UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE
INSTITUTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E FÍSICA
CENTRO DE CIÊNCIAS COMPUTACIONAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL

SUVANIA ACOSTA DE OLIVEIRA PUREZA

UMA METODOLOGIA HEURÍSTICA PARA MINIMIZAR O ROTEIRO NOS SERVIÇOS DE LEITURA DE HIDRÔMETROS

RIO GRANDE, RS
2013

Suvania Acosta de Oliveira Pureza

UMA METODOLOGIA HEURÍSTICA PARA MINIMIZAR O ROTEIRO NOS SERVIÇOS DE LEITURA DE HIDRÔMETROS

Dissertação apresentada à Banca Examinadora do Programada de Pós-Graduação em Modelagem Computacional da Universidade Federal do Rio Grande, como exigência parcial para a obtenção do Grau de Mestre. Área de concentração: Modelagem Computacional.

Orientadora: Profª. Drª. ELAINE CORRÊA PEREIRA
Co-orientadora: Profª. Drª. CATIA MARIA DOS SANTOS MACHADO

Rio Grande, RS
2013

SUVANIA ACOSTA DE OLIVEIRA PUREZA

UMA METODOLOGIA HEURÍSTICA PARA MINIMIZAR O ROTEIRO NOS SERVIÇOS DE LEITURA DE HIDRÔMETROS.

Dissertação apresentada ao Programa de Pós Graduação em Modelagem Computacional da Universidade Federal do Rio Grande -FURG, como requisito parcial para obtenção do Grau de Mestre. Área concentração: Modelagem Computacional..

Aprovada em

BANCA EXAMINADORA

Prof.ª Dra. Elaine Corrêa Pereira
Orientadora - FURG

Prof.ª Dra. Cátia Maria dos Santos Machado
FURG

Prof. Dr. Renato Glauco de Souza Rodrigues
FURG

Prof.ª Dra. Aline Brum Loreto
UFPEL

Rio Grande -RS
2013

P985m Pureza, Suvania Acosta de Oliveira.
Uma metodologia heurística para minimizar o roteiro nos serviços de leitura de hidrômetros / Suvania Acosta de Oliveira Pureza. – 2013.
160 f. : il.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande/FURG, Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional.

Orientadora: Drª. Elaine Corrêa Pereira
Coorientadora: Drª. Catia Maria dos Santos Machado

1. P-medianas. 2. Algoritmo genético. 3. Leitura de hidrômetros. I. Pereira, Elaine Corrêa. II. Machado, Catia Maria dos Santos. III. Título.

CDU 004.021

Catalogação na fonte: Bibliotecária Alessandra de Lemos CRB10/1530

“Tudo posso naquele que me fortalece”.
Filipenses: 4:13

AGRADECIMENTOS

A Deus pelo privilégio de viver e pela presença de seu Espírito me guiando e dando forças em todos os momentos de minha vida.

A minha família, em especial ao meu marido Maqueni pelo carinho, apoio e incentivo e aos meus pais, Suvarnei e Evanir pela educação e amor!

À professora Elaine Corrêa, por confiar-me a oportunidade de ser orientada. Obrigada pelo carinho, paciência, amizade, e incansável dedicação na orientação durante a realização deste trabalho.

À professora Catia Machado pela co-orientação, amizade e conselhos que me tranquilizavam em momentos difíceis.

À minha amiga Liliane Antiqueira pelo carinho, apoio e constante ajuda.

Aos professores integrantes da banca examinadora, pelas valiosas sugestões que contribuíram para a apresentação deste trabalho na sua forma final.

Ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional e a Universidade Federal do Rio Grande pela oportunidade de realização deste trabalho.

À Companhia Riograndense de Saneamento - CORSAN pelo fornecimento dos dados utilizados neste trabalho.

Considerando que nenhum trabalho é uma realização individual, fica aqui registrado meus sinceros agradecimentos a todas as pessoas e instituições que direta, ou indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho.

RESUMO

O estudo tem por objetivo propor uma metodologia heurística para o Problema de Cobertura de Arcos aplicado aos serviços de saneamento, em específico na leitura de Hidrômetros. Sendo assim desenvolveu-se um aplicativo que permite o planejamento de rotas de maneira que os custos em distância percorrida sejam reduzidos e mantenham-se aproximadamente os mesmos em todos os percursos. Devido ao aplicativo ser genérico e para melhor compreensão sobre seu funcionamento desenvolveu-se uma metodologia baseada em um estudo de caso relacionado ao assunto desta pesquisa. Esta metodologia foi dividida em quatro etapas. Na etapa 1, para compreender melhor o problema, fez-se uma pesquisa de campo organizando os dados disponibilizados por uma empresa de saneamento. Na etapa 2 cadastrou-se, em um mapa georeferenciado, pontos em cada metade de trechos de quadra e nas interseções de ruas. Este mapa contemplou a região escolhida para o estudo e os pontos cadastrados serviram para determinar e consequentemente, designar as medianas relacionadas a etapa 3. Para isso utilizou-se respectivamente a heurística do Algoritmo de Teitz e Bart Modificado por C_{ADP} e o algoritmo de designação de Gillet e Johnson adaptado. Ao final da terceira etapa formaram-se subsetores dentro de um setor específico. Na quarta e última etapa fez-se o roteamento de cada subsetor através da metaheurística dos Algoritmos Genéticos. O aplicativo desenvolvido permitiu flexibilidade de ações, dando autonomia para o usuário na escolha das opções de cálculo. Sua interface gráfica possibilitou a elaboração de mapas e a visualização das rotas em cada subsetor. Além disso o aplicativo minimizou os percursos e distribuiu os subsetores com distâncias aproximadas, exceto em alguns casos por tratar-se de um problema real. Com base na qualidade da solução, mostrou-se a eficiência das heurísticas utilizadas ao fazer-se a comparação com a situação atual do serviço de leitura da empresa.

Palavras-chave: P-medianas, Algoritmo genético, Leitura de hidrômetros.

ABSTRACT

This study is the focus on sanitation services, in particular the reading of water meters. The study aims to develop a dynamic model that allows route planning so that spending on distance is reduced and remain approximately the same in all patterns. For that developed a methodology divided into four stages. In the first step, to better understand the problem, it was a field research by organizing the data made available by a sanitation company. In the second stage registered up points on a georeferenced map of the chosen region. Completed the previous step, went up to the third step where the medians were determined necessary for the problem by Teitz & Bart Modified by C_{ADP} Algorithm, which serve as reference point for the formation of the service areas of meter readers, which was made in the third step through the algorithm of designating Gillet and Johnson adapted to the problem. At the end of the third stage formed subsectors within a specific industry. The fourth and final stage was done routing of each subsector by Genetic Algorithm. Based on the quality of the solution showed the efficiency of the techniques used to make the comparison with the current state of service-learning company.

Keywords: P-median. Genetic algorithm. Reading water meters.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Estrutura Básica de um AG clássico..... 34
Figura 2.2 - Indivíduos de uma população e a sua correspondente roleta de seleção..... 35
Figura 2.3 - Mutação de Inversão Simples..... 36
Figura 3.1 - Imagem de satélite de parte da cidade de Rio Grande, em destaque o setor 8..... 42
Figura 4.1 - Representação em mapa da rota 148..... 46
Figura 4.2 - Representação em mapa da rota 154..... 45
Figura 4.3 - Pontos cadastrados no mapa do setor 8..... 49
Figura 4.4 – Exemplos de pontos e suas respectivas coordenadas, referentes ao setor 8..... 50
Figura 5.1 - Interface de abertura..... 54
Figura 5.2 – Interface de trabalho..... 55
Figura 5.3 – Fluxograma do aplicativo..... 56
Figura 5.4 – Esquema do problema..... 56
Figura 5.5 - Destaque das 24-Medianas aos demais pontos de parada..... 60
Figura 5.6 - Visualização da designação no setor oito..... 62
Figura 5.7 - Rota referente ao subsetor 7..... 64

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Histórico das instâncias resolvidas com o método Branch e Cut..... 27
Tabela 2.2 - Tipos de representação de indivíduos em AG's..... 33
Tabela 3.1 - Localização dos 10 setores no município de Rio Grande..... 41
Tabela 4.1 - Número de ligações e de hidrômetros no setor 8..... 45
Tabela 4.2 - Total de distância percorrida nas 24 rotas do setor 8..... 47
Tabela 5.1 - Resultados das medianas iniciais e finais..... 58
Tabela 5.2 - Resultados utilizando a solução inicial pelo método das regiões 59
Tabela 5.3 – Designação dos pontos às 24 - medianas 61
Tabela 5.4 - Distâncias finais obtidas 63

LISTA DE ABREVIATURAS

AG's - Algoritmos genéticos

AG - Algoritmo genético

CORSAN - Companhia Riograndense de Saneamento

ETAs - Estações de Tratamento de Água

Hx - *Heurístic Crossover* (Cruzamento Heurítico)

IBGE - Instituto Brasileiro de Geografia Estatística

NP - *Non- deterministic polynomial* (Não-determinista Polinomial)

OMS - Organização Mundial de Saúde

ONU - Organização das Nações Unidas

P - Polinomiais

PCC - Problema do Carteiro Chinês

PPLI - Programação Linear Inteira

PRV - Problema de Roteamento de Veículos

SCI - Sistema Comercial Integrado

SIM - *Simple Inversion Mutation* (Mutação de Inversão Simples)

TeB - Teitz & Bart

SUMÁRIO

RESUMO..... **v**

ABSTRACT..... **vi**

LISTA DE FIGURAS..... **vii**

LISTA DE TABELAS..... **viii**

LISTA DE ABREVIATURAS..... **ix**

CAPÍTULO I

1. INTRODUÇÃO..... **12**

1.1. Saneamento em Rio Grande..... 13

1.2. Objetivos do Trabalho..... 14

1.3. Justificativa..... 15

1.4. Organização do Trabalho..... 15

CAPÍTULO II

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA..... **17**

2.1. Problema de Otimização Combinatória..... 17

2.2. Problemas de Localização de Facilidades..... 18

2.2.1. Problemas de localização de P-Medianas..... 19

2.2.2. Formulação Matemática para o problema de P- Medianas..... 20

2.3. Problemas de Roteamento de Veículos..... 21

2.3.1. Formulação Matemática para o Problema de Roteamento de Veículos..... 22

2. 4. Problemas de Cobertura de Arcos..... 23

2.4.1. Formulação Matemática do Problema do Carteiro Chinês..... 24

2.5. Métodos de solução..... 25

2.5.1. Métodos Exatos..... 25

2.5.2. Métodos Heurísticos..... 28
2.5.3. Metaheurísticas..... 32
2.6. Algoritmo de Gillet e Johnson..... 38
2.7. Considerações..... 39

CAPÍTULO III

3. CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA..... 40
3.1. Descrição do Problema Real..... 40
3.2. Considerações..... 43

CAPÍTULO IV

4. MODELO PROPOSTO..... 44
4.1. Etapa 1. Organização dos Dados..... 44
4.2. Etapa 2. Cadastramento dos Pontos..... 48
4.3. Etapa 3. Determinação das medianas e designação..... 50
4.4. Etapa 4. Roteamento..... 51
4.5. Considerações..... 53

CAPÍTULO V
5. OPERACIONALIZAÇÃO DO APLICATIVO E ANÁLISE DOS RESULTADOS..... 54
5.1. Descrição do Aplicativo..... 54
5.2. Análise dos Resultados..... 58
5.2.1. Determinação das 24-Medianas..... 58
5.2.2. Designação..... 60
5.2.3. Roteamento dos subsetores de atendimentos (clusters)..... 62
5.3. Considerações..... 64

CAPÍTULO VI

6. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES..... 66
6.1. Conclusões..... 66

6.2. Recomendações..... 67

REFERÊNCIAS..... 68

APÊNDICES..... 78

ANEXOS..... 139

CAPÍTULO I

1. INTRODUÇÃO

Os serviços de saneamento têm despertado maior atenção, desde o século passado. Essa atenção foi aumentando à medida que cientistas constataram em suas pesquisas que muitas doenças eram causadas através da transmissão de agentes físicos, químicos e biológicos contidos na água.

Segundo a Organização Mundial de Saúde (OMS), saneamento é o controlador sobre todos os fatores que podem surtir efeitos nocivos sobre o homem em seu bem estar tanto físico e mental como social. Segundo Guimarães; Carvalho e Silva (2007), o saneamento caracteriza o conjunto de ações socioeconômicas que têm por objetivo alcançar Salubridade Ambiental.

Ao que se refere a saneamento citam-se alguns tipos de serviços básicos relacionados ao assunto, como: serviços de abastecimento de água as populações, garantindo as condições básicas de conforto para seus usuários; serviços de coleta, tratamento e disposição adequada e segura de águas residuárias, como exemplo, os esgotos sanitários; serviços de coleta de águas pluviais e controle de inundações. Os serviços de saneamento também tem a função de controlar o crescimento de insetos, roedores, entre outros vetores que possam transmitir doenças ao ser humano. É responsabilidade dos serviços de saneamento básico eliminar ou reduzir elementos químicos e micro-organismos a concentrações que não sejam prejudiciais à saúde.

Segundo o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), 63,9% dos 5.507 municípios brasileiros têm abastecimento de água através de redes de distribuição. De acordo com a Organização das Nações Unidas (ONU) a falta de saneamento poderá causar uma morte infantil em média a cada 20 segundos. Por esse motivo é que a água a ser consumida deve passar por um tratamento até chegar às residências. Para isso foram criadas as Estações de Tratamento de Água (ETAs). Essas estações servem para remover os riscos presentes nas águas das fontes de abastecimento através da combinação de vários processos e operações de tratamento até chegar a reservatórios de distribuição.

De acordo com o Atlas de Saneamento 2011 entre 2000 e 2008 houve um avanço no número de municípios cobertos pelo saneamento básico em todas as regiões do Brasil, apesar de persistirem diferenças regionais marcantes na abrangência municipal dos

serviços de esgotamento sanitário, de abastecimento de água, de manejo de águas pluviais e de resíduos sólidos.

1.1 Saneamento em Rio Grande

Rio Grande é um Município brasileiro do extremo sul do Estado do Rio Grande do Sul. Segundo dados do IBGE, Rio Grande possuía no ano de 2010 aproximadamente 197.228 habitantes, sendo a densidade demográfica por volta de 73 habitantes por km^2. Devido a demanda pela mão de obra qualificada no polo naval na cidade do Rio observa-se a ocorrência de imigração populacional. Segundo Domingues apud Sônego (2010), como cada emprego direto gera três indiretos em serviços, comércio e construção civil, serão criados, nesta década, ao menos 40 mil postos de trabalho, elevando a população para cerca de 300 mil habitantes. Diante desse contexto existe a necessidade de melhoria na infraestrutura do município, sendo assim o setor de planejamento precisa dispensar uma atenção especial para a questão da saúde pública, que envolve entre outras áreas a questão do saneamento.

Em relação aos serviços de saneamento é oferecido ao município esgoto doméstico em maior extensão nas localidades centrais, sendo necessária sua aplicação em áreas periféricas da cidade. Segundo o secretário de habitação da cidade, Paulo Cuchiara, o sistema de esgoto cobre apenas 20% da área urbana.

Neste contexto os serviços de saneamento adquirem diretamente grande importância na qualidade de vida da população riograndense. Atualmente esses serviços são operacionalizados pela Companhia Riograndense de Saneamento (CORSAN), com sede em Porto Alegre e oficialmente instalada em 28 de março de 1966. Esta companhia procura atender aos serviços relacionados ao saneamento, tendo por finalidade implantar, ampliar, conservar e explorar esses serviços através da delegação municipal.

Atualmente a CORSAN atinge a marca de 237 municípios com contratos renovados para abastecimento e esgotamento sanitário, abastecendo mais de sete milhões de gaúchos, o que significa 2/3 da população total do estado do Rio Grande do Sul. A meta da empresa para os próximos anos é de universalizar seus serviços de saneamento. Segundo seu diretor de operações Ricardo Machado, o governo irá investir nos próximos anos R$ 2,8 bilhões neste setor. Ao todo R$ 1,8 bilhão envolvem obras contratadas e em andamento.

Dentro do serviço de saneamento existe o setor de faturamento que toma como base a leitura de hidrômetros instalados na maior parte das residências. Funcionários denominados leituristas são encarregados de deslocarem-se até as residências, identificarem os hidrômetros das mesmas e utilizarem um microcomputador para emitir a fatura. Essa tarefa é realizada através de caminhada, podendo gerar um desgaste físico e de tempo, ocasionando impactos nos custos da companhia e na qualidade do atendimento aos seus clientes.

Dentro desse contexto propõe-se um estudo no serviço de leituras de hidrômetros da CORSAN, com a finalidade de reduzir o percurso realizado por cada leiturista e obter rotas que tenham aproximadamente a mesma distância. Para isso será utilizado técnicas da pesquisa operacional, bem como problemas de otimização combinatorial em específico, os Problemas de Cobertura de Arcos associados a metaheurística dos Algoritmos Genéticos (AG's).

Os Problemas de Cobertura de Arcos são uma caracterização dos Problemas de Roteamento de Veículos (PRV), que consistem basicamente em determinar rotas a fim de realizar algum serviço, de maneira que o custo em distância percorrida seja mínimo. Esses tipos de problemas podem ser resolvidos através dos AG's que são metaheurísticas flexíveis podendo se adaptarem com as restrições de cada problema.

1.2 Objetivos do trabalho

O presente estudo tem como objetivo geral propor uma metodologia heurística para o problema de cobertura de arcos aplicado aos serviços de leitura de hidrômetros, de forma a otimizar o caminho percorrido por cada leiturista. Para alcançar tal objetivo consideram-se os seguintes objetivos específicos no desenvolvimento do trabalho.

a) Estudar esporadicamente, caracterizando e estruturando o problema em estudo;

b) Implementar o Algoritmo Teitz & Bart modificado e o Algoritmo de Gillet e Johnson na determinação, respectivamente, das p- medianas e na formação dos subsetores de atendimento;

c) A redistribuição de subsetores de atendimento percorridos atualmente pelos leituristas, de maneira que as áreas atendidas em cada subsetor sejam disseminadas de forma aproximadamente igualitária, levando em consideração o problema real.

d) Utilizar o Algoritmo Genético na formação das rotas dentro de cada subsetor de atendimento, relacionando ao problema de cobertura de arcos.

e) Determinar para cada leiturista o percurso a ser feito dentro de seu subsetor de atendimento

f) Desenvolver um aplicativo que possibilite a elaboração de mapas e relatórios de forma inteligente;

g) Estabelecer um modelo dinâmico que possibilite a inclusão de novos setores.

1.3 Justificativa

Na cidade de Rio Grande os serviços de saneamento básico oferecidos pela CORSAN são operacionalizados pelos agentes ou leituristas, servidores que percorrem a cidade para efetuarem a marcação do consumo de água registrada nos hidrômetros dos prédios residenciais, comerciais e públicos. Além de conferirem dados do logradouro, prestarem informações diversas e também verificarem as condições de instalação da ligação predial de água.

Neste contexto verificou-se que os serviços de leitura podem ser melhorados levando em consideração o equilíbrio entre a distância percorrida e a quantidade de leituras obtidas. Para isso utilizou-se técnicas heurísticas, como o Algoritmo de Teitz e Bart (TEITZ E BART, 1968) e a metaheurística do Algoritmo Genético. Tendo por finalidade obter uma melhoria do serviço de leitura de hidrômetros e contribuir nos serviços da empresa. Assim os leituristas terão mais tempo para prestarem os demais serviços relacionados à sua função**.**

1.4 Organização do Trabalho

Este trabalho está estruturado em seis capítulos, sendo este o capítulo I que apresenta a introdução da pesquisa. O capítulo II é construído a partir de uma revisão bibliográfica relacionada a problema de localização de facilidades, problema de roteamento de veículos e problema de cobertura de arcos, assim como suas formulações matemáticas. Também explora-se alguns métodos de solução e uma breve descrição de alguns trabalhos relacionados.

O capítulo III trata do estudo de caso do serviço de leitura de hidrômetros da CORSAN na cidade de Rio Grande, trazendo uma descrição dos dados obtidos em pesquisa de campo e a forma como tal serviço é realizado atualmente.

O modelo proposto para resolução do problema em questão é apresentado no capítulo IV, que está dividido em quatro etapas, onde utiliza-se o algoritmo Teitz Bart modificado na determinação das medianas e o algoritmo genético na formação das rotas.

No capítulo V apresenta-se a operacionalização do aplicativo, assim como análises de resultados. E por fim, no capítulo VI são apresentadas as conclusões e recomendações.

CAPÍTULO II

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo apresentam-se conceitos sobre Problemas de Otimização Combinatorial, formulações matemáticas e métodos de solução dos Problemas de P-Medianas, Problemas de Roteamento de Veículos, em específico, Problemas de Cobertura de Arcos. Dentro deste contexto também serão abordados alguns tópicos sobre Métodos Exatos e Métodos Heurísticos.

2.1 Problema de Otimização Combinatória

Segundo Taufer (2012), os problemas de otimização consistem em determinar uma solução ótima em relação à função objetivo previamente estabelecida entre um conjunto de soluções que obedecem a todas as restrições do problema. Esses problemas podem ser divididos em três categorias: aqueles cujas variáveis assumem valores reais (ou contínuos), aqueles cujas variáveis assumem valores discretos (ou inteiros) e aqueles em que há variáveis inteiras e contínuas, classificados, respectivamente, como Problemas de Otimização Contínua, Otimização Combinatória ou Discreta, e Problema de Otimização Mista.

Diante de um problema de otimização, seja ele real ou fictício, necessita-se de um modelo matemático que contenha variáveis as quais possam representar um problema da melhor maneira possível, ou seja, é necessário que as variáveis de um modelo representem de forma mais precisa possível à realidade do problema em questão (POLTOSI, 2005 e LACORTT, 2011).

Para obtenção da solução ótima, os problemas de otimização passam por algumas fases sendo apresentadas a seguir: modelagem, formulação da função objetivo, formulação das restrições, escolha do método de solução, análise e validação dos resultados obtidos. Segundo Goldbarg e Luna (2000), um modelo por mais preciso que seja, não será igual à realidade, mas satisfatoriamente semelhante para que as conclusões alcançadas possam ser aplicadas à realidade.

De acordo com Goldbarg e Luna (2000), o sucesso de um modelo de otimização, está relacionado com a adequação de sua formulação. Essa adequação não depende apenas do conteúdo técnico uma vez que as equações não existem prontas, sendo identificadas ou

elaboradas de acordo com o problema. Essa elaboração é realizada por meio de ferramentas e métodos matemáticos adequados que expressem de maneira mais precisa possível os problemas de otimização. Esses problemas têm como objetivo maximizar ou minimizar uma função definida sobre um certo domínio.

A teoria clássica de otimização trata do caso em que o domínio é infinito. Já no caso dos chamados problemas de otimização combinatória, o domínio é tipicamente finito; além disso, em geral é fácil listar os seus elementos e também testar se um dado elemento pertence a esse domínio. Ainda assim, a ideia ingênua de testar todos os elementos deste domínio na busca pelo melhor mostra-se inviável na prática, mesmo para instâncias de tamanho moderado.

Alguns problemas clássicos de otimização combinatória aparecem na literatura como: problema da mochila, cobertura de conjuntos, "*clustering*", "*scheduling*" e outros. Problemas específicos como de localização e roteamento tem sido o interesse de muitos pesquisadores devido a grandes aplicações do mundo real. Além disso, possuem um número muito extenso de combinações a serem analisadas o que torna inviável a aplicação de métodos exatos. Assim, os métodos heurísticos ganham cada vez mais importância e hoje representam uma gama de opções muito viáveis para solução de problemas reais de Otimização Combinatória.

2.2 Problemas de Localização de Facilidades

Segundo Rosa (2011), os problemas de Localização de Facilidades são uma classe de problemas dentro da Otimização Combinatória. Estes problemas são conhecidos como Problema dos Centros e Problemas de P-Medianas. Nos dois casos, o objetivo é a localização de facilidades ao longo de uma rede viária definida por um grafo. Esses problemas podem englobar tanto problemas de localização de uma instalação dentro de uma determinada região como de várias instalações, dependendo da particularidade de cada problema (NOVAES, 2004). De acordo com o objetivo desta localização, caracteriza-se o problema como sendo um problema de localização de centros ou de P - medianas.

A teoria de Localização de Facilidades teve início no século XVIII, mas segundo Owen e Daskin (1998) apenas em 1960 surge um interesse maior e uma grande quantidade de trabalhos começam a serem desenvolvidos e publicados.

2.2.1 Problemas de Localização de P-Medianas

Os Problemas de Localização de P-medianas procura minimizar a distância média, ou seja, minimizar a soma das menores distâncias dentro de uma região. Estes problemas objetivam a localização de facilidades ao longo de uma rede viária. As facilidades são localizadas nos vértices ou arcos do grafo, sendo denominadas medianas (MINIEKA, 1977). O problema de determinação das *p*-medianas é denotado dessa forma, por utilizar a variável *p* para representar o número de medianas a serem determinadas.

Estes problemas podem ser denominados problema de p-medianas capacitado ou não-capacitado. Nos problemas de p-medianas capacitado há um limite de capacidade em cada mediana, o que não permite à mediana atender outros pontos de demanda além de sua capacidade. Quando este limite é infinito significa que não existe limite atribuído à mediana, nesse caso denomina-se problema das p-medianas não-capacitado.

Segundo Garey e Johnson (1979), os problemas de p-medianas são problemas de otimização combinatória, classificados como NP- difícil. Estes problemas são um dos mais conhecidos, segundo Hakimi (1965) e Revelle (1970) são aplicados em diversos problemas reais, como por exemplo, localização de depósitos de distribuição de mercadorias, localização de cabines telefônicas, localização de escolas, localização de unidades de correio (ROSA, 1996).

Hakmi (1964) utilizou o conceito de p-medianas de um grafo ponderado para múltiplas medianas. Seu estudo teve como objetivo obter um número mínimo de postos policiais distribuídos a uma rede viária para que a separação entre os postos obedecesse a uma distância pré-estabelecida.

Teitz e Bart (1968) propuseram um método aproximado para se encontrar a mediana de um grafo ponderado. Este método procura determinar uma melhor solução através de uma solução inicial.

Sampaio (1999) utilizou para um problema de P-Medianas os Algoritmos Genéticos e *Simulated Annealing.* O objetivo da autora foi de contribuir para o problema de localização de escolas no município de Curitiba/ PR, de maneira a minimizar a distância entre a escola e as residências dos alunos.

2.2.2 Formulação Matemática para o problema de *P*- medianas

A formulação matemática para o Problema das P-Medianas foi desenvolvida por Christofides (1975) como um problema de programação linear inteira (PPLI) e aperfeiçoada por Crainic et al. (2004), como:

Sejam L um conjunto com m locais onde p-facilidades podem ser localizadas, um conjunto U que contém as localizações de n clientes (pontos de demanda) e J um conjunto que contém as localizações das p facilidades (p-medianas) de modo que $J \subseteq L$ e $|J| = p$. Considere, também, uma matriz D_{nxm}, composta pelas distâncias dij entre o cliente i e a facilidade j, para todo $i \in U$ e todo $j \in L$. Desta forma é possível determinar um conjunto de p facilidades dentre os m possíveis locais satisfazendo n usuários através da seguinte formulação.

Minimizar

$$Z = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} d_{ij} x_{ij} \qquad (2.1.a)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1 \qquad \text{para } \mathrm{j} = 1, \dots, \mathrm{n}, \forall \mathrm{i} \in U \qquad (2.1.b)$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = p \qquad (2.1.c)$$

$$x_{ij} \leq x_{ii} \quad \forall\ i, j = 1, \dots, n \qquad \forall \mathrm{i} \in U, \forall \mathrm{j} \in L \qquad (2.1.d)$$

e

$$x_{ij} = 0\ ou\ 1 \qquad \forall \mathrm{i} \in U, \forall \mathrm{j} \in L \qquad (2.1.e)$$

Onde z representa a função objetivo a ser minimizada, p o número de facilidades (medianas) a serem localizadas, dij a distância entre o cliente i e a facilidade j. Além disso, tem-se x_{ij} como variável de decisão que indica a alocação do cliente i à facilidade j de maneira que:

x_{ij} = 1 se o vértice *i* é atendido pela facilidade *j*;

x_{ij} = 0, caso contrário.

x_{ij} = 1 se o vértice *j* é um vértice –mediana

x_{ij} = 0, caso contrário.

A função objetivo (2.1.a) minimiza a soma das distâncias entre os vértices de demanda até o conjunto de medianas; A equação (2.1.b) garante que todo vértice x_j é alocado a um e somente um vértice- mediana x_i; A equação (2.1.c) garante que existem exatamente p vértices medianas; A restrição (2.1.d) garante que somente um cliente pode ser associado aos locais determinados como medianas. A restrição (2.1.e) impõe a integralidade, ou seja, x_{ij} é variável binária, assumindo os valores 0 ou 1.

Desta forma pode-se determinar um conjunto de medianas de maneira que a distância entre os clientes *i* as medianas *j* seja a mínima possível.

2.3 Problemas de Roteamento de Veículos

Os Problemas de Roteamento de Veículos (PRV) consiste basicamente em determinar rotas para realizar algum tipo de serviço, de maneira que o custo seja mínimo. Esses problemas pertencem à classe dos problemas de otimização combinatória NP- difíceis e estão associados a alguns casos como o problema do carteiro rural e o problema do carteiro chinês contendo a restrição de capacidade (DANTZIG; RAMSER, 1959).

Resolver um PRV, segundo Boaventura (2006), significa procurar a forma de distribuir a um ou mais veículos uma determinada lista de compromissos de entrega, coleta ou execução de algum serviço, associados a determinados pontos (clientes), devendo os veículos retornar ao ponto de origem ao final do trabalho.

Steiner et al. (2000) apresentaram um modelo de PPLI para solucionar um problema no transporte escolar. Os autores pretendiam determinar a quantidade de ônibus, utilizados pela escola, e otimizar seu percurso, para evitar que o aluno ficasse muito tempo no veículo. Eles consideraram a distância percorrida por *m* veículos, incluindo sua disponibilidade, capacidade em cada um dos *n* pontos de demanda.

Araújo e Vittori (2002) desenvolveram um algoritmo de roteamento adaptativo denominado Agentes-Q. Esse algoritmo é baseado em aprendizagem por esforço dual e aprendizagem baseada no comportamento de colônia de formigas, buscando os melhores

caminhos em uma rede. Agentes-Q é composto por um conjunto de agentes móveis simples que se comunicam indiretamente e cooperam na busca dos melhores caminhos em uma rede. Os autores aplicaram separadamente a uma rede telefônica, o algoritmo apresentado e outros dois baseados no comportamento de colônia de formigas e chegaram à conclusão de que Agentes-Q obteve o melhor desempenho, pois apresentou melhor adaptação as condições do problema.

Morais et al. (2011) discutiam em seu trabalho o PRV em coletas e entregas simultâneas no atendimento a consumidores. Os autores tinham o objetivo de minimizar o custo relacionado às rotas percorridas durante este processo. Nesse trabalho foram implementados os seguintes algoritmos imunológicos: *Clonalg*, *B-Cell*, *Opt-AiNe*t e *Copt-Ainet*. Seus resultados mostraram-se eficientes em três instâncias com até 100 agentes.

Os PRV são um dos mais estudados nas áreas de Otimização Combinatória, segundo Cordeau et al. (2002) e Kytojoki et al. (2005). Tais problemas têm várias aplicações nas áreas de logística, distribuição, transporte, dimensionamento de frotas, planejamento de rotas, áreas de distribuição, recolhimento de produtos e sistemas de transportes coletivos urbanos entre outras aplicações práticas. (CEDER e STERN, 1981; XU e KELLY, 1996; BARBAROSOGLU e OZGUR, 1999; HO e HAUGKAND, 2004).

2.3.1 Formulação Matemática para o Problema de Roteamento de Veículos

Uma das formulações para o PRV foi desenvolvida por Fisher e Jaikumar (1981) como segue:

Minimizar

$$z = \sum_{i,j} \left(c_{ij} \sum_{k} x_{ijk} \right) \qquad (2.2.a)$$

Sujeito a:

$$\sum_{k} y_{ik} = 1 \qquad \text{para } i = 2, \dots, n \qquad (2.2.b)$$

$$\sum_{k} y_{ik} = m \qquad \text{para } i = 1 \qquad (2.2.c)$$

$$\sum_{i} q_i \, y_{ik} \leq Q_k \qquad \text{para } k = 1, \dots, m \qquad (2.2.d)$$

$$\sum_{j} x_{ijk} \leq \sum_{j} x_{jik} = y_{ik} \qquad \text{para } i = 1, \dots, n \quad k = 1, \dots, m \qquad (2.2.e)$$

$$\sum_{i,j \in S} x_{ijk} \leq |S| - 1 \qquad \forall\, S \subseteq \{2, \dots, n\}, k = 1, \dots, m \qquad (2.2.f)$$

$$y_{ik} \in \{0,1\} \qquad \text{para } i = 1, \dots, n \quad k = 1, \dots, m \qquad (2.2.g)$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\} \qquad \text{para } i, j = 1, \dots, n \quad k = 1, \dots, m \qquad (2.2.h)$$

Onde:

x_{ijk} ≡ Variável binária que assume valor 1 quando o veículo *k* visita o cliente *j* imediatamente após o cliente *i*; 0 em caso contrário;

y_{ik} ≡ variável binária que assume o valor 1se o cliente *i* é visitado pelo veículo *k;* 0 caso contrário;

q_i ≡ demanda do cliente *i*;

Q_k ≡ capacidade do veículo *k*;

c_{ij} ≡ custo de percorrer o trecho que vai do cliente *i* ao *j*;

$|S|$ ≡ número de clientes.

A função objetivo (2.2.a) minimiza os custos associados ao sistema de transporte sujeito a algumas restrições. A restrição (2.2.b) assegura que um cliente seja visitado uma e somente vez. A restrição (2.2.c) garante que o deposito receba uma visita de todos os veículos. A restrição (2.2.d) obriga que as capacidades dos veículos não sejam ultrapassadas. A restrição (2.2.e) garante a continuidade das rotas. A restrição (2.2.f) não permite a formação de subrotas e as restrições (2.2.g) e (2.2.h) definem as variáveis do problema como binárias.

2.4 Problemas de Cobertura de Arcos

Os Problemas de Cobertura de Arcos são uma caracterização dos Problemas de Roteamento de Veículos (PRV), que consistem basicamente em determinar rotas a fim de realizar algum serviço, de maneira que o custo em distância percorrida seja mínimo. Esses problemas pertencem a classe dos Problemas de Otimização Combinatória NP- difíceis e estão associados em alguns casos com o problema do carteiro rural e o problema do carteiro chinês contendo a restrição de capacidade (DANTZIG; RAMSER, 1959).

O problema do carteiro chinês (PCC) foi definido pelo pesquisador Mei-ko (1962) num problema em que um carteiro deveria percorrer toda sua rota e retornar a empresa, tendo caminhado a menor distância. Em seguida apresenta-se uma das formulações para o PPC.

2.4.1 Formulação Matemática do Problema do Carteiro Chinês

Seja um grafo G (V, E) onde V é o conjunto de todos os vértices *i* do grafo e E é o conjunto de arcos (*i*,*j*) para todo vértice *i* e *j* de V . A formulação do PCC é dada por:

Minimizar:

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \boldsymbol{C_{ij}X_{ij}} \qquad (2.3.a)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ji} - \sum_{j=1}^{n} X_{ij} = 0 \qquad i = 1, \dots, n \qquad (2.3.b)$$

$$x_{ij} + x_{ji} \geq 1 \quad \forall (i,j) \in E \qquad (2.3.c)$$

$$x_{ij} \in \mathbb{Z}_{+} \qquad (2.3.d)$$

Onde:

x_{ij} corresponde ao número de vezes que a arco (*i*,*j*) é percorrida de *i* até *j*;

c_{ij} corresponde ao comprimento ou custo do arco (*i*,*j*);

n corresponde ao número total de vértices do grafo.

A função objetivo (2.3.a) minimiza a distância total a ser percorrida. A restrição (2.3.b) garante a continuidade do percurso. Através da restrição (2.3.c) tem-se a garantia de que nenhum arco será desconsiderado e por fim a restrição (2.3.d) determina as variáveis do problema como não- negativas e inteiras.

Costa (1997) propôs em seu trabalho uma solução para o processo de entrega de correspondências. O autor utilizou o algoritmo do Carteiro Chinês para otimizar o percurso para cada carteiro.

Smiderle (2001) utilizou o PCC para solução do serviço de leitura dos medidores das contas de água de parte da população da cidade de Pato Branco/PR. A autora também adotou a ideia de Costa (1997) onde dentre os doze setores de atendimento existentes, escolheu apenas um e dividiu-o em outros setores menores, determinando o percurso mínimo para cada leiturista dentro de sua rota.

2.5 Métodos de solução

Muitos problemas práticos das mais diversas áreas podem ser enquadradas como problema de p-medianas e PRV, fazendo com que pesquisadores recorram a abordagens diferenciadas para resolver as instâncias desses problemas. Nesta seção serão apresentados as duas categorias que são divididas as abordagens de solução desse problema, os métodos exatos e os métodos heurísticos.

2.5.1 Métodos Exatos

Os algoritmos exatos são utilizados em problemas de otimização combinatória em busca de uma solução ótima e são algoritmos de enumeração, ou seja, varrem o espaço de busca até encontrar a melhor solução, de acordo com as características de cada problema.

Estes métodos garantem a obtenção de uma solução ótima em problemas de pequenas e médias instâncias. Em problemas maiores torna-se inviável sua utilização, pois o tempo para determinar a solução ótima se eleva consideravelmente, dificultando o uso na prática. (STEFANELLO, 2011).

A palavra “tempo” mencionada anteriormente refere-se à complexidade do algoritmo, ou seja, ao número de operações realizadas para obter a solução ótima. Este tempo independe do hardware e da linguagem de programação utilizados em cada problema.

Para que os problemas de otimização combinatória sejam diferenciados em difíceis e fáceis leva-se em consideração o tempo para obtenção da solução ótima. Segundo Araujo (2010), esses problemas são classificados em *P* (Polinomiais), *NP* (Não-polinomiais), *NP-Completo.*

Os problemas classificados como *P* (Polinomiais) são considerados de fácil solução com tempo de solução polinomial. Os *NP* (não-determinista polinomial) são computáveis, porém difíceis, pois as soluções são determinadas com tempo de solução exponencial e fatorial. Os *NP*- Completo são considerados problemas difíceis pelo fato de até o momento não existir algoritmos que determinem a solução ótima em tempo computacional razoável.

Os métodos exatos utilizam-se de outras técnicas além da enumeração exaustiva, sendo algumas delas: *Branch e Bound*, *Branch e Cut* e Relaxação Lagrangeana.

Os algoritmos baseados na técnica de *Branch & Bound* enumeram todas as possíveis soluções e escolhem a melhor delas. A técnica de *Branch & Bound* utiliza a estratégia de dividir para conquistar. Quando se tem um problema e deseja-se determinar uma solução ótima, divide-se o problema original em subproblemas, assim fica mais fácil encontrar boas soluções. Então essas soluções são combinadas, gerando a solução ótima do problema maior (BALAS e TOTH,1985; DIRERICH e GENGLER, 1996).

Segundo Taha (2008), em 1960 Lang e Doug desenvolveram o primeiro algoritmo *Branch & Bound* para problemas de programação linear inteira. Os trabalhos de Jarvinen; Rajala; Sinervo (1972) e El-Shaieb (1973) foram os primeiros a se basearem na técnica de *Branch & Bound* para determinação da solução ótima em problemas de p- medianas.

Muitas vezes, quando um problema apresenta muitas restrições, o processo de resolução torna-se mais complexo e mais difícil de ser tratado apenas por programação linear. Nesse caso, conforme Merz (2000), o método *Branch & Cut* pode ser muito útil, pois o mesmo determina em forma de programação linear uma relaxação que obtenha a solução ótima igual a do problema original.

Segundo Taufer (2012), se uma solução ótima associada à relaxação linear é inviável, um novo problema de separação deve ser “resolvido” buscando a identificação de uma ou mais restrições violadas pela relaxação corrente. A partir disso, se obtém um novo problema contendo restrições adicionais que é resolvido por programação linear. Esse processo repete-se até que não ocorram mais classes de desigualdades violadas.

Alguns autores desenvolveram trabalhos utilizando a técnica *Branch e Cut* aplicados ao problema do caixeiro viajante, como (CROWDER e PADBERG, 1980; PADBERG e RINALDI, 1987; PADBERG e RINALDI, 1991) entre outros.

