema específico. Mas é possível recomendar estes métodos, em detrimento dos demais, para trabalhos futuros, pois provavelmente para problemas mais complexos as versões ED1, RS_BE e RS_C2, serão melhores do que aquelas que apresentaram desempenho inferior para a otimização de quatro graus de liberdade da cavidade Duplo-T.

Nos estudos anteriores, comparações foram realizadas para identificar aqueles métodos de otimização que conseguiram, com maior confiabilidade, encontrar as geometrias ótimas na otimização de quatro graus de liberdade, quando $H/L = 1$. Os estudos seguintes concentram-se não só na obtenção da geometria ótima, mas também na reprodução do efeito de um grau de liberdade, por exemplo H/L, sobre a geometria ótima e indicador de performance do problema. Neste experimento foram otimizados três e quatro graus de liberdade, para diferentes valores de H_0/L_0 e H/L, respectivamente. A partir da análise dos resultados, as versões do algoritmo RS apresentaram uma performance inferior às versões do algoritmo ED. Entretanto, em uma análise entre as versões do algoritmo RS, os melhores resultados se deram entre aquelas versões configuradas com os parâmetros de CS híbridos, resultados coerentes com os estudos anteriores para busca de uma geometria ótima no caso de $H/L = 1$. Para a reprodução do efeito de H_0/L_0 sobre a geometria três vezes otimizada ($(H_2/L_2)_{o}$, $(H_1/L_1)_{2o}$ e $(S_1/H_0)_{3o}$), os resultados mostram a superioridade das versões do algoritmo ED, principalmente ED1, em reproduzir o efeito de H_0/L_0 sobre a performance térmica. A mesma situação se repetiu para a otimização de quatro graus de liberdade ($(H_0/L_0)_{o}$, $(H_2/L_2)_{2o}$, $(H_1/L_1)_{3o}$ e $(S_1/H_0)_{4o}$) e reprodução do efeito de H/L sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{4m}$. Novamente a versão

ED1 apresentou os melhores resultados, encontrando com maior frequência a geometria ótima, para diferentes valores de H/L. Os resultados também mostraram que a versão ED2 apresentou bom desempenho em reproduzir o efeito sobre os graus de liberdade $(H_1/L_1)_{3o}$ e $(S_1/H_0)_{4o}$. Porém, este mesmo algoritmo, não obteve sucesso na reprodução de H/L sobre $(H_2/L_2)_{2o}$. Tal comportamento influenciou os resultados do algoritmo ED2 na reprodução do efeito de H/L sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{4m}$. As diferentes configurações para os parâmetros de cruzamento ($CR = 0,9$) e fator de amplificação diferencial ($F = 2$), podem explicar as diferenças de desempenho entre as versões ED1 e ED2 do algoritmo ED. Portanto, os parâmetros usados na versão ED2 não representam os valores adequados a serem empregados no problema de interesse. Outro exemplo pode ser observado no desempenho do algoritmo ED3, o qual utiliza os mesmos parâmetros de CR e F usados na versão ED2. Finalmente, é possível concluir, que a versão ED1, com $CR = 0,7$ e $F = 1,5$, do algoritmo ED foi a meta-heurística como o melhor desempenho para o problema da otimização geométrica da cavidade Duplo-T em comparação ao algoritmo RS e as variações analisadas neste estudo.

Considerando os resultados abordados até o momento, e o desempenho superior do algoritmo ED em relação ao algoritmo RS, uma nova análise foi realizada, mas entre as versões do algoritmo ED. Nesta análise, foram observadas variações no número de iterações a ser empregado, através dos parâmetros de tamanho da população (NP) e número de gerações (NG), conforme a Tab. 4.2. Ao analisar os resultados, foi possível observar a influência dos parâmetros de configuração da meta-heurística em relação à eficiência das diferentes versões em encontrar a geometria ótima e a temperatura $(\tilde{\theta}_{max})_{4m}$ em função de H/L. Para o problema de interesse estudado, a análise dos resultados indica que as versões ED1 e ED4 apresentaram um melhor desempenho. Na grande maioria dos casos estudados, estas versões registraram a menor dispersão e a reprodução mais adequada do efeito de H/L sobre o desempenho térmico da cavidade. As configurações de parâmetros em comum entre estas versões ($CR = 0,7$ e $F = 1,5$) são os parâmetros recomendados em relação aos demais observados. Quanto ao número de iterações, a combinação de $NP = 15$ e $G = 10$ se mostrou mais eficiente e eficaz. Contudo, limites de iterações acima de 200 não tiveram impacto significativo nos resultados e conduziriam a um elevado esforço computacional.

Após a definição do algoritmo de Evolução Diferencial como a melhor meta-heurística, entre aquelas avaliadas, a pesquisa propôs e avaliou uma nova cavidade com geometria complexa. A cavidade proposta, em forma de Duplo-Y, possui a modelagem matemática semelhante à cavidade Duplo-T, porém com o diferencial de mais dois graus de liberdade, ângulos α e β. Os novos graus de liberdade representam a inclinação dos ramos secundários da cavidade (braços).

Para a otimização da nova cavidade complexa os métodos de Busca Exaustiva (BE) e Evolução Diferencial (ED) foram empregados. Inicialmente, para poucos graus de liberdade, o método BE é aplicado no processo de otimização e seus resultados são utilizados para comparação e validação dos resultados do algoritmo ED. Desta forma, é possível ajustar os parâmetros do algoritmo ED e melhorar a performance do método em alcançar as geometrias ótimas. Para a otimização da cavidade Duplo-Y, novos parâmetros do algoritmo ED foram avaliados, a fim de melhorar o desempenho do método quando aplicado ao problema de interesse. Dois novos operadores de mutação foram investigados, nomeados de *best/1/bin* e *current-to-best/1/bin*. Também foram investigados novos valores para os parâmetros de taxa de cruzamento (*CR*) e fator de amplificação (*F*) em comparação com aqueles valores estudados para a cavidade Duplo-T. Dezesseis versões do algoritmo de ED, de acordo com a Tab. 4.3, foram aplicados aos processos de otimização de um e dois graus de liberdade. A metodologia de avaliação das versões do algoritmo ED compreendeu a comparação dos resultados com o método de BE e a utilização de ferramentas estatísticas, como o método de Kruskal-Wallis, para a classificação e comparação de desempenho entre as versões estudadas. Os resultados apontaram como os melhores parâmetros, entre aqueles investigados, a taxa de cruzamento $CR = 0.9$, o fator de amplificação $F = 1$ e os operadores de mutação *rand/1/bin*, *best/1/bin* e *best/2/bin*. Estes parâmetros apresentaram um desempenho melhor do que aqueles empregados na cavidade Duplo-T ($CR = 0{,}7$ e $F = 1{,}5$). Portanto, para a investigação dos demais graus de liberdade a pesquisa empregou três versões do algoritmo ED, nomeadas de ED1, ED2 e ED3.

A partir da otimização dos três graus de liberdade em diante, observa-se a necessidade de ajuste dos parâmetros de tamanho da população (*NP*) e quantidade de gerações (*NG*), de acordo com a dimensão do problema. Para o ajuste de *NP* e *NG*, medidas estatísticas de média e desvio padrão foram utilizadas para a escolha da melhor configuração, assim como, a melhor versão do algoritmo ED a ser empregada na avaliação de todo o espaço de busca do grau de liberdade de interesse. A metodologia aplicada na otimização dos três graus de liberdade até a otimização completa da cavidade Duplo-Y, se mostrou válida e recomendável para a adequação dos parâmetros *NP* e *NG*, assim como, a reprodução do efeito de um grau de liberdade sobre o indicador de performance térmica e demais graus de liberdade.

Quanto a análise pelo método Design Construtal da cavidade Duplo-Y, foi possível identificar a influência dos ângulos dos braços da geometria para a redução da máxima temperatura em excesso adimensional três vezes minimizada. As recomendações para o emprego das razões

mínimas dos braços da geometria, baseadas nos estudos da cavidade Duplo-T, se mostraram válidas para a investigação de três e quatro graus de liberdade da cavidade Duplo-Y. Com os braços da geometria se estendendo até o limite do sólido, com os valores mínimos de H_1/L_1 e H_2/L_2, os ângulos α e β, foram fundamentais na distribuição das regiões de altas temperatura no domínio computacional. As etapas de investigação dos graus de liberdade H_1/L_1 e H_2/L_2, quinto e sexto nível de otimização, confirmaram a geometria ótima para os valores mínimos das razões H_1/L_1 e H_2/L_2, validando as recomendações de geometrias dos estudos da cavidade Duplo-T. Para $H/L = 1$ e φ_c= 0,1, a cavidade Duplo-Y obteve um ganho de desempenho térmico entre 70% a 80% em relação as formas I, T, e Y. Em relação as cavidades H e Duplo-T, o ganho foi de aproximadamente 29%. O desempenho térmico da cavidade Duplo-Y é semelhante ao desempenho da cavidade Ψ, para H/L = 1 e φ_c= 0,1. Os resultados corroboram com a conclusão de que o aumento da complexidade geométrica contribui para a melhoria da performance térmica para o domínio computacional retangular com $H/L = 1$. No entanto, para valores extremos de $H/L << 1{,}0$ e $H/L >> 1{,}0$, as geometrias ótimas tendem a configurações geométricas simples, como a forma Duplo-T, para H/L = 0,03, e forma de I, para $H/L = 30$. A variação da restrição de área φ_c da cavidade Duplo-Y apresentou pouca influência na diminuição da resistência térmica. Também foi possível observar que, para as razões extremas de $H/L > 1$, em diferentes restrições φ_c avaliadas, a geometria ótima de alguns graus de liberdade, como α e β, apresentaram uma grande varição sem mudança significativa na curva de efeito de H/L sobre $(\tilde{\theta}_{max})_{7m}$. Essa característica evidencia a existência de mais de uma solução para $(\alpha)_{3o}$ e $(\beta)_{4o}$., visto que para estes casos de $H/L >> 1$, $(\tilde{\theta}_{max})_{7m}$ apresenta pouquíssima sensibilidade à variação dos ângulos α e β.

As principais contribuições desta pesquisa estão na avaliação de uma nova geometria complexa para a literatura da área de estudos de cavidades resfriadoras, assim como, a proposta de uma metodologia de aplicação e ajuste de meta-heurísticas em associação com o Design Construtal para otimização e avaliação geométrica em problemas de transferência de calor. O trabalho contribui com as recomendações para os parâmetros do algoritmo de Evolução Diferencial, dentro daqueles investigados, mas também propõem uma metodologia de avaliação e seleção destes parâmetros através de ferramentas estatísticas de análises não-paramétricas, como o teste de Kruskal-Wallis. A avaliação geométrica da cavidade Duplo-Y contribui com uma nova geometria complexa agregando novas recomendações geométricas, obtidas a partir da metodologia proposta para a melhoria do desempenho térmico de cavidades isotérmicas no âmbito de estudos de cavidades resfriadoras.

6.2. Propostas de Continuidade

Como continuidade dos estudos, pretende-se avaliar parâmetros de convecção aplicados às cavidades em forma de Duplo-T e Duplo-Y usando as metodologias de Inteligência Computacional avaliadas nesta Tese. O processo de otimização geométrica seria conduzido de acordo com as recomendações de configuração dos parâmetros das meta-heurísticas que obtiveram o melhor desempenho na avaliação das cavidades isotérmicas. Na literatura recente, efeitos convectivos foram abordados pelos trabalhos de Razera et al. (2018), Lorenzini et al. (2014c) e Estrada (2016). Os resultados das investigações sobre a influência do parâmetro de convecção sobre a geometria ótima, assim como, o desempenho das cavidades Duplo-T e Duplo-Y, poderiam ser comparados aos resultados da literatura recente para a cavidade convectiva em forma de Y (Lorenzini et al., 2014c).

Outra proposta de estudos seria a avaliação de uma nova geometria complexa, assim como, a investigação de novas heurísticas, ou hibridizações entre aquelas já investigadas, que aperfeiçoem a combinação da metodologia de Design Construtal e soluções de Inteligência Computacional para avaliação geométrica em problemas transferência de calor. Nesse sentido, a nova geometria proposta para a continuidade dos estudos possui uma configuração semelhante à cavidade Duplo-Y, diferenciando-se pelo número de braços como parâmetro geométrico do problema. A motivação para o estudo desta geometria mais complexa é a busca por uma geometria que consiga melhorar ainda mais a eficiência térmica do problema. Pois, para o problema de interesse, mantendo-se as mesmas condições de contorno dos problemas abordados na Tese, quanto mais a geometria conseguir adentrar ao domínio e distribuir as imperfeições do sistema, melhor será o seu desempenho.

A Figura 6.1 apresenta a geometria da nova cavidade complexa proposta, que representa uma generalização das cavidades Duplo-T e Duplo-Y. Ambas as geometrias estudadas nesta Tese, seriam casos específicos da cavidade nomeada aqui de *Tree*-Y. Portanto, a modelagem dos graus de liberdade e restrições seria baseada na modelagem das cavidades Duplo-T e Duplo-Y. A geometria é formada pelas variáveis principais H, L, H_0 e L_0, geometria do sólido e do ramo principal da cavidade, respectivamente. A cavidade é composta ainda por um conjunto de variáveis que definem os ramos secundários, ou braços, H_n, L_n, S_n e $\alpha_{n,}$, que dependem do número total de braços da cavidade (n). No entanto, poderiam ser consideradas novas ramificações em cada braço da geometria, tendo aquele braço como ramo principal, e assim por diante, de forma recursiva, denotando a estrutura de uma árvore.

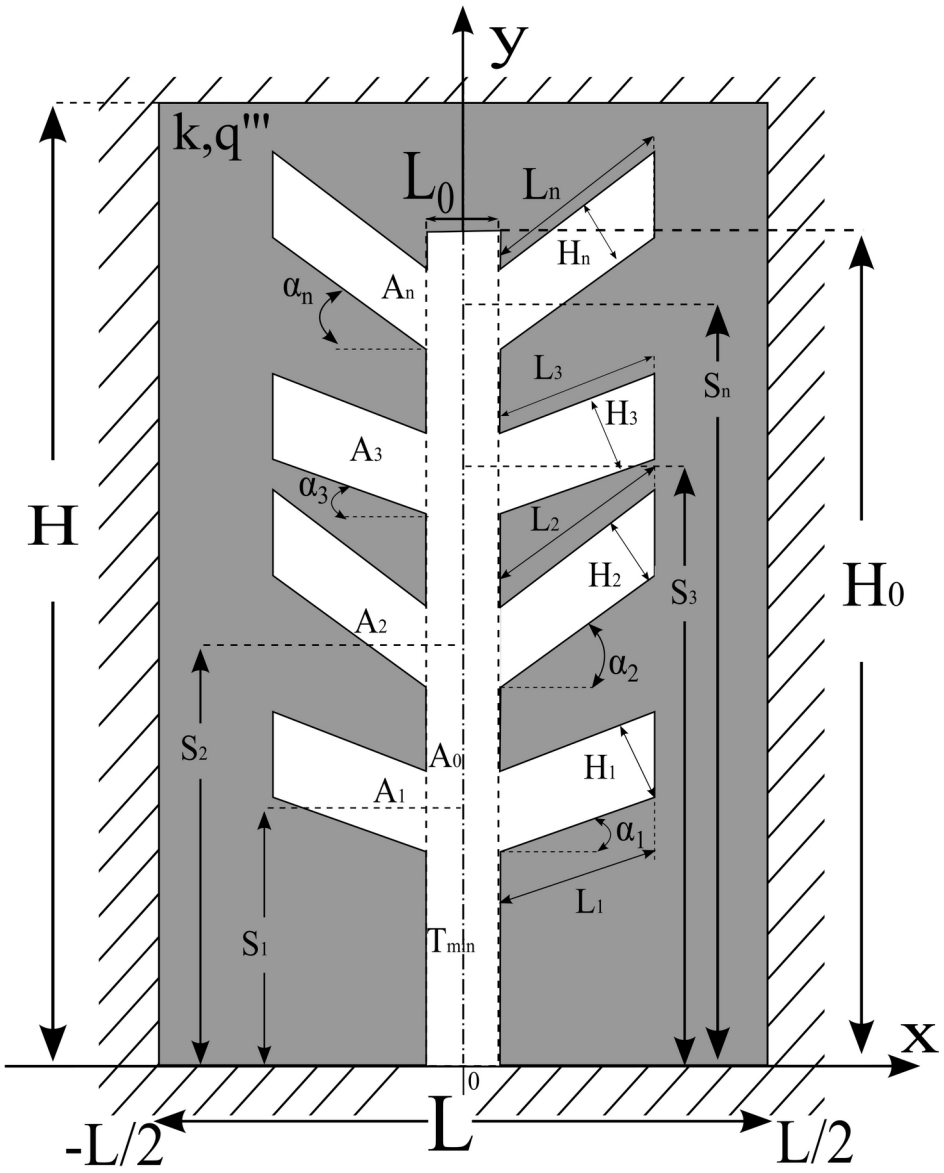


Figura 6.1: Domínio computacional da cavidade *Tree*-Y.

Formas semelhantes já foram estudadas na literatura, como o trabalho de Hajmohammadi et al. (2018), porém sem a adição dos ângulos (α_n). Nesse artigo, o autor investigou a influência do número de braços (N), assim como, a distribuição da restrição de área entre os ramos da geometria em forma de árvore, ou *Tree-Shaped*. Na literatura recente, Estrada et al. (2020), analisou a inserção de novas cavidades em um domínio computacional circular. Os resultados de ambos os estudos mostram que o aumento da complexidade da geometria melhorou o desempenho térmico do sistema. O conjunto dos graus de liberdade (*GL*) poderia ser definido de acordo com a matriz representada pela equação a seguir:

$$GL \in \left[H/L, H_0/L_0, \left\{ \begin{matrix} H_1/L_1 & S_1/H_0 & \alpha_1 \\ H_2/L_2 & S_2/H_0 & \alpha_2 \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ H_n/L_n & S_n/H_0 & \alpha_n \end{matrix} \right\} \right] \tag{6.1}$$

A nova geometria complexa proposta tem potencial de novas contribuições para o estado da arte nos estudos de cavidades resfriadoras, ou até mesmo para estudo de caminhos de alta condutibilidade térmica, se tratar o problema como um material e não uma cavidade. Para o campo de cavidades resfriadoras, a contribuição estaria na comparação dos resultados da nova cavidade, que se diferencia pela inserção de ângulos, com aqueles estudados para o formato de árvore por Hajmohammadi et al. (2018). Em relação ao estudo de meta-heurística, novas soluções poderiam ser investigadas envolvendo estratégias de hibridização ou em computação paralela.

7. Referências

BEJAN, A. Constructal-theory Network of Conducting Path for Cooling a Heat Generating Volume. **Int. J. Heat Mass Transfer**, v. 40, p. 799–816, 1997.

BEJAN, A.; LORENTE, S. **Design with Constructal Theory**. New Jersey: Wiley, 2008.

BEJAN, A.; ZANE, J. **Design in Nature: How the Constructal Law Governs Evolution in Biology**. 1º ed. New York: Doubleday, 2012.

BISERNI, C.; ROCHA, L. A. O.; BEJAN, A. Inverted fins: Geometric optimization of the intrusion into a conducting wall. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 47, n. 12–13, p. 2577–2586, 2004.

BISERNI, C; ROCHA, L. A. O.; STANESCU, G.; LORENZINI, E. Constructal H-shaped cavities according to Bejan's theory. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 50, n. 11–12, p. 2132–2138, 2007.

BISERNI, C.; DALPIAZ, F. L.; FAGUNDES, T. M.; ROCHA, L. A. O. Constructal design of T-shaped morphing fins coupled with a trapezoidal basement: A numerical investigation by means of exhaustive search and genetic algorithm. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 109, p. 73–81, 2017.

CHAKRABORTY, U. K. **Advances in Differential Evolution**. St. Louis: Springer Berlin Heidelberg, 2008.

DOS SANTOS, E. D.; ISOLDI, L. A.; GOMES, M. N.; ROCHA, L. A. O. The constructal design applied to renewable energy systems. In: E. Rincón-Mejía; A. de Las Heras (Orgs.); **Sustainable Energy Technologies**. first ed. ed., p.63–87, 2017.

DINNO, A. dunn.test: Dunn's Test of Multiple Comparisons Using Rank Sums. **R package,** version 1.3.5. Disponível em: <https://CRAN.R-project.org/package=dunn.test>. Acesso em: 3/1/2019.