A Tabela 2.1 apresenta um histórico das instâncias de problemas que foram resolvidos por métodos exatos, especificamente através do método *Branch e Cut* e seus respectivos pesquisadores.

Tabela 2.1 - Histórico das instâncias resolvidas com o método Branch e Cut

Ano	Dimensão	Pesquisadores
1954	49	Dantzig, Fulkerson e Johnson (1954)
1977	120	Grötschel (1980)
1980	318	Crowder e Padberg (1980)
1987	532	Padberg e Rinaldi (1987)
1991	666	Grötschel e Holland (1991)
1991	2392	Padberg e Rinaldi (1991)
1992	3038	Applegate, Bixby, Chvàtal e Cook (1995)
1993	4461	Applegate, Bixby, Chvàtal e Cook (1995)
1994	7397	Applegate, Bixby, Chvàtal e Cook (1995)
1998	13509	Applegate, Bixby, Chvàtal e Cook (1998)
2001	15112	Applegate, Bixby, Chvàtal e Cook (2001)
2004	24978	Applegate, Bixby, Chvàtal, Cook e Helsgaun (2004)

FONTE: Prestes (2006)

Os trabalhos de Held e Karp (1970) e Geoffrion (1974) são considerados como marcos fundamentais para o desenvolvimento da Ralaxação Lagrangeana.

Outras aplicações baseadas em Relaxação Lagrangeana podem ser encontradas nos trabalhos de Narula; Ogbu; Samuelsson (1977); Cornuejols; Fisher; Nemhauser (1977); Mulvey e Crowder (1979); Galvão (1980); Christofides e Beasley (1982); Senne e Lorena (2000).

Os métodos exatos para a resolução de problemas, onde o número de soluções possíveis cresce exponencialmente em função do número de variáveis, torna-se impraticável, principalmente quando se trata de problemas reais. Esses problemas possuem um número de combinações muito grande, o que torna inviável a análise de todas as combinações possíveis. Assim é necessária a utilização de métodos heurísticos, que não produzem uma solução ótima do problema em questão, mas soluções boas, ou seja, soluções aproximadas da solução ótima (CHAVES, 2003; DUCATI, 2003).

2.5.2 Métodos Heurísticos

Segundo Maciel (2005), é mais vantajoso utilizar métodos heurísticos por sua flexibilidade, podendo se adaptar às possíveis mudanças nos dados de entrada em problemas com elevado nível de complexidade.

Os algoritmos gulosos fazem parte da heurística construtivista. Esta heurística parte de uma solução inicial vazia e constrói uma solução aceitável. A heurística dos algoritmos gulosos é conhecida como método de adição de vértices e foi desenvolvida por Kuehn e Hamburger (1963).

Na heurística de pesquisa local os algoritmos são considerados de melhoramento e são baseados na noção de vizinhança. Segundo Dias (2005), o que garante a eficiência de um algoritmo de pesquisa local é a escolha adequada da estrutura de vizinhança e da solução inicial.

Além das heurísticas citadas acima existem heurísticas baseadas na substituição de vértices, como a baseada no algoritmo de Teitz e Bart (1968). Esta heurística tem como objetivo melhorar o valor da função objetivo a cada iteração, a partir de uma solução inicial. Tal heurística é fácil de implementar além de produzir bons resultados em problemas pequenos.

O algoritmo de Teitz e Bart (TeB) é uma das heurísticas que podem ser aplicadas para determinação de p-medianas para um determinado problema. Nesse caso é necessário determinar o número de transmissão $\sigma(v_i)$, o qual soma as menores distâncias que existe entre um vértice qualquer e todos os outros vértices. Para isso tem-se a definição:

Seja um grafo G (V, A) onde V é o conjunto de todos os vértices do grafo e A são os subconjuntos de arcos que ligam dois vértices de V. Sendo v_i os possíveis vértices medianas e v_j os demais vértices do grafo, determina-se a soma das menores distâncias de um vértice v_i a todos os demais vértices v_j. O resultado dessa soma originará o número de transmissão $\sigma(v_i)$.

$$\sigma(v_i) = \sum_{j=1}^{n} w_j d(v_i\,, v_j\,), v_i, v_j \in V \qquad (2.4.\text{a})$$

Onde:

v_i é um vértice qualquer de V;

v_j refere-se aos outros vértices de V;

w_j refere-se ao peso atribuído ao vértice v_j ;

$d(v_i\,, v_j\,)$ é a menor distância do arco que liga v_i e v_j .

Portanto será mediana aquele ponto que produzir a menor soma total das distancias de si próprio até aos demais vértices do grafo.

Seja v_m a mediana, então:

$$\sigma(v_m) = mínimo[\sigma(v_i)]\ \forall\ v_i \epsilon\ V \qquad (2.4.\mathrm{b})$$

Quando se tem o objetivo de determinar p-medianas para p > 1 calcula-se primeiramente a soma total das menores distâncias, através da seguinte equação:

$$D(V_P v_j) = mínimo[d(v_i, v_j)],\ \forall\ v_i\ \epsilon\ V_P, v_j\ \epsilon\ V \qquad (2.4.c)$$

Para $V_p \subset V$ e $|V_p|$ = p

Onde:

$D(V_P, v_j) =$ é $a\ soma\ total\ das\ menores\ distâncias$;

Por fim determina-se o número de transmissão, para p > 1 utilizando a equação abaixo.

$$\sigma(V_p) = \sum_{j=1}^{n} w_j d(V_p, v_j), \forall v_j\ \epsilon\ V \qquad (2.4.d)$$

A solução ótima será o conjunto de p - vértices que obter a menor soma total das distâncias de cada vértice do conjunto até os demais vértices do grafo. Portanto tem-se:

$$\sigma\left((V_{p_{solução_{ótima}}}\right) = mínimo[\sigma(v_p)],\ \forall v_p\ \subset V \qquad (2.4.e)$$

Assim, encontra-se um conjunto V_p em V em que o número de transmissão é mínimo.

Os passos do algoritmo clássico de Teitz e Bart é descrito a seguir:

<u>Passo 1:</u> Selecionar um conjunto S de p vértices, formando uma aproximação inicial do conjunto ótimo de P- Medianas $\bar{V}_p$ onde os vértices $x_j \in S$ são denominados de vértices não testados e os $x_i \in S$ de testados;

<u>Passo 2:</u> Selecionar um vértice não testado $x_j \notin S$, compute a redução Δ_{ij} no número de transmissão, se x_i é substituído por x_j, isto é, compute a equação (2.5.f):

$$\Delta_{ij} = \sigma(S) - \sigma\big(S \cup \{x_j\} - \{x_i\}\big) \qquad (2.4.f)$$

<u>Passo 3:</u> Encontre $\Delta_{i_0 j} = \max_{x_i \in S}[\Delta_{ij}]$

i) Se $\Delta_{i_0 j} \leq 0$ rotule o vértice x_j como testado e volte ao passo 2;

ii) Se $\Delta_{i_0 j} > 0$ efetuar $S \leftarrow S \cup \{x_j\} - \{x_i\}$, rotular x_j como testado e volte ao passo 2.

Passo 4: Repetir os passos 2 e 3 até que todos os vértices do conjunto de vértices V estejam rotulados como testados. Este procedimento é referido como ciclo. Se, durante o último ciclo nenhuma substituição foi feita no passo 3(ii), vá para o passo 5. Caso contrário, se foi feita alguma substituição, rotule todos os vértices como não testados e retorne ao passo 2.

Passe 5: Pare. O conjunto S atual é o conjunto de p-medianas $\bar{V}_p$. Dessa forma defini-se o conjunto ótimo contendo p medianas.

Hörner (2009) buscou implementar e analisar os algoritmos de TeB modificado, Busca Tabu e Genético, aplicados ao problema das p-medianas. Seu objetivo era avaliar o desempenho dos algoritmos em problemas de pequeno, médio e grande porte, considerando o valor da solução e o tempo de resolução. O autor realizou 115 testes e chegou à conclusão de que para os problemas de pequeno e médio porte torna-se viável a utilização do Algoritmo Busca Tabu e do Genético, porém para os problemas maiores, o algoritmo de TeB modificado forneceu melhores respostas em menor tempo computacional.

Outro algoritmo baseado na substituição de vértices foi desenvolvido por Freitas (2012), a fim de preservar a qualidade de solução obtida pelo método clássico de TeB e reduzir o tempo computacional. Este algoritmo é denominado Algoritmo de Teitz e Bart modificado por C_{ADP} e baseia-se na heurística clássica de substituição de vértices combinada à exploração das características estruturais dos vértices do grafo que modelam os problemas de localização. Este algoritmo também pode ser denominado como Método das Regiões.

Freitas (2012) fez modificações no algoritmo de TeB. Em seu trabalho encontram-se os fundamentos matemáticos de tais modificações. A solução inicial aponta para os vértices mais centrais e o algoritmo é descrito a seguir:

Passo 1: Divida a região R em p regiões, de modo que $R = R_1 \cup R_2 \cup \ldots \cup R_n$

Passo 2: Aplique o método das potências em cada uma das p regiões, determinando assim os autovetores dominantes $V_1, V_2, \ldots, V_p$ de cada uma das regiões.

Passo 3: Para cada vetor V_i, com $i = 1, \ldots, p$, forme conjuntos V'_i com os vértices correspondentes às componentes de V_i ordenadas em ordem crescente.

Passo 4: Considere um percentual do total de elementos de V'_i. Para cada conjunto V'_ido passo 3, forme subconjuntos ordenados X_i com os j primeiros elementos de V'_i. Denote esses subconjuntos por: $X_i = \{x \in X_i, n = 1, \dots, j\}$

Passo 5: Forme o conjunto S, chamado solução inicial do problema, através de $S = \{x_{i1} \in X_i, i = 1, \dots, p\}$. Calcule o valor da Função Objetivo para o conjunto S.

Passo 6: Rotule os vértices de $x_{ik} \in (X_i - S)$, como não testados.

Passo 7: Para algum i, selecione o elemento $x_{ik} \in (X_i - S)$ não testado, mais próximo de $x_{in} \in S$ de acordo com a ordenação de X_i.

Passo 8: Compute a "redução" Δ_{nk}^{i} no número de transmissão, da substituição de x_{in} por x_{ik}, isto é, compute:

$$\Delta_{nk}^{i} = \sigma(S) - \sigma(S \cup \{x_{ik}\} - \{x_{in}\} \qquad (2.4.g)$$

i) Se $\Delta_{nk}^{i} \leq 0$ rotule o vértice x_{ik} como testado e volte ao passo 7.

ii) Se $\Delta_{nk}^{i} > 0$ efetuar $S \leftarrow S \cup \{x_{ik}\} - \{x_{in}\}$, rotular x_{ik} como testado e volte ao passo 7.

Passo 9: Repetir os passos 7 e 8 até que todos os vértices dos subconjuntos X_i estejam rotulados como "testados". Este procedimento é referido como ciclo. Se, durante o último ciclo nenhuma substituição foi feita no passo 8(ii), vá ao passo 10. Caso contrário, rotule todos os vértices como "não testados" e retorne ao passo 7.

Passo 10: Pare. O conjunto S atual é o conjunto de p-medianas $\bar{X}_p$.

No algoritmo de Teitz e Bart modificado por C_{ADP} percebe-se que buscando em cada uma das regiões somente uma mediana, o vértice não-testado de maior centralidade que será analisado, será substituído apenas pelo vértice pertencente ao conjunto solução vigente que se encontra na mesma região que ele. As modificações propostas reduzem significativamente o número de iterações do algoritmo.

Muitos trabalhos foram desenvolvidos nas últimas décadas, principalmente a partir dos anos 80, com o objetivo de melhorar os métodos heurísticos tradicionais sem prejudicar a sua principal característica, a flexibilidade. Na literatura, essas técnicas são conhecidas como metaheurísticas, ou seja, procedimentos destinados a encontrar uma boa solução, eventualmente a ótima, consistindo na aplicação, em cada passo, de uma heurística subordinada, a qual tem que ser modelada para cada problema específico. A principal característica das metaheurísticas é a capacidade que estas possuem de escapar de ótimos locais.

2.5.3 Metaheurísticas

Na busca de melhorar a solução para um problema, as metaheurísticas se dividem em técnicas de busca local e de busca populacional. Os métodos de busca local baseiam-se no conceito de vizinhança. Partindo de uma solução inicial busca-se a melhor solução dentro de um conjunto de soluções. Em contrapartida, os métodos de busca populacional determinam a melhor solução partindo de um conjunto de possíveis soluções, denominado população inicial (ARROYO, 2002).

Alguns dos procedimentos metaheurísticos mais utilizados e reconhecidos em otimização combinatória e que fazem parte das técnicas de busca local e busca populacional, respectivamente, são Busca Tabu e Algoritmos Genéticos (AG's).

A metaheurística conhecida como Busca Tabu foi introduzida por Glover (1986), sendo um procedimento que se adapta a um espaço de solução com o objetivo de servir como guia de um algoritmo de busca local. Este método consegue atingir uma boa solução, pois evita retornar a ótimos locais visitados anteriormente superando a otimilidade local.

Simas e Gómez (2005) utilizaram Busca Tabu para solucionar um problema de roteamento de veículos com o objetivo de gerar rotas dentro de uma rede de demanda de maneira que atendesse a todos os clientes com um custo mínimo.

Os AG's são métodos de otimização de busca, introduzidos por Holland (1975) e popularizados por Goldberg (1989). Esses métodos baseiam-se na teoria Darwiniana, onde são selecionados os indivíduos que melhor se adaptam ao ambiente. Essa mesma ideia é utilizada pelos AG' para escolha das melhores soluções.

Esses algoritmos buscam as regiões do espaço com prováveis melhorias para manter possíveis soluções durante o processo de execução. Essa busca é realizada de maneira aleatória, no entanto suas regras de transição são probabilísticas, e não determinísticas como utilizam a maioria dos métodos de busca.

Os AG's têm algumas características que os diferem dos demais métodos de busca. Eles não trabalham com uma codificação dos parâmetros e sim com seu conjunto de codificações. Esses algoritmos utilizam uma população ao invés de utilizarem apenas um ponto, além disso, utilizam informações de custo e não derivadas ou outros métodos auxiliares.

O vocabulário dos AG's é o mesmo utilizado na genética. Para esses algoritmos utilizam-se termos como: cromossomo (genótipo), gen (gene), população, fenótipo, geração e operações genéticas.

O cromossomo representa em AG's uma solução do problema, ou seja, um indivíduo. Esses cromossomos são as cadeias de caracteres que representam informações sobre as variáveis do problema. Dentro desses cromossomos estão os gens que é a unidade básica do cromossomo. Cada cromossomo tem certo número de gens, cada um descrevendo certa variável do problema.

O conjunto de soluções (indivíduos) é denominado população. Além disso, se dá ao cromossomo decodificado o nome de fenótipo. O termo "geração" significa cada iteração que é executada com o fim de gerar uma nova população. Os AG's (algoritmos genéticos) realizam operações genéticas sobre cada um dos cromossomos, usando como os operadores de cruzamento e a mutação.

Nos AG's cada indivíduo de uma população é representado em forma vetorial com *n* posições, como representado em 2.5.

$$(p_1,p_2,p_3...p_n) \tag{2.5}$$

No Algoritmo Genético (AG) clássico essa representação pode ser feita por vetores binários formados por uma cadeia de bits 0 e 1, sendo que o bit 1 indica a presença de uma determinada característica e 0 caso contrário. Outras formas de representar a codificação dos indivíduos em AG e os problemas onde podem ser aplicadas estão mencionadas na Tabela 2.2.

Tabela 2.2 - Tipos de representação de indivíduos em AG's

Representação	Problemas
Binária	Numéricos, Inteiros
Números Reais	Numéricos
Permutação de Símbolos	Baseados em Ordem
Símbolos Repetidos	Grupamento

FONTE: Pacheco (2005)

Segundo Taufer (2012), independentemente do tipo de representação selecionada, deve-se verificar se a representação está corretamente associada com as soluções do problema analisado. Desta forma todo indivíduo gerado estará associado a uma solução viável.

A seguir a Figura 2.1 apresenta uma estrutura básica utilizada nos AGs.

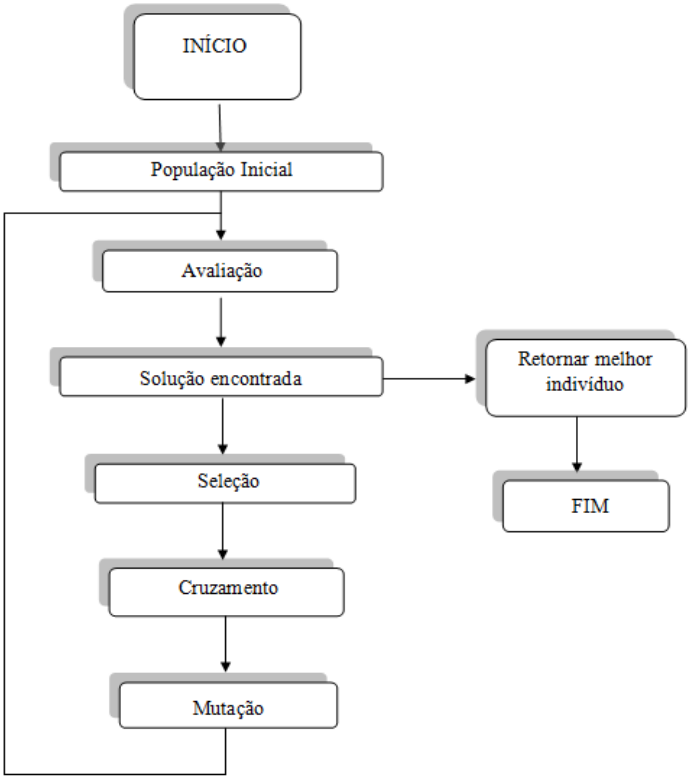


Figura 2.1 - Estrutura Básica de um AG clássico

Para inicializar o AG clássico necessita-se de uma solução inicial (população inicial) que pode ser gerada aleatoriamente ou através de métodos heurísticos. Dentro desta população avalia-se cada indivíduo através de uma função aptidão. A função aptidão (função objetivo) é construída de acordo com o problema para avaliar o nível de capacidade gerado pelo algoritmo genético com o fim de determinar uma solução ótima ou próxima da ótima.

A partir de uma população inicial é possível dar início ao processo de seleção. Esse processo se dá em toda ou parte da população e indicará quais indivíduos serão selecionados para reprodução. Os indivíduos selecionados serão os pais e através do cruzamento serão gerados novos indivíduos. Esses novos indivíduos serão a prole (os filhos), que possuirão a combinação das informações genéticas de seus pais, formando uma nova população.

Através dos cruzamentos tem-se o objetivo de aumentar a qualidade média de uma população para que o algoritmo genético encontre uma boa solução. Em alguns cromossomos da população pode-se fazer a operação de mutação permitindo trocas aleatórias de alguns genes entre os indivíduos. Isso evita a convergência prematura da população, o que mantém a diversidade populacional e evita os mínimos locais.

Todo este processo de evolução mencionado anteriormente é repetido até que a população atinja um critério de parada estabelecido previamente. Quando o critério de parada é atingido o processo termina e a população final será considerada como a melhor solução.

O processo de seleção se dá a partir da avaliação da função aptidão dos indivíduos. Esta seleção pode ser feita de diferentes maneiras, dependendo de cada classe de problemas. Alguns tipos de seleção podem ser citados como, seleção por roleta; seleção por torneio e seleção elitista.

No método de seleção por roleta os indivíduos são selecionados para gerar uma população intermediária de maneira similar ao sorteio de roleta, sendo que o indivíduo que apresentar um grau maior de aptidão ocupará um espaço maior na roleta, ou seja, o lado de cada secção da roleta é proporcional ao valor da adequação de cada indivíduo. Assim de acordo com o grau de aptidão é que são distribuídos os demais indivíduos no espaço da roleta. (FERREIRA et al, 2003).

Após os indivíduos estarem distribuídos, gira-se a roleta *n* vezes, dependendo do tamanho da população, sendo que a cada vez que esse processo ocorre um indivíduo é escolhido para fazer parte da população seguinte. A Figura 2.2 apresenta um exemplo de distribuição de indivíduos na roleta de acordo com seu grau de aptidão.

Indivíduo S_i	Aptidão $f(S_i)$	Aptidão Relativa
S_1 10110	2.23	0.14
S_2 11000	7.27	0.47
S_3 11110	1.05	0.07
S_4 01001	3.35	0.21
S_5 00110	1.69	0.11

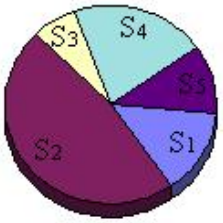


Figura 2.2 - Indivíduos de uma população e a sua correspondente roleta de seleção

FONTE: Carvalho (2012)

Na Figura 2.2 percebe-se que o indivíduo S_2 possui o grau maior de aptidão por isso tem o maior espaço na roleta. Assim é feito para todos os demais indivíduos, ou seja, a distribuição na roleta se dá de maneira decrescente, onde os indivíduos são distribuídos a partir daquele que tiver maior aptidão até aquele que possuir a menor delas.

Além do método de seleção por roleta também existe a seleção por torneiro. Segundo Linden (2006), nesse método ocorre um torneio entre os indivíduos. Estes por sua vez são selecionados aleatoriamente sem favorecimento aos que apresentarem um grau maior de

aptidão, sendo que o número de indivíduos e quantos torneios serão realizados devem ser determinados previamente.

Para determinar quantos indivíduos serão selecionados para competição define-se um parâmetro denominado “tamanho do torneio”. Este parâmetro deve obter um tamanho mínimo de dois indivíduos para que haja competição.

Após determinar o número de indivíduos competidores é selecionado o que obter a melhor avaliação para fazer parte da população intermediária. Segundo Taufer (2012), a única vantagem deste método de seleção é que os melhores indivíduos da população, se selecionados, vencerão o torneio.

Ainda no método de seleção por torneio pode-se também selecionar os indivíduos de maneira que cada um deles receba uma porcentagem proporcional a sua colocação. A partir daí é realizado um sorteio selecionando o indivíduo mais apto.

Outro método de seleção é o Elitista. Nesse método, a cada geração são mantidos os melhores indivíduos, sendo que dentre esses melhores geralmente são selecionados um número muito pequeno, mas comumente igual a um indivíduo.

Taufer (2012) desenvolveu um estudo com diferentes operadores de cruzamento e conclui que o operador HX (cruzamento heurístico) foi o mais eficiente. Um exemplo ilustrativo sobre o funcionamento desse operador pode ser visualizado no apêndice A.

Após a aplicação do operador de cruzamento, faz-se a mutação. Um dos operadores de mutação é o de inversão simples (*Simple Inversion Mutation*- SIM). Este operador, dentro de uma sequência de genes, selecionada aleatoriamente dois deles e inverte a subsequência efetuando a permutação entre os genes selecionados. A Figura 2.3 ilustra esse processo.

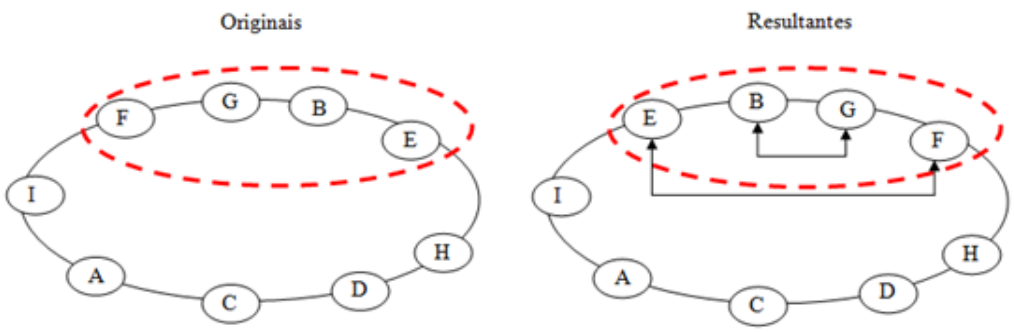


Figura 2.3 - Mutação de Inversão Simples

Realizado todo o processo de seleção, cruzamento e mutação é necessário estabelecer um critério de parada. Quando este critério for atingido a última população gerada será escolhida como a melhor solução.

Segundo Beasley; Bull; Martin (1993) a definição dos operadores de cruzamento e mutação, bem como suas taxas de aplicação, pode ser determinante para a ocorrência da convergência. Para que não seja eliminada a utilização do operador de cruzamento na exploração do espaço de busca é necessário atribuir um percentual de mutação apropriado. Caso contrário, apenas o operador de mutação ficará responsável pela exploração do espaço de busca.

Alguns dos critérios de parada podem ser estabelecidos como: parar quando atingir um determinado número de ciclos de evolução, ou seja, quantidade de populações geradas; quando a aptidão média ou do melhor indivíduo da população não sofrer melhora; terminar o processo quando as aptidões dos indivíduos tornarem-se semelhantes; quando se sabe a resposta máxima da função objetivo ou quando houver perda de diversidade da população. Os critérios de parada ficam a escolha dos autores de acordo com cada problema específico.

Os AG's têm muitas aplicações em Problemas de Otimização, tais como: otimização de funções matemáticas, Problema do Caixeiro Viajante, Problema de Roteamento de Veículos, construção automática de programas que realizem tarefas específicas, além de aplicações nas áreas de economia e finanças, (MICHALEWICZ, 1994; BEJAN, 1996).

Ribeiro (2007) em seu trabalho buscou avaliar e identificar as melhores soluções para resolução de problemas de p- medianas. O autor abordou algumas metaheurísticas como: *Simulated Annealing*; AG's e algorítmos baseados em colônia de formigas. Os resultados de sua pesquisa mostraram que os AG's foram os que apresentaram melhor desempenho, demonstrando grande vantagem em relação às outras metaheuríticas.

Meira (2010) utilizou o método dos algoritmos genéticos no desenvolvimento de uma metodologia para avaliação da segurança de estruturas de ônibus rodoviário sob ação de impacto frontal. O autor propôs alternativas para prover a estrutura do ônibus de absorver toda energia durante o impacto.

Castoldi (2011) em sua tese propôs um método de sintonia dos controladores de amortecimento dos sistemas elétricos de potência, utilizando algoritmos de busca global juntamente com algoritmos de busca local. Em seu trabalho o autor utilizou o algoritmo genético para a busca global, pelo fato do mesmo possibilitar a diminuição do tempo de sintonia e o esforço computacional comparados a outros métodos de busca global. O autor afirma que o

algoritmo genético quando comparado com outros métodos é mais eficiente em tempo de sintonia e esforço computacional.

Lima (2011) propôs em seu estudo utilizar os conhecimentos sobre AG's e aplicá-los na otimização topológica e paramétrica de vigas de concreto armado, que eram submetidas a um carregamento distribuído. A autora concluiu que os AG's são uma técnica bastante robusta que proporcionou resultados significativos para seu problema.

2.6 Algoritmo de Gillet e Johnson

Nos problemas de p-medianas podem ser aplicados diversos métodos para determinar a quantidade de medianas desejadas dentro de uma região com um número finito de pontos. Um desses métodos é a heurística de T &B descrita em 2.5.2. Após determinar as medianas é possível designar os pontos restantes, contidos na região, a cada mediana gerando subregiões (*clusters*) dentro de uma região maior.

Um dos algoritmos utilizados para designação é proposto por Gillet e Johnson. Esse algoritmo designa os pontos restantes denominados pontos de parada, às medianas estabelecidas previamente. Essa medianas também são conhecidas como depósitos fictícios (BODIN, 1983; GOLDEN; MAGNANTI; NGUYEN, 1997).

O algoritmo de Gillet e Johnson considera a restrição de capacidade para cada mediana e pode ser descrito da seguinte maneira:

Considere um grafo que contenha inicialmente i pontos, ainda sem designação. Sendo M_i pontos medianas, para cada ponto i tem-se $M_{1(i)}$ como primeira mediana mais próxima de i e $M_{2(i)}$ como segunda mediana mais próxima de i.

Para cada ponto i será calculado a razão r_i entre $M_{1(i)}$ e $M_{2(i)}$, sendo:

$$r_i = \frac{\mathrm{M1}(i)}{\mathrm{M2}(i)} \tag{2.6}$$

Após esta razão ser calculada para todos os i pontos, exceto os pontos medianas, estes são distribuídos em ordem crescente de designação respeitando os valores determinados por r_i. O processo de designação começará pelos pontos que obtiverem menor razão r_i levando em consideração a capacidade de cada mediana. O cálculo da razão r_i é realizado para se perceber a "urgência" de cada ponto i no momento de designação, ou seja, quanto menor for o valor de r_i maior será a urgência.

2.7 Considerações

Nesse capítulo foram apresentados conceitos encontrados na literatura estudada sobre problemas de otimização combinatória, destacando o problemas p-medianas e PRV, algumas formulações matemáticas e técnicas de solução exata e heurística. Devido aos problemas em questão serem problemas NP-Difícil, a utilização de métodos heurísticos é aconselhável, principalmente quando aplicado a instâncias grandes. As publicações demonstram que, através do tempo, houve avanços na procura de técnicas que resultassem soluções melhores, mas as diferenças vão desde a concepção do problema, dos objetivos, dos modelos matemáticos, até às técnicas de solução.

O próximo capítulo apresenta a caracterização do problema que deu origem ao estudo de caso, a descrição do problema real de uma empresa de Saneamento do Rio Grande do Sul, ou seja, como a empresa faz atualmente o serviço de leitura de hidrômetros.

CAPÍTULO III

3. CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA

Este capítulo refere-se a um estudo de caso relacionado a serviços de saneamento, em específico ao de leitura de hidrômetros. Esse serviço atualmente é realizado por uma empresa de economia mista na cidade de Rio Grande no estado do Rio Grande do Sul. Uma descrição do problema, a partir de coleta de dados, mostra como o atual funcionamento do serviço é realizado.

3.1 Descrição do Problema Real

Para modelar o problema real preliminarmente fez-se uma pesquisa de campo sobre o atual funcionamento da Companhia Riograndense de Saneamento – CORSAN, em específico, os serviços de leitura de hidrômetros. Para isso foi encaminhada a companhia uma carta da orientação solicitando o acesso às informações necessárias para a pesquisa. Após a permissão de Júlio César Mastroiano Golçalves, responsável pela empresa na época, deu-se inicio a uma série de entrevistas com funcionários responsáveis pelo setor de faturamento da empresa. A partir destas entrevistas alguns aspectos históricos e informações do quadro atual são descritos a seguir.

A CORSAN, com sede em Porto Alegre, foi criada pela lei n°5167 de 21 de dezembro de 1965 e oficialmente instalada em 28 de março de 1966.

Seus líderes tinham o desafio de proporcionar a população do Rio Grande do Sul melhores condições de vida. Para isso era necessário reverter a precária situação que o estado enfrentava no abastecimento de água, onde apenas 112 municípios possuíam algum tipo de atendimento.

Segundo o Regulamento de Serviços de Água e Esgoto - CORSAN (2009), a companhia tem por finalidade implantar, ampliar, conservar e explorar os serviços de abastecimento de água e esgotamento sanitário através da delegação municipal. Tem também o papel social de promover o saneamento ambiental, com tarifas justas para seus clientes e excelência em seus serviços prestados à população gaúcha.

Para a realização dos serviços de leitura de hidrômetros a empresa possui atualmente oito funcionários que recebem o nome de leituristas. Estes também tem outras funções, que são

as de conferir dados do logradouro, verificar as condições de instalação da ligação predial de água e prestar informações diversas. Para que os leituristas efetuem a marcação do consumo de água registrada nos hidrômetros são necessários alguns procedimentos básicos relatados a seguir.

Cada um dos oito funcionários tem a responsabilidade de percorrer uma rota por dia, sendo que poderá concluí-la em até três dias úteis. Essas rotas são determinadas pelo sistema comercial integrado (SCI), que é um programa implementado especificamente para serviço da CORSAN em geral. O anexo I apresenta um exemplo de rota gerada pelo SCI.

Tendo sua rota estabelecida, o funcionário dirige-se ao local determinado e dá início as marcações. No decorrer da rota o leiturista deve identificar o hidrômetro instalado na residência, fazer a leitura e digitar os dados em um microcomputador, pertencente a própria empresa, emitir a fatura no local e entregar ao cliente.

Para os serviços oferecidos pela CORSAN o mapa da cidade é dividido em dez setores, sendo os mesmos identificados na Tabela 3.1. Embora a empresa possua dez setores, estes não são utilizados para o serviço de leitura e sim para localização. Já para o serviço de leitura o importante são as rotas onde constam os endereços das residências que possuem os serviços da CORSAN. Estas rotas com os endereços são distribuídas para os leituristas em forma de listagem e não visualizadas por imagem dos locais.

Tabela 3.1 - Localização dos 10 setores no município de Rio Grande

Setores	Bairros Relacionados
1	P.Marinha, P.São Pedro, Jardim do Sol
2	Santa Rosa, Castelo Branco, Coabe 4
3	Profilurb, Nossa Sr^{a}.de Fátima, Recreio
4	S. João, S.Miguel
5	Av.Itália, Vila Maria, Bernadeth
6	Rural, Buchholz, Coabe I e II
7	Cidade Nova
8	Centro
9	B.G.V, Sta Tereza,Vila Militar
10	Barra e Mangueira

Dentre os setores existentes, observa-se, que o setor oito, pode comtemplar características importantes pois abrange grande parte da área central do município, que possui um grande número de ligações e também locais periféricos, que possuem caracterísricas de bairros, os quais na maioria das vezes têm um número menor de ligações. Como a empresa não possuí a visualização dos setores através de mapas, utilizou-se um mapa georeferenciado da cidade de Rio Grande. Nesse mapa está em destaque o setor oito onde existem 8.016 ligações distribuídas em 24 rotas obtidas através do SCI, conforme a Figura 3.1.

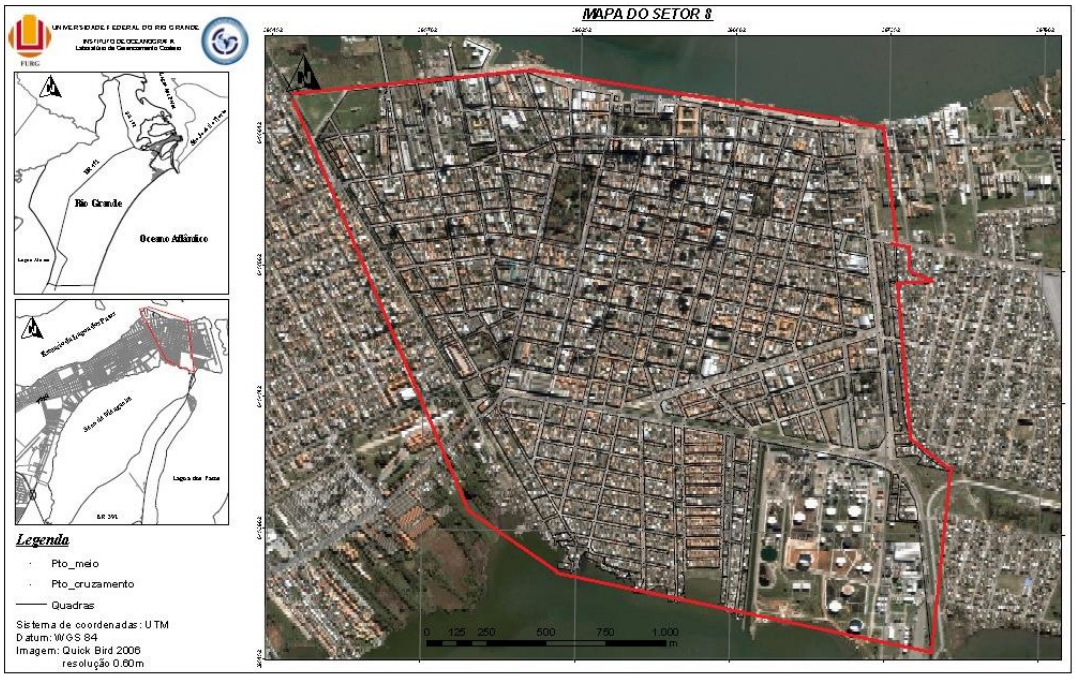


Figura 3.1 - Imagem de satélite de parte da cidade de Rio Grande, em destaque o setor oito

Pelo fato da empresa não ter disponível um mapa que represente todos os 10 setores existentes na cidade, não foi possível destacá-los no mapa. Isso implicaria em um grande número de informações que seriam necessárias, como os nomes das ruas que contemplam os bairros em cada um dos dez setores, o que nessa pesquisa seria inviável. No anexo II pode-se visualizar em imagem de satélite, parte do setor oito contendo nomes de ruas pertencentes a uma determinada rota.

Em geral, o serviço de leitura é realizado todos os dias, tendo como meta concluir todas as ligações da cidade em aproximadamente 20 dias úteis. Todos os dias, o leiturista deve acessar o SCI para saber qual será sua rota. No entanto não poderá deixar de concluir as leituristas anteriores. Caso alguma rota tenha ficado incompleta, é dever do funcionário resposavél pela mesma de concluí-la antes de dar início a uma nova rota.

No caso de residências que não possuem hidrômetros para marcação do consumo de água, é entregue ao morador um documento contendo uma taxa básica para a utilização dos serviços da empresa. De qualquer maneira todas as residências, tanto as que possuem hidrômetro quanto as que não tem este aparelho instalado são visitadas e recebem um custo para terem o direito de utilizar os serviços de saneamento.

Neste trabalho será desenvolvida uma proposta para o serviço de leitura de hidrômetros da CORSAN, no município de Rio Grande referente a um setor dentre os dez existentes atualmente. Para isso, escolheu-se o setor oito, pois é o que apresenta mais características gerais, englobando centro e bairros.

3.2 Considerações

Apartir da obtenção de informações sobre a atual situação do serviços da CORSAN, em específico o serviço de leitura de hidrômetros, foi possível dar continuidade ao estudo. Para isso desenvolveu-se um metodologia que está descrita no capítulo a seguir.

CAPÍTULO IV

4. MODELO PROPOSTO

O problema real abordado neste estudo refere-se ao serviço de leitura de hidrômetros realizado por funcionários de uma empresa de saneamento do estado do Rio Grande do Sul. A partir de estudos sobre a situação atual deste serviço percebeu-se que as rotas possuem diferenças significativas em distância percorrida, ou seja, dependendo da rota percorrida diariamente pelo leiturista, a distância poderá ser maior ou menor em relação às demais rotas.

Para evitar grandes diferenças em distância por percurso é possível através da utilização de métodos heurísticos, contribuir de maneira positiva para que as rotas tenham aproximadamente a mesma distância. Para isso decidiu-se explorar as heurísticas como o algoritmo genético, o algoritmo de Teitz e Bart (TEITZ e BART, 1968) e um recente algoritmo desenvolvido por Freitas (2012) baseado na substituição de vértices e Teoria Espectral para o problema das p-medianas. Este recente algoritmo mostrou-se eficiente em redes de médio e grande porte podendo ser aplicado em problemas práticos reais, como a minimização de custos em distância percorrida dentro de uma rota.

Todos esses métodos heurísticos fazem parte da pesquisa operacional e possibilitam soluções viáveis, além de sua importância econômica e tecnológica, pois por menor ganho obtido sua aplicação ainda é viável, tratando-se de problemas de grande porte, como é o caso da maioria dos problemas reais.

A metodologia utilizada visa a determinação de rotas que sejam de distância de custo mínimo e está divida em 4 etapas.

4.1 Etapa 1 - Organização dos Dados

Através da pesquisa de campo, conforme descrito no capítulo anterior, foram coletados alguns dados sobre o processo de leitura. Estes foram organizados e analisados. Através dos dados disponibilizados pelo SCI determinou-se o número de ligações e de hidrômetros contidos nas 24 rotas que compõem o setor 8, conforme a Tabela 4.1.

Tabela 4.1 - Número de ligações e de hidrômetros no setor 8

Rota	Nº Ligações	N° Hidrômetros
142	376	313
143	313	228
144	401	318
145	317	261
146	346	270
147	375	319
148	317	208
151	339	290
152	265	234
153	294	308
154	342	274
155	353	284
156	294	158
157	338	273
158	393	314
161	360	205
162	308	143
163	345	299
164	314	266
165	343	277
166	402	359
167	256	200
168	338	263
171	287	242
Total	**8.016**	**6.306**

De acordo com as informações contidas na Tabela 4.1 tem-se 24 rotas, contendo 8.016 ligações, onde 6.306 delas possuem aparelhos para marcação do consumo de água (hidrômetros). A diferença entre número de hidrômetros e número de ligações é devido à existência ou não do medidor na residência, o que não interfere no serviço de leitura, pois cada

funcionário tem a tarefa de inspecionar todos os endereços que constam na rota, possuindo ou não hidrômetro.