DUNN, O. J. Multiple Comparisons Using Rank Sums. ***Technometrics***, *6*(3), 241–252, 1964.

ESTRADA, E. S. D.; **Otimização geométrica de cavidades e caminhos de alta condutividade empregando design construtal e algoritmos genéticos.** 2016, 139 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2016.

ESTRADA, E. S. D.; BARRETO, E. X.; ISOLDI, L. A.; DOS SANTOS, E. D.; LORENTE, S; ROCHA, L. A. O. Constructal design of tree shaped cavities inserted into a cylindrical body with heat generation. **International Journal of Thermal Sciences**, v. 152, p. 106342-106352, 2020.

FAGUNDES, T. M., LORENZINI, G., ESTRADA, E. DA S. D., ISOLDI, L. A., DOS SANTOS, E. D., ROCHA, L. A. O., SILVA NETO, A. J. Constructal Design of Conductive Asymmetric Tri-Forked Pathways. ***Journal of Engineering Thermophysics***, v. 28,n. 1, p. 26–42., 2019.

FENG, H.; CHEN, L.; XIA, S. Constructal design for disc-shaped heat exchanger with maximum thermal efficiency. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 130, p. 740–746, 2019.

FEOKTISTOV, V. **Differential Evolution In Search of Solutions**. 1º ed. New York, 2006.

GONZALES, G. V.; ESTRADA, E. DA S. D.; EMMENDORFER, L. R.; et al. A comparison of simulated annealing schedules for constructal design of complex cavities intruded into conductive walls with internal heat generation. **Energy**, v. 93, p. 372–382, 2015a.

GONZALES, G. .V; DOS SANTOS, E. D.; ISOLDI, L. A.; ESTRADA, E. DA S. D.; ROCHA, L. A. O. Constructal design of isothermal double-T shaped cavity by means of Simulated Annealing. **Proceedings of the XXXVI Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering - CILAMCE2015**. Rio de Janeiro, Brazil, 2015b.

GONZALES, G. V.; DOS SANTOS, E. D.; ISOLDI, L. A.; ROCHA, L. A. O.; SILVA NETO, A. J.; TELLES, W. R. Constructal design of double-T shaped cavity with stochastic methods Luus-Jaakola and Simulated Annealing. **Defect and Diffusion Forum**, v. 370,p. 152-161, 2017.

GONZALES, G. V., LORENZINI, G.; ISOLDI, L. A.; ROCHA, L. A. O.; DOS SANDOS, E. D.; SILVA NETO, A. J. Constructal Design and Simulated Annealing Applied to the Geometric Optimization of an Isothermal Double T-shaped Cavity. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, 2020[2].

HAJMOHAMMADI, M. R.; POOZESH, S.; CAMPO, A.; NOURAZAR, S. S. Valuable reconsideration in the constructal design of cavities. **Energy Conversion and Management**, v. 66, p. 33–40, 2012.

HAJMOHAMMADI, M. R. Introducing a ψ-shaped cavity for cooling a heat generating medium. **International Journal of Thermal Sciences**, v. 121, p. 204–212, 2017

HAJMOHAMMADI, M. R. Optimal design of tree-shaped inverted fins. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 116, p. 1352–1360, 2018.

HINES, W. W; MONTGOMERY, D. C., GOLDSMAN, D. M, BORROR, C. M. Tradução: V. R. LIMA, **Probabilidade e Estatística na Engenharia**. Ed. 4, Rio de Janeiro, LTC, 2006.

IEEE. What is Computational Intelligence? - IEEE Computational Intelligence Society. Disponível em: <https://cis.ieee.org/about/what-is-ci>. Acesso em: 3/1/2019.

KE-LIN DU; SWAMY, M. N. S. **Search and Optimization by Metaheuristics Techniques and Algorithms Inspired by Nature**. Switzerland, 2016.

KIRKPATRICK, S.; GELATT, C. D.; VECCHI, M. P. Optimization by simulated annealing. **Science**, 1983.

KRUSKAL, W. H.; WALLIS, W. A. Use of ranks in one-criterion variance analysis stable. **Journal of the Americam Statistical Association**, v. 47, n. 260, p. 583–621, 1952.

LORENZINI, G.; BISERNI, C.; ISOLDI, L. A.; DOS SANTOS, E. D.; ROCHA, L. A. O. Constructal Design Applied to the Geometric Optimization of Y-shaped Cavities Embedded in a Conducting Medium. **Journal of Electronic Packaging**, v. 133, n. 4, p. 041008, 2011.

2 Trabalho submetido ao *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Apêndice 6.

LORENZINI, G.; GARCIA, F. L.; DOS SANTOS, E. D.; BISERNI, C.; ROCHA, L. A. O. Constructal design applied to the optimization of complex geometries: T-Y-shaped cavities with two additional lateral intrusions cooled by convection. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 55, n. 5–6, p. 1505–1512, 2012.

LORENZINI, G.; BISERNI, C.; LINK, F. B.; et al. Constructal design of T-shaped cavity for several convective fluxes imposed at the cavity surfaces. **Journal of Engineering Thermophysics**, v. 22, n. 4, p. 309–321, 2013.

LORENZINI, G.; BISERNI, C.; ROCHA, L. A. O. Geometric optimization of X-shaped cavities and pathways according to Bejan's Theory: Comparative analysis. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 73, p. 1–8, 2014a.

LORENZINI, G.; BISERNI, C.; DA SILVA DIAZ ESTRADA, E.; DOS SANTOS, E. D.; ISOLDI, L. A.; ROCHA, L. A. O. Genetic Algorithm Applied to Geometric Optimization of Isothermal Y-Shaped Cavities. **Journal of Electronic Packaging**, v. 136, n. 3, p. 031011, 2014b.

LORENZINI, G; BISERNI, C.; ESTRADA, E. D.; ISOLDI, L. A.; DOS SANTOS, E. D.; ROCHA, L. A. O. Constructal design of convective Y-shaped cavities by means of Genetic Algorithm. **Journal of Heat Transfer**, v. 136, n. 7, p. 71702, 2014c.

LORENZINI, G.; DA SILVA DIAZ ESTRADA, E.; DOS SANTOS, E. D.; ISOLDI, L. A.; ROCHA, L. A. O. Constructal design of convective cavities inserted into a cylindrical solid body for cooling. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 83, p. 75–83, 2015.

MALLEY-ERNEWEIN, A.; LORENTE, S. Constructal design of thermochemical energy storage. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 130, p. 1299–1306, 2019.

MARDANPOUR, P.; IZADPANAHI, E.; RASTKAR, S.; LORENTE, S.; BEJAN, A. Constructal Design of Aircraft: Flow of Stresses and Aeroelastic Stability. **AIAA Journal**, p. 1–13, 2018.

MARTINS, J. C.; GOULART, M. M.; GOMES, M. DAS N.; et al. Geometric evaluation of the main operational principle of an overtopping wave energy converter by means of Constructal Design. **Renewable Energy**, v. 118, p. 727–741, 2018.

MATLAB, U. G.; INC., T. M. **Partial Differential Equation Toolbox™ User's Guide R2018b**. Natick, 2018.

METROPOLIS, N.; ROSENBLUTH, A. W.; ROSENBLUTH, M. N.; TELLER, A. H.; TELLER, E. Equation of state calculations by fast computing machines. **The Journal of Chemical Physics**, v. 21, n. 6, p. 1087–1092, 1953.

MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C. **Applied Statistics and Probability for Engineers**. 3rd. ed. New York: John Wiley & Sons, Inc., 2003.

PIOTROWSKI, A. P. Review of Differential Evolution population size. **Swarm and Evolutionary Computation**, v. 32,p. 1–24, 2017.

PLATT, G. M.; LIMA, L. V. P. D. C. Azeotropy in a refrigerant system: a useful scenario to test and compare metaheuristics. **International Journal of Metaheuristics**, v. 7, n. 1, p. 43, 2018.

R CORE TEAM. R: **A language and environment for statistical computing**. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. Disponível em < https://www.R-project.org/>. Acesso em: 1/11/2020.

RAZERA, A. L.; DA FONSECA, R. J. C.; ISOLDI, L. A.; DOS SANTOS, E. D.; ROCHA, L. A. O. Constructal design of a semi-elliptical fin inserted in a lid-driven square cavity with mixed convection. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 126, p. 81–94, 2018.

REDDY, J. N.; GARTLING, D. K. **The Finite Element Method in Heat Transfer and Fluid Dynamics**. New York: McGrawHill, 1994.

ROCHA, L. A. O.; LORENZINI, E.; BISERNI, C. Geometric optimization of shapes on the basis of Bejan's Constructal theory. **International Communications in Heat and Mass Transfer**, v. 32, n. 10, p. 1281–1288, 2005.

ROYSTON, J. P. An Extension of Shapiro and Wilk's W Test for Normality to Large Samples. **Applied Statistics**, v. 31, n. 2, p. 115, 1982.

SHAPIRO, A. S. S.; WILK, M. B. An Analysis of Variance Test for Normality (Complete Samples). **Biometrika Trust**, v. 52, n. 3/4, p. 591–611, 1965.

SIEGEL, S., **Nonparametric Statistics: For the Behavioral Science**, McGraw-Hill Series in Psychology, McGraw-Hill Book Company, INC., New York, 1956.

SILVA NETO, A. J.; BECCENERI, J. C.; DE CAMPOS VELHO, H. F. **Inteligência Computacional Aplicada a Problemas Inversos em Transferência Radiativa**. Rio de Janeiro, Brazil: EdUERJ, 2016.

STORN, R.; PRICE, K. Differential Evolution - A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces. **Journal of Global Optimization**, v. 11, n. 4, p. 341–359, 1997.

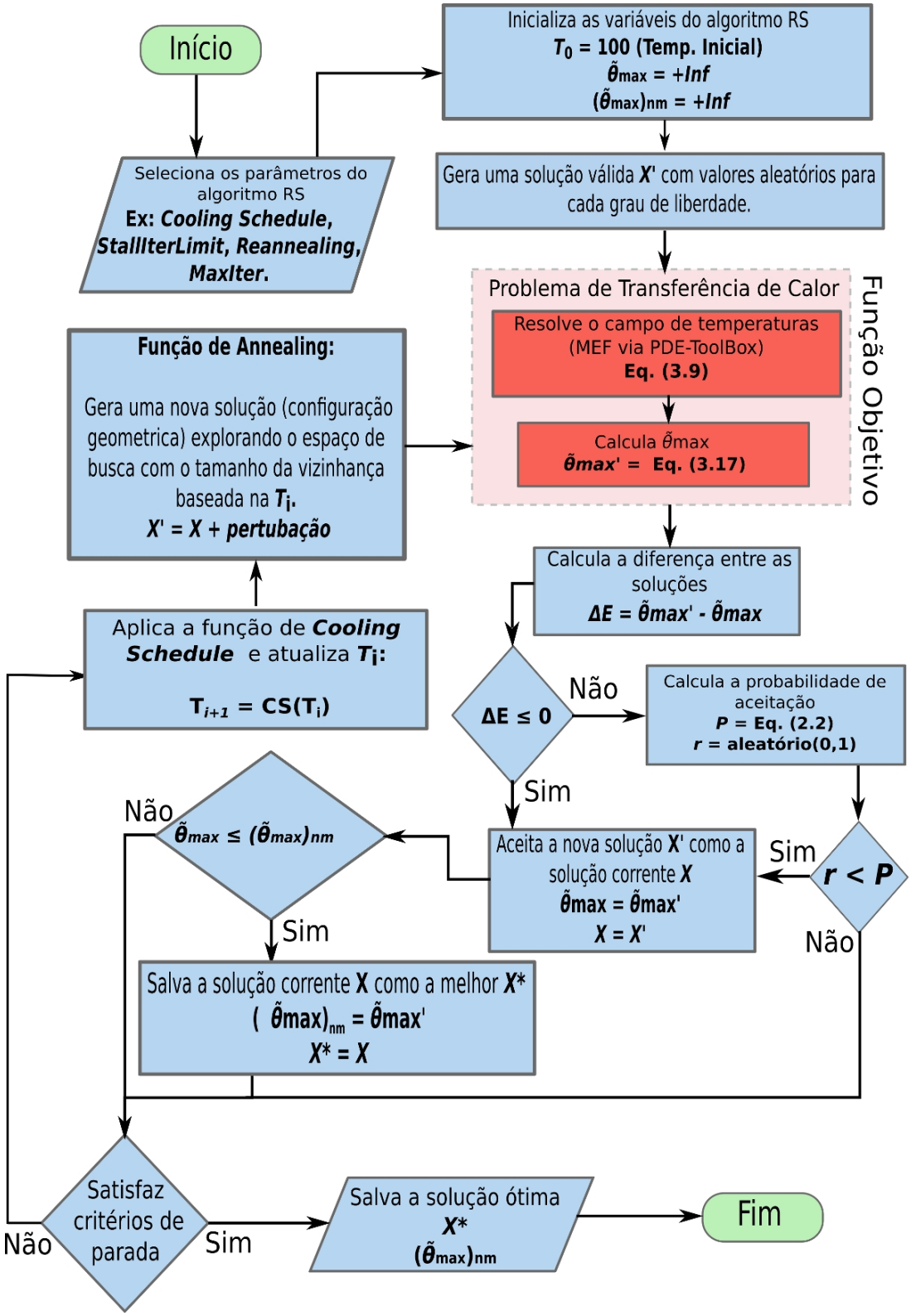
WOLPERT, D. H.; MACREADY, W. G. No Free Lunch Theorems for Optimization. **IEEE Transactions on Evolutionary Computation**, v. 1, n. 1, p. 67–82, 1997.

XIE, Z. H.; CHEN, L. G.; SUN, F. R. Constructal optimization on T-shaped cavity based on entransy dissipation minimization. **Chinese Science Bulletin**, v. 54, n. 23, p. 4418–4427, 2009.

XIE, Z.; CHEN, L.; SUN, F. Geometry optimization of T-shaped cavities according to constructal theory. **Mathematical and Computer Modelling**, v. 52, n. 9–10, p. 1538–1546, 2010.

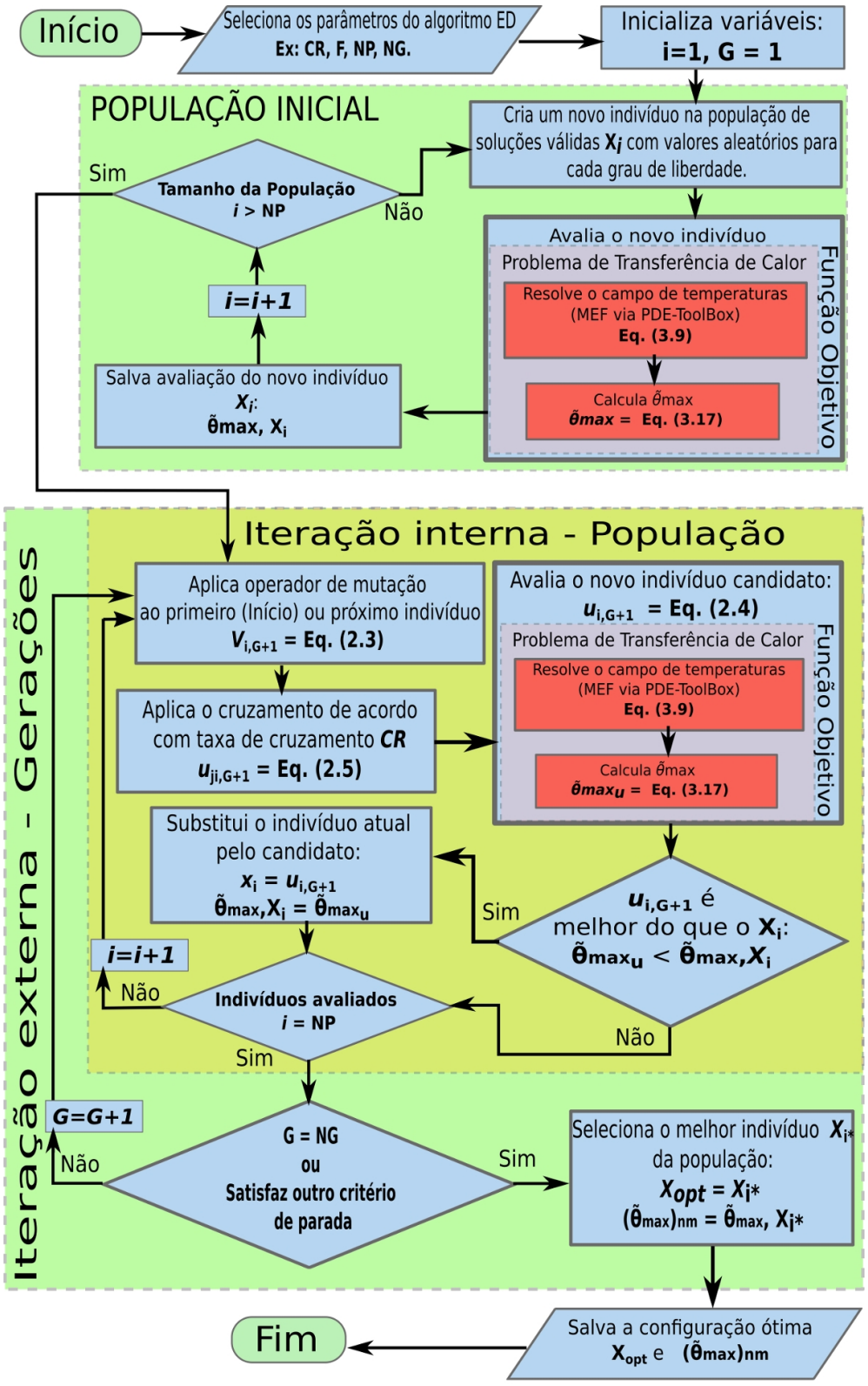
APÊNDICE 1 – FLUXOGRAMA DO ALGORITMO DE RECOZIMENTO SIMULADO

Fluxograma da aplicação do algoritmo de Recozimento Simulado ao problema de otimização geométrica.

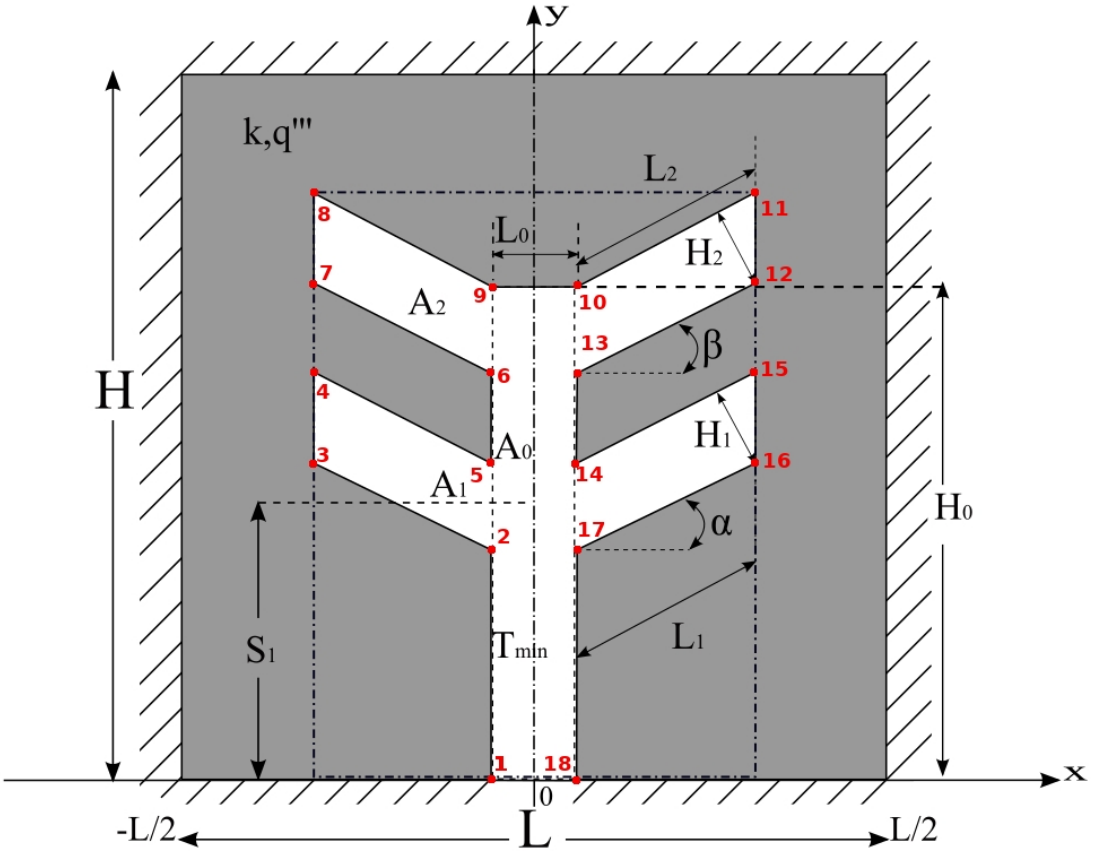


APÊNDICE 2 – FLUXOGRAMA DO ALGORITMO DE EVOLUÇÃO DIFERENCIAL

Fluxograma da aplicação do algoritmo de Evolução Diferencial ao problema de otimização geométrica.