Através dos endereços disponibilizados pelo SCI foi determinado possíveis rotas que contemplam todas as residências do setor 8 e com isso obteve-se as distâncias totais percorridas em cada uma das 24 rotas. Para isso utilizou-se o recurso do Google Maps. Nas Figuras 4.1 e 4.2, apresentam-se os exemplos de duas rotas que são, respectivamente, 148 e 154.

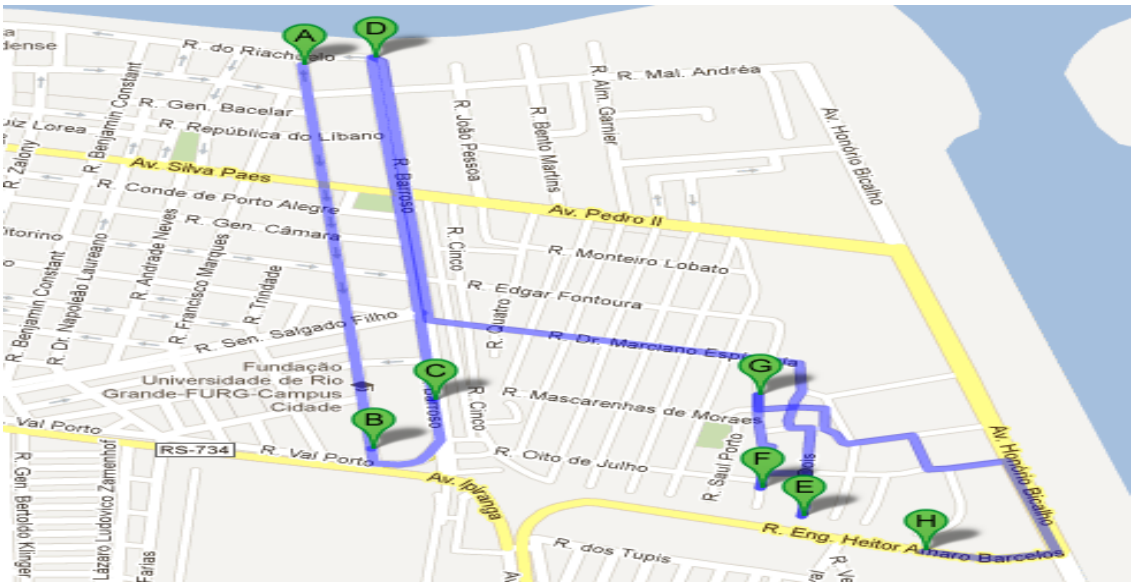


Figura 4.1 - Representação em mapa da rota 148

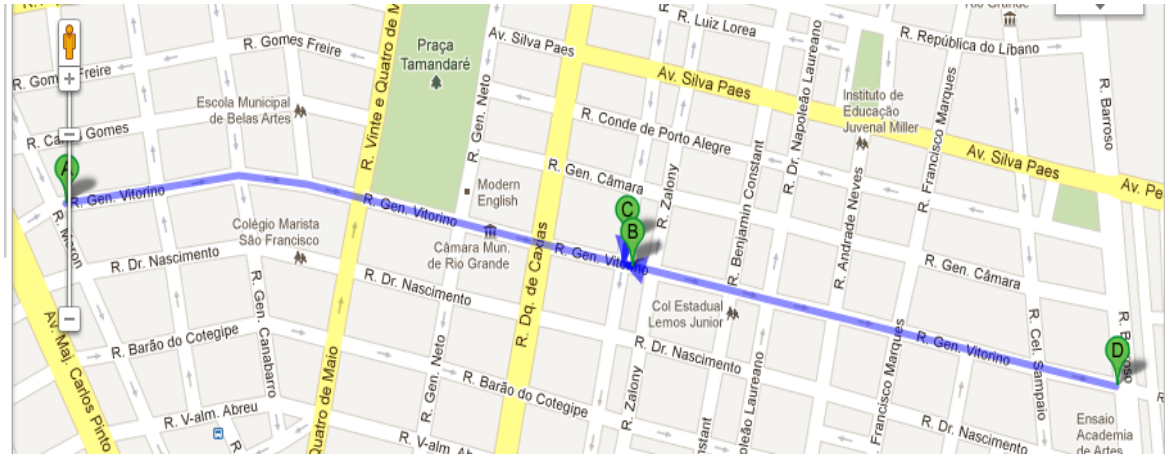


Figura 4.2 - Representação em mapa da rota 154

A cor azul nas Figuras 4.1 e 4.2 representam o percurso das rotas e as letras em ordem alfabética indicam o sentido do trajeto. Quanto mais forte a cor azul, maior o número de

possíveis vezes que o leiturista passará em um mesmo lugar. No anexo III estão disponíveis as imagens de todas as rotas obtidas com auxílio do Google Maps, respeitando os endereços contidos em SCI. Além das rotas também foi obtido aproximadamente o total das distâncias como se pode visualizar na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 - Total de distância percorrida nas 24 rotas do setor 8

Rota	Distância percorrida (m)
142	7.300
143	4.500
144	6.600
145	3.800
146	4.000
147	6.800
148	**9.600**
151	4.600
152	3.200
153	4.500
154	3.600
155	3.400
156	7.600
157	3.900
158	5.100
161	3.300
162	3.400
163	5.600
164	3.500
165	**3.100**
166	4.700
167	3.500
168	4.300
171	5.100
Total	**115.000**

Na Tabela 4.2, comparando-se o total das distâncias entre as rotas pode-se perceber grandes variações, como por exemplo, as rotas 148 e 165 mostram uma diferença considerável de 6.500 metros, sendo que na última o leiturista percorre uma distância menor, mas lê 69 hidrômetros a mais que a primeira com relação à Tabela 4.1.

Para efetuar as 317 ligações na rota 148 o leiturista deverá percorrer aproximadamente 9.600 metros. Já na rota 165 a distância será de 3.100 metros para um total de 343 ligações.

Levando-se em consideração os dados extraídos, e que as distâncias obtidas serão apenas uma referência nesta pesquisa se fará um estudo para propor rotas de maneira que mantenham aproximadamente as mesmas distâncias em metros. Essas rotas respeitarão os endereços atendidos pela CORSAN e disponibilizados no SCI.

Diante disso, foi necessário delimitar a região em estudo para que as rotas geradas não ultrapassem para outras regiões. Pensando nisso deu-se continuidade no estudo em mais três etapas distintas.

4.2 Etapa 2 - Cadastramento dos Pontos

Preliminarmente a implementação computacional dos algoritmos definiu-se área total atendida pelos leituristas dentro do setor em estudo. Para efetuar as leituras o funcionário deve percorrer ruas referentes à sua rota. Em cada uma dessas ruas existem trechos de quadra, denominação dada aos pedaços de rua que começam e terminam na intersecção de duas ruas transversais. Assim, cada trecho que possui ligações é considerado como trecho produtivo.

Para definir a área total e procurar a melhor diferenciação dos trechos produtivos foi necessário estabelecer um mapa inicial representando o setor 8. Dentro deste mapa foi introduzido um ponto médio em cada trecho de quadra e nas interseções de ruas. Todos os pontos introduzidos determinam os pontos de parada, que contemplam todos os endereços dentro de cada trecho de quadra.

As coordenadas de cada um dos pontos que delimitaram cada trecho também precisaram ser determinadas. Para esse fim teve-se o auxílio do Laboratório de Gerenciamento Costeiro do Instituto de Oceanografia da Universidade Federal do Rio Grande, que disponibilizou um mapa georeferenciado em coordenadas UTM (*Universal Transversa de Mercator*), (ROBINSON, 1995). Este mapa faz parte de um projeto do professor Dr. Glauber Acunha Gonçalves

vinculado com a prefeitura de Rio Grande. As coordenadas dos pontos cadastrados encontram-se no apêndice B.

Para determinar os pontos médios e das interseções de ruas no mapa da região pesquisada (setor 8) e suas respectivas coordenadas, utilizou-se o *software Autodesk ® AutoCAD ® Map 3D* que permite o acesso a dados dos Sistemas de Informações Geográficas (GIS) e o mapeamento para auxiliar o planejamento, projeto e gerenciamneto de dados.

Totalizaram-se 1691 pontos sendo que os que caracterizam os trechos de quadra foram 1236 e os 455 restantes representaram os pontos das interseções de ruas. A Figura 4.3 contém a representação dos 1691 pontos cadastrados no mapa. Os pontos vermelhos representam os pontos médios de cada trecho de quadra e os azuis caracterizam os pontos das interseções de ruas.

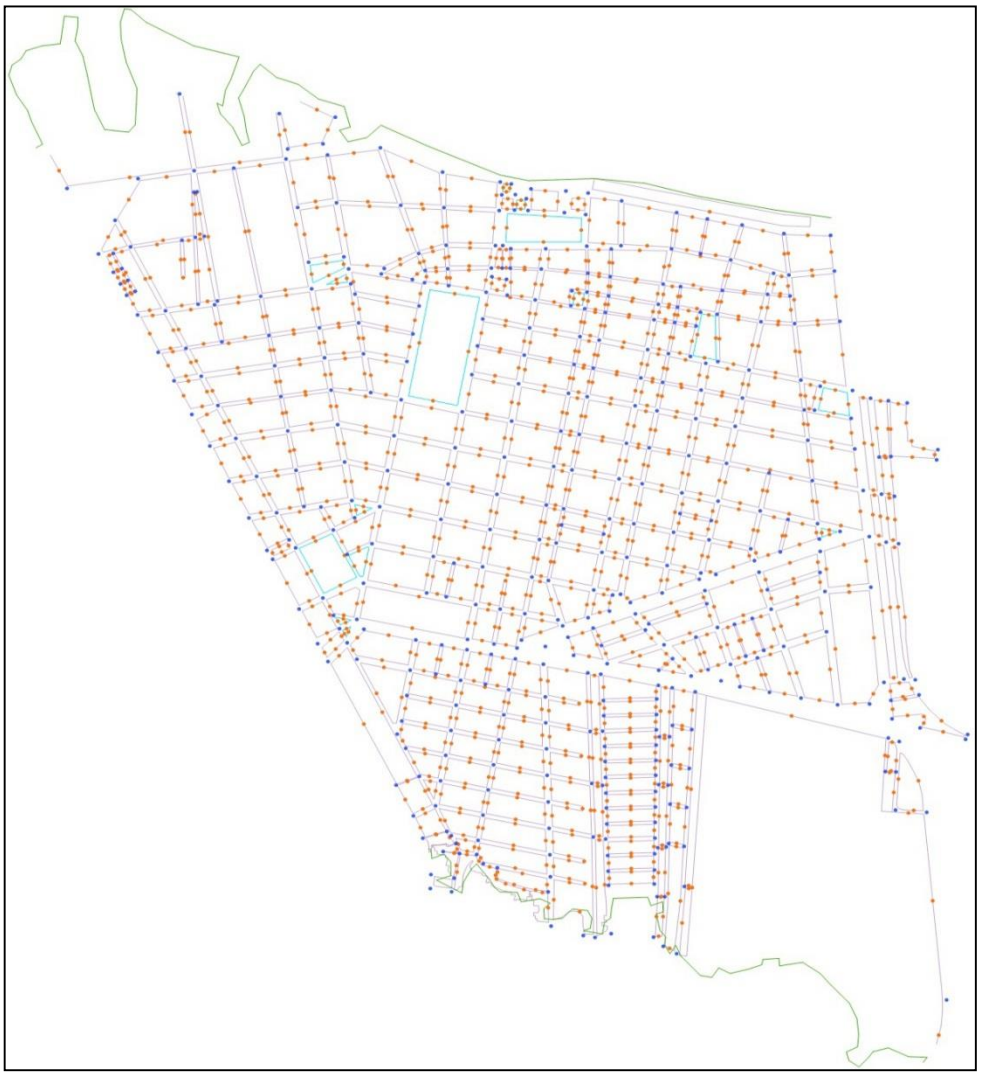


Figura 4.3 - Pontos cadastrados no mapa do setor 8

Após determinar os pontos foi necessário obter as distâncias a cada dois pontos. Pelo fato de ter se trabalhado com as distâncias reais, teve- se a necessidade, de utilizar os pontos das interseções de ruas para ligarem os pontos de parada.

Para determinar a distância euclidiana entre dois pontos, utilizou-se as coordenadas de cada ponto aplicando o teorema de Pitágoras. Através deste teorema se deduz a seguinte fórmula:

$$d_{A,B} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \qquad (4.1.a)$$

Onde:

x_A e y_A representam as coordenadas do ponto A;

x_B e y_B representam as coordenadas do ponto B.

Dessa forma partindo de dois pontos e suas coordenadas determina-se a distância entre eles. Um exemplo didático contendo as distâncias entre dois pontos pode ser visualizado no apêndice C. A Figura 4.4 apresenta alguns pontos e suas respectivas coordenadas, relacionado ao mapa do setor 8.

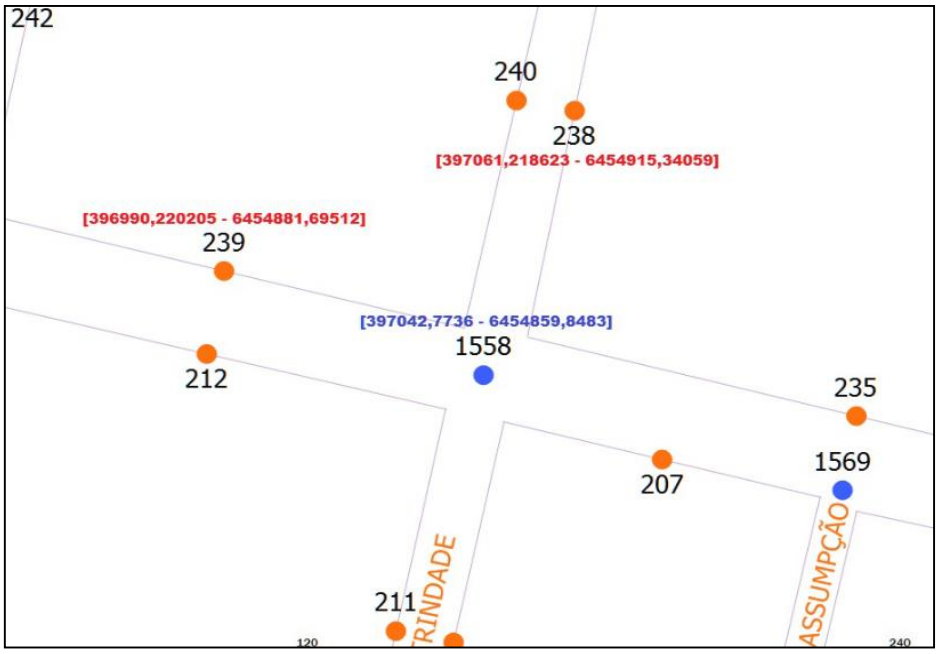


Figura 4.4 - Exemplos de pontos e suas respectivas coordenadas, referente ao setor 8

4.3 Etapa 3 - Determinação das medianas e designação

Nesta etapa, determinou-se 24 medianas, o que formou posteriormente 24 subsetores (*clusters*) de atendimento. Escolheu-se 24 medianas para que ao final do estudo fosse possível comparar as 24 rotas existentes atualmente com as que foram geradas nessa pesquisa. Para isso utilizou-se o algoritmo de TeB modificado por C_{ADP}, mencionado nessa pesquisa como método das regiões e descrito em 2.5.2.

O método das regiões dividiu o grafo inicial em 24 regiões menores. Partindo disso, encontrou-se para cada região, uma mediana inicial. Este método está fundamentado na álgebra linear e na teoria espectral.

Através das soluções obtidas foi determinado um conjunto de 24-medianas de maneira que a soma das distâncias de cada ponto do grafo à facilidade mais próxima fosse a mínima possível.

Dessa forma definiu-se as 24 medianas que serviram como sementes para a formação dos subsetores na fase seguinte. Um exemplo didático deste algoritmo encontra-se no anexo IV. Ainda nessa mesma etapa designou-se os 1667 pontos restantes ás 24-medianas. A designação foi necessária para que o número de pontos designados a cada mediana fosse aproximadamente o mesmo. Nessa fase foi utilizado o algoritmo proposto por Gillet e Johnson, descrito em 2.8, sendo adaptado ao problema em estudo.

Considerou-se inicialmente o grafo contendo 1691 pontos, ainda sem designação. Sendo i o número de pontos, foram determinados 24-medianas (M_{24}). Sendo que para cada um dos 1667 pontos ainda não designados, representou-se $M_{1(i)}$ como primeira mediana mais próxima de i e $M_{2(i)}$ como segunda mediana mais próxima de i.

Para cada um dos 1667 pontos foi calculado a razão entre $M_1(i)$ e $M_2(i)$ sendo:

$$r_i = \frac{\mathrm{M1}(i)}{\mathrm{M2}(i)} \qquad (4.1.b)$$

Após calcular a razão para todos os 1667 pontos, estes foram distribuídos em ordem crescente de designação respeitando os valores determinados por r_i. O processo de designação começou pelos pontos que obtiveram menor razão r_i. O cálculo da razão r_i foi realizado para se perceber a "urgência" de cada ponto para designação, ou seja, quanto menor o valor de r_i maior seria a urgência.

Após, estabelecida esta ordem de urgência foi designado desde o primeiro até o último ponto a sua primeira mediana mais próxima. Um exemplo ilustrativo sobre designação pode ser visualizado no apêndice D.

4.4 Etapa 4 – Roteamento

Tendo os subsetores com os pontos designados, fez-se o roteamento dentro de cada um dos 24 clusters separadamente. Para tanto, utilizou-se do AG descrito em 2.5.3. Os detalhes desta última etapa foram baseados em apenas um subsetor no entanto o AG foi implementado da mesma maneira para todos eles.

É importante destacar que neste trabalho existiram casos em que para ligar dois pontos em um cluster foi necessário incluir pontos de outros clusters, para permitir a rota de menor custo.

Na implementação do AG, optou-se pela representação por caminho gerando aleatoriamente uma população inicial que contém um número pré - estabelecido de indivíduos. Segundo Smiderle (2001) não há necessidade de uma população muito numerosa para obter a melhor solução. Portanto neste trabalho optou-se em utilizar 100 indivíduos para cada população.

Após gerar aleatoriamente uma população inicial foi utilizado o método da roleta, descrito em 2.5.3, para selecionar os indivíduos que fariam parte do cruzamento. O algoritmo para o método de seleção por roleta segue os seguintes passos:

1° Passo: Some a aptidão de todos os membros da população (A_r);

2° Passo: Gere um número aleatório: $0 < n \leq A_r$

3° Passo: Selecione o primeiro indivíduo da população cuja aptidão, somada à aptidão dos membros precedentes é maior ou igual a n, ou seja, $\sum A_i \geq n$.

Após a seleção dos indivíduos utilizou-se o operador de cruzamento HX descrito em 2.5.3. Segundo Taufer (2012) o operador HX, comparado a outros operadores de cruzamento, é o que apresenta melhor desempenho na solução, devido a usar trocas heurísticas.

Nesse trabalho o critério de parada utilizado foi através do número de iterações, sendo de 25000 gerações para cada subsetor.

De acordo com Coley (1999) e Goldberg (1989), o valor da taxa de cruzamento está compreendido entre 0,4 e 0,95. No trabalho proposto, esta taxa será fixada em 0,85 a cada geração.

Uma baixa taxa de mutação previne que uma dada posição fique estagnada em um valor, além de possibilitar que se chegue a qualquer ponto do espaço de busca. Com uma taxa muito alta a busca se torna essencialmente aleatória. A taxa de mutação deve ser escolhida

criteriosamente. Na literatura estudada encontrou-se os valores de mutação na faixa de 0,01 e 0,05.

O operador de mutação implementado nesse trabalho foi o de inversão, conforme descrito em 2.5.3 com uma probabilidade fixada, no valor de 0,01 para cada geração.

4.5 Considerações

Neste capítulo apresentou-se a forma de trabalhar com a modelagem do problema real descrito no capítulo três para que seja possível a implementação dos algoritmos descritos nas três etapas consideradas para atingir os objetivos propostos.

No próximo capítulo será apresentada a interface gráfica do aplicativo desenvolvida com opções para o usuário e a forma de apresentação dos relatórios, assim como apresenta-se os resultados obtidos através das simulações realizadas.

CAPÍTULO V

5. OPERACIONALIZAÇÃO DO APLICATIVO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Este capítulo apresenta a descrição do aplicativo bem como as operações referentes ao usuário. Também faz-se a análise dos resultados relacionados as duas últimas etapas da metodologia, conforme descrito no capítulo quatro.

Os algoritmos foram implementados e desenvolvidos em linguagem "Object Pascal" (programação gráfica orientada a objetos) utilizando-se do software Delphi 2010. Para isso utilizou-se um computador da Intel(R) Core (TM)2 Duo CPU T6600 @ 2.20GHz com 4GB de memória RAM com Sistema Operacional Windows 7 Home Premium.

5.1 Descrição do Aplicativo

O aplicativo desenvolvido[1] trata da Modelagem Computacional do Problema de Cobertura de Arcos aplicado a um estudo de caso e oferece certa flexibilidade de ações, pois dá autonomia ao usuário em escolher as opções de cálculo para o problema das p-medianas e também os critérios de parada para o AG na obtenção das rotas. A tela de abertura é gerada no momento que o software “Cobertura de Arcos” é inicializado, conforme pode ser visualizada na Figura 5.1.

Figura 5.1 - Interface de abertura

A interface de trabalho juntamente com suas funções básicas são apresentadas na Figura 5.2.

[1] Aplicativo desenvolvido com colaboração do aluno Tiago Buchweitz Klug, colaborador voluntário do Projeto de Iniciação Científica, intitulado Otimização em Redes.

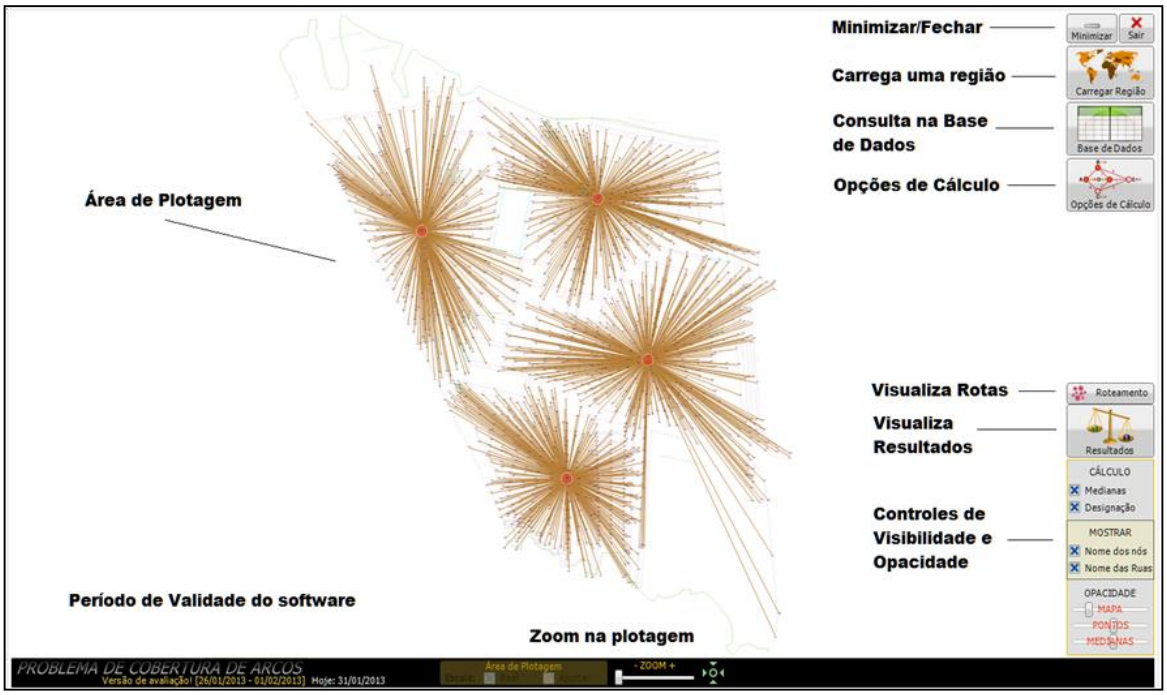


Figura 5.2 - Interface de trabalho

Analisando a Figura 5.2, a direita da área de plotagem encontra-se o botão “Carregar Região”, que mostra as regiões cadastradas, que no caso deste trabalho a região é o setor oito, mas o software dá suporte para que sejam cadastradas outras regiões. Ao clicar-se em uma região cadastrada são carregados todos os registros referentes àquela região. Os registros referentes à região cadastrada estão disponibilizados no apêndice E.

O botão “Base de Dados” mostra as coordenadas dos pontos e suas características enquanto o botão “Opções de Cálculo” mostra as opções de solução inicial para o cálculo das p-medianas através do algoritmo de TeB, que pode ter como solução inicial a solução aleatória ou pelo método das regiões. Além disso, este botão também apresenta as opções de cálculo para o roteamento dos subsetores (*clusters*) através do AG. O botão “Roteamento” apresenta as opções de cálculo para o AG. No botão “Resultados” são salvos todo o processo de solução, desde a obtenção das soluções iniciais até a formação das rotas dentro de cada subsetor.

O aplicativo também oferece o botão “Mostrar” que possibilita o usuário de adicionar ou retirar os nomes dos nós e das ruas no mapa. O botão denominado “Opacidade”, oferece a opção de aumentar ou diminuir a visualização do mapa, dos pontos e das medianas. Para melhor compreensão da funcionalidade do aplicativo construiu-se um fluxograma do aplicativo de acordo com a Figura 5.3. No apêndice F estão disponíveis as implementações realizadas.

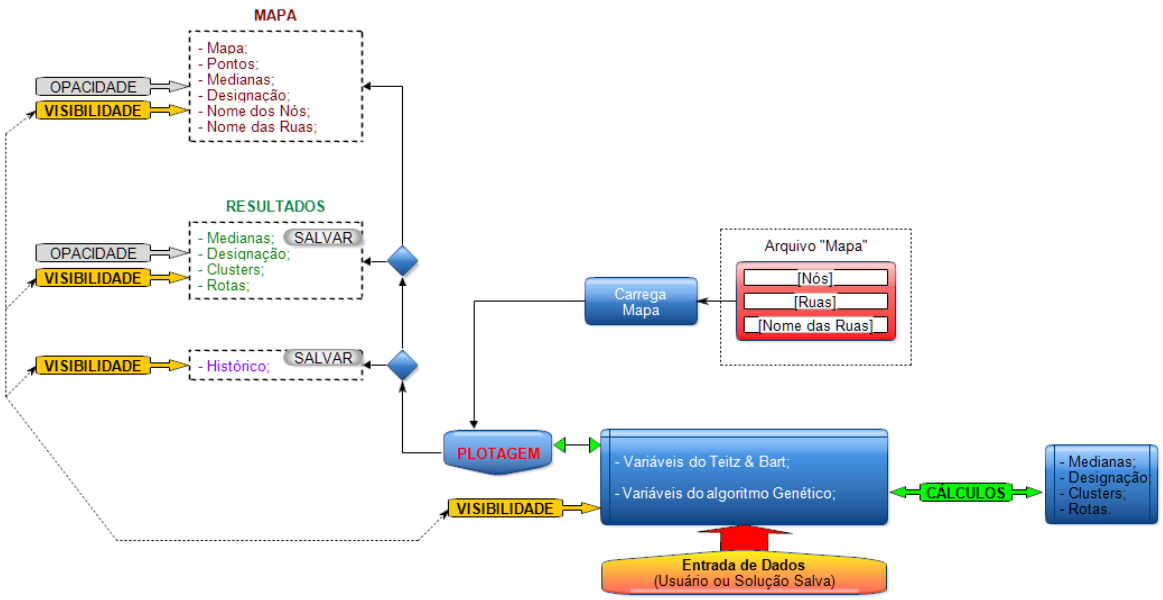


Figura 5.3 - Fluxograma do aplicativo

O fluxograma representado na Figura 5.3 ilustra a forma como ocorre o funcionamento do software como as opções de cálculos, plotagem, entradas de dados e saída dos resultados, o que pode ser complementado através do esquema do problema proposto neste trabalho que se encontra representado na Figura 5.4.

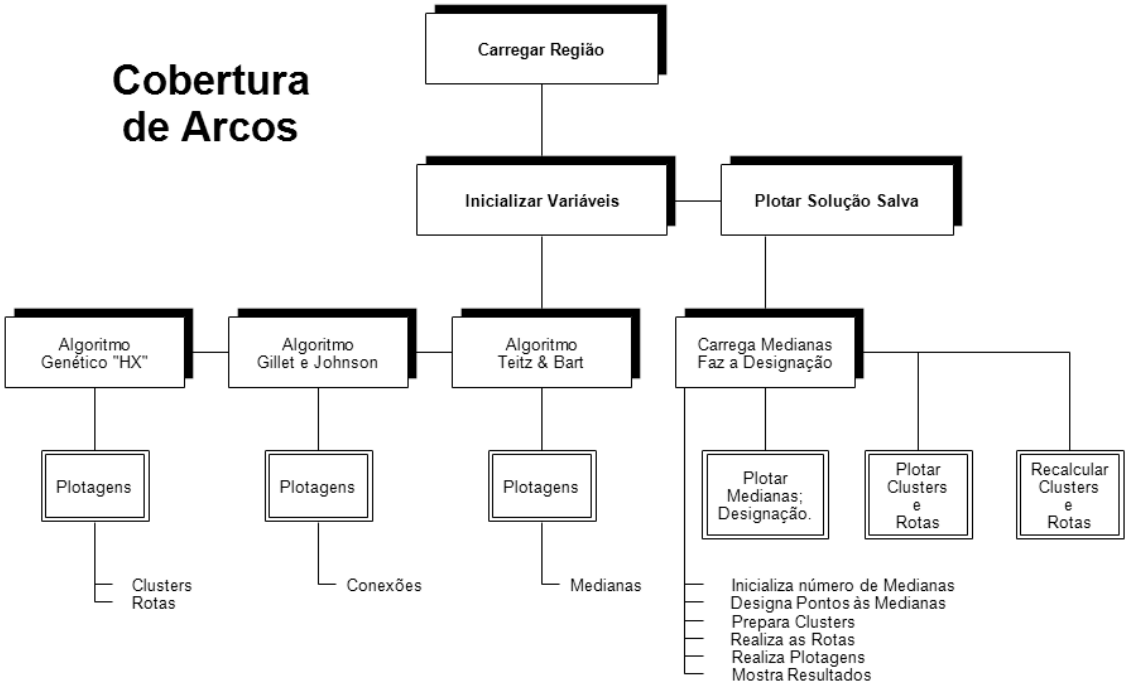


Figura 5.4 - Esquema do Problema

Inicializa-se o aplicativo através do botão “Carregar Região”. Quando a região escolhida é carregada são disponíveis ao usuário as opções de cálculo. O usuário pode escolher para o algoritmo Teitz e Bart o número de medianas, o tipo de solução inicial que pode ser, aleatória ou por regiões. Esta solução inicial pode ser lida de um arquivo salvo previamente ou pode ser calculada e salva durante a implementação.

Para o AG há a possibilidade de escolha do número de indivíduos da população, porcentagem de indivíduos da população selecionados para o cruzamento e/ou mutação, assim como a escolha do número de iterações desejada. Pode-se ainda, para o AG, ao formar as rotas, especificar a mediana de cada cluster como ponto de partida e chegada de cada rota. As soluções salvas podem ser plotadas, funcionalidade útil quando se deseja comparar para as mesmas medianas, consequências da modificação de alguns parâmetros.

Ao iniciarem-se os cálculos o *software* faz a leitura ou o cálculo da solução inicial de acordo com as opções selecionadas. Quando se escolhe o método das regiões, primeiramente fica disponível ao usuário dimensionar as regiões e após então a solução inicial é calculada, caso não se escolha a opção de ler a solução inicial de um arquivo salvo.

Partindo da solução inicial são calculadas as medianas pelo algoritmo Teitz e Bart modificado por C_{ADP} e após é realizada a designação por Gillet e Johnson, conforme descrito em 2.6.

A seguir, ficam definidas as regiões dos subsetores e calculam-se as rotas para cada um deles, de acordo com as opções selecionadas, utilizando-se do algoritmo genético com operador de cruzamento “HX”.

No algoritmo genético temos três possibilidades de parada de cálculo. A primeira refere-se ao máximo de iterações (o número de iterações que será executado), a segunda utiliza o critério das iterações estáveis (número de iterações pelas quais a função objetivo mantém-se constante sem redução de seu valor) e a terceira possibilidade está relacionada as aptidões comuns (porcentagem de indivíduos que possuam aptidão igual à do caminho de menor custo). Neste trabalho optou-se em utilizar a primeira possibilidade, ou seja, um número máximo de iterações. Em seguida serão analisadas as duas últimas etapas da metodologia utilizada neste trabalho.

5.2 Análise dos Resultados

5.2.1 Determinação das 24-Medianas

Para determinar as 24 medianas necessárias para o problema utilizou-se inicialmente o mapa do setor 8 para cadastrar pontos nas metades dos trechos de ruas e nas suas intersecções conforme descrito em 4.2. Cada ponto do mapa teve suas coordenadas determinadas pelo sistema UTM. O mapa inicial, contendo o setor 8, foi transformado num grafo onde os pontos passaram a serem os vértices e os trechos de quadras tornaram-se arcos. Optou-se por utilizar o Algoritmo de TeB modificado por C_{ADP}, também denominado método das regiões.

Foram feitas diversas simulações e ao final de cada uma delas obteve-se, as medianas iniciais, a função objetivo inicial (número de transmissão) e o número de reduções. Além disso, o software forneceu as medianas finais e o total de iterações. O tempo computacional, também fornecido não foi considerado como prioridade na análise dos resultados devido o foco deste trabalho estar direcionado as rotas e distância percorrida em cada uma delas.

Estabeleceu-se o critério de arredondamento de duas casas após a vírgula para todas as respostas relacionadas à distância, tanto nesta etapa como na seguinte. O resultado de cinco simulações, dentre as realizadas pode ser visualizado na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 - Resultados das medianas iniciais e finais

Simulação	Medianas Iniciais	Medianas Finais
1	1324-1628-1267-1294-1578-1580-1263-1421-1450-1449-1601-1290-1292-1418-1440-1293-1567-1645-1426-1570-1456-1572-1605-1453.	1328-1691-1502-1278-1588-1580-1267-1410-1476-1424-1601-1465-1306-1384-1440-1289-1546-1641-1366-1371-1518-1338-1565-1256.
2	1477-1371-1351-1246-1572-1248-1529-1365-1577-1511-1563-1473-1352-1342-1330-1367-1600-1641-1485-1500-1604-1471-1602-1258.	1289-1477-1386-1420-1565-1252-1278-1286-1574-1516-1267-1473-1377-1691-1365-1349-1596-1357-1445-1437-1681-1524-1601-1614.
3	1263-1580-1573-1268-1651-1557-1251-1611-1255-1503-1368-1421-1468-1352-1680-1433-1386-1356-1483-1399-1331-1289-1670-1286.	1691-1681-1573-1544-1601-1546-1440-1596-1278-1252-1327-1420-1487-1352-1410-1426-1371-1353-1476-1403-1331-1289-1267-1286.
4	1602-1476-1498-1315-1599-1556-1464-1388-1305-1264-1573-1470-1384-1281-1267-1248-1570-1421-1547-1457-1691-1341-1363-1294.	1601-1477-1524-1289-1349-1556-1518-1410-1306-1675-1573-1502-1384-1371-1267-1256-1278-1424-1547-1596-1691-1445-1357-1328.
5	1605-1480-1547-1261-1374-1387-1450-1641-1601-1440-1338-1546-1383-1534-1289-1373-1681-697-1390-1286-1577-1377-1267-1268.	1691-1465-1547-1588-1328-1420-1476-1641-1601-1440-1338-1546-1366-1502-1289-1371-1518-1278-1390-1286-1580-1382-1267-1252.

De acordo com a Tabela 5.1, a primeira coluna corresponde ao número referente a cada simulação. A segunda e terceira colunas correspondem, respectivamente, as medianas iniciais e finais, determinadas em cada simulação. Complementando os resultados das simulações realizadas, tem-se a Tabela 5.2 que apresenta os valores das funções objetivo, iniciais e finais de cada simulação, além do número de reduções, total de iterações e melhoria na função objetivo.

Tabela 5.2 - Resultados utilizando a solução inicial pelo método das regiões

Simulação	Função Objetivo Inicial (m)	Número de Reduções	Total de Iterações	Função Objetivo Final (m)	Avanço na Função Objetivo (%)
1	306529,80	145	1797936	258879,87	84,46
2	305893,54	139	1758312	260495,96	85,16
3	302612,66	119	1843200	259919,74	85,89
4	294387,19	129	1777488	259537,14	88,16
5	299698,43	112	1591320	259167,85	86,48

Analisando a Tabela 5.2 percebe-se que a “simulação um” foi a que obteve o menor valor da função objetivo. Portanto a designação e o roteamento apresentados a seguir estão baseados nos resultados obtidos no “teste 1”, por apresentar o melhor valor da função objetivo final. Na Figura 5.5 podem ser visualizadas as 24 – medianas geradas pela solução escolhida dentro do setor 8, as quais são destacadas pelos pontos azuis do mapa. São elas: 1328-1691-1502-1278-1588-1580-1267-1410-1476-1424-1601-1465-1306-1384-1440-1289-1546-1641-1366-1371-1518-1338-1565-1256. Observa-se que as medianas ficaram bem distribuídas em relação aos demais pontos.

Destaca-se o fato que nas demais simulações realizadas também houve uma coerência na distribuição dos setores. As medianas determinadas foram associadas a depósitos fictícios. A cada depósito foi associado um leiturista, com o objetivo de que cada um percorra aproximadamente a mesma distância.

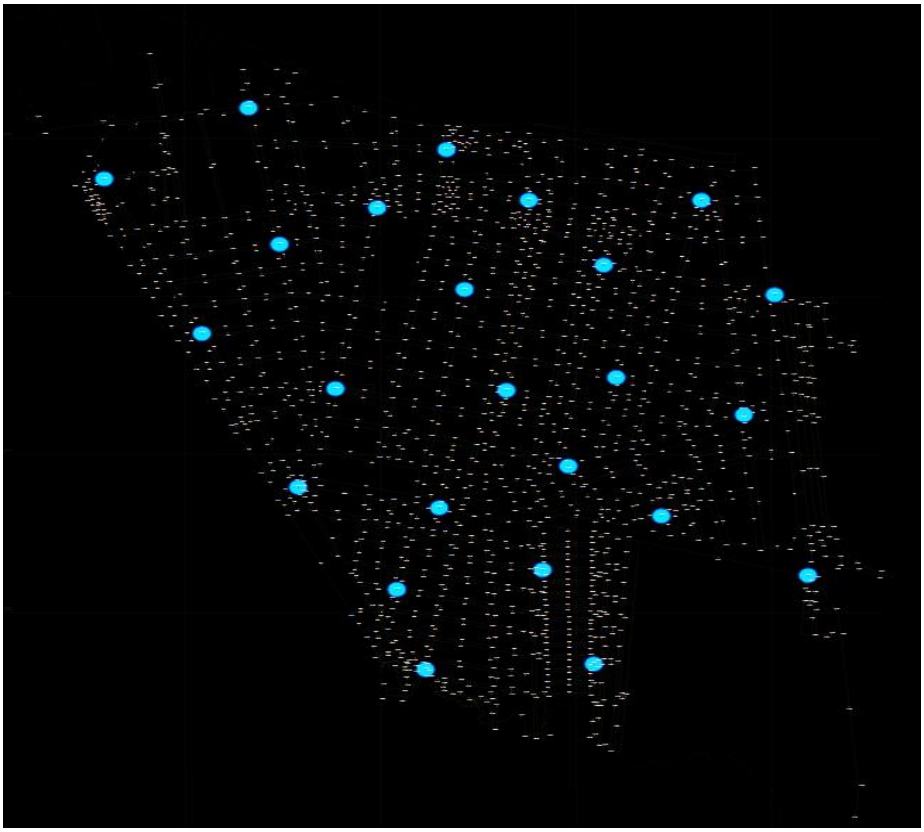


Figura 5.5 - Destaque das 24 - medianas aos demais pontos de parada

5.2.2 Designação

O processo de designação deu-se através do Algoritmo de Gillet e Johnson, descrito em 4.3. A designação dos demais pontos a cada uma das 24 medianas originou a formação dos 24 subsetores de atendimento. Na Tabela 5.3 está representada a melhor solução para as 24 medianas e a quantidade de pontos designados.