APÊNDICE 3 – EQUAÇÕES PARA A GEOMETRIA DA CAVIDADE DUPLO-Y



Equações dos Pontos do Polígono:

P	Y	X
p1:	y1 = 0;	x1 = -L0/2
p2:	y2 = S1-(H1/sen(90-α))/2;	x2 = x1
p3:	y3 = L1senα+ y2	x3 = -(cosαL1+L0/2)
p4:	y4 = S1+H1/sen(90-α)/2+ L1senα	x4 = x3
p5:	y5 = S1+H1/sen(90-α)/2	x5 = x1
p6:	y6 = H0 – H2/sen(90-β)	x6 = x1
p7:	y7 = H0+L2senβ – H2/sen(90-β)	x7 = -(cosβL2+L0/2)
p8:	y8 = H0+L2senβ	x8 = x7
p9:	y9 = H0	x9 = x1
p10:	y10 = H0	x10 = L0/2
p11:	y11 = y8	x11 = -x7
p12:	y12 = y7	x12 = x11
p13:	y13 = y6	x13 = x10
p14:	y14 = y5	x14 = x10
p15:	y15 = y4	x15 = -x3
p16:	y16 = y3	x16 = x15
p17:	y17 = y2	x17 = x10
p18:	y18 = y1	x18 = x10

APÊNDICE 4 – CÓDIGO DA FUNÇÃO OBJETIVO

Implementação da Função Objetivo com o PDE-ToolBox do ambiente MATLAB®.

Código para Resolução do Campo de Temperaturas da Cavidade Duplo-Y

```
%%Função Objetivo da Cavidade Duplo-Y
%% H = Altura do Sólido
%% L = Largura do Sólido
%% h0 = Altura do ramo principal
%% l0 = Largura do ramo principal
%% ....
%% a = ângulo alfa
%% b = ângulo beta
%% nr = tamanho do elemento triangular do MEF

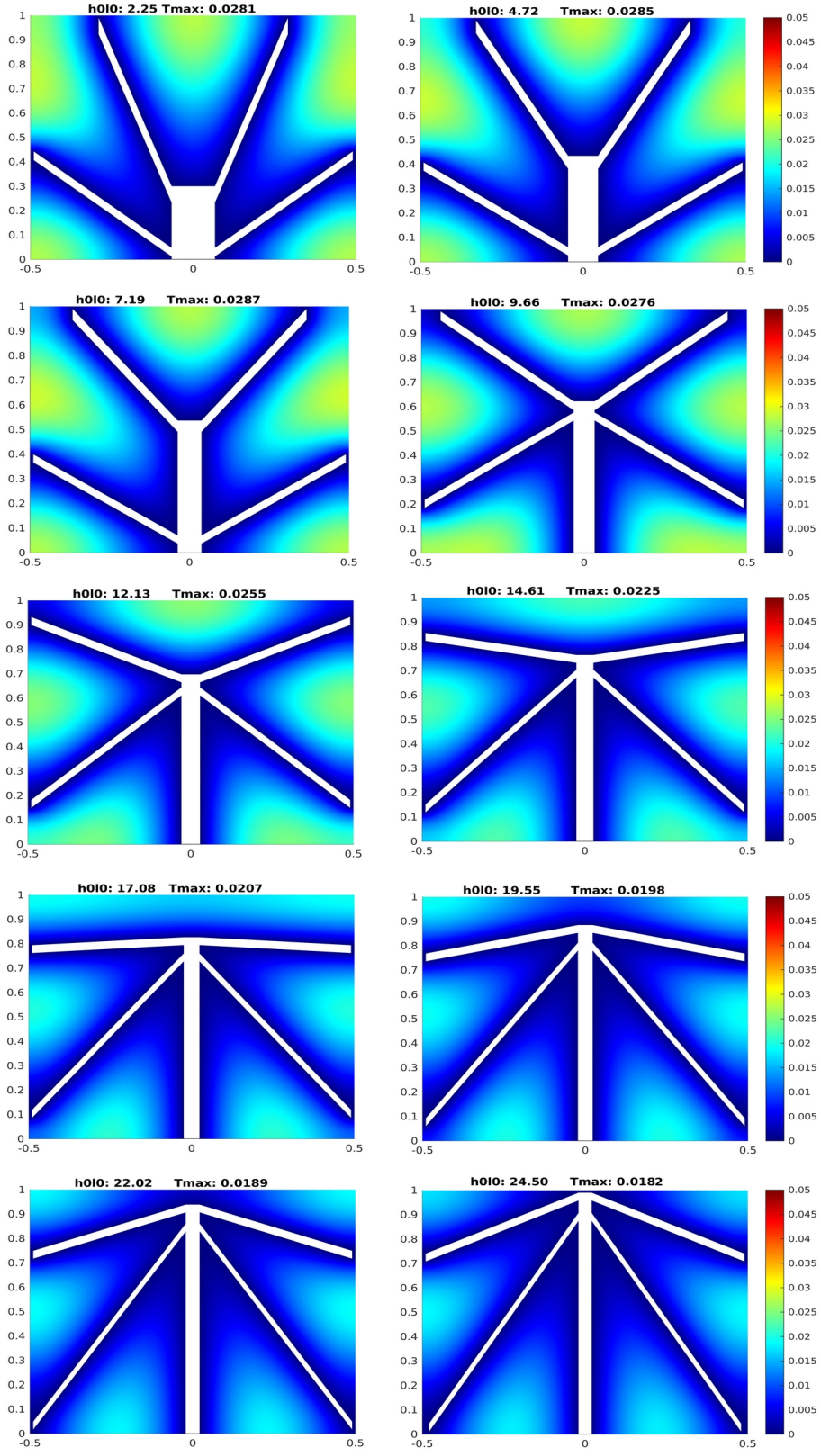
function [tmax] = pde_cav_2y(H,L,h0,l0,s1,h1,l1,h2,l2,a,b,nr)
warning ('off','all');
    model = createpde();
    %Geometria:
    %coordenadas de cada ponto (18 pontos) Desenho horário cavidade y
    x1 = -l0/2; y1 = 0;
    x2 = x1; y2 = s1-(h1/sind(90-a))/2;
    x3 = -(cosd(a)*l1+l0/2); y3 = l1*sind(a)+y2;
    x4 = x3; y4 = y3+h1/sind(90-a);
    x5 = x1; y5 = y2+h1/sind(90-a);
    x6 = x1; y6 = h0 - h2/sind(90-b);
    x7 = -(cosd(b)*l2+l0/2); y7 = (h0+l2*sind(b))- h2/sind(90-b);
    x8 = x7; y8 = h0+l2*sind(b);
    x9 = x1; y9 = h0;  x10 = -x1; y10 = h0; x11 = -x8; y11 = y8; x12 = x11;
    y12 = y7; x13 = x10; y13 = y6; x14 = x10; y14 = y5; x15 = -x3; y15 = y4;
    x16 = x15; y16 = y3; x17 = x10; y17 = y2;  x18 = x10; y18 = 0;
    %coordenadas do sólido
    xr1 = -L/2; yr1 = 0; xr2 = xr1; yr2 = H; xr3 = L/2; yr3 = yr2;
    xr4 = xr3; yr4 = 0;
    P1 = [2 4 xr1 xr2 xr3 xr4, yr1 yr2 yr3 yr4 ]';
   P2 = [2 18 x1 x2 x3 x4 x5 x6 x7 x8 x9 x10 x11 x12 x13 x14 x15 x16 x17 x18,...
    y1 y2 y3 y4 y5 y6 y7 y8 y9 y10 y11 y12 y13 y14 y15 y16 y17 y18]';
    %geometria válida
    px = [x1 x2 x3 x4 x5 x6 x7 x8 x9 x10 x11 x12 x13 x14 x15 x16 x17 x18 xr1 xr2
xr3 xr4]';
    py = [y1 y2 y3 y4 y5 y6 y7 y8 y9 y10 y11 y12 y13 y14 y15 y16 y17 y18 yr1 yr2
yr3 yr4]';
    polysh = [px py];
    regions = polyshape(polysh).NumRegions;
    P1 = [P1;zeros(length(P2)-length(P1),1)];
    gstat = csgchk([P2,P1],L/2,H);
```

```
40.   [gstat regions]
41.   if sum([gstat regions]==1) <= 3
42.       ns = (char('P2','P1'))';
43.       sf = 'P1-P2';
44.       g = decsg([P2,P1],sf,ns);
45.   else
46.       errormsg = sprintf('Erro na geometria! gstat %d %d regions %d\n',
      gstat,regions);
47.       throw(MException('Erro:geo',errormsg));
48.   end
49.
50.   geometryFromEdges(model,g);
51.
52.   %%Condições de contorno
53.   %%Descobre quais seguimentos estão nas laterais
54.   sg = length(g);
55.   s_edge = [];
56.   %% Restrições geométricas
57.   if sg ~= 22
58.       throw(MException('Erro:geo','Erro na geometria! sg ~= 22\n'));
59.   end
60.   et = 1e-15; %erro de truncamento
61.   %procurando as laterais
62.   for i=1:1:sg
63.       c = g(:,i);
64.       if or((abs(c(3)+l0/2) < et && abs(c(2)+L/2) < et),(abs(c(2)+l0/2) < et &&
      abs(c(3)+L/2) < et)) %seg inf negativo
65.           s_edge = [s_edge i];
66.       elseif abs(c(2) + L/2) < et && abs(c(3)+L/2)< et %seg lat negativo
67.           s_edge = [s_edge i];
68.       % elseif or((c(2) == -L/2 && c(3) == L/2),(c(3) == -L/2 && c(2) == L/2)) %seg
      superior
69.       elseif or(abs(c(2) - L/2) < et && abs(c(3)+L/2) < et,abs(c(2) +L/2) < et &&
      abs(c(3)-L/2) < et) %seg superior
70.           s_edge = [s_edge i];
71.           % elseif c(2) == L/2 && c(3) == L/2 %seg lateral positivo
72.       elseif abs(c(2) - L/2) < et && abs(c(3)-L/2) < et %seg lateral positivo
73.           s_edge = [s_edge i];
74.       elseif or((abs(c(3)-L/2) < et && abs(c(2)-l0/2) < et ),(abs(c(2)-L/2) < et &&
      abs(c(3)-l0/2) < et)) %seg inferior positivo
75.       s_edge = [s_edge i];
76.       end
77.   end%endfor
78.
79.   if length(s_edge) ~= 5
80.       throw(MException('Erro:geo','Erro na geometria! s_edge ~= 5\n'));
81.   end
```

```
82.
83. %linhas da cavidade
84. c_edge = [];
85.    for i=1:sg
86.        if i ~= s_edge(1) && i ~= s_edge(2) && i ~= s_edge(3) && i ~= s_edge(4)
    && i ~=  s_edge(5)
87.            c_edge = [c_edge i];
88.        end
89.    end
90.    %aplicando condições de contorno e características do problema
91.    applyBoundaryCondition(model,'neumann','Edge',s_edge,'q',0,'g',0);
92.    applyBoundaryCondition(model,'dirichlet','Edge',c_edge,'h',1,'r',0);
93.    specifyCoefficients(model,'m',0,'d',0,'c',1,'a',0,'f',1);
94.    generateMesh(model,'Hmax',1/nr);
95.    results = solvepde(model);
96.    u = results.NodalSolution;
97.  tmax = max(u);
98. end
```

APÊNDICE 5 – GEOMETRIAS DUPLO-Y

Geometrias ótimas para cada valor do espaço de busca discreto de H_0/L_0 para a cavidade Duplo-Y:



APÊNDICE 6 – TRABALHOS PUBLICADOS OU SUBMETIDOS

Artigo publicado no congresso 7º MCSUL.

Anais do MCSUL 2016 | 7ª Conferência Sul em Modelagem Computacional

16 a 19 de Novembro
Rio Grande, RS, Brasil

CONSTRUCTAL DESIGN OF DOUBLE-T SHAPED CAVITY BY MEANS OF SIMULATED ANNEALING AND LUUS-JAAKOLA ALGORITHM

Gill Velleda Gonzales, gillgonzales@ifsul.edu.br[12]
Elizaldo Domingues dos Santos, elizaldodossantos@gmail.com[2]
Antônio José da Silva Neto, ajsneto@iprj.uerj.br[3]

Instituto Federal Sul-rio-grandense Campus Santana do Livramento, Rua Paul Harris, 410, Centro, Sant'Ana do Livramento, RS, CEP 97574-360, Brasil [1]
Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional, Universidade Federal do Rio Grande, Av. Italia, km 8, Rio Grande, RS, CEP 96201-900, Brasil [2]
Instituto Politécnico, Universidade Estadual do Rio e Janeiro, Rua Bonfim, 25, Vila Amélia, Nova Friburgo, RJ, CEP 28.625-570. Brasil [3]

Abstract. *In this paper it is purposed a comparison between two heuristic methods, the Simulated Annealing and the Luus-Jaakola algorithms, applied with the Constructal Design to the geometric optimization of a heat transfer problem. The problem consists in a solid with a internal uniform heat generation and its outer surfaces are in adiabatic conditions. The heat only can be removed by a cavity that is maintained at a minimal temperature. The objective is to minimize the maximum excess of temperature (θ_{max}) in the solid domain through geometric optimization of the isothermal double-T shaped cavity. The cavity geometry has five degrees of freedom, but in this study the cavity is optimized varying four degrees of freedom (H_0/L_0, H_2/L_2, H_1/L_1 and S_1/H_0), keep fixed the H/L and constraints. The search for the optimal geometry is performed by Simulated Annealing and Luus-Jaakola algorithm with different configurations or set of main parameters. Each algorithm are executed twenty times and the results (θ_{max}, H_0/L_0, H_2/L_2, H_1/L_1 and S_1/H_0) are recorded. The results of two heuristics are compared in order to select a best method to future researches like a complete optimization or study of different constrains effects. The method employed to compare and rank the different versions of the two algorithms is a statistical tool called multi-comparison of Kruskal-Wallis, with this statistical method it is possible classify the algorithms in three main groups. Finally, the results showed that the Simulated Annealing with a traditional Cooling Schedule (Exponential) and two hybrid parameters of Cooling Schedule (ConstEx2 and BoltzExp) led to the best geometries, while the results of the Luus-Jaakola algorithm has a several local minimal for all version of this algorithm.*

Keywords*: Heat Transfer, Constructal Design, Simulated Annealing, Luus-Jaakola*

1. NOMENCLATURE

A	area, m^2
H	height, m
k	body thermal conductivity, $W\ m^{-1}\ K^{-1}$
k_{sa}	number of iteration (simulation)
L	length, m
S	height of bottom branch of the shaped cavity double-T
q	heat current, W
T	temperature, K
T_0	initial temperature of SA
T_i	Temperature of SA iteration
W	width, m
x,y	cartesian coordinates, m

Greek symbol

ΔE	difference between FO cost for the new and old states;
θ	dimensionless temperature, eq. (7)
φ	area fraction

Superscripts

(˜)	dimensionless variables, eq. (8)

Subscripts

c	cavity
min	minimum
max	maximum
m	once minimized
2×m	twice minimized
3×m	three times minimized
4×m	fourth times minimized

Artigo publicado no periódico *Defect And Diffusion Forum*.

Defect and Diffusion Forum *Online: 2017-01-20*
ISSN: 1662-9507, Vol. 370, pp 152-161
doi:10.4028/www.scientific.net/DDF.370.152
© 2016 Trans Tech Publications, Switzerland

Constructal Design of Double-T Shaped Cavity with Stochastic Methods Luus-Jaakola and Simulated Annealing

Gill Velleda Gonzales[1,2 a], Elizaldo Domingues dos Santos[2,b*], Liércio André Isoldi[2,c], Luiz Alberto Oliveira Rocha[2,d], Antônio José da Silva Neto[3,e] and Wagner Rambaldi Telles[4,f]

[1]Instituto Federal Sul-rio-grandense Campus Santana do Livramento, Rua Paul Harris, 410, Centro, Sant'Ana do Livramento, RS, CEP 97574-360, Brasil

[2]Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional, Universidade Federal do Rio Grande, Av. Itália, km 8, Rio Grande, RS, CEP 96201-900, Brasil

[3]Instituto Politécnico, Universidade Estadual do Rio e Janeiro, Rua Bonfim, 25, Vila Amélia, Nova Friburgo, RJ, CEP 28.625-570. Brasil

[4]Universidade Federal Fluminense, Instituto do Noroeste Fluminense de Educação Superior, RJ-218 - Dezessete, Santo Antônio de Pádua, RJ, CEP 28470-000, Brasil

[a]gillvelleda@ifsul.edu.br, [b*]elizaldodossantos@gmail.com, [c]liercioisoldi@gmail.com, [d]laorocha@gmail.com, [e]ajsneto@iprj.uerj.br, [f]wtelles@iprj.uerj.br

Keywords: Heat Transfer, Constructal Design, Simulated Annealing, Luus-Jaakola

Abstract. In this paper it is proposed a comparison between two stochastic methods, Simulated Annealing and Luus-Jaakola algorithms, applied in association with Constructal Design to the geometric optimization of a heat transfer problem. The problem consists in a solid body with an internal uniform heat generation, which is cooled by an intruded cavity that is maintained at a minimal temperature. The other surfaces are kept as adiabatic. The objective is to minimize the maximum excess of temperature (θ_{max}) in the solid domain through geometric optimization of the isothermal double-T shaped cavity. The problem geometry has five degrees of freedom, but in this study four degrees of freedom are evaluated, keeping fixed the ratio *H*/*L* (ratio between the height and length of the solid domain) as well as the cavity constraints. The search for the optimal geometry is performed by Simulated Annealing and the Luus-Jaakola algorithm with different configurations or set of main parameters. Each algorithm is executed twenty times and the results for θ_{max}, and corresponding geometry ratios, are recorded. Results of two heuristics are compared in order to select the best method for future studies about the complete optimization of the cavity, as well as, the evaluation of constraints over the thermal performance of the problem. The method employed to compare and rank the different versions of the two algorithms is a statistical tool called multi-comparison of Kruskal-Wallis. With this statistical method it is possible to classify the algorithms in three main groups. Results showed that the Simulated Annealing with hybrid parameters of Cooling Schedule (BoltzExp and ConstExp2) and traditional ones (Exponential) led to the highest probability to find the global optimal shape, while the results obtained with the Luus-Jaakola algorithm reached to several local points of minimum far from the best shape for all versions of the algorithm studied here. However, the Luus-Jaakola algorithm led to the lowest magnitude of maximum excess of temperature, showing that the implementation of hybrid methods of optimization can be an interesting strategy for evaluation of this kind of problem.

Introduction

Constructal Design (CD) is the method for application of the Constructal Theory on the determination of constraints and objectives for geometrical evaluation of a flow system. The Constructal Theory, as defined by Bejan [1], is the view that all shapes that emerge in the nature is not randomly but deterministically generated. These shapes of nature are ruled by a physical phenomenon, named Constructal Law that states "For a finite-size flow system to persist in time (to

All rights reserved. No part of contents of this paper may be reproduced or transmitted in any form or by any means without the written permission of Trans Tech Publications, www.ttp.net. (#73326447, University of Newcastle, Callaghan, Australia-27/01/17,16:00:43)

Artigo publicado no congresso CNMAC 2017.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

A Netlogo and Matlab Hybrid Approach for Constructal Design of the Double-T Shaped Cavity by Means of Simulated Annealing

Gill V. Gonzales[1]
Instituto Federal Sul-rio-grandense Campus Santana do Livramento, Rua Paul Harris, 410, Centro, CEP 97574-360, Sant'Ana do Livramento - RS - Brazil
Elizaldo D. dos Santos[2]
Diana F. Adamatti[3]
Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional, Universidade Federal do Rio Grande, Av. Itália, km 8, CEP 96201-900, Rio Grande, RS, Brazil
Antônio J. Silva Neto[4]
Instituto Politécnico, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rua Bonfim, 25, Vila Amélia, Nova Friburgo, RJ, CEP 28.625-570. Brazil

Abstract. This paper describes the use of the NetLogo environment to perform the Constructal Design of a Double-T shaped Cavity with the stochastic algorithm Simulated Annealing. The algorithm is used in the geometric optimization of a heat transfer problem, which consists in a solid body with an internal uniform heat generation, which is cooled by a cavity that is maintained at a minimal temperature. The other surfaces are kept with an adiabatic condition. The objective is to minimize the maximum excess of temperature in the solid domain through geometric optimization of the isothermal double-T shaped cavity.