Tabela 5.3 - Designação dos pontos às 24 - medianas

Cluster e Mediana correspondente	Total de pontos atendidos	Cluster e Mediana correspondente	Total de pontos atendidos
01- Mediana [1328]	61	13- Mediana [1306]	86
02- Mediana [1691]	69	14- Mediana [1384]	61
03- Mediana [1502]	93	15- Mediana [1440]	91
04- Mediana [1278]	67	16- Mediana [1289]	50
05- Mediana [1588]	59	17- Mediana [1546]	73
06- Mediana [1580]	83	18- Mediana [1641]	83
07- Mediana [1267]	35	19- Mediana [1366]	78
08- Mediana [1410]	75	20- Mediana [1371]	67
09- Mediana [1476]	95	21- Mediana [1518]	62
10- Mediana [1424]	82	22- Mediana [1338]	63
11- Mediana [1601]	49	23- Mediana [1565]	62
12- Mediana [1465]	64	24- Mediana [1256]	59

Observa-se na Tabela 5.3 que o número de pontos designados para cada mediana varia de 35 a 95. Essa diferença se dá pelo fato de certos locais possuírem quadras mais extensas, e como são os pontos que demarcam esses locais, tem-se essa discrepância, porém a área a ser percorrida em cada subsetor pelo leituirsta é praticamente a mesma.

A Figura 5.6 apresenta a visualização da designação dos 1667 pontos às 24 medianas da melhor solução obtida anteriormente dentro do setor 8. Esta designação origina os 24 subsetores de atendimento pelos leituristas.

Através da Figura 5.6 pode-se visualizar os 24 subsetores (*clusters*) gerados pelo *software* “Cobertura de Arcos”. Após definir os 24 subsetores de atendimento fez-se o roteamento dentro de cada um deles, de forma a obter um percurso otimizado.

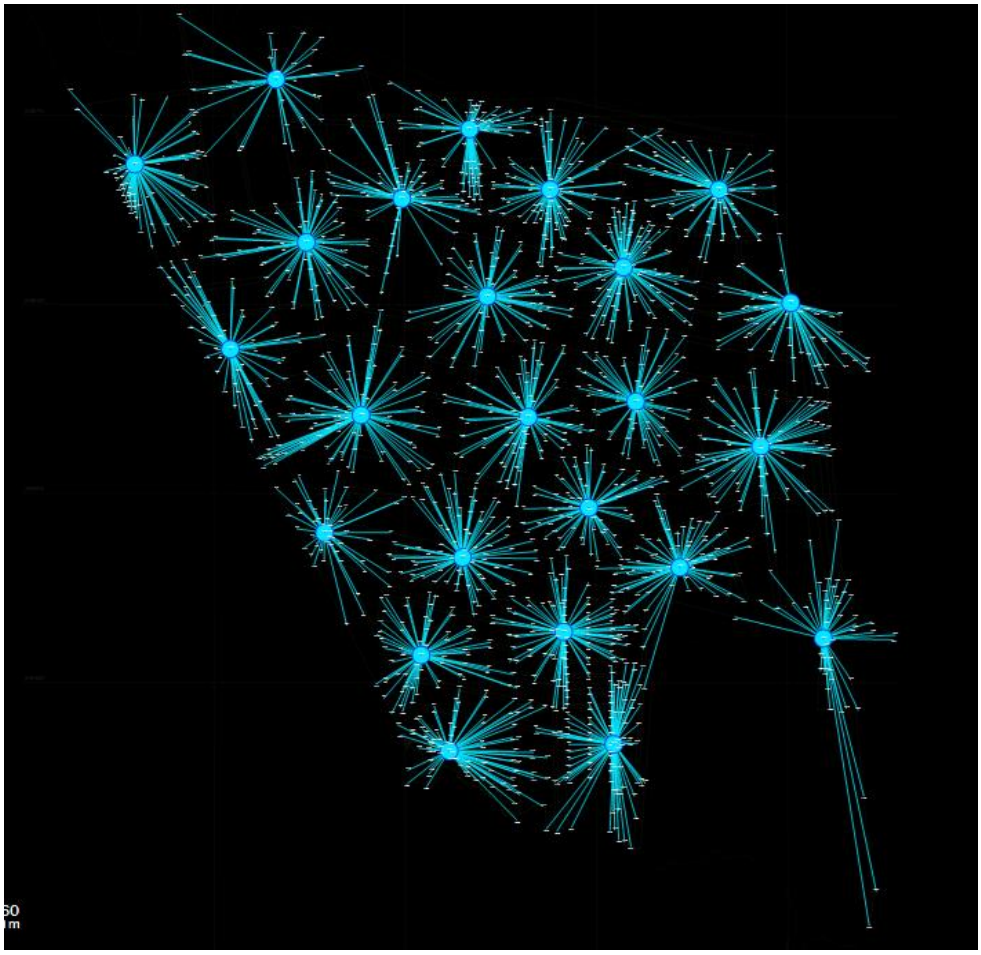


Figura 5.6 - Visualização da designação no setor 8

5.2.3 Roteamento dos subsetores de atendimentos

Para concluir a quarta e última etapa utilizou-se o AG, conforme 4.4 o que originou rotas de custo mínimo em distância percorrida. Para cada população cruzou-se 85% dos indivíduos, fez-se mutação de inversão simples em 1% e manteve-se 14% dos indivíduos. Para o critério de parada estabeleceu-se o número máximo de 25000 iterações. O custo final foi calculado por meio das distâncias euclidianas entre os 1691 pontos cadastrados, sendo 1236 pontos médios a cada trecho de quadra e 455 pontos de interseções de ruas. Esse processo gerou um caminho final para cada um dos 24 subsetores separadamente, totalizando 24 rotas dentro do setor 8, uma rota em cada subsetor, que será o caminho percorrido pelo leiturista.

A Tabela 5.4 apresenta as distâncias finais obtidas em cada rota gerada. Os valores das distâncias estão em metros. O apêndice G apresenta parte do histórico das soluções obtidas pelo *software* “Cobertura de Arcos” para as etapas três e quatro.

Tabela 5.4 - Distâncias finais obtidas

Rota	Distância percorrida (m)
01	4.812,30
02	4.319,43
03	5.321,33
04	5.228,35
05	4.250,93
06	6.732,55
07	3.774,40
08	5.356,04
09	5.966,15
10	5.533,97
11	4.073,22
12	3.757,21
13	6.382,92
14	4.629,75
15	5.793,48
16	4.126,00
17	4.622,19
18	4.375,20
19	4.367,72
20	3.317,43
21	4.163,51
22	4.133,47
23	4.155,56
24	4.066,97
Total	113.260,10

A Tabela 5.4 fornece as 24 rotas originadas nesta etapa, a distância percorrida em cada uma delas e a distância total que foi de 113.260,10 metros, que ao ser comparada com os dados fornecidos pela empresa, conforme Tabela 4.2, com total de 115.000 metros, apresenta um ganho de aproximadamente de 1.740 metros. Para uma melhor compreensão, optou-se por representar a rota de cada setor separadamente. A Figura 5.7 apresenta a rota formada dentro de um dos subsetores.

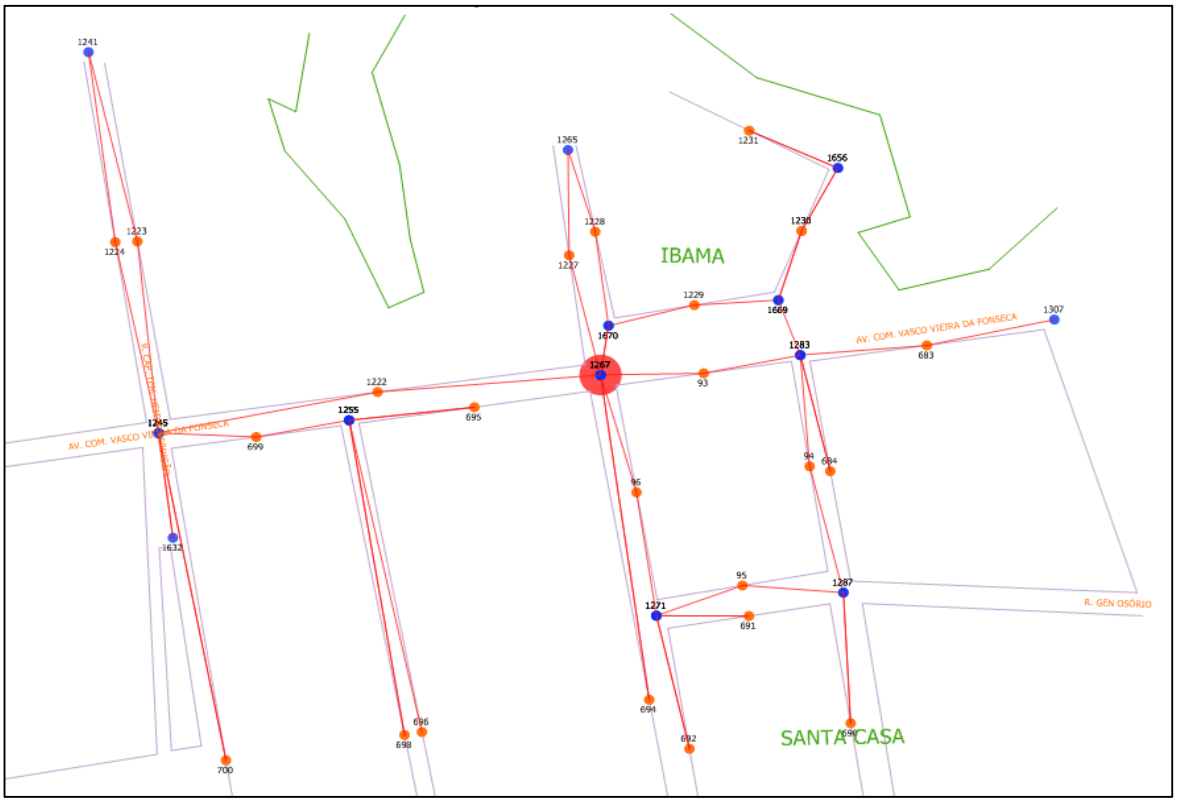


Figura 5.7 - Rota referente ao subsetor 7

A Figura 5.7 representa a rota gerada dentro do subsetor 7, sendo este o caminho que o leiturista realizará, seguindo a ordem dos seguintes pontos: 1307, 683-|*1283*|-684-|*1283*|-94,1287, 690-|*1287*|-95-|*1271*|-691, 1271, 692-|*1271*|-96-|*1267-1670*|-1229, 1669, 1230, 1656, 1231-|*1656-1230-1669*|-1283, 93-|*1267*|-694, 1267, 1670, 1228, 1265, 1227-|*1267*|-1222, 1245, 1224, 1241, 1223-|*1245*|-700-|*1245*|-1632-|*1245*|-699-|*1255*|-698-|*1255*|-695, 1255, 696. Os pontos em itálico (entre barras) são aqueles em que o leiturista deverá se direcionar novamente para dar continuidade ao percurso. Como por exemplo, para o leiturista se deslocar do ponto 683 e ir para o ponto 684 é necessário passar novamente pelo ponto 1283, conforme mostra a Figura 5.7.

Desta forma tem-se uma nova proposta de trabalho para o serviço de leitura da Companhia Riograndense de Saneamento para ser apresentada aos tomadores de decisão da empresa.

5.3 Considerações

Neste capítulo apresentou-se a operacionalização do aplicativo com a interface gráfica do aplicativo desenvolvido com opções para as ações do usuário. Também apresentou-se os

resultados do algoritmos Teitz e Bart modificado por C_{ADP} para a definição das medianas. Na sequência, foi designado os pontos restantes as medianas encontradas, pelo algoritmo de Gillet e Johnson, formando os subsetores. A seguir formou-se rotas dentro de cada subsetor através da implementação do algoritmo genético.

No próximo capítulo fazem-se as considerações finais e sugestões para trabalhos futuros.

CAPÍTULO VI

6. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

6.1 Conclusões

Neste capítulo faz-se as contextualizações da qualidade da solução no trabalho de leitura de hidrômetros da empresa de saneamento CORSAN, na cidade do Rio grande, no estado do Rio Grande do Sul, a partir da proposta implementada neste trabalho.

Para atingir os objetivos propostos, dividiu-se o estudo em quatro etapas. Na primeira coletaram-se dados a respeito da atual situação dos serviços de leitura da empresa. Após a coleta de dados determinou-se em um mapa georeferenciado à região contemplada para estudo, que é o setor oito. Após foram cadastrados no mapa pontos nas interseções de ruas e no meio de cada um de seus trechos de quadra, sendo esta a segunda etapa.

Na terceira etapa determinaram-se os números de medianas necessárias para o problema, utilizando o algoritmo de Teitz e Bart Modificado por C_{ADP}. Ainda nesta etapa fez-se a designação dos pontos restantes as suas respectivas medianas, através do algoritmo de designação de Gillett e Johnson adaptado, formando os subsetores de atendimento pelos leituristas.

Foram realizadas diversas simulações, optando-se em colocar apenas cinco que encontram-se representadas na Tabela 5.1 e na Tabela 5.2. Analisando estas simulações, percebeu-se que os resultados mantiveram-se com um padrão de respostas não muito distintos, sendo que apenas algumas medianas diferem sua localização de um resultado para outro. Para a simulação 1, conforme Tabela 5.2, a solução final obteve uma melhoria de 84,46% em relação à solução inicial.

Na última etapa, partindo-se da solução escolhida anteriormente, fez-se uma rota dentro de cada subsetor de atendimento usando o AG. Este algoritmo foi desenvolvido com uma população inicial de 100 indivíduos gerados aleatoriamente. O cruzamento foi feito através de um operador HX e a mutação pelo operador de inversão simples. O critério de parada foi definido quando o número de gerações alcançasse 25000. Observou-se que a convergência do algoritmo para a solução encontrada manteve-se constante antes de algumas iterações do critério de parada.

O AG mostrou-se eficiente, pois houve um equilíbrio em relação a distância total de cada rota. De acordo com a Tabela 5.4 a maior rota apresentou 6732,55 metros e a menor delas obteve 3317,43 metros, totalizando uma diferença de 3.415 metros. Esta diferença se dá devido alguns trechos de quadras serem mais longos e com menor número de ligações. Estes casos refere-se a zona periférica da cidade contemplada em parte do setor 8. No entanto, o leiturista que percorre uma distância maior lê mais hidrômetros e por consequência, aquele que percorre uma distância menor irá fazer menos marcações. Portanto, comparando com a situação real em que em alguns roteiros o leiturista percorria uma distância maior mas marcava menos hidrômetros, acredita-se que neste trabalho as rotas foram bem distribuídas, havendo um equilíbrio entre a distância e o número de leituras realizas em cada rota,

Em relação a distância total percorrida em todas as 24 novas rotas obteve-se um total de 113.260,10 metros. Esse valor comparado com as distância atuais, conforme a Tabela 4.2 resulta em uma diferença de 1.740 metros. Essa diferença pode não ser tão elevada considerando apenas um setor, porém se o modelo proposto for aplicado para os dez setores existentes atualmente no município, acredita-se que o total de distância percorrida poderá diminuir consideravelmente.

Outro fator importante desta pesquisa é o aplicativo que foi desenvolvido a partir da implementação e que apresenta uma interface gráfica, possibilitando ações do usuário na elaboração de mapas dos subsetores assim como relatórios para que os leituristas tenham um referencial ao deslocarem-se nos subsetores de atendimento. Desta forma, os leituristas terão acesso a mapas atualizados contendo os trajetos das ruas a serem percorridos, uma vez que o serviço atual não disponibiliza os mapas das rotas, como foi detectado na pesquisa realizada junto a empresa.

Diante dessas conclusões acredita-se que essa pesquisa contribuiu nos serviços de leitura de hidrômetros otimizando os percursos dentro de cada rota, resolvendo assim o problema de cobertura de arcos. Salienta-se a importância do desenvolvimento de trabalhos científicos que implicam na utilização de métodos heurísticos e suas aplicações em problemas reais.

6.2 Recomendações

Embora tenha-se alcançado os objetivos propostos, sugere-se algumas pesquisas que poderiam contribuir para futuras aplicações:

a) Ampliar as implementações para todos os setores contidos no município;

b) Atribuir pesos aos pontos de cada trecho de quadra, e também das interseções de ruas, definidos na etapa 2 deste trabalho. Esses pesos estarão de acordo com o número de ligações realizadas em cada trecho;

c) Comparar o Algoritmo de Teitz e Bart modificado por C_{ADP} com heurísticas, como busca tabu, *simulated anneling*, entre outras;

d) Implementar outros algoritmos na solução no roteamento, fazendo uma comparação com o Algoritmo Genético;

e) Considerar o tempo computacional.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, A. F. R.; VITTORI, K**.** Algoritmo de roteamento adaptativo para balanceamento de carga em redes de telecomunicações**. Revista Controle & Automação**, São Paulo, v. 13, n. 3, p. 248-265, 2002.

ARAUJO, R. R. **Uma abordagem de solução integrada para os problemas de roteirização e carregamento de veículos**. 2010. 173 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

ARROYO, J. E. C. **Heurísticas e metaheuríticas para otimização combinatória multiobjectivo**. 2002. 253 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica), Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2002.

ATLAS DE SANEAMENTO 2011: Disponível em: http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/populacao/atlas_saneamento/default_zip.shtm. Acesso em 20 abr.2013

BALAS, E., and Toth, P. Branch and bound methods. In **the Traveling Salesman Problem**. Essex, England: John Wiley & Sons. 361 – 401. 1985.

BARBAROSOGLU, G.; OZGUR, D. A tabu search algorithm for the vehicle routing problem. **Computers & Operations**, v. 26, p. 255-270, 1999.

BEASLEY, D.; BULL, D. R.; MARTIN R. R. An overview of genetic algorithms: Part I, Fundamentals**. University Computing**, v. 15, n. 2, p. 58-69, 1993.

BEJAN, A., TSATSARONIS, G.; MORAN, M. **Thermal design and optimization**. New York: John Wiley & Sons Inc, 1996.

BOAVENTURA, P. O. N. **Grafos**: teoria, modelos, algoritmos**.** 4. ed.rev.ampl. São Paulo: Edgard Blucher, 2006.

BODIN, L. D.; ASSAD, B. L.; BALL, A. Routing and scheduling of vehicles and crew, the state of the art. **Computers & Operations,** v. 10, p. 69-211, 1983.

CAPRI, M. A. V.; STEINER, M. T. A. Otimização no serviço do estacionamento rotativo regulamentado utilizando técnicas da pesquisa operacional. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, 37, 2006, Goiânia. **Anais...** Goiânia: UCG, 2006, p. 1413-1423.

CARVALHO, A. **Algoritmos genéticos**. 2012. Disponível em: <http://www2.icmc.usp.br/~andre/research/genetic/>. Acesso em: 07 fev 2013.

CARVALHO, D. R. **Árvore de decisão**: algoritmo genético para tratar o problema de pequenos disjuntos em classificação de dados. 2005. 162 f. Tese (Doutorado em Ciências em Engenharia Civil) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2005.

CASTOLDI, M. F. **Algoritmo híbrido para projeto de controladores de amortecimento de sistemas elétricos de potência utilizando algorítmos genéticos e gradiente descendente.** 2011. 172 f. Tese (Doutorado em Ciências, Programa de Engenharia Elétrica) - Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 2011.

CEDER, A.; STERNY, H. I. Deficit function bus scheduling with deadheading trip insertion for fleet size reduction. **Transportation Science**, v. 15, p. 338-363, 1981.

CHAVES, A. A. **Modelagens exata e heurística para resolução do problema do caixeiro viajante com coleta de prêmios**. 2003. Relatório Técnico – DECOM, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2003.

CHRISTOFIDES, N. **Graph theory**: an algorithmic approach. New York: Academic Press, 1975.

CHRISTOFIDES, N.; BEASLEY, J. E. A tree search algorithm for the p–median problem. **European Journal of Operational Research**, v. 10, p. 196-204, 1982.

COLE, R. M. **Clustering with genetic algorithms**. 1998. Thesis (Master of Science), Department of Computer Science, University of Western Australia, 1998.

COLEY, D. A. **Introduction to genetic algorithms for scientists and engineers**. Singapure: World Scientific, 1999.

CORDEAU, J. et al. A guide to vehicle routing heuristics. **Journal of the Operational Research Society**, v. 53, p. 512-522, 2002.

CORNUEJOLS, G.; FISHER, M. L.; NEMHAUSER, G. L. Location of bank accounts to optimize float: an analytic study of exact and approximate algorithms. **Management Science**, v. 23, p. 789-810, 1977.

CORSAN. **Regulamento dos serviços de água e esgoto**. 2009. Disponível em: <http://www.corsan.com.br/sites/default/files/conteudo/Regulamento%20de%20Agua%20e%20Esgoto.pdf>. Acesso em: 19 fev. 2013.

COSTA, D. M. B. **Aplicação de algumas técnicas da pesquisa operacional na otimização dos serviços postais**. 1997. 169 f. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal do Paraná, Paraná, 1997.

CRAINIC, T. G. et al. Cooperative parallel variable neighborhood search for the p-median. **Journal of Heuristics**, v. 10, p. 293-314, 2004.

CROWDER, H.; PADBERG, M. W. Solving large scale symmetric traveling salesman problems to optimality. **Management Science**, v. 26, p. 495-509, 1980.

DANTZING, G. B.; RAMSER, J. H. The truch dispatching problem. **Management Science**, v. 6, p. 80-91, 1959.

DIAS, A. **O problema da p-mediana aplicado ao problema de gestão óptima da diversidade**. 2005. Dissertação (Mestrado em Matemática e Aplicações), Universidade de Aveiro, Portugal, 2005.

DIRERICH, G.; GENGLER, M. Solving Traveling Salesman Problems using a parallel Synchronized Branch and Bound Algorithm. **HPCN,** Europe, 633 – 638, 1996.

DOMINGUES, M. V. R. (Coord.). **Desenvolvimento e consolidação do polo naval e offshore de Rio Grande**. Rio Grande: FURG, 2009. 396 p.

DUCATI, E. A. **Busca tabu aplicada ao problema de localização de facilidades com restrições de capacidade**. 2003. 62 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2003.

EDMONDS, J.; JOHNSON, E. L. Matching, euler tour and the chinese postman. **Mathematical Programming**, v. 5, p.88-124, 1973.

EL-SHAIEB, A. M. A new algorithm for locating sources among destinations. **Management Science**, v. 20, p. 221-231, 1973.

FERREIRA, A. C. P. L; BRAGA, A. P; LUDERMIR, T.B. Computação Evolutiva. In: **Rezende, S.O**. Sistemas Inteligentes – Fundamentos e Aplicações. São Paulo: Manole, 2003. Cap.9, p. 225-246.

FISHER, M.; JAIKUMAR, R. A generalized assignment heuristics for vehicle routing. **Networks**, v. 11, p. 109-124, 1981.

FREITAS, C. R. **Teoria espectral aplicada a problemas de localização**. 2012. 104 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-graduação em Modelagem Computacional - Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, 2012.

FREITAS, C. R.; MACHADO, C. M. S.; RETAMOSO, M. R. Um método baseado na substituição de vértices e teoria espectral para o problema de p-medianas. In: CONGRESSO LATINO IBERO-AMERICANO DE INVESTIGACIÓN OPERATIVA, 16. – SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, 44., 2012, Rio de Janeiro . **Anais...** Rio de Janeiro, 2012.

GALVÃO, R. D. A dual-bounded algorithm for the p-median problem. **Operations Research**, v. 28, p. 1112-1121, 1980.

GAREY, M. R.; JOHNSON, D. S. **Computers and intractability**: a guide to the theory of NP-Completeness. San Francisco: Freeman, 1979.

GEOFFRION, A. M. Lagrangian relaxation and its uses in integer programming. **Math. Programming Study**, v. 2, p. 82-114, 1974.

GLOVER, F. Future paths for integer programming and linkage to articial intelligence. **Computers & Operations Research**, v. 13, p. 533-549, 1986.

GOLDBARG, M. C. **Otimização combinatória e programação linear**: modelos e algoritmos. Rio de Janeiro: Campus, 2005.

GOLDBARG, M. C.; LUNA, H. P. L. **Otimização combinatória e programação linear**. 2. ed. Rio de Janeiro: Campus, 2000.

GOLDBERG. D. E. **Genetic Algorithms in search, optimization and machine learning**. Reading, MA: Addison-Wesley, 1989.

GOLDEN, B. L.; MAGNANTI, T. L.; NGUYEN, H. Q. Implementing vehicle routing algorithms. **Networks**, v. 7, p. 113-148, 1977.

GUIMARÃES; CARVALHO e SILVA. **Saneamento básico**. 2007. Disponível em: <http://www.ufrrj.br/institutos/it/deng/leonardo/downloads/APOSTILA/Apostila%20IT%20179/Cap%201.pdf>. Acesso em: 20 abr. 2013.

HAKIMI, S. L. Optimum distribution of switching centers in a communication network and some related graph theoric problems. Operational Research, **Operacional Research Society**, London, v. 13, p. 462-475, 1965.

HAKIMI, S. L. Optimum location of switching centers and the absolute centers and medians of a graph. **Operations Research**, v. 12, p. 450-459, 1964.

HELD, M.; KARP, R. M**.** The travelling salesman problem and minimum spanning trees. **Mathematical Programming**, v. 18. p.1138-1162, 1970.

HO, S. C.; HAUGLAND, D. A tabu search heuristic for the vehicle routing problem with time windows and split deliveries. **Computers & Operations Research**, v. 31, p. 1947-1964, 2004.

HOLLAND, J. **Adaptation in natural and artificial systems**. Cambridge: University of Michigan Press, 1975.

HÖRNER. D. **Resolução do problema das p-medianas não capacitado – uma comparação de técnicas heurísticas**. 2009. 104 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Departamento de Engenharia de Produção e Sistemas, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2009.

IBGE: Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística – Cidades @. 2013. Disponível em: <http://www.ibge.gov.br/cidadesat/topwindow.htm?1>. Acesso em: 18 abr. 2013.

IBGE: Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística – Sala de Imprensa. Disponível em: <http://saladeimprensa.ibge.gov.br/noticias?view=noticia&id=1&busca=1&idnoticia=1998>. Acesso em: 20 abr. 2013.

JARVINEN, P. J.; RAJALA, J.; SINERVO, H. A branch and bound algorithm for seeking the p-median**. Operations Research**, v. 20, p. 173-178, 1972.

KUEHN, A. A.; HAMBURGER, M. A heuristic program for locating warehouses. **Management Science**, v. 9, p. 643-666, 1963.

KYTOJOKI, J. et al. An efficient variable neighborhood search heuristic for very large scale vehicle routing problems**. Computers & Operations Research**, v. 34, n. 9, 2005.

LACORTT, M. **Otimização do trânsito de Passo Fundo**. 2011. 92 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia), Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, 2011.

LIMA. M. L. R. **Otimização topológica e paramétrica de vigas de concreto armado utilizando algoritmos genéticos**. 2011. 112 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia), Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011.

LINDEN, R. **Algoritmos genéticos**. Rio de Janeiro: Brasport, 2006. 372 p.

LOBO, D. S. **Localização de unidades de educação infantil**: uma aplicação para creches municipais em Florianópolis. 1998. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1998.

LORENA, L. A. N. et al. Integração de modelos de localização a sistemas de informações geográficas**. Completar**, v. 8, n. 2, p. 180-195, 2001.

LÓSS, Z. E. **O desenvolvimento da pesquisa operacional no Brasil**. 1981.
229 f. Tese (Mestrado em Engenharia de Produção), Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1981.

MACIEL, A. C. **Heurísticas para o problema do caixeiro viajante branco e preto**. 2005. Dissertação (Mestrado em Computação), Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2005.

MALTA, G. H. S. **Grafos no ensino médio**: uma inserção possível. 2008. 138 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul - Programa de Pós- Graduação em Ensino de Matemática, Porto Alegre, 2008.

MEI-KO, K. Graphic programming using odd and even points. **Chinese Mathematics**, v. 1, p. 273-277, 1962.

MEIRA, J. A. D. **Avaliação do comportamento da estrutura de ônibus rodoviário solicitado a impacto frontal**. 2010. 445 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Escola de Engenharia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Porto Alegre, 2010.

MERZ, P. **Memetic algorithms for combinatorial optimization problems: Fitness landscapes and effective search strategies**. 2000. Thesis - Parallel Systems Research Group - Department of Electrical Engineering and Computer Science, University of Siegen, 2000.

MICHALEWICZ, Z. **Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs**. Berlin: Springer-Verlag, 1994.

MINIEKA, E**.** The centers and medians of a graph. **Operations Research**, v. 25, p. 641-650, 1997.

MORAIS, V. W. C. et al. Abordagem imunológica ao problema de roteamento de veículos com coleta e entrega simultâneas. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, 43., 2011, Ubatuba. **Anais...** Ubatuba, 2011.

MULVEY, J. M.; CROWDER, H. P. Cluster analysis: an application of lagrangian relaxation. **Management Science**, v. 25, p. 329-340, 1979.

NARULA, S. C.; OGBU, U. I.; SAMUELSSON, H. M**.** An algorithm for the p-median problem. **Operations Research**, v. 25, p. 709-713, 1977.

NOVAES, A. G. **Logística e gerenciamento da cadeia de distribuição**: estratégia, operação e avaliação. Rio de Janeiro: Campus-Elsevier, 2004.

OWEN, S. H.; DASKIN, M. S. Strategic facility locotion: a review. **European Journal of Operational Research**, v.111, p. 423-447, 1998.

PACHECO, M. A. C. **Algoritmos genéticos**: princípios e aplicações. 2005. Disponível em: <http://www.ica.ele.puc-rio.br/publicacoes/download/cnf_0111.pdf >. Acesso em: 18 fev. 2013.

PADBERG, M.; RINALDI, G. Optimization of a 532 – city symmetric traveling salesman problem by branch and cut**. Operations Research Letters**, v. 6, p. 1-7, 1987.

PADBERG, M.; RINALDI, G. A Branch-an-cut algorithm for the resolution of large scale symmetric traveling salesman problems. **SIAM Review**, v. 33, p. 60-100, 1991.

PARAÍBA, L. C.; FERNANDES, J. F. R.; ANDO, A. S. **Um algoritmo Heurístico de construção paralela para o problema do M-Caixeiro viajante**. Trabalho de circulação interna – Departamento de Engenharia Elétrica e Sistemas, UNICAMP, Campinas, 1990.

PEREIRA-CARDOSO, F. D. et. al. Prevalência de enteroparasitoses em escolares de 06 a 14 anos no município de Araguaína - Tocantins. **Revista Eletrônica de Farmácia**, v. 7, n. 1, p. 54-64, 2010.

POLTOSI, M. **Programando soluções para problemas de otimização combinatória**. 2005. Disponível em: <http://www.inf.unisinos.br/~barbosa/pipca/consipro1/a13.pdf>. Acesso em: 10 dez. 2012.

PRESTES, A. N. **Uma análise experimental de abordagens heurísticas aplicadas ao problema do caixeiro viajante**. 2006. Dissertação (Mestrado em sistemas e computação) - Programa de Pós-graduação em Sistemas e Computação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2006.

PROBLEMAS de otimização. Disponível em: <http://www.im.ufrj.br/dmm/projeto/projetoc/precalculo/sala/conteudo/capitulos/cap101s4.html>. Acesso em: 31 jan. 2013.

RABUSKE, M. A. **Introdução à teoria de grafos**. Florianópolis: UFSC, 1992. 184 p.

RAVAGNANI, W. J. **Um algoritmo guloso para a configuração e reconfiguração de scatternts bluetooth**. 2003. 55 f. Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação) - Instituto de Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2003.

REVELLE, C.; SWAIN, R. Central facilities location. **Geographical Analysis**, v. 2, p. 30-42, 1970.

RIBEIRO, D. F. **Metaheurísticas aplicadas ao problema das p-medianas**. 2007. 53 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Ciência da Computação) - Centro de Ciências Tecnológicas da Terra e do Mar, Universidade do Vale do Itajaí, São José, 2007.

ROBINSON, A. H. **Elements of cartography.** New York: John Wiley & Sons, 1995.

ROSA, A. A. **Dimensionamento e localização de centro de distribuição de correios numa cidade de médio porte**. 1996. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1996.

ROSA, R. S. **Aplicação de p-medianas para o atendimento aos colégios estaduais por viaturas do batalhão de patrulha escolar**. 2011. Dissertação (Mestrado em Métodos Numéricos em Engenharia) - Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2011.

SAMPAIO, M. E. C. S. **Aplicação de metaheurística ao problema de localização de escolas de ensino fundamental**. 1999. 120 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1999.

SAMPAIO. P. R. **Teoria, métodos e aplicações de otimização multiobjetivo**. 2011. 79 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011.

SCHEINERMAN, E. R. **Matemática discreta**: uma introdução. Tradução técnica de Alfredo Alves de Farias. São Paulo: Cengane Learning, 1957.

SENNE, E. L. F.; LORENA, L. A. N. Lagrangean / surrogate heuristics for p-median problems. In: MANUEL LAGUNA, J. L. G. V. **Computing tools for modeling**: optimization an simulation: interfaces in computer science and operations research. New York: Kluwer Academic Publishers, 2000. p. 115-130.

SILVA, A. F.; OLIVEIRA, A. C. Algoritmos genéticos: alguns experimentos com os operadores de cruzamento ("Crossover") para o problema do caixeiro viajante assimétrico. In: ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, 2006. **Anais...** Fortaleza: ABEPRO, 2006.

SIMAS, E. P. L; GÓMEZ, A.T. Uma solução para o problema de roteamento de veículos através do pesquisa tabu. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, 37., 2005, Gramado. **Anais...** Gramado: SBPO, 2005.

SMIDERLE, A. **Técnicas da pesquisa operacional aplicadas a um problema de cobertura de arcos**. 2001. 127 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2001.

SOARES. A. J. **X- GAT uma ferramenta baseada em XML para otimização com algoritmos genéticos**. 2011. 131 f. Dissertação (Mestrado em Informática) - Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2011.

SÔNEGO, D. Extremo sul renasce com pólo. **Brasil Econômico**, São Paulo, n. 118, p. 4-8, 2010.

STEFANELLO, F. **Hibridização de métodos exatos e heurísticos para solução de problemas de otimização combinatória**. 2011. Dissertação (Mestrado) - Centro de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Informática - Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2011.

STEINER, T. et al. O problema de roteamento no transporte escolar. **Pesquisa Operacional**, Rio de Janeiro, v. 20, n. 1, 2000.

TAHA, H. **Pesquisa operacional:** uma visão geral. Tradução Arlete Simille Marques. 8. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.

TAUFER, F. S. G. **Análise dos operadores de cruzamento do algoritmo genético aplicado ao problema do caixeiro viajante**. 2012. 112 f. Dissertação (Mestrado) – Pós-Graduação em Modelagem Computacional, Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, 2012.

TEITZ, M. B.; BART, P. Heuristcs methods for estimating the generalized vertex mediano f a weighted graph. **Operations Research**, v. 16, p. 955-961, 1968.

TILLMAN, F. A., CAIN, T. M**.** An upperbound algorithm for the single and multiple terminal delivery problem. **Management Science**, v. 18, n. 11, p. 664-682, 1972.

XU, J.; KELLY, J. P. A network flow-based tabu search heuristic for the vehicle routing problem. **Transportation Science**, v. 30, p. 379-393, 1996.

APÊNDICE A

EXEMPLO ILUSTRATIVO SOBRE O FUNCIONAMENTO DO OPARADOR HX

Considere *P* uma população inicial contendo dez genes.

P = (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10)

Sejam os indivíduos Pai_1 e Pai_2 os cromossomos pais. Ambos contêm o mesmo número de genes da população inicial, porém com ordenação diferente. Os genes são os números representados entre parênteses. Esses números podem ser cidades, bairros e até mesmo pontos em um grafo, que é o caso deste trabalho.

Pai_1 = (2, 4,7, 1, 3, 9, 5, 8, 10, 6) e Pai_2 = (1, 8, 7, 6, 3, 9, 2, 10, 4, 5)

Partindo disso, é necessário obedecer alguns passos.

Passo1: Escolha aleatoriamente um dos números pertencentes a *P*. Por exemplo 10. A partir daí começa a se construir o cromossomo Filho.

Filho = (10, _, _, _, _, _, _, _, _, _)

Passo 2: Faça uma comparação entre os caminhos do Pai_1 e Pai_2. Utilize para essa comparação o sucessor do número escolhido no passo 1.

Pai_1 = 10 – 6 e Pai_2 = 10 – 4

Supondo que o caminho de 10 a 6 é o menor, então 6 é incluído no cromossomo filho.

Filho = (10, 6, _, _, _, _, _, _, _, _)

Passo 3: Repete-se o mesmo procedimento para os próximos números.

Pai_1 = 6 – 2 e Pai_2 = 6 – 3

Supondo que o caminho do Pai_1 foi o menor, então verifica-se se não ocorrerá subciclo. Caso não ocorra incluí-se 2 ao cromossomo filho. Se ocorrer subciclo utiliza-se o caminho do Pai_2.

Como não ocorreu subciclo tem-se:

Filho = (10, 6, 2, _, _, _, _, _, _, _).

Passo 4:Repete-se o mesmo procedimento dos passo anteriores.

Pai_1 = 2 – 4 e Pai_2 = 2 – 10

Supondo que o menor caminho seja o do Pai_2, então se faz a verificação.

Filho = (10, 6 , 2 , 10, _, _, _, _, _, _)

Ocorreu um subciclo, então nesse caso 4 do Pai_1 entrará como solução. Logo tem-se:

Filho = (10, 6, 2 , 4, _, _, _ , _, _, _)

Repete-se este procedimento para os demais genes (números) dos cromossomos pais. Quando os caminhos do Pai_1 e Pai_2 forem iguais, escolhe-se qualquer um deles. Caso

a sequência dos números nos cromossomos pais acabar retorna-se ao início e utiliza-se um número que ainda não tenha sido incluído ao cromossomo filho.

Logo, Filho = (10, 6, 2, 4, 5,1, 3, 9, 5,8)

APÊNDICE B

COORDENADAS DOS 1691 PONTOS CADASTRADOS NO MAPA DO SETOR 8

Relação das Coordenadas Definitivas

Pontos	Coordenadas "*x*"	Coordenadas "*y*"	Meio
1	395381,276137	6455644,165380	1
2	395391,804540	6455735,049590	1
3	395490,606010	6455798,977230	1
4	395557,939200	6455721,260600	1
5	395481,390736	6455620,697080	1
6	396180,006148	6454099,804490	1
7	395596,246442	6455195,082940	1
8	395992,712641	6455345,980330	1
9	395941,644455	6455376,454650	1
10	395903,118522	6455334,073980	1
11	396187,225945	6455169,583530	1
12	396279,877703	6455307,939480	1
13	396244,020278	6455470,555810	1
14	396151,368520	6455332,199870	1
15	395908,669732	6455556,961740	1
16	395953,472386	6455553,492560	1
17	395869,729093	6455525,493390	1
18	395936,614637	6455499,641430	1
19	395961,715442	6455513,660820	1
20	395934,669156	6455510,595120	1
21	396476,139778	6455615,875010	1
22	396575,086071	6455649,308030	1
23	396379,893944	6455655,823070	1
24	397223,998826	6454793,258480	1
25	397203,722148	6454798,323180	1
26	395869,278266	6454690,876900	1
27	395955,865700	6454734,459500	1
28	396694,851400	6454614,587600	1
29	396897,262857	6455290,286820	1
30	396926,745000	6455345,855600	1
31	396908,143289	6455410,847690	1
32	396878,661162	6455355,278890	1
33	397235,497861	6455135,016670	1
34	397273,300553	6455159,889260	1
35	397201,288046	6455174,597770	1
36	395952,802131	6454556,475480	1
37	396428,065069	6455720,708850	1
38	396417,469280	6455733,580140	1
39	396379,991037	6455778,622930	1
40	396370,855182	6455768,841490	1
41	396569,696538	6455472,341080	1
42	396565,869763	6455439,021810	1
43	396005,303000	6454872,290200	1
44	396007,766200	6454857,045100	1

45	395993,000115	6454747,420950	1
46	396378,743096	6455594,352160	1
47	396387,770793	6455568,690060	1
48	396378,614671	6455543,209620	1
49	396369,586974	6455568,871710	1
50	396361,972412	6455595,532930	1
51	396367,493196	6455569,516600	1
52	396357,979392	6455544,287460	1
53	396352,458608	6455570,303780	1
54	397340,123408	6454502,925950	1
55	397338,560922	6454345,352030	1
56	397290,366900	6454318,312400	1
57	397239,325696	6454471,537120	1
58	397275,644800	6454631,393900	1
59	396021,211564	6455716,325820	1
60	395958,538512	6455635,856260	1
61	396015,204700	6455549,620600	1
62	396100,794200	6455567,765100	1
63	396120,620399	6455650,517510	1
64	396799,260178	6454428,498010	1
65	396830,579343	6454422,535110	1
66	396815,058648	6454406,791500	1
67	396012,044389	6454716,934170	1
68	395981,437210	6454704,465840	1
69	395985,715400	6454862,059700	1
70	396794,719419	6455397,756230	1
71	396818,960904	6455411,623570	1
72	396802,746833	6455432,193870	1
73	396778,505348	6455418,326530	1
74	396580,365627	6455454,550320	1
75	396555,200674	6455456,812570	1
76	395500,836147	6455316,812950	1
77	395508,344786	6455368,087780	1
78	395454,180000	6455409,443100	1
79	395446,671300	6455358,168300	1
80	396378,973806	6455757,230920	1
81	396388,109660	6455767,012360	1
82	396416,633709	6455708,849910	1
83	396406,037919	6455721,721200	1
84	395446,276869	6455423,891050	1
85	395435,029026	6455512,190230	1
86	395373,621633	6455588,937760	1
87	395383,999500	6455530,005600	1
88	395399,330831	6455470,156640	1
89	395402,867845	6455442,139960	1
90	395356,968326	6455595,982920	1

91	395372,155559	6455635,713100	1
92	395338,076499	6455630,034240	1
93	395858,965870	6455850,337330	1
94	395916,550769	6455797,589930	1
95	395880,028960	6455730,020820	1
96	395822,444061	6455782,768230	1
97	396285,745300	6455715,054360	1
98	396353,192812	6455747,549620	1
99	396220,946342	6455762,243150	1
100	395959,010392	6454545,906250	1
101	395938,336707	6454549,917850	1
102	395966,271787	6454519,376270	1
103	395961,341867	6454528,679790	1
104	395955,613803	6454514,350540	1
105	397170,798875	6455147,071460	1
106	397184,409287	6455177,956230	1
107	397174,308888	6455214,085870	1
108	397160,698475	6455183,201100	1
109	397239,090738	6455199,470360	1
110	395944,863749	6454650,397140	1
111	395880,280200	6454774,939300	1
112	397223,349291	6454805,953780	1
113	396468,677942	6454518,523630	1
114	396472,138124	6454551,731100	1
115	396426,776055	6454530,642720	1
116	396932,816179	6454426,206600	1
117	396939,982148	6454476,815820	1
118	396903,694807	6454512,271980	1
119	396896,528838	6454461,662760	1
120	396478,840237	6455689,256090	1
121	395914,531748	6455522,024220	1
122	396132,826406	6454530,002800	1
123	396278,984039	6454545,665160	1
124	396150,514233	6454618,667410	1
125	396004,356601	6454603,005060	1
126	396747,029493	6454724,401600	1
127	396799,596219	6454754,830880	1
128	396762,217466	6454805,409240	1
129	396709,650741	6454774,979960	1
130	397197,737309	6454327,658120	1
131	397225,521512	6454414,298440	1
132	397165,679749	6454490,926180	1
133	397137,895546	6454404,285860	1
134	395932,736292	6454471,374440	1
135	395948,126408	6454507,382440	1
136	395919,160115	6454497,484210	1

137	395903,769998	6454461,476210	1
138	397106,314802	6454345,544530	1
139	397119,165932	6454402,367830	1
140	397069,294404	6454456,212930	1
141	397056,443274	6454399,389630	1
142	397026,376700	6454361,672300	1
143	397045,906718	6454398,704130	1
144	397003,500088	6454432,550200	1
145	396983,970070	6454395,518360	1
146	397160,083282	6454510,072590	1
147	397202,610969	6454572,327510	1
148	397139,855306	6454597,795100	1
149	397097,327619	6454535,540190	1
150	396887,678474	6454410,052020	1
151	396884,878705	6454456,924200	1
152	396841,608520	6454489,674510	1
153	396844,408289	6454442,802330	1
154	396725,624542	6454424,435950	1
155	396794,190779	6454430,052690	1
156	396796,968532	6454458,056650	1
157	396728,402295	6454452,439900	1
158	396998,598447	6454566,225360	1
159	397045,780269	6454635,261730	1
160	396969,425098	6454659,173820	1
161	396922,243276	6454590,137440	1
162	396824,519388	6454575,819710	1
163	396894,716795	6454616,669920	1
164	396809,758601	6454600,785390	1
165	396739,561193	6454559,935180	1
166	396858,480346	6454516,007740	1
167	396910,903435	6454565,068740	1
168	396830,281325	6454565,615580	1
169	396777,858236	6454516,554570	1
170	396709,260775	6454462,217620	1
171	396758,257581	6454501,749040	1
172	396687,841748	6454497,981660	1
173	396638,844942	6454458,450240	1
174	396681,032066	6454507,629360	1
175	396719,784801	6454545,209570	1
176	396658,257572	6454546,291940	1
177	396619,504837	6454508,711730	1
178	396594,955208	6454450,666070	1
179	396616,322602	6454483,529990	1
180	396578,015542	6454516,635460	1
181	396552,479751	6454474,667350	1
182	397139,312524	6454617,158650	1

183	397199,264607	6454659,491220	1
184	397131,500659	6454655,913220	1
185	397071,548576	6454613,580650	1
186	397129,664113	6454668,435960	1
187	397193,563613	6454715,627980	1
188	397120,631856	6454713,628230	1
189	397056,732355	6454666,436210	1
190	397273,826463	6454650,132680	1
191	397319,663244	6454718,808670	1
192	397261,611760	6454764,661890	1
193	397215,774980	6454695,985900	1
194	396835,230836	6454652,212480	1
195	396839,139413	6454688,071230	1
196	396799,822658	6454665,743050	1
197	396740,232927	6454618,208580	1
198	396783,565392	6454664,244370	1
199	396745,882722	6454708,648280	1
200	396694,008667	6454670,740130	1
201	397145,575837	6454765,308490	1
202	397189,718233	6454798,797980	1
203	397153,052588	6454823,460930	1
204	397108,910193	6454789,971440	1
205	397063,522600	6454735,623800	1
206	397100,803076	6454789,859450	1
207	397078,917397	6454842,141240	1
208	397036,710162	6454803,761640	1
209	397031,535897	6454741,660140	1
210	396966,249497	6454771,029310	1
211	397025,028926	6454806,138870	1
212	396986,735388	6454864,281490	1
213	396927,955958	6454829,171930	1
214	396912,356479	6454688,115570	1
215	396972,574801	6454702,208190	1
216	397014,199133	6454733,695540	1
217	396962,701703	6454759,048540	1
218	396906,197886	6454730,358410	1
219	396844,898089	6454702,570830	1
220	396890,875520	6454734,107010	1
221	396861,760165	6454782,904610	1
222	396815,782734	6454751,368430	1
223	396874,644486	6454847,620000	1
224	396918,577535	6454859,237000	1
225	396883,279638	6454890,200020	1
226	396839,346590	6454878,583020	1
227	396863,709668	6454795,754620	1
228	396906,655053	6454808,332430	1

229	396872,794568	6454838,022750	1
230	396829,849182	6454825,444940	1
231	397253,988400	6454818,270700	1
232	397304,673600	6454858,703800	1
233	397241,906761	6454924,916120	1
234	397191,221515	6454884,482980	1
235	397118,278887	6454851,265600	1
236	397179,690369	6454887,530870	1
237	397122,630106	6454951,605870	1
238	397061,218623	6454915,340590	1
239	396990,220205	6454881,695120	1
240	397049,449826	6454917,468920	1
241	397010,717365	6454975,630590	1
242	396951,487744	6454939,856790	1
243	396886,432377	6454908,380470	1
244	396936,188655	6454945,263970	1
245	396904,814601	6454998,823000	1
246	396855,058323	6454961,939500	1
247	397240,633947	6454938,398080	1
248	397292,914209	6454975,493930	1
249	397230,646835	6455036,872740	1
250	397178,366573	6454999,776900	1
251	397068,477020	6454975,031020	1
252	397168,114194	6455001,304440	1
253	397073,999262	6455069,432470	1
254	396974,362087	6455043,159050	1
255	396623,238712	6454574,299350	1
256	396649,106586	6454600,950940	1
257	396633,477279	6454624,483350	1
258	396607,609405	6454597,831760	1
259	396558,063364	6454551,974700	1
260	396589,610818	6454595,943770	1
261	396548,315222	6454642,811390	1
262	396516,767768	6454598,842320	1
263	396643,903245	6454639,278870	1
264	396678,137533	6454677,944950	1
265	396661,236611	6454727,372080	1
266	396627,002324	6454688,706000	1
267	396548,394360	6454660,952500	1
268	396610,760978	6454693,366540	1
269	396566,102648	6454748,214770	1
270	396503,736030	6454715,800730	1
271	396907,242104	6455009,073930	1
272	396958,229775	6455045,923820	1
273	396925,381167	6455100,983700	1
274	396874,393497	6455064,133810	1

275	396765,114445	6454818,282300	1
276	396819,916790	6454856,119590	1
277	396783,638038	6454915,070960	1
278	396728,835693	6454877,233680	1
279	396786,270505	6454931,805770	1
280	396839,677322	6454966,557050	1
281	396803,360412	6455020,986680	1
282	396749,953594	6454986,235400	1
283	396804,097570	6455031,089920	1
284	396856,648665	6455068,035390	1
285	396821,267502	6455123,573320	1
286	396768,716407	6455086,627850	1
287	396725,257181	6455047,126860	1
288	396713,166109	6455098,323700	1
289	396743,843498	6455139,868070	1
290	396755,934570	6455088,671230	1
291	396706,473258	6454952,200920	1
292	396737,904743	6454989,743250	1
293	396723,387896	6455037,573730	1
294	396691,956411	6455000,031400	1
295	396683,318019	6454837,459590	1
296	396717,221862	6454880,745340	1
297	396703,239500	6454933,708900	1
298	396669,335600	6454890,423200	1
299	396664,163678	6454742,726010	1
300	396696,909068	6454777,982330	1
301	396680,316718	6454824,248750	1
302	396647,571329	6454788,992430	1
303	396579,204768	6454811,866100	1
304	396635,806043	6454816,563310	1
305	396585,755331	6454846,254730	1
306	396529,154056	6454841,557520	1
307	396569,032150	6454763,627810	1
308	396626,295530	6454771,144370	1
309	396577,399730	6454802,790420	1
310	396520,136349	6454795,273860	1
311	396588,315087	6454858,243290	1
312	396653,178644	6454894,509710	1
313	396609,002717	6454954,492300	1
314	396544,139160	6454918,225890	1
315	396611,283066	6454970,310180	1
316	396674,827719	6455002,774880	1
317	396629,341368	6455056,790880	1
318	396565,796716	6455024,326180	1
319	396631,260976	6455067,606320	1
320	396695,980467	6455103,377410	1

321	396650,582733	6455160,892910	1
322	396585,863242	6455125,121820	1
323	396547,623532	6455084,020720	1
324	396574,878276	6455126,814880	1
325	396564,562963	6455176,746060	1
326	396537,308220	6455133,951900	1
327	396528,885021	6454988,762120	1
328	396555,488277	6455027,002040	1
329	396545,000396	6455073,217800	1
330	396518,397140	6455034,977870	1
331	396507,550444	6454876,105060	1
332	396534,509355	6454919,946420	1
333	396525,186610	6454972,037970	1
334	396498,227699	6454928,196610	1
335	396489,683446	6454781,432140	1
336	396514,986471	6454819,221440	1
337	396505,086260	6454864,787390	1
338	396479,783234	6454826,998080	1
339	396378,109843	6454483,087880	1
340	396411,564143	6454520,939080	1
341	396393,920263	6454568,655140	1
342	396360,465962	6454530,803940	1
343	396315,484701	6454495,198840	1
344	396348,995611	6454533,595940	1
345	396330,902386	6454581,637150	1
346	396297,391476	6454543,240050	1
347	396471,421783	6454570,351900	1
348	396495,628908	6454610,281970	1
349	396467,024762	6454661,028990	1
350	396442,817637	6454621,098930	1
351	396334,591455	6454597,633620	1
352	396366,750323	6454628,331890	1
353	396377,005577	6454663,539250	1
354	396375,026379	6454626,523530	1
355	396395,697502	6454585,221900	1
356	396430,534554	6454623,487400	1
357	396381,447265	6454679,181510	1
358	396316,430544	6454647,233460	1
359	396469,917424	6454676,512240	1
360	396495,033970	6454717,006610	1
361	396486,186252	6454764,860040	1
362	396461,069706	6454724,365660	1
363	396385,016691	6454697,543620	1
364	396450,231773	6454727,823640	1
365	396401,310572	6454783,521910	1
366	396336,095489	6454753,241900	1

367	396403,501775	6454800,085400	1
368	396469,288565	6454829,657380	1
369	396419,068584	6454884,407710	1
370	396353,281795	6454854,835740	1
371	396442,218918	6455006,550130	1
372	396507,931598	6455036,984250	1
373	396457,971727	6455091,825700	1
374	396392,259048	6455061,391580	1
375	396460,304263	6455102,294080	1
376	396525,775201	6455136,993460	1
377	396476,604489	6455195,952210	1
378	396411,133551	6455161,252840	1
379	397228,058923	6455054,513730	1
380	397281,248038	6455078,902410	1
381	397220,782065	6455126,883460	1
382	397167,592951	6455102,494780	1
383	397074,944525	6455086,463480	1
384	397156,488291	6455104,346450	1
385	397077,793969	6455155,347120	1
386	396996,250203	6455137,464150	1
387	397078,768860	6455164,866830	1
388	397148,401698	6455185,338860	1
389	397081,615734	6455234,563410	1
390	397011,982897	6455214,091390	1
391	396929,066844	6455117,065250	1
392	396980,005101	6455140,502630	1
393	396942,243329	6455183,138120	1
394	396891,305073	6455159,700740	1
395	396825,067134	6455138,938460	1
396	396876,130946	6455163,250910	1
397	396837,041831	6455206,726850	1
398	396785,978018	6455182,414400	1
399	396747,067474	6455155,955930	1
400	396732,431227	6455193,792940	1
401	396760,515154	6455222,655290	1
402	396775,151402	6455184,818280	1
403	396653,524914	6455176,217780	1
404	396716,571164	6455197,738440	1
405	396667,208620	6455242,834810	1
406	396604,162370	6455221,314150	1
407	396567,707733	6455193,467790	1
408	396594,331361	6455223,213080	1
409	396580,551050	6455261,542530	1
410	396553,927423	6455231,797240	1
411	396479,917399	6455211,592280	1
412	396427,708796	6455256,895290	1

413	396492,166910	6455278,743180	1
414	396544,375513	6455233,440170	1
415	396944,169803	6455193,398520	1
416	396996,917092	6455216,654850	1
417	396957,157010	6455259,159370	1
418	396904,409721	6455235,903050	1
419	396835,596214	6455215,866780	1
420	396883,483002	6455241,506700	1
421	396847,420615	6455284,524980	1
422	396799,533827	6455258,885060	1
423	396761,816692	6455231,466940	1
424	396790,105475	6455261,495140	1
425	396775,859183	6455300,299150	1
426	396747,570400	6455270,270960	1
427	396668,374241	6455251,165660	1
428	396732,398099	6455273,617020	1
429	396682,370270	6455319,553530	1
430	396618,346413	6455297,102180	1
431	396582,421178	6455269,439800	1
432	396609,132395	6455298,975210	1
433	396595,082121	6455337,261490	1
434	396568,370903	6455307,726080	1
435	396493,836759	6455288,201720	1
436	396558,797468	6455309,456180	1
437	396506,419965	6455354,394140	1
438	396441,459256	6455333,139680	1
439	397210,561792	6455222,418020	1
440	397258,289464	6455299,037260	1
441	397193,845930	6455383,323960	1
442	397146,118258	6455306,704720	1
443	397083,288439	6455248,579340	1
444	397134,803277	6455308,715030	1
445	397089,209999	6455383,656400	1
446	397037,695161	6455323,520710	1
447	396972,926920	6455272,420020	1
448	397022,245078	6455326,237040	1
449	396985,504300	6455397,747100	1
450	396936,186200	6455343,930100	1
451	396778,750249	6455314,729440	1
452	396807,538848	6455348,191600	1
453	396793,699011	6455389,725810	1
454	396764,910412	6455356,263650	1
455	396686,588720	6455334,060730	1
456	396748,919004	6455358,853710	1
457	396698,869714	6455404,846280	1
458	396636,539430	6455380,053300	1

459	396598,319979	6455352,715560	1
460	396626,182838	6455381,316950	1
461	396611,077378	6455418,284380	1
462	396583,214519	6455389,682990	1
463	396508,854615	6455369,250710	1
464	396574,400169	6455391,154540	1
465	396521,021932	6455435,235610	1
466	396455,476378	6455413,331780	1
467	396700,333164	6455411,155820	1
468	396762,504192	6455420,120510	1
469	396707,329466	6455449,153960	1
470	396645,158437	6455440,189270	1
471	396612,022611	6455425,933520	1
472	396637,464221	6455440,694830	1
473	396617,870750	6455464,723660	1
474	396592,429140	6455449,962350	1
475	396832,662313	6455303,554940	1
476	396864,548331	6455337,093970	1
477	396847,321042	6455380,006700	1
478	396815,435024	6455346,467660	1
479	396848,936551	6455388,007450	1
480	396877,345759	6455400,669540	1
481	396855,386305	6455422,810670	1
482	396826,977097	6455410,148580	1
483	396804,795427	6455440,317390	1
484	396789,618236	6455468,563820	1
485	396812,738265	6455490,956690	1
486	396827,915456	6455462,710250	1
487	396877,277165	6455428,478520	1
488	396931,664938	6455447,927450	1
489	396888,100697	6455482,573490	1
490	396833,712924	6455463,124560	1
491	396986,047110	6455407,072010	1
492	397045,813514	6455431,115050	1
493	397000,503031	6455471,817120	1
494	396940,736626	6455447,774080	1
495	397192,513748	6455394,786420	1
496	397240,860068	6455462,516550	1
497	397179,781071	6455521,193880	1
498	397131,434750	6455453,463750	1
499	397090,683666	6455392,825700	1
500	397122,901401	6455425,084370	1
501	397093,917653	6455463,378820	1
502	397061,699918	6455431,120150	1
503	397095,517511	6455470,497410	1
504	397115,607716	6455492,097970	1

505	397098,785893	6455519,107930	1
506	397078,695687	6455497,507370	1
507	397002,609193	6455477,759510	1
508	397062,389848	6455499,176660	1
509	397018,565431	6455542,846360	1
510	396958,784776	6455521,429220	1
511	396867,975883	6455494,874120	1
512	396949,561883	6455521,731020	1
513	396886,500497	6455576,113050	1
514	396804,914497	6455549,256160	1
515	396720,409869	6455511,262170	1
516	396791,740123	6455546,345090	1
517	396727,835579	6455592,189610	1
518	396656,505326	6455557,106690	1
519	396710,130316	6455457,438640	1
520	396774,910046	6455470,331370	1
521	396716,222675	6455503,532780	1
522	396651,442944	6455490,640050	1
523	396619,152191	6455473,647670	1
524	396646,108642	6455491,301740	1
525	396621,101990	6455518,906370	1
526	396594,145539	6455501,252290	1
527	396503,846470	6455447,031590	1
528	396543,920357	6455461,960900	1
529	396564,896168	6455482,768050	1
530	396587,473216	6455502,561500	1
531	396534,141494	6455530,293730	1
532	396471,490558	6455495,570960	1
533	397177,541613	6455536,788570	1
534	397115,962580	6455584,047160	1
535	397167,250882	6455634,930940	1
536	397228,829915	6455587,672340	1
537	397042,975122	6455549,617430	1
538	397105,877762	6455582,467520	1
539	397049,825847	6455647,785900	1
540	396986,923207	6455614,935820	1
541	396926,500067	6455578,818010	1
542	396976,380933	6455617,177910	1
543	396948,468880	6455669,359290	1
544	396898,588014	6455630,999390	1
545	396851,035425	6455593,603460	1
546	396892,753171	6455632,665110	1
547	396865,299024	6455686,045770	1
548	396823,581279	6455646,984130	1
549	396747,231817	6455605,382300	1
550	396813,037383	6455649,750980	1

551	396751,903733	6455711,227420	1
552	396686,098167	6455666,858730	1
553	396621,627113	6455527,137560	1
554	396648,159019	6455558,350390	1
555	396620,463153	6455593,848000	1
556	396593,931247	6455562,635180	1
557	396537,810204	6455537,266660	1
558	396489,295663	6455568,281640	1
559	396538,506592	6455594,382820	1
560	396587,021133	6455563,367840	1
561	396631,878079	6455611,630640	1
562	396671,789330	6455670,342550	1
563	396635,880918	6455735,906280	1
564	396595,969668	6455677,194370	1
565	396380,923516	6455708,777450	1
566	396396,146158	6455722,493120	1
567	396382,859635	6455737,659010	1
568	396367,636993	6455723,943340	1
569	396426,845728	6455544,184740	1
570	396467,002181	6455568,254980	1
571	396431,816437	6455594,549010	1
572	396391,659985	6455570,478760	1
573	396419,038015	6455462,874120	1
574	396454,778215	6455497,614060	1
575	396426,750733	6455537,832030	1
576	396391,010533	6455503,092080	1
577	396378,132794	6455394,710140	1
578	396440,043819	6455415,608020	1
579	396388,979554	6455459,892530	1
580	396327,068529	6455438,994660	1
581	396363,370134	6455315,733130	1
582	396425,531284	6455336,755210	1
583	396375,700157	6455380,809350	1
584	396313,539007	6455359,787260	1
585	396349,328768	6455239,855330	1
586	396411,270541	6455261,898330	1
587	396360,852188	6455306,906870	1
588	396298,910415	6455284,863860	1
589	396328,745816	6455130,850580	1
590	396393,170493	6455165,131460	1
591	396345,485922	6455222,450930	1
592	396281,061245	6455188,170050	1
593	396311,838542	6455034,073540	1
594	396374,661010	6455064,919890	1
595	396326,809025	6455119,339500	1
596	396263,986558	6455088,493150	1

597	396422,054887	6454897,032470	1
598	396488,439518	6454930,345160	1
599	396439,031794	6454988,831510	1
600	396372,647162	6454955,518820	1
601	396291,392599	6454927,481460	1
602	396356,211422	6454959,443260	1
603	396308,129428	6455016,352160	1
604	396243,310605	6454984,390360	1
605	396273,338509	6454830,057690	1
606	396338,356791	6454859,538840	1
607	396289,188923	6454914,511110	1
608	396224,170641	6454885,029950	1
609	396254,284656	6454724,983040	1
610	396203,994622	6454781,950080	1
611	396269,899827	6454813,749120	1
612	396320,189861	6454756,782080	1
613	396259,944104	6454613,003390	1
614	396300,504585	6454651,132730	1
615	396276,865337	6454702,792040	1
616	396236,304855	6454664,662700	1
617	396198,274455	6454626,267600	1
618	396227,434106	6454666,505490	1
619	396215,977601	6454715,377470	1
620	396186,817950	6454675,139570	1
621	396090,042650	6454649,803920	1
622	396172,232557	6454680,006010	1
623	396107,142041	6454740,496440	1
624	396024,952134	6454710,294350	1
625	396110,381040	6454758,378160	1
626	396190,285832	6454786,400170	1
627	396126,353338	6454846,114350	1
628	396046,448546	6454818,092340	1
629	396129,140757	6454863,015770	1
630	396208,097851	6454888,868910	1
631	396145,695778	6454948,564860	1
632	396066,738684	6454922,711720	1
633	396147,802194	6454961,325260	1
634	396226,065719	6454988,463830	1
635	396164,493942	6455047,141890	1
636	396086,230417	6455020,003320	1
637	396168,008096	6455063,598160	1
638	396247,207585	6455090,637440	1
639	396183,401801	6455149,059510	1
640	396104,202312	6455122,020230	1
641	396374,417828	6455493,155030	1
642	396360,508592	6455512,246960	1

643	396340,740287	6455499,700860	1
644	396354,649523	6455480,608930	1
645	396566,229689	6455705,970930	1
646	396583,824268	6455721,480280	1
647	396567,207212	6455739,022450	1
648	396549,612633	6455723,513100	1
649	396477,967975	6455704,606050	1
650	396513,443963	6455729,975110	1
651	396480,579151	6455759,842240	1
652	396445,103163	6455734,473170	1
653	396281,783215	6455548,437520	1
654	396337,421243	6455573,220250	1
655	396284,003307	6455599,389620	1
656	396228,365278	6455574,606900	1
657	396276,196252	6455486,549650	1
658	396325,476172	6455508,645380	1
659	396281,137242	6455536,859560	1
660	396231,857322	6455514,763830	1
661	396197,265729	6455500,814570	1
662	396223,121057	6455515,462440	1
663	396195,904920	6455533,065780	1
664	396170,049593	6455518,417910	1
665	396194,738292	6455543,742300	1
666	396218,629409	6455571,407340	1
667	396187,142500	6455589,422400	1
668	396163,251405	6455561,757400	1
669	396284,385661	6455613,257790	1
670	396346,092338	6455655,909940	1
671	396285,283413	6455703,168200	1
672	396223,576736	6455660,516040	1
673	396157,901591	6455722,285320	1
674	396205,906338	6455765,363820	1
675	396130,768013	6455843,060030	1
676	396082,763266	6455799,981530	1
677	396183,974084	6455600,779000	1
678	396213,011898	6455658,790790	1
679	396161,533600	6455709,022200	1
680	396132,495752	6455651,010460	1
681	396016,742167	6455729,205220	1
682	396069,273396	6455800,518670	1
683	395980,285570	6455866,137220	1
684	395927,754341	6455794,823770	1
685	396095,185700	6455520,820600	1
686	396145,645927	6455525,911370	1
687	396152,688195	6455557,608310	1
688	396102,228000	6455552,517600	1

689	395906,488493	6455576,665210	1
690	395938,829072	6455651,932670	1
691	395883,550533	6455712,705140	1
692	395851,209954	6455637,437670	1
693	395800,814020	6455481,045030	1
694	395829,347824	6455665,216230	1
695	395734,357768	6455831,099970	1
696	395705,823963	6455646,928760	1
697	395679,882751	6455461,933080	1
698	395696,327600	6455645,270900	1
699	395615,747024	6455814,202440	1
700	395599,302145	6455630,864610	1
701	395577,762153	6455637,745180	1
702	395577,507289	6455695,278180	1
703	395566,063556	6455751,370240	1
704	395566,318420	6455693,837240	1
705	395597,618700	6455448,839200	1
706	395602,443029	6455538,576140	1
707	395578,532194	6455624,092030	1
708	395573,707900	6455534,355100	1
709	395530,218165	6455437,240210	1
710	395565,750295	6455532,989020	1
711	395548,248206	6455620,254790	1
712	395536,913095	6455566,999230	1
713	395534,168156	6455515,425080	1
714	395527,844178	6455566,514030	1
715	395465,638806	6455608,850780	1
716	395447,765766	6455515,268570	1
717	395992,328313	6454757,212740	1
718	396028,229800	6454813,390100	1
719	395984,889349	6454829,684950	1
720	395948,987835	6454773,507600	1
721	396064,303689	6455298,874440	1
722	396125,574293	6455321,083580	1
723	396066,200143	6455367,441120	1
724	396004,929539	6455345,231970	1
725	396011,326898	6454889,363860	1
726	396050,231914	6454926,043900	1
727	396012,917855	6454979,164540	1
728	395974,012800	6454942,484500	1
729	396012,267844	6454993,664870	1
730	396068,970397	6455024,218360	1
731	396011,328400	6455079,674700	1
732	395954,625800	6455049,121200	1
733	396064,123265	6455186,388230	1
734	396104,869756	6455225,227250	1

735	396065,222744	6455280,203510	1
736	396024,476252	6455241,364500	1
737	396066,397785	6455377,640400	1
738	396139,749815	6455395,725630	1
739	396067,865262	6455445,356850	1
740	395994,513232	6455427,271610	1
741	396066,897404	6455514,679830	1
742	396154,232602	6455470,683260	1
743	396066,248903	6455460,272010	1
744	395978,913704	6455504,268580	1
745	396011,718689	6455096,933960	1
746	396087,727195	6455124,738480	1
747	396010,821200	6455181,763900	1
748	395934,812665	6455153,959430	1
749	395970,669800	6455201,372500	1
750	396008,284781	6455245,601240	1
751	395957,435803	6455288,144280	1
752	395919,820825	6455243,915560	1
753	395874,716000	6454785,061100	1
754	395903,468295	6454836,569510	1
755	395838,666200	6454857,256200	1
756	395809,859200	6454805,858310	1
757	395953,299679	6454827,690340	1
758	395972,668099	6454861,004630	1
759	395935,686762	6454875,416960	1
760	395916,318341	6454842,102670	1
761	395909,748282	6454886,777820	1
762	395957,424507	6454942,794070	1
763	395892,942884	6454978,309800	1
764	395845,266660	6454922,293550	1
765	395890,018061	6454993,037960	1
766	395824,080281	6455031,330060	1
767	395871,948712	6455087,461230	1
768	395937,886492	6455049,169130	1
769	395868,783351	6455104,966890	1
770	395919,924856	6455154,130660	1
771	395854,671690	6455185,529790	1
772	395803,530185	6455136,366020	1
773	395853,037271	6455194,779710	1
774	395905,256940	6455242,506530	1
775	395839,976116	6455271,590590	1
776	395787,756447	6455223,863770	1
777	395813,058472	6454868,504680	1
778	395835,251002	6454920,040680	1
779	395781,293811	6454958,626260	1
780	395759,101281	6454907,090260	1

781	395775,774415	6454973,308680	1
782	395813,252664	6455027,570250	1
783	395744,024550	6455065,480430	1
784	395706,546301	6455011,218870	1
785	395737,651060	6455084,074280	1
786	395793,934589	6455134,520100	1
787	395710,348695	6455163,642650	1
788	395654,065166	6455113,196830	1
789	395706,245246	6455173,005410	1
790	395776,503448	6455222,301470	1
791	395680,663516	6455246,806800	1
792	395610,405314	6455197,510740	1
793	395676,395997	6455262,013640	1
794	395761,375934	6455311,935700	1
795	395653,064170	6455331,132070	1
796	395568,084233	6455281,210020	1
797	395954,186700	6455303,599700	1
798	395823,594979	6455357,468740	1
799	395770,973570	6455312,138560	1
800	395837,347909	6455286,185450	1
801	395889,969318	6455331,515630	1
802	395940,026153	6455386,742630	1
803	395977,633189	6455442,539090	1
804	395924,232664	6455484,915130	1
805	395886,625628	6455429,118670	1
806	395822,146103	6455368,401490	1
807	395873,546664	6455426,796460	1
808	395803,787569	6455466,078020	1
809	395752,387008	6455407,683050	1
810	395678,277055	6455445,586260	1
811	395742,555888	6455405,816380	1
812	395696,182832	6455348,002450	1
813	395631,903999	6455387,772330	1
814	395522,052557	6455369,750860	1
815	395587,356076	6455329,493070	1
816	395619,394734	6455385,414880	1
817	395554,091214	6455425,672680	1
818	395953,907899	6454566,391460	1
819	395988,368796	6454599,142130	1
820	395946,781317	6454627,396830	1
821	395917,686616	6454590,866270	1
822	395909,910719	6454516,404410	1
823	395917,293256	6454567,063230	1
824	395871,432546	6454591,149060	1
825	395864,050010	6454540,490240	1
826	395863,561661	6454606,843860	1

827	395857,742724	6454683,309620	1
828	395799,527856	6454733,221060	1
829	395805,346793	6454656,755300	1
830	395791,770143	6454744,144820	1
831	395767,542703	6454741,635840	1
832	395809,616684	6454762,486820	1
833	395785,389245	6454759,977840	1
834	395780,864249	6454768,714660	1
835	395790,935543	6454814,206340	1
836	395744,183660	6454839,245840	1
837	395734,112366	6454793,754160	1
838	395737,211622	6454854,846880	1
839	395745,042430	6454904,039160	1
840	395692,372456	6454942,586600	1
841	395684,541648	6454893,394320	1
842	395684,634421	6454956,782410	1
843	395633,694597	6454993,465690	1
844	395641,581581	6455044,510970	1
845	395692,521405	6455007,827680	1
846	395596,059382	6455130,814290	1
847	395585,912862	6455084,564010	1
848	395631,572374	6455062,040200	1
849	395641,718894	6455108,290480	1
850	395547,787892	6455225,162270	1
851	395583,538985	6455153,617320	1
852	395535,080434	6455183,696650	1
853	395541,325017	6455239,200370	1
854	395494,675324	6455268,287140	1
855	395507,112279	6455307,546230	1
856	395554,314928	6455277,276970	1
857	395395,739783	6455473,177400	1
858	395395,888434	6455490,940740	1
859	395381,572227	6455501,335520	1
860	395381,423576	6455483,572190	1
861	395378,786582	6455505,356230	1
862	395363,429773	6455516,079360	1
863	395363,669083	6455534,108930	1
864	395379,025893	6455523,385790	1
865	395343,868848	6455555,239240	1
866	395361,704087	6455537,955840	1
867	395359,052901	6455561,140890	1
868	395341,217661	6455578,424290	1
869	396128,651364	6454375,176090	1
870	396181,097789	6454333,402970	1
871	396245,477469	6454350,303160	1
872	396193,031044	6454392,076280	1

873	396143,407064	6454455,007530	1
874	396163,439507	6454410,393330	1
875	396198,039908	6454442,775850	1
876	396177,960368	6454486,495830	1
877	396166,142583	6454250,297990	1
878	396219,166489	6454208,757440	1
879	396164,191700	6454189,462220	1
880	396107,877507	6454213,444730	1
881	396104,278091	6454244,989160	1
882	396058,938403	6454419,813600	1
883	396105,575227	6454335,364620	1
884	396039,704131	6454346,621940	1
885	396054,749202	6454293,663280	1
886	396119,327716	6454101,493680	1
887	396006,296413	6454260,430910	1
888	395941,717899	6454452,600520	1
889	396166,673226	6454072,228530	1
890	396160,598537	6454021,371580	1
891	396114,614439	6454048,099150	1
892	396120,689129	6454098,956100	1
893	396419,514987	6454197,883390	1
894	396476,021676	6454155,143680	1
895	396414,776769	6454137,021010	1
896	396358,270080	6454179,760730	1
897	396179,478586	6454320,841330	1
898	396233,016909	6454278,746330	1
899	396168,241461	6454262,148520	1
900	396114,703139	6454304,243520	1
901	396226,975970	6454396,667480	1
902	396207,237295	6454440,819230	1
903	396261,365038	6454429,307720	1
904	396241,626363	6454473,459480	1
905	396590,337737	6454323,918650	1
906	396537,098912	6454411,383870	1
907	396487,558109	6454381,345730	1
908	396528,971693	6454332,577570	1
909	396569,370422	6454318,032520	1
910	396529,588969	6454320,290100	1
911	396490,135616	6454298,135680	1
912	396541,742310	6454257,181030	1
913	396388,275010	6454402,558580	1
914	396355,581500	6454368,424300	1
915	396336,754217	6454412,826580	1
916	396369,447727	6454446,960870	1
917	396327,399614	6454414,891590	1
918	396294,186267	6454381,647870	1

919	396277,086473	6454425,986950	1
920	396310,299820	6454459,230670	1
921	396767,715409	6454136,799780	1
922	396703,852306	6454117,983400	1
923	396639,478570	6454133,296290	1
924	396703,341673	6454152,112680	1
925	396767,354436	6454092,807090	1
926	396704,565276	6454073,163430	1
927	396641,364697	6454089,066950	1
928	396704,153857	6454108,710600	1
929	396766,540897	6454047,838000	1
930	396704,323395	6454029,024210	1
931	396642,154155	6454044,377190	1
932	396704,371657	6454063,190970	1
933	396765,959858	6454004,788230	1
934	396704,691239	6453985,930330	1
935	396643,226202	6454001,317810	1
936	396704,494821	6454020,175710	1
937	396765,638360	6453961,659370	1
938	396705,229111	6453943,049960	1
939	396644,417216	6453958,291250	1
940	396704,826464	6453976,900660	1
941	396764,942709	6453915,702480	1
942	396705,541459	6453896,917080	1
943	396645,682052	6453912,090520	1
944	396705,083303	6453930,875930	1
945	396764,521956	6453872,637560	1
946	396705,841642	6453854,084490	1
947	396646,744771	6453869,328220	1
948	396705,425085	6453887,881280	1
949	396763,832638	6453829,798180	1
950	396706,082552	6453811,645030	1
951	396648,015287	6453826,728920	1
952	396705,765373	6453844,882080	1
953	396768,198449	6454180,029180	1
954	396703,443564	6454161,219760	1
955	396638,415326	6454176,542780	1
956	396703,170211	6454195,352200	1
957	396701,515240	6454382,319480	1
958	396633,389064	6454363,999560	1
959	396702,313916	6454333,335890	1
960	396770,440091	6454351,655820	1
961	396635,106591	6454305,139870	1
962	396702,569766	6454289,474800	1
963	396769,894099	6454308,392300	1
964	396702,430924	6454324,057370	1

965	396702,654069	6454281,178060	1
966	396769,397150	6454266,477940	1
967	396702,512159	6454247,864290	1
968	396635,769078	6454262,564410	1
969	396637,243000	6454218,986200	1
970	396703,284706	6454204,464130	1
971	396768,921991	6454223,427390	1
972	396702,880300	6454237,949500	1
973	396482,028598	6453932,667460	1
974	396397,650505	6453919,442860	1
975	396317,764452	6453967,012100	1
976	396402,142545	6453980,236700	1
977	396330,819792	6454038,560890	1
978	396407,431038	6454053,621890	1
979	396479,888278	6454007,362660	1
980	396403,277032	6453992,301660	1
981	396345,271431	6454108,836650	1
982	396413,948657	6454125,223610	1
983	396477,819672	6454081,020670	1
984	396409,142447	6454064,633720	1
985	396283,038249	6454153,054370	1
986	396332,911921	6454111,297770	1
987	396271,756335	6454093,302270	1
988	396221,882664	6454135,058860	1
989	396269,252341	6454081,466350	1
990	396319,543586	6454040,873200	1
991	396258,433043	6454022,920250	1
992	396208,141798	6454063,513400	1
993	396256,919057	6454010,927200	1
994	396305,383593	6453970,067970	1
995	396266,742594	6453948,047920	1
996	396218,278058	6453988,907140	1
997	396546,418566	6454096,839920	1
998	396599,564115	6454017,922320	1
999	396550,615232	6453961,007470	1
1000	396498,566718	6454002,512060	1
1001	396538,016530	6454024,307430	1
1002	396578,402728	6454022,536210	1
1003	396537,757776	6454037,727020	1
1004	396496,274542	6454076,911260	1
1005	396617,902214	6454085,167900	1
1006	396630,725595	6454013,582260	1
1007	396621,865168	6453945,840600	1
1008	396609,041787	6454017,426240	1
1009	396617,581710	6454094,372090	1
1010	396626,507294	6454160,876620	1

1011	396613,601200	6454234,078000	1
1012	396604,744430	6454164,989900	1
1013	396613,650600	6454244,898600	1
1014	396622,728927	6454317,225360	1
1015	396609,226337	6454397,088950	1
1016	396600,230634	6454321,958420	1
1017	396430,660232	6454341,196280	1
1018	396471,554861	6454301,942900	1
1019	396425,678669	6454280,847100	1
1020	396384,784040	6454320,100480	1
1021	396322,973928	6454364,375560	1
1022	396373,193927	6454323,070550	1
1023	396311,977570	6454305,990720	1
1024	396261,757570	6454347,295720	1
1025	396309,931536	6454293,653750	1
1026	396359,860387	6454252,694150	1
1027	396298,602926	6454235,385790	1
1028	396248,674075	6454276,345390	1
1029	396296,724684	6454223,177240	1
1030	396346,647303	6454182,026920	1
1031	396285,119077	6454164,352240	1
1032	396235,196458	6454205,502560	1
1033	396424,961800	6454268,960040	1
1034	396473,067995	6454228,950200	1
1035	396419,670723	6454209,521650	1
1036	396371,564528	6454249,531490	1
1037	396542,308836	6454245,828620	1
1038	396595,294715	6454167,035650	1
1039	396546,088083	6454109,110390	1
1040	396494,251075	6454150,298400	1
1041	396534,313541	6454172,855920	1
1042	396575,010660	6454170,570250	1
1043	396533,935900	6454184,953550	1
1044	396492,089911	6454224,844200	1
1045	396399,914569	6454399,775960	1
1046	396431,345559	6454352,973970	1
1047	396468,730030	6454385,166170	1
1048	396437,299040	6454431,968160	1
1049	396166,497564	6454177,307720	1
1050	396206,078888	6454138,581880	1
1051	396177,228897	6454113,586560	1
1052	396137,647573	6454152,312410	1
1053	396307,251646	6453911,088390	1
1054	396396,683575	6453907,852460	1
1055	396484,191560	6453863,951940	1
1056	396402,171641	6453855,285510	1