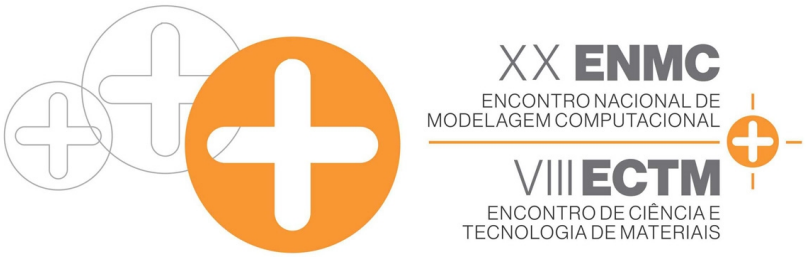
Keywords. Constructal Design, Simulated Annealing, Geometric Optimization, Heat Transfer

1 Introduction

The Constructal Theory is based on the view that the shapes and structures that emerge in nature are not due to a random cause, but an optimal design ruled by a physical phenomenon. According to Bejan [1], there is a law that governs the designs in nature, the Constructal Law. The Constructal Law defines that "For a finite-size flow system to persist in time (to live), its configuration must evolve in such a way that provides easier access to the currents that flow through it". The application of this theory in engineering consists on the method of Constructal Design (CD). With this method it is

[1]gillgonzales@ifsul.edu.br
[2]elizaldodossantos@gmail.com
[3]dianaada@gmail.com
[4]ajsneto@iprj.uerj.br

Artigo publicado no congresso XX ENMC e VIII ECTM em 2017.



UMA COMPARAÇÃO ENTRE OS ALGORITMOS DE EVOLUÇÃO DIFERENCIAL E RECOZIMENTO SIMULADO ASSOCIADOS AO DESIGN CONSTRUTAL PARA OTIMIZAÇÃO GEOMÉTRICA DE UMA CAVIDADE EM FORMA DE DUPLO-T

Gill V. Gonzales[12] - gillgonzales@ifsul.edu.br
Elizaldo D. dos Santos[2] - elizaldodossantos@gmail.com
Antônio J. Silva Neto[3] - ajsneto@iprj.uerj.br
[1]Instituto Federal Sul-rio-grandense - Campus Santana do Livramento, RS, Brazil
[2]Universidade Federal do Rio Grande - PPG em Modelagem Computacional, Rio Grande, RS, Brasil
[3]Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Instituto Politécnico - Nova Friburgo, RJ, Brasil

Resumo. *Neste artigo é analisada a aplicação de duas meta-heurísticas, Evolução Diferencial e Recozimento Simulado, na otimização geométrica de um problema de transferência de calor. O problema consiste em um sólido com geração de calor constante e uniforme que é resfriado por uma cavidade em forma de Duplo-T, mantida a uma temperatura mínima prescrita. As laterais deste sólido estão em condições adiabáticas. A avaliação geométrica é definida através do método Design Construtal, o qual determina os objetivos e restrições do problema de otimização, bem como, os graus de liberdade da geometria. A proposta principal do trabalho é a comparação dos resultados das duas meta-heurísticas. Os parâmetros de configuração de cada meta-heurística também são avaliados, portanto, diferentes versões de cada algoritmo são estudadas. O teste estatístico de Kruskal-Wallis é utilizado para comparar os resultados de cada algoritmo e identificar se existe diferença significativa entre os resultados. A conclusão desta comparação contribuirá com estudos futuros para cavidades com geometrias mais complexas, indicando assim a meta-heurística adequada e sua configuração de parâmetros. Os resultados indicaram que três dos nove algoritmos estudados (com os métodos Evolução Diferencial e Recozimento Simulado) tiveram melhor desempenho e podem ser empregados em estudos futuros de cavidades com geometrias complexas.*

Keywords: *Otimização Geométrica, Transferência de Calor, Design Construtal, Evolução Diferencial, Recozimento Simulado*

1. INTRODUÇÃO

A otimização geométrica de cavidades resfriadoras foi primeiramente proposta por (Biserni et al., 2004), que através do método Design Construtal (DC) avaliou as geometrias elementares em forma de C e T. O método DC também é denominado Design com a Teoria Construtal (DTC). De acordo com o seu autor (Bejan, 1997), existe um princípio físico (denomi-

Artigo publicado na revista MUNDI ETG - IFPR em 2018.

REVISTA Mundi
Engenharia, Tecnologia e Gestão
INSTITUTO FEDERAL Paraná

UMA COMPARAÇÃO ENTRE OS ALGORITMOS DE EVOLUÇÃO DIFERENCIAL E RECOZIMENTO SIMULADO ASSOCIADOS AO DESIGN CONSTRUTAL PARA A OTIMIZAÇÃO GEOMÉTRICA DE UMA CAVIDADE EM FORMA DE DUPLO-T

A COMPARISON BETWEEN THE ALGORITHMS OF DIFFERENTIAL EVOLUTION AND SIMULATED ANNEALING ASSOCIATED WITH CONSTRUCTAL DESIGN TO THE GEOMETRIC OPTIMIZATION OF A DOUBLE-T-SHAPED CAVITY

Gill Velleda Gonzales[1]
Elizaldo Domingues dos Santos[2]
Antônio J. Silva Neto[3]

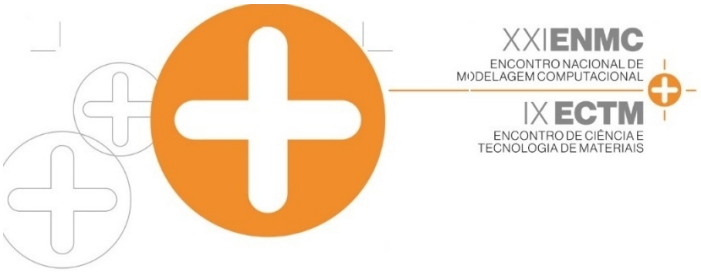
Resumo: Neste artigo é analisada a aplicação de duas meta-heurísticas, Evolução Diferencial e Recozimento Simulado, na otimização geométrica de um problema de transferência de calor. O problema físico de interesse consiste em um sólido com geração de calor constante e uniforme, que é resfriado por uma cavidade em forma de Duplo-T mantida a uma temperatura mínima prescrita. As laterais deste sólido estão em condições adiabáticas. A avaliação geométrica é definida através do método Design Construtal, o qual determina os objetivos e restrições do problema de otimização, bem como, os graus de liberdade da geometria. A proposta principal do trabalho é a comparação entre resultados obtidos com as duas meta-heurísticas. Os parâmetros de configuração de cada meta-heurística também são avaliados. Portanto, diferentes versões de cada algoritmo são estudadas. O teste estatístico de Kruskal-Wallis é utilizado para comparar os resultados de cada algoritmo e identificar se existem diferenças significativas entre os resultados. A conclusão desta comparação contribuirá com estudos futuros para cavidades com geometrias mais complexas, fornecendo recomendações teóricas sobre a meta-heurística mais adequada e configurações de parâmetros mais eficiente. Os resultados indicaram que três dos nove algoritmos estudados (com os métodos Evolução Diferencial e Recozimento Simulado) tiveram melhor desempenho e podem ser empregados então em estudos futuros de cavidades com geometrias complexas.

Palavras-chave: Otimização Geométrica, Transferência de Calor, Design Construtal, Evolução Diferencial, Recozimento Simulado.

Abstract: In this paper it is analyzed the application of two metaheuristics, Differential Evolution and Simulated Annealing, applied to geometric optimization of a heat transfer problem. The physical problem of interest consists in a solid wall with constant and uniform heat generation, that is cooled by a Double-T-shaped cavity maintained at a prescribed minimum temperature. The outer surfaces of this solid are in adiabatic conditions. The geometric evaluation is defined through the Constructal Design method, which determines the objectives and constraints of the optimization problem, as well as, the degrees of freedom of the geometry. The main proposal of

[1] Mestre, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Sul-Rio-Grandense, gillgonzales@ifsul.edu.br.
[2] Doutor, Universidade Federal do Rio Grande, elizaldosantos@furg.br.
[3] Doutor, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Instituto Politécnico, ajsneto@iprj.uerj.br.

Artigo publicado no congresso XXI ENMC e IX ECTM em 2018.



COMPARISON BETWEEN DIFFERENTIAL EVOLUTION AND SIMULATED ANNEALING ALGORITHMS APPLIED TO THE CONSTRUCTAL DESIGN OF DOUBLE-T SHAPED CAVITIES

Gill V. Gonzales[1,2] - gillgonzales@ifsul.edu.br
Liércio A. Isoldi[2] - liercioisoldi@furg.br
Luiz A. Oliveira Rocha[4] - luizor@unisinos.br
Elizaldo D. dos Santos[2] - elizaldosantos@furg.br
Antônio J. Silva Neto[3] - ajsneto@iprj.uerj.br
[1]Instituto Federal Sul-Rio-Grandense - Campus Santana do Livramento, RS, Brazil
[2]Universidade Federal do Rio Grande - PPG em Modelagem Computacional, Rio Grande, RS, Brazil
[3]Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Instituto Politécnico, Nova Friburgo, RJ, Brazil
[4]Universidade do Vale do Rio dos Sinos - PPG em Engenharia Mecânica – São Leopoldo, RS, Brasil

Abstract. *In this paper it is analyzed the application of two meta-heuristic methods, Differential Evolution and Simulated Annealing, for the geometric optimization of a complex cavity intruded into a heat conducting solid wall. The geometric evaluation is performed with the Constructal Design method, which is used to define the performance parameter, constraints and degrees of freedom of the problem to be optimized. The main purpose of this work is the comparison between the results of these two meta-heuristics, mainly for reproduction of the effect of degrees of freedom over the thermal performance of the studied problem. The experiment consists on the simulation of thirty runs for each algorithm, with different values for the configuration parameters, and also four versions of Differential Evolution and five versions of Simulated Annealing. The optimization results show that the meta-heuristic algorithms and their parameter configurations are important for proper prediction of the effect of degrees of freedom over the thermal performance and definition of system design. Results also indicated that one of the Differential E volution algorithms led to the best and most robust performance. Therefore, the significant contribution here is the recommendation of the more reliable meta-heuristic, and its correct parameters for the studied problem.*

Keywords: *Heat Transfer, Constructal Design, Simulated Annealing, Differential Evolution, Geometric Optimization*

1. INTRODUCTION

The geometric optimization of cooling cavities inside a solid body, with heat generation using Constructal Design for geometric evaluation, was first proposed by Biserni *et al.* (2004).