1057	396312,058926	6453884,255330	1
1058	396786,437827	6453919,694110	1
1059	396797,583374	6454001,510770	1
1060	396789,496679	6454083,447000	1
1061	396778,351132	6454001,630330	1
1062	396824,057197	6453925,094480	1
1063	396845,411105	6453971,138930	1
1064	396828,305592	6454025,358010	1
1065	396806,951685	6453979,313560	1
1066	396828,966489	6454035,551570	1
1067	396852,079520	6454081,057280	1
1068	396833,728424	6454135,264800	1
1069	396810,615392	6454089,759080	1
1070	396789,983181	6454093,832730	1
1071	396802,146954	6454157,342890	1
1072	396792,645284	6454220,070740	1
1073	396780,481511	6454156,560570	1
1074	396792,754493	6454228,740050	1
1075	396805,926761	6454294,618010	1
1076	396795,394551	6454362,825680	1
1077	396782,222284	6454296,947720	1
1078	396842,696214	6454353,689140	1
1079	396864,880325	6454299,573330	1
1080	396838,389171	6454255,757110	1
1081	396816,205059	6454309,872920	1
1082	396838,301530	6454245,650670	1
1083	396858,938777	6454190,927850	1
1084	396833,846691	6454145,479140	1
1085	396813,209444	6454200,201960	1
1086	396128,250375	6454461,813140	1
1087	396054,092784	6454439,991590	1
1088	395978,201200	6454468,305400	1
1089	395989,347400	6454503,144900	1
1090	396071,235400	6454510,158800	1
1091	396175,714005	6454076,290710	1
1092	396194,021750	6454072,528870	1
1093	396230,800597	6453941,645300	1
1094	396196,127789	6453949,540020	1
1095	396154,413142	6453969,189240	1
1096	396167,234900	6454009,429100	1
1097	396206,569400	6453990,772400	1
1098	396194,282633	6453950,764520	1
1099	396248,455900	6453862,876100	1
1100	396242,454291	6453897,225090	1
1101	396243,892020	6453898,809540	1
1102	396250,385663	6453908,716480	1

1103	396295,475884	6453914,408360	1
1104	396276,471519	6453902,927500	1
1105	396253,337187	6453922,538620	1
1106	396272,341553	6453934,019480	1
1107	396455,734300	6453794,109400	1
1108	396399,224800	6453809,149300	1
1109	396355,937188	6453844,094510	1
1110	396420,940335	6453840,276770	1
1111	396485,475983	6453808,649150	1
1112	396503,010000	6453766,114500	1
1113	396544,168738	6453814,750430	1
1114	396584,403810	6453811,641570	1
1115	396543,640586	6453825,600940	1
1116	396502,612313	6453859,997090	1
1117	396542,657498	6453876,803210	1
1118	396582,674310	6453874,311330	1
1119	396542,250832	6453889,153020	1
1120	396501,002824	6453928,809310	1
1121	396551,007572	6453949,000380	1
1122	396604,332400	6453803,526800	1
1123	396622,194393	6453934,271850	1
1124	396636,359600	6453808,500900	1
1125	396786,214543	6453909,759750	1
1126	396793,742169	6453842,892970	1
1127	396784,181299	6453775,680670	1
1128	396776,653673	6453842,547450	1
1129	397311,946547	6455177,909640	1
1130	397335,971257	6455045,818770	1
1131	397338,899442	6454918,196220	1
1132	397314,874733	6455050,287100	1
1133	397341,237698	6454904,102170	1
1134	397356,905305	6454844,542650	1
1135	397353,001950	6454789,646430	1
1136	397337,334344	6454849,205950	1
1137	397354,138811	6454764,861190	1
1138	397382,743148	6454588,311030	1
1139	397391,868541	6454390,681210	1
1140	397362,109143	6454579,081890	1
1141	396823,407609	6453915,520220	1
1142	396834,052200	6453762,754600	1
1143	396788,781000	6453718,939100	1
1144	396783,029833	6453774,132170	1
1145	396771,425400	6453718,907300	1
1146	396838,508526	6453700,892040	1
1147	396856,120562	6453797,974780	1
1148	396864,993775	6453800,544900	1

1149	396855,614139	6453805,887690	1
1150	396861,933300	6454077,329500	1
1151	397124,812200	6454283,228300	1
1152	397369,051300	6454172,085900	1
1153	397430,287997	6454010,251050	1
1154	397493,905934	6453763,252750	1
1155	397509,684711	6453385,541020	1
1156	397456,731400	6454100,930100	1
1157	397404,043758	6454105,839250	1
1158	397444,198595	6454017,428100	1
1159	397421,095930	6454561,223640	1
1160	397393,809085	6454757,309740	1
1161	397403,442774	6454589,477620	1
1162	397368,298400	6455013,855600	1
1163	397377,613100	6455090,489000	1
1164	397357,315532	6455168,980750	1
1165	397348,000800	6455092,347400	1
1166	397390,263617	6454777,726350	1
1167	397395,195712	6454835,186300	1
1168	397380,653278	6454896,351530	1
1169	397375,721184	6454838,891570	1
1170	397370,950854	6455008,947970	1
1171	397387,662698	6454956,742430	1
1172	397379,439532	6454907,329800	1
1173	397362,727688	6454959,535350	1
1174	397403,850235	6455161,024850	1
1175	397424,609020	6455107,112680	1
1176	397438,683200	6455056,495200	1
1177	397470,047865	6455034,686360	1
1178	397499,163529	6455017,810090	1
1179	397440,401500	6455010,868900	1
1180	397384,101700	6455089,687600	1
1181	397391,895600	6454068,172300	1
1182	397381,093400	6454123,922000	1
1183	397384,989998	6454128,643490	1
1184	397398,491447	6454157,783770	1
1185	397387,723526	6454209,248450	1
1186	397376,545700	6454169,566700	1
1187	396802,073000	6453783,921000	1
1188	396992,355687	6454496,531230	1
1189	397027,971300	6454461,431300	1
1190	397078,710831	6454527,244030	1
1191	396999,561100	6454546,861600	1
1192	396988,453562	6454495,143680	1
1193	396958,295984	6454532,290630	1
1194	396956,469192	6454483,767080	1

1195	396986,626770	6454446,620140	1
1196	397416,015400	6454337,170600	1
1197	397439,163142	6454360,305130	1
1198	397406,799016	6454375,942430	1
1199	397383,651321	6454352,807920	1
1200	397388,966643	6454302,094190	1
1201	397422,133300	6454330,407700	1
1202	397516,859509	6454269,443000	1
1203	397521,205200	6454238,451700	1
1204	397470,448117	6454263,177750	1
1205	397470,684431	6454281,550490	1
1206	397427,959827	6454284,502260	1
1207	396424,995437	6453794,799640	1
1208	396377,106100	6453811,294000	1
1209	396353,361800	6453824,432400	1
1210	396350,787054	6453835,482320	1
1211	396335,400870	6453858,731860	1
1212	396307,528200	6453875,009200	1
1213	396275,780157	6453893,143760	1
1214	396250,137100	6453844,126000	1
1215	396473,217282	6453786,644550	1
1216	396488,338600	6453743,908100	1
1217	396570,803600	6453732,517400	1
1218	396614,083100	6453800,231800	1
1219	396777,176613	6453663,714240	1
1220	396805,910400	6453629,530800	1
1221	396910,679500	6455700,922100	1
1222	395681,705714	6455839,712390	1
1223	395551,133808	6455925,144570	1
1224	395539,117728	6455924,717700	1
1225	395394,299146	6455797,813460	1
1226	395209,557982	6455816,555300	1
1227	395785,816009	6455917,266970	1
1228	395800,001876	6455930,596350	1
1229	395853,898455	6455889,006230	1
1230	395912,173077	6455931,105930	1
1231	395883,704027	6455987,924490	1
1232	396288,393854	6455794,738410	1
1233	397035,176700	6454511,761700	1
1234	397038,954200	6454513,105300	1
1235	397044,895500	6454562,869500	1
1236	397072,769500	6454477,479800	1
1237	395414,821500	6455410,741700	0
1238	395468,706000	6455305,833400	0
1239	395487,761700	6455422,451400	0
1240	395510,163000	6455225,498700	0

1241	395524,584181	6456032,453310	0
1242	395530,814900	6455620,976000	0
1243	395541,187981	6455316,893410	0
1244	395556,635500	6455130,996900	0
1245	395562,671300	6455816,480600	0
1246	395565,656100	6455629,075900	0
1247	395573,072400	6455440,903600	0
1248	395581,361181	6455238,337710	0
1249	395589,050600	6455632,011100	0
1250	395603,761800	6455042,168600	0
1251	395623,537200	6455450,005700	0
1252	395624,885600	6455156,072900	0
1253	395635,190800	6455335,267000	0
1254	395653,793400	6454943,062600	0
1255	395666,212700	6455823,734500	0
1256	395671,629800	6455063,643700	0
1257	395705,917500	6454839,841400	0
1258	395725,934500	6454956,684400	0
1259	395736,804300	6455463,152600	0
1260	395753,093900	6454748,699900	0
1261	395758,390000	6455353,286400	0
1262	395767,975900	6454723,573100	0
1263	395773,252381	6455267,930710	0
1264	395778,282900	6454854,599600	0
1265	395785,190081	6455976,967210	0
1266	395789,479381	6455181,220010	0
1267	395802,870200	6455849,405200	0
1268	395807,484981	6455084,599110	0
1269	395811,132200	6454778,202600	0
1270	395828,114800	6454755,686200	0
1271	395833,223300	6455712,877500	0
1272	395829,131081	6454973,988310	0
1273	395837,132000	6454583,813000	0
1274	395849,709700	6454872,124400	0
1275	395861,954300	6455558,978100	0
1276	395869,936900	6455484,228700	0
1277	395885,694900	6454486,317700	0
1278	395890,323781	6455374,577610	0
1279	395894,355700	6454870,572700	0
1280	395899,101300	6454614,806200	0
1281	395903,627300	6455290,339500	0
1282	395912,624300	6454436,064300	0
1283	395911,463500	6455860,647400	0
1284	395920,725681	6455199,106710	0
1285	395927,141600	6454565,677700	0
1286	395926,504081	6454806,148610	0

1287	395934,869581	6455725,992610	0
1288	395938,017781	6455102,301010	0
1289	395942,603400	6454528,583900	0
1290	395956,212681	6454997,301510	0
1291	395954,287600	6455574,034200	0
1292	395962,877600	6454737,429600	0
1293	395962,693500	6454488,902700	0
1294	395966,626500	6455540,301200	0
1295	395975,106500	6454888,620600	0
1296	395983,292400	6455469,344500	0
1297	395982,231900	6454840,558200	0
1298	395988,320000	6454442,612200	0
1299	395988,001400	6454554,782000	0
1300	395992,864800	6455388,392800	0
1301	396005,432181	6454656,426410	0
1302	396005,345200	6455301,393600	0
1303	396059,798300	6455541,393900	0
1304	396024,432100	6455192,607800	0
1305	396027,709481	6454767,479110	0
1306	396047,738381	6454871,531410	0
1307	396049,564481	6455880,810810	0
1308	396068,292200	6454973,032500	0
1309	396085,382381	6455071,120410	0
1310	396093,566400	6454232,171400	0
1311	396090,666681	6454088,512010	0
1312	396105,716800	6454268,820100	0
1313	396102,918881	6455719,107210	0
1314	396103,961700	6455172,285500	0
1315	396115,927500	6454192,121400	0
1316	396119,016500	6454340,531500	0
1317	396127,419781	6454411,696010	0
1318	396118,989400	6455279,978300	0
1319	396133,320600	6455510,066600	0
1320	396135,945981	6454002,163810	0
1321	396142,332000	6454496,873000	0
1322	396134,741400	6455357,546700	0
1323	396149,925081	6455583,655110	0
1324	396151,348500	6454113,333500	0
1325	396150,854400	6455435,873300	0
1326	396170,658800	6454628,908800	0
1327	396166,597381	6455535,932710	0
1328	396165,024300	6455501,445300	0
1329	396181,841881	6453837,033510	0
1330	396188,105881	6454731,484510	0
1331	396193,777900	6454030,366700	0
1332	396194,637100	6454401,029500	0

1333	396207,025700	6454100,665800	0
1334	396207,961481	6454836,022210	0
1335	396212,204800	6455812,442200	0
1336	396210,172000	6454482,845300	0
1337	396215,767181	6455712,489910	0
1338	396220,419600	6454172,377200	0
1339	396221,741700	6454618,363800	0
1340	396221,753781	6455606,812610	0
1341	396225,709400	6455540,586600	0
1342	396226,884481	6454935,650210	0
1343	396228,017300	6455493,030200	0
1344	396234,271000	6454242,338500	0
1345	396235,117100	6453946,469900	0
1346	396235,922481	6453788,665610	0
1347	396241,933300	6454712,758900	0
1348	396245,184681	6455037,308310	0
1349	396247,745900	6454313,231300	0
1350	396256,512700	6453896,494600	0
1351	396259,416081	6454383,215710	0
1352	396263,729200	6455138,209300	0
1353	396276,166300	6454469,367000	0
1354	396288,884200	6455242,819000	0
1355	396303,594000	6455323,744000	0
1356	396298,958200	6454596,316400	0
1357	396305,050700	6453933,243900	0
1358	396317,343400	6455399,385300	0
1359	396316,956581	6454702,569210	0
1360	396317,959581	6454004,293910	0
1361	396324,231600	6454372,366900	0
1362	396326,245500	6455474,585100	0
1363	396331,449500	6454075,214000	0
1364	396336,535281	6454807,637410	0
1365	396339,880881	6455542,515910	0
1366	396339,512200	6454456,429700	0
1367	396345,559200	6454145,704000	0
1368	396350,538681	6455605,694110	0
1369	396354,378681	6454906,297010	0
1370	396359,222900	6454216,126100	0
1371	396360,301381	6455704,302910	0
1372	396362,767700	6454583,579600	0
1373	396363,075900	6455784,727400	0
1374	396368,075181	6455542,350210	0
1375	396369,692481	6455605,802810	0
1376	396372,364600	6454286,266700	0
1377	396373,982681	6455010,826210	0
1378	396381,370500	6455466,376400	0

1379	396385,089081	6454356,823410	0
1380	396389,155781	6455542,226310	0
1381	396390,503000	6455597,186200	0
1382	396392,847281	6455112,174210	0
1383	396402,336100	6454443,598900	0
1384	396411,011981	6455217,230910	0
1385	396425,846681	6455297,790410	0
1386	396427,300100	6454570,572200	0
1387	396439,961881	6455374,377410	0
1388	396445,813181	6454673,652510	0
1389	396454,502381	6455453,149410	0
1390	396465,551981	6454779,154710	0
1391	396470,360581	6455539,936910	0
1392	396475,847200	6454428,585500	0
1393	396480,957081	6454336,690310	0
1394	396482,078400	6455596,855500	0
1395	396481,881800	6454263,781300	0
1396	396483,492181	6454876,283110	0
1397	396483,941881	6454190,688810	0
1398	396485,669181	6454116,058110	0
1399	396488,479581	6454041,411410	0
1400	396489,017281	6454663,957110	0
1401	396490,831681	6453967,156910	0
1402	396492,904781	6453892,710310	0
1403	396494,197381	6453830,802310	0
1404	396496,096800	6453692,101500	0
1405	396502,881981	6454984,649410	0
1406	396509,386281	6454769,477510	0
1407	396523,277500	6454820,254200	0
1408	396513,868900	6454553,414500	0
1409	396521,613181	6455084,246610	0
1410	396528,753481	6454865,697110	0
1411	396530,842900	6455698,564600	0
1412	396540,089500	6454504,474100	0
1413	396534,818400	6455759,315300	0
1414	396541,462481	6455190,440610	0
1415	396547,761700	6455436,902400	0
1416	396550,594481	6454974,960010	0
1417	396556,104681	6455271,434710	0
1418	396569,721581	6455074,817610	0
1419	396571,573900	6455349,762400	0
1420	396584,160681	6455428,150910	0
1421	396589,366700	6455604,247100	0
1422	396589,757600	6455474,886800	0
1423	396586,566300	6455692,950200	0
1424	396591,976000	6455528,115000	0

1425	396590,385381	6455180,824210	0
1426	396592,530900	6454559,430700	0
1427	396592,822781	6455753,604110	0
1428	396592,043400	6454404,171800	0
1429	396598,100281	6454239,651810	0
1430	396602,397281	6454093,286410	0
1431	396606,338581	6455260,856010	0
1432	396606,367281	6453942,741910	0
1433	396607,577381	6454637,351010	0
1434	396610,894681	6453660,118900	0
1435	396621,822800	6455339,836700	0
1436	396627,715600	6454481,263100	0
1437	396628,938081	6454743,310310	0
1438	396632,544900	6454326,518400	0
1439	396633,671700	6454283,836300	0
1440	396630,801100	6454240,255200	0
1441	396635,954600	6454197,363200	0
1442	396637,069900	6454155,119500	0
1443	396625,933800	6454400,362000	0
1444	396638,253400	6454110,291400	0
1445	396630,524900	6454087,799200	0
1446	396639,414600	6454066,308100	0
1447	396640,529900	6454024,060400	0
1448	396641,711800	6453979,292800	0
1449	396637,799500	6455417,728500	0
1450	396638,575300	6453936,965800	0
1451	396633,491100	6454794,551200	0
1452	396644,056200	6453890,493200	0
1453	396645,216900	6453846,525500	0
1454	396642,648181	6454430,043710	0
1455	396646,171300	6455464,155600	0
1456	396648,965800	6454837,500600	0
1457	396650,638681	6455518,430210	0
1458	396653,258400	6455596,237300	0
1459	396673,740000	6454949,835700	0
1460	396677,464300	6454625,280500	0
1461	396678,744700	6455605,675100	0
1462	396680,480300	6455731,525800	0
1463	396693,065081	6455049,776810	0
1464	396694,068581	6454729,095610	0
1465	396703,330700	6454601,923200	0
1466	396712,508700	6454823,472100	0
1467	396715,677081	6455155,398510	0
1468	396730,889581	6455233,662010	0
1469	396734,065000	6454936,096100	0
1470	396748,666700	6455313,221900	0

1471	396777,486700	6454411,399700	0
1472	396751,532900	6454541,940600	0
1473	396752,557281	6455037,148810	0
1474	396763,862481	6453661,008410	0
1475	396765,214900	6455397,294800	0
1476	396775,044400	6453912,717700	0
1477	396766,961400	6453895,493500	0
1478	396766,407000	6453849,854200	0
1479	396767,496400	6453939,541800	0
1480	396773,256900	6453774,923900	0
1481	396768,034700	6453983,855500	0
1482	396768,559700	6454027,076400	0
1483	396769,089700	6454070,706100	0
1484	396777,342400	6454089,872700	0
1485	396769,642100	6454116,181000	0
1486	396770,152700	6454158,221000	0
1487	396772,896781	6455141,238910	0
1488	396770,675100	6454201,231000	0
1489	396779,087600	6454224,402200	0
1490	396771,197300	6454244,217800	0
1491	396771,716500	6454286,958300	0
1492	396776,479500	6455440,769300	0
1493	396772,249800	6454330,868400	0
1494	396786,322900	6454628,904100	0
1495	396789,238700	6453635,244500	0
1496	396787,700681	6455221,294410	0
1497	396789,024000	6455497,477900	0
1498	396776,599100	6454369,234500	0
1499	396791,415481	6454483,191210	0
1500	396799,463281	6454706,093410	0
1501	396796,991000	6453914,689500	0
1502	396802,869700	6455301,978000	0
1503	396806,972300	6454035,152000	0
1504	396801,615300	6454088,400900	0
1505	396810,271600	6454144,880500	0
1506	396805,793900	6454224,768400	0
1507	396810,871900	6455596,624600	0
1508	396813,248400	6454256,303200	0
1509	396812,734900	6454362,319800	0
1510	396816,288500	6454799,594800	0
1511	396819,282900	6455389,501200	0
1512	396813,919800	6454444,365200	0
1513	396824,253800	6453614,479800	0
1514	396824,280100	6455698,563000	0
1515	396833,114100	6454852,220200	0
1516	396826,459800	6455432,496600	0

1517	396834,570700	6455490,516900	0
1518	396838,061700	6454910,430700	0
1519	396844,485800	6453803,499100	0
1520	396843,673500	6453916,396800	0
1521	396850,300800	6454025,825700	0
1522	396856,382981	6455014,978210	0
1523	396857,327200	6454135,699400	0
1524	396862,300400	6454395,487200	0
1525	396863,936500	6454244,843600	0
1526	396874,697700	6454504,573500	0
1527	396872,944600	6454350,798500	0
1528	396874,370581	6455119,048410	0
1529	396886,648900	6455583,305800	0
1530	396883,374700	6454667,478900	0
1531	396886,520181	6455418,728610	0
1532	396888,277481	6455199,508810	0
1533	396887,662300	6454685,173800	0
1534	396900,486600	6455274,867300	0
1535	396904,574500	6455680,728500	0
1536	396906,411081	6454413,335410	0
1537	396908,993800	6454778,342100	0
1538	396903,145100	6454598,568400	0
1539	396914,892000	6454832,498500	0
1540	396931,023800	6454531,936200	0
1541	396932,646200	6454887,149400	0
1542	396930,137900	6455412,579000	0
1543	396931,936200	6455279,620300	0
1544	396943,779400	6455479,913300	0
1545	396954,781981	6454993,536510	0
1546	396965,098500	6454428,117100	0
1547	396965,759100	6455565,598500	0
1548	396975,523600	6454540,861100	0
1549	396977,464281	6455097,534010	0
1550	396989,479100	6454365,023400	0
1551	396996,282200	6455176,997000	0
1552	396995,455600	6455663,627400	0
1553	397005,128600	6454451,185100	0
1554	397013,495300	6455255,686200	0
1555	397018,013381	6454753,110010	0
1556	397039,750400	6454687,226500	0
1557	397035,415100	6454446,442900	0
1558	397042,773600	6454859,848300	0
1559	397044,794381	6455391,667210	0
1560	397061,689600	6454638,087600	0
1561	397062,032700	6455468,739700	0
1562	397065,939000	6454966,257300	0

1563	397071,538381	6454583,265710	0
1564	397066,978400	6454349,667400	0
1565	397077,682600	6455527,877500	0
1566	397095,347400	6454744,580400	0
1567	397104,224500	6454478,741400	0
1568	397104,759100	6455639,514300	0
1569	397115,459900	6454835,702500	0
1570	397117,796581	6455523,139310	0
1571	397120,996400	6455464,237100	0
1572	397132,876781	6455386,424010	0
1573	397149,039800	6455227,698500	0
1574	397157,893800	6455143,866200	0
1575	397149,528100	6454333,310800	0
1576	397167,356681	6455058,392310	0
1577	397178,963500	6454944,750300	0
1578	397184,826800	6455142,967700	0
1579	397192,682400	6454823,757300	0
1580	397197,504300	6454780,680000	0
1581	397199,639300	6455210,338600	0
1582	397199,111800	6454686,464100	0
1583	397212,168000	6454633,165300	0
1584	397216,156300	6454519,899100	0
1585	397236,856300	6455534,161000	0
1586	397245,047400	6454314,384200	0
1587	397251,120900	6455392,834800	0
1588	397284,112000	6455198,343600	0
1589	397280,604200	6455120,071000	0
1590	397290,108200	6455034,095400	0
1591	397312,084081	6454917,088310	0
1592	397327,988000	6454787,368600	0
1593	397331,410500	6455176,415400	0
1594	397332,201900	6454645,206700	0
1595	397353,715000	6455010,961000	0
1596	397359,915881	6454906,840210	0
1597	397366,425300	6454377,407900	0
1598	397384,499000	6454327,050700	0
1599	397372,230481	6454771,820710	0
1600	397384,677881	6455012,561110	0
1601	397377,823000	6454221,099600	0
1602	397398,175900	6454125,567500	0
1603	397404,639981	6454767,392810	0
1604	397418,501100	6454386,961100	0
1605	397478,257681	6454012,130210	0
1606	397460,664300	6454249,422300	0
1607	397507,399900	6455032,010600	0
1608	397504,210700	6455003,343700	0

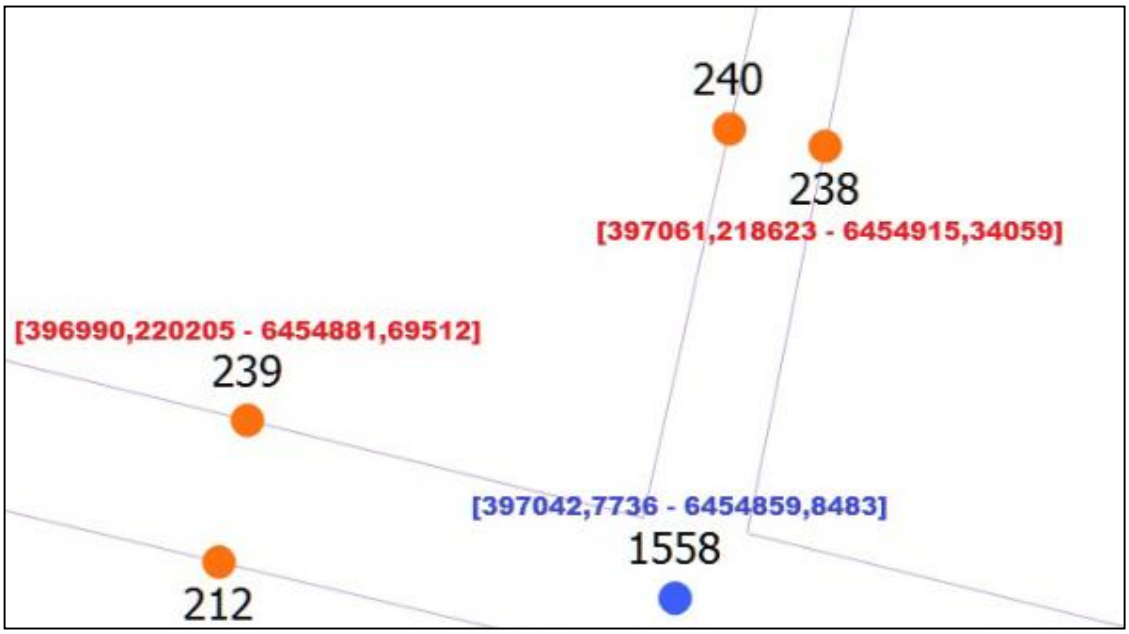
1609	397427,091261	6455163,371250	0
1610	397378,001800	6455169,518000	0
1611	397393,782452	6454900,560720	0
1612	396875,262000	6455379,643100	0
1613	396860,323700	6455293,991700	0
1614	396400,445800	6455705,711800	0
1615	396435,827900	6455704,520600	0
1616	396443,381400	6455765,271300	0
1617	396402,472100	6455749,144200	0
1618	396392,097200	6455779,168500	0
1619	396550,343600	6455478,865600	0
1620	396052,164600	6455526,039600	0
1621	396940,533900	6454381,963500	0
1622	395351,000700	6455584,007600	0
1623	395373,570400	6455541,078500	0
1624	395389,630400	6455508,025000	0
1625	395408,231000	6455477,086500	0
1626	395386,075900	6455465,980800	0
1627	395369,909800	6455497,929400	0
1628	395351,323600	6455530,715100	0
1629	396006,510400	6454527,126100	0
1630	396742,429600	6454524,919300	0
1631	397226,898800	6455634,619300	0
1632	395570,444600	6455757,053400	0
1633	395562,124000	6455755,997400	0
1634	395616,132700	6455439,424500	0
1635	396653,121500	6453670,942500	0
1636	396580,227000	6453665,583100	0
1637	396160,603500	6453939,362900	0
1638	396223,712300	6453958,494500	0
1639	396242,391800	6453826,848600	0
1640	396180,159600	6453797,765600	0
1641	396301,250300	6453893,351200	0
1642	396318,449500	6453867,497400	0
1643	396355,308000	6453856,342200	0
1644	396803,624300	6453924,415300	0
1645	396247,374000	6453924,759500	0
1646	396488,406600	6453788,348300	0
1647	396793,559200	6453774,801500	0
1648	397369,861400	6454126,780200	0
1649	397396,630400	6454018,506900	0
1650	397530,233800	6453484,508900	0
1651	397406,387800	6454211,220300	0
1652	397579,867300	6454217,346500	0
1653	397585,318700	6454230,959200	0
1654	397448,400900	6454384,818100	0

1655	397458,184500	6454342,265000	0
1656	395931,897100	6455966,742600	0
1657	396367,074200	6455748,529300	0
1658	395416,021600	6455794,146600	0
1659	396213,740900	6453901,772900	0
1660	396646,271000	6453806,601000	0
1661	396926,957700	6454680,927000	0
1662	396481,046500	6454478,451500	0
1663	396554,811800	6454453,670100	0
1664	397328,843900	6454316,712100	0
1665	396765,929500	6453810,543800	0
1666	396431,337000	6455737,827400	0
1667	395972,152100	6455498,187300	0
1668	397387,472200	6454275,068700	0
1669	395899,543800	6455891,810700	0
1670	395807,224300	6455877,337800	0
1671	396277,475100	6454498,228600	0
1672	396346,666700	6454485,384400	0
1673	396406,966700	6454473,897300	0
1674	396418,540200	6454496,487500	0
1675	396526,270500	6454536,427400	0
1676	396605,995500	6454530,057300	0
1677	396656,913000	6454623,157100	0
1678	396648,763400	6454577,858200	0
1679	396716,441000	6454570,072500	0
1680	396898,256700	6454635,628100	0
1681	397027,594800	6454719,806400	0
1682	397199,717400	6454745,866800	0
1683	397251,662300	6454802,099900	0
1684	396379,517200	6455510,881000	0
1685	396341,187300	6455518,269500	0
1686	397022,086900	6454557,539100	0
1687	397052,188500	6454467,571500	0
1688	395230,218200	6455766,520100	0
1689	395312,568500	6455582,156100	0
1690	395355,854981	6455676,818110	0
1691	395396,491200	6455602,227600	0

APÊNDICE C

EXEMPLO DIDÁTICO ENTRE AS DISTÂNCIAS ENTRE DOIS PONTOS

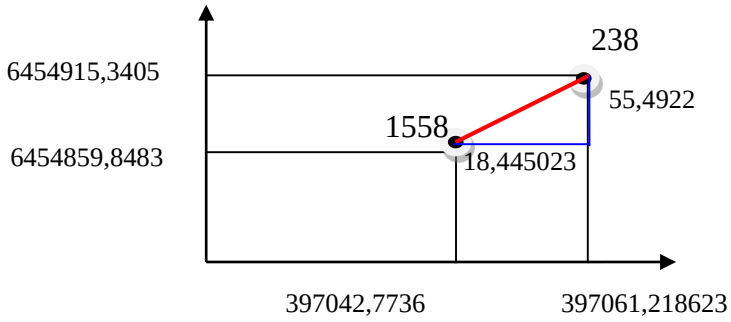
Veja a figura a seguir. Nela constam alguns pontos e suas coordenadas UTM pertencentes ao mapa do setor oito.



É possível determinar a distância real entre os pontos 238 e 239. Para isso é necessário obter as distâncias entre os pontos 238 e 1558 e também entre o ponto 1558 ao ponto 239. A soma dessas distâncias gera o total do percurso entre os pontos 238 e 239.

1° Distancia entre o ponto 238 e 1558.

Supondo que as coordenadas possam ser representadas nos eixos *x* e *y*.



Para compreender como se calcula as distâncias não tem necessidade de utilizar régua. O plano cartesiano serve apenas para compreensão. A distância que se quer determinar a princípio está representada pela linha em vermelho. Nesse caso pode-se criar um triângulo retângulo, onde os catetos serão os valores obtidos pela subtração dos eixos *x* e *y*. Veja:

Eixo x = 397061,2186 m - 397042,7736 m = 18,4450 m

Eixo y = 6454915,3405 m - 6454859,8483 = 55,4922 m

Agora é possível determinar a hipotenusa (distância entre os dois pontos) aplicando o teorema de Pitágoras. O quadrado da hipotenusa é igual a soma dos quadrados dos catetos.

$H_1^2 = 18{,}4450^2$ m $+55{,}4922^2$ m

$H_1 = \sqrt{18{,}4450^2 + 55{,}4922^2}$

H_1 = 58,4774 m Distância entre o ponto 238 e 1558.

2° Distancia entre o ponto 1558 e 239. De forma análoga ao 1°.

H_2 = 56,9135 Distância entre o ponto 1558 e 239.

3° Soma-se as H_1 com H_2

Resultado = 115,3909. Logo a distância do ponto 238 ao ponto 239 é de 115,3909 metros.

APÊNDICE D

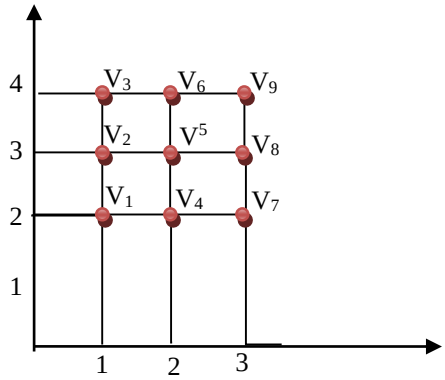
EXEMPLO DIDÁTICO DO ALGORITMO DE DESIGNAÇÃO

Exemplo ilustrativo para o algoritmo de Gillet e johnson adaptado, de acordo com o apresentado em 2.6 do capítulo II.

Considere inicialmente V sendo o conjunto de vértices pertenventes a um grafo, sendo V = { v_1,v_2,v_3,v_4,v_5,v_6,v_7,v_8,v_9}.Seja V_P um sub-conjunto de V que contém o conjunto de vértices- medianas. Supondo que as medianas são os vétives v_3, v_6 e v_7, logo V_P = { v_3, v_6, v_7}

Vale salientar que neste exemplo será utilizado as coordenadas cartesianas de cada vértice, porém o algoritmo Gillet e johnson adaptado pode ser aplicado em quaisquer tipos de coordenadas, como coordenadas geográficas e de sistema UTM.

Seja V = {v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_9} sua localização no plano cartesiano pode ser visualizada atrvés da figura ilustrativa abaixo:



Sejam as coordenadas dos vértices:

v_1 = (1, 2) v_2 = (1, 3) v_3 = (1, 4)

v_4 = (2, 2) v_5 = (2,3) v_6 = (2,4)

v_7 = (3,2) v_8 = (3,3) v_9 = (3,4)

Passo 1: Calcular a distância de cada vértice (ainda não designado) até os vértices v_3, v_6 e v_7.

$d_{1,3} = 2$	$d_{1,6} = \sqrt{5}$	$d_{1,7} = 2$
$d_{2,3} = 1$	$d_{2,6} = \sqrt{2}$	$d_{2,7} = \sqrt{5}$
$d_{4,3} = \sqrt{5}$	$d_{4,6} = 2$	$d_{4,7} = 1$
$d_{5,3} = \sqrt{2}$	$d_{5,6} = 1$	$d_{5,7} = \sqrt{2}$
$d_{8,3} = \sqrt{5}$	$d_{8,6} = \sqrt{2}$	$d_{8,7} = 1$
$d_{9,3} = 2$	$d_{9,6} = 1$	$d_{9,7} = 2$

Passo 2: Para cada vértice *i* tem-se $M_{1(i)}$ como primeira mediana mais próxima de *i* e $M_{2(i)}$ como mediana mais próxima de *i*. As distâncias são respectivamente iguais a $d_{1(i)}$ e $d_{2(i)}$.

i	$d_{1(i)}$	$M_{1(i)}$	$d_{2(i)}$.	$M_{2(i)}$
1	2	3	2	7
2	1	3	$\sqrt{2}$	6
4	1	7	2	6
5	1	6	$\sqrt{2}$	3
8	1	7	$\sqrt{2}$	6
9	1	6	2	3

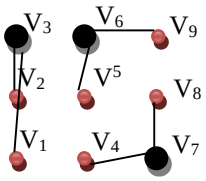
Passo 3: Calcular a razão $r_i = M_{1(i)} / M_{2(i)}$

$r_1 = 1$ $r_2 = 0{,}71$ $r_4 = 0{,}5$

$r_5 = 0{,}71$ $r_8 = 0{,}71$ $r_9 = 0{,}5$

Passo 4: Designa-se cada vértice a sua mediana mais próxima.

$v_3 = \begin{Bmatrix} v_2 \\ v_1 \end{Bmatrix}$ $v_6 = \begin{Bmatrix} v_9 \\ v_5 \end{Bmatrix}$ $v_7 = \begin{Bmatrix} v_4 \\ v_8 \end{Bmatrix}$



APÊNDICE E
REGISTROS REFENTES A REGIÃO CADASTRADA

' “nome da região”+ - Base de Dados' - Contém a característica dos pontos (coordenadas, número e se é um trecho de quadra ou intersecção);

' “nome da região”+ - Características do Mapa' - Contém a característica do mapa (dimensões do mapa e dos itens que o compõe);

' “nome da região”+ - Distâncias' - Registro das distâncias entre os pontos;

' “nome da região”+ - Mapa' - Registro que mantém as linhas do mapa com suas característica (coordenadas e cores);

' “nome da região”+ - Mapa - Nome das Ruas' - Registro salvo com o nome das ruas;

' “nome da região”+ - Mapa - Ruas' - Mantém a posição de cada nome de rua;

' “nome da região”+ - Pares Ordenados' - Armazena os pares ordenados;

' “nome da região”+ - Posicionamento de Pontos Especias' - Salva a posição dos nomes dos pontos;

APÊNDICE F

IMPLEMENTAÇÕES REALIZADAS

Foram realizadas várias implementações as quais estão citadas abaixo.

- Zoom e movimento da área de plotagem;
- Tema claro e escuro para acomodação de visualização e impressão;
- Separação da plotagem em camadas (pontos, mapa, designação e medianas com layout independente);
- O cálculo do método das potências e das distâncias é realizado somente uma única vez. Vez esta que ocorre somente quando não temos seus registros salvos. Ocorre somente a leitura destes registros, quando existirem, para economizar tempo;
- Utiliza-se do algoritmo de Floyd para a determinação das menores distâncias devido ao seu tempo de cálculo ser menor;
- Visualização de distâncias entre dois pontos;
- Visualização do menor caminho entre dois pontos;
- Visualização dos pares ordenados de um ponto;
- Tela de abertura;
- Impressão dos resultados em PDF;
- Escala e coordenadas de referência;
- Chave de registro de licença do software para um único computador;

APÊNDICE G

PARTE DO HISTÓRICO DE CÁLCULO – SOFTWARE “COBERTURA DE ARCOS”

HISTÓRICO DE CÁLCULO [SOFTWARE COBERTURA DE ARCOS] ----------

---

1691 Pontos: 1236 pontos do meio e 455 intersecções!

-> Opções Selecionadas:

---------- [Algoritmo Teitz & Bart]:

Medianas [0024]

Solução Inicial "por regiões"

---------- [Algoritmo Genético - HX]:

Indivíduos [100]

> Cruzar [085]

> Manter [014]

> Mutar [001]

Critério de Parada [1]:

1 - Máximo de Iterações [25000]

2 - Iterações Estáveis [20]

3 - Aptidões Comuns [40,00%]

> [1] ---------- Resultados do Algoritmo Teitz & Bart ----------

---

- Mediana(s) Inicial(is): [1324-1628-1267-1294-1578-1580-1263-1421-1450-1449-1601-1290-1292-1418-1440-1293-1567-1645-1426-1570-1456-1572-1605-1453]

---> Função Objetivo Inicial = 306529,798635483

- Total de Iterações = 1797936

- 145 reduções na Função Objetivo!

- Mediana(s) Final(is): [1328-1691-1502-1278-1588-1580-1267-1410-1476-1424-1601-1465-1306-1384-1440-1289-1546-1641-1366-1371-1518-1338-1565-1256]

---> Função Objetivo Final [84,46%]: 258879,874387741

- Tempo de Cálculo: 00:24:06:947

> [2] -------- Resultados da Designação ----------

Ponto 0001 -> Distância[0001-1691]=[40,151],Distância[0001-1267]=[508,874],Razão=[0,079]

Ponto 0002 -> Distância[0002-1691]=[138,643],Distância[0002-1267]=[410,039],Razão=[0,338]

Ponto 0003 -> Distância[0003-1691]=[263,390],Distância[0003-1267]=[285,293],Razão=[0,923]

Ponto 0004 -> Distância[0004-1691]=[237,666],Distância[0004-1267]=[304,352],Razão=[0,781]

Ponto 0005 -> Distância[0005-1691]=[78,197],Distância[0005-1267]=[463,558],Razão=[0,169]

...

Ponto 1690 -> Distância[1690-1691]=[77,052],Distância[1690-1267]=[471,630],Razão=[0,163]

- [Ordenação] :

0001° - 1125->[1476] - Razão = [0,024]

0002° - 1058->[1476] - Razão = [0,028]

0003° - 1185->[1601] - Razão = [0,029]

0004° - 0028->[1465] - Razão = [0,039]

0005° - 1057->[1641] - Razão = [0,040]

...

1667° - 1002->[1641] - Razão = [0,998]

MEDIANAS E SEUS PONTOS DESIGNADOS:

Mediana 01 = [1328]
- Ponto 0664
- Ponto 1319
- Ponto 0661
- Ponto 0742

...

Mediana 02 = [1691]
- Ponto 0086
- Ponto 0090
- Ponto 0091
- Ponto 1622
- Ponto 0001

...

Mediana 03 = [1502]
- Ponto 0475
- Ponto 0425
- Ponto 0451
- Ponto 0424
- Ponto 0422
- Ponto 0421
- Ponto 0478
- Ponto 0452
- Ponto 1613
- Ponto 1470

...

- Ponto 1496

Mediana 04 = [1278]
- Ponto 0010
- Ponto 0801
- Ponto 0805
- Ponto 0807
- Ponto 0806
- Ponto 0798
- Ponto 0802
- Ponto 0009
- Ponto 1281
- Ponto 0774

...

- Ponto 1261

Mediana 05 = [1588]
- Ponto 1129
- Ponto 0034
- Ponto 1593
- Ponto 0109
- Ponto 1164
- Ponto 1589
- Ponto 1610
- Ponto 0439

- Ponto 1174
- Ponto 1581
...

Mediana 06 = [1580]

- Ponto 0025
- Ponto 0202
- Ponto 0024
- Ponto 1682
- Ponto 1579

...

Mediana 07 = [1267]

- Ponto 1670
- Ponto 0093
- Ponto 1227
- Ponto 0695
- Ponto 1229

...

Mediana 08 = [1410]

- Ponto 0331
- Ponto 0337
- Ponto 0306
- Ponto 1396
- Ponto 1407

...

Mediana 09 = [1476]

- Ponto 1125
- Ponto 1058
- Ponto 1477
- Ponto 1501
- Ponto 1479

...

Mediana 10 = [1424]

- Ponto 0530
- Ponto 0526
- Ponto 0553
- Ponto 0525
- Ponto 0556

...

Mediana 11 = [1601]

- Ponto 1185
- Ponto 1651
- Ponto 1152
- Ponto 1186
- Ponto 1668

...

Mediana 12 = [1465]

- Ponto 0028
- Ponto 1460
- Ponto 1679
- Ponto 0197
- Ponto 1677

...

Mediana 13 = [1306]

- Ponto 0725
- Ponto 0043
- Ponto 0044
- Ponto 0726
- Ponto 0632

...

Mediana 14 = [1384]

- Ponto 0412
- Ponto 0586
- Ponto 0590
- Ponto 0378
- Ponto 0585

...

Mediana 15 = [1440]

- Ponto 1013
- Ponto 1011
- Ponto 0969
- Ponto 0968
- Ponto 1429

...

Mediana 16 = [1289]

- Ponto 0104
- Ponto 0103
- Ponto 0101
- Ponto 0135
- Ponto 0100

...

Mediana 17 = [1546]

- Ponto 1195
- Ponto 0145
- Ponto 0144
- Ponto 0116
- Ponto 1553

...

Mediana 18 = [1641]

- Ponto 1057
- Ponto 1212
- Ponto 1053
- Ponto 1103
- Ponto 1213

...

Mediana 19 = [1366]

- Ponto 1672
- Ponto 0916
- Ponto 0920
- Ponto 0917
- Ponto 0915

...

Mediana 20 = [1371]

- Ponto 0568
- Ponto 0565
- Ponto 0098
- Ponto 1657
- Ponto 1614

...

Mediana 21 = [1518]

- Ponto 0226
- Ponto 0246
- Ponto 0243
- Ponto 0280
- Ponto 0225

...

Mediana 22 = [1338]

- Ponto 1032
- Ponto 0878
- Ponto 1050
- Ponto 0988
- Ponto 1049

...

Mediana 23 = [1565]

- Ponto 0505
- Ponto 0506
- Ponto 0508
- Ponto 1570
- Ponto 0509

...

Mediana 24 = [1256]

- Ponto 0844
- Ponto 0848
- Ponto 0788
- Ponto 0849

...

- Ponto 1250

[3] ---------- Resultados do Algoritmo Genético - HX ----------

---

CLUSTER 1:

- Mediana: [1328]

- Pontos: [62]:

664,1319,661,742,1327,686,687,668,685,1343,1325,665,663,13,660,662,1323,741,1341,1620,14,738,62,657,688,1303,667,677,680,666,63,656,739,743,1322,722,61,659,653,1362,1340,644,580,1318,734,579,12,1358,1378,1313,1294,16,1291,643,60,676,59,682,658,681,19,1328

- Caminho Inicial:

[743,738,734,657,1620,63,1313,1327,742,662,644,580,16,663,688,656,677,1291,1294,1343,59,1358,1325,19,739,1340,664,666,643,659,1362,665,676,685,661,61,1319,741,1323,1322,680,1318,579,660,1341,14,12,658,1328,653,62,687,60,668,682,681,667,686,1303,722,13,1378]

---> Custo Inicial = 11854,43882

- 25000 iterações executadas!

- 35 reduções na Função Objetivo!

- Caminho Final:

[14-|1314|-734,1318,722,1322-|738-1325|-739-|1325|-738,1325,743-|1325|-742-|1328|-1319,685-|1319-686|-1327,686-|1327|-687-|1323|-680,1313,59-|1313|-682-|1307|-676-|1313|-681-|1287-690|-1291-|16-1294|-19,1294,60-|1294|-741-|1294|-16-|1294|-61-|1303|-1620,1303-|1620|-688-|1323|-63,1323,668-|1327|-664,1328,661,1343-|662-1341|-663-|1341|-666-|1341|-656,1340-|677-1323|-62-|1323-668-1327|-665-|1341|-662-|1341|-653-|1341|-659,1341-|656-1340|-667-|1323|-677-|1340-656-1341|-660-|1343|-657-|1362|-644,1378-|644|-1362,643-|1362|-658-|1362|-580,1358-|580-1362|-579-|1362|-13-|1362|-12]

---> Custo Final [40,59%] = 4812,30435

- Tempo de Cálculo: 00:08:28:872

CLUSTER 2:

- Mediana: [1691]

- Pontos: [70]:

86,90,91,1622,1,868,867,715,1689,1623,1690,5,863,866,87,864,85,865,716,1628,1624,92,862,859,861,858,1627,1242,1625,860,88,857,2,711,1626,712,714,1246,1688,707,713,701,89,1249,1226,1239,708,710,1237,78,84,709,1658,817,704,706,1247,702,77,79,814,4,705,1634,3,1251,1633,703,1225,1691

- Caminho Inicial:

[1225,85,1691,5,1246,703,1624,707,817,857,1627,1633,865,710,712,92,3,863,88,1690,1658,4,87,861,716,704,868,1622,1,1249,86,714,90,1689,858,79,1634,706,708,89,1623,2,867,862,1239,1242,91,715,711,1226,84,859,1247,77,866,1688,701,705,1237,709,702,860,1626,1625,864,1628,1251,814,78,713]

---> Custo Inicial = 14047,51218

- 25000 iterações executadas!

- 54 reduções na Função Objetivo!

- Caminho Final:

[706-|1249|-701,1249-|707-1246|-711-|1242|-712,713,714,1242,715,1691,90,1689,865,1628,866-|1628|-862-|1628-863|-1623,863-|1623|-864-|1624|-861,1627,859,1624-|858-1625|-88,1626,860-|1626|-89-|1626|-857,1625,858-|1625|-87-|1622|-867,1622,86-|1691|-91,1690,1-|1690|-92-|1689|-868-|1622-86-1691|-85-|1239|-77-|1239|-817,1634-|1251|-705,1251-|705|-1247,710-|1247|-708-|1247|-709-|1239|-78,1239,84,1237,79-|1238-855-1243|-814-|1239|-716-|1691|-5-|1246|-4,1246,707-|1246|-704-|1633|-703-|1632|-702-|1632-703|-1633-|1245|-3,1658,2-|1690-1688|-1226,1688,1225]

---> Custo Final [30,75%] = 4319,42850

- Tempo de Cálculo: 00:09:17:388

CLUSTER 3:

- Mediana: [1502]

- Pontos: [94]:

475,425,451,424,422,421,478,452,1613,1470,1496,29,428,426,401,423,1511,476,1534,456,454,477,479,402,398,32,482,71,1468,453,1543,70,419,397,455,420,429,418,1612,1516,417,404,481,400,1475,1487,480,447,289,399,483,72,486,490,487,1532,405,450,4

27,468,30,1531,73,415,393,1467,1492,31,1554,1517,1435,285,390,416,395,432,430,286,1551,290,320,396,288,394,386,392,1542,520,484,485,467,457,1431,1502

- Caminho Inicial:

[31,481,482,447,396,285,401,480,476,483,394,390,423,467,1487,428,486,320,404,475,30,1531,1502,29,1612,429,487,484,485,1542,419,386,416,479,1551,425,402,1468,1511,405,400,1470,430,478,1435,432,398,397,395,399,415,289,421,424,454,417,32,1517,427,468,288,1516,71,455,451,1431,450,1496,420,73,1475,520,452,453,426,1554,1543,392,1532,70,1613,286,477,393,418,290,1534,1492,72,456,422,1467,490,457]

---> Custo Inicial = 17118,87487

- 25000 iterações executadas!

- 75 reduções na Função Objetivo!

- Caminho Final:

[393-|1532|-396-|1532|-415-|1551|-390,1551,392-|1551|-386-|1551|-416,1554,417-|1554|-447-|1543|-30,1543,29-|1613|-475,1613,32-|1531|-480,1612,477-|1612|-476-|1612|-479-|1511|-71-|1516|-486,1516,482-|1516|-483-|1492|-468-|1492|-520-|1497|-485,1517,490-|1516|-487-|1542|-450,1542,31,1531,481-|1516|-72-|1492|-484-|1492|-73-|1475|-456,1475,454-|1475|-467-|1449|-457-|1475-73|-1492-|73-1475|-453,1511,70-|1511|-478-|1511|-452-|1502|-425,1502,424-|1496|-423-|1468|-428,1470,455-|1470|-451-|1470|-429,1435,432,1431,430-|1431|-427-|1468|-404-|1468|-400-|1467|-320-|1463|-288,1467,399-|1487|-286-|1473|-290-|1487|-289-|1487|-285,1487,395-|1528|-394,1532,418-|1534|-420,1534,421-|1502|-422-|1496|-419-|1496|-398-|1496|-402,1496,397-|1496|-401,1468,426-|1468|-405]

---> Custo Final [31,08%] = 5321,33129

- Tempo de Cálculo: 00:12:26:585

...

CLUSTER 24:

- Mediana: [1256]

- Pontos: [60]:

844,848,788,849,1250,845,784,785,783,847,1252,843,846,851,1258,1244,792,7,1268,840,842,1254,852,789,781,1248,787,779,839,850,853,766,786,772,782,780,1240,769,767,841,796,856,1272,854,1266,1264,1257,836,838,835,837,1243,855,76,793,791,1238,1288,756,1256

- Caminho Inicial:

[845,769,1288,850,1238,1248,766,788,1257,838,1250,842,851,1268,1244,856,1266,791,76,840,843,835,789,848,772,784,1258,841,836,839,855,779,849,1252,1240,1254,783,7,787,793,786,853,780,782,1272,792,852,847,844,785,781,846,767,1256,1243,796,854,1264,756,837]

---> Custo Inicial = 12578,68365

- 25000 iterações executadas!

- 40 reduções na Função Objetivo!

- Caminho Final: [785-|1256|-849-|1252|-851,1244,846-|1252|-792,1252,788-|1256|-844,1256,784-|1258|-840,1254,843,1250,847-|1250|-848-|1256|-845,1258,842-|1254|-841,1257,838,1264,836-|1257|-837-|1260-833-1269|-835-|1264|-756-|1264|-780-|1264|-839-|1258|-779-|1272|-781,1272,782-|1268|-783-|1268|-769,1288,767-|1268|-766,1268,786-|1266|-772-|1266|-789,1266,787-|1252|-7,1248,850-|1240|-853,1240,852-|1240|-854,1238,76,1243,855-|1243|-856-|1243|-796-|1248|-793-|1263|-791]

---> Custo Final [32,33%] = 4066,97644

- Tempo de Cálculo: 00:08:15:424

ANEXO I

ROTA 156 GERADA PELO SCI- SISTEMA COMERCIAL INTEGRADO

0001013754-8	RENATO GATTI DE ALBUQUERQUE	Rua GENERAL OSÓRIO , 535	165.008.156.0150	
0001013753-0	ABEL FRANCISCO DOURADO	Rua GENERAL OSÓRIO , 533	165.008.156.0160	
0001042172-6	RADIO OCEANO DO RIO GRANDE DO SUL	Rua GENERAL OSÓRIO , 531	165.008.156.0170	A09X139652
0001014810-8	SUPERMERCADO GUANABARA	Rua GENERAL OSÓRIO , 530	165.008.156.0178	
0001013751-3	UBIRAJARA DA ROSA CRIZEL	Rua GENERAL OSÓRIO , 521	165.008.156.0180	
0001013750-5	NAIR DA ROSA PIRES	Rua GENERAL OSÓRIO , 517	165.008.156.0190	A08F102401
0001013749-1	MARIA AUGUSTA PIRES FERREIRA	Rua GENERAL OSÓRIO , 513	165.008.156.0200	A10N364950
0001075746-5	GLORIA ABDALA KALIL	Rua GENERAL OSÓRIO , 511	165.008.156.0210	A02N543754
0001013747-5	RICARDO MAIATO DE ALBUQUERQUE	Rua GENERAL OSÓRIO , 507	165.008.156.0220	A08F113366
0001013746-7	MARIA VENTURA	Rua GENERAL OSÓRIO , 503	165.008.156.0230	
0001013745-9	RUBENS BASTOS DOS SANTOS	Rua GENERAL OSÓRIO , 501	165.008.156.0240	A08F102404
0001015010-2	ANIZZA NADER	Rua CONSELHEIRO PINTO LIMA , 4	165.008.156.0242	
0001015014-5	RAUL CARLOS FERNANDES	Rua CONSELHEIRO PINTO LIMA , 38	165.008.156.0250	A09X033249
0001042751-1	OZIRES BAPTISTA CARVALHO	Rua CONSELHEIRO PINTO LIMA , 40	165.008.156.0260	A10N362677
0001075872-0	VERA REGINA COIMBRA DE AVILA	Rua CONSELHEIRO PINTO LIMA , 42	165.008.156.0270	A07F054986
0001015017-0	NORMELIO FERREIRA	Rua CONSELHEIRO PINTO LIMA , 4401	165.008.156.0280	A10N363141
0001042750-3	ERI OLIVEIRA	Rua CONSELHEIRO PINTO LIMA , 46	165.008.156.0290	A09X140399
0001042749-0	VILMAR VIEIRA NUNES	Rua CONSELHEIRO PINTO LIMA , 54	165.008.156.0300	A09X251152
0001015020-0	FERNANDA ZOGBI VOSSLER	Rua CONSELHEIRO PINTO LIMA , 64	165.008.156.0310	A08F088049
0001075873-9	CLARA CAMBA ARAUJO	Rua CONSELHEIRO PINTO LIMA , 66	165.008.156.0320	A09X140398
0001042748-1	ODILON CAUCERO DE LIMA	Rua CONSELHEIRO PINTO LIMA , 70	165.008.156.0330	A07F047663
0001014286-0	YACOUB IBRAHIM NADER	Rua CONSELHEIRO PINTO LIMA , 113	165.008.156.0340	A10N116390
0001042755-4	ANGELINA DA ROSA CARREIRA	Rua CONSELHEIRO PINTO LIMA , 51	165.008.156.0350	A10N118030
0001042754-6	VILMAR VIEIRA NUNES	Rua CONSELHEIRO PINTO LIMA , 47	165.008.156.0360	A10N578420
0001042753-8	GRAZZIOTIN S A	Rua CONSELHEIRO PINTO LIMA , 41	165.008.156.0370	A09X036923
0001013744-0	VILMAR VIEIRA NUNES	Rua GENERAL OSÓRIO , 489	165.008.156.0380	A10N359300
0001013742-4	FELIPE KALIL	Rua GENERAL OSÓRIO , 479	165.008.156.0383	
0002109044-0	VILMAR VIEIRA NUNES	Rua GENERAL OSÓRIO , 48701	165.008.156.0384	A08F096763
0001042171-8	FERDINANDO BRUM PRIMO	Rua GENERAL OSÓRIO , 485	165.008.156.0385	A04L530439
0001042170-0	CONCELIE ABDALLA NADER	Rua GENERAL OSÓRIO , 473	165.008.156.0387	

0001043018-0	COND ED CAMARA DO COMERCIO	Rua GASPAR SILVEIRA MARTINS, 23	165.008.156.0410	A09X139904
0001998477-4	PMRG PREF MUNICIPAL SMSU	Praça XAVIER FERREIRA, 0	165.008.156.0415	A09X037130
0001043017-2	V. F. COMBUSTIVEIS LTDA.	Rua GASPAR SILVEIRA MARTINS, 434	165.008.156.0420	A92S086815
0001013736-0	TRANSPORTES HIDROVIARIO GRANDE NORTE LTD	Rua GASPAR SILVEIRA MARTINS, 0	165.008.156.0430	
0001043016-4	ANA MARIA JORGE BRAVO	Rua GASPAR SILVEIRA MARTINS, 2	165.008.156.0440	A10N363145
0001013734-3	SOC PROMOTORA DA F DO MAR	Rua GENERAL OSÓRIO , 25	165.008.156.0450	
0002031542-2	AZV ENGENHARIA E SEGURANÇA LTDA	Rua GENERAL OSÓRIO , 1	165.008.156.0460	
0001035223-6	PMRG PREF MUNICIPAL R G SMAIC	Rua GENERAL OSÓRIO , 444	165.008.156.0465	C08S004468
0001043007-5	GABRIELA CHAVES MENEZES	Rua GENERAL OSÓRIO , 446	165.008.156.0468	
0001013733-5	WALDOMIRO XAVIER	Rua GENERAL OSÓRIO , 44401	165.008.156.0473	A10N122669
0001043015-6	JOCELI SOUZA BRANCO	Rua GENERAL OSÓRIO , 44402	165.008.156.0475	A10N122663
0001043014-8	ELCI MACHADO SANTOS	Rua GENERAL OSÓRIO , 44403	165.008.156.0480	A79N005246
0001013730-0	PAULO SERGIO C FREITAS	Rua GENERAL OSÓRIO , 44044	165.008.156.0490	
0001013729-7	SERGIO MIGUEL G KUCHARSKI	Rua GENERAL OSÓRIO , 44405	165.008.156.0500	
0001043013-0	ANGELO GORDO FIDELIS	Rua GENERAL OSÓRIO , 44406	165.008.156.0510	A03L520739
0001013727-0	SILVIO MIGUEL CAMILO	Rua GENERAL OSÓRIO , 44407	165.008.156.0520	A08F009208
0001043012-1	MARCO AURELIO SANTOS	Rua GENERAL OSÓRIO , 44408	165.008.156.0530	
0001013725-4	JOAO FRANCISCO ALVES AMORIM	Rua GENERAL OSÓRIO , 44409	165.008.156.0540	
0001013724-6	JUVENCIO CUNHA	Rua GENERAL OSÓRIO , 44410	165.008.156.0550	
0001013723-8	IRANI DOS SANTOS SOUZA	Rua GENERAL OSÓRIO , 44411	165.008.156.0560	A09X037145
0001013722-0	ANTONIO LUIZ O MARTINS	Rua GENERAL OSÓRIO , 44412	165.008.156.0570	
0001043000-8	DEIVINSON BRINES FREITAS DE BIASI	Rua GENERAL OSÓRIO , 44413	165.008.156.0580	
0001013721-1	SIDNEI VALTER KUCHARSKI	Rua GENERAL OSÓRIO , 44414	165.008.156.0590	A10N188604
0000988321-5	PREFEITURA MUNICIPAL DE RIO GRANDE	Rua GENERAL OSÓRIO , 454	165.008.156.0598	
0001013720-3	PMRG PREF MUNICIPAL RG SMSU	Rua FRANCISCO CAMPELLO, 0	165.008.156.0600	
0001013708-4	COTISTA - PROX.RINCAO CEBOLA	Rua FRANCISCO CAMPELLO, 1	165.008.156.0615	
0001043006-7	IUNEN ABDALLA NADER	Rua GENERAL OSÓRIO , 460	165.008.156.0620	A08X100373
0001013707-6	FUAD ABDALLA NADER	Rua GENERAL OSÓRIO , 464	165.008.156.0630	A06F118904

	0001075849-6	ANA PAULA VEIGA COZZA	Rua WALTER RAMOS LAGES, 15602	165.008.156.1220	
	0001014755-1	SUEDA REGINA TAVARES ZDRADEK	Rua WALTER RAMOS LAGES, 156	165.008.156.1230	A10N116170
	0001014754-3	ARNOLDO FLORES AGUIAR	Rua WALTER RAMOS LAGES, 158	165.008.156.1240	A08F334090
	0001013829-3	CRISTIANE RODRIGUES DA SILVA	Rua WALTER RAMOS LAGES, 158	165.008.156.1250	
	0001042986-7	SUEDA REGINA TAVARES ZDRADEK	Rua WALTER RAMOS LAGES, 160	165.008.156.1260	A09X125490
	0001014752-7	CARMEN B CARNEIRO PEREIRA	Rua WALTER RAMOS LAGES, 162	165.008.156.1270	A09X123775
	0001042985-9	DARLI MACIEL DA SILVA	Rua WALTER RAMOS LAGES, 164	165.008.156.1280	A09X125492
	0001014750-0	CARLOS UBIRAJARA PORTO DUTRA	Rua WALTER RAMOS LAGES, 166	165.008.156.1285	Y09S051849
	0001042990-5	ED ALMIRANTE BARROSO	Rua MANOEL PEREIRA DE ALMEIDA, 740	165.008.156.1287	A07F015954
	0001075848-8	CLAUDIO LUIS VELASQUE	Rua MANOEL PEREIRA DE ALMEIDA, 756	165.008.156.1290	A09X256639
	0001042983-2	NOEMI CARVALHO LEMOS	Rua MANOEL PEREIRA DE ALMEIDA, 760	165.008.156.1295	A90L109378
	0001013848-0	ELIANE LEITE DA COSTA	Rua MANOEL PEREIRA DE ALMEIDA, 758	165.008.156.1300	
	0002080538-1	MARIA HELENA SANTOS MIRANDA	Rua MANOEL PEREIRA DE ALMEIDA, 76201	165.008.156.1315	A10N117312
	0001013845-5	EMILIA DE LOURDES DE OLIVEIRA	Rua MANOEL PEREIRA DE ALMEIDA, 762	165.008.156.1320	A09X382440
	0001013844-7	LUIZ C FERREIRA CUNHA	Rua MANOEL PEREIRA DE ALMEIDA, 764	165.008.156.1330	
	0001013843-9	MARIZELDA RODRIGUES ALVES	Rua MANOEL PEREIRA DE ALMEIDA, 766	165.008.156.1340	A09X045194
	0001075756-2	ELIZABETHE FERREIRA DA CUNHA	Rua MANOEL PEREIRA DE ALMEIDA, 768	165.008.156.1350	A10N577239
	0001013841-2	JOSE CARLOS VELASQUE DA SILVA	Rua MANOEL PEREIRA DE ALMEIDA, 772	165.008.156.1360	A08F102410
	0001013840-4	PAULO CEZAR LEIRIA	Rua MANOEL PEREIRA DE ALMEIDA, 774	165.008.156.1370	
	0001075753-8	INGO KOHLER	Rua MANOEL PEREIRA DE ALMEIDA, 779	165.008.156.1375	
	0001042982-4	JAIR DA ROSA SILVA	Rua MANOEL PEREIRA DE ALMEIDA, 755	165.008.156.1380	A10N116935
	0001042979-4	RITA DE CASSIA TAJES DA SILVA	Rua MANOEL PEREIRA DE ALMEIDA, 75503	165.008.156.1390	A10N577295
	0001427056-0	ZELI PORCIUNCULA RODRIGUES	Rua MANOEL PEREIRA DE ALMEIDA, 755	165.008.156.1400	A09X387522
	0001075755-4	BRANCA SONIA MOTA PINTO	Rua MANOEL PEREIRA DE ALMEIDA, 755	165.008.156.1410	A09X125489
	0001042981-6	PALMIRO TAVARES	Rua MANOEL PEREIRA DE ALMEIDA, 755	165.008.156.1420	A92L100084
	0001042980-8	ADAIR ANTONIO MARTINS	Rua MANOEL PEREIRA DE ALMEIDA, 75507	165.008.156.1430	A09X125488
	0001075754-6	MARCIO ROBERTO NEVES CHEPE	Rua MANOEL PEREIRA DE ALMEIDA, 753	165.008.156.1440	A09X252495
	0002053612-7	JULIANA LOPES RIBEIRO	Rua MANOEL PEREIRA DE ALMEIDA, 751	165.008.156.1445	A09X313767
	0001013831-5	ADRIANA DOS SANTOS	Rua MANOEL PEREIRA DE ALMEIDA, 745	165.008.156.1470	
	0001042984-0	COND WALTER RAMOS LAGES III	Rua DUZENTOS E TRÊS (VILA MILITAR), 743	165.008.156.1480	C08S004451
	0001042976-0	ROSEMERI BUENO AMARAL	Rua WALTER RAMOS LAGES, 168	165.008.156.1490	A10N119686
	0001042991-3	ED ALMIRANTE SALDANHA	Rua MANOEL PEREIRA DE ALMEIDA, 741	165.008.156.1500	A09X036885
	0001042992-1	ED ALMIRANTE TAMANDARE	Rua WALTER RAMOS LAGES, 169	165.008.156.1510	A02N469987
00	0001042975-1	DOUGLAS ROBERTO WALKBRING	Rua WALTER RAMOS LAGES, 170	165.008.156.1520	A92N001098
00	0001075752-0	LEO RETAMAL TEIXEIRA	Rua WALTER RAMOS LAGES, 172	165.008.156.1530	A09X134502
00	0001042974-3	EDES SILVA DA CUNHA	Rua WALTER RAMOS LAGES, 174	165.008.156.1540	A09X134507
00	0001042973-5	MARIA M VIANA MIGUEL	Rua WALTER RAMOS LAGES, 176	165.008.156.1550	A79N006877
00	0001042993-0	ED MARCILIO DIAS	Rua WALTER RAMOS LAGES, 175	165.008.156.1560	A03L430350
00	0001042994-8	ED BRIGADEIRO SILVA PAES	Rua WALTER RAMOS LAGES, 181	165.008.156.1570	A03L427886
00	0001042972-7	LEDA SOUSTRUZNIK PORTO	Rua WALTER RAMOS LAGES, 178	165.008.156.1580	A09X134500
00	0001042971-9	PIERRE GUIDINE	Rua WALTER RAMOS LAGES, 180	165.008.156.1590	A09X134501
00	0001042970-0	IRACEMA RODRIGUES PINTO	Rua WALTER RAMOS LAGES, 182	165.008.156.1600	A09X033154
00	0001042969-7	ROBERTO CARDONE DA SENHORA	Rua WALTER RAMOS LAGES, 184	165.008.156.1610	A07F051704
00	0001042968-9	ANTONIO MORAIS GIAMBASTIANI	Rua WALTER RAMOS LAGES, 186	165.008.156.1620	A07F047724
00	0001042967-0	ROSANE CLAVIJO SAPATA	Rua WALTER RAMOS LAGES, 188	165.008.156.1630	A07F047659
00	0001013817-0	PAULO ROBERTO DA SILVA COSTA	Rua WALTER RAMOS LAGES, 190	165.008.156.1640	
00	0001042966-2	SERGIO FERREIRA DE OLIVEIRA	Rua WALTER RAMOS LAGES, 192	165.008.156.1650	A09X134499
00	0001042965-4	AIRES RIVERO	Rua WALTER RAMOS LAGES, 194	165.008.156.1660	A09X134397
00	0001042964-6	TEOFILO DA ROSA AZAMBUJA	Rua WALTER RAMOS LAGES, 196	165.008.156.1670	A09X134498
00	0001013812-9	TELEFONIA CELULAR	Rua AQUIDABAN, 74401	165.008.156.1680	
00	0001013811-0	JOAO MARINONIO CARNEIRO LAGES JUNIOR	Rua AQUIDABAN, 74402	165.008.156.1690	
00	0001013810-2	JOAO MARINONIO CARNEIRO LAGES JUNIOR	Rua AQUIDABAN, 74403	165.008.156.1700	
00	0001013809-9	JOAO MARINONIO CARNEIRO LAGES JUNIOR	Rua AQUIDABAN, 746	165.008.156.1710	
00	0001013808-0	JOAO MARINONIO CARNEIRO LAGES JUNIOR	Rua AQUIDABAN, 746	165.008.156.1720	
00	0001013807-2	ANA MARIA PEREIRA CARVALHO	Rua AQUIDABAN, 74601	165.008.156.1730	
00	0001042962-0	CARLOS LEONARDO RODRIGUES DE MIRANDA	Rua AQUIDABAN, 74602	165.008.156.1740	A07F059614
00	0001013805-6	CARLOS LEONARDO RODRIGUES DE MIRANDA	Rua AQUIDABAN, 746	165.008.156.1750	A07F054923
00	0001013804-8	GODOFREDO CARLOS RODRIGUES TELLES	Rua AQUIDABAN, 752	165.008.156.1760	A10N117295
00					
000	0001013803-0	WALTER BORGES	Rua AQUIDABAN, 754	165.008.156.1770	A06F119837
000	0001013802-1	MARIO BONOW MILECH	Rua AQUIDABAN, 756	165.008.156.1780	
	0001042961-1	ALEXANDRE MENDES COSTA	Rua AQUIDABAN, 758	165.008.156.1790	A09X037537
	0001042960-3	IRLENE MARIA CALDEIRA DE MELO	Rua AQUIDABAN, 760	165.008.156.1800	A08F144296
	0001013799-8	SOLON SADY CORNETET	Rua AQUIDABAN, 762	165.008.156.1810	A10N122834
	0001013798-0	PACOTAO COMERCIO ATACADISTA DE PAPELARIA	Rua AQUIDABAN, 764	165.008.156.1820	A09X117589
	0001042959-0	OSCAR MARIA ANTUNES NETO	Rua AQUIDABAN, 768	165.008.156.1830	
	0001014802-7	CENIR RITA TORMA	Rua GENERAL OSÓRIO , 658	165.008.156.1835	
	0001042958-1	ALCIDES DE OLIVEIRA COLOMBY	Rua AQUIDABAN, 772	165.008.156.1840	A07F051843

20181

ANEXO II

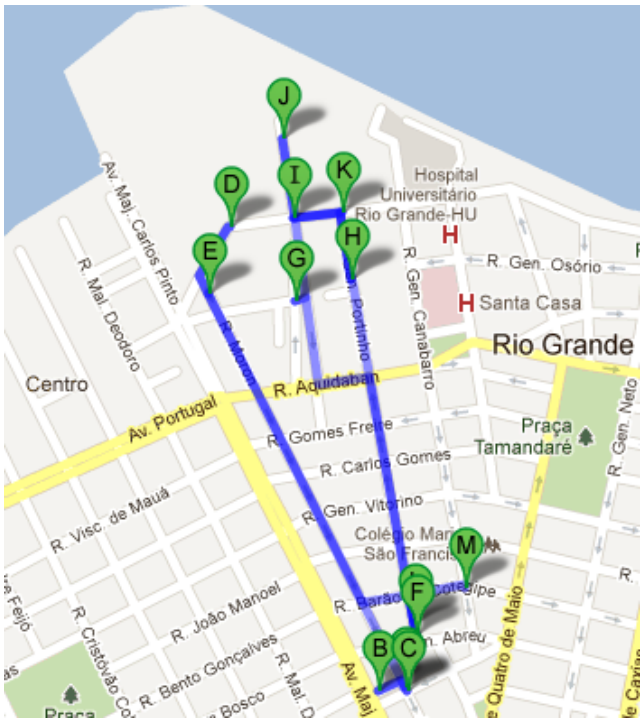
VISUALIZAÇÃO DE PARTE DO SETOR 8, CONTENDO ALGUMAS DENOMINAÇOES DE RUAS

MAPA DO SETOR 8
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE
FURG
INSTITUTO DE OCEANOGRAFIA
Laboratório de Geociências Costeiras
Rio Grande
Oceano Atlântico
Legenda
Pto_meio
Pto_cruzamento
Quadras
Sistema de coordenadas: UTM
Datum: WGS 84
Imagem: Quick Bird 2006
resolução 0,60m
0 20 40 80 120 160
m