Artigo publicado no congresso 8º MCSUL e VIII SEMENGO em 2018.



AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO DO ALGORITMO DE EVOLUÇÃO DIFERENCIAL ASSOCIADO AO DESIGN CONSTRUTAL PARA A OTIMIZAÇÃO DE UMA CAVIDADE EM FORMA DE DUPLO-T

Gill V. Gonzales[1,2]
Liércio A. Isoldi[2]
Luiz A. Oliveira Rocha[3]
Elizaldo D. dos Santos[4]
Antônio J. Silva Neto[5]

Resumo: Neste trabalho é investigado o desempenho do algoritmo de Evolução Diferencial associado ao método Design Construtal para a otimização geométrica de um problema de transferência de calor. O problema consiste em uma cavidade em forma de Duplo-T inserida em um sólido com geração de calor constante e uniforme. Portanto, a geometria da cavidade afeta diretamente a performance térmica do problema, definida através do valor da temperatura máxima em excesso, o qual se pretende minimizar. A definição dos graus de liberdade e restrições do problema de otimização é realizada através do método de Design Construtal. O algoritmo de Evolução Diferencial é empregado no processo de otimização. Neste estudo, são avaliados os parâmetros do algoritmo, tais como: o operador de mutação, taxa de cruzamento, fator de amplificação da variação diferencial e número de iterações. O número de iterações está relacionado com os parâmetros que configuram o número de gerações e quantidade de indivíduos na população. O objetivo principal do trabalho é avaliar os parâmetros do algoritmo de Evolução Diferencial e qual a influência na correta reprodução dos efeitos dos graus de liberdade sobre a geometria ótima e performance térmica do problema. A principal contribuição do trabalho é a recomendação de um conjunto de parâmetros adequados que adaptem o algoritmo de Evolução Diferencial ao problema estudado. Os resultados indicam como mais influentes os parâmetros de taxa de cruzamento e fator de amplificação, sendo mais adequados os respectivos valores de 0.7 e 1.5. Estes parâmetros tornaram os resultados do algoritmo de Evolução Diferencial mais robustos e necessitando de um menor número de avaliações da função objetivo para a obtenção das geometrias ótimas.

Palavras-chave: Otimização Geométrica. Transferência de Calor. Design Construtal. Evolução Diferencial.

[1]Mestre, Instituto Federal Sul-Rio-Grandense - Campus Santana do Livramento, RS, Brasil, gillgonzales@ifsul.edu.br.
[2]Doutor, Universidade Federal do Rio Grande - PPG em Modelagem Computacional, Rio Grande, RS, Brasil, liercioisoldi@furg.br.
[3]Doutor, Universidade do Vale do Rio dos Sinos - PPG em Engenharia Mecânica – São Leopoldo, RS, Brasil, luizor@unisinos.br.
[4]Doutor, Universidade Federal do Rio Grande - PPG em Modelagem Computacional, Rio Grande, RS, Brasil, elizaldosantos@furg.br.
[5]Doutor, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Instituto Politécnico, Nova Friburgo, RJ, Brasil, ajsneto@iprj.uerj.br.

Artigo submetido e publicado no periódico *Defect And Diffusion Forum* em 2019.

Defect and Diffusion Forum
ISSN: 1662-9507, Vol. 396, pp 145-154
doi:10.4028/www.scientific.net/DDF.396.145
© 2019 Trans Tech Publications Ltd, Switzerland
Submitted: 2019-03-19
Accepted: 2019-05-29
Online: 2019-08-16

Evaluation of a Differential Evolution/Constructal Design Algorithm for Geometrical Optimization of Double T-Shaped Cavity Intruded into a Heat Generating Wall

Gill Velleda Gonzales[1,2,a], Liércio André Isoldi[2,b], Luiz Alberto Oliveira Rocha[3,c], Antônio José da Silva Neto[4,d] and Elizaldo Domingues dos Santos[2,e*]

[1]Instituto Federal Sul-rio-grandense Campus Santana do Livramento, Paul Harris Street, 410, Centro, Sant'Ana do Livramento, RS, Brazil.

[2]Universidade Federal do Rio Grande, Graduate Program of Computational Modeling, Itália Avenue, km 8, Rio Grande, RS, Brazil.

[3]Universidade do Vale do Rio dos Sinos, Graduate Program of Mechanical Engineering, São Leopoldo, RS, Brazil.

[4]Politechnical Institute, Universidade Estadual do Rio de Janeiro, Bonfim Street, 25, Vila Amélia, Nova Friburgo, RJ, Brazil.

[a]gillgonzales@ifsul.edu.br, [b]liercioisoldi@furg.br, [c]luizor@unisinos.br, [d]ajsneto@iprj.uerj.br, [e]elizaldosantos@furg.br

Keywords: Heat Transfer, Constructal Design, Differential Evolution, Geometric Optimization.

Abstract. In the present work it is investigated the performance of an algorithm that associates Differential Evolution and Constructal Design for geometrical optimization of a heat transfer problem. It is considered the intrusion of a cooled Double T-shaped cavity into a rectangular conducting solid wall with internal heat generation. The main purpose here is to evaluate the algorithm capability to reproduce the effect of geometric ratios over the dimensionless maximum excess of temperature (performance indicator of the heat transfer problem), as well as, the influence of Differential Evolution (DE) parameters over the optimization analysis. The definition of search space for each degree of freedom and problem constraints is performed with Constructal Design, while the Differential Evolution algorithm is used in the optimization process. Here parameters as mutation operator (M), crossover constant (CR), differential amplification factor (F), Population Size (PS) and Generations number (G) are evaluated. A theoretical recommendation about the suitable parameters set for the optimization algorithm for this kind of heat transfer problem is proposed. Results indicated that the crossover constant (CR) and amplification factor (F) are important parameters for suitable prediction of the effect of degrees of freedom over thermal performance. Moreover, when $CR = 0.7$ and $F = 1.5$ results obtained with the algorithm are more robust for the achievement of the best shapes and requires lower number of iterations ($IT = PS \times G$) for reproduction of effect of geometric variables over performance.

Introduction

One of pioneering works in the Constructal Design framework about cooling cavities intruded into conducting solid wall was made in Ref. [1], where elemental cavity (C-shaped) and first construction (T-shaped) were proposed. In the authors study, Constructal Design was employed to study the influence of design over minimization of dimensionless thermal resistance. Constructal Design is a method used to show that the design and rhythm in any finite dimensions flow system is ruled by a physical principle. This physical principle is named Constructal Law [2–6] and states "For a flow system, animate or inanimate, to evolve in time (to survive) its shape and structure must also evolve in such way to maximize the access of internal currents that flow through the system" [2]. It is important to note that Constructal Design method is not an optimization method. It is used to define the constraints, degrees of freedom and performance indicator of the problem. For geometric

All rights reserved. No part of contents of this paper may be reproduced or transmitted in any form or by any means without the written permission of Trans Tech Publications Ltd, www.scientific.net. (#509591264, Instituto Federal Sul-rio-grandense, Brazil-18/08/19,07:38:40)

Trabalho submetido ao *International Journal of Heat and Mass Transfer,* aguardando a resposta dos revisores.

CONSTRUCTAL DESIGN AND SIMULATED ANNEALING APPLIED TO THE GEOMETRIC OPTIMIZATION OF AN ISOTHERMAL DOUBLE T-SHAPED CAVITY

G. V. Gonzales[1,2], G. Lorenzini[3], L. A. Isoldi[1], L. A. O. Rocha[4], E. D. dos Santos[1], Antônio J. Silva Neto[5]

[1]Graduate Program of Computational Modeling, Federal University of Rio Grande, Cx.P. 474, CEP 96201-900, Rio Grande, RS, Brazil.
[2]Federal Institute Sul-Rio-Grandense, Campus Pelotas, CEP 96015-360, Pelotas, RS, Brazil.
[3,*]Università degli Studi di Parma, Dipartimento di Ingegneria e Architettura, Parco Area delle Scienze 181/A, 43124 Parma, Italy.
[4]Mechanical Engineering Graduate Program, University of Vale do Rio dos Sinos – UNISINOS, CEP 93.022-750, São Leopoldo, RS, Brazil.
[5]Polytechnic Institute, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, CEP 28.625-570, Nova Friburgo, RJ, Brazil.

Corresponding author – giulio.lorenzini@unipr.it

Abstract

The present numerical work comprises the application of Constructal Design (CD) and Simulated Annealing (SA) for the geometric optimization of a double T-shaped cavity intruded into a solid wall with internal heat generation. The main goal is to minimize the dimensionless maximum excess of temperature in the solid domain. The cavity is subjected to four constraints and five degrees of freedom (DOF). The Exhaustive Search (ES) and SA methods are employed for the optimization of the first three DOFs, validating the SA algorithm. From the fourth level onward, new recommendations about the influence of design over the performance of the system is reached with SA. Different Cooling Schedules strategies in the SA algorithm are also compared. The results obtained corroborated the importance of reproducing the effects of DOFs over thermal performance, and the corresponding design, using combined Cooling Schedules strategies. For a square solid domain, the Double T-shaped cavity led to a thermal performance 70%, 60% and 50% superior than I, T and Y-shaped cavities previously studied in the literature for the same thermal conditions. However, it performed 12% and 36% inferior than the H and ψ-shaped cavities. For the solid domain height to length ratio $H/L < 1.0$, the best achieved shape yielded a performance that was 20 times better than the best performance previously found in the literature.