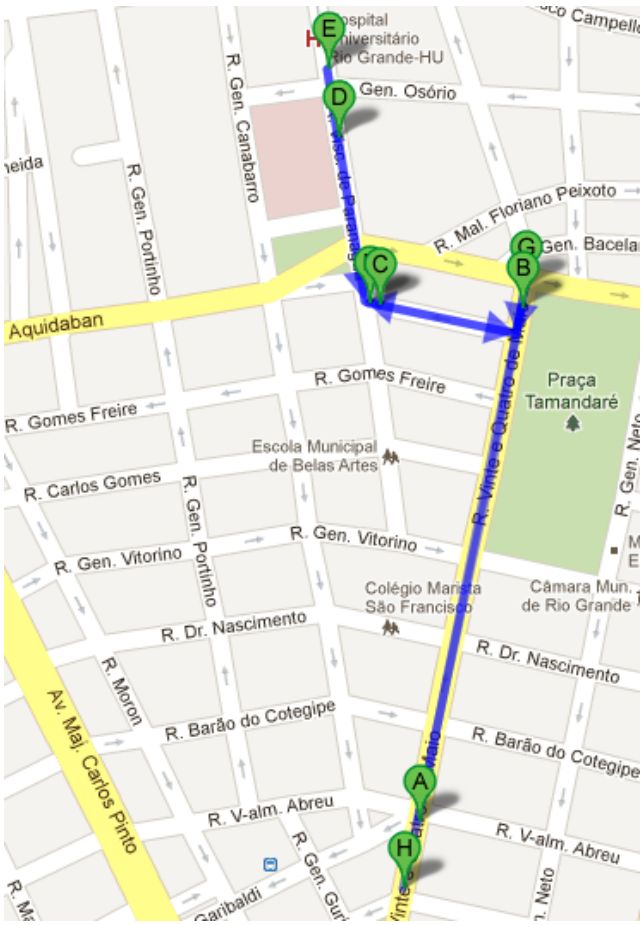
ANEXO III

ROTAS DETERMINADAS PELO GOOGLE MAPS DE ACORDO COM OS ENDEREÇOS CONTIDOS EM SCI

Rota 142

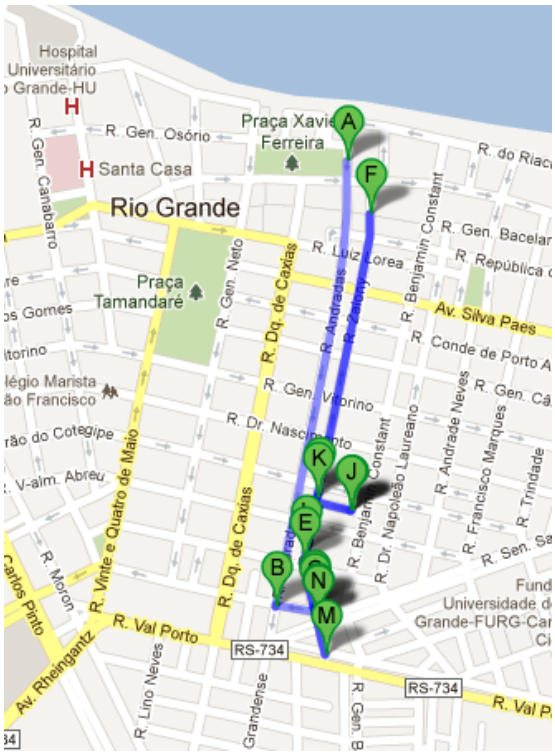


Rota 143

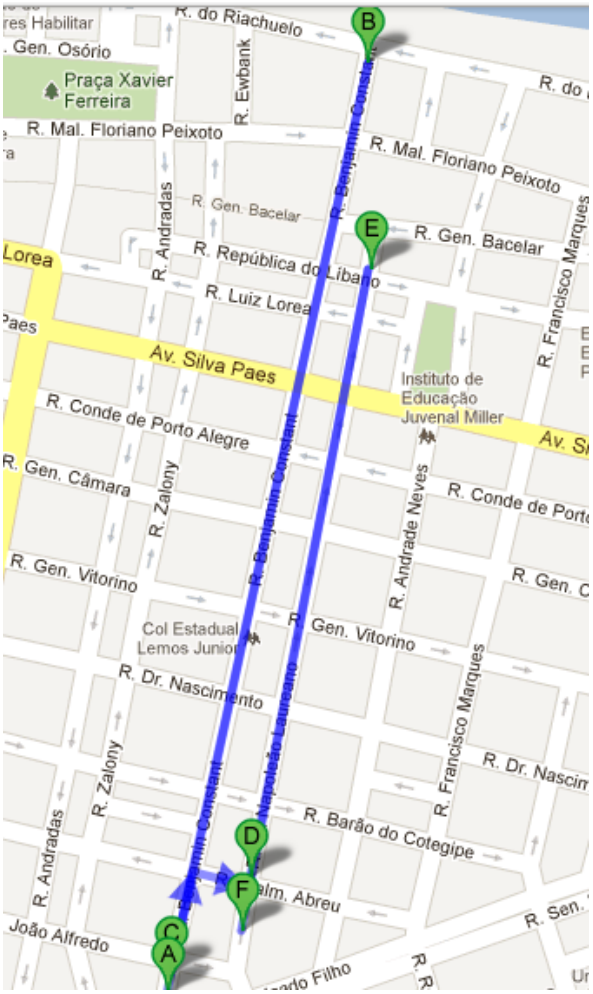


Rota 144-

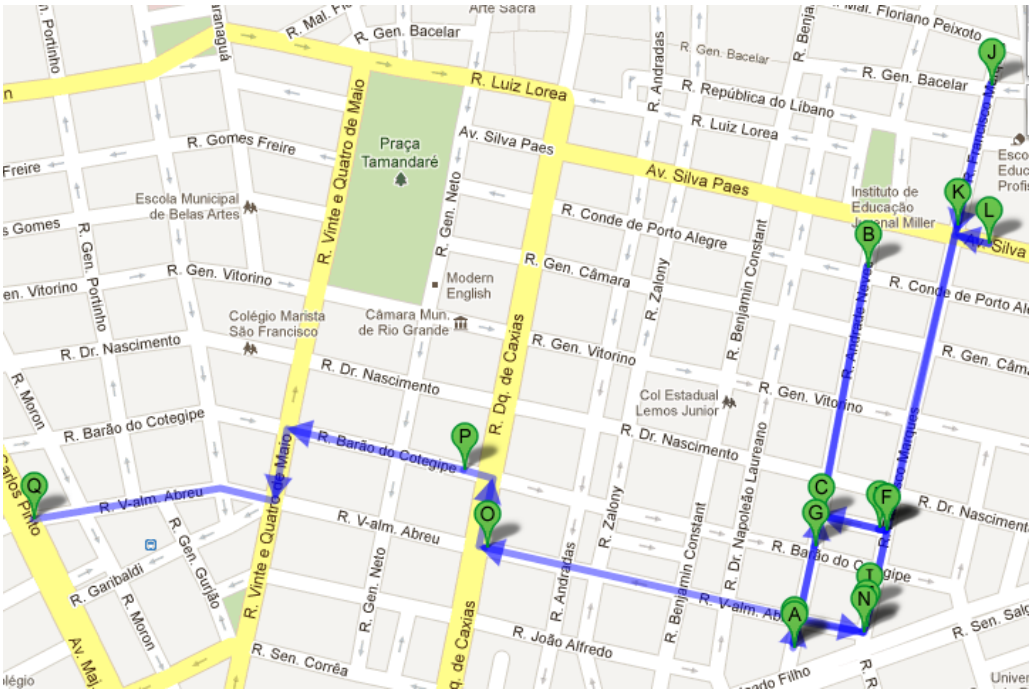
Rota 145-



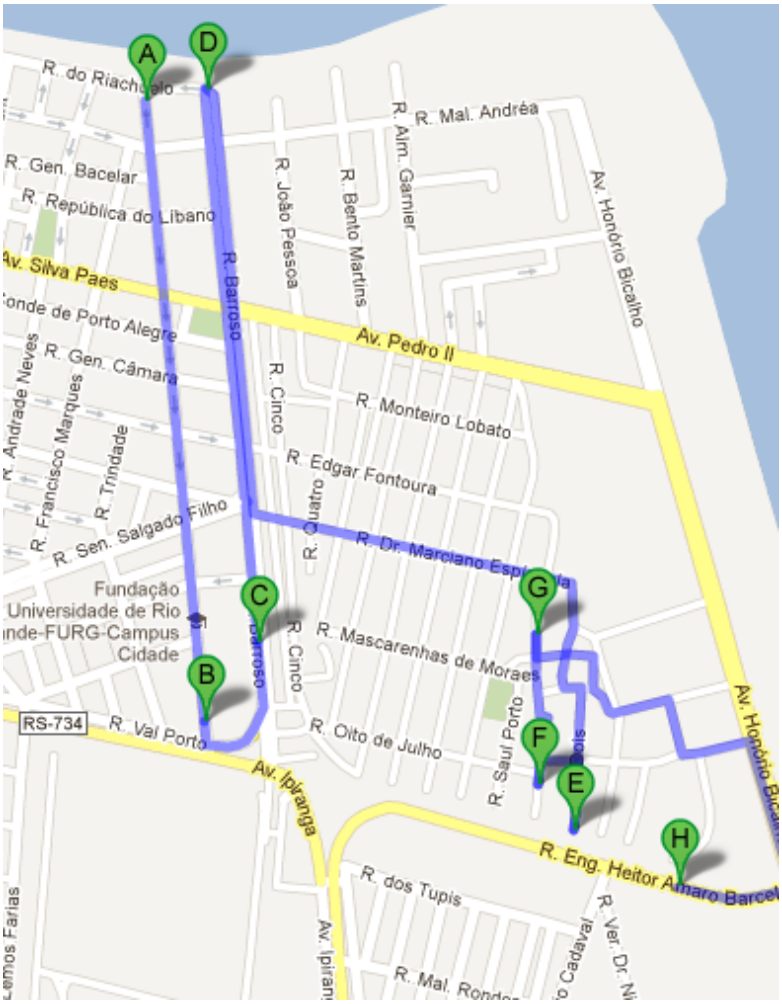
Rota 146



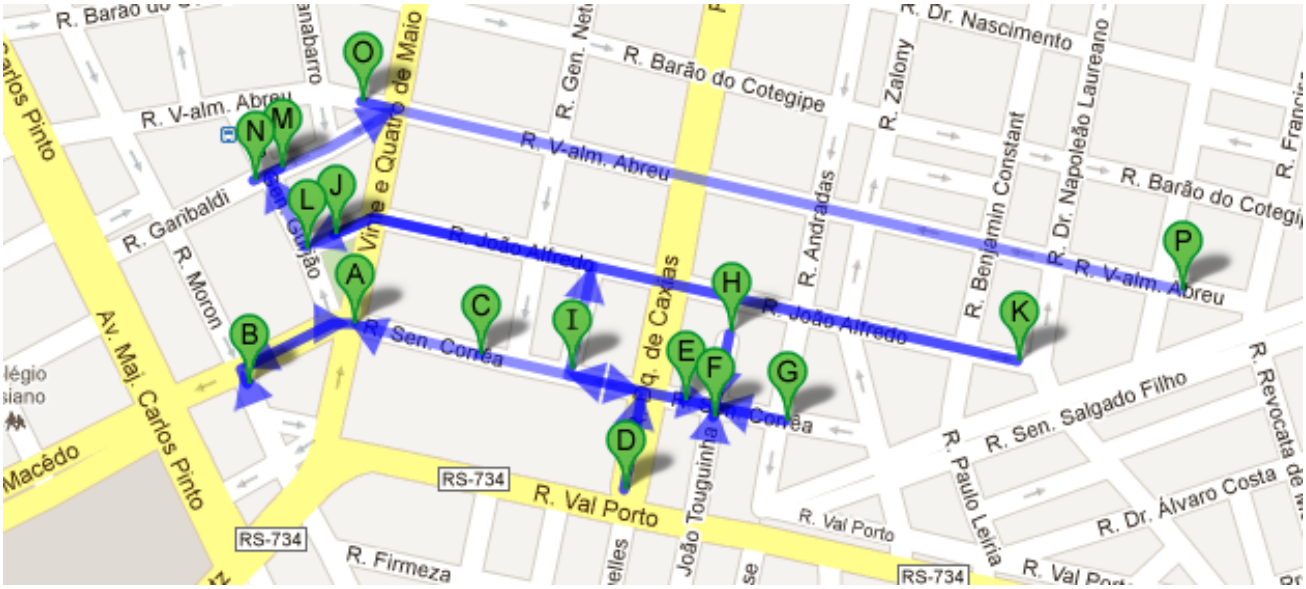
Rota 147



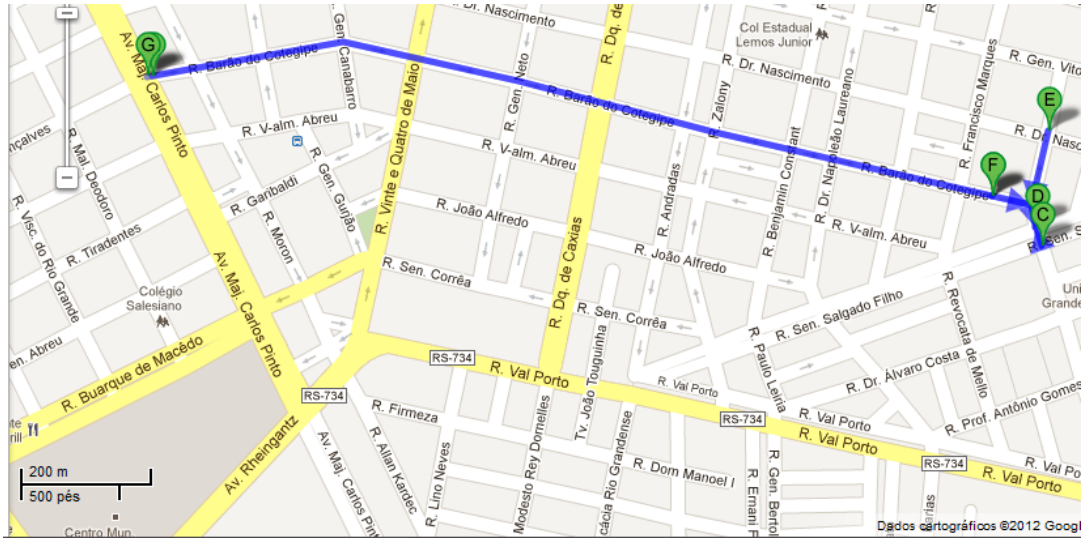
Rota 148-



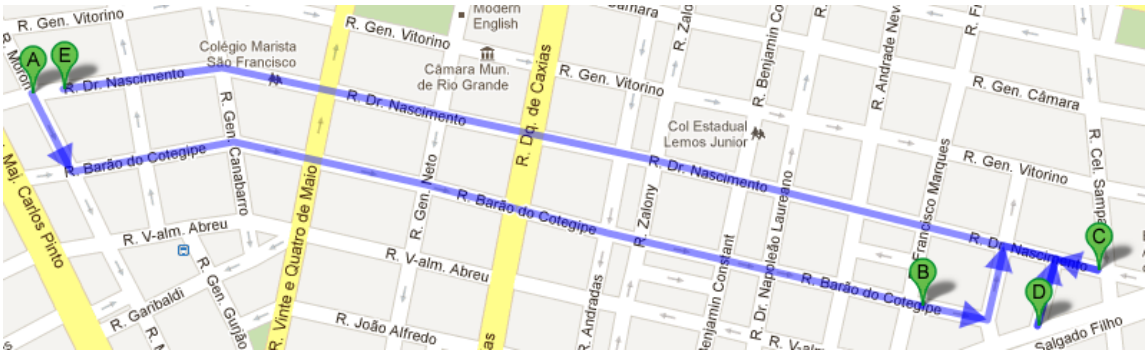
Rota 151



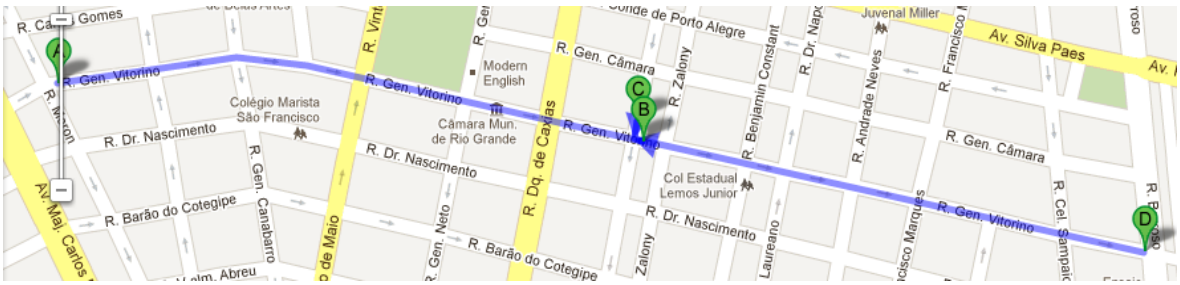
Rota 152



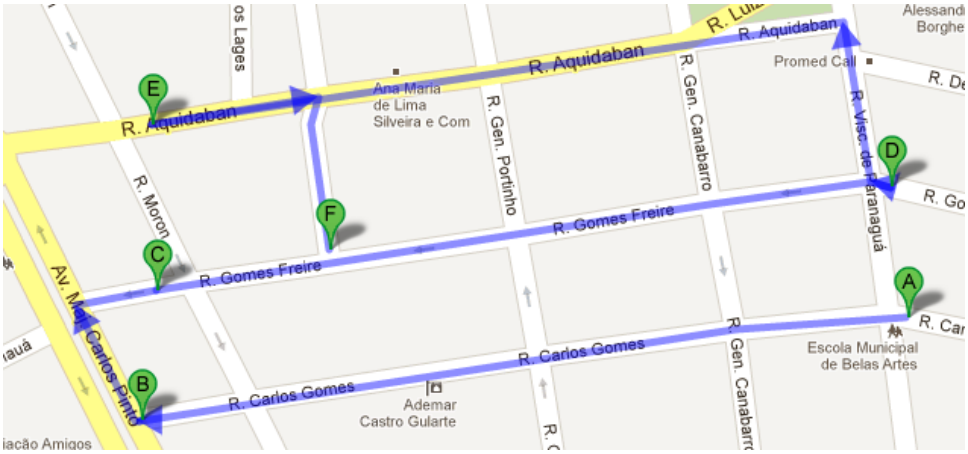
Rota 153



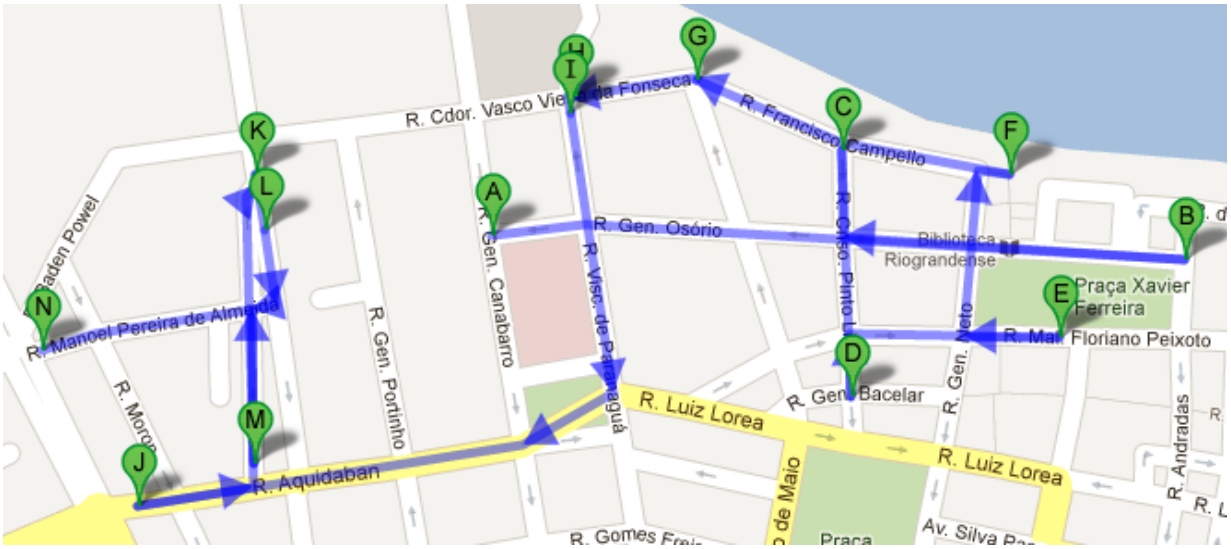
Rota 154



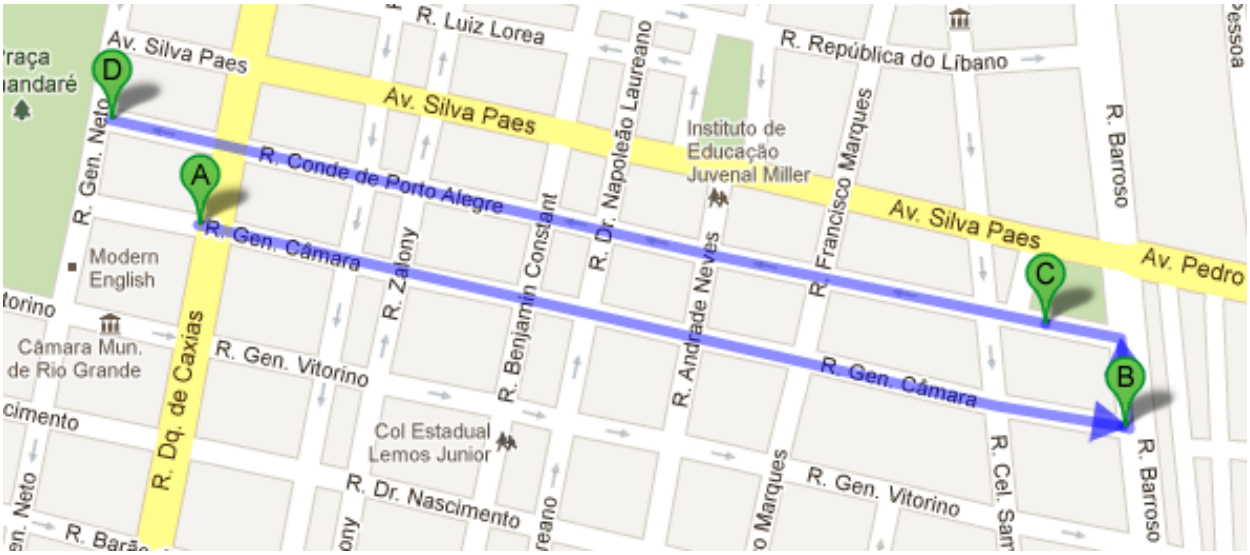
Rota 155



Rota 156

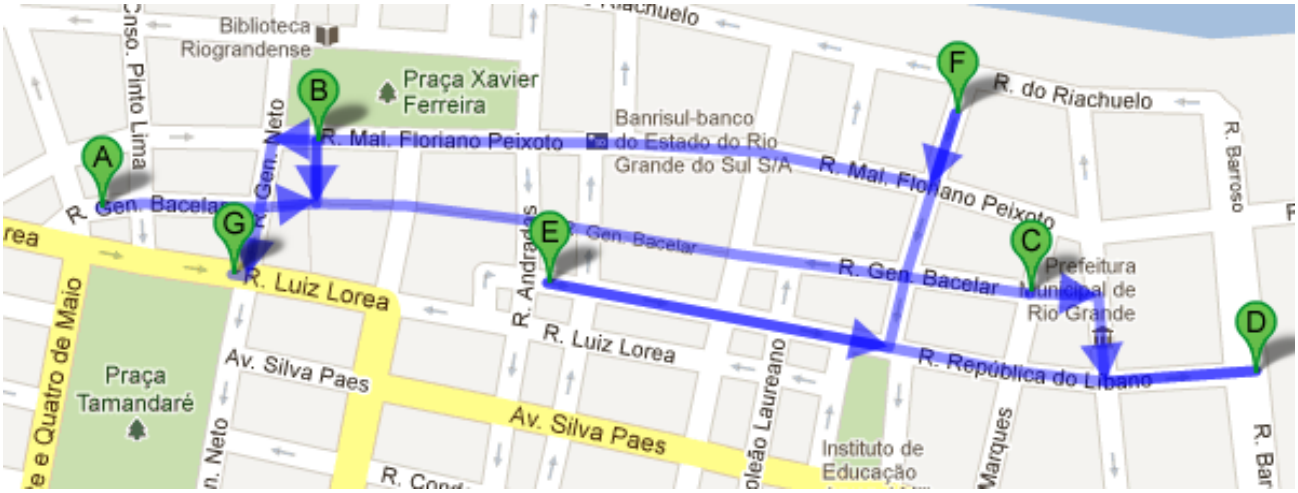


Rota 157



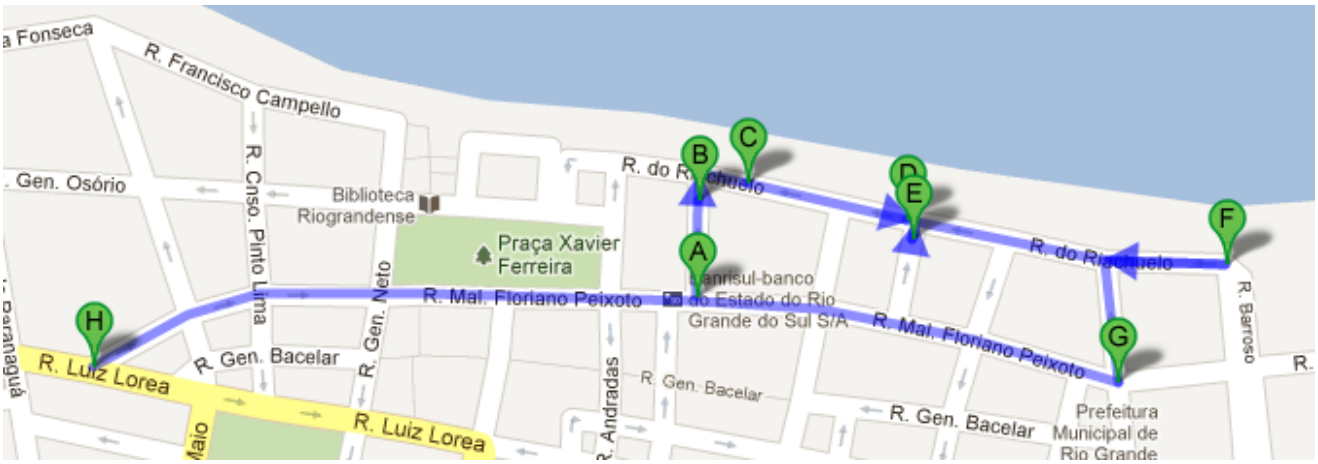
Rota 158

Rota 161

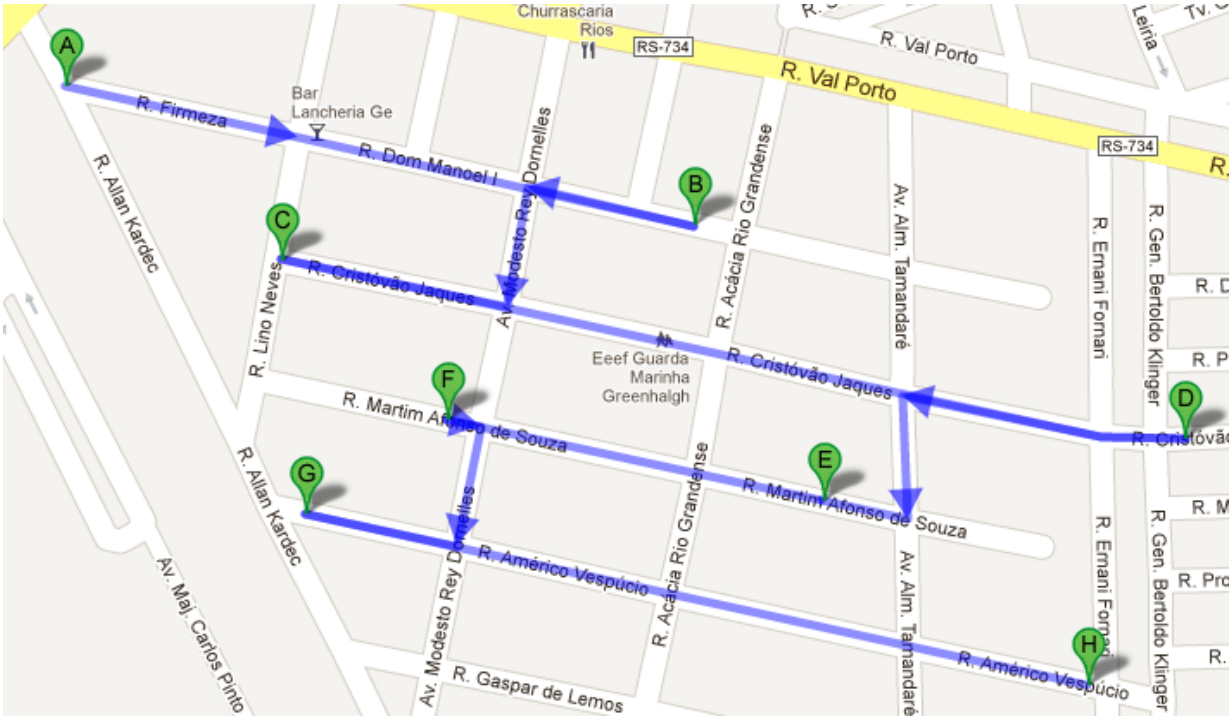


]

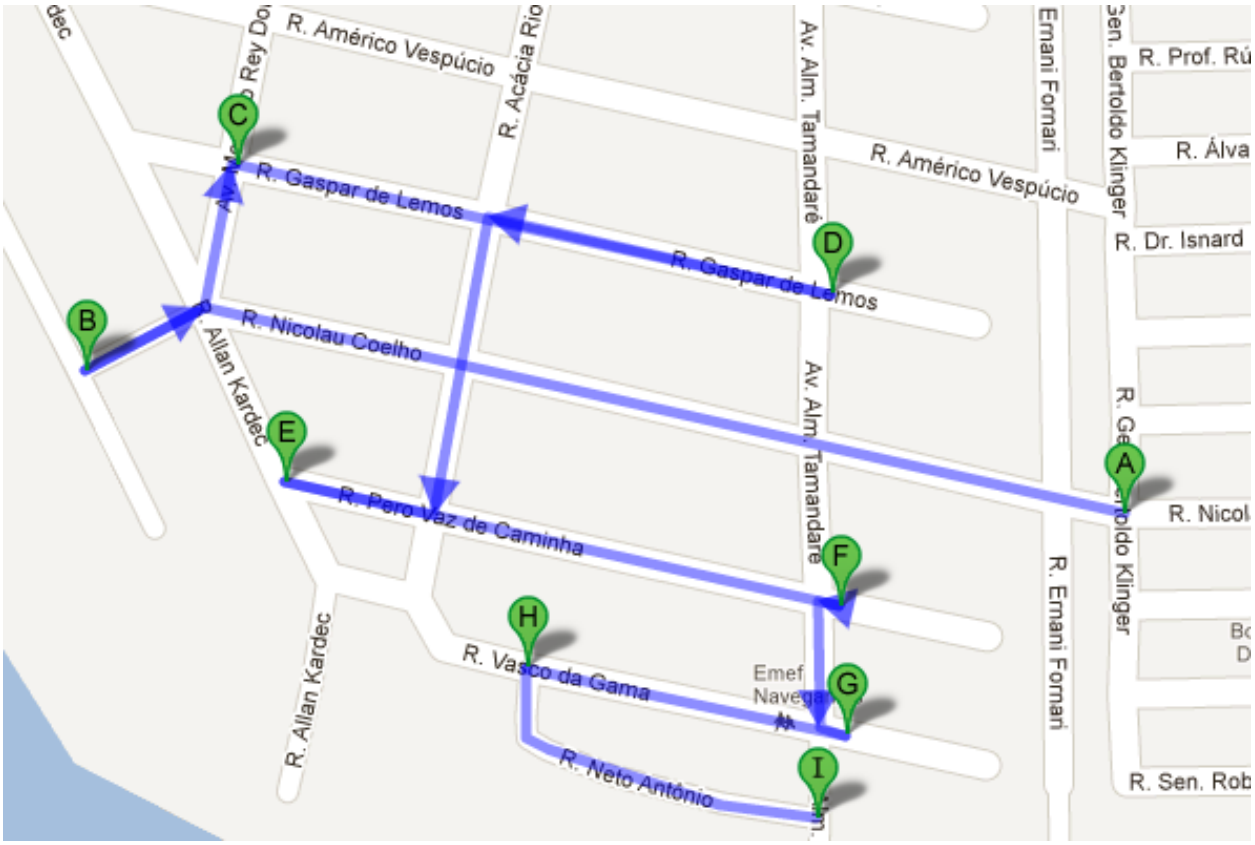
Rota 162



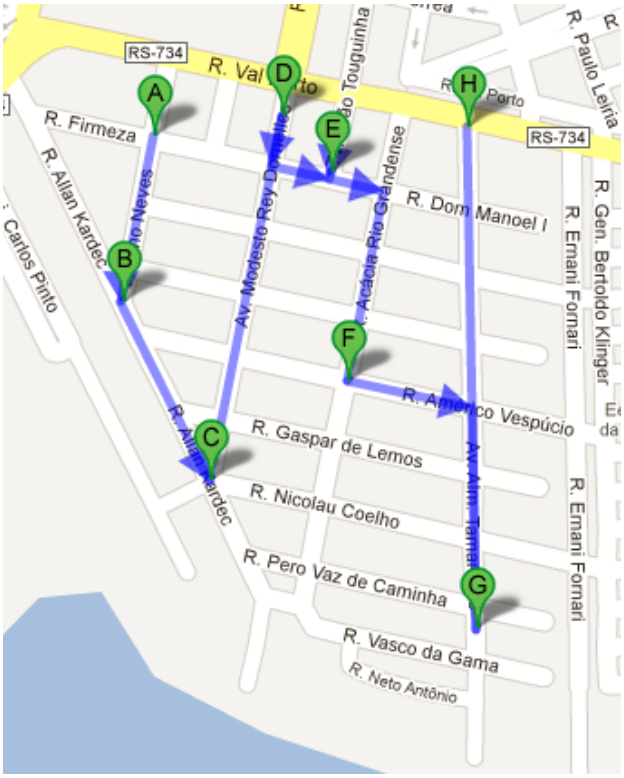
Rota 163



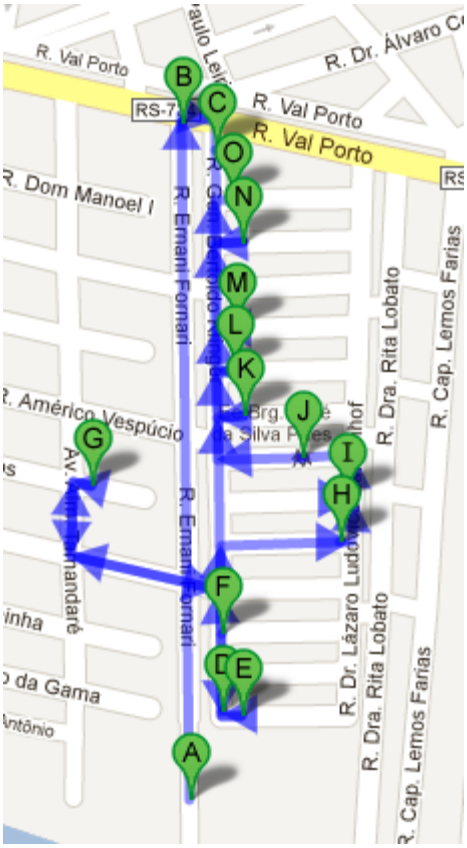
Rota 164



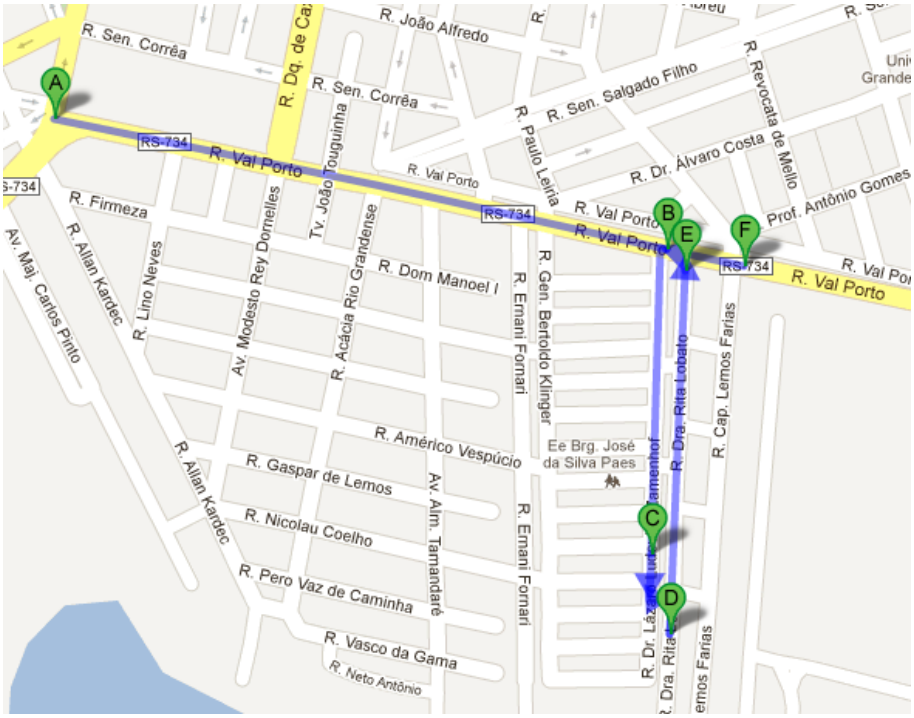
Rota 165



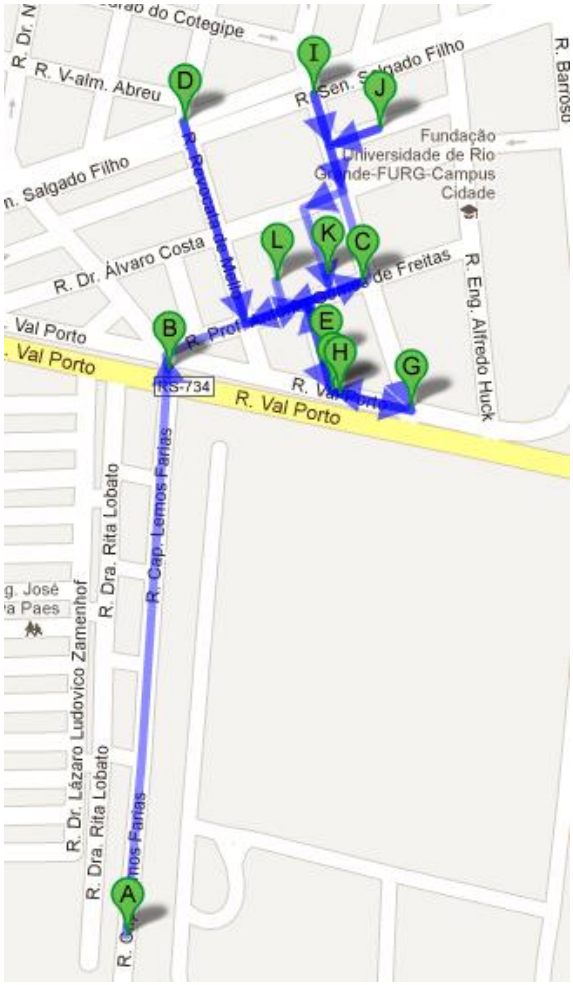
Rota 166- 2.900 m



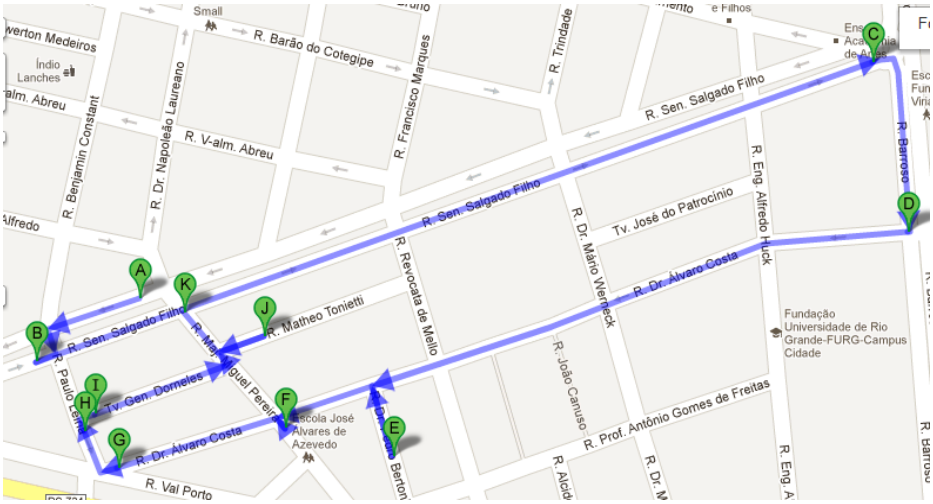
Rota 167- 1.900 m



Rota 168- 2.800 m



Rota 171- 2.300 m


R. Barão do Cotegipe
R. Francisco Marques
R. Trindade
R. Sen. Salgado Filho
R. Barroso
R. V-alm. Abreu
R. Benjamin Constant
R. Dr. Napoleão Laureano
Tv. José do Patrocínio
R. Eng. Alfredo Huck
R. Dr. Álvaro Costa
R. Revocata de Mello
R. Dr. Mário Werneck
R. Matheo Tonietti
Fundação Universidade de Rio Grande-FURG-Campus Cidade
R. João Caruso
R. Prof. Antônio Gomes de Freitas
Tv. Gen. Dorneles
R. Val Porto
Escola José Alvares de Azevedo
A
B
C
D
E
F
G
H
I
J
K

ANEXO IV

EXEMPLO ILUSTRATIVO PARA O ALGORITMO DE TEITZ & BART MODIFICADO POR C_{ADP}

O exemplo a seguir foi retirado do artigo de FREITAS et. al (2012) tendo como título "*Um Método Baseado na Substituição de Vértices e Teoria Espectral para o Problema de p-Medianas*"

Para fins de ilustração do algoritmo proposto neste trabalho, tendo como base o trabalho de Capri e Steiner (2006) desenvolvido no intuito de otimizar o serviço de estacionamento rotativo regulamentado da cidade de Ponta Grossa no Paraná, será apresentada uma situação problema. A Figura 1 representa o mapa da região de cobertura do estacionamento rotativo regulamentado da cidade de Rio Grande no Rio Grande do Sul. Cada pondo em azul representa um parquímetro e busca-se a distribuição dos trechos de quadra em setores a serem percorridos por três fiscais e a determinação das áreas compostas por estes setores de forma a minimizar o total das distâncias percorridas por eles ao final de um dia de trabalho.

De acordo com o problema, é almejada a determinação de três medianas da rede cujos vértices são os parquímetros, considerando a distância euclidiana entre eles, então, divide-se a região em três sub-regiões de acordo com uma maior aglomeração de pontos, como mostra a Figura 2. Em cada uma das regiões, é determinada a matriz de distâncias mínimas e o autovetor dominante de cada uma delas através do método das potências. Através das coordenadas de cada autovetor, os vértices de cada região são ordenados de acordo com a centralidade C_{ADP} e apenas 30% dos vértices mais centrais serão considerados para análise.

Figura 1- Mapa Estacionamento Rotativo de Rio Grande – RS. Fonte: Prefeitura do Rio Grande

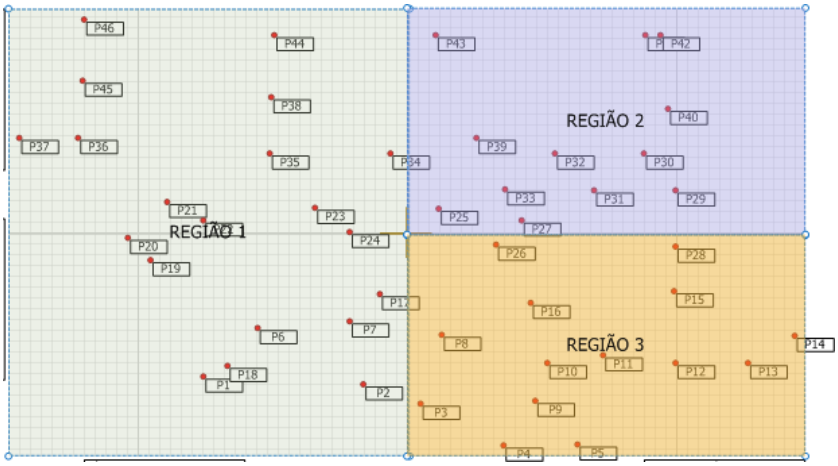


Figura 2 – Pontos que representam os parquímetros e Divisão em Três Regiões

A ordenação dos vértices de cada região é V'_1={P22, P21, P23, P35, P19, P20, P24, P6, P38, P36, P17, P7, P34, P18, P37, P45, P1, P44, P2, P46}; V'_2={P32, P30, P31, P33, P39, P40, P27, P29, P41, P25, P42, P43}; V'_3={P11, P10, P9, P12, P16, P15, P8, P5, P13, P4, P28, P3, P26, P14} e considerando 30% de cada um dos conjuntos, temos então X_1={P22, P21, P23, P35, P19, P20}; X_2={P32, P30, P31, P33}; X_3={P11, P10, P9, P12}. Esta escolha mostra que, o que o Teitz e Bart Clássico testaria todos os pontos dos conjuntos V'_1, V'_2 e V'_3, o método proposto apenas irá testar os pontos dos conjuntos X_1, X_2 e X_3. O conjunto solução inicial é então constituído pelos vértices mais centrais de cada região, isto é, S={P22, P32, P11}. Nos próximos passos é escolhido um vértice não testado pertencente a algum X, por exemplo, para X_3, o vértice a ser analisado será o P10 e será substituído no lugar do P11 de S para a análise da redução da função objetivo, se há redução, então a substituição é feita e o P10 passa a fazer parte de S e o vértice P9 passa a ser o próximo vértice a ser analisado, se não há redução, nenhuma substituição é feita e o P9 passa a ser o próximo vértice a ser analisado. O processo é repetido até que não haja mais vértices em nenhum dos conjuntos X a serem analisados.

Para este exemplo, quando resolvido através do método de Teitz e Bart e da modificação proposta o resultado foi o mesmo, ambos apresentando como conjunto solução S={P32, P10, P21} com função objetivo F.O=4484,32. No entanto, foram necessárias 17 substituições para gerar a redução na função objetivo no método de Teitz e Bart, enquanto que no método Modificado por C_{ADP}, com apenas 2 reduções já foi possível chegar no resultado. Além disso, o valor da função objetivo do conjunto solução inicial S={P22, P32, P11} foi de 4535,36 enquanto que no conjunto solução inicial aleatório utilizado pelo Teitz e Bart clássico foi de 7030,53 para S={P21, P14, P22} o

que mostra a qualidade da solução inicial construída, uma vez que a diferença entre a F.O. inicial e final é pequena quando comparada com a diferença para a solução aleatória. A solução obtida é mostrada na figura 3 a seguir.

Figura 3-Solução obtida